

الدوال والمعادلات الأسية



Copyright © 2010 McGraw-Hill Education. All rights reserved. This material is intended for personal use only. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from McGraw-Hill Education.

العلوم الرياضيات والعلوم علمان متلازمان. وسواء أ كنت تدرس الكيمياء أو علم الحياة أو علم المتحجرات أو علم الحيوان أو علم الإنسان، فإنك ستحتاج إلى مهارات رياضية قوية. وفي هذه الوحدة، سوف تتعلم الجوانب الرياضية للعلوم كالفيروسات الحاسوبية وتعداد الحشرات ونسبة الجرائم والانقسام الخلوي وعلم الفلك والأعاصير والزلازل.

السابق

تمت تشغيل الدوال وتحوييلات الدوال بيانياً.

الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:

- تشغيل الدوال الأسية بيانياً.
- حلّ المعادلات والمتباينات الأسية.
- حل المسائل التي تتضمن نموًا وتضخماً أسياً.

لماذا؟

مشروع الوحدة

لغز السكان

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن التوزيع الأسية لإكمال مشروع.

يتناول مشروع الوحدة هذا موضوع محو الأمية البيئية وكذلك العديد من المهارات الخاصة المحددة باعتبارها أساسية لنجاح الطالب في إطار تعليم القرن 21.

مفردات أساسية قدم المفردات الأساسية في الوحدة باستخدام النموذج المذكور أدناه.

عرف: في الدالة $y = b^x$ ، y يُطلق عليها قاعدة اللوغاريتم b ، x ل b . عادة ما نكتب كالتالي $y = \log_b x$ ونقرأ « y تساوي لوغاريتم x للأساس b ».

مثال: $3 = \log_2 8$

أسأل: كيف يمكنك كتابة الصيغة اللوغاريتمية التالية؟

$$3^5 = 243 \quad \log_3 243 = 5$$

إجابة إضافية (استعد للوحدة 3)

$$14. \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 6, \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 6$$

عدد الطبقات العليا التي يمكن لشخص ما الحصول عليها إذا أنفق x دولار.

الدوال والمعادلات الأسية مخطط الوحدة 2

التقويم التشخيصي تدريب سريع		الدروس 2-1		الدروس 2-2		الدروس 2-2	
الدروس 2-1	التوسع 2-1	الدروس 2-1	التوسع 2-1	الدروس 2-2	التوسع 2-2	الدروس 2-2	التوسع 2-2
45 دقيقة، 1 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 1 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم
العنوان	الدوال الأسية	مختبر تقنية التمثيل البياني: حل المعادلات والمشتقات الأسية	مختبر تقنية التمثيل البياني: حل المعادلات والمشتقات الأسية	تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية	مختبر تقنية التمثيل البياني: ملاءمة المنحنيات	مختبر تقنية التمثيل البياني: ملاءمة المنحنيات	مختبر تقنية التمثيل البياني: ملاءمة المنحنيات
الأهداف	<ul style="list-style-type: none"> تمثيل الدوال الأسية بيانياً. تحديد البيانات التي تعرض سلوكاً أسياً. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية لإيجاد معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية لإيجاد معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات. 	<ul style="list-style-type: none"> تعريف الدوال الخلوية والتربيعية والأسية من البيانات المقدمة. اكتب المعادلات التي تمثل البيانات. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية لإيجاد معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية لإيجاد معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية لإيجاد معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات.
المفردات الأساسية	الدالة الأسية exponential function دالة النمو الأسّي exponential growth function دالة الاضمحلال الأسّي exponential decay function	معامل التحديد	معامل التحديد		معامل التحديد	معامل التحديد	معامل التحديد

Chapter sourced from Integrated Math I Chapter 7 © 2012 McGraw-Hill Education محفوظة لجميع الحقوق © 2012



الدرج 2-3	التوسيع 2-3	الدرج 2-4	التوسيع 2-4
45 دقيقة، 1 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 1 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم
النمو والاضمحلال (التضاؤل)	مختبر الجبر: تحويل التعابير الأسية	المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية	مختبر الجبر: متوسط معدل التغير في الدوال الأسية
<ul style="list-style-type: none"> حل المسائل التي تتضمن نموًا أسياً. حل المسائل التي تتضمن اضمحلالاً أسياً. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام خواص الأسس المنطقية لتحويل التعابير من أجل الدوال الأسية إلى أشكال لحل المسائل. 	<ul style="list-style-type: none"> تحديد المتتاليات الهندسية وإنشاؤها. ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية. 	<ul style="list-style-type: none"> حساب وتفسير متوسط معدل التغير للدالة الأسية.
المراوحة المركبة compound interest		متتالية هندسية geometric sequence نسبة مشتركة common ratio	

الدوال والمعادلات الأسية مخطط الوحدة 2

العنوان	الدرس 2-5 45 دقيقة، 1 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	الإستكشاف 2-6 45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	الدرس 2-6 45 دقيقة، 1 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	التوسع 2-6 45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم
الهدف	<ul style="list-style-type: none"> استخدام صيغة تكرارية لإدراج الحدود في متتالية. كتابة صيغ تكرارية للمتتاليات الحسابية والهندسية. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام حاسبة بيانية لحل المعادلات الأسية عن طريق التمثيل البياني أو عن طريق استخدام خاصية الجدول. 	<ul style="list-style-type: none"> حل المعادلات الأسية. حل المتباينات الأسية. 	<ul style="list-style-type: none"> استخدام خصائص الأسس المنطقية لتحويل التعبيرات من أنواع أسية إلى صيغ مناسبة لحل المشكلات.
المفردات الأساسية	صيغة تكرارية recursive formula		معادلة أسية نسبة المراجعة المركبة متباينة أسية	
التقويم الختامي دليل الدراسة والمراجعة تمرين على الاختبار				

مهارة الدراسة

خريطة مقارنة يمكنها مساعدة الطلاب في فهم الفروق في مفهومين متشابهين أو أكثر. اعرض هذه العينة من الخريطة على الطلاب والتي تقارن بين النمو الأسّي والاضمحلال الأسّي في الدرس 1-4. أثناء دراسة الوحدة 2، اطلب من الطلاب العمل في مجموعات تعاونية صغيرة لتصميم خرائط مقارنة توضح الدوال الأسية واللوغاريتمية والاساس e للدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية الطبيعية.

دوال أسية	
<p>نمو أسّي $A(t) = A(1 + r)^t$</p> <ul style="list-style-type: none"> متصلة، واحدة لواحدة ومتزايدة $D = \text{كافة الأعداد الحقيقية}$ $R = \text{أعداد حقيقية موجبة}$ خط تقارب أفقي 	<p>اضمحلال أسّي $A(t) = A(1 - r)^t$</p> <ul style="list-style-type: none"> متصلة، واحدة لواحدة ومتناقصة $D = \text{كافة الأعداد الحقيقية}$ $R = \text{أعداد حقيقية موجبة}$ خط تقارب أفقي

إنشاء استقلال من خلال استراتيجيات يمتلكها الطلاب

ملاحظات



تشخيص	توصيف
تشخيص تقديم	بداية الوحدة 2
	الاستعداد للوحدة 3 نسخة الطالب الاستجابة للدعم نسخة المعلم
تشخيص مستمر	بداية كل درس
	السابق. الحالي . لماذا؟ نسخة الطالب الوحدة 0 نسخة الطالب
تشخيص تقديم	أثناء/بعد كل درس
	تدريس متباين نسخة المعلم تدريبات موجهة نسخة الطالب. كل مثال تأكد من فهمك نسخة الطالب مسائل مهارات التفكير العليا نسخة الطالب مراجعة حلزونية نسخة الطالب أمثلة إضافية نسخة المعلم انتبه! نسخة المعلم الخطوة 4. تدوين نسخة المعلم
تشخيص تقديم	منتصف الوحدة
	اختبار منتصف الوحدة نسخة الطالب
تشخيص تقديم	قبل اختبار الوحدة
	دليل الدراسة والمراجعة بالوحدة نسخة الطالب اختبار تدريس نسخة الطالب تدريب على الاختبار المعياري نسخة الطالب



الخيار 3 أعلى من المستوى

اطلب من الطلاب أن يقوموا ببحث عن جداول اللوغاريتمات الشائعة أعداد إما في الملحقات أو نصوص الجبر الأقدم أو عبر الإنترنت. اجعل الصف بأكمله قراءة الجداول واستخدامها. ثم اطلب من الطلاب أن يستخدموا هذه الجداول لتقييم عدة لوغاريتمات شائعة، مثل $\log_{10} 125$. ثم اجعل الطلاب يقارنون نتائجهم مع ما وصلوا إليه عندما قَيّموا اللوغاريتمات ذاتها باستخدام آلاتهم الحاسبة

الخيار 1 الوصول لكل المتعلمين

منطقتي اجعل أزواج من الطلاب يبدأون بـ 10 دولارات، اختر معدل فائدة سيتم تركيبه بشكل مستمر واحسب كم سيحصلون بعد مرور 5 و 10 و 15 و 20 عامًا. بعد كل حساب، اطلب من الطلاب تدوين مبلغ المال الذي حصلوا عليه على رسم بياني بالأعمدة.

الخيار 2 الوصول إلى المستوى

اجعل الصف يقوم بعمل مخطط فين لمجموعة من الأعداد الحقيقية. بمجرد الانتهاء من التمثيل البياني. استعرض مع الطلاب ما يعنيه لعدد ليكون عدد نسبي، صحيح، عدد كلي، عدد طبيعي أو عدد غير نسبي اكتب مثالاً على كل نوع من الأعداد الحقيقية على الرسم البياني. ثم ناقش e باعتبارها عدد غير نسبي

الأعداد الحقيقية



الدوال والمعادلات الأسية

التركيز على المحتوى الرياضي

مراجعة درس بدرس

تخطيط رأسي

قبل الوحدة 2

موضوعات ذات صلة بالرياضيات المتكاملة 1

- استخدم الأدوات بما في ذلك خصائص الأسات لتبسيط التعبيرات.

الوحدة 2

- قم بتحليل موقف على غرار دالة أسية وقم بصياغة معادلة أو متباينة وحل المشكلة.
- قم بتطوير تعريف اللوغاريتمات من خلال استكشاف ووصف العلاقات بين التوابع الأسية وعكسها.
- بسط التعبيرات الجذرية.

بعد الوحدة 2

إعداد للرياضيات المتكاملة 3

- أوصف التوابع الأساسية بشكل رمزي وبياني. بما في ذلك $f(x) = \ln x$ و $f(x) = \log_a x$
- تحقق من مبادئ الاستمرارية وسلوك النهاية والخط المتقارب واربط هذه الخواص بالتوابع الممثلة بالتمثيل البياني أو العددي.
- تحقق من الخواص اللوغاريتمية والأسية

2-1 الدوال الأسية

تكون الدوال الأسية غير خطية وغير تربيعية. ويكون للدالة الأسية متغير في صورة أس. ويمكن وصفه من خلال معادلة بالشكل التالي $y = ab^x$ حيث $a \neq 0$, $b > 0$, $b \neq 1$.

- عندما تكون $0 < a < b$ و 1 . فإن قيم y تتغير إلى حد ما بالنسبة إلى القيم الصغيرة لـ x . لكنها سرعان ما تزيد عندما تصبح قيم x أكبر. ويرتفع التمثيل البياني من يساره إلى يمينه.
- عندما تكون $0 < b < a$ و $a > 0$. فإن قيم y تتناقص عندما تكون قيم x في تزايد. ويرتفع التمثيل البياني عندما تكون قيم x في تزايد.

2-2 تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية

يمكن استخدام الدوال الخطية والتربيعية والأسية لتمثيل البيانات. لتحديد أي من أنواع الدوال الثلاثة هذه (إن وجد) يمثل مجموعة البيانات.

- لاحظ نمط في الرسم البياني لمجموعة البيانات.
- لاحظ أحد هذه الأنماط في البيانات: الدالة الخطية، الفروق الأولى للقيم y جميعها متساوية؛ والدالة التربيعية، الفروق الأولى ليست جميعها متساوية؛ ولكن الفروق الثانية متساوية؛ والدالة الأسية، نسب قيم y المتتالية جميعها متساوية.

2-3 النمو والاضمحلال (التساؤل)

- يمكن التعبير عن النمو الأسّي عن طريق استخدام المعادلة العامة $y = a(1 + r)^t$ حيث y تمثل الكمية النهائية، وتمثل a الكمية المبدئية، وتمثل r معدل التغيير معبراً عنه في صيغة عدد عشري ($r > 0$) وتمثل t الزمن. وتعد المراجعة المركبة من الأمثلة الدالة على النمو الأسّي.
- يمكن التعبير عن الاضمحلال الأسّي عن طريق استخدام المعادلة العامة $y = a(1 - r)^t$ و y وبعد الإهلاك أو الاستهلاك من أمثلة الاضمحلال الأسّي.

2-4 المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية

- في المتتالية الهندسية، كل حد يأتي بعد الحد الأول يتم حسابه من خلال ضرب المكون السابق في الثابت نفسه الذي يكون عدداً غير الصفر r وهو الذي يطلق عليه اسم النسبة المشتركة. ومن خلال الحدود المتعاقبة المتعددة للمتتالية الهندسية.
- يمكن حساب قيمتها عن طريق قسمة أي حد على الحد السابق له
 - يمكن إيجاد قيمة الحدود المتتالية من خلال ضرب الحد السابق في r
 - الحد النوني: a_n . لمتتالية يكون الحد الأول بها هو a_1 ($a_1 \neq 0$) يمكن حسابه عن طريق استخدام الصيغة $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ حيث تكون n عبارة عن أي عدد صحيح موجب.

2-5 الصيغ التكرارية

استخدم الطلاب الصيغ الصريحة من أجل حدود المتتاليات. وتحدد تلك الصيغ كل حد في صورة دالة n . في الصيغة التكرارية، كل حد يتم تعريفه فيما يتعلق بواحد أو أكثر من الحدود السابقة. لكثافة الصيغة التكرارية، ضع الحد الأول والصيغة من أجل الحدود المتتالية. على سبيل المثال، الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية ... 2, 5, 8, 11 تكون $a_1 = 2$, $a_n = a_{n-1} + 3$ والصيغة التكرارية من أجل المتتالية الهندسية ... 3, 6, 12, 24 تكون $a_1 = 3$, $a_n = 2 \cdot a_{n-1}$.

2-6 حل المعادلات والمتباينات الأسية

في معادلة أسية، توجد المتغيرات باعتبارها أسس. يمكن استخدام خاصية التيساوي للتوابع الأسية لحل المعادلات الأسية. عندما تكون القواعد هي نفسها، كما هو الحال في $3^x = 3^7$ ، يجب أن تكون الأسس متساوية أيضاً لكي تكون المعادلة صحيحة. بالتالي، في حال $3^x = 3^7$ ، إذا $x = 7$ ، عندما تكون الأساسات غير متساوية، كما هو الحال في $3^x = 9^4$ ، يجب كتابة التعبيرات بحيث تكون القواعد متساوية. في هذه الحالة، يمكن إعادة كتابة 9 باعتبارها 3^2 ، وبالتالي $9^4 = (3^2)^4 = 3^8$ ، وبالتالي $3^x = 3^8$ ، إذا $x = 8$.

في متباينة أسية، توجد المتغيرات باعتبارها أسس. يمكن استخدام خاصية التباين للدوال الأسية لحل المتباينات الأسية. نقول هذه الخاصية أن $b^x > b^y$ في حال وفقط في حال $x > y$ ، و $b^x < b^y$ في حال وفقط في حال $x < y$ ، لقيم b الأكبر من 1. هذه الخاصية صحيحة أيضاً بالنسبة لـ $b \leq 0$ و $b \geq 0$.

أسئلة أساسية

- كيف يمكنك اتخاذ قرارات جيدة؟ الإجابة النموذجية: حدد الخيارات المتاحة وفارن المميزات والعيوب لكل خيار وحلل العواقب واختير أفضل خيار.
- ما العوامل التي يمكن أن تؤثر على اتخاذ قرار جيد؟ إجابات نموذجية: كمية الوقت المتاح والعبء المستخدم والبيئة والأشخاص المتضمنين والخيارات المتاحة.

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد حل اختبار التمرين السريع أدناه للتحقق من المهارات المطلوبة لديك. وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة	تمرين سريع
<p>مثال 1</p> <p>بسط $\frac{(a^2bc)^2}{a^4b^2c^3}$ وافترض أنه لا يوجد متغير يساوي صفراً.</p> <p>بسط البسط باستخدام القوى الأسية لقاعدة القوة وبسط المقام باستخدام قاعدة ناتج ضرب القوى.</p> <p>بسط باستخدام قاعدة ناتج قسمة القوى الأسية.</p> $\frac{(a^2bc)^2}{a^4b^2c^3} = \frac{a^4b^2c^2}{a^4b^2c^3} = \frac{1}{c}$	<p>بسط. افترض أنه لا يوجد متغير يساوي صفراً.</p> <p>(مستخدم في الدروس من 2-1 إلى 2-3)</p> <ol style="list-style-type: none"> $a^4a^3a^5a^{12}$ $(2x^3y^2)^3 \cdot 8x^3y^6$ $\frac{-24x^2y^2}{16x^2y^2} - \frac{3x^6}{2y^3}$ $\frac{(-8r^2)^2}{36r^2} - \frac{4r^4}{81r^2}$ <p>5. الكثافة كتلة جسم ما تساوي الكتلة مقسومة على الحجم. لدينا جسم كتلته 15×10^3 جراماً وحجمه 3×10^3 سنتيمتراً مكعباً. ما هي كثافة الجسم؟ 5 g/cm^3</p>
<p>مثال 2</p> <p>(مستخدم في الدرسين 2-1 و 2-3)</p> <p>أوجد معكوس $f(x) = 3x - 1$. 11-6 انظر ملحق إجابات الوحدة 2.</p> <p>الخطوة 1 عوّض عن $f(x)$ بـ y في المعادلة الأصلية، $f(x) = 3x - 1 \rightarrow y = 3x - 1$</p> <p>الخطوة 2 بدل بين x و y، $x = 3y - 1$</p> <p>الخطوة 3 حل لإيجاد قيمة y.</p> <p>بالعكس $x = 3y - 1$</p> <p>أضف 1 إلى كل طرف. $x + 1 = 3y$</p> <p>اقسم كل طرف على 3. $\frac{x+1}{3} = y$</p> <p>بسط. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = y$</p> <p>الخطوة 4 عوّض عن y بـ $f^{-1}(x)$</p> <p>$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$</p>	<p>أوجد معكوس كل من الدوال التالية. ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً.</p> <ol style="list-style-type: none"> $f(x) = 2x + 5$ $f(x) = x - 3$ $f(x) = -4x$ $f(x) = \frac{1}{4}x - 3$ $f(x) = \frac{x-1}{2}$ $y = \frac{1}{3}x + 4$ <p>حدد ما إذا كان كل زوج من الدوال التالية عبارة عن دالتين عكسيتين.</p> <ol style="list-style-type: none"> $f(x) = x - 6$ $g(x) = x + 6$ نعم $f(x) = 2x + 5$ $g(x) = 2x - 5$ لا <p>14. الطعام يبلغ سعر قطعة البيتزا متوسطة الحجم بالجنين في مطعم بيتزا 12 AED إضافة إلى 2 AED لكل قطعة إضافية. إذا كانت $f(x) = 2x + 12$ تمثل تكلفة البيتزا المتوسطة التي تضم عدد x من الطبقات، فأوجد $f^{-1}(x)$ وشرح معناها. انظر الهامش.</p>

مطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

التركيز أثناء عمل الطلاب في دروس هذا الوحدة، سيكتبن ملاحظات عن الدوال والمعادلات الأسية.

التدريس اطلب من الطلاب عمل ووضع علامات على حافظاتهم على النحو الموضح. اطلب من الطلاب وضع علامة على صفحة واحدة من حافظاتهم لكل درسين في الوحدة واستخدم الصفحات المناسبة وقت تخطيطهم للباقة. اطلب من الطلاب عمل قائمة بالمبادئ الأساسية ومصطلحات المفردات وتعريفاتهم في حافظاتهم. أشر إلى أنه يمكن أيضاً استخدام الحافظات لتسجيل التجارب الإيجابية والسلبية خلال التعلم.

متي تستخدمه شجع الطلاب على الإضافة لحافظاتهم أثناء عملهم في الوحدة واستخدامها للمراجعة في اختبار الوحدة.

البدء في هذه الوحدة

ستتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمة ونظّم مواردك.

المفردات الجديدة

exponential function	الدالة الأسية
exponential growth	النمو الأسي
asymptote	خط تقارب
growth factor	عامل النمو
exponential decay	التضاؤل الأسي
decay factor	عامل التضاؤل
exponential equation	المعادلة الأسية
compound interest	المزاجعة المركبة
exponential inequality	المعادلة الأسية
conjugate	مرافق
radical equations	معادلات جذرية

مراجعة المفردات

الجال مجموعة جميع إحداثيات x الخاصة بالأزواج المرتبة في علاقة ما

الدالة علاقة يقرن فيها كل عنصر من

عناصر الجال مع عنصر واحد فقط من عناصر المدى

المدى مجموعة جميع إحداثيات y الخاصة بالأزواج المرتبة في علاقة ما

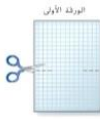
الجال	المدى
$(-3, 1)$	1
$(0, 2)$	2
$(2, 4)$	4

الخطوات منظّم الدراسة

الدوال والعلاقات الأسية والجذرية اصنع المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالدوال الأسية وأبدأ بورقتي شيل بياني.



1 اطم الورقتين إلى نصفين بالعرض.



2 على الورقة الأولى، قص لسانة 5 cm على طول الطية وعلى الجانبين.



3 على الورقة الثانية، قص منطقة المركز على طول الطية مع ترك مسافة 5 cm على الطرفين بدون قص.



4 أدخل الورقة الأولى من خلال الورقة الثانية وحاذ بين الطيتين. ثم سم الصفحات بأرقام الدروس.

الدوال الأسية

2-1

لماذا؟

الحالي

السابق



أوجدت قيمة التعابير العددية التي تتضمن أسًا. 1
تمثيل الدوال الأسية بيانيًا. 2
تحديد البيانات التي تعرض سلوكًا أسّيًا.

تمثيل الدوال الأسية بيانيًا نعتبر **الدالة الأسية** دالة مكتوبة على الصيغة $y = ab^x$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$. لاحظ أن الأساس ثابت والأُس متغير. الدوال الأسية غير خطية.

المفردات الجديدة
الدالة الأسية
exponential function
دالة النمو الأسّي
exponential growth function
دالة التضاؤل (الاضمحلال) الأسّي
exponential decay function

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة التماثل والمتاركة في حلها.

الشرح	أمثلة
الدالة الأسية دالة يمكن كتابتها بالصيغة $y = ab^x$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$.	$y = 2(3)^x$ $y = 4^x$ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

مثال 1 التمثيل بيانيًا باستخدام $a > 0, b > 1$

مثل بيانيًا $y = 3^x$. أوجد طول المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.



x	3^x	y
-2	3^-2	1/9
-1	3^-1	1/3
0	3^0	1
1/2	3^(1/2)	≈ 1.73
1	3^1	3
2	3^2	9

يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y عند 1. إذا المقطع من المحور الرأسي y هو 1. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية وال المدى هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة. لاحظ أن التمثيل البياني يقترب من المحور الأفقي x ولا توجد تقاطع مع المحور الأفقي x . التمثيل البياني متزايد على المجال كله.

تكوين موجّه

1. مثل بيانيًا $y = 7^x$. أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

الدوال بالصيغة $y = ab^x$ حيث $a > 0, b > 1$ تُسمى **دوال النمو الأسّي** وكلها لها نفس شكل التمثيل البياني كما في المثال 1. الدوال بالصيغة $y = ab^x$ حيث $0 < b < 1$ و $a > 0$ تُسمى **دوال الاضمحلال الأسّي** ولها أيضًا الشكل العام نفسه.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-1 إيجاد قيمة التعابير العددية التي تتضمن أسًا.

الدرس 2-1 تمثيل الدوال الأسية بيانيًا. تحديد البيانات التي تعرض سلوكًا أسّيًا.

بعد الدرس 2-1 حل المسائل التي تحتوي على نمو و اضمحلال أسّي.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

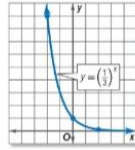
اطرح السؤال التالي:

- كيف تختلف هذه المعادلة عن المعادلة الخطية؟ المتغير المستقل x عبارة عن أس.
- ما قيمة y عندما تكون $x = 0$ ؟ $y = 3$
- هل يمكن أن تكون قيمة y 0 أبدًا؟ لا

نصيحة دراسية
 إذا كانت قيمة $a < 0$ من 0 ، فسيعكس التمثيل البياني بالمحور الأفقي x .

مثال 2 التمثيل بيانياً باستخدام $a > 0$ و $1 < b < 0$

مثلاً بيانياً $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والبدى.



x	$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	y
-2	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$	9
0	$\left(\frac{1}{3}\right)^0$	1
2	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\frac{1}{9}$

المقطع من المحور الرأسي y هو 1. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية والبدى هو جميع الأعداد الموجبة. لاحظ أنه مع زيادة x ، تتناقص قيم y بسرعة أقل.

تبرير موجّه

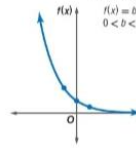
2. مثلاً بيانياً $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والبدى.

يمكن تلخيص الخصائص الأساسية للتمثيلات البيانية للدوال الأسية كالآتي:

المفهوم الأساسي التمثيلات البيانية للدوال الأسية

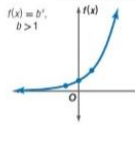
دوال النمو الأسّي

المعادلة: $f(x) = ab^x$, $a > 0$, $0 < b < 1$
 المجال: x ، جميع الأعداد الحقيقية، جميع الأعداد الحقيقية الموجبة
 نقاط التقاطع: نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y . لا توجد نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x
 السلوك الطرفي: مع زيادة x ، تقترب $f(x)$ من 0، مع تناقص x ، تزيد $f(x)$



دوال النمو الأسّي

المعادلة: $f(x) = ab^x$, $a > 0$, $b > 1$
 المجال: x ، جميع الأعداد الحقيقية، جميع الأعداد الحقيقية الموجبة
 نقاط التقاطع: نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y . لا توجد نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x
 السلوك الطرفي: مع زيادة x ، تزيد $f(x)$ ، مع انخفاض x ، تقترب $f(x)$ من 0



تحدث الدوال الأسية في الكثير من مواقف الحياة اليومية.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الدوال الأسية في حل المسائل



[-50, 50] scl: 10 by [0, 350] scl: 25

الصودا تمثل الدالة $C = 179(1.029)^t$ مقدار الصودا المستهلك في العالم، حيث C هي المقدار المستهلك بالهليار لتر t هي عدد السنوات منذ عام 2000.

أ. مثل الدالة بيانياً. ما قيم C ذات المعنى في سياق المسألة؟

بما أن t تمثل الزمن، $t > 0$. عندما تكون $t = 0$ ، يبلغ الاستهلاك 179 مليار لتر. ولهذا، ففي سياق هذه المسألة، $C > 179$ ذات معنى.



الربط بالحياة اليومية

الولايات المتحدة هي أكثر مستهلك للصودا في العالم. في أحد الأعوام مؤخرًا، كان استهلاك الولايات المتحدة يمثل ثلث إجمالي استهلاك العالم من الصودا.

المصدر: معهد برونز ورايد ووتش

1 تمثيل الدوال الأسية بيانياً

المثال 1 يوضح كيفية تمثيل الدالة الأسية بيانياً عندما تكون $a > 0$ و $b > 1$.

المثال 2 يوضح كيفية تمثيل دالة أسية بيانياً عندما تكون $a > 0$ و $0 < b < 1$.

المثال 3 يوضح كيفية استخدام دالة أسية في حل مسألة من الحياة اليومية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1. مثلاً بيانياً $y = 4^x$. احسب قيمة

نقطة التقاطع y وحدد المجال

والبدى. نقطة التقاطع y .

$D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{ \text{كل الأعداد الموجبة} \}$



2. مثلاً بيانياً $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. احسب قيمة

نقطة التقاطع y وحدد المجال

والبدى. نقطة التقاطع y .

$D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{ \text{كل الأعداد الموجبة} \}$



أفتم!

مفاهيم خاطئة لدى الطلاب تأكد من فهم

الطلاب لأن التمثيلات البيانية للدوال الأسية

لا تلمس المحور الأفقي x قط. وأنه من

المقبول بالنسبة للتمثيلات البيانية المرسومة

باليد أن تعرض التمثيل البياني أعلى وبالتوازي

تقريباً مع المحور الأفقي x طالما أن الطلاب

يعرفون جيداً أن التمثيل البياني يقترب بشكل

لا نهائي من المحور دون أن يلمسه.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية أنشئ قالباً من أجل

جدول القيم، وأسحب شبكة الإحداثيات على

اللوحة.

اكتب دالة واجعل الطلاب يكملوا جدول القيم.

ثم اجعلهم يرسموا التمثيل البياني للدالة.

b. كم كان مقدار استهلاك الصودا في عام 2005?
 $C = 179(1.029)^t$
 $= 179(1.029)^5$
 ≈ 206.5
 استخدم حاسبة.
 كان استهلاك العالم من الصودا في عام 2005 يبلغ 206.5 مليار لتر تقريبا.

تبرين هوجه

3. علم الأحياء يتضاعف عدد نوع معين من البكتيريا كل 20 دقيقة. بدءا بـ 10 خلايا في مزرعة، يمكن تمثيل العدد بالدالة $B = 10(2)^{\frac{t}{20}}$ حيث B هي عدد خلايا البكتيريا t هي الزمن بزيادات مقداراها 20 دقيقة. كم سيبلغ العدد بعد ساعتين؟

2 تحديد السلوك الأسّي
 تذكر من الدرس 2-3 أن الدوال الخطية لها معدل تغير ثابت. ليس للدوال الأسية معدلات تغير ثابتة، لكن لها نسب ثابتة.

مثال 4 تحديد السلوك الأسّي

حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. ولماذا؟

x	0	5	10	15	20	25
y	64	32	16	8	4	2

الطريقة 1 البحث عن نمط.

تقع قيم المجال على مسافات منتظمة تبلغ 5. ابحث عن عامل مشترك بين قيم البدئ.

$$64 \quad 32 \quad 16 \quad 8 \quad 4 \quad 2$$

$$\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

تختلف قيم البدئ حسب العامل المشترك $\frac{1}{2}$.

بما أن قيم المجال تقع على مسافات منتظمة وتختلف قيم البدئ حسب عامل مشترك موجب، فربما تكون البيانات أسية. قد تتضمن معادلتها $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}$.

الطريقة 2 مقل البيانات بيانيا.

ارسم النقاط وصلها بواسطة منحنى منتظم.

يوضح التمثيل البياني قيمة سرعة التناقص y مع زيادة x . هذه صفة في السلوك الأسّي يتراوح فيها الأساس بين 0 و 1.

تبرين هوجه

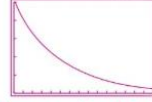
4. حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. اشرح السبب.

x	0	3	6	9	12	15
y	12	16	20	24	28	32

McGraw-Hill Education © حقوق النشر محفوظة لجميع الحقوق محفوظة

نصيحة في حل المسائل

وضع قائمة مرتبة
 بعد وضع قائمة مرتبة لقيم x وقيم y المقابلة لها في تمثيل الدالة بيانياً، يمكن أن يساعدك هذا أيضاً في تحديد الأساط في البيانات.



$[0, 15]$ scl: 1 by $[0, 25,000]$ scl: 500
 $V \leq 25,000$ القيم
 و $t \geq 0$ هي التي تكون ذات معنى.

b. ماذا ستكون قيمة السيارة بعد مرور خمسة أعوام؟ نحو AED 9270

2 تحديد السلوك الأسّي

المثال 4 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت مجموعة بيانات تعرض سلوكًا أسّيًا.

مثال إضافي

4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات

الموضحة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. وضح السبب وراء نعم أو لا.

x	0	10	20	30
y	10	25	62.5	156.25

تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، كما أن لقيم البدئ عامل مشترك هو 2.5. ومن ثم، من المحتمل أن تكون المجموعة أسية. كذلك، يوضح التمثيل البياني القيم المتزايدة بسرعة لقيمة y في حالة تزايد قيمة x .

التدريس المتقدم BL OL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي اطلب من الطلاب أن يكتبوا مقارنة بين الدالة الأسية والدالة الخطية.

المتابعة

استكشف الطلاب وضع النماذج باستخدام الدوال الأسية.

اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكن لنماذج الرياضيات أن تساعدك في اتخاذ قرارات سليمة؟
- الإجابة النموذجية: يمكن استخدام نماذج الرياضيات للمقارنة بين الخيارات المختلفة المتاحة. علاوة على تأثير أي خيار منها إذا ما تم اختياره.

نصيحة دراسية

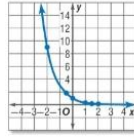
التضاليل الأسية تأخذ من عدم الخلط بين تعبير الأعداد التمدد الذي تكون فيه $101 < 1$ والتضاليل الأسية والذي تكون فيه $0 < b < 1$.

مثال 6: تمثيل دوال التضاليل الأسية بيانياً

مثل كل دالة بيانياً. اذكر المجال والبدى.

a. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
-3	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$
-2	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$
$-\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$
0	$\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$
1	$\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{27}}$
2	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$



المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. والبدى هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.

b. $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 3$

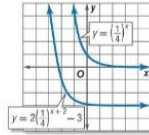
تمثل المعادلة تحويلاً للتمثيل البياني لـ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

افحص كل نقطة.

- $a = 2$ ، التمثيل البياني ممتد رأسياً.

- $h = -2$ ، تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار وحدتين إلى اليسار.

- $k = -3$ ، تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل.



المجال هو كل الأعداد الحقيقية. والبدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من -3.

تمرين موجّه 6A، 6B. انظر الهامش.

6A. $y = -3\left(\frac{2}{5}\right)^{x-4} + 2$

6B. $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$

كما هو الحال بالنسبة للنمو الأسى، يمكنك أيضاً تمثيل التضاليل الأسى بتناقض ثابت للنسبة المتوالية على مدار فترات زمنية محددة باستخدام الدالة التالية.

$A(t) = a(1 - r)^t$

يطلق على أساس التعبير الأسى، $f - 1$ ، اسم **عامل التضاليل**.

تدريس الممارسات في الرياضيات

المثيرة الطلاب الماهرون في الرياضيات يحلون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف الخاصة بالسئلة. في التمرين 41، قد يواجه الطلاب صعوبة حيث يكون لديهم نقطتان فحسب. اقترح عليهم أن يبدؤوا بالصيغة العامة للمعادلة الأسية التالية $y = ab^x$.

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يدونوا رأيهم في ارتباط الدوال الأسية بالدرس التالي، وهو الذي يتطرق لمناقشة مسائل من الحياة اليومية تتعلق بالنمو والاضمحلال.

إجابات إضافية

43. الإجابة النموذجية: يمكن التعبير عن عدد الفرق التي تتنافس في دوري كرة السلة بالمعادلة $y = 2^x$ حيث يمثل عدد الفرق المتنافسة في y ويمثل عدد الجولات في x . نقطة تقاطع y في تقاطع التمثيل البياني هي 1. ويزداد التمثيل البياني بسرعة عند $x > 0$. في النموذج الأساسي، كل فريق يشارك في الدوري سيلعب جميع الفرق الأخرى. إذا ما تم عمل نموذج للسياريو باستخدام دالة خطية، فإن كل فريق يشارك سيلعب عددًا ثابتًا من الفرق.



45. الإجابة النموذجية: أولاً، ابحث عن نمط من خلال التأكد من أن قيم المجال تقع على مسافات منتظمة وأن قيم المدى تختلف بعامل مشترك.

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 مثل كل دالة بيانيًا. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

- $y = 2^x$
- $y = -5^x$
- $y = -\left(\frac{1}{5}\right)^x$
- $y = 3\left(\frac{1}{4}\right)^x$
- $f(x) = 6^x + 3$
- $f(x) = 2 - 2^x$

7. علم الأحياء تمثل الدالة $f(t) = 100(1.05)^t$ نمو أعداد ذبابة الماكهة، حيث $f(t)$ هي الذباب t هي الزمن بالأيام. **مثال 3** ما قيم المجال وال المدى المقولة في سياق هذا الموقف؟ اشرح.

b. بعد أسبوعين، كم يبلغ تقريبًا عدد الذباب في هذا التجمع؟

مثال 4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. اشرح لم أو لا.

8.

x	1	2	3	4	5	6
y	-4	-2	0	2	4	6

9.

x	2	4	6	8	10	12
y	1	4	16	64	256	1024

مثال 5 مثل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال وال المدى. **8-11 انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

- $f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$
- $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$
- $f(x) = -\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^{x-4} + 3$
- $f(x) = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{x+6} + 7$

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 مثل كل دالة بيانيًا. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

- $y = 2x \cdot 8^x$
- $y = 2x \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x$
- $y = \left(\frac{1}{12}\right)^x$
- $y = -3x \cdot 9^x$
- $y = -4x \cdot 10^x$
- $y = 3x \cdot 11^x$
- $y = 4^x + 3$
- $y = \frac{1}{2}(2^x - 8)$
- $y = 5(3^x) + 1$
- $y = -2(3^x) + 5$

24. استخدام النماذج يزيد عدد البكتيريا في مزرعة وفقًا للنموذج $p = 300(2.7)^{0.02t}$ حيث t هي عدد الساعات $t = 0$ تعادل الساعة 9:00 صباحًا.

- استخدم هذا النموذج لتقدير عدد البكتيريا الساعة 11 صباحًا.
- مثل الدالة بيانيًا واذكر اسم نقطة التقاطع p . صف ما تثلله نقطة التقاطع p وصف مجال ومدى منطقتين لهذا النموذج.

مثال 4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. اشرح السبب.

25.

x	-4	0	4	8	12
y	2	-4	8	-16	32

26.

x	-6	-3	0	3
y	5	10	15	20

27.

x	-8	-6	-4	-2
y	0.25	0.5	1	2

28.

x	20	30	40	50	60
y	1	0.4	0.16	0.064	0.0256

103

التدريس المتمايز

التوسع قدّم للطلاب هذا السيناريو: رجل حكيم طلب من حاكمه أن يوفر الأرز لشعبه. طلب الرجل الحكيم من الحاكم أن يعطيه حبتين من الأرز في المربع الأول من لوحة الشطرنج، و 4 حبات في المربع الثاني، وهكذا مضاعفًا كمية الأرز في كل مربع من مربعات لوحة الشطرنج.

اطرح السؤال التالي:

- كم عدد حبات الأرز التي سيحصل عليها الرجل الحكيم في المربع الرابع والستين على لوحة الشطرنج؟ 2^{64} أو نحو 1.84×10^{19} حبات
- إذا كان رطل الأرز يحتوي على 24,000 حبة، فكم عدد أطنان الأرز التي سيحصل عليها الرجل الحكيم في اليوم الأخير؟ (تلميح: الطن الواحد = 1,000 كيلوجرام) نحو 3.84×10^{11} طنًا

c. أوجد تفسير $d(1.005)^{121}$ لنشرح كيفية تأثير مبلغ الادعاء الأصلي على قيمة استثمار محيد.

36. $5x + y = 8$

صف التمثيل البياني لكل معادلة كتحويل للتمثيل البياني $y = 2^x$.

40. $y = -\frac{1}{2}(2)^x$

43. $y = -5(2)^x$

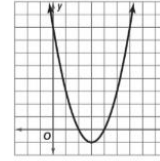
McGraw-Hill Education لا يضمن أو يوافق ©

48. **التعبير:** استخدم الجداول والتمثلات البانية للمقارنة والمقابلة بين الدالة الأسية $f(x) = ab^x + c$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$ والدالة الخطية $g(x) = ax + c$. اذكر نقاط التقاطع، والفترات التي تكون فيها الدوال متزايدة أو متناقصة أو موجبة أو سالبة، والقيم العظمى والصغرى النسبية، والتناظر، والسلوك الطرفي.

104 | الدرس 1-2 | الدوال الأسية

تدريب على الاختبار المعياري

50. إجابة قصيرة ما تقاطع مع المحور الأفقي x في الدالة المبينة بيانياً أدناه؟



51. استثمر مازن AED 300 في حساب ادخار. تمثل المعادلة $A = 300(1.005)^{12t}$ المبلغ في حساب مازن A بعد t سنوات. ما المبلغ الذي سيكون في حساب مازن بعد 7 أعوام؟

- A AED 25,326 C AED 385.01
B AED 456.11 D AED 301.52

52. الهندسة وضعت ثورا قطعة ورق دائرية على صورة مربعة كما يظهر بالأعلى. إذا شددت الصورة 4 سنخيمترات خارج الدائرة من كل جانب، فما محيط الصورة المربعة؟



- F 64 cm H 94 cm
G 80 cm J 112 cm

53. تقع النقطتان اللتان إحداثياتهما $(0, -3)$ و $(2, 7)$ على المستقيم l . يحتوي المستقيم p على $(-1, 3)$ وهو متعامد على المستقيم l . ما الإحداثي الأفقي x للنقطة التي تقاطع عندها l مع p ؟

- A $\frac{1}{2}$ B $-\frac{2}{5}$
C $-\frac{1}{2}$ D -3

مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل ناتج ضرب. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي بالصيغة القياسية.

54. $(1.9 \times 10^2)(4.7 \times 10^6)$ 55. $(4.5 \times 10^{-3})(5.6 \times 10^4)$ 56. $(3.8 \times 10^{-4})(6.4 \times 10^{-8})$

بسط.

57. $\sqrt[3]{343}$ 58. $\sqrt[4]{729}$ 59. $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$
60. $729^{\frac{5}{6}}$ 61. $216^{\frac{5}{3}}$ 62. $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{3}{2}}$

63. سباق الهمد عندما تصطدم سيارة بجسم. يُقاس التلف بأثر الاصطدام. بالنسبة لسيارة معينة، يتحدد أثر الاصطدام I بواسطة $I = 2v^2$ حيث v تمثل السرعة بالكيلومتر في الدقيقة. ما أثر الاصطدام إذا كانت سرعة السيارة تبلغ 4 كيلومترات في الدقيقة؟

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام ثوابت.

64. $x + y = -3$ 65. $3a + b = 5$ 66. $3x - 5y = 16$
 $x - y = 1$ $2a + b = 10$ $-3x + 2y = -10$

مراجعة المهارات

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

67. 1, 3, 5, 7, ... 68. -6, -4, -2, 0, ... 69. 6.5, 9, 11.5, 14, ...
70. 10, 3, -4, -11, ... 71. $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \dots$ 72. $1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$



مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الأسية

2-1

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات الأسية من خلال التمثيل البياني أو من خلال استخدام خاصية الجدول. وللتأكد من ذلك، سوف نكتب المعادلات في صيغة أنظمة معادلات.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات والمتباينات الأسية.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

نصائح للتدريس

- في النشاط 1، ذكر الطلاب بأنه من أجل أن يدخلوا $3^x + 4$ ، فيسكنون حاجة إلى استخدام مفتاح \wedge من أجل التعبير عن الأس واستخدام السهم المتجه لأسفل قبل إدخال $+ 4$.
- عند تغيير إعدادات النوافذ، استخدم المفتاح tab للانتقال من حقل إلى آخر.
- في النشاط 2، سيجتاز الطلاب إلى استخدام المفتاح tab من أجل نقل المؤشر إلى سطر الإدخال للكتابة $f(2(x))$.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الصف إلى مجموعات ثنائية. واعمل مع الصف على إتمام النشاط 1 والنشاط 2. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال التمارين من 1 إلى 9 والنشاطين 2 و 3.

تهين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 10 إلى 12.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الأدوات الطلاب الباهرون في علم الرياضيات على دراية كافية بالأدوات المناسبة لاتخاذ قرارات حكيمة وسليمة عن الوقت المناسب لاستخدام كل أداة. وهم يدركون كذلك الفكرة التي يكتسبونها والحدود الموضوعية لهم. وضح أن الأنشطة 2 و 3 و 4 تقدم طرقاً متعددة لحل المعادلات والمتباينات. ناقش معهم الوقت المناسب لاستخدام الطرق وأدوات التكنولوجيا المتاحة.

النشاط 1

حل $3^x - 4 = \frac{1}{9}$



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

مثل كل طرف من المعادلة بيانياً في صورة دالة منفصلة. أدخل $3^x - 4$ باعتبارها Y_1 . تأكد من تضمين قوسين حول الأس. أدخل $\frac{1}{9}$ باعتبارها Y_2 . ثم مثل المعادلتين بيانياً.

الخطوة 1

الخطوة 2

استخدم خاصية **Intersect**. يمكنك استخدام خاصية **Intersect** (تقاطع) من شاشة **CALC** (حساب) لتقريب الزوج المرتب الخاص بالنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلات البيانية. تين شاشة الحاسبة أن الإحداثي x للنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلان هو 2. لذا، فإن حل المعادلة هو 2.



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

الخطوة 3

استخدم خاصية TABLE

يمكنك أيضاً استخدام خاصية **TABLE** (الجدول) لتحديد موقع النقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان.

يظهر الجدول قيم x وقيم y المتساوية لكل تمثيل بياني. اخص الجدول للعثور على قيمة x التي تساويها قيم y في التمثيلات البيانية.

عند $x = 2$ تكون لكنتا الدالتين قيمة y تبلغ $0.\bar{3}$ أو $\frac{1}{3}$ وبالتالي، فإن حل المعادلة هو 2.

تحقق عوض بالعدد 2 عن x في المعادلة الأصلية

$$3^x - 4 \neq \frac{1}{9}$$

المعادلة الأصلية

$$3^2 - 4 \neq \frac{1}{9}$$

عوض بالعدد 2 عن x .

$$3 - 2 \neq \frac{1}{9}$$

بسط.

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{9} \checkmark$$

تم التحقق من الحل.

(تتبع في الصفحة التالية)

يمكن استخدام إجراء مماثل لحل المتباينات الأسية.

استخدم التمارين من 13 إلى 15 لتقويم معرفة الطلاب بحل المعادلات المتباينات الأسية.

اطلب من الطلاب تلخيص استخدام التكنولوجيا لإيجاد الحلول للدوال المتباينات الأسية.

$$2^{x-2} \geq 0,5^{x-3} \quad \text{حل}$$

$$2^{x-2} \geq 0,5^{x-3} \quad \text{حل}$$

أدخل المتباينات ذات الصلة.

أدخل المتباينات ذات الصلة.

أعد كتابة المسألة في صورة نظام متباينات.

المتباينة الأولى هي $y \geq 2x - 2$ و $y \leq 2x - 2$ ، وما أن هذه المتباينة تتضمن علامة أقل من أو يساوي، فيجب أن نطابق أسفل المحسى.

ENTER

أدخل الحد أولاً ثم استخدم السهم وماترناج

اختيار أيقونة "التطليل أسفل".

المتباينة الثانية هي $y \geq 0.5 - x$ ، نطابق فوق المحسى لأن هذه المتباينة تحتوي على علامة أكبر من أو يساوي.

$$Y = \frac{X_{T,0,n} - 2}{5} \left(\frac{X_{T,0,n} - 3}{2} \right)$$

مثل النظام بيانًا.

قيم x للنقاط الواقعة في المنطقة التي تتداخل فيها المناطق المظلمة هي مجموعة حل المتباينة الأصلية. وباستخدام خاصية **intersect** (تقاطع)، يمكنك استنتاج أن مجموعة الحل هي $\{x | x \geq 2.5\}$.

استخدم خاصية TABLE

تحقق باستخدام خاصية TABLE (الجدول). وتم إعادة الجدول لإظهار قيم x بزيادات تساوي 0.5. خطوات العملية على الحاسبة: **2nd** [TBLSET] **0** **ENTER** **0.5** **ENTER** **2nd** [TABLE]. لاحظ أنه بالنسبة لقيم x التي تكون أكبر من $x = 2.5$ ، فإن $y_1 > y_2$ وهذا يؤكد أن حل المتباينة يكون $\{x | x \geq 2.5\}$.

10. نظراً لأن النظام يتكون من التعابير الموجودة على كلا طرفي المعادلة الأصلية أو المتباينة، فإن أي قيم تكون حلولاً للنظام سوف تحقق المعادلة الأصلية أو المتباينة.

حُلَّ كلِّ معادلة أو متباينة.

1. $9x^{-1} = \frac{1}{81} -1$ 2. $4^x + 3 = 2^{5x} 2$ 3. $5^x - 1 = 2^x 1.76$
4. $3.5^x + 2 = 1.75^x + 3 -1.2$ 5. $-3^x + 4 = -0.5^{2x} + 3 -2.6$ 6. $6^2 - x - 4 < -0.25^x - 2.5 \{x | x > 18\}$
7. $16^{x-1} > 2^{2x+2} \{x | x > 3\}$ 8. $3^x - 4 \leq 5^{\frac{x}{2}} \{x | x < 2\}$ 9. $5^x + 3 \leq 2^x + 4 \{x | x \leq -2.2\}$

10. **الكتابة في الرياضيات** وضح سبب عمل هذه التقنية الخاصة بتمثيل نظام معادلات أو متباينات بيانياً على حل المعادلات والمتباينات الأسية.

تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية

2-2



- المسابق** ● مكنت الدوال الخطية والتربيعية والأسية بيانياً.
- الحالي** ● تحديد الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة.
- لماذا؟** ● بيع فريق الجولف في كل سنة الحلوى لجميع المال لجيديات الحيرية. ومن خلال معرفة نوع الدالة الذي يمثل مبيعات الحلوى، يمكنك تحديد أفضل سعر للحلوى.

ممارسات في الرياضيات
محاولة إيجاد البنية واستخدامها

1 تحديد الدوال يمكنك استخدام الدوال الخطية والدوال التربيعية والدوال الأسية لتمثيل البيانات. فيما يلي قائمة بالصيغ العامة للمعادلات وتشيل بياني لكل نوع من الدوال.

ملخص المفهوم الدوال الخطية وغير الخطية		
الدالة الأسية	الدالة التربيعية	الدالة الخطية
$y = ab^x$ حيث $b > 0$	$y = ax^2 + bx + c$	$y = mx + b$

McGraw-Hill Education © جميع الحقوق محفوظة

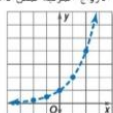
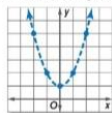
مثال 1 اختيار نموذجاً باستخدام تمثيل النماذج

مثل بيانياً كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية.

- a. $\{(-2, 5), (-1, 2), (0, 1), (1, 2), (2, 5)\}$ b. $\{(-2, \frac{1}{4}), (-1, \frac{1}{2}), (0, 1), (1, 2), (2, 4)\}$

يظهر أن الأزواج المرتبة تمثل دالة تربيعية.

يظهر أن الأزواج المرتبة تمثل دالة أسية.



تمرين موجّه

- 1A. $(-2, -3), (-1, -1), (0, 1), (1, 3)$

- 1B. $(-1, 0.25), (0, 1), (1, 4), (2, 16)$

أسية

1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 2-2 ارسم الدوال الخطية والتربيعية والأسية بيانياً.

الدرس 2-2 عرف الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة. اكتب المعادلات التي تشكل هذه البيانات.

بعد الدرس 2-2 ارسم معادلات التنوع المباشرة وحلها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ في الدرس.

أسأل:

- إذا كانت بيانات تكلفة 1-4 أرطال من الحلوى التابعة تنتج عنها البيانات التالية، فهل هذه متتالية هندسية؟

لا

الأرطال	1	2	3	4
السعر (in AED)	4	8	12	16

- ما هو الفرق المشترك لهذه المتتالية؟ 4

- ما المعادلة التي تمثل هذه الدالة؟ $y = 4x$ حيث تكون $x =$ عدد الأرطال و $y =$ السعر

1 تعريف الدوال

مثال 1 بين طريقة استخدام الرسم البياني لمجموعة أزواج من الأوامر لتحديد ما إذا كانت البيانات تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية. **مثال 2** بين كيفية البحث عن نمط في جدول القيم لتحديد ما إذا كانت البيانات تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية.

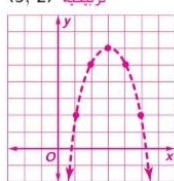
التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

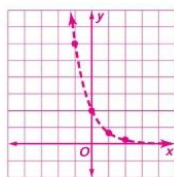
1 قم بعمل رسم بياني لكل مجموعة من أزواج الأوامر. حدد ما إذا كانت أزواج الأوامر تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية.

a. (1, 2), (2, 5), (3, 6), (4, 5), (5, 2)



b. $(-1, 6)$, $(0, 2)$, $(1, \frac{2}{3})$

(2, $\frac{2}{9}$) أسية



طريقة أخرى لتحديد بصرف أي نموذج يصف البيانات أفضل هو استخدام الأنماط. تُسمى فروق قيم y المتتالية الفروق الأولى. تُسمى فروق الفروق الأولى المتتالية الفروق الثانية. إذا كانت جميع فروق قيم y المتتالية متساوية، فإن الدالة تمثل دالة خطية. إذا كانت الفروق الثانية متساوية جميعًا، ولكن الفروق الأولى غير متساوية، فإن البيانات تمثل دالة تربيعية. إذا كانت نسبة قيم y المتتالية متساوية جميعًا، و $x \neq 1$ ، فإن البيانات تمثل دالة أسية.

مثال 2 اختيار نموذجًا باستخدام الفروق أو النسب

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات.

a.	x	-2	-1	0	1	2
	y	-8	-3	2	7	12

الفروق الأولى: $-8, -3, 2, 7, 12$
 $\begin{matrix} & -8 & -3 & 2 & 7 & 12 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{matrix}$

بما أن الفوارق الأولى متساوية جميعها، فإن جدول القيم يمثل دالة خطية.

b.	x	-1	0	1	2	3
	y	8	4	2	1	0.5

الفروق الأولى: $8, 4, 2, 1, 0.5$
 $\begin{matrix} & 8 & 4 & 2 & 1 & 0.5 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & -4 & -2 & -1 & -0.5 & \end{matrix}$

الفروق الأولى ليست جميعها متساوية، إذًا، لا يمثل جدول القيم دالة خطية. أوجد الفروق الثانية وقارن.

الفروق الثانية: $-4, -2, -1, -0.5$
 $\begin{matrix} & -4 & -2 & -1 & -0.5 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 2 & 1 & 0.5 & \end{matrix}$

الفروق الثانية ليست جميعها متساوية، إذًا، لا يمثل جدول القيم دالة تربيعية. أوجد نسب قيم y ثم قارن.

النسب: $\frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{1}{0.5} = 2$
 $\begin{matrix} 8 & 4 & 2 & 1 & 0.5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{4}{8} = \frac{1}{2} & \frac{2}{4} = \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2} & \end{matrix}$

نسب قيم y المتتالية متساوية، وبالتالي، يمكن تمثيل جدول القيم عن طريق دالة أسية.

تمرين موجّه

2A.	x	-3	-2	-1	0	1
	y	-3	-7	-9	-9	-7

تربيعية

2B.	x	-2	-1	0	1	2
	y	-18	-13	-8	-3	2

خطية

2 كتابة المعادلات عندما تجد النموذج الأفضل في وصف البيانات، فيمكن كتابة معادلة للدالة بالنسبة للدالة التربيعية في هذا الدرس. سيكون للمعادلة هذه الصيغة $y = ax^2$.

التدريس بالتكنولوجيا

تسجيل مقاطع الفيديو قم بإعداد مقدمة في مقطع فيديو صغير لعرضه في بداية الوحدة. ومن ثم التوضيح من خلال أمثلة إضافية مع الوحدة.

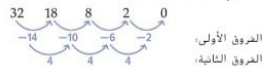
التركيز على المحتوى الرياضي

الأنماط في البيانات بالنسبة لجدول القيم كي يكون مفيداً في تحديد أي تمثيل يصف مجموعة البيانات على نحو أفضل، يجب أن تزيد القيم x أو تقل بمقدار ثابت. وإذا لم يكن الأمر كذلك، فلا يمكن استخدام الطرق الموضحة في هذه الصفحة بعد ذلك.

مثال 3 كتابة معادلة

حدد نوع النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

الخطوة 1 حدد أي نموذج يلائم البيانات.



بما أن الفروق الثانية متساوية، فإن الدالة الخطية تمثل البيانات.

الخطوة 2 اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

المعادلة لها الصيغة التالية $y = ax^2$. أوجد قيمة a عن طريق اختيار زوج واحد من الأزواج المرتبة. لنستخدم (2, -1).

$$y = ax^2 \quad \text{معادلة للدالة التربيعية}$$

$$-1 = a(-1)^2 \quad x = -1 \text{ و } y = -1$$

$$-1 = a$$

$$y = -x^2 \quad \text{المعادلة التي تمثل البيانات هي}$$

تدربين موجه

3A.

x	-2	-1	0	1	2
y	11	7	3	-1	-5

3B.

x	-3	-2	-1	0	1
y	0.375	0.75	1.5	3	6

انتبه!

إيجاد a في المثال 3. y يمكن استخدام النقطة (0, 0) لإيجاد قيمة a . سيضع عليك تقسيم كل طرف على 0. ما يعطيك قيمة غير محددة لـ a .

مثال إضافي

2 ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع تمثيل يصف البيانات على نحو أفضل.

a.

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	1	3	5	7

خطية

b.

x	-2	-1	0	1	2
y	36	12	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{9}$

أسية

2 اكتب المعادلات

مثال 3 بين طريقة كتابة معادلة لدالة مشكّلة عن طريق مجموعة بيانات.

مثال 4 بين طريقة كتابة دالة تشكّل بيانات من العالم الواقعي.

أمثلة إضافية

3 حدد أي نوع تمثيل يصف البيانات على نحو أفضل. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

x	0	1	2	3	4
y	-1	-8	-64	-512	-4096

$$y = -(8)^x \quad \text{أسية}$$

4 الكاراتيه يبين الجدول عدد الأطفال المسجلين في فئة الهيتدين لتعلم الكاراتيه لمدة أربع سنوات متتالية. حدد أي نوع تمثيل يمثل البيانات. ثم اكتب معادلة تمثل هذه البيانات.

الوقت (أعوام)	0	1	2	3	4
عدد الملتحقين	8	11	14	17	20

$$y = 3x + 8 \quad \text{خطية}$$

نصائح للمعلمين الجدد

التحقق من المعادلة شجّع الطلاب أن يتحققوا من أن الأزواج المرتبة تعي بالمعادلة المكتوبة.

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة معادلة لموقف من الحياة اليومية

نادي الكتاب يوضح الجدول عدد أعضاء نادي الكتاب لأربع سنوات متتالية. حدد أي نموذج هو الأفضل في تمثيل البيانات. ثم اكتب دالة تمثل البيانات.

الوقت (السنوات)	0	1	2	3	4
الأعضاء	5	10	20	40	80

الاستيعاب يجب علينا إيجاد نموذج للبيانات. وبعد ذلك نكتب دالة.

الخطوة إيجاد نموذج باستخدام الفروق المتتالية أو النسب. وبعد ذلك استخدام الصيغة العامة للمعادلة لكتابة دالة.

الحل النسبة الثابتة هي 2. هذه قيمة القاعدة. تمثل الدالة الأسية بالصيغة $y = ab^x$ البيانات.

$$y = ab^x \quad \text{معادلة للدالة الأسية}$$

$$5 = a(2)^0 \quad b = 2 \text{ و } b = 2$$

$$5 = a$$

$$y = 5 \cdot 2^x \quad \text{الدالة التي تمثل البيانات هي}$$

تحقق استخدمت (0, 5) لكتابة الدالة. تحقق أن كل زوج مرتب آخر يحقق المعادلة.

تدربين موجه

عدد الخطوط	5	6	7	8
التكلفة الإجمالية (AED)	14.50	16.60	18.70	20.80

4. إعلانات يوضح الجدول تكلفة وضع إعلان في صحيفة. حدد النموذج الذي يصف البيانات بأفضل صورة واكتب دالة تمثل البيانات.

$$C = 2.1n + 4 \quad \text{خطية}$$



الربط بالحياة اليومية

أظهر استطلاع أجرته الجمعية الوطنية للتعليم أن 87% من جميع المراهقين المشاركين في الاستطلاع وجدوا أن القراءة باعثة على الاسترخاء. وراي 85% أن القراءة مفيدة. ووجد 79% أن القراءة ممتعة. المصدر: Society American Demographics

التدريس المتميز

الطلاب اللغويين/اللغويين اطلب من الطلاب كتابة قائمة نصائح لمساعدة أي شخص في تحديد التمثيل الذي يصف مجموعة البيانات وكتابة معادلة دالة على نحو أفضل.

3 التمارين

التقويم التكويني

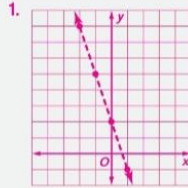
استخدم التمارين 1-13 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات المنزلية لطلابك.

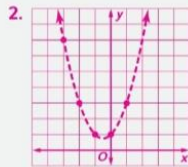
تنبيه حول التمارين

ورق الرسم البياني بالنسبة للتمارين 1-4 و 14-19 و 27. سيحتاج الطلاب إلى ورق رسم بياني.

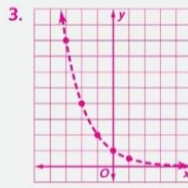
إجابات إضافية



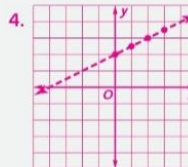
خطية



تربيعية



أسية



خطية

التحقق من فهمك

مثّل بيانيًا كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية. 1-4. انظر الهامش.

مثال 1

1. $(-2, 8), (-1, 5), (0, 2), (1, -1)$
2. $(-3, 7), (-2, 3), (-1, 1), (0, 1), (1, 3)$
3. $(-3, 8), (-2, 4), (-1, 2), (0, 1), (1, 0.5)$
4. $(0, 2), (1, 2.5), (2, 3), (3, 3.5)$

مثال 2

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات.

5.

x	0	1	2	3	4
y	5	8	17	32	53

تربيعية

6.

x	-3	-2	-1	0
y	-6.75	-7.5	-8.25	-9

خطية

7.

x	-1	0	1	2	3
y	3	6	12	24	48

أسية

8.

x	3	4	5	6	7
y	-1.5	0	2.5	6	10.5

تربيعية

مثال 3

حدد نوع النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

9.

x	-1	0	1	2	3
y	1	3	9	27	81

أسية

10.

x	-5	-4	-3	-2	-1
y	125	80	45	20	5

تربيعية: $y = 5x^2$

11.

x	-3	-2	-1	0	1
y	1	1.5	2	2.5	3

خطية

12.

x	-1	0	1	2
y	-1.25	-1	-0.75	-0.5

خطية: $y = -\frac{1}{4}x - 1$

مثال 4

13. البيانات يوضح الجدول ارتفاع أحد النباتات الأربعة أسابيع متتالية. حدد أي نوع من الدوال يُمثّل الارتفاع بأفضل صورة. ثم اكتب دالة تمثل البيانات.

الأسبوع	0	1	2	3	4
الطول (cm)	3	3.5	4	4.5	5

خطية: $y = 0.5x + 3$

التبرين وحل المسائل

مثال 1

مثّل بيانيًا كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية.

14. $(-1, 1), (0, -2), (1, -3), (2, -2), (3, 1)$
15. $(1, 2.75), (2, 2.5), (3, 2.25), (4, 2)$
16. $(-3, 0.25), (-2, 0.5), (-1, 1), (0, 2)$
17. $(-3, -11), (-2, -5), (-1, -3), (0, -5)$
18. $(-2, 6), (-1, 1), (0, -4), (1, -9)$
19. $(-1, 8), (0, 2), (1, 0.5), (2, 0.125)$

المثالان 2-3

ابحث عن النمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

20.

x	-3	-2	-1	0
y	-8.8	-8.6	-8.4	-8.2

خطية: $y = 0.2x - 8.2$

22.

x	-1	0	1	2	3
y	0.75	3	12	48	192

أسية: $y = 4 \cdot 3^x$

24.

x	0	1	2	3	4
y	0	4.2	16.8	37.8	67.2

تربيعية: $y = 4.2x^2$

21.

x	-2	-1	0	1	2
y	10	2.5	0	2.5	10

تربيعية: $y = 2.5x^2$

23.

x	-2	-1	0	1	2
y	0.008	0.04	0.2	1	5

أسية: $y = 5 \cdot 0.2^x$

25.

x	-3	-2	-1	0	1
y	14.75	9.75	4.75	-0.25	-5.25

خطية: $y = -5x - 0.25$

خيارات الواجب المنزلي المتغير

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين	
أساسي	14-26, 32-56	15-25, 36-39	14-26, 32-35, 40-56
رئيسي	15-25, 27-30, 32-56	14-26, 36-39	27-30, 32-35, 40-56
متقدم	27-56		

تدريس التمارين الرياضية

البراهين يبرهن الطلاب المتفوقون في الرياضيات على نحو استقرائي. في تمرين 32، اطلب من الطلاب البحث عن نمط.

مثال 4

26. المواقع الإلكترونية تتبع إحدى الشركات عدد زوار موقعها الإلكتروني على مدى 4 أيام. حدد أي نموذج هو الأفضل في تمثيل عدد زوار الموقع فيما يتعلق بالوقت. اكتب دالة تمثل البيانات.

اليوم	0	1	2	3	4
زوار (بآلاف)	0	0.9	3.6	8.1	14.4

27. المكالمة تعتمد تكلفة المكالمة الدولية على طول المكالمة. ووضح الجدول التكلفة حتى 6 دقائق.

طول المكالمة (بالدقيقة)	1	2	3	4	5	6
التكلفة (AED)	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72

- a. سأل البيانات بياناً وحدد أي نوع من الدوال يمثل البيانات بأفضل صورة.
b. اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات. $y = 0.12x$
c. استخدم معادلتك لتحديد تكلفة مكالمة تستغرق 10 دقائق. 1.20 AED

28. انخفاض القيمة تنخفض قيمة سيارة ما بمرور الوقت. ووضح الجدول قيمة السيارة خلال مدة من الزمن.

العام	0	1	2	3	4
القيمة (AED)	18,500	15,910	13,682.60	11,767.04	10,119.65

- a. حدد أي نوع من الدوال هو الأفضل في تمثيل البيانات. الأسية
b. اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات. $v = 18,500 \cdot (0.86)^t$
c. استخدم معادلتك لتحديد الثمن الذي تستحقه السيارة بعد 7 سنوات. 6436.66 AED

29. البكتيريا يقدر العلماء أن مزرعة بكتريا يبلغ تعدادها الأولي 12 سوف تتضاعف كل ساعة.

- a. أنشئ جدولاً يوضح تعداد البكتريا في الأربع ساعات الأولى.
b. أي نوع من النماذج يمثل البيانات بأفضل صورة؟ الأسية
c. اكتب دالة تمثل البيانات. $b = 12 \cdot 3^t$
d. كم سيصبح عدد البكتريا بعد 8 ساعات؟ 78,732

الطباعة السريعة
رسوم الإعداد 25 درهماً
المنشور الدعائي 15 فلساً

30. الطباعة تتقاضى شركة طباعة الرسوم الموضحة لطباعة المنشورات الدعائية. اكتب دالة تمثل إجمالي تكلفة المنشورات الدعائية. وحدد كم ستكون تكلفة منشوراً دعائياً.
 $C = 0.15t + 25$; AED 29.50

32. لدى الدوال الخطية فرق أول ثابت ولدى الدوال التربيعية فرق ثاني ثابت. لذا سيكون للمعادلات التكعيبية فرق ثالث ثابت.

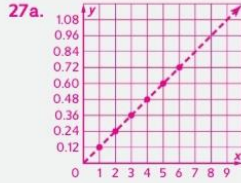
مسائل مهارات التفكير العليا: استخدام مهارات التفكير العليا

31. اكتب دالة بها فرق ثالثة ثابتة، وافتراضاً غير ثابتة، وتقاطع مع المحور الرأسي $y = -5$. وحتوي على النقطتين (2, 3). الإجابة النموذجية: $y = 2x^2 - 5$
32. الفرضيات ما نوع الدالة التي سيكون لها فرق ثالثة ثابتة ولكن ليس فرق ثالثة ثابتة؟ اشرح.
33. مسألة غير محددة الإجابة اكتب دالة خطية يكون لها فرق أول ثابت بمقدار 4. $y = 4x + 1$
34. البرهان اكتب فقرة برهان لتوضح أن الدوال الخطية تنمو بفرق متساوية خلال فترات متساوية، وأن الدوال الأسية تنمو بموادل متساوية خلال فترات متساوية. الإرشاد: افترض أن $y = ax^n$ تمثل دالة خطية وافترض أن $y = a^n$ تمثل دالة أسية. انظر الهامش.
35. الكتابة في الرياضيات كيف يمكنك تحديد ما إذا كان يمكن تمثيل مجموعة من البيانات عن طريقة دالة خطية أو دالة تربيعية أو دالة أسية؟ انظر الهامش.

4 التقييم

أخبار الأمتس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدتهم درس الأمتس المتعلق بالمعادلات التربيعية في الدرس الجديد الذي يدرسه اليوم.

إجابة إضافية



34. إذا كان أحد الحدود الخطية هو ax ، فإن الحد التالي هو $a(x+1)$. الفرق بين الحدين هو $a(x+1) - ax = ax + a - ax = a$. إذا كان أحد الحدود الأسية هو ax ، فإن الحد التالي هو a^{x+1} ونسبة الحدود $\frac{a^{x+1}}{ax}$ أو a .

35. الإجابة النموذجية: يمكن رسم البيانات بيانياً لتحديد أي الدوال تمثل البيانات على نحو أفضل. كما يمكنك العثور على الفروق في نسب قيم المحور الرأسي y . إذا كانت الفروق الأولى ثابتة، يمكن تمثيل البيانات عن طريق دالة خطية. إذا كانت الفروق الثانية ثابتة والفروق الأولى ليست كذلك، يمكن تشكيل البيانات عن طريق دالة تربيعية. إذا كانت النسب ثابتة، يمكن بعد ذلك تشكيل البيانات عن طريق دالة أسية.

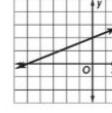
تدريب على الاختيار المعياري

36. الإجابة التصيرية اكتب معادلة تمثل البيانات في الجدول.

x	0	1	2	3	4
y	3	6	12	24	48

37. ما معادلة المستقيم أدناه؟

- A $y = \frac{2}{5}x + 2$
B $y = \frac{2}{5}x - 2$
C $y = \frac{5}{2}x + 2$
D $y = \frac{5}{2}x - 2$

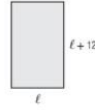


38. تقع النقطه $(r, -4)$ على مستقيم بالمعادلة $2x + 3y = -8$. أوجد قيمة r .

- F -10
G 0
H 2
J 8

$$y = 3 \cdot 2^x$$

39. الهندسة تبلغ مساحة المستطيل 220 متراً مربعاً. أوجد طول ℓ .



- A 8 أمتار
B 10 أمتار
C 22 متراً
D 34 متراً

مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بأخذ الجذر التربيعي لكل طرف، وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

40. $x^2 = 25$
0.5, -5

41. $x^2 + 6x + 9 = 16$
1, -7

42. $x^2 - 14x + 49 = 15$
10.9, 3.1

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج يصف البيانات بأفضل طريقة.

43. خطية

x	0	1	2	3	4
y	4	5	6	7	8

44. أسية

x	1	2	3	4	5
y	2	4	8	16	32

45. تربيعي

x	-3	-2	-1	0	1
y	14	9	6	5	6

46. خطية

x	3	4	5	6	7
y	3	5	7	9	11

47. العلوم الفيزيائية تطلق قذيفة أعلى من مستوى الأرض. ونحصل على ارتفاعها h بالأمتار بعد t ثوانٍ عن طريق $h = 96t - 16t^2$. أوجد قيمة t عندما h تساوي 96 متراً.

أحوالي 1.3 ثانية و 4.7 ثانية

مراجعة البهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $y = -1$ و $x = -3$ و $z = 4$.

48. $4z - 4$
7

49. $|2y + 1|$
1

50. $|4 - z|$
0

51. $\frac{1}{2}x + 2$
 $\frac{1}{2}$

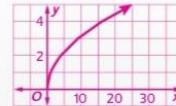
52. $|12 - 4z|$
4

53. $|2y - 3| - 6$
-1

التدريس المتمايز

التوسع اطلب من الطلاب إعداد جدول قيم لـ $y = \sqrt{x}$ ثم ارسوها بيانياً. تأكد من عدم تضمين الطلاب أي قيم سالبة لـ x . لأن الجذر التربيعي للعدد السالب ليس عدداً حقيقياً.

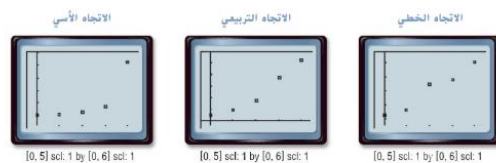
x	0	1	4	9	16	25
y	0	1	2	3	4	5





مختبر تقنية التمثيل البياني ملءمة المنحنيات 2-2

إذا كانت هناك زيادة أو نقص ثابت في قيم البيانات، فإن هناك توجهًا خطيًا. إذا كانت القيم متزايدة أو متناقصة بصورة سريعة أكثر، فقد يكون هناك اتجاه تربيعي أو أسي.



باستخدام حاسبة التمثيل البياني، يمكنك إيجاد معادلة الانحدار المناسبة.

النشاط

مخطط الخطوط الجوية يوضح الجدول المتوسط الشهري لعدد رحلات الطيران في كل عام من خلال مخطط الخطوط الجوية الذي أنشئ في عام 2000.

العام	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رحلات الطيران	17	20	24	28	33	38	44	50

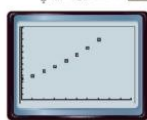
الخطوة 1: رسم مخطط انتشار.

• أدخل عدد السنوات منذ سنة 2000 في L1 وعدد رحلات الطيران في L2.

خطوات العملية على الحاسبة: مراجعة إدخال قائمة في الصفحة 255.

• استخدم STAT PLOT لتمثيل مخطط الانتشار بيانيًا. **خطوات العملية على الحاسبة:** مراجعة البخططات الإحصائية في صفحة 256.

استخدم ZOOM 9 للتمثيل البياني.



من مخطط الانتشار يمكننا رؤية أن البيانات قد يكون لها إما اتجاه تربيعي أو اتجاه أسي.

114 | توسع 2-2 | مختبر تقنية التمثيل البياني، ملءمة المنحنيات

1 التركيز

الهدف استخدم آلة حاسبة بيانية للعثور على معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات.

المواد المتعلقة بكل مجموعة

■ آلة حاسبة بيانية

نصيحة للتدريس

ذكر الطلاب بأنهم قد درسوا خطوط الانحدار وخطوط توفيق الوسيط في الوحدة 4. قبل أن يبدأ الطلاب، تأكد من أنهم قاموا بتشغيل وضع التشخيص. لنعمل ذلك من الشاشة الرئيسية، اضغط على **2nd** [CATALOG]، وانتقل لأسفل وانقر فوق تشخيصي. ثم اضغط على

[ENTER] [ENTER]

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة، مع مزج الفدرات. اطلب من المجموعات إتمام الأنشطة والتمارين 1-4.

■ في الخطوة 1 من النشاط، تأكد من أن الطلاب مسحوا القوائم السابقة قبل إدخال البيانات، ينبغي للطلاب إدخال السنوات قبل 2000 في L1 وإدخال عدد الرحلات في L2.

■ في الخطوة 2 من النشاط، أشر إلى القيمة R^2 ، وأن 0.9998751467 هو معامل التحديد، وبوجه عام، كلما كان هذا المعامل أقرب إلى 1، كلما كان التمثيل أفضل.

■ في الخطوة 3 من النشاط، أخبر الطلاب أن عليهم نسخ قيمة الانحدار التربيعي بالتحديد إلى Y=LIST للحصول على الرسم البياني الصحيح. تمييز اطلب من الطلاب إتمام التمرين 5.

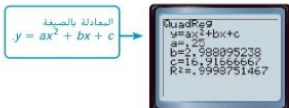
الخطوة 2: أوجد معادلة الانحدار.

سوف نتحقق من كلا الاتجاهين من خلال فحص معادلتهم انحدارهما.

• اختر DiagnosticOn من زر CATALOG.

• حدد QuadReg في قائمة STAT.

خطوات العملية على الحاسبة: STAT 5 [ENTER] [ENTER]



المعادلة تقريبًا هي $y = 0.25x^2 + 3x + 17$.

R^2 هو **معامل التحديد**. كلما كان R^2 أقرب إلى 1، كان التمثيل أفضل. من أجل الحصول على المعادلة الأسية اختر ExpReg في قائمة STAT من أجل اختيار التمثيل التربيعي أو الأسي. احمل كلا منهما ملائمة واستخدم التمثيل الذي يكون مع قيمة R^2 أقرب إلى 1.

3 التقييم

التقويم التكويني

في الخطوة الرابعة من النشاط، كان تقدير الانحدار التربيعي أنه في أثناء الشهر السابع سافر معظم الركاب، نحو 59 مليون راكب. اطلب من الطلاب شرح لماذا؟ في أن العدد التقديري للركاب الذين سافروا في الشهر السابع قد لا يكون دقيقًا تمامًا.

الإجابة النموذجية: معادلة الانحدار التربيعي هي الأنسب لنقاط البيانات التي لا تقع في الدالة الفعلية المرسومة بيانيًا. سيكون هناك أوجه اختلاف بين نقاط البيانات الفعلية والنقاط التي تقع في دالة الانحدار.

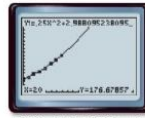
من التطبيق إلى النظرية

أسأل: كيف يمكنك تحديد ما إذا كان عليك استخدام معادلة خطية أو تربيعية أو معادلة انحدار أسية للبيانات؟
الإجابة النموذجية: ضع مخططًا مبعثرًا لنقاط البيانات، وإذا كان يبدو قريبًا من خط مستقيم، فاستخدم معادلة الانحدار الخطي. وإذا كانت نقاط البيانات تتبع منحنى، فقم بتوفيق معادلة انحدار تربيعية ومعادلة انحدار أسية إلى النقاط التابعة لك. ويعتبر التمثيل ذي معامل التحديد الأقرب إلى 1 هو التمثيل المطلوب استخدامه.

الخطوة 4 توقع استخدام المعادلة.

إذا استمر هذا الاتجاه، فيمكننا التمثيل البياني الخاص بمعادلتنا لتوقع العدد الشهري للرحلات الجوية التي ستقوم بها شركة الطيران في سنة محددة. كي نتحقق من سنة 2020. أولاً، اضغط الباندا.

خطوات عملية على الحاسبة: CALC 2nd 1 في x ، أدخل 20 ENTER 20



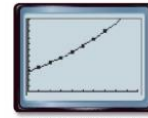
(0, 25) scl: 1 by (0, 200) scl: 5

سيكون هناك حوالي 177 رحلة جوية شهريًا إذا استمر هذا الاتجاه.

الخطوة 3 مثل معادلة الانحدار التربيعية بيانيًا.

• انسخ المعادلة إلى قائمة $Y=$ ومثل بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= VARS 5 1 ZOOM 9



[0, 10] scl: 1 by [0, 60] scl: 5

التباين

أنشئ مخططًا لكل مجموعة من نقاط البيانات. حدد ما إذا كان ينبغي استخدام معادلة انحدار خطية، أو تربيعية أو أسية. اذكر معامل التحديد.

1. **التربيعية:** $R^2 \approx 0.969$

x	y
1	30
2	40
3	50
4	55
5	50
6	40

$S_c, y = (306)(0.96^2); R^2 = 0.957; D = (x | x > 0); R = (y | y > 0)$

2. **التربيعية:** $R^2 \approx 0.964$

x	y
0.0	12.1
0.1	9.6
0.2	6.3
0.3	5.5
0.4	4.8
0.5	1.9

3. **التربيعية:** $R^2 \approx 0.980$

x	y
0	11
2	3.3
4	2.9
6	5.6
8	11.9
10	19.8

4. **التربيعية:** $R^2 \approx 0.840$

x	y
1	1.67
5	2.59
9	4.37
13	6.12
17	5.48
21	3.12

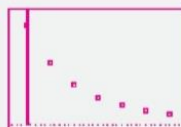
الزمن (بالدقائق)	درجة الحرارة (°F)
0	350
5	244
10	178
15	137
20	112
25	96
30	89

5. **الخبر:** أعدت أمانى كعكة وتنتظرها لتبرد حتى تزينها. يوضح الجدول درجة حرارة الكعكة كل 5 دقائق بعد أن أخرجتها أمانى من الفرن.

- ارسم مخطط انتشار للبيانات. **انظر الهامش.**
- أي معادلة انحدار لها قيمة R^2 أقرب إلى 1؟ هل هذه هي أفضل معادلة ثلاث معادلات؟ اشرح استنتاجك.
- أوجد معادلة الانحدار المناسبة. واذكر معامل التحديد. ما المجال والمدى؟ **انظر الهامش.**
- سوف تزين أمانى الكعكة عندما تصل درجة حرارة الغرفة (70°F). استخدم معادلة الانحدار لتوقع متى يمكنها تزيين كعكتها. **36 دقيقة**

إجابات إضافية

5a.



[0, 400] scl: 1 by [-5, 35] scl: 1

5b. المعادلات التربيعية لديها قيمة R^2 أقرب إلى 1. رغم أنها في اتجاه تربيعي، إلا أن

الكعكة ستبرد ثم تسخن مرة أخرى. يتناسب الانحدار الأسّي تمامًا مع سياق المسألة.

النمو والاضمحلال (التضاؤل)



لماذا؟ ازداد عدد الهواتف الإلكترونية أو المدونات بمعدل شهري يبلغ 13.7% تقريباً على مدار 21 شهراً، يمكن تمثيل متوسط عدد المدونات في الشهر بـ $y = 1.1(1 + 0.137)^t$ أو $y = 1.1(1.137)^t$ حيث تمثل y إجمالي عدد المدونات بالملايين، و t هي عدد الأشهر منذ نوفمبر 2003.

الحالي 1 إيجاد حل للمسائل التي تتضمن نموًا أسّيًا.
2 إيجاد حل للمسائل التي تتضمن اضمحلالًا (تضاؤلًا) أسّيًا.

السابق لقد حلّلت الدوال الأسّيّة.

المفردات الجديدة
compound interest
المركبة

ممارسات في الرياضيات
للتدريس

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-3 تحليل الدوال الأسية.

الدرس 2-3 حل المسائل التي تحتوي على نمو أسّي، حل المسائل التي تحتوي على اضمحلال أسّي.

بعد الدرس 2-3 إيجاد العلاقة بين المتتاليات الهندسية والدوال الأسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

■ بالنظر إلى المعادلة، كيف يمكنك أن تعلم أن الدالة ليست خطية؟
الزمن، معبراً عنه بالقيمة t ، عبارة عن $أس$ ، ومن ثم، لا تكون الدالة خطية.

■ استخدم المعادلة لتوقع قيمة متوسط المدونات بالملايين في الشهر الثامن. نحو 3 ملايين بما تصف قيمة متوسط المدونات في الشهر الواحد، أهو نمو أم اضمحلال؟ **نمو**

1 النمو الأسّي

المثال 1 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية تحتوي على نمو أسّي.
المثال 2 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية تحتوي على مراوحة مركبة.

مثال 1 من الحياة اليومية النمو الأسّي

المسابقة تبدأ جوائز مسابقة إحدى المحطات الإذاعية ببطاقة هدايا بقيمة 100 AED. في أحد الأيام، يتم الإعلان عن اسم، أمام الشخص 15 دقيقة ليتصل ولا تتأجل الجائزة ليوم التالي وتزيد بنسبة 2.5%.

a. اكتب معادلة لتمثيل مبلغ بطاقة الهدايا بالدرهم بعد t من الأيام بدون فائزين.

$$y = a(1 + r)^t$$

معادلة النمو الأسّي
 $y = 100(1 + 0.025)^t$ $a = 100 = 2.5\%$
 $y = 100(1.025)^t$ **بسط.**

في المعادلة $y = 100(1.025)^t$ تمثل y مبلغ بطاقة الهدايا، و t هي عدد الأيام منذ بدء المسابقة.

b. كم ستبلغ قيمة بطاقة الهدايا إذا لم يفز أحد بعد 10 أيام؟

$$y = 100(1.025)^t$$

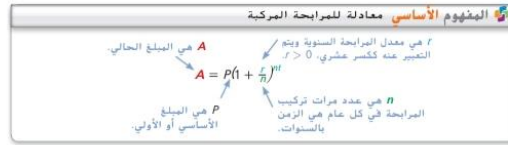
معادلة مبلغ بطاقة الهدايا
 $= 100(1.025)^{10}$ $t = 10$
 ≈ 128.01 **استخدم حاسبة.**

خلال 10 أيام، ستبلغ قيمة بطاقة الهدايا 128.01 AED.

تكوين موجّه

1. **التعليم** أرتفعت تكاليف التعليم الجامعي بنسبة 5% كل عام منذ عام 2000، إذا كانت تكلفة التعليم في عام 2000 قد بلغت 10,850 AED فاكتمل معادلة لمبلغ تكلفة التعليم بعد t سنوات من عام 2000. توقع تكلفة التعليم في هذه الكلية في عام 2015.

المراوحة المركبة هي المراوحة المتحصلة أو المدفوعة على كل من الاستئثار الأولي والمراوحة المتحصلة سابقاً. إنها أحد تطبيقات النمو الأسّي.



مثال 2 من الحياة اليومية: المراوحة المركبة

المالية استثمر والدنا هدي 14,000 AED بنسبة 6% في السنة مركبة شهرياً. ما المبلغ الذي سيكون في الحساب بعد 10 أعوام؟

معادلة المراوحة المركبة

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

$$= 14,000 \left(1 + \frac{0.06}{12} \right)^{12(10)}$$

$$= 14,000 (1.005)^{120}$$

$$\approx 25,471.55$$

$P = 14,000$ $r = 6\%$ $n = 12$ $t = 10$
 بـسط.
 استخدم حاسبة.

سيكون هناك حوالي 25,471.55 AED في 10 سنوات.

تقريب موجّه

2. **المالية** حدّد مبلغ أحد الاستثمارات إذا تم استثمار 300 AED بمعدل مراوحة مركبة شهرياً يساوي 3.5% شهرياً لمدة 22 عاماً.

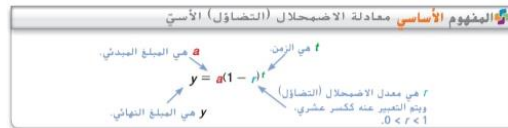


مهمة من الحياة اليومية

المستثمر المالي يقدم المستثمرون الماليون المساعدة للناس في تخطيط مستقبلهم المالي. يتبع المستثمر المالي الجيد سيارات حسابية ومهارات حل المسائل والتواصل. يحصل بشدة بالحصول على درجة البكالوريوس لكنها ليست مطلوبة.

2 الاضمحلال (التضاؤل) الأسّي

في الاضمحلال (التضاؤل) الأسّي، يتناقص المبلغ الأصلي بنسبة مئوية واحدة خلال مدة زمنية محددة، يمكن استخدام أحد أشكال معادلة النمو كمتعادلة عامة للاضمحلال الأسّي.



مثال 3 من الحياة اليومية: الاضمحلال (التضاؤل) الأسّي

السباحة عوامة طفل لحمام سباحة متفوخة تماماً تفقد 6.6% من الهواء بداخلها كل يوم. كانت العوامة تحتوي في الأصل على 74000 سنتيمتر مكعب من الهواء.

a. اكتب معادلة تمثل فقدان الهواء.

معادلة الاضمحلال (التضاؤل) الأسّي

$$y = a(1 - r)^t$$

$$= 74000(1 - 0.066)^t$$

$$= 74000(0.934)^t$$

$a = 74000$ $r = 6.6\%$ 0.066
 بـسط.
 $y = 74000(0.934)^t$ حيث y هي الهواء في العوامة بالنسبة المئوية بعد t أيام.

117

نصيحة دراسية

النمو والاضمحلال (التضاؤل) a أو r تجمع مع 1. ستكون القيمة داخل القوسين أكثر من 1 في نمو الأسّي وفي دوال الاضمحلال (التضاؤل) الأسّي ستقل هذه القيمة عن 1 بما أن r مطروحة من 1.

جميع الحقوق محفوظة © جميع الحقوق محفوظة

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 عدد السكان في عام 2008 بلغ عدد السكان في مدينة فلات كريك 280,000 نسمة. وبلغ معدل النمو 0.85% في العام الواحد.

a. اكتب معادلة تعبر عن عدد سكان فلات كريك منذ عام 2008.

$$y = 280,000(1.0085)^t$$

b. طبقاً للمعادلة، كم سيصبح عدد سكان فلات كريك في عام 2018؟

2 الكلية عندما ولدت إيمان، وضع لها جدّها وجدها مبلغاً وقدره 1,000 AED في حساب توفير بمعدل ثابت مضاعف يبلغ 7% سنوياً. ستحصل إيمان على المبلغ عندما تصل إلى سن 18 عاماً لتساهم في تغطية مصاريف دراستها في الكلية. ما المبلغ الذي ستحصل عليه إيمان من هذا الاستثمار؟

2 الاضمحلال الأسّي

المثال 3 يوضح كيفية حل مسائل من الحياة اليومية التي تحتوي على اضمحلال أسّي.

انتبه!

مفاهيم خاطئة لدى الطلاب

ذكر الطلاب أنه في معادلات النمو والاضمحلال، سيكون القدر الموجود داخل الأقواس أكبر من 1 بالنسبة إلى النمو وأقل من 1 بالنسبة إلى الاضمحلال.

التركيز على محتوى الرياضيات

مراوحة مركبة على النقيض من المراوحة البسيطة، يتم تطبيق المراوحة المركبة على المبلغ الأصلي وأي مراوحة مكتسبة مسبقاً. هناك أربع طرق لزيادة المبلغ الموجود في حساب المراوحة المركبة: أن يزيد المستثمر من المبلغ المبدئي، أو أن تزيد نسبة المراوحة السنوية، أو أن يزيد عدد القيم المركبة في العام الواحد، أو تزيد الفترة الزمنية التي يظل فيها المبلغ في الحساب.

ضع تقديرًا لكمية الهواء في العوامة بعد 7 أيام.

$$y = 74000(0.934)^t$$

معادلة فقدان الهواء

$$t = 7$$

استخدم حاسبة.

$$\approx 45880$$

سيبلغ مقدار الهواء في العوامة بعد 7 أيام 45880 سنتيمترًا مكعبًا تقريبًا.

تدوين موجّه

3. **تعداد السكان** ظل تعداد سكان مقاطعة كامبل في ولاية كنتاكي يتناقص بمعدل متوسط يبلغ 0.3% تقريبًا في السنة. في عام 2000، بلغ سكانها 88,647. اكتب معادلة تمثل تعداد السكان منذ عام 2000. إذا استمر الاتجاه، فتوقع تعداد السكان في عام 2010.

التحقق من فهمك

- مثال 1** 1. **المرتّب** حصلت السيدة هداية على وظيفة كمعلمة براتب أولي يبلغ AED 125000. وفقًا لعقدّها، سوف تحصل على زيادة تبلغ 1.5% من مرتبها كل عام. كم سيبلغ مرتب السيدة هداية بعد 7 سنوات؟
- مثال 2** 2. **العمال** استثمر يوسف AED 400 في حساب بنسبة مرابحة تبلغ 5.5% مركبة شهريًا. كم ستبلغ قيمة استثمار يوسف خلال 8 سنوات؟
- مثال 3** 3. **الالتحاق** في عام 2000، انضم 2200 طالب لـ مدرسة بولاريس الثانوية. كان الالتحاق ينخفض بنسبة 2% سنويًا.

a. اكتب معادلة لـ الالتحاق بـ مدرسة بولاريس الثانوية بعد t سنوات من عام 2000.

b. إذا استمر هذا الاتجاه، فكم عدد الطلاب الذين سيلتحقون في عام 2015؟

التدوين وحل المسائل

- مثال 1** 4. **العضويات** باعثة صالة الألعاب الرياضية 550 عضوية في عام 2001. ومنذ ذلك الوقت، ارتفع عدد العضويات التي تم بيعها بنسبة 3% سنويًا.
- a. اكتب معادلة لعدد العضويات التي تم بيعها في صالة الألعاب الرياضية بعد t من السنوات من عام 2001.
- b. إذا استمر هذا الاتجاه، فتوقع عدد العضويات التي ستبيعها الصالة في عام 2020.
5. **الحواشيب** ارتفع عدد الأشخاص الذين يمتلكون حواسيب بنسبة 23.2% سنويًا منذ عام 1990. إذا كان نصف مليون شخص يمتلكون حاسوبًا في 1990، فتوقع عدد الأشخاص الذين سيملكون حاسوبًا في عام 2015.
6. **العملات** اشترى ماجد عملة معدنية بـ 300 AED. ارتفعت قيمة العملة بنسبة 5% كل عام. حدد قيمة العملة المعدنية بعد 5 سنوات.
- مثال 2** 7. **الاستثمارات** استثمر محمود AED 6600 بنسبة مرابحة تبلغ 4.5% مركبة شهريًا. حدد قيمة استثماره بعد 4 سنوات.
8. **المرابحة المركبة** استثمرت نسرين AED 1200 بمعدل مرابحة يبلغ 5.75% مركبة كل ثلاثة أشهر. حدد قيمة استثمارها بعد 7 سنوات. حوالي AED 1789.54
9. **الدقة** تدخر نجلاء المال لرحلة إلى جزر البهاما بتكلفة AED 1087.76 وضعت AED 550 في حساب ادخار يدفع مرابحة مركبة تبلغ 7.25% كل ثلاثة أشهر. هل سيكون لديها مال كافٍ في الحساب بعد 4 سنوات؟ اشرح.
- مثال 3** 10. **الاستثمارات** كان استثمار علي يبلغ AED 4500 يخسر قيمته بمعدل 2.5% كل عام. كم ستبلغ قيمة استثماره خلال 5 سنوات؟

118 | الدرس 2-3 | النمو والاضمحلال (التساؤل)

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
AL مبتدئ	4-12, 16, 18-44	4-12 زوجي 16, 18-20, 25-44
OL أساسي	5, 11 فردي 13-16, 18, 44	4-12, 21-24
BL متقدم	13-41, (اختياري: 42-44)	

مثال إضافي

3 **أعمال خيرية** في أثناء الركود الاقتصادي، وجدت مؤسسة خيرية أن التبرعات التي كانت تحصل عليها قد انخفضت بنسبة 1.1% في العام الواحد. قبل الركود، بلغت التبرعات التي كانت تحصل عليها AED 390,000.

a. اكتب معادلة تعبر عن التبرعات التي حصلت عليها المؤسسة الخيرية منذ بداية الركود.

$$A = 390,000(0.989)^t$$

b. قدر مبلغ التبرعات بعد مرور 5 أعوام من بدء الركود. **نحو** AED 369,017

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-3 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

البحث على الإنترنت اجعل الطلاب يبحثون على الإنترنت عن العمر النصفى للعناصر المشعة المختلفة. اجعلهم يختاروا ثلاثة عناصر، وأطلب منهم أن يسحبوا عينة قدرها 500 جرام تظل لمدة 3 أعوام.

ملاحظات لحل التمرين

ورق مربعات بالنسبة للتمرين 25-27 و 42-44، سيحتاج الطلاب إلى ورق مربعات.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الدقة يعبر الطلاب بالمهرون في الرياضيات عن الإجابات بدرجة من الدقة تتناسب مع سياق المسألة. في التمرين 9، وضح أن التقدير مناسب لإجابة السؤال. في التمرين 17، يمكن للطلاب أن يقرؤوا الإجابة من خلال التمثيل البياني على حاسبة التمثيل البياني. أو عن طريق التخمين والتحقق من تخمينهم على حاسبة علمية.

118 | الدرس 2-3 | النمو والاضمحلال (التساؤل)

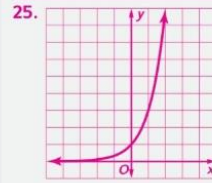
4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب قم بعمل نسخ عدة من كل معادلة من المعادلات الخيس للنمو والاضمحلال. امنح كل طالب معادلة واحدة. عند مغادرة الطلاب لفرقة الصف، اطلب منهم أن يخبروك بها إذا كانت معادلاتهم عبارة عن نمو أم اضمحلال.

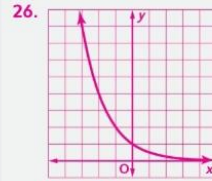
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدروس 5-8 و 6-8.

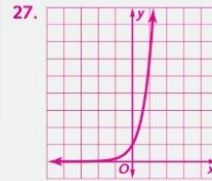
إجابات إضافية



1; D = {جميعها أعداد حقيقية};
R = {y | y > 0}



1; D = {جميعها أعداد حقيقية};
R = {y | y > 0}



1; D = {جميعها أعداد حقيقية};
R = {y | y > 0}

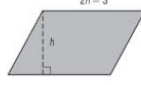
تدريب على الاختبار المعياري

23. اشترى عيسى سيارة مقابل AED 22,900. تنخفض قيمة السيارة بمعدل 16% سنوياً. أي من المعادلات التالية يمثل قيمة سيارة عيسى بعد 5 سنوات؟

- A $A = 22,900(1.16)^5$
B $A = 22,900(0.16)^5$
C $A = 16(22,900)^5$
D $A = 22,900(0.84)^5$

24. إجابة شبكة تبلغ مساحة أحد الأسطح 4 أمتار في 6 أمتار. إذا كان عامل الطلاء يفرض AED 9.75 على المتر المربع شاملاً الضريبة، فكم ستبلغ تكلفة طلاء السطح بالدرهم؟

21. الهندسة تبلغ مساحة متوازي الأضلاع 35 سنتيمتراً مربعاً. أوجد الارتفاع h لمتوازي الأضلاع.



- A 3.5 سنتيمترات
B 4 سنتيمترات
C 5 سنتيمترات
D 7 سنتيمترات

22. أيهما أكبر من $64^{\frac{1}{2}}$ ؟
F $2^{\frac{1}{2}}$
G $64^{\frac{1}{6}}$
H $64^{\frac{1}{2}}$
J $64^{-\frac{1}{3}}$

مراجعة شاملة

مثل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

25. $y = 3^x$
26. $y = (\frac{1}{2})^x$
27. $y = 6^x$

أوجد قيمة كل ناتج ضرب. عثر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة المعيارية.

28. $(4.2 \times 10^3)(3.1 \times 10^{10})$
29. $(6.02 \times 10^{23})(5 \times 10^{14})$
30. $(7 \times 10^5)^2$
31. $(1.1 \times 10^{12})^2$
32. $(9.1 \times 10^7)(0.4 \times 10^{12})$
33. $(3.14 \times 10^2)(6.1 \times 10^{-3})$

34. التخطيط لحدث لا تفرض إحدى الفاعات رسم إيجار طاليا يتم إيفاق AED 4000 على الأقل على الطعام. في حفلة التخرج تفرض الفاعة AED 28.95 على الشخص للطعام. كم عدد الأشخاص الذين يجب أن يحضروا حفلة التخرج لتجنب دفع رسم إيجار الفاعة؟

حدد ما إذا كان التمثيلان البيانيان لكل زوجين من المعادلات متوازيين أو متعامدين أو ليسا أيًا منهما.

35. $y = -2x + 11$
 $y + 2x = 23$
36. $3y = 2x + 14$
 $-3x - 2y = 2$
37. $y = -5x$
 $y = 5x - 18$

عمر الخيل (x)	0	1	2	3	4	5
عمر الإنسان (y)	0	3	6	9	12	15

38. الأعمار يوضح الجدول الأعمار المكافئة للخيول والبشر. اكتب معادلة تربط العمر البشري بعمر الخيل وتجد عمر الخيل المكافئ لإنسان يبلغ عمره 16 عامًا.

أوجد السعر الإجمالي لكل عنصر.

39. البطلة AED 14.00
الضريبة: 5.5%
40. الصندوق AED 29.99 : AED 31.71
الضريبة: 5.75%
41. حقيبة الظهر AED 35.00
الضريبة: 7%

مراجعة المهارات

مثل كل مجموعة من الأزواج المرتبة بيانياً.

42. {3, 0}, {0, 1}, {4, -6}
43. {0, -2}, {-1, -6}, {3, 4}
44. {2, 2}, {-2, -3}, {-3, -6}

120 | الفرس 2-3 | النمو والاضمحلال (التساؤل)

التدريس المتمايز

إذا كان يحتاج الطلاب إلى تحدٍ في هذا الدرس.

إذا اطلب من الطلاب أن يكتبوا مسائلهم الخاصة بالنمو أو الاضمحلال. مستخدمين بيانات من المطبوعات الدورية أو من الإنترنت. اجعلهم يشاركوا مسائلهم مع بقية الصف عندما يتمكنوا.

120 | الدرس 2-3 | النمو والاضمحلال (التساؤل)



مختبر الجبر تحويل التعابير الأسية

2-3

1 التركيز

الهدف استخدام خواص الأسس النسبية لتحويل التعابير من أجل الدوال الأسية إلى أشكال مكافئة لحل المسائل.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسم الطلاب في مجموعات ثنائية ذات قدرات متنوعة. ثم اجعل المجموعات تكمل النشاط والتمارين من 1 إلى 3.

نصيحة للتدريس

وضح للطلاب أن صيغة نسبة المراجعة السنوية مقربة إلى معدل الفائدة الشهري في صورة $12 \times \frac{1}{12}$ لأن هناك 12 شهرا في العام الواحد.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرين 4.

3 التقييم

التقييم التكويني

استخدم التمرين 4 لتقييم فهم الطلاب لكيفية استخدام خواص الأسس في كتابة التعابير المكافئة للتمكن من المقارنة بين نسب المراجعة.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب أن يذكروا السبب وراء كون $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$ مكافئة تقريبا لـ $A = P(1 + r)^{\frac{1}{12}nt}$ من ناحية التمثيل البياني من خلال تثبيت القيم من أجل P و r و n . وحسب القيم المختارة، يجب أن يرى الطلاب أن التمثيلات البيانية للدالتين تتلاقى تقريبا لفترة زمنية كبيرة من مجالهما.

إجابات إضافية

3. يقارب 3.0% كل عام، وهذه النسبة أكبر من النسبة 2.5% في العام الواحد التي تقدمها الخطة B.

يمكنك استخدام خواص الأسس النسبية في تحويل الدوال الأسية إلى صيغ أخرى لحل مسائل من الحياة اليومية.

النشاط كتابة التعابير الأسية المكافئة

تحاول نبيلة أن تختار بين خطتي حساب ادخار. تقدم الخطة A نسبة مريحة شهرية مركبة تبلغ 0.25%. بينما تقدم الخطة B مريحة مركبة سنوياً تبلغ 2.5%. أي الخطتين أفضل؟ اشرح.

للمقارنة بين الخطتين، يجب أن نقارن بين النسبتين بالتكرار المركب نفسه. من طرق عمل هذا المقارنة بين نسبتى المراجعة الشهريتين التفرعيتين في الخطتين. ونسبياً أيضاً نسبة المراجعة الشهرية الفعلية. بينما نستطيع استخدام قانون المراجعة المركبة لإيجاد هذه النسبة. يمكنك أيضاً استخدام خواص الأسس.

اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه نبيلة بعد t من السنوات من الخطة B. للتيسير، افترض أن المبلغ الأولي لاستثمار نبيلة هو 1 AED.

$$y = a(1 + r)^t \quad \text{معادلة النمو الأسّي}$$

$$A(t) = 1(1 + 0.025)^t \quad y = A(t), a = 1, r = 2.5\% \text{ أو } 0.025$$

$$= 1.025^t \quad \text{بسط.}$$

اكتب الآن دالة تعادل A(t) تمثل تركيبتها في السنة، بقوة أسية تبلغ 12t بدلاً من 1 في السنة بقوة أسية تبلغ 1t.

$$A(t) = 1.025^{12t} \quad \text{الدالة الأصلية}$$

$$= 1.025^{(\frac{1}{12} \times 12)t} \quad 1 = \frac{1}{12} \times 12$$

$$= (1.025^{\frac{1}{12}})^{12t} \quad \text{رفع القوى}$$

$$\approx 1.0021^{12t} \quad (1.025)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{1.025} \text{ أو حوالي } 1.0021$$

من هذه الدالة المكافئة، يمكننا تحديد أن النسبة الشهرية الفعلية في الخطة B تبلغ 0.0021 تقريباً أو حوالي 0.21% في الشهر. نقل هذه النسبة عن نسبة المراجعة الشهرية 0.25% في الشهر التي تقدمها الخطة A. إذا الخطة A هي الخطة الأفضل.

النموذج والتحليل

1. استخدم قانون المراجعة المركبة $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$ لتحديد نسبة المراجعة الشهرية الفعلية للخطة B. كيف نقارن هذه النسبة بالنسبة المحسوبة باستخدام الأسلوب الوارد في النشاط بالأعلى؟
2. اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه نبيلة بعد t من الأشهر في الخطة A. ثم استخدم خواص الأسس لكتابة دالة تعادل A(t) لتمثيل المبلغ المكتسب بعد t من السنوات.
3. من التعبير الذي كتبت في التمرين 2، حدد نسبة المراجعة السنوية الفعلية حسب الخطة A. استخدم هذه النسبة لشرح السبب في أن الخطة A هي الخطة الأفضل.
4. افترض أن الخطة A عرضت نسبة مريحة مركبة كل ثلاثة أشهر تبلغ 1.5%. استخدم خواص الأسس لشرح أيها الخطة الأفضل.

121

4. الدالة $A(t) = (1.025)^{12t}$ تعطينا القيمة التي أعطتنا الخطة B إياها بعد t عام.

$$A(t) = (1.025)^{12t} \quad \text{الدالة الأصلية}$$

$$1 = \frac{1}{4} \cdot 4 = (1.025)^{(\frac{1}{4} \cdot 4)t} = [(1.025)^{\frac{1}{4}}]^4 t$$

$$1.0062^{4t} \approx (1.0062)^{4t} = \sqrt[4]{1.025} = (1.025)^{\frac{1}{4}} \text{ أو حوالي } 1.0062$$

تبلغ نسبة المراجعة الفعالة ربع السنوية نحو 0.0062 أو 0.62%. وهي أقل من نسبة المراجعة ربع السنوية البالغة 1.5% التي تقدمها الخطة A. ومن ثم، تكون الخطة A هي الخطة الأفضل.

المتتاليات الهندسية

2-4



- السابق: ربطت المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.
- الحالي: تحديد المتتاليات الهندسية وإنشاؤها.
- لماذا؟: ترسل رسالة إلكترونية تسلسلية إلى صديق ليبدأ إرسالها إلى خمسة أشخاص آخرين. بعد كل من هؤلاء الأشخاص الخمسة الرسالة الإلكترونية إلى خمسة أشخاص آخرين يشكل عدد الرسائل الإلكترونية الجديدة متتالية هندسية.

التعرف على المتتاليات الهندسية: ينشئ الشخص الأول 5 رسائل إلكترونية. إذا أرسل كل واحد من هؤلاء الأشخاص رسالة إلكترونية إلى 5 أشخاص آخرين، يتم إنشاء 25 رسالة إلكترونية. إذا أرسل كل واحد من الـ 25 شخصاً 5 رسائل إلكترونية، يتم إنشاء 125 رسالة إلكترونية. تسلسل الرسائل الإلكترونية الناشئة: 1, 5, 25, 125 ... يُعد مثالاً على **متتالية هندسية**.

في المتتالية الهندسية، الحد الأول ليس صفراً وكل حد بعد الأول يتحدد بضرب الحد السابق في قيمة ثابتة غير الصفر r تُسمى **النسبة المشتركة**. يمكن إيجاد النسبة المشتركة عبر قسمة أي حد على الحد السابق له.

المفردات الجديدة
متتالية هندسية
geometric sequence
نسبة مشتركة
common ratio

ممارسات في الرياضيات
حاول إيجاد البنية واستخدمها

مثال 1 تحديد المتتاليات الهندسية

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح.
a. 256, 128, 64, 32, ...

أوجد نسب الحدود المتتالية.
 $\frac{128}{256} = \frac{1}{2}$ $\frac{64}{128} = \frac{1}{2}$ $\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$
بما أن النسب ثابتة، فالمتتالية هندسية. النسبة المشتركة هي $\frac{1}{2}$.

b. 4, 9, 12, 18, ...
أوجد نسب الحدود المتتالية.
 $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ $\frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$ $\frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$
النسب ليست ثابتة، إذا فالمتتالية ليست هندسية.

أوجد الفروق في الحدود المتتالية.
 $9 - 4 = 5$ $12 - 9 = 3$ $18 - 12 = 6$
لا يوجد فرق مشترك. إذا فالمتتالية ليست حسابية. ولهذا، فالمتتالية ليست هندسية أو حسابية.

تمرين موجّه

- 1A. 1, 3, 9, 27, ... 1B. -20, -15, -10, -5, ... 1C. 2, 8, 14, 22, ...

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-4 إيجاد العلاقة بين المتتاليات الحسابية والدوال الخطية.

الدرس 2-4 تحديد المتتاليات الهندسية وإنشاؤها. إيجاد العلاقة بين المتتالية الهندسية والدوال الأسية.

بعد الدرس 2-4 كتابة صيغ تكرارية للمتتاليات الحسابية والهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

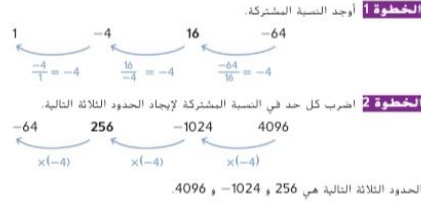
- إذا ما تم إرسال رسالة بريد إلكتروني واحدة في الجولة الأولى، فكم عدد الرسائل التي أرسلت في الجولة الثانية؟ والجولة الثالثة؟ والجولة الرابعة؟ **5; 25; 125**
- كيف يمكنك أن تحدد عدد رسائل البريد الإلكتروني المرسلة في كل جولة نالية من البريد الإلكتروني؟ **أضرب العدد السابق في 5.**
- ما المعادلة التي يمكن استخدامها لحساب عدد رسائل البريد الإلكتروني $y = 5^x$ لـ x بعد جولة؟

بمجرد معرفة النسبة المشتركة، يمكن توليد المزيد من الحدود في متتالية. يمكن إعادة كتابة القانون بالصيغة $a_n = a_1 r^{n-1}$ حيث n عدد الحدود و r هي النسبة المشتركة.

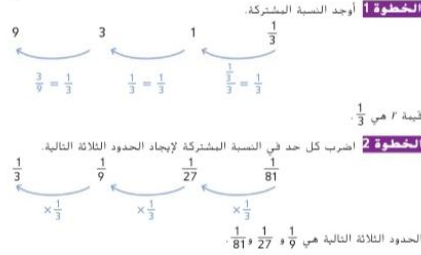
مثال 2 إيجاد حدود المتتاليات الهندسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

a. 1, -4, 16, -64, ...



b. 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, ...



2A. -3, 15, -75, 375, ...

2B. 24, 36, 54, 81, ...

2 المتتاليات والدول الهندسية سيكون من المربح التوصل إلى الحد n في متتالية هندسية إذا استخدمنا الطريقة المذكورة أعلاه. يوضح الجدول أدناه قاعدة لإيجاد الحد رقم n في متتالية هندسية.

الموضع، n	1	2	3	4	...	n
الحد، a_n	a_1	$a_1 r$	$a_1 r^2$	$a_1 r^3$...	$a_1 r^{n-1}$

لاحظ أن النسبة المشتركة بين الحدود هي r . يوضح الجدول أنه للوصول إلى الحد n ، فإنك تضرب الحد الأول في النسبة المشتركة r مرفوعة إلى القوة الأسية $n - 1$. يمكن تعريف المتتالية الهندسية بدالة أسية تمثل فيها n المتغير المستقل، و a_n هي المتغير التابع و r هي الأساس. المجال هو أعداد الحدود.

123

1 التعرف على المتتاليات الهندسية

المثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية أم ليست أيًا منهما. **المثال 2** يوضح كيفية حساب الحدود الإضافية لمتتالية هندسية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجبة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

- 1** حدد ما إذا كانت كل متتالية حسابية أم هندسية أم ليست أيًا منهما. وضح السبب.
- a. 0, 8, 16, 24, 32, ...
حسابية، والفرق المشترك يبلغ 8.
- b. 64, 48, 36, 27, ...
هندسية، النسبة المشتركة تبلغ $\frac{3}{4}$.

- 2** أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.
- a. 1, -8, 64, -512, ...
4096; -32,768; 262,144
- b. 40, 20, 10, 5, ...
 $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{8}$

2 المتتاليات والدوال الهندسية

المثال 3 يوضح كيفية حساب الحد النوني لمتتالية هندسية. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام بيانات من الحياة اليومية لرسم تمثيل بياني لمتتالية هندسية.

تدريس الممارسات في الرياضيات

البنية يعين الطلاب البارعون في علم الرياضيات النظر جيدًا لتمييز النمط أو البنية. اطلب من الطلاب أن يوضحوا السبب وراء كون الفرق المشترك سالبًا عند تغيير إشارات الحدود.

التركيز على محتوى الرياضيات

النسبة المشتركة عند إيجاد النسبة المشتركة، من الضروري أن تعد النسبة بالترتيب الصحيح. فمثلاً، في المثال 1، تم إيجاد النسبة على أن تكون $\frac{256}{128}$ بدلاً من $\frac{128}{256}$. وتم إيجاد نسبة 2 غير صحيحة. لا بد وأن نلاحظ أنه عندما تكون المتتالية الهندسية متناقصة، فإن النسبة المشتركة لا بد وأن تكون بين 0 و 1.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

الهدونة على مدونة صفك، اجعل الطلاب يكتبوا إدخال مدونة يصف العلاقة بين المتتاليات الهندسية والدوال الأسية.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

- 1A. هندسية، النسبة المشتركة هي 3.
1B. حسابية، الفرق المشترك هو 5.
1C. ليست أيًا منهما، لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.

نصيحة دراسية
البناء إذا كانت حدود متتالية هندسية تتبدل من حدود موجبة إلى سالبة أو بالعكس، فالنسبة المشتركة سالبة.

الربط بتاريخ الرياضيات
توماس روبرت مالتوس (1766-1834) درس مالتوس أعداد السكان وكانت له آراء متشائمة في مستقبل سكان العالم. ذكر في أبحاثه أن "السكان يتزايدون بنسبة هندسية، بينما تزايد سبل العيشة بنسبة حسابية".

المفهوم الأساسي الحد n لمتتالية هندسية

يحدد الحد a_n الحد النوني n لمتتالية هندسية حيث الحد الأول a_1 والنسبة المشتركة r بالاعتماد التالي. حيث $r \neq 0$ و $a_1 \neq 0$ أي عدد صحيح موجب 0 .

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

مثال 3 إيجاد الحد n لمتتالية هندسية

a. اكتب معادلة للحد n لمتتالية $-6, 12, -24, 48, \dots$.
الحد الأول في المتتالية هو -6 . إذا $a_1 = -6$ أوجد الآن النسبة المشتركة.
النسبة المشتركة هي -2 .
$$\frac{12}{-6} = -2$$

$$\frac{-24}{12} = -2$$

$$\frac{48}{-24} = -2$$

قانون الحد رقم n
$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = -6(-2)^{n-1}$$

ب. أوجد الحد التاسع في هذه المتتالية.
قانون الحد رقم n
لنحدد رقم n . $n = 9$.
بسط.
$$a_9 = -6(-2)^{9-1}$$

$$a_9 = -6(-2)^8$$

$$a_9 = -6(256)$$

$$a_9 = -1536$$

تكوين موجّه

3. اكتب معادلة للحد n في المتتالية الهندسية $96, 48, 24, 12, \dots$. ثم أوجد الحد العاشر في المتتالية.

انتبه!

النسبة المشتركة سالبة
إذا كانت النسبة المشتركة سالبة. كما في المثال 3. فتأكد من إدراج النسبة المشتركة بين قوسين. -2 أو (-2) .



الربط بالحياة اليومية
جررت أول مسابقة لاتحاد الرياضات الجامعية الوطني لكرة السلة للنساء في عام 1982. فازت جامعة تيميسي بأكثر الألقاب الوطنية بتعويضها 8 ألعاب حتى عام 2010.
المصدر: NCAA الرياضية

124 | الدرس 2-4 | المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية

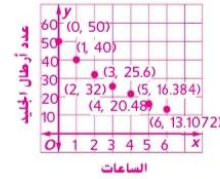
أمثلة إضافية

3. a. اكتب معادلة لحساب الحد النوني لمتتالية الهندسية

$$1, -2, 4, -8, \dots$$

b. أوجد الحد الثاني عشر في هذه المتتالية. -2048

4. فنون تمثال من الجليد يزن 50 كيلوجرامًا يذوب بمعدل 80% من وزنه تظل موجودة كل ساعة. ارسّم تمثيلًا بيانيًا يعبر عن عدد الأرتال التي ستبقى من التمثال كل ساعة.



إرشاد للمعلمين الجدد

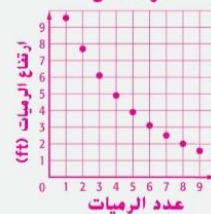
القوة الأسية r تأكد من قيام الطلاب برفع r إلى الأس $(n-1)$ في معادلاتهم من أجل الحد النوني للمتتالية الهندسية. بدلاً من n .

تدريس الممارسات في الرياضيات

الاستنتاج الطلاب البارعون في الرياضيات يهتمون بمعنى الكميات. وليس فقط بكيفية حسابها. في التمرين 32. سل الطلاب عن السبب وراء عدم كون النسبة المشتركة 0.2. ما مدى علاقة النسبة المشتركة بمعنى المتتالية؟

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

4. كرة التنس



التدريس المتمايز

المتعلمون بطريقة التواصل قسّم الطلاب إلى مجموعات ذات قدرات متنوعة في الرياضيات. اجعل المجموعات تناقش الفروق بين المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية. اقترح عليهم أن يتعاونوا معًا لعمل ملاحظات واضحة ومختصرة ودقيقة لها وللفهم الأخرى التي تعلموها في هذا الدرس.

124 | الدرس 2-4 | المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-13 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

ملاحظات لحل التمرين

ورق المربعات للتمارين 13, 30, 37, 53-55. سيحتاج الطلاب إلى ورق مربعات.

إجابات إضافية

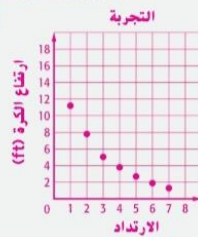
5. 160, 320, 640

6. 12.5, 6.25, 3.125

7. $-\frac{1}{16}, \frac{1}{64}, -\frac{1}{256}$

8. 189, -567, 1701

13.



14. ليست أيًا منهما؛ لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.

15. حسابية، الفرق المشترك هو 10.

16. هندسية، النسبة المشتركة هي 5.

17. هندسية، النسبة المشتركة هي $\frac{1}{2}$.

18. حسابية، الفرق المشترك هو 2.

19. ليست أيًا منهما؛ لا توجد نسبة مشتركة أو فرق مشترك.

20. -250, 1250, -6250

21. $\frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}$

22. 108, 324, 972

23. $\frac{25}{4}, \frac{25}{16}, \frac{25}{64}$

24. -2058; -14,406; -100,842

25. -2, $\frac{1}{4}, -\frac{1}{32}$

التحقق من فهمك

مثال 1

حدد ما إذا كانت كل متتالية حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح.

1. 200, 40, 8, ... 2. 2, 4, 16, ... 3. -6, -3, 0, 3, ... 4. 1, -1, 1, -1, ...

مثال 2

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.

5. 10, 20, 40, 80, ... 6. 100, 50, 25, ... 7. 4, -1, $\frac{1}{4}$, ... 8. -7, 21, -63, ...

مثال 3

اكتب صيغة للحد النوني n في كل متتالية هندسية وأوجد الحد المشار إليه.

9. الحد الخامس في ... -6, -24, -96, ...

10. الحد السابع في ... -1, 5, -25, ...

11. الحد العاشر في ... 72, 48, 32, ...

12. الحد التاسع في ... 112, 84, 63, ...

مثال 4

13. التجربة في تجربة في حصة لمادة الفيزياء. أسقطت ليس كرة من ارتفاع 16 مترًا. يصل كل ارتداد إلى 70% من ارتفاع الارتداد السابق. ارسم تخطيطًا بيانيًا لتمثيل ارتفاع الكرة بعد كل ارتداد.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حدد ما إذا كانت كل متتالية حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح.

14. 4, 1, 2, ... 15. 10, 20, 30, 40, ... 16. 4, 20, 100, ...

17. 212, 106, 53, ... 18. -10, -8, -6, -4, ... 19. 5, -10, 20, 40, ...

مثال 2

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.

20. 2, -10, 50, ... 21. 36, 12, 4, ... 22. 4, 12, 36, ...

23. 400, 100, 25, ... 24. -6, -42, -294, ... 25. 1024, -128, 16, ...

مثال 3

26. الحد الأول في متسلسلة هندسية هو 1. والنسبة المشتركة هي 9. ما الحد الثامن في المتتالية؟

27. الحد الأول في متسلسلة هندسية هو 2. والنسبة المشتركة هي 4. ما الحد الرابع عشر في المتتالية؟

28. ما الحد الخامس عشر في المتتالية الهندسية ... -9, 27, -81, ...

29. ما الحد العاشر في المتتالية الهندسية ... 6, -24, 96, ...

مثال 4

30. البندول تظهر حركة الأرجحة الأولى للبندول. في كل حركة أرجحة تالية، يبلغ طول النوس 60% من طول حركة الأرجحة السابقة. ارسم تخطيطًا بيانيًا يمثل طول القوس بعد كل حركة أرجحة.



31. أوجد الحد الثامن في متتالية هندسية بحيث تكون $81 = a_8$ و $3 = r$.

32. التبرير في موقع خرائط عبر الإنترنت، يلاحظ السيد عدنان أنه عندما يفر فوق نقطة على الخريطة، تقوم الخريطة بتكبير تلك النقطة. يزيد التكبير بنسبة 20% في كل مرة.

a. اكتب قانونًا للحد رقم n في المتتالية الهندسية يمثل التكبير في كل مستوى تكبير. (إرشاد: النسبة المشتركة ليست 0.2 فقط.)

b. ما الحد الرابع في هذه المتتالية؟ ما الذي يمثل؟

125

مصدر الصور والبيانات: © مجموعة أساتذة جويلا، McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

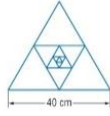
المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	14-31, 39-69	39-42, 47-69 زوجي 14-30
OL أساسي	32-37, 39-69	14-31, 43-46 فردي 32-37, 39-42, 47-69
BL متقدم	32-63, (اختياري: 64-69)	

تدريس الممارسات في الرياضيات

التقد يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يقرؤوا فرضيات الآخرين ويفرروا ما إذا كانت منطقية أم لا. في التمرين 39، انصح الطلاب بأن يبدووا بمقارنة الفرضيات سطرًا تلو الآخر ليكتشفوا الفروق.

33 المصروف عرض والد ليلى عليها خيارين لتحصل على مصروفها على مدار 9 أسابيع خلال الصيف. يمكنها أن تحصل على AED 30 كل أسبوع أو AED 1 في الأسبوع الأول و AED 2 في الأسبوع الثاني و AED 4 في الأسبوع الثالث وهكذا.

- a. هل يثل الخيار الثاني متتالية هندسية؟ اشرح.
b. ما الخيار الذي ينبغي أن تختاره ليلى؟ اشرح.



34. مثلث سيرينسكي فُكر في المثلثات المتساوية الأضلاع المرسومة على اليسار. يبلغ محيط كل مثلث نصف محيط المثلث الأكبر التالي. فما محيط أصغر مثلث؟

35. إذا كان الحد الثاني في المتتالية الهندسية هو 3 والحد الثالث هو 1. فأوجد الحدين الأول والرابع في المتتالية.

36. إذا كان الحد الثالث في المتتالية الهندسية هو 12 والحد الرابع هو 24، فأوجد الحدين الأول والخامس في المتتالية.

37. الزلازل يُستخدم مقياس ريختر لقياس قوة الزلازل. يوضح الجدول الزيادة في مقدار القيم على مقياس ريختر.

a. انسج الجدول وأكمل. تذكر أن معدل التغير هو التغير في y مقسومًا على التغير في x .

b. ارسم الأزواج المرتبة (الزيادة في المقدار، رقم ريختر).

c. صف التمثيل البياني الذي صنعته من بيانات مقياس ريختر.

d. اكتب معادلة أسية تمثل مقياس ريختر.

رقم ريختر (x)	الزيادة في المقدار (y)	معدل التغير (الميل)
1	1	—
2	10	9
3	100	
4	1000	
5	10,000	

مصادر مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. التحدي اكتب متتالية هندسية وحسابية. اشرح إجابتك.

39. التفكير النقدي يعمل إبراهيم وأحمد على التوصل إلى الحد التاسع في المتتالية الهندسية ... -20، 10، -5. .
قل أي منهما على صواب؟ وضح استنتاجك.

أحمد	إبراهيم
$r = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$	$r = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$
$a_9 = -5(-\frac{1}{2})^{9-1}$	$a_9 = -5(-\frac{1}{2})^{9-1}$
$= -5(512)$	$= -5 \times -256$
$= -2560$	$= 1280$

40. التمييز اكتب متتالية أعداد تشكل شكلًا لكنها ليست حسابية ولا هندسية. اشرح النقط.

41. الكتابة في الرياضيات ما وجه الشبه بين التمثيلات البيانية للمتتاليات الهندسية والدوال الأسية؟ هل هي مختلفة؟

42. الكتابة في الرياضيات اذكر بإيجاز كيفية التوصل إلى حد معين في متتالية هندسية.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات امح كل طالب واحدة من المتتاليات الهندسية الخمس المختلفة. اطلب منهم أن يشرحوا كيفية حساب النسبة المشتركة لمتتالياتهم.

إجابات إضافية

47. 162, 486, 1458

48. -80, -160, -320

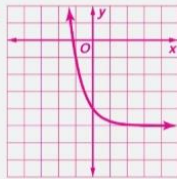
49. $\frac{1}{16}, -\frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

50. -0.1875, 0.09375, -0.046875

51. 0.1296, 0.07776, 0.046656

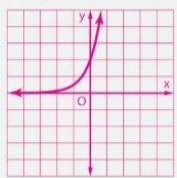
52. 20.25, 30.375, 45.5625

53.



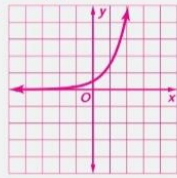
{كل الأعداد الحقيقية} $D = \{y | y > -5\}$

54.



{كل الأعداد الحقيقية} $D = \{y | y > -0\}$

55.



{كل الأعداد الحقيقية} $D = \{y | y > 0\}$

تدريب على الاختبار العملي

43. أوجد الحد الحادي عشر في المتتالية الهندسية 3, -6, 12, -24, ...

A 6144

C 33

B 3072

D -6144

44. ما إجمالي مبلغ الاستئجار الظاهر في الجدول أدناه إذا كانت البرابحة مركبة شهرياً؟

الأولى	طول مدة الاستئجار
AED 500	4 سنوات
5.25%	نسبة البرابحة السنوية
F AED 613.56	H AED 616.56
G AED 616.00	J AED 718.75

مراجعة شاملة

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

47. 2, 6, 18, 54, ...

48. -5, -10, -20, -40, ...

49. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$

50. -3, 1.5, -0.75, 0.375, ...

51. 1, 0.6, 0.36, 0.216, ...

52. 4, 6, 9, 13.5, ...

مثل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والمداي.

53. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 5$

54. $y = 2(4)^x$

55. $y = \frac{1}{2}(3)^x$

المبلغ	الشيك
AED 1300	750
AED 947	751

56. التخطيط المساحي: نمو شجرة صنوبر أرقي بمقدار 15 سنتيمتراً كل سنة في المتوسط. التخطيط المساحي: نمو نبات الشوكران بمقدار 10 سنتيمترات كل سنة في المتوسط. إذا كان طول الصنوبر الأزرق يبلغ 120 سنتيمتراً وطول الشوكران 180 سنتيمتراً، فاكتمل نظام معادلات لتنبئ نموها. أوجد الحل وفسره في سياق الموقف.

57. المال: يفرض سيتي بنك حداً أدنى للرصيد يبلغ AED 1500 للحفاظ على مجانية خدمات إصدار الشيكات. إذا كان السيد إسمايل سيكتب شيكات بالمبالغ المدرجة في الجدول، فما المبلغ الذي ينبغي أن يبدأ به لكي يحصل على إصدار الشيكات مجاناً؟

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم باستخدام الميل المعطى والمقطع من المحور الرأسي y المعطاة.

59. الميل: -3. المقطع من المحور الرأسي y : $-\frac{2}{3}$

58. الميل: 4. المقطع من المحور الرأسي y : 2

61. الميل: $-\frac{1}{2}$. المقطع من المحور الرأسي y : -9

60. الميل: $-\frac{1}{4}$. المقطع من المحور الرأسي y : -5

63. الميل: -6. المقطع من المحور الرأسي y : -7

62. الميل: $-\frac{2}{5}$. المقطع من المحور الرأسي y : $\frac{3}{4}$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. وإن لم يكن ذلك ممكناً، فاكتمل هذه أبسط صورة.

64. $3u + 10u$

65. $5a - 2 + 6a$

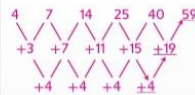
66. $6m^2 - 8m$

67. $4w^2 + w + 15w^2$

68. $13(5 + 4a)$

69. $(4t - 6)16$

التدريس المتمايز



التوسع غالباً ما لا يبدو أن لمتتاليات الأعداد، في العمليات الحسابية الأولى، نمطاً. في بعض الأحيان، ينتج عن الفروق بين الحدود أنفسها متتالية يمكن استخدامها من أجل تحديد الحد التالي في المتتالية الأصلية. اطلب من الطلاب أن يحددوا الحد السادس في المتتالية 4, 7, 14, 25, 40, ... اجعلهم يوضحوا كيفية حسابهم لهذا الحد.



مختبر الجبر متوسط معدل التغير في الدوال الأسية

أنت تعلم أن معدل التغير في الدالة الخطية ثابت بالنسبة لأي نقطتين على التمثيل البياني. معدل تغير دالة أسية ليس ثابتاً.

النشاط تقييم خطط الاستثمار

يملك علي AED 2000 لاستثمارها في إحدى خطتين. تقدم الخطوة 1 زيادة على مبلغه الأولي تبلغ 75 AED كل عام. بينما تعرض الخطوة 2 دفع مريحة مركبة شهرياً تبلغ 3.6%. تتحدد قيمة الدرهم لكل استثمار بعد t أعوام بـ $A_1 = 2000 + 75t$ و $A_2 = 2000(1.003)^{12t}$. على الترتيب. استخدم قيم الدالة ومتوسط معدل التغير والتمثيلات البيانية للمعادلات لتفسير الخطط والمقارنة بينها.

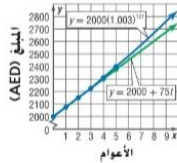
أنسخ الجدول أدناه واستكمله بإيجاد القيم المجهولة لكل من A_1 و A_2 .

t	0	1	2	3	4	5
A_1						
A_2						

الخطوة 2 أوجد متوسط معدل التغير لكل خطة من $t = 0$ إلى $t = 1$ ، و $t = 0$ إلى $t = 4$ ، و $t = 0$ إلى $t = 5$.
الخطة 1، $\frac{2075 - 2000}{1 - 0}$ أو 75 أو $\frac{2300 - 2225}{4 - 0}$ أو 75 أو $\frac{2375 - 2000}{5 - 0}$ أو 75
الخطة 2، $\frac{2073.2 - 2000}{1 - 0}$ أو 73.2 أو $\frac{2309.27 - 2227.74}{4 - 0}$ أو حوالي 82 أو $\frac{2393.79 - 2000}{5 - 0}$ أو حوالي 79

الخطوة 3 ممل بيانياً الأرواح المربحة لكل دالة. قم بالتوصيل بين كل مجموعة نقاط بحيثى منتظم.

الخطوة 4 استخدم التمثيل البياني ومعدلات التغير للمقارنة بين الخطط. كلا التمثيلين البيانيين له معدل تغير يبلغ في العام الأول حوالي 75 AED في السنة. من العام 3 إلى 4، تواصل الخطوة 1 الزيادة بمعدل 75 AED في السنة. لكن الخطوة 2 تنمو بمعدل يزيد على 81 AED في السنة. متوسط معدل التغير على مدار أول خمسة أعوام في الخطوة 1 يبلغ 75 AED في العام وللخطوة 2 يزيد على 78 AED في العام. يشير هذا إلى أنه مع زيادة عدد الأعوام ينمو الاستثمار في الخطوة 2 بمعدل أسرع بشكل متزايد. بدعم هذا الجوة المتزايدة بين تمثيليهما البيانيين.



Copyright © 2013 Pearson Education, Inc. All rights reserved. This material is intended solely for the personal use of the individual user and is not to be disseminated broadly.

تمارين

تنخفض قيمة أحد أجهزة الشركة مع الوقت بسبب الاستهلاك. تمثل الدالة $y = 16,000(0.985)^{12t}$ القيمة بعد t أعوام.

- ما متوسط معدل التغير على مدى أول خمس أعوام؟
- ما متوسط معدل التغير في القيمة من العام 5 إلى العام 10؟
- ما الاستنتاج الخاص بالقيمة الذي يمكن أن نتوصل إليه بناء على متوسطات معدلات التغير هذه؟
- الانتظام** أنسخ الجدول واستكمله لـ $y = x^4$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

قارن متوسط معدل التغير لـ $x = -3$ إلى $x = 0$ ولـ $x = 0$ إلى $x = 3$ وفسّر ذلك.

1 التركيز

الهدف حساب وتفسير متوسط معدل التغير للدالة الأسية.

المواد الخاصة لكل طالب

- ورق مربعات

نصيحة للتدريس

اجعل الطلاب يستخدموا القيم المتزايدة لـ 25 على المحور الرأسى. فهذا سيمكنهم شرحاً أوضح للفرق بين التمثيلين البيانيين.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب على مجموعات متنوعة العدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال الأنشطة والتمرين 1.

- ناقش مدى تأثير طول الفترة الزمنية للاستثمار على المقارنة بين الخطط.

- اجعل الطلاب يوضحوا شكل التمثيل البياني لكل خطة ويناقشون مدى ارتباط الشكل بقيمة متوسط معدل التغير.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 4.

3 التقييم

التقييم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 3 لتقييم قدرة الطلاب على حساب وتفسير متوسط معدل التغير.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الانتظام الطلاب المتفوقون في الرياضيات يلاحظون ما إذا كانت العمليات الحسابية متكررة أم لا. وبحثون عن الأساليب والطرق المختصرة العامة. في التمرين 4، انصح الطلاب بأن يبحثوا عن الانتظام في عملياتهم الحسابية ويستخدموه.

من العملي إلى النظري

بعد أن يكمل الطلاب التمرين 4، اجعلهم يناقشوا سمات التمثيل البياني التي يمكنهم تحديدها من خلال فحص متوسط معدل التغير لدالة ما.

1 التركيز

التخطيط الواسي

قبل الدرس 2-5 كتابة صيغ مباشرة للتعبير عن المتتاليات الحسابية والهندسية.

الدرس 2-5 استخدام صيغة من أجل وضع الحدود في متتالية. كتابة الصيغ التكرارية من أجل المتتاليات الحسابية والهندسية.

بعد الدرس 2-5 تحديد الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كيف تتغير التكلفة الإجمالية لخدمة النقل السريعة عندما تتم إضافة عميل؟ الإجابة النموذجية: ستتزايد التكلفة الإجمالية بمعدل 10 AED.

- هل هذه المتتالية حسابية، هندسية، أم ليست أيًا منهما؟ **حسابية**

- كم ستكون التكلفة الخاصة بتسعة عملاء؟ **105 AED**

الصيغ التكرارية

2-5



عدد العملاء	التكلفة (AED)
1	25
2	35
3	45
4	55
5	65
6	75

استخدام صيغ تكرارية • يتم نقل العملاء بحافلات مكتوبة لإدراج الحدود في متتالية.

لماذا؟

استخدام صيغ تكرارية • كتابة صيغة تكرارية للمتتاليات الحسابية والهندسية.

لقد كتبت صيغًا مباشرة للتعبير عن المتتاليات الحسابية والهندسية.

المفردات الجديدة

صيغة تكرارية
recursive formula

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

استخدام الصيغ التكرارية (الضمنية) تسمح لك الصيغة الصريحة بإيجاد أي حد a_n في متتالية باستخدام صيغة مكتوبة بدلالة n . على سبيل المثال، يمكن استخدام $a_n = 2n$ لإيجاد الحد رقم خمسة في المتتالية $a_5 = 2(5) = 10$.

تسمح لك **الصيغة التكرارية أو الضمنية** بإيجاد الحد رقم n في متتالية من خلال إجراء عمليات على واحد أو أكثر من الحدود السابقة. بما أن كل حد في المتتالية أعلاه أكثر بمقدار 2 عن الحد السابق له، يمكننا جمع 2 على الحد الرابع لإيجاد أن الحد الخامس يساوي $2 + 8 = 10$. ثم يمكننا كتابة صيغة تكرارية لـ a_n .

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \\ a_2 &= a_1 + 2 \text{ أو } 2 + 2 = 4 \\ a_3 &= a_2 + 2 \text{ أو } 4 + 2 = 6 \\ a_4 &= a_3 + 2 \text{ أو } 6 + 2 = 8 \\ &\vdots \\ a_n &= a_{n-1} + 2 \end{aligned}$$

الصيغة التكرارية للمتتالية أعلاه هي $a_n = a_{n-1} + 2$ ، حيث $n \geq 2$ ، $a_1 = 2$. لاحظ أن الحد الأول a_1 معطى وكذلك مجال n . المشار إليه بـ n .

مثال 1 استخدام صيغة تكرارية

أوجد أول خمسة حدود في المتتالية، حيث $a_1 = 7$ و $a_n = 3a_{n-1} - 12$ ، إذا كانت $n \geq 2$.

$$\begin{aligned} \text{استخدم } a_1 = 7 \text{ والصيغة التكرارية لإيجاد الحدود الأربعة التالية.} \\ a_2 &= 3a_1 - 12 = 3(7) - 12 = 9 \quad n = 2 \\ a_3 &= 3a_2 - 12 = 3(9) - 12 = 15 \quad n = 3 \\ a_4 &= 3a_3 - 12 = 3(15) - 12 = 33 \quad n = 4 \\ a_5 &= 3a_4 - 12 = 3(33) - 12 = 87 \quad n = 5 \end{aligned}$$

أول خمسة حدود هي 7 و 9 و 15 و 33 و 87.

تقريب موجّه

1. أوجد أول خمسة حدود في المتتالية، حيث $a_1 = -2$ و $a_n = (-3)a_{n-1} + 4$ ، إذا كانت $n \geq 2$.

1 استخدام الصيغ التكرارية

المثال 1 يوضح كيفية إيجاد الحدود الخمسة الأولى لمتتالية باستخدام صيغة تكرارية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد قيمة الحدود الخمسة لمتتالية التي يكون فيها $a_1 = -8$ و $a_n = -2a_{n-1} + 5$ إذا كان $n \geq 2$
 $-8, 21, -37, 79, -153$

2 كتابة الصيغ التكرارية

المثال 2 يوضح كيفية كتابة صيغة تكرارية من أجل متتالية. **المثال 3** يوضح كيفية كتابة صيغة تكرارية وصريحة من أجل متتالية. **المثال 4** يوضح كيفية التحويل بين الصيغ التكرارية والصريحة.

مثال إضافي

2 اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.
a. $23, 29, 35, 41, \dots$
 $a_1 = 23, a_n = a_{n-1} + 6, n \geq 2$
b. $7, -21, 63, -189, \dots$
 $a_1 = 7, a_n = -3a_{n-1}, n \geq 2$

2 كتابة الصيغ التكرارية

المفهوم الأساسي كتابة الصيغ التكرارية

- الخطوة 1** حدد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية بإيجاد فرق مشترك أو نسبة مشتركة.
الخطوة 2 اكتب صيغة تكرارية.
المتتاليات الحسابية
 $a_n = a_{n-1} + d$ حيث d هي الفرق المشترك
المتتاليات الهندسية
 $a_n = r \times a_{n-1}$ حيث r هي النسبة المشتركة
الخطوة 3 اذكر الحد الأول والمجال في n .

نصيحة دراسية

تعريف n للحد n في
 متتالية يجب أن تكون قيمة n عدداً صحيحاً موجباً على الرغم من أنه يجب ذكر مجال n سنطرحه بدءاً من هذه النقطة أن n عدد صحيح.

مثال 2 كتابة الصيغ التكرارية

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية مما يلي.

a. $17, 13, 9, 5, \dots$

الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.

$$13 - 17 = -4 \quad 9 - 13 = -4 \quad 5 - 9 = -4$$

هناك فرق مشترك يبلغ -4 . المتتالية حسابية.

الخطوة 2 استخدم قانون المتتالية الحسابية.

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية}$$

$$a_n = a_{n-1} + (-4) \quad d = -4$$

الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 17 و $n \geq 2$.

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 17, a_n = a_{n-1} - 4, n \geq 2$

b. $6, 24, 96, 384, \dots$

الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.

$$24 - 6 = 18 \quad 96 - 24 = 72 \quad 384 - 96 = 288$$

لا يوجد فرق مشترك. ابحث عن نسبة مشتركة بصفة كل حد على الحد السابق له.

$$\frac{24}{6} = 4 \quad \frac{96}{24} = 4 \quad \frac{384}{96} = 4$$

هناك نسبة مشتركة تبلغ 4 . المتتالية هندسية.

الخطوة 2 استخدم صيغة المتتالية الهندسية.

$$a_n = r \times a_{n-1} \quad \text{الصيغة التكرارية للمتتالية الهندسية}$$

$$a_n = 4a_{n-1} \quad r = 4$$

الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 6 و $n \geq 2$.

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 6, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

تمرين موجه

2A. $4, 10, 25, 62.5, \dots$

2B. $9, 36, 63, 90, \dots$

إرشاد للمعلمين الجدد

الترميز: أحياناً ما يتم تحديد الصيغ التكرارية من أجل $a_n + 1$ وكتابتها في صورة a_n . بالنسبة إلى الجزء **a** الخاص بالمثال 2، يمكن كتابة الصيغة التكرارية في صورة $a_1 = 17, a_n + 1 = a_n - 4, n \geq 1$

أمثلة إضافية

3 السيارات يتل سعر سيارة ما عند نهاية كل عام.

السعر (AED)	العام
12,000	1
7200	2
4320	3
2592	4

a. اكتب صيغة تكرارية من أجل المتتالية. $a_1 = 12,000$, $a_n = 0.6a_{n-1}$

b. اكتب صيغة صريحة من أجل المتتالية. $a_n = 12,000(0.6)^{n-1}$

4. اكتب صيغة تكرارية من أجل المتتالية. $a_1 = -2$, $a_n = 2n - 4$, $a_n = a_{n-1} + 2$, $n \geq 2$.
b. اكتب صيغة صريحة من أجل المتتالية. $a_1 = 84$, $a_n = 1.5a_{n-1}$, $a_n = 84(1.5)^{n-1}$, $n \geq 2$

إرشاد للمعلمين الجدد

الحدود الحد الأول لمتتالية ما عادة ما يشار إليه في صورة a_0 .

يمكن تمثيل المتتالية بكل من الصيغة الصريحة والصيغة التكرارية.

مثال 3 كتابة صيغتين تكرارية وصريحة

التكثف ارجع إلى بداية الدرس. افترض أن N هي عدد العملاء. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.

الخطوات 1 و 2 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه. $35 - 25 = 10$, $45 - 35 = 10$, $55 - 45 = 10$

هناك فرق مشترك يبلغ 10. المتتالية حسابية.

الخطوة 3 استخدم قانون المتتالية الحسابية. الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية $a_n = a_{n-1} + d$

$a_n = a_{n-1} + 10$, $d = 10$

الخطوة 4 الحد الأول a_1 هو 25. $n \geq 2$. الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 25$, $a_n = a_{n-1} + 10$, $n \geq 2$

b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

الخطوة 1 الفرق المشترك هو 10.

الخطوة 2 استخدم صيغة الحد رقم n لمتتالية حسابية. صيغة لحد رقم n $a_1 = 25$ و $d = 10$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = 25 + (n-1)10$ $a_n = 25 + 10n - 10$ $a_n = 10n + 15$

الصيغة الصريحة للمتتالية هي $a_n = 10n + 15$

تفريغ موجّه

3 المذكرات يحقّ المال الذي يملكه بدر في حساب الإيجار ربعاً كل عام. لا يقوم بأي سحب أو إيداعات إضافية. بلغ رصيد الحساب في بداية كل عام 10,000 AED و 10,300 AED و 10,609 AED و 10,927.27 AED وهكذا. اكتب صيغة تكرارية وصيغة صريحة للمتتالية.

تفريغ موجّه

إذا كانت عدة حدود متتالية مطلوبة، فتكون الصيغة التكرارية مفيدة هنا إذا كان الحد رقم n في متتالية هو فقط المطلوب. فتكون الصيغة الصريحة مفيدة. ولهذا من المفيد أحياناً التحول بين الصيغتين.

مثال 4 التمثيل بين الصيغتين التكرارية والصريحة

a. اكتب صيغة تكرارية لـ $a_n = 6n + 3$. صيغة صريحة لمتتالية حسابية حيث $a_1 = 6(1) + 3 = 9$ ولهذا فالصيغة التكرارية لـ $a_n = 6n + 3$ هي $a_1 = 9$, $a_n = a_{n-1} + 6$, $n \geq 2$

b. اكتب صيغة صريحة لـ $a_n = 0.8a_{n-1}$, $n \geq 2$. صيغة تكرارية لمتتالية هندسية حيث $a_1 = 120$ و $a_n = 0.8a_{n-1}$, $n \geq 2$. ولهذا فالصيغة الصريحة لـ a_n هي $a_n = 120(0.8)^{n-1}$

تفريغ موجّه

4a. اكتب صيغة تكرارية لـ $a_n = 4(3)^{n-1}$

3a. اكتب صيغة صريحة لـ $a_n = -16$, $a_n = a_{n-1} - 7$, $n \geq 2$



مهمة من الحياة اليومية

التقل من التوقع أن يتوقع عدد الوظائف في مجال النقل بما يقرب من 1.1 مليون وظيفة بين عامي 2004 و 2014. تحدد مجالات معينة متطلبات تعليمية، وتشمل ديولوا من مدرسة علياً وشكلاً من أشكال التدريب الشخص.

المصدر: وزارة العمل في الولايات المتحدة

نصيحة دراسية

المتتالية الهندسية تدعى أن صيغة الحد n لمتتالية هندسية هي $a_n = a_1 r^{n-1}$

التدريس المتميز

المتعلمون بطريقة التواصل قسّم الصف إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة طلاب. اجعل كل طالب يكتب متتالية على بطاقة ملاحظات وصيغة تكرارية للمتتالية على بطاقة ملاحظات أخرى. كرر العملية على مدار 10 متتاليات. ثم اجعل الطلاب يضعوا البطاقات مغلوقة لأسفل. على كل طالب أن يأخذ دوره ويقلب بطاقتين محاولاً البحث عن تطابق بين متتالية وصيغتها التكرارية.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

تهيئ الرياضيات الطلاب الماهرون في الرياضيات يستخدمون أدوات مثل الرسوم التخطيطية لتحديد العلاقات بين الكميات المهمة في أحد المواقف العملية. في التمرين 22، أخبر الطلاب بأن بإمكانهم رسم الفناء ليساعدهم على رؤية النمط.

الفرضيات يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يتعرفوا على الأمثلة المماثلة ويستخدموها. في التمرين 33، أخبر الطلاب بأن بإمكانهم البدء بمتتالية يعلمون أنها صيغة تكرارية ويروا إذا كان بإمكانهم كتابة صيغة تكرارية تناسب المتتالية ليروا ما إذا كان بإمكانهم العثور على مثال مغاير للمباراة.

أنفبه!

تحليل الخطأ في التمرين 31، يجب أن يعرف الطلاب أن المتتالية هندسية ولها نسبة مشتركة تبلغ 1-. وبناءً عليه، يمكن التعبير عن المتتالية في صورة صيغة صريحة وفي صورة صيغة تكرارية كذلك.

إجابة إضافية

31. كلاهما. الإجابة النموذجية، يمكن كتابة المتتالية في صورة الصيغة التكرارية $a_1 = 2, a_n = (-1)a_{n-1}, n \geq 2$ ويمكن أن تكتب المتتالية كذلك في صورة صيغة صريحة $a_n = 2(-1)^{n-1}$.

التحقق من فهمك

مثال 1

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

1. $a_1 = 16, a_n = a_{n-1} - 3, n \geq 2$

2. $a_1 = -5, a_n = 4a_{n-1} + 10, n \geq 2$

مثال 2

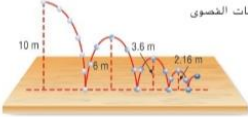
اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.

3. 1, 6, 11, 16, ...

4. 4, 12, 36, 108, ...

مثال 3

5. الكرة سقطت مرة من ارتفاع 10 أمتار. موضح بالصورة الارتفاعات العنقوي التي تصل إليها الكرة في أول ثلاثة ارتدادات.



a. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

مثال 4

لكل صيغة تكرارية، اكتب صيغة صريحة. لكل صيغة صريحة، اكتب صيغة تكرارية.

6. $a_1 = 4, a_n = a_{n-1} + 16, n \geq 2$

7. $a_n = 5n + 8$

8. $a_n = 15(2)^{n-1}$

9. $a_1 = 22, a_n = 4a_{n-1} - p, n \geq 2$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

10. $a_1 = 23, a_n = a_{n-1} + 7, n \geq 2$

11. $a_1 = 48, a_n = -0.5a_{n-1} + 8, n \geq 2$

12. $a_1 = 8, a_n = 2.5a_{n-1} - p, n \geq 2$

13. $a_1 = 12, a_n = 3a_{n-1} - 21, n \geq 2$

14. $a_1 = 13, a_n = -2a_{n-1} - 3, n \geq 2$

15. $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = a_{n-1} + \frac{3}{2}, n \geq 2$

مثال 2

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.

16. 12, -1, -14, -27, ...

17. 27, 41, 55, 69, ...

18. 2, 11, 20, 29, ...

19. 100, 80, 64, 51.2, ...

20. 40, -60, 90, -135, ...

21. 81, 27, 9, 3, ...

مثال 3

22. **وضع النماذج** بني مهندس تصميم معماري فناء من الفرييد. يشمل جزء من الفناء نمطا مكونا من مثلثات. موضح بالصورة أول أربعة صفوف من النمط.



a. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

مثال 4

لكل صيغة تكرارية، اكتب صيغة صريحة. لكل صيغة صريحة، اكتب صيغة تكرارية.

23. $a_n = 3(4)^{n-1}$

24. $a_1 = -2, a_n = a_{n-1} - 12, n \geq 2$

25. $a_1 = 38, a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} - p, n \geq 2$

26. $a_n = -7n + 52$

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	10-26, 31, 33-59	11_25 فردي, 36_39 زوجي
OL أساسي	11-25 فردي, 27-31, 33-59	27-31, 33-35, 40-59
BL متقدم	27-53, (اختياري)	

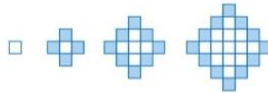
التمثيلات المتعددة

في التمرين 30، استخدم الطلاب المتعلق والتحليل وعلم الجبر في استكشاف متتالية فيبوناتشي وحساب الحدود كما تطلب الأمر.

27. **الرسائل النصية** تلقت أماني رسالة نصية متسلسلة أعادت إرسالها إلى خمس من صديقاتها. أعادت كل واحدة من صديقاتها إرسال الرسالة النصية إلى خمس صديقات أخريات، وهكذا.

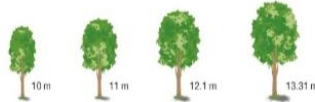
- أوجد أول خمسة حدود في هذا التسلسل مثل عدد الأشخاص الذين يتلقون الرسالة النصية في الجولة n .
- اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
- إذا كانت أماني مثل a_1 فأوجد a_8 .

28. **الهندسة** فكر في البسط أدناه. يزداد عدد المربعات الزرقاء وفقاً لبسط معين.



- اكتب صيغة تكرارية للمتتالية التي مثل عدد المربعات الزرقاء في كل شكل.
- إذا كان المربع الأول يمثل a_1 فأوجد عدد المربعات الزرقاء في a_8 .

29. **الأشجار** يتناطح شو نوع معين من الأشجار مع تقدم الشجرة في العمر. تظهر ارتفاعات الشجرة على مدار الأربع سنوات الماضية.



- اكتب صيغة تكرارية لارتفاع الشجرة.
 - إذا استمر البسط، فما الطول الذي ستصل إليه الشجرة بعد عامين آخرين؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.
30. **التمثيلات المتعددة** متتالية فيبوناتشي ليست حسابية أو هندسية ويمكن تعريفها بأنها صيغة تكرارية. الحدود الأولى هي $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$
- منطقتياً حدد العلاقة بين حدود المتتالية. ما الحدود الخمسة التالية في المتتالية؟
 - جبرياً اكتب صيغة للحد رقم n إذا كانت $a_1 = 1$ و $a_2 = 1$ و $n \geq 3$.
 - جبرياً أوجد الحد رقم 15.
 - تحليلياً اشرح السبب في أن متتالية فيبوناتشي ليست متتالية حسابية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

- تحليل الخطأ** يعمل بلال وجاسم على حل مسألة رياضية تتضمن المتتالية $2, -2, 2, -2, \dots$. يعتقد بلال أنه يمكن كتابة المتتالية بصيغة تكرارية. ويرى جاسم أنه يمكن كتابة المتتالية بصيغة صريحة. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.
- التحدي** أوجد a_4 للمتتالية حيث $a_4 = 1104$ و $a_n = 4a_{n-1} + 16$.
- الفرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. علل استنتاجك.
توجد صيغة تكرارية واحدة فقط لكل متتالية.
- التحدي** أوجد صيغة تكرارية لـ $4, 9, 19, 39, 79, \dots$.
- الكتابة في الرياضيات** اشرح الفرق بين الصيغة الصريحة والصيغة التكرارية.

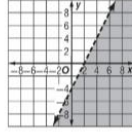
4 التقويم

بطاقة التحق من استيعاب

الطلاب اجعل الطلاب ينشئوا متتالية عن طريق كتابة الحدود الخمسة الأولى. ثم اجعلهم يكتبوا صيغة صريحة وصيغة تكرارية للمتتالية.

تدريب على الاختبار العملي

38. أوجد متباينة في التمثيل البياني المعروض.



- A $y > 2x - 4$ C $y < 2x - 4$
B $y \geq 2x - 4$ D $y \leq 2x - 4$

39. اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطتين (4, 58) و (-2, -20).

- F $y = 13x + 6$ H $y = 19x + 18$
G $y = 19x - 18$ J $y = 13x - 6$

36. أوجد صيغة تكرارية للمتتالية ... 12, 24, 36, 48.

- A $a_1 = 12, a_n = 2a_{n-1}, n \geq 2$
B $a_1 = 12, a_n = 4a_{n-1} - 24, n \geq 2$
C $a_1 = 12, a_n = a_{n-1} + 12, n \geq 2$
D $a_1 = 12, a_n = 12a_{n-1} + 12, n \geq 2$

37. الهندسة تبلغ مساحة أحد المستطيلات $36m^4n^6$ متر مربع. يبلغ طول المستطيل $6m^3n^3$ متر. فما عرض المستطيل؟

- F $216m^7n^9 m$
G $6mn^3 m$
H $42m^7n^3 m$
J $30mn^3 m$

مراجعة شاملة

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

40. 675, 225, 75, ... 41. 16, -24, 36, ... 42. 6, 18, 54, ...
43. 512, -256, 128, ... 44. 125, 25, 5, ... 45. 12, 60, 300, ...

46. الاستثمار استثمر أحمد 2000 AED بنسبة مراجعة مركبة تبلغ 5.75% شهرياً. ما المبلغ الذي سيكون مع أحمد بعد 5 سنوات؟

47. الجولات السياحية تشارك أسرة راشد وأسرّة صالح معاً في رحلة لزيارة مصنع حلويات. موضح الجدول أدناه عدد الأشخاص في كل أسرة والتكلفة الإجمالية. أوجد أسعار دخول الشخص البالغ والأطفال.

الأسرة	عدد البالغين	عدد الأطفال	التكلفة الإجمالية
راشد	2	3	AED 58
صالح	2	1	AED 38

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

48. $y + 6 = -3(x + 2)$ 49. $y - 12 = 4(x - 7)$ 50. $y + 9 = 5(x - 3)$
51. $y - 1 = \frac{1}{3}(x + 15)$ 52. $y + 10 = \frac{2}{5}(x - 6)$ 53. $y - 4 = -\frac{2}{7}(x + 1)$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. وإن لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب هذه أبسط صورة.

54. $8x + 3y^2 + 7x - 2y$ 55. $4(x - 16) + 6x$ 56. $4n - 3m + 9m - n$
57. $6r^2 + 7r$ 58. $-2(4g - 5h) - 6g$ 59. $9x^2 - 7x + 16y^2$

التدريس المتمايز

التوسع بالنسبة إلى التمرين 30. كتب الطلاب صيغة تكرارية من أجل متتالية فيبوناتشي، وهي لا تعد حسابية ولا هندسية. اجعل الطلاب يكتبوا صيغة تكرارية من أجل متتالية أخرى لا تكون حسابية ولا هندسية.



مختبر تقنية التمثيل البياني

حل المعادلات والمتباينات الأسية

2-6

مختبر

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات الأسية من خلال التمثيل البياني أو من خلال استخدام حاسبة الجدول. وللقيام بذلك، سوف نكتب المعادلات في صيغة أنظمة معادلات.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة رسم بياني لحل المعادلات الأسية من خلال رسم مخطط بياني أو من خلال استخدام حاسبة الجدول.

المواد

- حاسبة رسم بياني أخرى

نصيحة تدريسية

في الخطوة 1 من النشاط 1 ذكر الطلاب أن يضعوا الأس بين قوسين.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات من اثنين أو ثلاثة، مازجاً القدرات. ثم اطلب من المجموعات الانتهاء من الأنشطة 1 و2 والتارين 1 و9.

النشاط 1

- قبل البدء في مناقشة النشاط 1، استخدم معادلة بسيطة مثل $2x = 6$ لتذكير الطلاب بكيفية حل المعادلات عن طريق التمثيل البياني. ارسـم مخطط بياني للمعادلات $y = 2x$ و $y = 6$ ومن ثم حدد نقطة تقاطع الرسمين البيانيين.
- اسأل الطلاب لماذا من الضروري في الخطوة 1 أن تدخل المعادلة باستخدام قوسين حول الأس.
- اطلب من الطلاب استبدال حل النشاط 1 في المعادلة الأصلية للتأكد من صحته.

النشاط 1

$$\text{حل } 3^x - 4 = \frac{1}{9}$$

مثل كل طرف من المعادلة بيانياً في صورة دالة منفصلة. أرحل $3^x - 4$ باعتبارها Y1. تأكد من تضمين قوسين حول الأس. أرحل $\frac{1}{9}$ باعتبارها Y2. ثم مثل المعادلتين بيانياً.



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

الخطوة 2 استخدم خاصية intersect.

يمكنك استخدام خاصية **intersect** (تقاطع) من قائمة **CALC** (احسب) لتقريب الزوج المركب الخاص بالنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلات البيانية. تبيّن شاشة الحاسبة أن الإحداثي X للنقطة التي يتقاطع عندها المنحنيان هو 2. لذا، فإن حل المعادلة هو 2.



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

الخطوة 3 استخدم خاصية TABLE.

يمكنك أيضاً استخدام خاصية **TABLE** (الجدول) لتحديد موقع النقطة التي يتقاطع عندها المنحنيان. يظهر الجدول قيم X وقيم Y المتساوية لكل تمثيل بياني. افحص الجدول للعثور على قيمة X التي تساويها قيم Y في التمثيلات البيانية.

عند $x = 2$ ، تكون لكتنا الدالتين قيمة Y تبلغ 0.1 أو $\frac{1}{9}$. وبالتالي، فإن حل المعادلة هو 2.

تحقق عوّض بالعدد 2 عن X في المعادلة الأصلية

$3^x - 4 = \frac{1}{9}$	المعادلة الأصلية
$3^2 - 4 = \frac{1}{9}$	عوّض بالعدد 2 عن X.
$3^2 - 4 = \frac{1}{9}$	بسط.
$3^2 - 4 = \frac{1}{9}$	تم التحقق من الحل.

(يتبع في الصفحة التالية)

يمكن استخدام إجراء مماثل لحل المتباينات الأسية.

مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الأسية

النشاط 2 وصف

حل $2^x - 3 \geq 0.5^x - 2$.



الخطوة 1: أدخل المتباينات ذات الصلة. أعد كتابة المسألة في صورة نظام متباينات. المتباينة الأولى هي $y \geq 2^x - 2$ أو $y \leq 2^x - 2$ ، وبما أن هذه المتباينة تتضمن علامة أقل من أو يساوي، فيجب أن نظل أسفل المنحنى. أدخل الحد أولاً ثم استخدم السهم ومفتاح **ENTER** لاختيار أيقونة "التظليل أسفل". المتباينة الثانية هي $y \geq 0.5^x - 3$ ، نظل فوق المنحنى لأن هذه المتباينة تحتوي على علامة أكبر من أو يساوي.

خطوات العملية على الحاسبة:

Y= **2** **ENTER** **ENTER** **ENTER** **2** **ENTER** **X,T,θ,n** **=** **2** **ENTER** **ENTER** **ENTER** **ENTER** **5** **ENTER** **X,T,θ,n** **=** **3** **ENTER**



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

X	Y1	Y2
-10	0.0009765625	0.0009765625
-5	0.000009765625	0.000009765625
0	1	1
5	32	32
10	1024	1024

الخطوة 2: مثل النظام بيانياً.

خطوات العملية على الحاسبة: **GRAPH**

قيم x للنقاط الواقعة في المنطقة التي تتداخل فيها المنطقتان المحظلتان هي مجموعة حل المتباينة الأصلية. وباستخدام خاصية **intersect** (تقاطع)، يمكنك استنتاج أن مجموعة الحل هي $\{x | x \geq 2.5\}$.

الخطوة 3: استخدم خاصية TABLE

تحقق باستخدام خاصية **TABLE** (الجدول). وقم بأعداد الجدول لإظهار قيم x بزيادات تساوي 0.5. خطوات العملية على الحاسبة: **2nd** **[TBLSET]** **0** **ENTER** **5** **ENTER** **2nd** **[TABLE]**. لاحظ أنه بالنسبة لقيم x التي تكون أكبر من 2.5، فإن $Y1 > Y2$. وهذا يؤكد أن حل المتباينة يكون $\{x | x \geq 2.5\}$.

McGraw-Hill Education © حقوق النشر محفوظة بواسطة مؤسسة

10. نظراً لأن النظام يتكون من التعابير الموجودة على كلا طرفي المعادلة الأصلية أو المتباينة، فإن أي قيم تكون حلولاً للنظام سوف تحقق المعادلة الأصلية أو المتباينة.

تمارين

حل كل معادلة أو متباينة.

- $9^x - 1 = \frac{1}{81} - 1$
- $4^x + 3 = 2^{5x} - 2$
- $5^x - 1 = 2^x - 1.76$
- $3.5^x + 2 = 1.75^x + 3 - 1.2$
- $-3^x + 4 = -(0.5^{2x} + 3) - 2.6$
- $6^{2-x} - 4 < -0.25^x - 2 \{x | x > 1.8\}$
- $16^x - 1 > 2^{2x} + 2 \{x | x > 3\}$
- $3^x - 4 \leq 5^{\frac{3}{2}x} \{x | x < 2\}$
- $5^{x+3} \leq 2^{x+4} \{x | x \leq -2.2\}$

10. الكتابة في الرياضيات: وضح سبب عمل هذه التقنية الخاصة بتمثيل نظام معادلات أو متباينات بيانياً على حل المعادلات والمتباينات الأسية.

النشاط 2

في النشاط 2، تأكد من فهم الطلاب سبب الحاجة إلى إعادة كتابة المتباينة باعتبارها نظام من المتباينات.

تدريب اطلب من الطلاب الانتهاء من التمارين 2-9.

3 التقييم

تقويم تكويني

استخدم التمارين 4 و9 لتقويم ما إذا كان يمكن للطلاب فهم كيفية استخدام حاسبة رسم بياني لحل المعادلات والمتباينات الأسية.

من المادي إلى المعنوي

اطلب من الطلاب شرح كيفية يمكن أن تتغير مجموعة حلول النشاط 2 في حال كانت المتباينة $2^x - 2 \leq 0.5^x - 3$.

حل المعادلات والمتباينات الأسية

2-6

1 التركيز

انحياز عمودي

قبل الدرس 2-6 | رسم مخطط بياني للدوال الأسية.

الدرس 2-6 حل المعادلات الأسية. حل المتباينات الأسية.

بعد الدرس 2-6 بسط التعابير الجذرية.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الخاص بالدرس.

اسأل:

■ ما هي قيمة x التي تمثل العام 2010؟

■ كم عدد الأعضاء الذين يمثلون في $y = 5.2$ ؟ 5,200,000

■ كم عدد الأعضاء الذين سيتواجدون في 2012؟ نحو 27,300,000

لماذا؟

الحالي

السابق



● حل المعادلات الأسية. ● نتج العضوية مواقع شبكات التواصل الاجتماعي إلى الزيادة بمعدل أسّي. ويمكن تمثيل نمو هذه العضوية على أحد المواقع من خلال المعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ حيث x هو عدد الأعوام منذ 2004 و y هو عدد الأعضاء بالملايين. يمكنك استخدام $y = 2.2(1.37)^x$ لتحديد كم سيكون عدد الأعضاء في عام ما محدد. أو لتحديد العام الذي بلغت فيه العضوية مستوى معينًا.

● فمت يمثل الدوال الأسية بيانيًا.

1

2

1 إيجاد حل المعادلات الأسية في المتباينات الأسية. تأني المتغيرات على شكل أسّي.

المفهوم الأساسي خاصية التساوي في الدوال الأسية

الشرح افترض أن $b > 0$ و $b \neq 1$. إذا $b^x = b^y$ فخط عندما يكون $x = y$.
مثال إذا كانت $3^x = 3^5$ ، إذا $x = 5$ كانت $x = 5$ ، إذا كانت $3^x = 3^5$.

الشرح

المفردات الجديدة

المعادلة الأسية
exponential equation
المربحة المركبة
compound interest
المتباينة الأسية
exponential inequality

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية
وكيفية.

يمكن استخدام خاصية التساوي لحل المعادلات الأسية.

مثال 1 حل المعادلات الأسية

حل كل من المعادلات التالية.

a. $2^x = 8^3$

$2^x = 8^3$

$2^x = (2^3)^3$

$2^x = 2^9$

$x = 9$

المعادلة الأصلية

أعد كتابة 8 بالصيغة 2^3 .

قوة أسية لقوة أسية

خاصية التساوي في الدوال الأسية

b. $9^{2x-1} = 3^{6x}$

$9^{2x-1} = 3^{6x}$

$(3^2)^{2x-1} = 3^{6x}$

$3^{4x-2} = 3^{6x}$

$4x - 2 = 6x$

$-2 = 2x$

$-1 = x$

المعادلة الأصلية

أعد كتابة 9 بالصيغة 3^2 .

قوة أسية لقوة أسية

خاصية التساوي في الدوال الأسية

اطرح $4x$ من كل طرف.

اقسم كل طرف على 2.

تمرين موجّه

1A. $4^{2x-1} = 64$

1B. $5^{5x} = 125^x + 2$

يمكنك استخدام المعلومات المتعلقة بالنمو أو التناقص لكتابة المعادلة الخاصة بدالة أسية.

مثال 2 من الحياة اليومية كتابة الدالة الأسية

العلوم بدأت هدى تجربة بسـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد 4 ساعات، أصبح هناك 23,000 خلية. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها في تمثيل عدد البكتيريا بعد x من الساعات إذا كان عدد البكتيريا يتغير بالمعدل نفسه.

في بداية التجربة، كان الوقت 0 ساعة وكان يوجد 7500 خلية بكتيرية. وبالتالي، تكون قيمة التناقص مع المحور الرأسي a وقيمة b هي 7500.

عندما يكون $x = 4$ يكون عدد الخلايا البكتيرية 23,000. عوض عن هذه القيم في دالة أسية لتحديد قيمة b .

$y = ab^x$	دالة أسية
$23,000 = 7500 \cdot b^4$	عوض عن x بسـ 4، وعن y بسـ 23,000. وعن a بسـ 7500.
$3.067 \approx b^4$	اقسم كل طرف على 7500.
$\sqrt[4]{3.067} \approx b$	احسب الجذر الرابع لكل طرف.
$1.323 \approx b$	استخدام الحاسبة.

المعادلة التي تمثل عدد البكتيريا هي $y \approx 7500(1.323)^x$.

b. كم عدد الخلايا البكتيرية التي يمكن توقعها في العينة بعد 12 ساعة؟

$y \approx 7500(1.323)^x$	تمثيل المعادلة
$\approx 7500(1.323)^{12}$	عوض عن x بسـ 12.
$\approx 215,665$	استخدام آلة حاسبة.

سيكون هناك تقريباً 215,665 خلية بكتيرية بعد 12 ساعة.

تمرين موجّه

2. إعادة التدوير قامت جهة تصنيع بتوزيع 3.2 ملايين علبة الألومنيوم في عام 2005.

A. وفي 2010، وزعت هذه الجهة 420,000 علبة تصلّفة من العلب المتعاد تدويرها، والتي قامت بتوزيعها من قبل. وبافتراض أن معدل إعادة التدوير يستمر، اكتب معادلة لتمثيل توزيع العلب المتصلّفة من الألومنيوم المتعاد تدويره كل عام.

B. كم عدد العلب المتصلّفة من الألومنيوم المتعاد تدويره الذي يمكن توقعه في عام 2050؟ **أوجد**

$$y = 3.2(0.67)^x$$

لستخدم الدوال الأسية في الحالات التي تنطوي على مراحلة مركبة. **المراحلة المركبة** هي فائدة يتم دفعها على أساس رأس المال الأصلي للاستثمار بالإضافة إلى أي فوائد مكتسبة سابقاً.

المفهوم الأساسي المراحلة المركبة

يمكنك حساب المراحلة المركبة باستخدام الصيغة التالية.

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث يمثل A المبلغ في الحساب بعد t من الأعوام، ويمثل P المبلغ الأصلي المستثمر، ويمثل r نسبة المراحلة السنوية، ويمثل n عدد الفترات المركبة كل عام.

مسائل من الحياة اليومية

في عام 2008، ساهم معدل إعادة تدوير المعادن في الولايات المتحدة البالغ 35% في الوفاة من الميثان ما يقارب 25 مليون طن متري من الكربون في الهواء - الكمية الممتدة سنوياً من 4.5 ملايين سيارة تقريباً. المصدر: وكالة حماية البيئة



1 حل معادلات تربيعية

المثال 1 يوضح كيفية حل معادلة أسية. المثال 2 يوضح كيفية كتابة دالة أسية للتعبير عن موقف في الحياة اليومية. المثال 3 يوضح كيفية تحديد القاعدة المركبة باستخدام دالة أسية.

تقويم تكويني

استخدم تمارين الممارسة الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمبادئ.

أمثلة إضافية

1 حل جميع المعادلات.

a. $3^x = 9^4$ 8

b. $25^x = 4^{2x-1}$ -2

2 السكان في 2000. كان تعداد السكان في فينيكس 1,321,045 وبحلول 2007، تم تقديره بنحو 1,512,986.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها للتعبير عن سكان فينيكس. اكتب x فيما يتعلق بعدد السنوات منذ عام 2000.

$y = 1.321.045(1.0196)^x$

b. توقع تعداد سكان فينيكس في 2013.

1,700,221

التركيز على المحتوى الرياضي

حل المعادلات الأسية يمكن حل المعادلات الأسية البسيطة من خلال إعادة كتابة أحد أو كلا طرفي المعادلة وبالتالي تكون القواعد واحدة. بمجرد تحقيق ذلك، يمكن استخدام خاصية التباين للدوال الأسية للحل للحصول على المتغير.

مثال إضافي

3 يدفع حساب استثماري فائدة مركبة سنوية بنسبة 5.4% بشكل ربع سنوي. إذا كان قد تم إيداع 4000AED في هذا الحساب، أوجد الحساب بعد 8 أعوام. **6143.56AED**

2 حل معادلات تربيعية

المثال 4 يوضح كيفية حل متباينة أسية.

مثال إضافي

4 حل $x < \frac{7}{2}$, $5^3 - 2x > \frac{1}{625}$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

مدونة اطلب من الطلاب كتابة مدخلة في المدونة توضح خواص معادلة أو متباينة أو دالة أسية.

مثال 3 المراجعة المركبة

يدفع حساب استثماري مراجعة سنوية مركبة بنسبة 4.2% شهرياً. فإذا تم استثمار مبلغ 2500 AED في هذا الحساب، فكم سيصبح الرصيد بعد 15 عامًا؟

الهدف أوجد المبلغ الإجمالي في الحساب بعد 15 عامًا.

خطط استخدم قانون المراجعة المركبة.

$t = 15$ و $n = 12$ و $r = 0.042$ و $P = 2500$

أوجد الحل

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

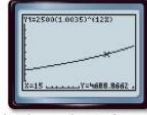
$$= 2500 \left(1 + \frac{0.042}{12} \right)^{12 \cdot 15}$$

$$\approx 4688.87$$

قانون المراجعة المركبة

$P = 2500$, $r = 0.042$, $n = 12$, $t = 15$

استخدم حاسبة.



[0, 20] scl: 1 by [0, 10,000] scl: 1000

تحقق مثل المعادلة التالية بياناً

$2500(1.0035)^{12 \cdot 15} = 4688.87$ باستخدام قيمة CALC لإيجاد y

عندما تكون $x = 15$

قيمة y البالغة 4688.8662 قريبة جداً من 4688.87.

لذلك فالإجابة صحيحة.

تمرين موجّه

3. أوجد رصيده الحساب بعد 20 عامًا إذا تم وضع 100 AED في حساب يدفع مراجعة مركبة قدرها 1.2% مرتين في الشهر. **AED 127.12**

انتبه!

النسب المئوية تذكر أن تحويل جميع النسب المئوية إلى صيغة كسور عشرية، 0.042 تصبح 2.4%

2 حل المتباينات الأسية

المتباينة الأسية هي متباينة تتضمن متغير أسية.

المفهوم الأساسي خاصية التباين في الدوال الأسية

الشرح افترض أن $b > 1$. فإن $b^x > b^y$ فقط عندما تكون $x > y$ ، و $b^x < b^y$ فقط عندما تكون $x < y$.

مثال إذا كانت $2^6 > 2^8$ فإن $x > 6$ ، فإن كانت $x > 6$ ، إذا $2^x > 2^6$

تنطبق هذه الخاصية أيضاً على \geq و \leq .

مثال 4 حل المتباينات الأسية

حل $16^{2x-3} < 8$

$$16^{2x-3} < 8$$

المتباينة الأصلية

$$(2^4)^{2x-3} < 2^3$$

أعد كتابة 16 بالصيغة 2^4 و 8 بالصيغة 2^3

$$2^{8x-12} < 2^3$$

قوة أسية لقوة أسية

$$8x - 12 < 3$$

خاصية التباين في الدوال الأسية

$$8x < 15$$

اجمع إلى كل طرف.

$$x < \frac{15}{8}$$

اقسم كل طرف على 8.

تمرين موجّه

حل كل متباينة مما يلي.

4A. $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$ $\{x | x \geq -2\}$

4B. $2^{x+2} > \frac{1}{32}$ $\{x | x > -7\}$

التعليم المهميز

في حال أنت تريد من الطلاب أن يتحققوا لبروا ما إذا كانت الإجابة صحيحة.

إذا ذكر الطلاب أن يختاروا أي قيمة في وقت الحل ويروا إذا كانت تنماشى مع المتباينة الأصلي.

3 التمرين

تقويم تكويني

استخدم التمارين من 1-8 للتحقق من الفهم.

استخدم التمثيل البياني في أسفل الصفحة القادمة لتخصيص الواجبات لطلابك.

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل يمكن للطلاب المتميزين رياضياً تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المسائل المتواجدة في الحياة اليومية وتحليل العلاقات رياضياً لرسم نتائج وتفسير نتائجهم الرياضية في سياق موقف ما.

التحقق من فهمك

مثال 1

حل كل من المعادلات التالية.

1. $3^{5x} = 27^{2x-4}$ 12
2. $16^{2y-3} = 4^{y+1}$ $\frac{7}{3}$
3. $2^{6x} = 32^{x-2}$ -10
4. $49^x + 5 = 7^{8x-6}$ $\frac{8}{3}$

مثال 2

مثال 5a. $c = 2\frac{4}{15}$
مثال 5b. $c = 16$

5. العلوم انقسام الخلية هو العملية التي تنقسم فيها الخلية إلى اثنتين. وتُعدّ الإشريكية القولونية واحدة من أسرع أنواع البكتيريا نمواً. ذلك أنه يمكنها أن تتكاثر بنفسها في 15 دقيقة.

a. اكتب دالة أسية لتمثيل عدد الخلايا c بعد عدد t من الدقائق.

b. إذا بدأت بحلية إشريكية قولونية واحدة، فكم سيكون عدد الخلايا خلال ساعة واحدة؟

6. تدفع شهادة إيداع مراهقة مركبة كل أسبوعين قدرها 2.25%. فإذا أودعت AED 500 في هذه الشهادة، فكم سيكون الرصيد بعد 6 أعوام؟ **AED 572.23**

مثال 3

حل كل من المتباينات التالية.

7. $4^{2x+6} \leq 64^{2x-4}$ $\{y | y \leq 0\}$
8. $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+2}$ $\{x | x \geq 4.5\}$

مثال 4

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حل كل من المعادلات التالية.

9. $8^{4x+2} = 64$ 0
10. $5^{x-6} = 125$ 9
11. $81^{x+2} = 3^{4x+1}$ -7
12. $256^{b+2} = 4^{2-2b}$ -1
13. $9^{3c+1} = 27^{3c-1}$ $\frac{5}{3}$
14. $8^{2y+4} = 16^{y+1}$ -4

مثال 2

15. تمثيل النماذج في عام 2009، استلكت ربهام مبلغاً قدره AED 10,000 من جديتها، واستثمر والداها هذا المبلغ المالي كله، وبحلول عام 2021، سيكون هذا المبلغ قد نما ليصل إلى AED 16,960.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها لتمثيل المبلغ المالي y ، واكتب الدالة بحيث يكون x هو عدد الأعوام منذ عام 2009. **$y = 10,000(1.045)^x$**

b. افترض أن هذا المبلغ المالي استمر في النمو بنفس المعدل، فكم سيكون رصيده هذا الحساب في عام 2031؟ **حوالي AED 26,336.52**

اكتب دالة أسية للتمثيل البياني الذي يمر بالنقاط المعطاة.

16. $(0, 6.4)$ و $(3, 100)$ **$y = 6.4(2.5)^x$**
17. $(0, 256)$ و $(4, 81)$ **$y = 256(0.75)^x$**
18. $(0, 128)$ و $(5, 371,293)$ **$y = 128(4.926)^x$**
19. $(0, 144)$ و $(4, 21,609)$ **$y = 144(3.5)^x$**

مثال 3

20. أوجد رصيده الحساب بعد 7 أعوام إذا تم إيداع مبلغ AED 700 في حساب يدفع مراهقة قدرها 4.3% شهرياً. **AED 945.34**

21. حدد كم سيكون المبلغ الموجود في حساب تتأعد بعد 20 عاماً إذا تم استثمار AED 5000 بنسبة مراهقة مركبة قدرها 6.05% أسبوعياً. **AED 16,755.63**

22. يقدم حساب توفير مراهقة مركبة قدرها 0.7% كل شهرين، وإذا تم إيداع مبلغ AED 110 في هذا الحساب، فكم سيكون الرصيد بعد 15 عاماً؟ **AED 122.17**

23. يدفع حساب توفير جامعي مراهقة سنوية قدرها 13.2% كل نصف عام، فكم سيكون رصيده الحساب بعد 12 عاماً إذا تم إيداع مبلغ AED 21,000 بشكل أولي؟ **AED 97,362.61**

مثال 4

حل كل من المتباينات التالية.

24. $625 \geq 5^{a+8}$ **$\{a | a \leq -4\}$**
25. $10^{5b+2} > 1000$
26. $\left(\frac{1}{64}\right)^{c-2} < 32^{2c}$
27. $\left(\frac{1}{27}\right)^{2d-2} \leq 81^{d+4}$ **$\{d | d \geq -1\}$**
28. $\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$ **$\{t | t \leq -40\}$**
29. $\left(\frac{1}{36}\right)^{w+2} < \left(\frac{1}{216}\right)^{4w}$

140 | الدرس 2-6 | حلّ المعادلات والمتباينات الأسية

خيارات الواجب المنزلي المميزة

مستوى	واجب	خيار اليوميين
أساسي م.5	9-29, 42-43, 45-71	9-29, 50-53, 54-71, 45-49, 42-43, 10-28 زوجي
جوهري م.6	31-37, 30, 9-29 فردي, 45-71, 38-43	9-29, 50-53, 30-43, 45-49, 54-71
متقدم م.7	30-67, (اختياري, 68-71)	

140 | الدرس 2-6 | حلّ المعادلات والمتباينات الأسية

إجابات إضافية
38d. نحو 9.3498 مليار؛ لأن التوقع لعام 200 كان أكبر من التعداد الفعلي للسكان. وهذا التوقع من المحتمل أن يكون أعلى من التعداد الفعلي الذي سيكون في ذلك الوقت.



- 30. العلوم** تبلغ حرارة كوب من الشوكولاته الساخنة 90°C عند الوقت $t = 0$. وهذا الكوب يحاط بهواء درجة حرارته ثابتة عند 20°C . فإذا تم تطبيقه بانتظام، ستصبح حرارته بالدرجة المتوبة بعد t من الدقائق $y(t) = 20 + 70(1.071)^{-kt}$.
a. أوجد درجة حرارة الشوكولاته الساخنة بعد 15 دقيقة. **45.02°C**
b. أوجد درجة حرارة الشوكولاته الساخنة بعد 30 دقيقة. **28.94°C**
c. درجة الحرارة المتتالية للشرب هي 60°C . فهل سيكون كوب الشوكولاته الساخنة عند درجة الحرارة هذه أم أقل. فيها بعد 10 دقائق؟ **أقل منها**

31. الحيوانات تُظهر الدراسات أن أي حيوان سوف يدافع عن منطقته في حيز يُقدر بالأمتر المربعة يكون متناسلاً بشكل طردي مع قوة قدرها 1.31 من وزن الحيوان بالكيلوغرام.
a. إذا دافع قندس وزنه 45 كيلوجراماً عن مساحة قدرها 170 متراً مربعاً، فاكثب معادلة تمثل المساحة A التي يتم الدفاع عنها بواسطة قندس وزنه w من الكيلوجرامات. **$A = 1.16w^{1.31}$**
b. يعتقد العلماء أنه منذ آلاف السنين، كان أسلاف القندس بطول 11 m ووزن 430 كيلوجراماً. استخدم معادلتك لتحديد المساحة التي دافعت عنها تلك الحيوانات. **حوالي 3268 km**
حَن كل من المعادلات التالية.

32. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1} \cdot \frac{2}{5}$ 33. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2} \cdot \frac{1}{7}$ 34. $216 = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+3} \cdot 6$
 35. $\left(\frac{1}{8}\right)^{3x+4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x+4} \cdot \frac{4}{13}$ 36. $\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4} \cdot \frac{11}{8}$ 37. $\left(\frac{25}{81}\right)^{3x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1} \cdot 1$

- 38. تمثيل النماذج** في عام 1950، بلغ تعداد سكان العالم 2.556 مليار نسمة. وبحلول عام 1980، ازداد العدد إلى 4.458 مليار نسمة.
a. اكتب دالة أسية بالصيغة $y = ab^x$ والتي يمكن استخدامها لتمثيل تعداد سكان العالم y بالمليارات للفترة من 1950 وحتى 1980. اكتب المعادلة بحيث يكون x هو عدد الأعوام منذ 1950. أقرب قيمة b إلى أقرب جزء من عشرة آلاف. **$y = 2.556(1.0187)^x$**
b. افترض أن هذا التعداد استمر في النمو بهذا المعدل. قَدِّر التعداد في عام 2000. **6.455 مليارات**
c. في عام 2000، بلغ تعداد سكان العالم حوالي 6.08 مليارات نسمة. قارن تقديرك بالتعداد الفعلي للسكان.
d. استخدم المعادلة التي كتبتها في الجزء **b** لتقدير تعداد سكان العالم في العام 2020. ما مدى دقة هذا التقدير برأيك؟ اشرح استنتاجك. **كان التعداد المتوقع أكثر من الفعلي بحوالي 375 مليوناً.**

- 39. الأشجار** يتغير قطر الدائرة لقاعدة جذع شجرة بالمستقيرات طردياً مع $\frac{3}{2}$ قوة ارتفاعها بالأمتار.
a. يبلغ طول شجرة سكوية صغيرة 6 أمتار، ويبلغ قطر قاعدتها 19.1 سنتيمتراً. استخدم هذه المعلومات لكتابة معادلة للقطر d الخاص بقاعدة شجرة السكوية إذا كان ارتفاعها يبلغ h من الأمتار.
b. يبلغ طول شجرة الجنرال شيرمان في حديقة سكوي الوطنية بكاليفورنيا حوالي 84 متراً. أوجد قطر قاعدة شجرة الشيرمان العامة. **حوالي 1001 cm**

الخيار B	الخيار A
نسبة سنوية 4.2% تزداد بشكل ربع سنوي. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000	نسبة سنوية 6.5% تزداد بشكل ربع سنوي. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000
بالإضافة إلى	
نسبة سنوية 2.3% تزداد أسبوعياً. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000	

- 40. المعرفة المالية** لدى السيدة آمنة خططان استثمارتان مختلفتان تتعلمان بالتقاعد لخيار واحدة من بينهما.
a. اكتب معادلتين للخيار A والخيار B بناءً على الحد الأدنى للإيداعات.
b. ارسم تخطيطاً بيانياً لإظهار الأرصدة لكل خيار استثماري بعد عدد t من الأعوام. انظر الهامش
c. اشرح ما إذا كان الخيار A أو الخيار B هو الخيار الأفضل للاستثمار.

40c. الإيجابية: خلال أول 22 عاماً، يكون الخيار B هو الخيار الأفضل لأن الإجمالي يكون أعلى من ذلك الخاص بالخيار A . ومع ذلك، بعد حوالي 22 عاماً، سيتجاوز رصيد الخيار B رصيد الخيار A لذلك فالخيار A هو الخيار الأفضل.

التعليم الهيئ

تهديد اسبح للطلاب بتطوير الشعور الاستهلاكي من خلال إعطائهم مبلغ إبداع مبدئي والطلب منهم التسوق في الأنحاء للحصول على أفضل سعر فائدة، ينبغي على الطلاب تسجيل المعلومات ذات الصلة بما في ذلك اسم البنك ونوع الحساب ومعدل الفائدة وكَم مرة تم تركيب الفائدة والقيود المفروضة على الحساب. اطلب من الطلاب رسم مخطط بياني لنمو وديعتهم المبدئية بمرور الوقت.

تدريس الممارسات الرياضية

برهان يمكن للطلاب المتميزون رياضياً فهم واستخدام الافتراضات والتعريفات المذكورة والتأنيق المتوصل إليها سابقاً لبناء البرهان. فإنهم يخمّنون ويبنون تقدماً منطقيّاً للعبارة لاستكشاف حقيقة تخميناتهم. وهم قادرون على تحليل المواقف من خلال تحليلها إلى حالات ويمكنهم التعرف على الأمثلة العكسية واستخدامها.

41. **التثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الزيادة السريعة لإحدى الدوال الأسية. ثم قم ورقة كبيرة إلى نصفين. ووضعت إحدى القطعتين الناتجتين على القطعة الأخرى. بعد ذلك، ثم قم القطعتين الموجودتين في هذه الكومة إلى نصفين ووضعت القطع الناتجة فوق بعضها البعض. افترض أنه تم تكرار هذا الإجراء عدة مرات.
- a. **عملياً** بقّد هذا النشاط وقم بإحصاء عدد الأوراق في الكومة بعد الفص أول مرة. كم سيكون عدد قصاصات الورق في الكومة بعد ثاني عملية قص؟ وكم سيكون عدد قصاصات الورق بعد ثالث مرة؟ وكم سيكون عدد قصاصات الورق بعد رابع مرة؟ **2, 4, 8, 16**
- b. **جدولياً** سجّل نتائجك في جدول. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**
- c. **رمزيّاً** استخدم النمط الموجود في الجدول لكتابة معادلة لعدد قصاصات الورق في الكومة بعد عدد x من عمليات القص. **$y = 2^x$**
- d. **تحليلياً** يبلغ شيك ورقة عادية حوالي 0.003 سنتيمتر. اكتب معادلة للتعبير عن شيك كومة من هذه الورقة بعد عدد x من عمليات القص. **$y = 0.003(2)^x$**
- e. **تحليلياً** كم سيكون شيك كومة الورق بعد 30 قصّة؟ **حوالي 3,221,225.47 in.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

42. **الكتابة في الرياضيات** في مسألة عن المراجعة المركبة، صف ماذا يحدث عندما تصبح الفترات المركبة أكثر تكراراً. بينما يظل المبلغ الأصلي والوقت الكلي كما هما. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

43. **تحليل الخطأ** حل كل من أسئلة وبديرة المعادلة $36^{-x} > 6^x - 3$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

43. **الإجابة النموذجية:** جميعت أمية وبديرة الأسس بدلاً من ضربها عند أخذ القوة الأسية. لقوة أسية. 45. سيكون تحليل المدة أكثر فائدة. ذلك أن المضاعف يكون 1.3756 لمدة 4 أعوام و 1.3828 و النسبة 5.6%.

بديرة

$$6^x - 3 > 36^{-x} - 1$$

$$6^x - 3 > (6^2)^{-x} - 1$$

$$6^x - 3 > 6^{-2x} - 2$$

$$x - 3 > -2x - 2$$

$$3x > 1$$

$$x > \frac{1}{3}$$

أمية

$$6^x - 3 > 36^{-x} - 1$$

$$6^x - 3 > (6^2)^{-x} - 1$$

$$6^x - 3 > 6^{-2x} - 2$$

$$x - 3 > -2x - 2$$

$$3x > 1$$

$$x > \frac{1}{3}$$

46a. **دائماً**، حيث ستكون 2^x موجبة دائماً، وستكون -6^{20x} سالبة دائماً. 46b. **دائماً**، فحسب التعريف، سيتزايد التمثيل البياني دائماً حتى ولو كان لزيادة ضئيلاً.

46c. **غير صحيحة على الإطلاق؛** فحسب التعريف، سيتناقص التمثيل البياني دائماً حتى ولو كان تناقصاً ضئيلاً.

49. **الإجابة النموذجية:** تمّ

قسمة الكمية النهائية على الكمية الأولية. وإذا كان n هو عدد الفترات الزمنية الفاصلة التي تمّ، فبتعين حساب الجذر النوني n للإجابة.

44. **تحّد** حل لإيجاد $4^x = 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18}$. **37.1610**

45. **مسألة غير محددة الإجابة** ما التعبير الذي قد يكون أكثر فائدة لفرض مدته 5 أعوام بمراجعة مركبة نسبتها 8% شهرياً، تقليل المدة إلى 4 أعوام أم تقليل نسبة المراجعة إلى 6.5%؟

46. **الفرضيات** حدّد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

a. $8^{20x} - 2^x > 2^x$ لجميع قيم x .
b. يتزايد التمثيل البياني لمعادلة ذو أسّي.
c. يتزايد التمثيل البياني لمعادلة تضالّو أسّي.

47. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب متباينة أسية مع حل $x \leq 2$. **الإجابة النموذجية: $4^x \leq 4^2$**

48. **البرهان** أثبت أن $9^{4x+1} + 3^{2x+2} = 81^{x+1} + 27^{2x}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

49. **الكتابة في الرياضيات** إذا كانت لديك الكميّتين الأولية والنهائية لمادة مشعة ما ومقدار الوقت الذي يمر، فكيف يمكنك تحديد معدل زيادة أو انخفاض الكمية من أجل كتابة معادلة؟

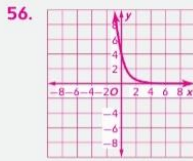
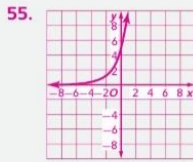
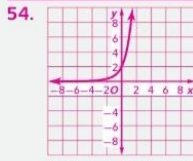
انتبه!

تحليل خاطئ في التمرين 43
قد يحقق الطلاب في التعرف على استخدام قواعد الأس الأساسية عندما تتدخل المتغيرات. ذكرهم بأن $(a^m)^n = a^{mn}$.

4 التقويم

اطلق اسم على الرياضيات اطلب من الطلاب وصف مجموعة القيم المعبرة عن b الممكنة في دالة أسية من الصيغة $y = b^x$.

إجابات إضافية



تدريب على الاختبار المعياري

52. إجابة شبيهة: تمثل الزوايا الثلاث المثلث في $3x$ و $10 + x$ و $2x - 40$. أوجد قياس أصغر زاوية في المثلث. **30**
53. SAT/ACT أي مما يلي يكون مساوياً لـ $(x)(x)(x)(x)$ لجميع رموز x ? **E**
- A $x + 4$ D $4x^2$
B $4x$ E x^4
C $2x^2$

50. $3 \times 10^{-4} = B$
- A 0.003 C 0.00003
B 0.0003 D 0.000003
51. أي مما يلي يمكن ألا يكون حلاً لـ $5 - 3x < -3$? **F**
- F 2.5 H 3.5
G 3 J 4

مراجعة شاملة

مثل كل دالة بيانياً. **التمرين 1-2: 54-56. انظر الهامش.**

54. $y = 2(3)^x$

55. $y = 5(2)^x$

56. $y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x$

استخدم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى العوامل. **التمرين 4-1: 57-60.**

57. $4m^3n^2 + 16m^2n^3 - 8m^3n^4 = 4m^2n^2(m + 4n - 2mn^2)$

58. $12j^4k^4 + 36j^3k^2 - 3j^2k^2 = 3j^2k^2(4j^2k^2 + 12j - 1)$

حلل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

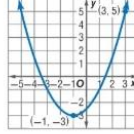
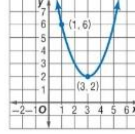
59. $x^2 - 4x + 3xy - 12y = (x + 3y)(x - 4)$

60. $4a - 10ab + 6b - 15b^2 = (2a + 3b)(2 - 5b)$

اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ. **التمرين 7-1: 61-62.**

61. $y = (x - 3)^2 + 2$

62. $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 3$



مثل كل دالة بيانياً. اذكر المجال وال المدى. **التمرين 1-2: 63-65. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

63. $f(x) = \frac{2}{3}(2)^x$

64. $f(x) = 4^x + 3$

65. $f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$

66. الجوائز: ستستخدم آلة لإلقاء الضمان على الجمهور في مباريات لكرة السلة. **التمرين 1-7: 67-70.**

a. ما الارتفاع الأولي للقفز؟ **4 ft**

b. إذا تم الإمساك بالقفز بعد ثانيتين. فمما سيكون الارتفاع؟ **8 ft**



مراجعة المفاهيم

أوجد $(h \circ g)(x)$ و $(g \circ h)(x)$.

66. $h(x) = 2x - 1$ **6x + 1;**
 $g(x) = 3x + 4$ **6x + 7**

67. $h(x) = x^2 + 2$
 $g(x) = x - 3$ **$x^2 - 1; x^2 - 6x + 11$**

68. $h(x) = x^2 + 1$ **$-2x^2 - 1;$**
 $g(x) = -2x + 1$ **$4x^2 - 4x + 2$**

69. $h(x) = -5x$
 $g(x) = 3x - 5$ **$-15x - 5; -15x + 25$**

70. $h(x) = x^3$
 $g(x) = x - 2$ **$x^3 - 2; x^3 - 6x^2 + 12x - 8$**

71. $h(x) = x + 4$ **$|x + 4|; |x| + 4$**
 $g(x) = |x|$

143

التعليم المهم

تمديد اطلب من الطلاب مد الحل للمثال 3 للحصول على عدد متزايد من الفترات المركبة. جرب التركيب اليومي ($n = 365$). ومن ثم استكشف ماذا يحدث في حال n تغيرت إلى عشرات من الآلاف من المرات خلال العام. يقترب المبلغ النهائي من الحد العلوي، الذي يبلغ في هذه الحالة نحو 4694.03AED.



مختبر الجبر تحويل التعابير الأسية

يستخدم استخدام خواص الأسس السببية في تحويل الدوال الأسية إلى صيغ أخرى لحل مسائل من الحياة اليومية.

النشاط اكتب التعابير الأسية المكافئة

تحاول غاية أن تختار من بين خطتي حساب ادخار، وتقدم الخطة A نسبة مراهجة مركبة شهرية تبلغ 0.25%. بينما تقدم الخطة B نسبة مراهجة مركبة سنوية تبلغ 2.5%. فأي الخطين الأفضل؟ اشرح.

من أجل المقارنة بين الخطين، يجب أن نقارن النسبتين بالتكرار المركب نفسه. فالطريقة الأولى للقيام بهذا تتمثل في المقارنة بين نسبتي المراهجة الشهريتين التقريبتين للخطين. وللتبين أن نسبة المراهجة الشهرية الفعلية، وعلى الرغم من أنه يمكنك استخدام قانون المراهجة المركبة لإيجاد هذه النسبة، فيمكنك أيضًا استخدام خواص الأسس.

اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه غاية بعد عدد t من السنوات من خلال الخطة B وللتبسيط، افترض أن المبلغ الأولي لاستثمار غاية هو AED 1.

$$y = a(1 + r)^t \quad \text{معادلة النمو الأسّي}$$

$$A(t) = 1(1 + 0.025)^t \quad y = A(t) \text{ أو } a = 1 \text{ أو } r = 2.5\% \text{ أو } 0.025$$

$$= 1.025^t \quad \text{بسط.}$$

الآن، اكتب دالة تعادل A(t) تمثل تركبًا في السنة. بقوة أسية تبلغ 12t، بدلاً من 1 في السنة، بقوة أسية تبلغ 12t.

$$A(t) = 1.025^{12t} \quad \text{الدالة الأصلية}$$

$$= 1.025^{\left(\frac{1}{12} \cdot 12\right)t} \quad 1 = \frac{1}{12} \cdot 12$$

$$= \left(1.025^{\frac{1}{12}}\right)^{12t} \quad \text{قوة أسية لقوة أسية}$$

$$\approx 1.0021^{12t} \quad 1.0021^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{1.025}$$

من هذه الدالة المكافئة، يمكننا تحديد أن نسبة المراهجة الشهرية الفعلية حسب الخطة B تبلغ 0.0021 تقريبًا أو حوالي 0.21% في الشهر. حيث نقل هذه النسبة عن نسبة المراهجة الشهرية البالغة 0.25% في الشهر التي قدمها الخطة A. إذا، فإن الخطة A هي الخطة الأفضل.

التمثيل والتحليل

1. استخدم قانون المراهجة المركبة $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ لتحديد نسبة المراهجة الشهرية الفعلية للخطة B. ما وجه مقارنة هذه النسبة بالنسبة المحسوبة باستخدام الطريقة الواردة في النشاط أعلاه؟ **حوالي 0.21% في الشهر؛ وهما متماثلتان تقريبًا.**
2. اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه غاية بعد عدد t من الأشهر في الخطة A. ثم استخدم خواص الأسس لكتابة دالة تعادل A(t) التي تمثل المبلغ المكتسب بعد عدد t من السنوات. **$A(t) = (1.0025)^t$ ؛ $A(t) \approx (1.030)^{12t}$**
3. من التعبير الذي كتبت في التمرين 2، حدد نسبة المراهجة السنوية الفعلية حسب الخطة A. استخدم هذه النسبة لشرح السبب في كون الخطة A هي الخطة الأفضل. **انظر الهامش.**
4. افترض أن الخطة A عرضت نسبة مراهجة مركبة ربع سنوية تبلغ 1.5%. استخدم خواص الأسس لتوضيح أيهما الخطة الأفضل. **انظر الهامش.**

$$4. \text{ الدالة } A(t) = (1.025)^t \text{ يعطي المبلغ الذي كسبته الخطة B بعد } t \text{ عام.}$$

$$A(t) = (1.025)^{12t} \quad \text{دالة أصلي}$$

$$= (1.025)^{(1_4 \cdot 4)t} \quad 1 = 1_4 \cdot 4$$

$$= \left[(1.025)^{1_4} \right]^{4t} \quad \text{قوة القوة}$$

$$\approx 1.0062^{4t} \quad \text{أو حول } 1_4 = 4\sqrt{1.025} \quad (1.025)^{1_4} \approx 1.0062$$

ببلغ معدل الفائدة الربعي الفعال نحو 0.0062 أو 0.62%. وهو أقل من معدل الفائدة الربعي الذي يبلغ 1.5% الذي قدمته الخطة A. وبالتالي فإن الخطة A هي أفضل خطة.

1 التركيز

الهدف استخدام خصائص الأسس المنطقية لتحويل التعابير من دوال أسية إلى صيغ مناسبة لحل المشكلات.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظم الطلاب في مجموعات من 2. مازجًا القدرات. ثم اطلب من المجموعات الانتهاء من النشاط والتمارين من 1-3.

نصيحة تدريسية

وضح للطلاب أن صيغة الفائدة السنوية تقريبية باعتبارها معدل فائدة شهري باستخدام $\frac{1}{12} \cdot 12$ لأنه يوجد 12 شهرًا في العام. ممارسة اطلب من الطلاب الانتهاء من التمارين 4.

3 التقويم

تقويم تكويني

استخدم التمرين 4 لتقويم ما إذا كان يمكن للطلاب فهم كيفية استخدام خواص الأسس لكتابة التعابير المعادلة من أجل مقارنة معدل الفائدة.

من المادي إلى المعنوي

اطلب من الطلاب برهنة أن $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ وهو ما يُعادل تقريبًا $A = P\left[1 + \left(\frac{r}{n}\right)\right]^{nt}$ بطريق تثبيت القيم للحصول على r, P و n . اعتمادًا على القيم التي تم اختيارها، ينبغي على الطلاب رؤية أن الرسوم البيانية للدالتين تتداخل تقريبًا في فترة كبيرة من مجالاتها.

إجابات إضافية

3. نحو 3.0% في العام؛ هذا المعدل أكبر من 2.5% في العام الذي قدمته الخطة B.

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

- الدوال الأسية (الدراسات 8-5 و 8-6)**
- معادلة النمو الأسي هي $y = a(1 + r)^t$ حيث $r > 0$. معادلة الاضمحلال الأسي هي $y = a(1 - r)^t$ حيث $r > 0$. r هي المعدل التغيري و t هي الزمن بالأعوام.

مطويات

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

monomial	أحادية الحد	common ratio	نسبة مشتركة
negative exponent	أس سالب	compound interest	المراجعة المركبة
nth root	الجذر النوني n	constant	ثابت
order of magnitude	رتبة المقدار	cube root	الجذر التكعيبي
rational exponent	الأس النسبي	exponential decay	الاضمحلال الأسي
recursive formula	صيغة تكرارية	exponential equation	المعادلة الأسية
scientific notation	الترميز العلمي	exponential function	الدالة الأسية
zero exponent	الأس الصفر	exponential growth	النمو الأسي
		geometric sequence	متتالية هندسية

مراجعة المفردات

- اختر أفضل كلمة أو مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.
1. $7xy^4$ مثال على _____.
2. من 95,234 هي 10^5 _____.
3. 2 هي _____ لـ 8.
4. يمكن تحديد قواعد العمليات باستخدام الأسس لتنطبق على التعابير التي بها _____ مثل $7^{\frac{2}{3}}$.
5. العدد المكتوب بـ _____ يكون بالصيغة $a \times 10^n$ حيث $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح.
6. $f(x) = 3^x$ مثال على _____.
7. $a_1 = 4$ و $a_n = 3a_{n-1}$ إذا كانت $n \geq 2$ هي _____ للمتتالية 4, -8, -20, -32, ...
8. $2^{3x} - 1 = 16$ مثال على _____.
9. معادلة $y = C(1 - r)^t$ هي _____.
10. إذا كانت $a^n = b$ للعدد الصحيح الموجب n فإن a هي _____ في b .

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 1-10. فذكرهم أنه يمكنهم مراجعة الدروس لإعناش ذاكرتهم بشأن المفردات.

مطويات

مطويات ديننا زاك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا أمثلة إلى مطوياتهم لكل درس بالوحدة. واقترح على الطلاب إنشاء مطوياتهم معهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. ووضح أن المطويات تعد بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

2 دليل الدراسة والمراجعة

مراجعة درس بدرس

2-1 الدوال الأسية

مثل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

$$42. y = 2^x$$

$$43. y = 3^x + 1$$

$$44. y = 4^x + 2$$

$$45. y = 2^x - 3$$

46. علم الأحياء: يزداد عدد البكتيريا في طبق معلمي وفقاً للنموذج $p = 550(2.7)^{0.008t}$ حيث t هي عدد الساعات و $t = 0$ تعادل الساعة 1:00 مساءً. استخدم هذا النموذج لتقدير عدد البكتيريا في الطبق في الساعة 5:00 مساءً.

مثال 1

مثل بيانياً $y = 3^x + 6$. أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي واذكر المجال وال المدى.

x	$3^x + 6$	y
-3	$3^{-3} + 6$	6.04
-2	$3^{-2} + 6$	6.11
-1	$3^{-1} + 6$	6.33
0	$3^0 + 6$	7
1	$3^1 + 6$	9



نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي $(0, 7)$. المجال هو كل الأعداد الحقيقية وال المدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من 6.

2-2 تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

$$y = 3x^2 \text{ تربيعية}$$

$$y = 2^x \text{ أسية}$$

$$y = -x^2 \text{ تربيعية}$$

مثال 2

حدد النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

x	0	1	2	3	4
y	3	4	5	6	7

الخطوة 1

مثل البيانات دالة خطية.

الخطوة 2 الميل يساوي 1 والتقاطع مع المحور y هو 3. إذا فالمعادلة هي $y = x + 3$.

إجابات إضافية

23. تم تحويل 8 وحدات إلى الأعلى
24. تم تحويل 3 وحدات إلى الأسفل
25. التهديد الرأسي
26. التهديد الرأسي والتحرك
18 وحدة إلى الأسفل
27. الضغط الرأسي
28. الضغط الرأسي
30. تم العكس عبر المحور الأفقي X، وتم
التهديد رأسياً. وتم التحريك 100
وحدة إلى الأعلى

2-3 النمو والاضمحلال (التفاضل)

47. أوجد القيمة النهائية لـ AED 2500 تم استثماره بنسبة
مربحة تبلغ 2% مركبة شهرياً لمدة 10 سنوات.

48. أجهزة الحاسوب يتعرض حاسوب غلباء للأهلاك بمعدل
3% في السنة. اشترت الحاسوب مقابل AED 1200.
a. اكتب دالة لتمثيل هذا الموقف.
b. كم ستبلغ قيمة الحاسوب بعد 5 سنوات؟

مثال 3

أوجد القيمة النهائية لمبلغ AED 2000 تم استثماره بنسبة
مربحة مركبة تبلغ 3% كل ثلاثة أشهر لمدة 8 سنوات.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

معادلة المربحة المركبة
 $r = 0.03$ و $P = 2000$
 $t = 8$ و $n = 4$
 $\approx \text{AED } 2540.22$
 استخدم حاسبة.

2-4 المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

49. $-1, 1, -1, 1, \dots$

50. $3, 9, 28, \dots$

51. $256, 128, 64, \dots$

اكتب معادلة للحد n في كل متتالية هندسية.

52. $-1, 1, -1, 1, \dots$

53. $3, 9, 27, \dots$

54. $256, 128, 64, \dots$

55. الرياض: سقطت كرة سلة من ارتفاع 20 متراً ثم ظلت
ترتد إلى $\frac{1}{2}$ ارتفاعها بعد كل ارتداد. ارسم تخطيطاً بيانياً يمثل
هذا الموقف.

مثال 4

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الهندسية

$2, 6, 18, \dots$

أوجد النسبة المشتركة. يبلغ كل عدد 3 أضعاف
العدد السابق. إذا $r = 3$.

اضرب كل حد في النسبة المشتركة لإيجاد
الحدود الثلاثة التالية.

$$18 \times 3 = 54, 54 \times 3 = 162, 162 \times 3 = 486$$

الحدود الثلاثة التالية هي 54 و 162 و 486.

مثال 5

اكتب معادلة الحد n للمتتالية الهندسية

$-3, 12, -48, \dots$

النسبة المشتركة هي -4 . إذا $r = -4$.

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

قانون الحد n
 $a_n = -3(-4)^{n-1}$
 $a_1 = -3$ و $r = -4$

دليل الدراسة والمراجعة تب

مراجعة درس بدرس

2-5 الصيغ التكرارية

مثال 6

اكتب صيغة تكرارية للمتتالية $3, 1, -1, -3, \dots$.
الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.
 $1 - 3 = -2, -1 - 1 = -2, -3 - (-1) = -2$
 هناك فرق مشترك يبلغ -2 . المتتالية حسابية.
الخطوة 2 استخدم قانون المتتالية الحسابية.
 $a_n = a_{n-1} + d$
 $a_n = a_{n-1} + (-2)$
الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 3 و $n \geq 2$.
 الصيغة التكرارية هي $a_n = a_{n-1} - 2, n \geq 2$.
 $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} - 2, n \geq 2$

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.
 56. $a_1 = 11, a_n = a_{n-1} - 4, n \geq 2$
 57. $a_1 = 3, a_n = 2a_{n-1} + 6, n \geq 2$
 اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية مما يلي.
 58. 2, 7, 12, 17, ...
 59. 32, 16, 8, 4, ...
 60. 2, 5, 11, 23, ...

2-6 حل المعادلات والمتباينات الأسية

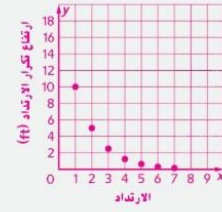
مثال 7

حلّ $4^{3x} = 32^{x-1}$ لإيجاد قيمة x .
 المعادلة الأصلية
 $4^{3x} = 32^{x-1}$
 أعد كتابة المعادلة بحيث يكون للطرفين الأساس ذاته.
 $2^{6x} = 2^{5(x-1)}$
 قوة أسية لقوة أسية
 $6x = 5(x-1)$
 خاصية التساوي في الأسس
 $x = -5$
 اطرح $5x$ من كل طرف.
 الحل يساوي -5 .
 $y = 5000(1.240)^x$

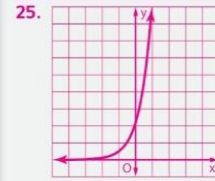
حلّ كل معادلة أو متباينة مما يلي.
 22. $x > -\frac{2}{3}$
 12. $16^x = \frac{1}{64} - \frac{3}{2}$
 13. $3^{4x} = 9^{3x+7} - 7$
 14. $64^{3n} = 8^{2n-3} - \frac{3}{4}$
 15. $8^3 - 3y = 256^{4y} - \frac{9}{41}$
 16. $9^x - 2 > \left(\frac{1}{81}\right)^{x+2}$
 17. $27^{3x} \leq 9^{2x} - \frac{x}{5} \leq -\frac{2}{5}$
 18. **البكتيريا** بدأ عدد أجد أنواع البكتيريا بـ 5000 كائن بكتيري. وبعد 8 ساعات، بلغ عدد البكتيريا 28,000 في العينة.
 اكتب دالة أسية يمكن استخدامها في تمثيل عدد البكتيريا بعد x من الساعات إذا كان عدد البكتيريا يتغير بالمعدل نفسه.

إجابة إضافية

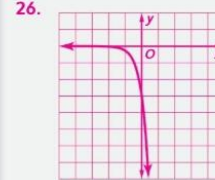
55. تكرار ارتداد كرة السلة



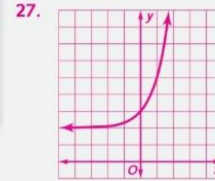
إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)



25. $D = \{x \mid x > 0\}$,
 $R = \{y \mid y > 0\}$



26. $D = \{x \mid x < 0\}$,
 $R = \{y \mid y < 0\}$



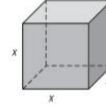
27. $D = \{x \mid x > 2\}$,
 $R = \{y \mid y > 2\}$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

1. $(x^2)(7x^8)$

2. $(5a^7bc^2)(-6a^2bc^5)$

3. الاختيار من متعدد عثر عن حجم الجسم الصلب بدالة أحادية الحد.



A x^3

B $6x$

C $6x^3$

D x^6

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي 0.

4. $\frac{x^6 y^8}{x^2}$

5. $\left(2a^4b^3\right)^0$

6. $\frac{2xy^{-7}}{8x}$

بسط.

7. $\sqrt{1000}$

9. $1728^{\frac{1}{3}}$

11. $27^{\frac{2}{3}}$

13. $27^{\frac{5}{3}}$

8. $\sqrt[3]{3125}$

10. $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$

12. $10,000^{\frac{3}{4}}$

14. $\left(\frac{1}{121}\right)^{\frac{3}{2}}$

حلّل كل من المعادلات التالية.

15. $12^x = 1728$

16. $7^x - 1 = 2401$

17. $9^x - 3 = 729$

عثر عن كل عدد بالترميز العلمي.

18. 0.00021

19. 58,000

عثر عن كل عدد بالصيغة القياسية.

20. 2.9×10^{-5}

21. 9.1×10^6

أوجد قيمة كل ناتج ضرب أو ناتج قسمة. عثر عن النتائج بالترميز العلمي.

22. $(2.5 \times 10^3)(3 \times 10^4)$

23. $\frac{8.8 \times 10^2}{4 \times 10^{-4}}$

24. علم الفلك يبلغ متوسط المسافة من كوكب عطارد إلى الشمس 57,910,000 km. عثر عن هذه المسافة بالترميز العلمي.

مثّل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y. واذكر المجال والمدي.

25. $y = 2(5)^x$

26. $y = -3(11)^x$

27. $y = 3^x + 2$

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

28. 2, -6, 18, ...

29. 1000, 500, 250, ...

30. 32, 8, 2, ...

31. الاختيار من متعدد استثمرت شياء 500 AED في حساب بنسبة مراجعة مركبة تبلغ 6.5% شهرياً. كم ستبلغ قيمة استثمار شياء خلال 10 سنوات؟

F AED 600.00

G AED 938.57

H AED 956.09

J AED 957.02

32. الاستثمارات كان استثمار سها يبلغ 3000 AED يخسر من قيمته بعد كل 3% كل عام. كم ستبلغ قيمة استثمارها خلال 6 سنوات؟

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

33. $a_1 = 18, a_n - a_{n-1} = 4, n \geq 2$

34. $a_1 = -2, a_n - 4a_{n-1} = 5, n \geq 2$

2 التحضير للاختبارات المعيارية



استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

الحاسبات العلمية وحاسبات التمثيل البياني أدوات قوية لحل المسائل. هناك أوقات يمكن استخدام حاسبة فيها لإجراء الحسابات بشكل أسرع وأسهل. مثل الحسابات التي تتضمن أرقامًا كبيرة للغاية. إلا أن هناك أوقات من اللازم فيها استخدام حاسبة. مثل تقدير الأعداد غير النسبية.

إستراتيجيات استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

الخطوة 1

تعرف على الوظائف المتعددة التي تقوم بها الحاسبة العلمية وحاسبة التمثيل البياني إلى جانب الوظائف التي ينبغي استخدامها فيها.

- الأسس الترميز العلمي. الحسابات ذات الأعداد الكبيرة أو الصغيرة
- π (PI) حل مسائل الدائرة. مثل المحيط والمساحة
- الجذور التربيعية المسافة على مستوى إحداثي. نظرية فيثاغورث
- التمثيلات البيانية تحليل ثنائيات البيانات في مخطط التشتت. تمثيل الدوال بيانيًا. إيجاد جذور المعادلات

الخطوة 2

استخدام الحاسبة العلمية أو حاسبة التمثيل البياني في حل المسألة.

- تذكر أن تعمل بكفاءة قدر الإمكان. قد يتم إجراء بعض الخطوات ذهنيًا أو باليد. بينما ينبغي استكمال خطوات أخرى باستخدام حاسبتك.
- إذا سمح الوقت. فتأكد من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

تبلغ المسافة من الشمس إلى كوكب المشتري 7.786×10^{11} متر تقريبًا. إذا كانت سرعة الضوء تبلغ 3×10^8 متر في الثانية تقريبًا. فكم يستغرق الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري؟ فُزب إلى أقرب دقيقة.

- | | |
|------------------|--------------------|
| A حوالي 43 دقيقة | C حوالي 1876 دقيقة |
| B حوالي 51 دقيقة | D حوالي 2595 دقيقة |

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية استخدام الحاسبة العلمية لحل مسائل الاختبار المعياري.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- ما أنواع المسائل الحسابية التي استخدمت معها الحاسبة العلمية؟ ستكون الإجابات متنوعة.

- هل هناك أنواع من المسائل الحسابية وجدت فيها أنه من الأسرع أو الأسهل ألا تستخدم حاسبة علمية؟ ستكون الإجابات متنوعة.

- هل من الأكثر أم من الأقل ترجيحًا أن تقع في أخطاء في العمليات الحسابية عند استخدام حاسبة علمية؟ وضع السبب. الإجابة النموذجية: من الأقل ترجيحًا أن تقع في خطأ أثناء العملية الحسابية. ولكن لا يزال من الممكن أن تقع في خطأ إذا ما أدخلت الأعداد بشكل غير صحيح أو استخدمت الصيغ بشكل غير صحيح أو قربت الأعداد بشكل غير صحيح.

مثال إضافي

ينتقل الضوء ببعد نحو 9.46×10^{12} كيلومترًا في العام الواحد. وبعيد النجم الطائر بمسافة قدرها 1.5136×10^{14} كيلومترًا عن الأرض، فكم شهرًا سيستغرق الضوء لكي ينتقل من الأرض إلى النجم الطائر؟ **B**

- A نحو 1920 شهرًا
B نحو 192 شهرًا
C نحو 160 شهرًا
D نحو 16 شهرًا

3 التقويم

استخدم التمارين 1-4 لتقويم فهم الطلاب.

اقرأ المسألة بعناية. حصلت على المسافة التقريبية بين الشمس وكوكب المشتري إلى جانب سرعة الضوء. كلا المتغيرين المذكوران يرميز علمي. مطلوب منك أن تجد عدد الدقائق التي يستغرقها الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري. استخدم مسافة العلاقة = السرعة × الزمن لإيجاد البعد.

$$d = r \times t$$

$$\frac{d}{r} = t$$

لإيجاد مقدار الزمن، اقسم المسافة على السرعة. لاحظ أن وحدات الزمن ستكون الثواني.

$$7.786 \times 10^{11} \text{ m} = t \text{ ثانية}$$

$$3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

استخدم حاسبة علمية للتوصل بسرعة إلى ناتج القسمة. في معظم الحاسبات العلمية، يُستخدم مفتاح EE لإدخال الأرقام بالترميز العلمي.

خطوات العملية على الحاسبة: $7.786 \text{ [2nd] [EE] 11 [÷] 3 \text{ [2nd] [EE] 8 [ENTER]}$

النتيجة هي 2595.33333333 ثانية. لتحويل هذا العدد إلى دقائق، استخدم حاسبتك لقسمة النتيجة على 60. يعطي هذا إجابة تبلغ حوالي 43.2555 دقيقة. الإجابة هي A.

تمارين

اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته، ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. منذ إنشاء موقع إلكتروني شهير على الإنترنت قبل 5 سنوات، تم بيع حوالي 2.504×10^7 عنصر أو تداوله عليه. ما المتوسط اليومي لعدد العناصر التي يتم بيعها أو تداولها على مدار 5 سنوات؟

- A حوالي 9640 عنصرًا في اليوم
B حوالي 13,720 عنصرًا في اليوم
C حوالي 1,025,000 عنصر في اليوم
D حوالي 5,008,000 عنصر في اليوم

2. أوجد قيمة \sqrt{ab} إذا كانت $a = 121$ و $b = 23$

- F حوالي 5.26
G حوالي 9.90
H حوالي 12
J حوالي 52.75

3. يبلغ تعداد سكان الولايات المتحدة 3.034×10^8 نسمة تقريبًا. تبلغ مساحة البلد 3.54 إلى 9.17 كيلومتر مربع تقريبًا. ما متوسط الكثافة السكانية (عدد الأشخاص في الميل المربع) في الولايات المتحدة؟

- A حوالي 136.3 شخص في الكيلومتر المربع
B حوالي 30.2 شخص في الكيلومتر المربع
C حوالي 94.3 شخص في الكيلومتر المربع
D حوالي 33.1 شخص في الكيلومتر المربع

4. تصنع غاية غطاء لطيلة الغرفة العسكرية. يبلغ قطر الطيلة 20 سنتيمترًا. ضع تقديرًا لمساحة سطح الطيلة الكبيرة.

- F 31.41 سنتيمتر مربع
G 62.83 سنتيمتر مربع
H 78.54 سنتيمتر مربع
J 314.16 سنتيمتر مربع

تدريب على الاختبار المعياري

تراكبي: الوحدات من 1 إلى 2

4. اكتب صيغة تكرارية للتتالية التي تمثل عدد المربعات في كل شكل.



F $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} - 3, n \geq 1$

G $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

H $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2$

J $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} + 4, n \geq 2$

5. أوجد قيمة $(4.2 \times 10^6)(5.7 \times 10^8)$.

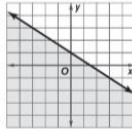
A 2.394×10^{15}

B 23.94×10^{14}

C 9.9×10^{14}

D 2.394×10^{48}

6. أي المتباينات تظهر في التمثيل البياني؟



F $y \leq -\frac{2}{3}x - 1$

G $y \leq -\frac{3}{4}x - 1$

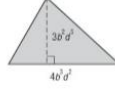
H $y \leq -\frac{2}{3}x + 1$

J $y \leq -\frac{3}{4}x + 1$

اختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. عثر عن مساحة المثلث بالأدنى بدالة أحادية الحد.



A $12b^5d^7$

B $12b^6d^{10}$

C $6b^6d^{10}$

D $6b^5d^7$

2. حول التعبير التالي لأبسط صورة.

$$\left(\frac{2w^5z^3}{3y^4} \right)^3$$

F $\frac{2w^5z^3}{3y^4}$

G $\frac{8w^6z^{15}}{27y^{12}}$

H $\frac{8w^5z^3}{27y^7}$

J $\frac{2w^6z^{15}}{3y^{12}}$

3. ما معادلة المستقيم المتعامد على

$y = \frac{3}{5}x - 3$?

A $y = -\frac{5}{3}x + 2$

B $y = -\frac{3}{5}x + 2$

C $y = \frac{5}{3}x - 2$

D $y = \frac{3}{5}x - 2$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 استخدم قوانين الأسس لنحويل التعبير لأبسط صورة. تذكر أنه لإيجاد القوة الأسية لقوة أسية، اضرب الأسس.

خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 8 اطلب من الطلاب حل التمارين الموجود في ص 461 كواجب منزلي لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة المتطلبة للوحدة القادمة.

10. إجابة شكية في مركز ألعاب عائلي. اشترت كل من عائشة عامر وعبد الله رموز لعبة فيديو ورموز ملعب لضرب الكرة كما يظهر في الجدول.

الأسرة	عامر	عبد الله
عدد رموز لعبة الفيديو	25	30
عدد رموز ملعب ضرب الكرة	8	6
التكلفة الإجمالية	AED 26 50	AED 25 50

ما تكلفة رمز ملعب ضرب الكرة بالدرهم في مركز الألعاب العائلي؟

الإجابة الموسعة

اكتب إجابتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

11. يعرض الجدول أدناه المسافات من الشمس إلى كوكب عطارد والأرض والمريخ وزحل. استخدم البيانات للإجابة عن كل سؤال.

الكوكب	المسافة من الشمس (بالمليون متر)
عطارد	5.79×10^7
الأرض	1.50×10^8
المريخ	2.28×10^8
زحل	1.43×10^9

a. من بين الكواكب المدرجة، أيهم الأقرب إلى الشمس؟

b. كم ضعفًا يبلغ بعد المريخ عن الشمس بالمقارنة بالأرض؟

الإجابة المختصرة/الإجابة الشكية

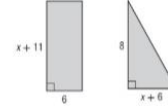
7. أنشأ سعيد موقع ويب لتريق الأولمبياد العلي. يظهر العدد الإجمالي للزيارات التي تلقاها الموقع.

اليوم	إجمالي الزيارات	اليوم	إجمالي الزيارات
3	5	17	27
6	7	21	33
10	12	26	40
13	17	34	55

a. أوجد معادلة خط الاتجاه.

b. توقع عدد الزيارات الإجمالي الذي سيكون الموقع الإلكتروني قد تلقاه بحلول اليوم 46.

8. أوجد قيمة x بحيث تكون الأشكال بمساحة واحدة.

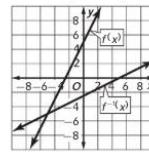


9. ما حل نظام المعادلات التالي؟ اكتب الحل هنا.

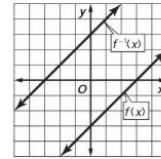
$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 6x + 4 \end{cases}$$

استعد للوحدة 2

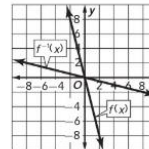
6. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$



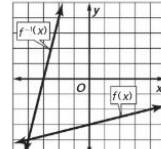
7. $f^{-1}(x) = x + 3$



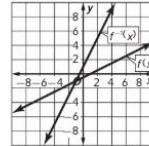
8. $f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x$



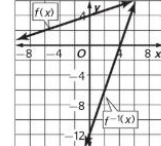
9. $f^{-1}(x) = 4x + 12$



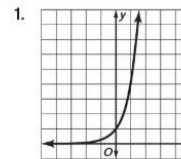
10. $f^{-1}(x) = 2x + 1$



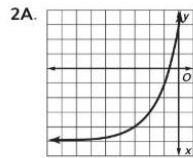
11. $f^{-1}(x) = 3x - 12$



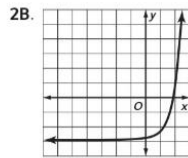
الدرس 2-1 (تمرين موجه)



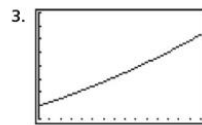
D = {كافة الأعداد الحقيقية}; R = {y | y > 0}



D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > -5}

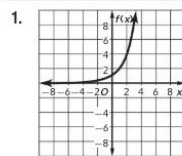


D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > -3}

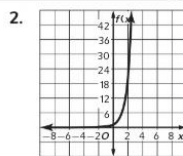


[0, 15] scl: 1 by [70, 150] scl: 10

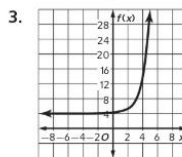
الدرس 2-1



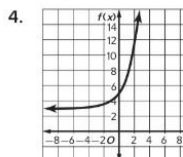
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > 0}



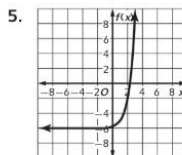
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > 0}



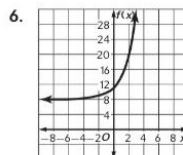
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > 4}



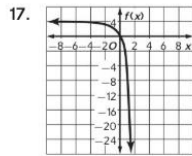
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > 3}



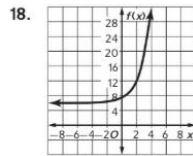
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > -6}



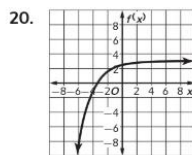
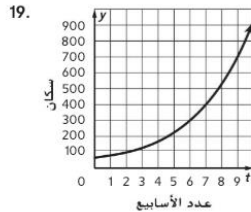
D = {كافة الأعداد الحقيقية};
R = {f(x) | f(x) > 8}



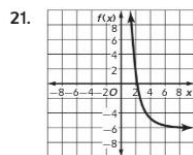
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 4\}$



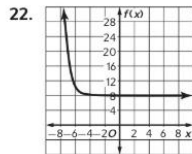
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 6\}$



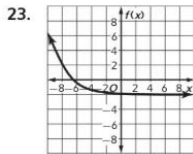
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 3\}$



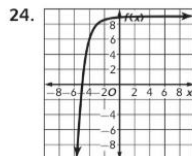
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -6\}$



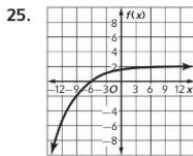
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 8\}$



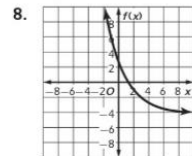
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -2\}$



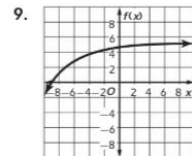
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 9\}$



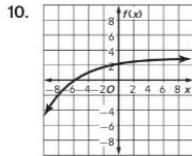
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 2\}$



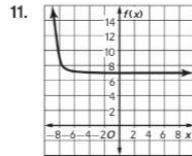
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -4\}$



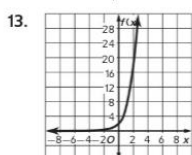
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 5\}$



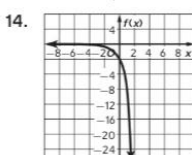
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 3\}$



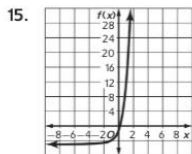
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 7\}$



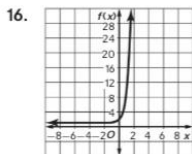
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$



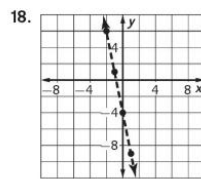
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 0\}$



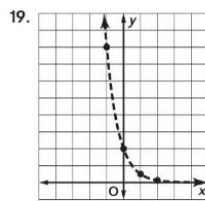
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -5\}$



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 1\}$



خطية



أسية

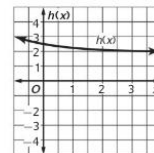
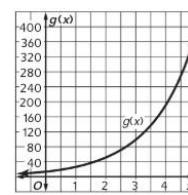
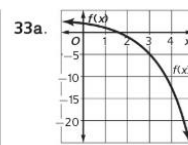
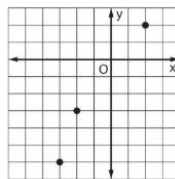
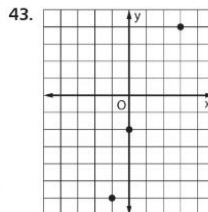
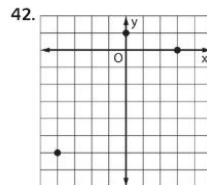
29a.

الوقت (بالساعة)	0	1	2	3	4
الكمية الكهربائية	12	36	108	324	972

الدرس 2-3

19. الإيجابية النموذجية: يمكن أن تنمو النماذج الأسية دون حدّ، ولكن ذلك لا يمثل في العادة الحالة التي يجري تمثيلها. فعلى سبيل المثال، لا يمكن أن ينمو تعداد دون حدّ بسبب قيود المكان والغذاء. ولذلك عند استخدام نموذج لاتخاذ القرارات، فينبغي أن تُدرس الحالة عند استخدامها من أجل اتخاذ قرارات.

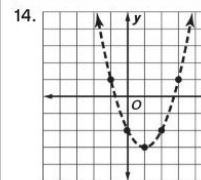
20. صيغة النمو الأسّي هي $y = a(1 + r)^t$ ، حيث تمثل a القيمة الأولية، و t الزمن، و y القيمة النهائية، و r معدل التغيير معبراً عنه في صورة عدد عشري. بشكل أساسي، تكون صيغة الاضمحلال الأسّي هي نفسها باستثناء كون المعدل مطروحاً من 1 وكون r تمثل معدل الاضمحلال.



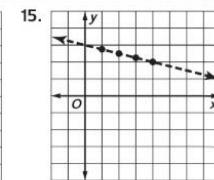
33b. الإيجابية النموذجية: $f(x)$ ، التمثيل البياني لـ $f(x)$ عبارة عن انعكاس على طول المحور x قيم الناتج في الجدول سالبة.

33d. الإيجابية النموذجية: $f(x)$ و $g(x)$ تعبر عن نمو و $h(x)$ تعبر عن اضمحلال؛ تزيد القيمة المطلقة للناتج في دوال النمو وتقل في دوال الاضمحلال.

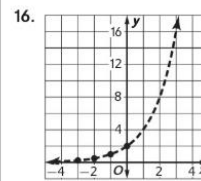
الدرس 2-2



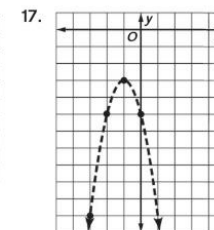
خطية



تربيعية

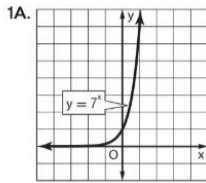


أسية



تربيعية

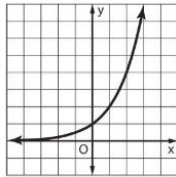
الدرس 2-5 (تمرين موجّه)



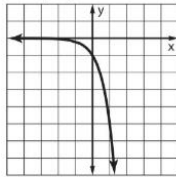
كل الأعداد الحقيقية: $D = \{(0, 1)\}$; $R = \{y \mid y > 0\}$

الدرس 2-5

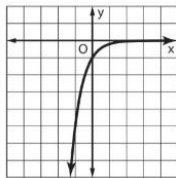
1. 1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y > 0\}$



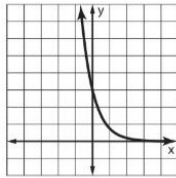
2. -1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y < 0\}$



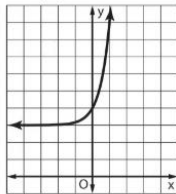
3. -1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y < 0\}$



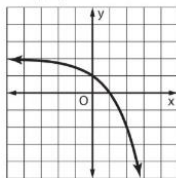
4. 3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y > 0\}$



5. 4; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y > 3\}$



6. 1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y < 2\}$

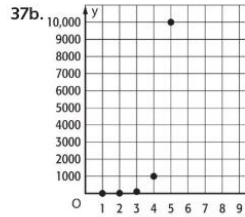
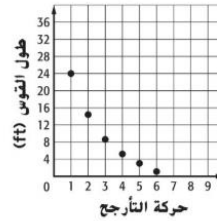


10. 2; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y > 0\}$

11. 2; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$; $R = \{y \mid y > 0\}$

الدرس 2-4

30. البندول



37c. يبدو التمثيل البياني أسياً، ولا يتطابق معدل التغير بين أي نقطتين مع أي معدلات أخرى.

39. لا هذا ولا ذاك. إبراهيم حسب الأس بشكل غير صحيح. وأحمد لم يحسب $(-2)^8$ بشكل صحيح.

41. الإجابة النموذجية: عند التمثيل البياني، تقع حدود المتتالية الهندسية على منحنى يمكن التعبير عنه بواسطة دالة أسية. وتختلف هنا في كون مجال المتتالية الهندسية عبارة عن مجموعة من الأعداد العادية، بينما يكون مجال الدالة الأسية كله عبارة عن أعداد حقيقية. ومن ثم، تكون المتتاليات الهندسية منفصلة، بينما تكون الدوال الأسية متصلة.

42. الإجابة النموذجية: أوجد أولاً النسبة المشتركة. ثم استخدم الصيغة $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$. اطرح الحد الأول لـ a_1 والنسبة المشتركة لـ r . اجمل n مساوية لعدد الحد الذي تقوم بحساب قيمته. ثم حل المعادلة.

56. $y = 120 + 15x$, $y = 180 + 10x$. يعني أنه في خلال 12 عاماً، ستظل الأشجار بنفس الارتفاع، وهو 300 سنتيمتر أو 3 أمتار.

58. $y = 4x + 2$

59. $y = -3x - \frac{2}{3}$

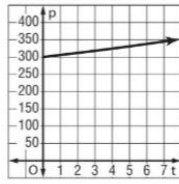
60. $y = -\frac{1}{4}x - 5$

61. $y = \frac{1}{2}x - 9$

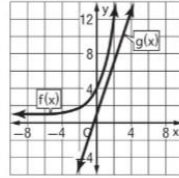
62. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}$

63. $y = -6x - 7$

نقطة التقاطع p تكون 300،
هناك 300 يكتبريا في الساعة
9:00 صباحاً:
 $D = \{t \mid t \geq 0\}$
 $R = \{p \mid p \geq 300\}$.

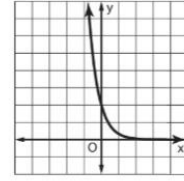
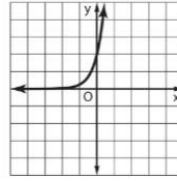


44. الإجابة النموذجية: لنقل أن $b = 2$ و $a = 3$ و $c = 1$.

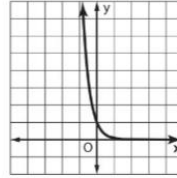


$g(x) = 3x + 1$	$f(x) = 3 \times 2^x + 1$	x
-14	1.09375	-5
-11	1.1875	-4
-8	1.375	-3
-5	1.75	-2
-2	2.5	-1
1	4	0
4	7	1
7	13	2
10	25	3
13	49	4
16	97	5

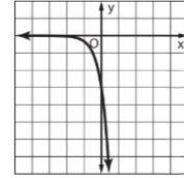
نقطة التقاطع y لـ $f(x)$ هي 4 ونقطة التقاطع y لـ $g(x)$ هي 1. وكل من $f(x)$ و $g(x)$ يتزايدان بزيادة قيمة x . جميع قيم الدالة $f(x)$ موجبة. بينما $g(x)$ لديها قيم موجبة وقيم سالبة. ليس لـ $f(x)$ و $g(x)$ تقاطع فصوصي أو تقاطع صغرى. وليس لأي منهما تماثل.



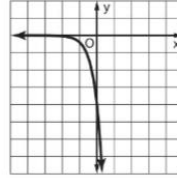
12. 1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 0\}$



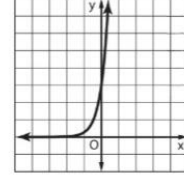
13. -3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 0\}$



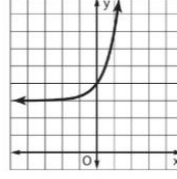
14. -4; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 0\}$



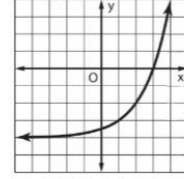
15. 3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 0\}$



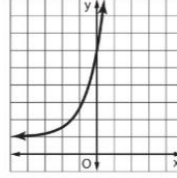
16. 4; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 3\}$



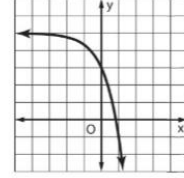
17. -3.5; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > -4\}$



18. 6; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 1\}$



19. 3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 5\}$



الدرس 2-6

41 b.

تخفيضات	قطع
1	2
2	4
3	8
4	16

42. الإجابة النموذجية: كلما تم تركيب العائدة بشكل متكرر، كلما ارتفع رصيد الحساب.

48. $27^{2x} \cdot 81^x + 1 = 3^{2x+2} \cdot 9^{4x+1}$
المعادلة الأصلية $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, and $3^4 = 81$
 $(3^3)^{2x} \cdot (3^4)^x + 1 = 3^{2x+2} \cdot 3^{4x+1}$

قوة القوة $3^{6x} \cdot 3^{4x+4} = 3^{2x+2} \cdot 3^{8x+2}$
دالة القوى $3^{10x+4} = 3^{10x+4}$

خاصية التباين للدوال الأسية $10x + 4 = 10x + 4$

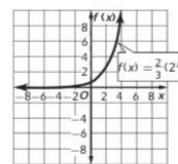
$10x = 10x$

$x = x$

اطرح 4 من كل طرف

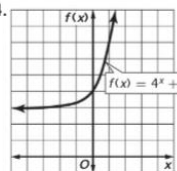
اقسم كل طرف على 10

63.



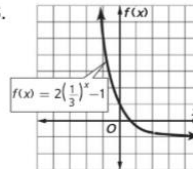
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

64.



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

65.



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > -1\}$