

الدوال والمعادلات التربيعية

1



Copyright © 2010 by McGraw-Hill Education. All rights reserved. Chapter 2 is 2010. McGraw-Hill Education. All rights reserved. Chapter 2 is 2010. McGraw-Hill Education. All rights reserved.

لماذا؟

التحويل يمكن تمثيل قيمة السهم في إحدى الشركات بالدالة $f(x) = x^2 - 12x + 75$ حيث x هو عدد السهم في المستثمر. وبتمثيل هذه الدالة التربيعية بيانياً، يمكننا التكون بصورة مدروسة بأداء السهم في المستقبل القريب.

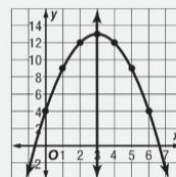
الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:

- حل معادلات تربيعية بالتمثيل البياني
- تحليل الدوال باستخدام الفرق والتناسب

السابق

لقد حللت معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل وباستخدام خاصية الجذر التربيعي.



مثال:

اسأل: كم عدد الأجزاء المتساوية للقطع المكافئ التي تنشئ محور التماثل؟ اثنان

الدوال والمعادلات التربيعية

مخطط الوحدة

التقويم تشخيصي		التقويم تشخيصي		التقويم تشخيصي	
الدرس		الدرس		الدرس	
45 min: 1 day	90 min: 0.5 day	45 min: 0.5 day	90 min: 0.5 day	45 min: 1.5 day	90 min: 1 day
1-2	1-1	1-1	1-1	1-1	1-1
العنوان		العنوان		العنوان	
حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني		مختبر الجبر: معدل تغير الدالة التربيعية		تمثيل الدوال التربيعية بيانياً	
الأهداف		الأهداف		الأهداف	
<ul style="list-style-type: none"> حل المعادلات التربيعية بالرسوم البيانية. قدّر حلول المعادلات التربيعية بالرسوم البيانية. 		<ul style="list-style-type: none"> استخدم الدالة التربيعية المعطاة للتحقق من معدل تغير الدالة التربيعية. 		<ul style="list-style-type: none"> تحليل خصائص الرسوم البيانية للدوال التربيعية. رسم الدوال التربيعية بيانياً. 	
المفردات الرئيسية		المفردات الرئيسية		المفردات الرئيسية	
جذر مزدوج				<ul style="list-style-type: none"> الدالة التربيعية الصيغة القياسية القطع المكافئ محور التماثل قيمة الرأس القيمة الصغرى القيمة العظمى 	
تمثيلات متعددة		تمثيلات متعددة		تمثيلات متعددة	



45 min: 0.5 day 90 min: 0.5 day توسيع 1-3	45 min: 1.5 day 90 min: 0.5 day الدراس 1-3	45 min: 0.5 day 90 min: 0.5 day توسيع 1-2				
مختبر الجبر: أوجد القيمة العظمى أو الصغرى	حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع	مختبر تقنية التمثيل البياني: المعطيات التربيعية		■ استخدم الحاسبة البيانية لحل نظام معادلة تربيعية ومعادلة خطية. ■ طبق تحويلات الدوال التربيعية. ■ طبق تغييرات الأبعاد بغيثاس والانعكاسات على الدوال التربيعية.	■ استخدم الحاسبة البيانية للتحقق من المعطيات التربيعية.	
	تحويل تحويل تغيير الأبعاد بغيثاس الانعكاس نموذج قيمة الرأس					

الدوال والمعادلات التربيعية

مخطط الوحدة

45 min: 1.5 day 90 min: 1 day	الدروس 1-5	45 min: 1 day 90 min: 0.75 day	الدروس 1-4	0.5 day : 45 min 0.25 day : 90 min	استكشاف 1-4
	الأعداد المركبة	حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل	مختبر تقنية التمثيل البياني: تمثيل بيانات من الحياة اليومية		العنوان
	<ul style="list-style-type: none">تنفيذ عمليات مع أعداد تحليلية صرفة.قم بتنفيذ العمليات باستخدام الأعداد المركبة.	<ul style="list-style-type: none">اكتب المعادلات التربيعية في شكل نقاط.حل المعادلات التربيعية بواسطة التحليل.	<ul style="list-style-type: none">استخدم الحاسبة البيانية لنمذجة نقاط البيانات التي ترسم منحنى الدالة التربيعية كأشعب منحنى.		الأهداف
	وحدة تحليلية عدد تحليلي بحث عدد مركب متراكبات مركبة	الشكل المحلل طريقة FOIL			المفردات الرئيسية
					تمثيلات متعددة

45 min: 1 day 90 min: 0.5 day	الدور 1-6	1 day : 45 min 0.5 day : 90 min	التوسع 1-5B	45 min: 0.5 day 90 min: 0.5 day	التوسع 1-5
القانون العام والمميز		مختبر تقنية التمثيل البياني: حل المعادلات التربيعية		مختبر الجبر: المستوى المركب	
<ul style="list-style-type: none"> حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام. استخدم المميز لتحديد عدد جذور الدالة التربيعية ونوعها. 		<ul style="list-style-type: none"> استخدم آلة حاسبة تحتوي على نظام حاسوب جبري لحل المعادلات التربيعية. 		<ul style="list-style-type: none"> استخدم الدالة التربيعية المعطاة للتحقق من معدل تغير الدالة التربيعية. 	
القانون العام المميز					
التقييم التكويني اختبار نصف الوحدة					

الدوال والمعادلات التربيعية

مخطط الوحدة

الوحدة 1

45 min: 0.5 day 90 min: 0.5 day		التوسع 1-7	45 min: 1.5 day 90 min: 0.75 day	الدرس 1-7
		مختبر الجبر: الدوال التربيعية ومعدل التغير	تحويلات الدوال التربيعية	العنوان
			<ul style="list-style-type: none"> تطبيق الإزاحات على الدوال التربيعية. تطبيق تغيير الأبعاد على الدوال التربيعية كتابة دالة تربيعية بالصيغة $y = a(x - h)^2 + k$ تحويل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية ذات الصيغة $y = a(x - h)^2 + k$ 	الأهداف
				المفردات الأساسية
				تمثيلات متعددة



التوسيع 1-8 1 day : 45 min 0.5 day : 90 min		تدوين 1-8 1 day : 45 min 0.5 day : 90 min	
مختبر تقنية التمثيل البياني: المزيد من المتباينات التربيعية		المتباينات التربيعية	
<ul style="list-style-type: none"> استخدام آلة حاسبة بيانية للتحقق من المتباينة التربيعية. 		<ul style="list-style-type: none"> رسم تمثيل بياني للمتباينة التربيعية المكونة من المتغيرين. حل المتباينات التربيعية بمنهج واحد. 	
		المتباينة التربيعية	
			

الدوال والمعادلات التربيعية التقويم

الوصف	التشخيص
الاستعداد للوحدة 1 نسخة الطالب	بداية الوحدة 1
السابق، الحالي، لماذا؟ نسخة الطالب	الاستجابة للتدخل نسخة المعلم
أثناء/بعد كل درس	بداية كل درس
تمرين موجه نسخة الطالب، كل مثال التحقق من فهمك نسخة الطالب مسائل مهارات التفكير العليا نسخة الطالب مسائل المراجعة الشاملة نسخة الطالب أمثلة إضافية نسخة المعلم انتهى! نسخة المعلم الخطوة 4، قوّم نسخة المعلم	التدريس المتميز نسخة المعلم
اختبار نصف الوحدة	اختبار نصف الوحدة
اختبار نصف الوحدة نسخة الطالب	ما قبل اختبار الوحدة
دليل دراسة الوحدة والمراجعة نسخة الطالب تدريب على الاختبار نسخة الطالب تدريب على الاختبار القياسي نسخة الطالب	

تشخيصي

التقويم

التقويم التحصيلي

الوحدات 1 الدوال والمعادلات التربيعية التعليم المتغير

الخيار 3 أعلى من المستوى ١م

أرّم كرة التنس وأنت واقف في الجزء الأمامي من الوحدة. واطلب من الطلاب وصف كيف يمكن تشكيل مسار الكرة عن طريق دالة تربيعية. إذا كانت معدات الفيديو متاحة، فقم بإنشاء شبكة على الحائط واطلب من مجموعات الطلاب تسجيل مسار الكرة المرمية أمام الجدار. اطلب من الطلاب كتابة معادلة دالة تمثل مسار الكرة. ينبغي لكل مجموعة تحليل الدالة ومقارنة النتائج بالمسار الفعلي للكرة.

الخيار 1 الوصول لكل المتعلمين ١م ٢م ٣م ٤م

تبادلي قسّم الطلاب في مجموعات صغيرة. بما أن هناك العديد من المهام تدخل في الرسوم البيانية للدوال التربيعية، فاطلب من أعضاء المجموعة تقرير المهام التي ينبغي إكمالها من أجل الرسم البياني لدالة معينة. على سبيل المثال، من الممكن أن يكون عضو واحد مسؤولاً عن إيجاد معادلة محور التناظر، والثاني يستبدل القيم لتحديد النقاط في الرسم البياني، والثالث يرسم البيانات والمنحنى للقطع المكافئ.

الخيار 2 قريب من المستوى ٢م

ارسم ثلاثة أعمدة كبيرة على السبورة. وسم بتسمية الأعمدة كما يلي: "جذرين حقيقيين"، "جذر حقيقي"، و"لا يوجد جذور حقيقية". اطلب من المتطوعين كتابة المعادلة التربيعية لكل عمود من الأعمدة. اطلب من الوحدة استخدام المميز للتحقق مما إذا كان المتطوعون على صواب أم لا. وبعد ذلك، استخدم القانون العام لإيجاد جذور المعادلات التي لديها جذور حقيقية.

الدوال والمعادلات التربيعية

التركيز على المحتوى الرياضي

تخطيط رأسي

تخطيط رأسي

موضوعات ذات صلة قبل الصف 8

- تقريب قيمة الأعداد غير النسبية لأنها تنشأ من مواقف المشاكل

موضوعات سابقة من الرياضيات المتكاملة II

- إيجاد قيم دالة محددة
- تبسيط التعبيرات كثيرة الحدود وتحليلها إلى عوامل كما يلزم في مواقف المسائل
- تحليل الرسوم البيانية للدوال الخطية والأسية واستخلاص النتائج

الوحدة 1

موضوعات ذات صلة من الرياضيات

المتكاملة II

- تحديد ورسم الأشكال العامة للدوال الأصلية التربيعية
- تحليل الرسوم البيانية للدوال التربيعية واستخلاص النتائج
- إقامة روابط بين حلول (جذور) المعادلات التربيعية، والأصناف الخاصة بالدوال المرتبطة بها، والتقاطعات الأفقية للرسم البياني للدالة
- حل المعادلات التربيعية باستخدام نماذج مادية وجداول ورسم بياني، وطرق جبرية
- استخدم خصائص الدالة الأصلية التربيعية لرسم الرسوم البيانية ذات الصلة
- تحليل الدوال مع الفروق المتتالية والنسب
- تعريف ورسم الدوال الخاصة بيانياً.

بعد الوحدة 1

التحضير لدورة للرياضيات المتكاملة III

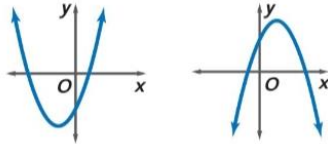
- ربط تمثيلات الدوال التربيعية مثل التوضيحات الجبرية والجدولية والبيانية واللفظية
- تحديد دالة تربيعية من جذورها أو رسمها البياني
- تحديد حلول الدوال التربيعية باستخدام الرسوم البيانية والجداول والطرق الجبرية

مراجعة درس بدرس

1-1 تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الشكل القياسي للدالة التربيعية هو $y = ax^2 + bx + c$ حيث تكون $a \neq 0$.

- إذا كانت a قيمة موجبة، يفتح القطع المكافئ لأعلى وقمة الرأس هو القيمة الصغرى للدالة.
- إذا كانت a قيمة سالبة، يفتح القطع المكافئ لأسفل وقمة الرأس هو القيمة العظمى للدالة.

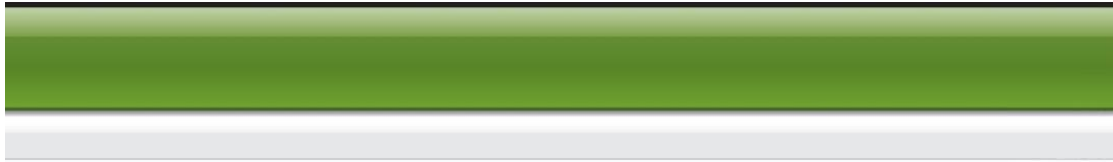


يسمى الخط الذي يقسم القطع المكافئ إلى نصفين متطابقين **محور التناظر**. معادلة محور التناظر للرسم البياني $y = ax^2 + bx + c$ هو $x = -\frac{b}{2a}$.

1-2 حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني

تسمى حلول المعادلة التربيعية **الجذور**. جميع المعادلات التربيعية لها اثنين من الجذور. الجذور كما يلي:

- جذرين حقيقيين-عندما يتقاطع القطع المكافئ مع المحور الأفقي x عند نقطتين مميزتين.
- جذر حقيقي مزدوج-عندما تكون قمة رأس القطع المكافئ في المحور الأفقي x ، أو
- اثنين من الجذور التخيلية-عندما لا يتقاطع القطع المكافئ مع المحور الأفقي x .



1-3 حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

إذا كان التعبير التربيعي في طرف واحد من المعادلة، في الشكل $ax^2 + bx + c = n$ ، عبارة عن مربع مثالي و $n \geq 0$ ، يمكن حل المعادلة عن طريق أخذ الجذر التربيعي لكل طرف، ورغم ذلك، بما أن بعض التعبيرات التربيعية تمثل مربعات كامل، فقد يتم استخدام طريقة تدعى **إكمال المربع**.

لحل معادلة تأخذ الشكل $x^2 + bx + c = 0$ عن طريق إكمال المربع، اعزل حدود x^2 و bx في طرف واحد من المعادلة. إيجاد نصف b والقيمة التربيعية له. ثم أضف هذه الكمية لكل طرف من أطراف المعادلة، حل عن طريق التحليل إلى عوامل وأخذ الجذر التربيعي لكل طرف من أطراف المعادلة، إذا كان الطرف الأيمن عددًا غير سالب، إذا كان المعامل x^2 لا يساوي 1، فقم بتقسيم كل مدة عن طريق المعامل قبل إكمال المربع.

1-4 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

حل معادلة تربيعية بالعمولة،

■ تأكد أن المعادلة في شكل $ax^2 + bx + c = 0$ ،

■ حلل التعبير كثيرة الحدود،

■ عين كل عامل ليساوي صفر،

■ ثم حل المعادلات الناتجة عن ذلك.

عند العمولة، يتم إعادة كتابة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية أو أكثر كنتاج ضرب كثيرة الحدود ولكل منها درجة أقل. التقنيات المستخدمة في حل المعادلات التربيعية وتشمل أساليب تحليل المعادلات ثلاثية الحدود العامة وثلاثية حدود المربع الكامل، والتربيعات المختلفة.

1-5 الأعداد المركبة

في هذا الدرس تم تقديم رمز جديد i ، بالإضافة إلى نظام عددي جديد يسمى نظام الأعداد المركبة، نظام الأعداد الحقيقية هو مجموعة جزئية من هذا النظام العددي الجديد. الأعداد المركبة هي أعداد في صورة $a + bi$ ، حيث أن a و b أعداد حقيقية و i عدد تربيعه -1 ، $i = \sqrt{-1}$. العدد المركب في صورة bi يسمى عدد تخيلي بحت.

العدد المركب $a + bi$ يمكن التعامل معه كشئ واحد، والعمليات على الأعداد المركبة تتبع خصائص عمليات جمع وطرح، ضرب وقسمة العدد ثنائي الحد، باستثناء واحد. هذا الاستثناء يستبدل i^2 بـ -1 حينما i^2 تظهر في التعبير.

1-6 القانون العام والمميز

القانون العام يمكن أن تستخدم في حل معادلة في شكل $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث أن $a \neq 0$ ، لتحديد جذور المعادلة، استبدل معاملات a و b و

الثابت c في الصيغة $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ومن ثم تبسيط العبارة.

العبارة في القانون العام التي تظهر تحت شعار الجذر، $b^2 - 4ac$ ، تسمى التمايز. ويمكن استخدام هذه القيمة لتحديد عدد ونوع جذور المعادلة.

- إذا كان $b^2 - 4ac > 0$ ، سيكون هناك جذرين حقيقيين.
 - إذا كان $b^2 - 4ac = 0$ ، سيكون هناك جذر حقيقي واحد فقط.
 - إذا كان $b^2 - 4ac < 0$ ، سيكون هناك جذرين مركبين.
- التحقق من التمايز قد يوفر تدريب سريع عند حل المعادلات التربيعية.

1-7 تحويلات الدوال التربيعية

المعادلات التربيعية يمكن أن تكون مكتوبة في شكل هندسي، $y = a(x - h)^2 + k$ ، حيث تكون رأس الرسم البياني للمعادلة في (h, k) ويكون محور التناظر هو الخط $x = h$. قيمة k تحدد الإزاحة الرأسية للرسم البياني. قيمة h تحدد إزاحة الأفقية للرسم البياني. قيمة a تحدد اتجاه فتح الرسم البياني وشكل القطع المكافئ.

- إذا كان $a > 0$ ، الرسم البياني يكون مفتوح إلى الأعلى.
- إذا كان $a < 0$ ، الرسم البياني يكون مفتوح إلى الأسفل.

1-8 المتباينات التربيعية

النهج المتبع في التمثيلات البيانية للمتباينات التربيعية يشبه التمثيلات البيانية للمتباينات الخطية. أولاً، تُرسم التمثيلات البيانية للمعادلة التربيعية ذات الصلة وبعد ذلك يتم تحديد نقطة داخل القطع المكافئ. إذا كانت النقطة هي حل المتباينة، إذن تُظلل المنطقة داخل القطع المكافئ. ثم تُظلل المنطقة الخارجية النطاق

حل متباينة تربيعية ذات متغير واحد جبرياً يشبه تماماً حل متباينة خطية. الفرق يقع في حقيقة أن العديد من المتباينات التربيعية ليس لها حل واحد بل حلين. وهذا يعني أن ينقسم خط الأعداد إلى ثلاث أجزاء، اختيار قيمة من كل جزء على خط الأعداد يكشف أي مجموعة أو مجموعات من الحلول صحيحة. ستكون مجموعة حل المتباينات التربيعية في كثير من الأحيان متباينة مركبة.

سؤال مهم

لماذا نستخدم طرقاً مختلفة لحل مسائل الرياضيات؟ قد تكون إحدى الوسائل أسهل من الأخرى. اعتماداً على المعلومات المقدمة، يعتمد الأمر أيضاً على مدى احتياجك لإجابة تقريبية أو دقيقة. على سبيل المثال، يمكنك تقريب الإجابة باستخدام الرسم البياني أو الرياضيات الذهنية، ويمكنك إيجاد إجابة دقيقة باستخدام الأساليب الجبرية.

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد أجب على التمرين السريع أدناه للتحقق من المهارات المطلوبة لديك. وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة	تمرين سريع															
<p>استخدم جدولاً بالقيم لتمثيل كل معادلة بيانياً.</p> <p>1-7. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.</p> <p>1. $y = x + 3$ 2. $y = 2x + 2$</p> <p>3. $y = -2x - 3$ 4. $y = 0.5x - 1$</p> <p>5. $4x - 3y = 12$ 6. $3y - 6 = 9x$</p> <p>7. المخبرات: بحوزة أحمد 100 AED لشراء جهاز للألعاب. وهو يخطط لأخذ 10 AED كل أسبوع. مثل بيانياً معادلة لبيان المبلغ الكلي w خلال t أسبوعاً.</p>	<p>مثال 1 (مستخدم في الدرس 2-51)</p> <p>استخدم جدولاً بالقيم لتمثيل $y = 3x + 1$ بيانياً.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y = 3x + 1</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>3(-1) + 1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3(0) + 1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3(1) + 1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3(2) + 1</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table>	x	y = 3x + 1	y	-1	3(-1) + 1	-2	0	3(0) + 1	1	1	3(1) + 1	4	2	3(2) + 1	7
x	y = 3x + 1	y														
-1	3(-1) + 1	-2														
0	3(0) + 1	1														
1	3(1) + 1	4														
2	3(2) + 1	7														
<p>حدد ما إذا كان كل ثلاثي حدود هو ثلاثي حدود تربيعي كامل أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كان كذلك، فحلله إلى عوامله.</p> <p>8. $a^2 + 12a + 36$ 9. $x^2 + 5x + 25$ 10. $x^2 - 12x + 32$ 11. $x^2 + 20x + 100$</p> <p>12. $4x^2 + 28x + 49$ 13. $k^2 - 16k + 64$ 14. $a^2 - 22a + 121$ 15. $5t^2 - 12t + 25$</p> <p>نعم؛ $(a+6)^2$ لا نعم؛ $(x+10)^2$ لا نعم؛ $(2x+7)^2$ لا نعم؛ $(a-11)^2$</p>	<p>مثال 2 (مستخدم في الدرس 2-54)</p> <p>حدد ما إذا كان $x^2 - 10x + 25$ ثلاثي حدود تربيعي كامل أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كان كذلك، فحلله إلى عوامله.</p> <p>1. هل الحدة الأول مربع كامل؟ نعم</p> <p>2. هل الحدة الأخير مربع كامل؟ نعم</p> <p>3. هل يساوي الحدة الأوسط $2(1x)(5)$؟ نعم</p> <p>$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$</p>															
<p>أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -2$ و $b = -1$ و $c = 0$ و $d = 2.5$.</p> <p>16. $a - 3$ 17. $2a + 1$ 18. $4 - b$ 19. $\left \frac{1}{2}b - 2\right$ 20. $12 - 4c$ 21. $2c - 3 + 1$ 22. $4d - 6$ 23. $3d - 2 - 8$</p> <p>5 3 5 $2\frac{1}{2}$ 12 4 4 -2.5</p>	<p>مثال 3 (مستخدم في الدرس 2-57)</p> <p>أوجد قيمة x if $2x + 1 - 7 = 1$ إذا كان $x = -1$.</p> <p>$2x + 1 - 7 = 2(-1) + 1 - 7$ $x = -1$</p> <p>$= -2 + 1 - 7$ الضرب:</p> <p>$= -1 - 7$ الجمع:</p> <p>$= 1 - 7$ $-1 = 1$</p> <p>$= -6$ طرح:</p>															

مطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

رُكّز يكتب الطلاب عن خصائص الدوال التربيعية حيث تم تقديمها في دروس هذا الوحدة.

درّس اطلب من الطلاب عمل المطويات وتسميتها كما هو موضح. ينبغي للطلاب استخدام القسم المناسب لملئه في أمثلة كل خاصية من الخصائص المدرجة. ينبغي للطلاب كتابة توضيح مختصر تحت كل مثال يوضح كيف أن هذه الخاصية تتعلق بالمفاهيم الثلاثة الأخرى في المطوية.

وقت الاستخدام قم بتشجيع الطلاب على الإضافة إلى المطويات الخاصة بهم في أثناء عملهم خلال الوحدة واستخدامها للمراجعة لاختبار الوحدة.

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك هذه الوحدة. لكي تستعد، حدّد المفردات المهمة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى الوحدة السابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المفردات الجديدة

quadratic function	دالة تربيعية
parabola	قطع مكافئ
axis of symmetry	محور التماثل
vertex	رأس
minimum	القيمة الصغرى
maximum	القيمة العظمى
double root	جذر مكرر
transformation	التحويل
completing the square	إكمال المربع
Quadratic Formula	صيغة تربيعية
discriminant	الميز
step function	دالة درجية
greatest integer function	دالة أكبر عدد صحيح
absolute value function	دالة القيمة المطلقة

مراجعة المفردات

الجال هو كافة القيم المحتملة للمتغير المستقل x .
العامل الرئيس هو معامل الحد الأول في كثيرة حدود مكتوبة بالصيغة القياسية.
البدى هو كافة القيم المحتملة للمتغير التابع y .

x	y
0	3
2	5
4	7
6	9

في الدالة المبثلة في الجدول،
الجال هو $\{0, 2, 4, 6\}$ ، والبدى هو $\{3, 5, 7, 9\}$.

الخطوات منظّم الدراسة

الدوال والمعادلات التربيعية شكّل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة عن الدوال التربيعية. وأبدأ بورقة من الدفتر.



1 اظو الورقة بالاتجاه الطولي بحيث تحاذي حافة الورقة مع خط الهامش.



2 اظو الورقة طوتين بالاتجاه العرضي بحيث تصبح لديك أربعة مقاطع.



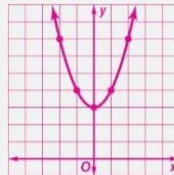
3 افرد الورقة وفتحها على طول الطيات على اللسان الأمامي فقط.

4 اكتب اسم كل مقطع كما هو موضح.

إجابات إضافية (تباين موجهة)

$$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$$

$$\{ 3 \leq y \mid y \} = R$$



x	y
-2	7
-1	4
0	3
1	4
2	7

1.

تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

السابق: الدوال الخطية

الحالي: الدوال التربيعية

لماذا؟



تعد نافورة أورلاندو بفلوريدا في الولايات المتحدة الأمريكية نموذجاً عرجس فريد ومتناسق بين الماء والأضواء والموسيقى. تطلق الرشاشات الماء بشكل يمكن تشبيهه بنموذجاً بمعادلات تربيعية. ويمكنك تشييل هذه المعادلات بيانياً لتوضيح مسار الماء.

1 تحليل خواص التمثيلات البيانية للدوال التربيعية.
2 تشييل الدوال التربيعية بيانياً.

• فيمت بتشيل الدوال الخطية والأسية بيانياً.

1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 1-1 ارسم الدوال الخطية بيانياً.

الدرس 1-1 حلل خصائص الرسم البياني للدوال التربيعية. ارسم الدوال التربيعية بيانياً.

بعد الدرس 1-1 طَبِّقْ الإزاحات، وتغييرات الأبعاد بمضباس، والانعكاسات على الدوال التربيعية.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ في الدرس.

اطرح السؤال:

• يمكن تشييل شكل مجرى المياه بواسطة $y = -8x^2 - 49x - 75$. هل هي معادلة خطية؟ اشرح. لا، لأنها تحتوي على حد x^2 .

• هل مجرى المياه خطي؟ لا.

• كيف تصف الشكل الذي ستكونه المياه عندما تخرج من آلة الرش؟ الإجابة النموذجية: منحني متمائل يسمى قطع مكافئ.

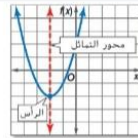
التدريس بالتكنولوجيا

السبورة البيضاء التفاعلية اسحب نظام إحداثي مشترك على السبورة. استخدم هذه الأمثلة الموجودة في أرجاء الدرس الذي تدرسه والتي توضح رسم الدوال التربيعية بيانياً.

المفردات الجديدة
دالة تربيعية
quadratic function
صيغة قياسية
standard form
قطع مكافئ
parabola
محور التماثل
axis of symmetry
رأس
vertex
القيمة الصغرى
minimum
القيمة العظمى
maximum

ممارسات في الرياضيات
التشبيير بطريقة تجريدية وكيفية

المفهوم الأساسي الدوال التربيعية



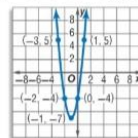
الدالة الأصلية: $f(x) = x^2$
الصيغة القياسية: $f(x) = ax^2 + bx + c$
نوع التمثيل البياني: قطع مكافئ
محور التماثل: $x = -\frac{b}{2a}$
التقاطع مع المحور الرأسي: c

عندما يكون $a > 0$ فإن التمثيل البياني لـ $y = ax^2 + bx + c$ مفتوح إلى الأعلى. والنقطة الأكثر انخفاضاً على التمثيل البياني هي **القيمة الصغرى**. وعندما يكون $a < 0$ فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل. النقطة الأعلى هي **القيمة العظمى**. وتقابل القيمة العظمى أو الصغرى رأس القطع المكافئ.

مثال 1: تمثيل قطع مكافئ بيانياً

استخدم جدول قيم لتمثيل $y = 3x^2 + 6x - 4$ بيانياً. واذكر المجال وال المدى.

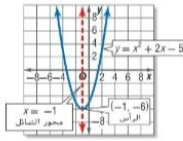
مكّن الأزواج المرتبة بيانياً وأربطها لتشكيل تمثيل بياني منظم. يمتد القطع المكافئ إلى ما لا نهاية. والمجال هو عبارة عن الأعداد الحقيقية كلها. والمدى هو $y \geq -7$. لأن -7 هي القيمة الصغرى.



x	y
1	5
0	-4
-1	-7
-2	-4
-3	5

تمرين موجّه

1. استخدم جدول قيم لتمثيل $y = x^2 + 3$ بيانياً. واذكر المجال وال المدى. انظر الهامش.



ندكر أن الأشكال التي تتنبع بالتنايل هي تلك الأشكال التي يتطابق نصفها ثنائيا.

القطع المكافئ ممتثل بالنسبة إلى محور التنايل. وكل نقطة تقع على القطع المكافئ على يسار محور التنايل لها نقطة ممتثل على النصف الآخر. والدالة متزايدة على أحد جانبي محور التنايل ومتناقصة على الآخر.

عند تحديد الخواص من تشيلي بياني. فالأسهل غالبا تحديد موقع الرأس أولا. وهو يقابل النقطة العظمى أو الصغرى للتشيل البياني.

مثال 2 تحديد الخواص من التمثيلات البيانية

أوجد الرأس ومعادلة محور التنايل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل تمثيل بياني.

الخطوة 1

أوجد الرأس. نظرا لأن القطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى. فالرأس يقع عند النقطة الصغرى للقطع المكافئ. وهو يقع عند النقطة $(-1, 0)$.

الخطوة 2

أوجد محور التنايل. محور التنايل هو المستقيم المار بالرأس والذي يقسم القطع المكافئ إلى نصفين متطابقين. وهو يقع عند $x = -1$.

الخطوة 3

أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y . نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي النقطة التي يقطع فيها التشيل البياني المحور الرأسي y . ونقع كذلك عند $(0, 1)$. إذا فالتقاطع مع المحور الرأسي y هي 1.

الخطوة 1

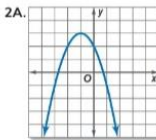
أوجد الرأس. القطع المكافئ مفتوح إلى الأسفل. إذا يقع الرأس عند النقطة العظمى $(2, 3)$.

الخطوة 2

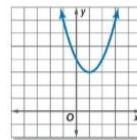
أوجد محور التنايل. يقع محور التنايل على المستقيم $x = 2$.

الخطوة 3

أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y . نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي النقطة التي يقطع فيها التشيل البياني المحور الرأسي y . ونقع كذلك عند $(0, -1)$. إذا فالتقاطع مع المحور الرأسي y هي -1.



2B.



تمرين موجبة

- 2A. الرأس $(-1, 3)$. محور التنايل $x = -1$. التقاطع مع المحور الرأسي $y = 2$. محور التنايل $x = 1$. التقاطع مع المحور الرأسي $4 = 4$.

1 خصائص الدوال التربيعية

يوضح المثال 1 طريقة استخدام

جدول قيم لرسم دالة تربيعية بيانيا.

يوضح المثال 2 طريقة إيجاد قيمة

الرأس. ومعادلة لمحور التنايل. والتقاطع

مع المحور الرأسي y للقطع المتكافئ

من رسم بياني. **يوضح المثال 3** طريقة

إيجاد قيمة الرأس. ومعادلة لمحور التنايل.

والتقاطع مع المحور الرأسي y من

معادلة. **يوضح المثال 4** طريقة تحديد

ما إذا كانت الدالة تحتوي على قيمة

القيمة العظمى أو الصغرى. وكيفية إيجاد

هذه القيم.

التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد

كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب

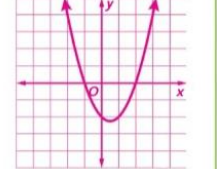
للمفاهيم.

مثال إضافي

1 استخدم جدول القيم لرسم

ذكر المجال والنطاق. $y = x^2 - x - 2$. بيانيا.

المجال والنطاق.



المجال: جميع الأعداد الحقيقية؛
النطاق

$$\{y | y \geq -2\frac{1}{4}\}$$

نصيحة دراسية
خواص الدوال عند تحديد خواص دالة، فإن من الأسهل في أغلب الأحيان تحديد محور التماثل أولاً.

نصيحة دراسية
التقاطع مع المحور الرأسي y الإحداثي الرأسي y نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هو أيضاً الحد الثابت (c) للدالة التربيعية بالصيغة القياسية.

تمرين 3 تحديد الخواص من الدوال

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل دالة.

a. $y = 2x^2 + 4x - 3$

$x = -\frac{b}{2a}$ صيغة معادلة محور التماثل
 $x = -\frac{4}{2 \cdot 2}$ $b = 4$ و $a = 2$
 $x = -1$ بنسبة

معادلة محور التماثل هي $x = -1$.

لإيجاد الرأس، استخدم القيمة التي توصلت إليها لمحور التماثل على أنها الإحداثي الأفقي x للرأس. وأوجد الإحداثي الرأسي y باستخدام المعادلة الأصلية.

المعادلة الأصلية
 $y = 2x^2 + 4x - 3$
 $= 2(-1)^2 + 4(-1) - 3$ $x = -1$
 $= -5$ بنسبة

نقطة رأس القطع هي $(-1, -5)$.

يحدد التقاطع مع المحور الرأسي y دائماً عند $(0, c)$. إذاً فالتقاطع مع المحور الرأسي y هو $(0, -3)$.

b. $y = -x^2 + 6x + 4$

$x = -\frac{b}{2a}$ صيغة معادلة محور التماثل
 $x = -\frac{6}{2(-1)}$ $b = 6$ و $a = -1$
 $x = 3$ بنسبة

معادلة محور التماثل هي $x = 3$.

المعادلة الأصلية
 $y = -x^2 + 6x + 4$
 $= -(3)^2 + 6(3) + 4$ $x = 3$
 $= 13$ بنسبة

نقطة رأس القطع هي $(3, 13)$.

التقاطع مع المحور الرأسي y عند 4 .

تمرين موجّه

3A. $y = -3x^2 + 6x - 5$

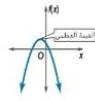
3B. $y = 2x^2 + 2x + 2$

ستتعلم في ما يلي كيفية تحديد ما إن كان الرأس نقطة عظمى أو صغرى.

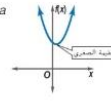
المفهوم الأساسي القيم العظمى والصغرى

الشرح

- التمثيل البياني لـ $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$
- مفتوح إلى الأعلى وله قيمة صغرى إذا كان $a > 0$.
 - مفتوح إلى الأسفل وله قيمة عظمى إذا كان $a < 0$.
 - مدى دالة تربيعية هو جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من القيمة الصغرى أو المساوية لها، أو جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من القيمة العظمى أو المساوية لها.



a سالب



a موجب

أمثلة

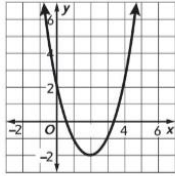
3A. الرأس $(1, -2)$.
محور التماثل $x = 1$.
التقاطع مع المحور الرأسي y هي -5 .

3B. الرأس $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$. محور

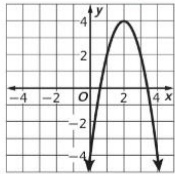
التماثل $x = -\frac{1}{2}$.
التقاطع مع المحور الرأسي y هي 2 .

أمثلة إضافية

2 أوجد قيمة الرأس، ومعادلة محور التماثل، والتقاطع مع المحور الرأسي y .



قيمة الرأس: $(2, -2)$ محور التماثل: $x = 2$.
التقاطع مع المحور الرأسي y : 2 .



قيمة الرأس: $(2, 4)$ محور التماثل: $x = 2$.
التقاطع مع المحور الرأسي y : -4 .

3 أوجد قيمة الرأس، ومعادلة محور التماثل، والتقاطع مع المحور الرأسي y .

a. $y = -2x^2 - 8x - 2$
 $(-2, 6)$, $x = -2$, -2
b. $y = 3x^2 + 6x - 2$
 $(-1, -5)$, $x = -1$, -2

مثال إضافي

ادرس الدالة $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$

a. حذد إذا ما كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى .

في الدالة $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$ نجد أن $a = -2$, $b = -4$, $c = 6$

نظراً أن a سالب، فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل، إذاً للدالة قيمة عظمى.

b. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

القبضة العظمى هي الإحداثي الرأسي y للرأس.

الإحداثي الأفقي x للرأس هو $-1 = \frac{4}{2(-2)} = \frac{-b}{2a}$

$$f(x) = -2x^2 - 4x + 6 \quad \text{الأصلية}$$

$$f(-1) = -2(-1)^2 - 4(-1) + 6 \quad x = -1$$

$$f(-1) = 8$$

الغضبة العظمى هي 8.

C. اذكر مجال الدالة ومداها.

المجال هو الأعداد الحقيقية كلها. أما المدى هو جميع الأعداد الحقيقية الأقل من القيمة العظمى أو المساوية لها. أو $\{y \mid y \leq 8\}$.

اقتیه!

القيمة العظمى والصغرى Δ
تتمثل إيجاد كلا إحدائهما الرأس
(x, y). القيمة الصغرى أو
العظمى هي الإحداثي الراسي y .

مراجعة المفردات

المجال والمدى المجال هو مجموعة كافة القيم الممكنة لمتغير مستقل X . والمدى هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير التابع Y .

تھریں **موجہ**

ادرس الدالة $g(x) = 2x^2 - 4x - 1$

4A. حدّد إذا ما كان للدالة قيمة عظمى أو قيمة صفري. صفري

4B. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى. -3

4C. اذكر مجال الدالة ومداها.

4C. $D =$ جميع الأعداد الحقيقية.
 $B = \{x \mid x \geq -3\}$

$$R = \{y \mid y \geq -3\}$$

2 مثل الدوال التربيعية بيانًا

يوضح المثال 5 طريقة استخدام خصائص الدالة التربيعية لتمثيل الدوال بيانياً. **يوضح المثال 6** طريقة تحليل التمثيل البياني للدالة التربيعية لحل المسائل الواقعية.

المفهوم الأساسي تمثيل الدوال التربيعية

الخطوة 1 أوجد معادلة محور التناقل.

الخطوة 2 أوجد الرأس وحدد ما إذا كان قيمة عظمى أو صغرى.

الخطوة 3 أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y .

الخطوة 4 استخدم التماثل لإيجاد نقاط إضافية على التمثيل البياني. عند الضرورة.

الخطوة 5 **جمل النقاط بمنحنى متصل.**

8 | الدرس 1-1 | تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

التركيز على المحتوى الرياضي

قيمة الرأس تعرف نقطة القيمة العظمى أو القيمة الصغرى باسم **قيمة الرأس**. عند كتابة دالة تربيعية بالصيغة القياسية $y = ax^2 + bx + c$ ، وكان a موجباً، يفتح القطع المتكافئ لأعلى، وتمثل قيمة الرأس قيمة صغرى. عندما يكون a سالباً، يفتح القطع المتكافئ لأسفل، وتمثل قيمة الرأس قيمة عظمى.

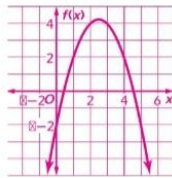
انتبه!
تجنب الوقوع في الأخطاء أخبر الطلاب بأنه لا يجب أن تكون رسومات القطع المتكافئ الخاصة بهم مثالية. ومع ذلك، لا يجب على الطلاب ربط النقاط بخطوط مستقيمة. يُعد مرور المنحنى خلال أزواج الأوامر المرسومة أمراً مهماً.

التماثل والتتمثيل البياني

عندما يستخدم الطلاب التماثل لرسم حالات القطع المكافئ، لا يحتاجون سوى إيجاد نقاط قليلة ثم عكس هذه النقاط عبر خط التماثل فقط. قد ترغب في أن تقترح على الطلاب التحقق من النقاط المعكوسة أحياناً عن طريق استبدالها في المعادلة الأصلية.

مثال إضافي

5 ارسم $f(x) = -x^2 + 5x - 2$ بيانياً.



مثال 5: تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

مَسَّ $f(x) = x^2 + 4x + 3$ بيانياً.

الخطوة 1 أوجد معادلة محور التماثل.

صيغة معادلة محور التماثل
 $x = \frac{-b}{2a}$
 $x = \frac{-4}{2 \cdot 1}$ or -2 $b = 4$ و $a = 1$

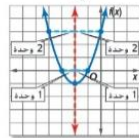
الخطوة 2 أوجد الرأس وحدد ما إذا كان قيمة عظمى أو صغرى.

المعادلة الأصلية
 $f(x) = x^2 + 4x + 3$
 $= (-2)^2 + 4(-2) + 3$ $x = -2$
 $= -1$ بشط

يقع الرأس عند $(-2, -1)$. ونظراً أن a موجب، فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأعلى. والرأس قيمة صغرى.

الخطوة 3 أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y .

المعادلة الأصلية
 $f(x) = x^2 + 4x + 3$
 $= (0)^2 + 4(0) + 3$ $x = 0$
 $= 3$



الخطوة 4 يرسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متساويين. ولذلك إذا كانت هناك نقطة على طرف، فإن هناك نقطة مطابقة على الطرف الآخر وتبعد المسافة نفسها عن محور التماثل ولها القيمة y نفسها.

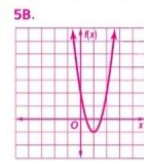
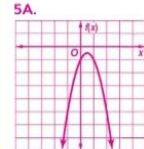
الخطوة 5 صل النقاط بمنحنى منظم.

تمرين موجّه: مَسَّ كل دالة مما يلي بيانياً.
 5A. $f(x) = -2x^2 + 2x - 1$
 5B. $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$

ثمة فروق عامة بين الدوال الخطية والتربيعية.

الدوال التربيعية	الدوال الخطية	المعادلة
$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$	$y = mx + b$	
2	1	الدرجة
قطع مكافئ	مستقيم	التمثيل البياني
$a > 0$: y متناقصة إلى يسار محور التماثل ومنتزعة إلى يمينه.	$m > 0$: y متزايدة في المجال بأكمله.	تزايد/تناقص
$a < 0$: y متزايدة إلى يسار محور التماثل ومنتزعة إلى يمينه.	$m < 0$: y متناقصة في المجال بأكمله.	
$a > 0$: عندما تزايد x ، تناقص y في النصف الأيسر وعندما تزايد x ، تناقص y في النصف الأيمن.	$m > 0$: عندما تزايد x ، تزايد y وعندما تناقص x ، تناقص y .	الميل
$a < 0$: عندما تزايد x ، تناقص y في النصف الأيسر وعندما تزايد x ، تناقص y في النصف الأيمن.	$m < 0$: عندما تزايد x ، تناقص y وعندما تناقص x ، تزايد y .	الطرفي

نصيحة دراسية
التماثل والنقاط عند تحديد مواقع نقطتين تقعان على جهتين متعاكستين من محور التماثل، فإن النقطتين ليسا متساويتا البعد عن محور التماثل فحسب، بل هما متساويتا البعد عن الرأس أيضاً.



التدريس المتميز

مماثل: يحتاج الطلاب إلى عرض مرئي لفهم مفهوم قيمة الرأس ومحور التماثل.

إذا: اطلب من الطلاب إنشاء جدول من القيم ورسم $y = x^2 + 6x + 8$ بيانياً على ورقة رسم بياني. اطلب من الطلاب رفع ورقتهم إلى مصدر الضوء وطي القطع المتكافئ إلى نصفين بحيث يتطابق الجانبان تماماً. اطلب من الطلاب استخدام حزم الطي على ورقتهم غير المخطوبة لتحديد مكان قيمة الرأس، ومحور التماثل، والقيمة الصغرى. $x = -3, -1$ ؛ $y = -3, -1$

لقد استخدمت ما تعرفه عن الدوال التربيعية والخطوط المكافئة والتناظر أو التنازل لإعداد تشيلات بيانية. وبشكل تحليل هذه التشيلات البيانية لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال من الحياة اليومية 6 استخدام التمثيل البياني لدالة تربيعية

الانتباه إلى المدرسة يقذف مجلس طلاب مدرسة ثانوية قيثامًا بين جموع الطلاب كلما سجل الفريق المضيف هدفًا. يمكن تمثيل ارتفاع القيثام بالدالة $h(x) = -16x^2 + 48x + 6$. حيث تمثل $h(x)$ ارتفاع القيثام بالأمتار بعد x ثانية.

a. مثل الدالة بيانيًا.

$$x = \frac{-b}{2a} \quad \text{معادلة محور التنازل}$$

$$x = \frac{-48}{2(-16)} \text{ or } \frac{3}{2} \quad b = 48 \text{ و } a = -16$$

معادلة محور التنازل هي $x = \frac{3}{2}$. إذا الإحداثي الأفقي x للرأس هو $\frac{3}{2}$

$$y = -16x^2 + 48x + 6$$

$$= -16\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 48\left(\frac{3}{2}\right) + 6$$

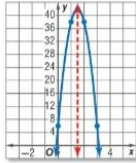
$$= -16\left(\frac{9}{4}\right) + 48\left(\frac{3}{2}\right) + 6$$

$$= -36 + 72 + 6 \text{ or } 42$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

بسط



يقع الرأس عند $\left(\frac{3}{2}, 42\right)$.
لنوجد نقطة أخرى. اختر قيمة لـ x تساوي 0 وعوض.
تقع نقطتنا الجديدة عند $(0, 6)$ والنقطة المتناظرة لها
على الطرف الآخر من محور التنازل هي $(3, 6)$.
كُثر ذلك واختر قيمة لـ x تساوي 1 لتحصل على $(1, 38)$
وتكون النقطة المتناظرة لها هي $(2, 38)$. اربط النقطتين
لتحصل على منحنى منتظم.

b. ما الارتفاع الذي يقذف منه القيثام؟

يقذف القيثام حين يساوي الزمن 0. أو عند التناظر مع المحور الرأسى y .
إذا، قذف القيثام من ارتفاع 6 أقدام فوق سطح الأرض.

c. ما أقصى ارتفاع يبلغه القيثام؟ ومتى وصل إلى الارتفاع الأقصى؟

يعادل الارتفاع الأقصى للقيثام الرأس.

إذا يبلغ القيثام ارتفاعًا أقصى مقداره 42 مترًا. ويكون الزمن حينها $\frac{3}{2}$ أو 1.5 ثانية بعد الغذف.

تمرين موجّه

6. **النتج** يشارك عدنان في منافسة رمي الرمح. ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح بالمعادلة $y = -16x^2 + 64x + 6$. حيث تمثل y ارتفاع الرمح بالأمتار بعد مرور x ثانية.

A. مثل بيانيًا مسار الرمح.

B. ما الارتفاع الذي رُمي منه الرمح؟ 6 ft

C. ما هو أقصى ارتفاع للرمح؟ 70 ft



الربط بالحياة اليومية
حوالي 1 طالب من كل 17 طالب من طلاب الصف الثاني عشر يلعبون كرة القدم. سيذهبون للعب في مدرسة NCAA الرابطة الوطنية للاعبين الرياضيين بين الكليات. المصنوع: الرابطة الوطنية للاعبين الرياضيين بين الكليات

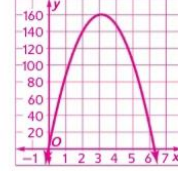
مثال إضافي

6 **الرمية بالسهم** أطلق عمر سهمًا.

يمكن تمثيل ارتفاع السهم بواسطة $y = -16x^2 + 100x + 4$.

حيث تمثل y الارتفاع الذي وصل له السهم بالقدم وتمثل x الثواني المستغرقة بعد إطلاق السهم في الهواء.

a. ارسم ارتفاع السهم بيانيًا.



b. ما الارتفاع الذي وصل إليه السهم؟ 4 ft

c. ما هو أقصى ارتفاع للسهم؟ $160\frac{1}{4}$ ft

إجابات إضافية

13a. القيمة العظمى

13b. 1

13c. $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{y | y \leq 1\}$

14a. القيمة العظمى

14b. 3

14c. $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{y | y \leq 3\}$

15a. القيمة العظمى

15b. 6

15c. $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{y | y \leq 6\}$

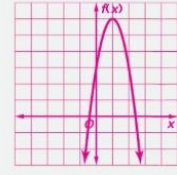
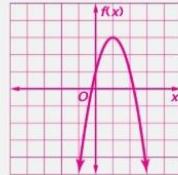
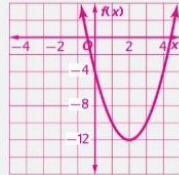
16a. القيمة العظمى

16b. 2

16c. $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$

$R = \{y | y \leq 2\}$

10 | الدرس 1-1 | تشيلات الدوال التربيعية بيانيًا



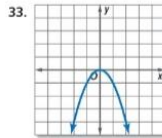
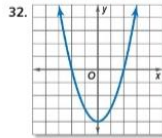
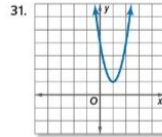
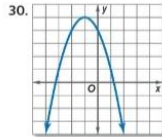
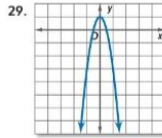
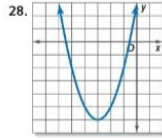
10 | الدرس 1-1 | تشيلات الدوال التربيعية بيانيًا

التبرين وحل المسائل

استخدم جدول قيم تمثيل كل معادلة بيانيًا. واذكر المجال وال المدى. 22-27. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

22. $y = x^2 + 4x + 6$ 23. $y = 2x^2 + 4x + 7$ 24. $y = 2x^2 - 8x - 5$
25. $y = 3x^2 + 12x + 5$ 26. $y = 3x^2 - 6x - 2$ 27. $y = x^2 - 2x - 1$

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل تمثيل بياني.



أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل دائرة. 34-42. انظر الهامش.

34. $y = x^2 + 8x + 10$ 35. $y = 2x^2 + 12x + 10$ 36. $y = -3x^2 - 6x + 7$
37. $y = -x^2 - 6x - 5$ 38. $y = 5x^2 + 20x + 10$ 39. $y = 7x^2 - 28x + 14$
40. $y = 2x^2 - 12x + 6$ 41. $y = -3x^2 + 6x - 18$ 42. $y = -x^2 + 10x - 13$

ادرس كل دائرة مما يلي. 43-51. انظر الهامش.

a. حدد إذا ما كان للدائرة قيمة عظمى أو صغرى.

b. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى.

c. ما مجال الدالة ومداهما؟

43. $y = -2x^2 - 8x + 1$ 44. $y = x^2 + 4x - 5$ 45. $y = 3x^2 + 18x - 21$
46. $y = -2x^2 - 16x + 18$ 47. $y = -x^2 - 14x - 16$ 48. $y = 4x^2 + 40x + 44$
49. $y = -x^2 - 6x - 5$ 50. $y = 2x^2 + 4x + 6$ 51. $y = -3x^2 - 12x - 9$

مثل كل دائرة بيانيًا. 52-57. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

52. $y = -3x^2 + 6x - 4$ 53. $y = -2x^2 - 4x - 3$ 54. $y = -2x^2 - 8x + 2$
55. $y = x^2 + 6x - 6$ 56. $y = x^2 - 2x + 2$ 57. $y = 3x^2 - 12x + 5$

إجابات إضافية

34. قمة الرأس $(-4, -6)$. محور التماثل $x = -4$. y التقاطع مع المحور الرأسي 10.

35. قمة الرأس $(-3, -8)$. محور التماثل $x = -3$. y التقاطع مع المحور الرأسي 10.

36. قمة الرأس $(-1, 10)$. محور التماثل $x = -1$. y التقاطع مع المحور الرأسي 7.

37. قمة الرأس $(-3, 4)$. محور التماثل $x = -3$. y التقاطع مع المحور الرأسي -5.

38. قمة الرأس $(-2, -10)$. محور التماثل $x = -2$. y التقاطع مع المحور الرأسي 10.

39. قمة الرأس $(2, -14)$. محور التماثل $x = 2$. y التقاطع مع المحور الرأسي 14.

40. قمة الرأس $(3, -12)$. محور التماثل $x = 3$. y التقاطع مع المحور الرأسي 6.

41. قمة الرأس $(1, -15)$. محور التماثل $x = 1$. y التقاطع مع المحور الرأسي -18.

42. قمة الرأس $(5, 12)$. محور التماثل $x = 5$. y التقاطع مع المحور الرأسي -13.

43a. القيمة العظمى 9. 43b. $D = \{x | x \leq 9\}$. 43c. $R = \{y | y \leq 9\}$.

44a. القيمة الصغرى -9. 44b. $D = \{x | x \geq -9\}$. 44c. $R = \{y | y \geq -9\}$.

45a. القيمة الصغرى -48. 45b. $D = \{x | x \geq -48\}$. 45c. $R = \{y | y \geq -48\}$.

46a. القيمة العظمى 50. 46b. $D = \{x | x \leq 50\}$. 46c. $R = \{y | y \leq 50\}$.

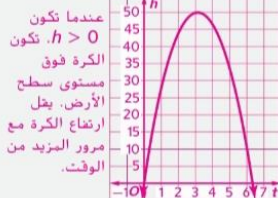
47a. القيمة العظمى 33. 47b. $D = \{x | x \leq 33\}$. 47c. $R = \{y | y \leq 33\}$.

48a. القيمة الصغرى -56. 48b. $D = \{x | x \geq -56\}$. 48c. $R = \{y | y \geq -56\}$.

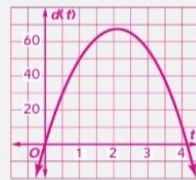
49a. القيمة العظمى 4. 49b. $D = \{x | x \leq 4\}$. 49c. $R = \{y | y \leq 4\}$.

50a. القيمة الصغرى 4. 50b. $D = \{x | x \geq 4\}$. 50c. $R = \{y | y \geq 4\}$.

51a. القيمة العظمى 3. 51b. $D = \{x | x \leq 3\}$. 51c. $R = \{y | y \leq 3\}$.



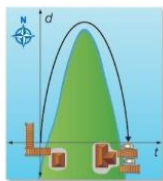
63a



58a

عندما تكون $h > 0$ ، تكون الكرة فوق مستوى سطح الأرض. يظل ارتفاع الكرة مع مرور المزيد من الوقت.

البنية يمكن أن يرجع الطلاب المتفوقون في الرياضيات إلى الخلف للحصول على نظرة عامة والتعرف على منظور التغيير. في التمرين 66، اطلب من الطلاب توضيح طريقة ارتباط دوال الجذر التربيعي والدوال المربعة.



58. **رياضة الزوارق** أرست هداية زورقها في نقطة على الساحل الغربي خور دي. ثم شرعت بالإبحار إلى مرسى دي. يمكن تبثيل المسافة التي تقطعها هداية بالنسبة إلى الزمن بالمعادلة $d = -16t^2 + 66t$ حيث تمثل d عدد الأمتار التي تقطعها خلال t دقيقة.

- a. مثل هذه الدالة بيانياً. انظر الهامش.
b. ما العدد الأقصى الذي قطعته من الأمتار؟ 68 m تقريباً
c. كم استغرقت حتى وصلت إلى ميناء الجزيرة؟ 4 min تقريباً

8 حاسبة التمثيل البياني مثل كل دالة بيانيًا. واستخدم خاصية TRACE لإيجاد الرأس على التمثيل البياني. قَرِّبْ إلى أقرب جزء من الألف عند الضرورة. 59-62. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات

59. $y = 4x^2 + 10x + 6$ $(-1.25, -0.25)$ 60. $y = 8x^2 - 8x + 8$ $(0.5, 6)$

61. $y = -5x^2 - 3x - 8$ **(-0.3, -7.55)** 62. $y = -7x^2 + 12x - 10$ **(0.857, -4.857)**

63. **الجولف** يستطيع لاعب الجولف الهاوي أن يضرب الكرة بسرعة ابتدائية نحو الأعلى مقدارها 31.3 مترًا في الثانية. ويمكن تمثيل الارتفاع بالعلاقة $h = -4.9t^2 + 31.3t$ حيث h ارتفاع الكرة بالأمتار بعد مرور t ثانية.

- a. مثل هذه الحالة سيأتينا ما الذي تشكك أجزاء التشكيل البنياني التي تكون فيها $t > 0$ في سياق هذه الحالة؟ وما الذي يشكك السلوك الطيفي للتشكيل البنياني؟
- b. ما الارتفاع الذي تخضع منه الكرة؟ 0 m
- c. ما أقصى ارتفاع للكرة؟ 50.0 m تقريباً
- d. كم استغرقت الكرة لتصلحده بالأرض؟ 6.4 s تقريباً
- e. اذكر البدي و المجال المتعولين لهذا البوصف.
- $D = \{t | 0 \leq t \leq 6.4\}$; $R = \{h | 0 \leq h \leq 50.0\}$

64. **جميع التبرعات** تتبع القرعة الموسيقية أزهرا لشراء ملاين جديدة. وفي العام الماضي، كانت القرعة تباع الزهرة الواحدة بـ 5 AED. حيث باعت حينئذ 150 زهرة. وتبني رفع السعر هذا العام، ولكنها تتوقع أن تتخضع البيعات بمقدار 10 AED مقابل كل زيادة مقدارها 1 AED. ويتم التنبؤ ببيع البيعات R الناتج عن بيع الأزهرا بالدرهم الإماراتي بالادلة $(10p - 150) + 5p$. حيث p عدد زيادات السعر البالغة احادا 1 AED.

$$R = -10p^2 + 100p + 750$$

- b. أوجد الضربة العكسية للدالة. 1000
- c. ما السعر الذي ينبغي أن تراه به الزبائن للحصول على أكبر إيرادات للسعر؟ اشرح استنتاجاتك. 10
10. AED 10: الإجابة النموذجية، يتحقق الإيراد الأقصى من خلال 5 زيادات مقداره AED 1. وكان السعر الأصلي 5 AED. ولذلك يتحقق أن أصاوي السعر الجديد 10 AED.
- 65 القدم كرتة 90 في مستوى سطح الأرض بسرعة ابتدائية نحو الأعلى مقداره 20 متر في الثانية. تعطي المعادلة $h(t) = -16t^2 + 90t$ (h ذن الكرتة t ثانية.

a. ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟ **74 m**

- b. متى تبلغ الكرة ارتفاع 126 متراً؟ **2.625 ثانية و 3 ثوان**
- c. متى يكون ارتفاع الكرة صفراً؟ وماذا تبين هذه النقاط في سياق هذه الحالة؟
 $t = 0$ ، $t = 5.625$: قبل أن تُركل الكرة، وعندما تصطدم بالأرض بعد الركل

66d. $D = \{x | x \leq -3 \text{ أو } x \geq 3\}$, $R = \{y | y \geq 0\}$

- a. ما مجال الدالة $f(x)$ ؟ (جميع الأعداد الحقيقية)
 b. ما مدى الدالة $f(x)$ ؟ $\{x \mid x \geq -9\}$
 c. ما قيم x التي تجعل الدالة $f(x)$ سالبة؟ $\{x \mid -3 < x < 3\}$
 d. عندما يكون x عدداً حقيقياً، فما مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ ومداها؟

4 التقويم

نشر الفائدة أنشئ عدة نسخ لجميع الرسوم الخمسة للدوال التربيعية. اعط رسماً بيانياً واحداً لكل طالب. عندما يقادر الطلاب الحجرة، اطلب منهم إبلاغك بإحداثيات قيم الرأس للقطع المكافئ لتحديد ما باعتبارها قيم عظمى أو قيم صغرى.

إجابات إضافية

68. الإجابة النموذجية $y = 4x^2 + 3x + 5$. اكتب معادلة محور التماثل، $x = -\frac{b}{2a}$. من المعادلة، $b = 3$ و $a = 4$. لذلك فإن $2a = 8$ و $a = 4$. استبدل هذه القيم الخاصة بـ a و b في المعادلة $y = ax^2 + bx + c$.
71. $(-1, 9)$. الإجابة النموذجية لقد رسمت النقاط المقدمة بيانياً. ورسمت القطع المكافئ الذي سيمر عبرها. لقد حسبت المساحات فوق قمة الرأس وأعلاها وفعلت الشيء نفسه على الجانب المقابل من الخط $x = 2$.

تدريب على الاختبار المعياري

77. ما مدى الدالة $f(x) = -4x^2 - \frac{1}{2}$ ؟
A {جميع الأعداد الصحيحة التي تساوي أو تزيد عن $\frac{1}{2}$ }
B {جميع الأعداد الصحيحة غير السالبة}
C {جميع الأعداد الحقيقية}
D {جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $\frac{1}{2}$ }

78. **إجابة قصيرة** يوصل خبثس الجرائد مقابل مبلغ إضافي من المال. وهو يبدأ بتوصيل الجرائد عند الساعة 3:15 P.M. وينتهي عند الساعة 5:05 P.M. فكم يستغرق خبثس لينهي جولة التوصيل؟ **ساعة و 50 دقيقة**

79. أي مما يلي معادلة مستقيم يمر بالنقطة $(-5, 2)$ ويتعامد على $2x + 4y = 8$ ؟
A $y = 2x + 10$
B $y = -\frac{1}{2}x - 4$
C $y = 2x - 9$
D $y = -2x - 1$

76. **الهندسة** تبلغ مساحة الدائرة 36π وحدة مربعة. إذا ضاعفت نصف قطر الدائرة، فكم تكون مساحة الدائرة الجديدة؟
A 36π وحدة مربعة
B 72π وحدة مربعة
C 1296π وحدة مربعة
D 144π وحدة مربعة

مراجعة شاملة

- حدد ما إذا كان كل ثلاثي حدود تربيعي كامل أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كان كذلك، فحلّله إلى عوامله. (الدرس 1-9)
79. $4x^2 + 4x + 1$ نعم؛ $(2x + 1)^2$ 80. $4x^2 - 20x + 25$ نعم؛ $(2x - 5)^2$ 81. $9x^2 + 8x + 16$ no
حلّل كل كثيرة حدود إن أمكن إلى عواملها الأولية. فإن كان لا يمكن تحليل كثيرة الحدود، فاكتب أولية. (الدرس 1-8)
82. $n^2 - 16$ $(n - 4)(n + 4)$ 83. $x^2 + 25$ أولية 84. $9 - 4a^2$ $(3 - 2a)(3 + 2a)$
أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 1-3)
85. $(b - 7)(b + 3)$ $b^2 - 4b - 21$ 86. $(c - 6)(c - 5)$ $c^2 - 11c + 30$ 87. $(2x - 1)(x + 9)$ $2x^2 + 17x - 9$
88. **الوحدات المتعددة** يمكن تمثيل عدد ولادات النواجم الأربعة Q في دولة ما خلال السنوات الأخيرة بالدالة $Q = -0.5t^2 + 11.7t^2 - 21.5t + 218.6$ ، حيث t تمثل عدد الأعوام منذ 2002. ما العدد المتوقع من ولادات النواجم الأربعة في هذه الدولة لعام 2017؟ (الدرس 1-1)
89. **الغابات** يمكن تقدير عدد الأمطار من الأنواع B الناتجة عن الجذع باستخدام القانون $B = \frac{L}{16}(D^2 - 8D + 16)$ ، حيث B هو قطر الجذع بالسنتيمترات و L هو طول الجذع بالأمتار. فبالنسبة للجذع الذي يبلغ طولها 16 متراً، ما القطر الذي يعطي تقريباً 256 متراً من الأمطار؟ (الدرس 1-9) **20 m**

مراجعة المهارات

- أوجد نقطة تقاطع التمثيل البياني لكل معادلة مع المحور الأفقي x .
90. $x + 2y = 10$ 10 91. $2x - 3y = 12$ 6 92. $3x - y = -18$ -6

التدريس المتميز

الملاحظ أخبر الطلاب بأن صواريخ الألعاب النارية مصممة للانفجار في أعلى نقطة. يُمثل الارتفاع بواسطة المعادلة $h = -4.9t^2 + 34.2t + 1.6$. حيث تمثل h ارتفاع الصاروخ بالمتر بعد t ثانية. ما الوقت والارتفاع اللذان سينفجر عندهما الصاروخ؟ **سينفجر الصاروخ بعد مرور حوالي 3.5 ثانية وعند ارتفاع يبلغ 61 m تقريباً.**

مختبر الجبر معدل تغير الدالة التربيعية



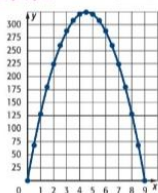
يطلق صاروخ اختياري من الأرض نحو الأعلى بسرعة 144 متراً في الثانية. تمثل المعادلة $y = -16x^2 + 144x$ ارتفاع الصاروخ y بالامتار بعد x ثانية. سنستخدم باستخدام هذه الدالة دراسة معدل تغير الدالة التربيعية.

النشاط

الخطوة 1 أنسخ الجدول الوارد أدناه.

x	0	0.5	1	1.5	...	9.0
y						
معدل التغير						

(0.5, 68), (1, 128), (1.5, 180),
(2, 224), (2.5, 260), (3, 288),
(3.5, 308), (4, 320), (4.5, 324),
(5, 320), (5.5, 308), (6, 288),
(6.5, 260), (7, 224), (7.5, 180),
(8, 128), (8.5, 68), (9, 0)



الخطوة 2 أوجد قيمة y المقابلة لكل قيمة x من 0 إلى 9.

الخطوة 3 مثل الأزواج المرتبة (x, y) بيانياً على وري شبيكي. وصل النقاط.

بمحنى منتظم. لاحظ أن الدالة تزايد عند $0 < x < 4.5$ وتتناقص عند $4.5 < x < 9$.

الخطوة 4 تذكر أن معدل التغير هو التغير في y مقسوماً على التغير في x . أوجد معدل التغير لكل فترة مدتها نصف ثانية في x و y .

136, 120, 104, 88, 72, 56, 40, 24, 8, -8, -24, -40, -56, -72, -88, -104, -120, -136

تبايرين

استخدم الدالة التربيعية $y = x^2$. 1-44 انظر ملحق إجابات الوحدة 1

- أنشئ جدولاً للدالة شبيهاً بالجدول الوارد في هذا النشاط باستخدام $x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$. وأوجد قيم y المقابلة لقيم x .
- مثل الأزواج المرتبة على وري شبيكي. وصل النقاط بمحنى بياني منتظم. صف متى تزايدت الدالة ومتى تناقصت.
- أوجد معدل تغير كل عمود بدءاً من -3 إلى x . وقارن معدلات التغير حين تزايدت الدالة وحين تناقصت.
- تحذّر** إذا أسقط جسم من ارتفاع 100 متر في الهواء، وكانت مقاومة الهواء مهملة، فسيحفظ الجسم بسرعة يمكن تمثيلها بالدالة $f(x) = -16x^2 + 100$ ، حيث $f(x)$ تمثل ارتفاع الجسم بالامتار بعد x ثانية. أعد جدولاً شبيهاً بجدول التمرين 1. اختر قيمة ملائمة لـ x . املأ قيم x وقيم y ومعدلات التغير. وقارن معدلات التغير. وصف أي أنماط تلاحظها.

16 | التوسع 1-1 | مختبر الجبر، معدل تغير الدالة التربيعية

1 التركيز

الهدف استخدم دالة تربيعية مُعطاة للتحقق من معدل التغير لدالة تربيعية.

المواد التي يحتاجها كل طالب

- ورق الرسم البياني

نصيحة للتدريس

سيحتاج الطلاب إلى إعداد جدول به 19 عموداً للخطوة 1 من النشاط.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة. مع مزج القدرات. اطلب من المجموعات إتمام النشاط.

اسأل:

- ما هي القيم العظمى والصغرى للمحور الأفقي x والمحور الرأسي y التي تحتاجها عند رسم النظام الإحداثي للدالة في النشاط؟
- $x: 0$ إلى 9 , $y: 0$ إلى 324

- كيف يختلف معدل تغير دالة تربيعية عن معدل تغير دالة خطية؟
- أي دالة خطية لها معدل تغير ثابت، ومن ثم فهي لن تغير العلامات أبداً. معدل تغير دالة تربيعية عبارة عن قيمة موجبة في بعض الفترات وقيمة سالبة في فترات أخرى.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التبايرين 1-4.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التبايرين من 1-3 لتقويم مدى فهم الطلاب لمعدل التغير في دالة تربيعية.

من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب مراجعة الموقف في النشاط. اسأل الطلاب عن كيف أن المعادلة ومعدل التغير الخاص بها سيتأثران إذا تم إطلاق السهم التمثيلي من الأرض مع سرعة تصاعدية تقدر بـ 44 m/sec .

المعادلة (التي تتضمن المعاملات المقربة) ستكون $h = -5t^2 + 44t + 3.3$. بما أن المتر يساوي 3.3 ft فيتم تقسيم المعاملات في المعادلة قدم لكل

ثانية بنسبة 3.3 المتغيرات لا تتأثر. سيتغير معدل التغير وفقاً لذلك.

حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني

1-2

1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 1-2 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل.

الدرس 1-2 حل المعادلات التربيعية بالرسم البياني. قُدِّر حلول المعادلات التربيعية بالرسم البياني.

بعد الدرس 1-2 حدّد الدوال التربيعية من البيانات المعطاة.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** قسم من الدرس.

اطرح السؤال:

■ إذا كانت التقاطعات مع المحور الأفقي تمثل النقطة التي يلتقي خلالها القطع المكافئ بالأرض فما الذي يمثل المحور x الأرض؟

■ ما التقاطعات مع المحور الأفقي x الموجودة في الرسم البياني للمعادلة؟ $0, 127$

■ ما معادلة محاور التماثل؟ $x = 63.5$

■ ما المسافة بين النقاط التي يلتقي خلالها القطع المكافئ بالأرض؟ 127 ft

لماذا؟

الحالي

السابق



● لعبة دورتون أربنا في كارولينا الشمالية بالولايات المتحدة شكل قطعين مكافئين متقاطعين. ويمكن تمثيل شكلي القطعين المكافئين بالمعادلة $127x - x^2 = y$ حيث x عرض القطع المكافئ و y طوله بالقدم. ويمكن استخدام نقاط تقاطع التمثيل البياني لهذه الدالة مع المحور الأفقي x لإيجاد المسافة بين نقاط التقاء القطع المكافئ مع الأرض.

1 حلّ المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني.

2 تقدير حلول المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني.

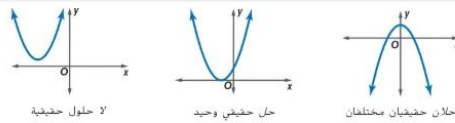
● لقد حللت معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل.

المفردات الجديدة

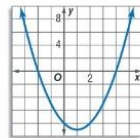
جذر مكرر (double root)
ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليل على طريقة استنتاج الآخرين.
مراجعة الدقة.

1 الحل بالتمثيل البياني يمكن كتابة المعادلات التربيعية بالصيغة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$. ولكثافة دالة تربيعية في صورة معادلة، عوض عن y أو $f(x)$ بـ 0. تذكر أنه يمكن تحديد حلول معادلة أو جذورها بإيجاد نقاط تقاطع التمثيل البياني المرتبط بها مع المحور الأفقي x .

المفهوم الأساسي حلول المعادلات التربيعية



مثال 1 جذران



حلّ $x^2 - 2x - 8 = 0$ بالتمثيل البياني.

مثل الدالة المرتبطة $f(x) = x^2 - 2x - 8$ بيانياً.

يبدو أن نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x تقع عند النقطتين -2 و 4 . ولذلك فالجذور هما -2 و 4 .

التحقق تحقق من الحل في المعادلة الأصلية. المعادلة الأصلية

$$\begin{array}{lcl} x^2 - 2x - 8 = 0 & & x^2 - 2x - 8 = 0 \\ (-2)^2 - 2(-2) - 8 \stackrel{?}{=} 0 & \text{بسط} & (4)^2 - 2(4) - 8 \stackrel{?}{=} 0 \\ 0 = 0 \checkmark & x = -2 \text{ أو } x = 4 & 0 = 0 \checkmark \end{array}$$

1A-1B. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

تمرين **موجه** حلّ كل معادلة بالتمثيل البياني.

1A. $-x^2 - 3x + 18 = 0$ 3, -6 1B. $x^2 - 4x + 3 = 0$ 1, 3

كان الحلان في المثال 1 عددتين مختلفتين. ويكون الجذران في بعض الأحيان عدداً واحداً يدعى **الجذر المكرر**.

مثال 2 الجذر المكرر

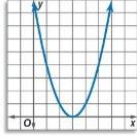
حل $x^2 - 6x = -9$ بالتمثيل البياني.

الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بالصيغة القياسية.

$$x^2 - 6x = -9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

المعادلة الأصلية
أضف 9 إلى كل طرف



الخطوة 2 مثل الدالة المرتبطة بيانياً
 $f(x) = x^2 - 6x + 9$

الخطوة 3 عتّن نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x . ولاحظ أن رأس القطع المكافئ هو نقطة التقاطع الوحيدة مع المحور الأفقي x . ولذلك، ثمة حل وحيد فقط، وهو 3.

التحقق

حل باستخدام التحليل إلى العوامل.

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{or} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \quad \quad x = 3$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل.

خاصية ناتج الضرب الصفري

أضف 3 إلى كل طرف.

الحل الوحيد هو 3.

تمرين **موجه**

2A-2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع

على التمثيلات البيانية.

2A. $x^2 + 25 = 10x$

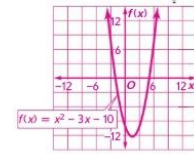
2B. $x^2 = -8x - 16$

انتبه!

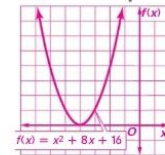
الدقة قد تبدو حلول المعادلة التي غر عليها من التمثيل البياني دقيقة، فتتحقق منها في المعادلة الأصلية للتحقق.

أمثلة إضافية

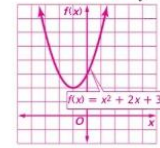
1 حل $x^2 - 3x - 10 = 0$ بالتمثيل البياني.



2 حل $x^2 + 8x = -16$ بالتمثيل البياني.



3 حل $x^2 + 2x + 3 = 0$ بالتمثيل البياني.



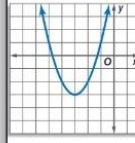
التدريس المتقدم

بناءً افترض الطلاب أن رأس القطع المكافئ دائماً ما تكون ذات إحداثيات بأعداد صحيحة.

بما أشر إلى أن القيمة y لرأس الرسم البياني في المثال 3 أكبر من 3 وأقل من 4 إلى حد ما.

2 تقدير الحلول لقد كانت الجذور التي توصلنا إليها إلى الآن أعداداً صحيحة، ولكن جذور المعادلات التربيعية لا تكون في العادة أعداداً صحيحة، وفي هذه الحالات، استخدم التقدير لتقريب جذور المعادلة.

مثال 4 تقريب الجذور بواسطة جدول



حلّ $x^2 + 6x + 6 = 0$ باستخدام التمثيل البياني. فإذا لم يكن من الممكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

مثلّ الدالة المرتبطة $f(x) = x^2 + 6x + 6$ بيانياً.

نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x تقع بين -5 و -4 وبين -2 و -1. أعدّ جدولاً باستخدام زياده مقدارها 0.1 لقيم x الواقعة بين -5 و -4 وبين -2 و -1.

ابحث عن تغير في إشارات قيم الدالة. وقيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل لصفر الدالة.

x	-4.9	-4.8	-4.7	-4.6	-4.5	-4.4	-4.3	-4.2	-4.1
y	0.61	0.24	-0.11	-0.44	-0.75	-1.04	-1.31	-1.56	-1.79

x	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1
y	-1.79	-1.56	-1.31	-1.04	-0.75	-0.44	-0.11	0.24	0.61

في كل جدول، قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر عند تغير الإشارة هي 0.11. ولذلك فالجذران هما -4.7 و -1.3 على وجه التقريب.

تمرين موجّه

4. حلّ $2x^2 + 6x - 3 = 0$ باستخدام التمثيل البياني. فإذا لم يكن من الممكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. **0.4، -3.4**

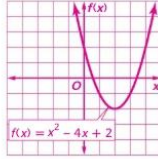
نصيحة دراسية
مواضع الأصفار بما أن الدوال التربيعية محتملة، فليجرب أن يكون هناك صفر بين قيمتي اللتان تحلان فيما يلي المتطابقات المتماثلتين لهما إشارتان معاكستان.

2 تقدير الحلول

يوضح المثال 4 كيفية استخدام الرسم البياني و جدول من القيم لتقدير جذور معادلة تربيعية عندما يتعذر إيجاد الجذور التامة. **يوضح المثال 5** كيفية تقدير حل لمعادلة من واقع الحياة تتضمن معادلات تربيعية.

أمثلة إضافية

4. حلّ $x^2 - 4x + 2 = 0$ بالتمثيل البياني. إذا لم يمكنك إيجاد الجذور المكونة فعلياً، فقدر الجذور لأقرب عشرة. **0.6، 3.4**



بني كنسولا نموذج صاروخ ليشروع عليها المعادلات $h = -16t^2 + 250t$ نماذج رحلة الصاروخ شنت من مستوى الأرض بسرعة 250 ft/min حيث H هو ارتفاع الصاروخ في قدم بعد T دقائق. كم مكث صاروخ كنسولا في الهواء تقريباً؟ **15.6 دقائق**

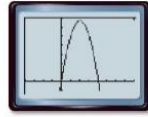
التدريس بالتكنولوجيا

مشغل وسائط محمول قم بتحميل صور الرسوم البيانية للمعادلات التربيعية إلى صفحة الويب الخاصة بصفك حتى يتمكن الطلاب من تنزيلها إلى مشغلات الوسائط المحمولة لديهم. اطلب من الطلاب إيجاد أصفار الدالة في كل رسم بياني.

تدريس التمارين الرياضية

الدقة يحسب الطلاب المتفوقون في الرياضيات بدقة وبطريقة فعالة. ناقش مع الطلاب لماذا قد لا يعطي الرسم البياني إجابة دقيقة.

مثال 5 من الحياة اليومية: تقريب الجذور بواسطة آلة حاسبة



$[-4, 7]$ set: 1 by $[-10, 70]$ set: 10

كرة القدم يرسل حارس مرمى الكرة بسرعة متجهة نحو الأعلى مقدارها 19.8 متراً في الثانية. وتلتقي قدمه بالكرة على ارتفاع 30.5 سنتيمتراً فوق سطح الأرض. تمثل الدالة التربيعية $f(x) = -16x^2 + 65x + 1$ بالارتفاع h بالمتار بعد t ثانية. كم تبقى الكرة في الهواء تقريباً؟

عليك إيجاد جذور المعادلة $-16t^2 + 65t + 1 = 0$ استعمال حاسبة التمثيل البياني لتمثيل الدالة المرتبطة بيانياً $f(x) = -16x^2 + 65x + 1$.

تقع نقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند القيمة 4 تقريباً. ولذلك تبقى الكرة في الهواء مدة 4 ثوانٍ تقريباً.

تمرين موجّه

5. إذا ركل الحارس الكرة بسرعة متجهة إلى الأعلى مقدارها 16.7 متراً في الثانية ولامست قدمه الكرة على ارتفاع 60.96 سنتيمتراً فوق سطح الأرض، فكم تبقى الكرة في الهواء؟ **3.5 ثوانٍ**



الربط بالحياة اليومية
بدأت لعبة كرة القدم عام 1863 في بريطانيا بعد تأسيس جمعية لها وهي تشارس في جميع فارات العالم.
المصدر: Sports Know How

التركيز على المحتوى الرياضي

عدم وجود جذور حقيقية يساعد إنشاء جدول من القيم قبل رسم دالة بيانية في توضيح ما إذا كانت الدالة لا تتضمن تقاطعات المحور الأفقي x . إذا كانت جميع قيم y موجبة، فقم بالإنقاص أولاً ثم الزيادة وإذا كانت جميعها سالبة، فقم بالزيادة أولاً ثم الإنقاص. الرسم البياني للدالة لا يمر عبر المحور x ولا توجد جذور حقيقية. في الجبر 2، سيتعلم الطلاب أنه عند عدم وجود حلول حقيقية للمعادلات التربيعية فإنه يجب تمديد نظام الأعداد لإيجاد الحل وبطريقة مشابهة فإنه يتم تمديد الأعداد الحقيقية إلى أعداد سالبة للسماح إلى $x + 1 = 0$ أن يكون لها حل.

جذر مزدوج عند وجود عاملين متناظرين لثلاثي الحدود في معادلة تربيعية فإنه يوجد جذر واحد فقط يسمى الجذر المزدوج. إذا كانت أي من قيمة y الأكبر أو الأقل في المدى هي 0 فإن الرأس تقع على المحور x والحل يكون جذراً مزدوجاً.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة التعليم McGraw-Hill

تدريس التمارين الرياضية

التعقيب يمكن للطلاب المتفوقون

في الرياضيات قراءة براهين الآخرين وتحديد مدى منطقيتها. في التمرين 41، اطلب من الطلاب تذكر أن حلول أو جذور معادلة يمكن تحديدها من خلال التفاعلات المحور الأفقي x أو أصفار الدالة ذات الصلة

37 التمرين شارك عائشة في منافسة التزلج الهوائي الحر. شغل المعادلة $h = -16t^2 + 30t + 10$ ارتفاع عائشة h بالأمتار بعد مضي t ثانية من مغادرة المنحدر.

a. كم مكثت عائشة في الهواء؟ 2.2 ثانية تقريباً

b. متى ستصل عائشة ارتفاع 15 متراً؟
c. للحصول على نقاط إضافية في الرياضة، على المتسابق أن يصل ارتفاع 20 متراً، فهل ستحصل عائشة على نقاط إضافية؟ نعم: فالارتفاع الأقصى لعائشة هو 24 متراً تقريباً.

38 التمثيلات المتعددة ستكتشف في هذه المسألة كيفية التفسير الإضافي للعلاقة بين الدوال التربيعية والتمثيلات البيانية.

a. بيانياً مكل بيانياً $y = x^2$.

b. تحليلياً اكتب اسم الرأس ونقطتين أخريين على التمثيل البياني. $(0, 0)$ ، $(1, 1)$ ، $(-1, 1)$

c. بيانياً مكل $y = x^2 + 2$ و $y = x^2 + 4$ و $y = x^2 + 6$ على المستوى الإحداثي نفسه كما في التمثيل البياني السابق.

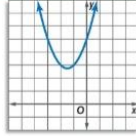
d. تحليلياً اكتب إحداثيات الرأس ونقطتين من كل من هذه التمثيلات البيانية التي لها الإحداثيات الأفقية x $2 + 2$ ، $(0, 2)$ ، $(1, 3)$ ، $(-1, 3)$ $38d$.

e. تحليلياً ما النتيجة التي يمكنك استخلاصها من هذا؟
 $2 + 4$ ، $(0, 4)$ ، $(1, 5)$ ، $(-1, 5)$
 $2 + 6$ ، $(0, 6)$ ، $(1, 7)$ ، $(-1, 7)$

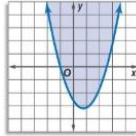
حاسبة التمثيل البياني حل كل معادلة بالتمثيل البياني.

39. $x^2 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ $4, 1, -2$
38e. الإجابة النموذجية: يمكن الحصول على التمثيلتين البيانيتين لـ $y = x^2 + 4$ و $y = x^2 + 2$ و $y = x^2 + 6$ بتحريك التمثيل البياني لـ $y = x^2$ إلى أعلى مسافة وحدتين و 4 وحدات و 6 وحدات على التوالي.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



41. النقد يوجد إسماعيل وأسامة عدد الأصفار الحقيقية للدالة المماثلة بيانياً على اليسار. ويقول إسماعيل إن الدالة ليست لها أصفار بسبب عدم وجود نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x . ويقول أسامة إن للدالة صفراً حقيقياً واحداً لأن للتمثيل البياني نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y . فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تفكيرك. **انظر الهامش.**



42. مسألة غير محددة الإجابة صف حالة من الحياة اليومية ينتقل فيها جسم مذبذب في الهواء. واكتب معادلة تمثل ارتفاع الجسم بالنسبة إلى الزمن. وحدد البدة التي ينتقل خلالها الجسم في الهواء. **انظر الهامش.**

43. الاستنتاج التمثيل البياني الموضح يفسر مثنائية تربيعية. حلل التمثيل البياني وحدد ما إذا كانت قيمة y الخاصة بحل المثنائية أكبر أحياناً، أو دائماً، أو ليست أكبر مطلقاً من 2. اشرح. **انظر الهامش.**

44. تحدّ اكتب معادلة تربيعية لها الجذور الموصوفة.

a. جذر مضاعف وحيد. **الإجابة النموذجية: $x^2 + 8x + 16 = 0$**

b. جذر نسبي واحد (غير صحيح) وجذر صحيح واحد.

c. جذران صحيحان مبرران بشكلان نظيرين جعبيين.

45. تحدّ أوجد جذر $x^2 = 2.25$ دون استخدام آلة حاسبة. وأشرح إستراتيجيتك. **انظر الهامش.**

46. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية تقريب كسور معادلة تربيعية عندما لا تكون الجذور أعداداً صحيحة. **انظر الهامش.**



مختبر تقنية التمثيل البياني المتباينات التربيعية

1-2

1 التركيز

الهدف استخدام الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من المتباينات التربيعية.

المواد لكل طالب

- آلة حاسبة بيانية

نصيحة للتدريس

ذكر الطلاب بأن x^2 المربعات الرئيسية تمثل الكمية ولكن لا تدخل x^2 في معادلة. لإدخال $5x^2$ اضغط 5 x^2 .

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة. مع مزج القدرات. اطلب من المجموعات إتمام الأنشطة والتمارين 1.

أسأل:

- أين الحلول الموجودة للمتباينات؟ جميع أزواج الأوامر في المنطقة المظلمة من الرسم البياني. بما في ذلك الرسم البياني للدالة ذات الصلة نفسها

- كم عدد الحلول الموجودة لكل متباينة؟ عدد لا نهائي

- هل أي من الحلول الموجودة للرسم البياني الأول هي نفسها بالنسبة للرسم البياني الثاني؟ نعم، الحلول التي تقع في الرسم البياني للدالة ذاتها

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين 2 و3.

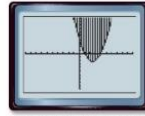
تذكر أن التمثيل البياني لمتباينة خطية يتألف من الحد ومن نصف المستوى المظلل. وتقع مجموعة حلول المتباينة في المنطقة المظلمة من التمثيل البياني. ويشبه التمثيل البياني للمتباينات التربيعية التمثيل البياني للمتباينات الخطية.

النشاط 1 ظلل الجزء الداخلي من القطع المكافئ

مثل $x^2 - 5x + 4 \geq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية.

أولاً، امسح جميع الدوال من قائمة $Y =$.

لتمثيل $x^2 - 5x + 4 \geq y$ بيانياً، أدخل المعادلة في الشاشة $Y =$. ثم استخدم السهم الأسفل لاختيار $=$. واضغط على ENTER إلى حين اختيار التظليل فوق الشريط.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

خطوات العملية على الحاسبة: 5 x^2 $-$ 5 x $+$ 4 ZOOM 6

تقع جميع الأزواج المرتبة التي من أجلها y أكبر أو تساوي $x^2 - 5x + 4$ فوق الخط أو عليه وهي عبارة عن حلول.

وستستخدم إجراء مشابه للتمثيل البياني لمتباينات تقع المنطقة المظلمة بالنسبة لها خارج القطع المكافئ.

النشاط 2 ظلل الجزء الداخلي من القطع المكافئ

مثل $x^2 - 5x - 4 \leq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية.

امسح التمثيل البياني المعروض أولاً.

خطوات العملية على الحاسبة: CLEAR

ثم أعد كتابة $x^2 - 5x - 4 \leq y$ في صورة $y \leq x^2 - 5x + 4$. ومثلها بيانياً.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

خطوات العملية على الحاسبة: 5 x^2 $-$ 5 x $-$ 4 GRAPH

تقع جميع الأزواج المرتبة التي من أجلها y أصغر أو تساوي $x^2 - 5x + 4$ تحت الخط أو عليه وهي عبارة عن حلول.

تمارين

- قارن وقابل التمثيلين البيانيين الموضحين أعلاه.
- مثل $5x^2 \geq 2x + 6$ بيانياً في نافذة العرض القياسية. واذكر أسماء ثلاثة حلول للمتباينة. $(0, -6)$, $(1, 1)$, $(2, 18)$
- مثل $-x^2 - 6x \leq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية. واذكر أسماء ثلاثة حلول للمتباينة. $(0, -3)$, $(1, 2)$, $(2, 5)$

3 التقييم

التقييم التكويني

استخدم التمرين 3 لتقييم مدى فهم الطلاب لكيفية استخدام الحاسبة البيانية لحل المتباينة.

من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب فحص الرسم البياني الذي رسموه للمتباينة في النشاط 1. ثم اطلب منهم توضيح كيف أن الحل المحدد لهذه المتباينة هو ذاته، أو مختلف عن الحل المحدد لـ $y > x^2 - 5x + 4$. الحل المحدد لـ $y > x^2 - 5x + 4$ لا يحتوي على القيم الموجودة في الرسم البياني للدالة ذاتها. بينما الحل المحدد لـ $y \geq x^2 - 5x + 4$ يحتوي على هذه القيم.

حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

لماذا؟

الحالي

السابق

- في المسابقات، يقذف المتزلجون أنفسهم من نصف أنبوب إلى الهواء لتنفيذ الجتل. يمكن استخدام المعادلة $h = -16t^2 + 20t + 12$ لتمثيل ارتفاعهم بالأمتار بعد t من التواني.
- إيجاد مدى طول المتزلج في الهواء إذا كان على ارتفاع 25 متراً من نصف الأنبوب. يمكنك إيجاد حل $-16t^2 + 20t + 12 = 25$ باستخدام طريقة تسمى إكمال المربع.

- 1 إكمال المربع لكتابة ثلاثيات حدود مربع كامل.
- 2 حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع.

- لقد حللت معادلات تربيعية باستخدام خاصية الجذر التربيعي.

1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 2-3 حل المعادلة التربيعية عن طريق استخدام خاصية الجذر التربيعي.

الدرس 2-3 أكمل المربع لكتابة ثلاثيات الحدود التربيعية الكاملة.

الدرس 2-3 حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

المفردات الجديدة
إكمال المربع
completing the square

مهارات في الرياضيات
استخدام صاغة الرياضيات.

1 إكمال المربع لقد حللت سابقاً المعادلات باستخدام الجذر التربيعي لكل طرف. لم تصلح هذه الطريقة إلا لأن التعبير الموجود على الطرف الأيسر كان مربعاً كاملاً. في ثلاثيات حدود المربع الكامل التي يكون فيها المعامل الرئيسي 1، توجد علاقة بين **معامل الحد x** و**الحد الثابت**.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2(5)(x) + 5^2$$

$$= x^2 + 10x + 25$$

لاحظ أن $\left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25$ للحصول على الحد الثالث. أقسم معامل الحد x على 2 ورتع الناتج. يمكن تحويل أي تعبير تربيعي في الصيغة $x^2 + bx$ إلى مربع كامل باستخدام طريقة تسمى **إكمال المربع**.

المفهوم الأساسي إكمال المربع

الشرح لإكمال المربع لأي تعبير تربيعي للصيغة $x^2 + bx$. اتبع الخطوات التالية.

- الخطوة 1** أوجد نصف b . المعامل x .
- الخطوة 2** رتّع ناتج الخطوة 1.
- الخطوة 3** أجمع ناتج الخطوة 2 إلى $x^2 + bx$.

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

الرموز

مثال 1 إكمال المربع

أوجد قيمة c التي تجعل $x^2 + 4x + c$ ثلاثي حدود مربع كامل.

الطريقة 1 استخدام النقط الجبرية.



2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** في الدرس.

اسأل:

- انظر إلى المعادلة. هل 25 تربيعي مربع كامل؟ **نعم**
- هل $-16t^2 + 20t + 12$ مربع كامل؟ **لا**
- هل يمكنك حل المعادلة بأخذ الجذر التربيعي لكل طرف من أطراف المعادلة؟ **لا**

التدريس بالتكنولوجيا

السبورة البيضاء التفاعلية في أثناء تعليم طلابك إكمال المربع. احفظ كل مثال على أنه صفحة ملاحظات. ثم أرسل ملاحظاتك إلى الطلاب.

نصيحة دراسية
الخوارزميات الخوارزمية
عبارة عن سلسلة من
الخطوات لتنفيذ إجراء أو حل
مسألة.

الطريقة 2 استخدام خوارزمية إكمال المربع.

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

وبالتالي، $c = 4$. لاحظ أن $(x + 2)^2$

1. أوجد قيمة c التي تجعل $x^2 - 8x + c$ ثلاثي حدود مربع كامل. 16

تمرين موجّه

2. حلّ المعادلات بإكمال المربع. يمكنك إكمال المربع لحل المعادلات التربيعية. أولاً، يجب عليك جعل الحدين x^2 و bx بعطرف واحد.

مثال 2 حلّ معادلة بإكمال المربع

حلّ المعادلة: $x^2 - 6x + 12 = 19$ بإكمال المربع.

$$x^2 - 6x + 12 = 19$$

$$x^2 - 6x = 7$$

$$x^2 - 6x + 9 = 7 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 16$$

$$x - 3 = \pm 4$$

$$x = 3 \pm 4$$

$$x = 3 + 4 \text{ or } x = 3 - 4$$

$$= 7 \quad = -1$$

المعادلة الأصلية

اطرح 12 من كل طرف،

نظراً لأن $\left(\frac{-b}{2}\right)^2 = 9$ ، فأضف 9 لكل طرف،

حلل إلى العوامل $x^2 - 6x + 9$

احسب الجذر التربيعي لكل طرف،

أضف 3 إلى كل طرف،

افصل الحلول،

الحلّان هما 7 و -1.

تمرين موجّه

2. حل $x^2 - 12x + 3 = 8$ بإكمال المربع. حوالي 12.4، -0.4

لحل معادلة تربيعية لا يكون المعامل الرئيسي فيها 1، قسّم كل حد على المعامل. وبعد ذلك افصل الحدين x^2 و x واكمل المربع.

مثال 3 معادلة مع $a \neq 1$

حلّ المعادلة: $-2x^2 + 8x - 18 = 0$ بإكمال المربع.

$$-2x^2 + 8x - 18 = 0$$

$$\frac{-2x^2 + 8x - 18}{-2} = \frac{0}{-2}$$

$$x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x = -9$$

$$x^2 - 4x + 4 = -9 + 4$$

$$(x - 2)^2 = -5$$

المعادلة الأصلية

اقسم كل طرف على -2.

يشط.

اطرح 9 من كل طرف،

نظراً لأن $\left(\frac{-b}{2}\right)^2 = 4$ ، فأضف 4 إلى كل طرف،

حلل إلى العوامل $x^2 - 4x + 4$

لا توجد أعداد حقيقية لها مربع سالب، إذن، هذه المعادلة ليس لها حلول حقيقية.

تمرين موجّه

3. حلّ المعادلة: $3x^2 - 9x - 3 = 21$ بإكمال المربع. حوالي 4.7، -1.7

انتبه!
المعامل الرئيسي
المعامل الرئيسي يجب أن
يكون 1 قبل أن تكمل المربع.

1 إكمال المربع

المثال 1 بين طريقة جعل أي ذات
حددين لها الشكل $x^2 + bx$ مربعاً كاملاً
عن طريق إكمال المربع.

التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد
كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب
للمفاهيم.

مثال إضافي

1. ابحث عن القيمة c التي تجعل
 $x^2 - 12x + c$ ثلاثي حدود تربيعي
كامل. 36

2 الحل بإكمال المربع

مثال 2 بين كيفية حل المعادلة

التربيعية عن طريق إكمال المربع.
المثال 3 بين طريقة حل معادلة
تربيعية فيها a لا تساوي 1. مثال 4 بين
كيفية استخدام إكمال المربع لحل
مسائل من عالم الواقع.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستدلال ينبغي للطلاب دائماً التحقق
من نتائجهم عن طريق الرسوم البيانية
للدالة ذات الصلة أو عن طريق استبدال
الحلول في المعادلة الأصلية.
على سبيل المثال، أخبر الطلاب أنه في
المثال 2، تم استبدال 7 و -1 في
 $x^2 - 6x + 12$ يجب أن ينتج 19.

أمثلة إضافية

2. حل $x^2 + 6x + 5 = 12$ عن

طريق إكمال المربع، 1، -7

3. حل $-2x^2 + 36x - 10 = 24$ عن

طريق إكمال المربع، 1، 19

انتبه!

تجنب الوقوع في الأخطاء بالنسبة للتمارين 19-30، ذكر الطلاب بأن الكمية التي يضيفونها إلى طرف واحد من المعادلة لإكمال المربع ينبغي أيضًا إضافتها للطرف الآخر من المعادلة.

الصيغة بالنسبة للتمارين 32 و 36، سيحتاج الطلاب إلى معرفة صيغة مساحة المثلث، $A = \frac{1}{2}bh$.

التركيز على المحتوى الرياضي

الحلول غير النسبية إكمال المربع لحل معادلة تربيعية لا يعني أن الحلول ستكون صحيحة، إذا كانت المعادلة لديها بالفعل مصطلح ثابت غير صفري، فمن المرجح أنه بعد إكمال المربع، لن يكون الثابت مرفقًا مألوفًا، وستكون الحلول غير نسبية.

تدريس التمارين الرياضية

الدقة يحرص الطلاب المتفوقون في الرياضيات على الدقة، في التمرين 35، أخبر الطلاب أن يتأكدوا من أن إجاباتهم تناسب معايير المسألة.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 أوجد قيمة c التي تجعل كل ثلاثي حدود مربعًا كاملاً.

10. $x^2 + 26x + c$ 169
11. $x^2 - 24x + c$ 144
12. $x^2 - 19x + c$ $\frac{361}{4}$
13. $x^2 + 17x + c$ $\frac{289}{4}$
14. $x^2 + 5x + c$ $\frac{25}{4}$
15. $x^2 - 13x + c$ $\frac{169}{4}$
16. $x^2 - 22x + c$ 121
17. $x^2 - 15x + c$ $\frac{225}{4}$
18. $x^2 + 24x + c$ 144

المثالان 2-3 حل كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

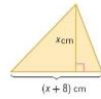
19. $x^2 + 6x - 16 = 0$ -8, 2
20. $x^2 - 2x - 14 = 0$ -2.9, 4.9
21. $x^2 - 8x - 1 = 8$ -1, 9
22. $x^2 + 3x + 21 = 22$ -3.3, 0.3
23. $x^2 - 11x + 3 = 5$ -0.2, 11.2
24. $5x^2 - 10x = 23$ -1.4, 3.4
25. $2x^2 - 2x + 7 = 5$ \emptyset
26. $3x^2 + 12x + 81 = 15$ \emptyset
27. $4x^2 + 6x = 12$ -2.6, 1.1
28. $4x^2 + 5 = 10x$ 0.7, 1.8
29. $-2x^2 + 10x = -14$ -1.1, 6.1
30. $-3x^2 - 12 = 14x$ -3.5, -1.1

مثال 4

31. **المعرفة المالية** يمكن تمثيل السعر P بالدولار الإمبراطوري للسهم معين عن طريق المعادلة التربيعية $P = 3.5t - 0.05t^2$ ، حيث t تمثل عدد الأيام بعد شراء السهم. إذن، متى تكون قيمة السهم 60 AED؟

في اليوم الثلاثين والأربعين بعد الشراء
الهندسة أوجد قيمة x لكل شكل. وقرب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

32. $A = 45 \text{ cm}^2$ 6.3



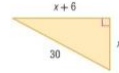
33. $A = 110 \text{ m}^2$ 5.3



34. **نظرية الأعداد** ناتج ضرب عددين صحيحين زوجيين متتاليين هو 224. أوجد الأعداد الصحيحة. 14 و 16؛ -14 و -16

35. **الدقة** ناتج ضرب عددين صحيحين فرديين متتاليين هو 483. أوجد الأعداد الصحيحة. -21 و -23

36. **الهندسة** أوجد مساحة المثلث أدناه. 216 m^2



8 حل كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

37. $0.2x^2 - 0.2x - 0.4 = 0$ -1, 2
38. $0.5x^2 = 2x - 0.3$ 0.2, 3.8
39. $2x^2 - \frac{11}{5}x = -\frac{3}{10}$ 0.2, 0.9
40. $\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{5}{6}$ -0.5, 2.5
41. $\frac{1}{4}x^2 + 2x = \frac{3}{8}$ -8.2, 0.2
42. $\frac{2}{5}x^2 + 2x = \frac{1}{5}$ -5.1, 0.1

خيارات الواجب المنزلي المتغير

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين	
أساسي	10-36, 49-75	11-35, 53-56 أعداد فردية.	10-36, 49-52, 57-75 أعداد زوجية.
رئيسي	11-43, 44-47, 49-75 أعداد فردية.	10-36, 53-56	37-47, 49-52, 57-75
متقدم	37-75		

تمثيلات متعددة

في التمرين 47، يستخدم الطلاب معلومات منظمة في جدول، ومعادلات جبرية، وتحليل لربط قيمة المميز في المعادلة التربيعية مع عدد الجذور الحقيقية للمعادلة.

43c

الإجابة النموذجية: نعم، التسارع يسبب الجاذبية أكبر بكثير على الأرض من المريخ، لذا ينبغي أن يكون الوقت المستغرق للوصول إلى الأرض أقل بكثير.

47c

إذا كانت $b^2 - 4ac$ سالبة، فليس للمعادلة حلول حقيقية. إذا كانت $b^2 - 4ac$ تساوي صفر، فللمعادلة حل واحد، إذا كانت $b^2 - 4ac$ موجبة، فللمعادلة حلان.

علم الفلك يُعطي ارتفاع جسم ما عدد t من الثواني بعد سقوطه بالعلاقة $h_0 + \frac{1}{2}gt^2$ ، حيث h_0 هو الارتفاع الابتدائي و g هو التسارع بسبب الجاذبية، يكون التسارع بسبب الجاذبية قرب سطح المريخ 3.73 m/s^2 ، بينما يكون على الأرض 9.8 m/s^2 . افترض أن جسمًا يسقط من ارتفاع ابتدائي يبلغ 120 مترًا فوق سطح كل كوكب.

- على سطح أي كوكب سيسهل الجسم أولاً؟ **الأرض**
- كم البدة التي سيستغرقها الجسم للوصول إلى الأرض على كل كوكب؟ قرب كل إجابة لأقرب جزء من عشرة. **الأرض: 4.9 ثانية، المريخ: 8.0 ثوان**
- هل تبدو الأزمنة التي يستغرقها الجسم للوصول إلى الأرض منطقية؟ اشرح استنتاجك.

الرسم قبل أن تبدأ شيئا، رسم صورة، تده فاشتها على إطار خشبي. يبلغ طول الإطار 60 سنتيمترا وعرضه 4 سنتيمترات، ولديها ما يكفي من الفناش لتغطية 480 سنتيمترا مربعا. ونقرر شيئا زيادة أبعاد الإطار. فإذا كانت الزيادة في الطول 10 أضعاف الزيادة في العرض، فما هي الأبعاد التي يكون عليها الإطار؟ 6 سنتيمترات في 80 سنتيمترا.

عدد الجذور	$b^2 - 4ac$	كثي حدود
1	0	$x^2 - 8x + 16$
2	97	$2x^2 - 11x + 3$
0	-72	$3x^2 + 6x + 9$
0	-24	$x^2 - 2x + 7$
1	0	$x^2 + 10x + 25$
لا يوجد حل	لا يوجد حل	$x^2 + 3x + 12$

لأن $b^2 - 4ac$ سالبة، ليس للمعادلة حلول حقيقية لأن حساب الجذر التربيعي لعدد سالب لا ينتج عدداً حقيقياً.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. المتأيرة بتعريف $y = ax^2 + bx + c$ مع $a \neq 0$ ، اشتق المعادلة لجذور النماثل بإكمال المربع وإعادة كتابة المعادلة بالصيغة $y = a(x - h)^2 + k$. **48-52. انظر الهامش.**

49. الاستنتاج حدد عدد الحلول الموجودة في $C = bx + x^2$ إذا كان $\left(\frac{b}{2}\right)^2 < C$. اشرح.

50. أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟ حدد التعبير الذي لا ينتمي إلى التعابير الثلاثة الأخرى، اشرح استنتاجك.

$$n^2 - n + \frac{1}{4} \quad n^2 + n + \frac{1}{4} \quad n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{1}{9} \quad n^2 + \frac{1}{3}n + \frac{1}{9}$$

51. مسألة غير محددة بإجابة اكتب معادلة تربيعية يكون الحل الوحيد لها 4.

52. الكتابة في الرياضيات قارن وبين الفرق بين الاستراتيجيات التالية لحل $x^2 - 5x - 7 = 0$: إكمال المربع والتبديل البعائي والتحليل إلى العوامل.

4 التقويم

تسمية الرياضيات أسأل الطلاب ما الإجراءات الرياضية التي يستخدمونها لحل المعادلة التربيعية عن طريق إكمال المربع.

إجابات إضافية

$$48. y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$y = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$y = a\left[x - \left(-\frac{b}{2a}\right)^2\right] + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

هذه المعادلة الأخيرة لها شكل $y = a(x - h)^2 + k$ حيث تكون $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ و $h = -\frac{b}{2a}$ ولذلك، فإن محور التناظر هو $x = -\frac{b}{2a}$.

49. لا، الإجابة النموذجية: إذا أضفت $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ لكل طرف من أطراف المعادلة وكل طرف من أطراف المتباينة، تحصل على $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ و $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 < c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ بما أن الطرف

الأيسر للمعادلة الأخيرة يمثل مربعا كاملاً، إذن فهو لا يساوي عدداً سالباً $c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$. وبالتالي، لا توجد حلول حقيقية.

50. $n^2 + \frac{1}{3}n + \frac{1}{9}$ ؛ هذا هو ثلاثي الحدود الذي ليس مربعا كاملاً.

51. الإجابة النموذجية: $x^2 - 8x + 16 = 0$

52. الإجابة النموذجية: نظراً لأن المعامل الأساسي هو 1، فإن إكمال المربع أسهل. قد تُرسم الدالة بيانياً ذات الصلة مع آلة حاسبة بيانية واستخدام خيار التتبع، رغم ذلك، هذا أمر جيد فقط للتقدير. التحليل إلى عوامل غير ممكن.

تدريب على الاختبار الميماري

53. يبلغ طول المستطيل 3 أضعاف عرضه، وتبلغ مساحة المستطيل 75 سنتيمتراً مربعا. أوجد طول المستطيل بالسنتيمترات. B

A 25 B 15 C 10 D 5

54. الاحتمال في أحد النهجانات، يسحب العائزون في إحدى الألعاب قطعة نقود كجائزة، وتوجد قطعة نقود واحدة لكل جائزة، وتتضمن الجوائز 9 تذاكر أفلام، و 8 ألعاب محشوة، و 5 قبعات، و 10 حبال قفز، و 4 فلاذات لامعة، فما احتمال أن يكون أول شخص يسحب قطعة نقدية بتذكرة أفلام؟ J

F $\frac{1}{36}$ G $\frac{1}{9}$ H $\frac{9}{61}$ J $\frac{1}{4}$

55. إجابة شكية يمكن تمثيل عدد سكان إحدى المدن عن طريق $P = 22,000 + 125t$ ، حيث t تمثل عدد السكان و t تمثل عدد السنوات من عام 2000، فكم عدد السنوات بعد عام 2000 سيكون عدد السكان 32؟ 26000

56. يعمل عبد الكريم بتوصيل البيتزا لدى مطعم بيتزا كيتج، ويتقاضى 6 AED في الساعة بالإضافة إلى 2.50 AED لكل بيتزا يوصلها، وكسب عبد الكريم 280 AED الأسبوع الماضي، فإذا عمل ما مجموعه 30 ساعة، فكم عدد قطع البيتزا التي قام بتوصيلها؟ C

A 250 قطعة بيتزا
B 184 قطعة بيتزا
C 40 قطعة بيتزا
D 34 قطعة بيتزا

مراجعة شاملة

صف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبط بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$. 57-62. انظر ملحق إجابات الوحدة 1. (الدرس 3-1)

57. $g(x) = -12 + x^2$

58. $h(x) = (x + 2)^2$

59. $g(x) = 2x^2 + 5$

60. $h(x) = \frac{2}{3}(x - 6)^2$

61. $g(x) = 6 + \frac{4}{3}x^2$

62. $h(x) = -1 - \frac{3}{2}x^2$

63. ألعاب الملاهي تمثل لعبة شعبية في مدينة الملاهي الركاب إلى قمة برج تبلغ 250 متراً ثم تنزلهم، ومعالجة ارتفاع الركاب هي $h = -16t^2 + 250$ ، حيث h هو الارتفاع t هو الزمن بالتواني، وتوقف اللعبة نزول الركاب على ارتفاع 40 متراً من الأرض، أكتب معادلة تمثل نزول الركاب، كم الوقت المستغرق للهبوط من 25 متراً إلى 40 متراً؟ (الدرس 2-1)

40 = $-16t^2 + 250$ ؛ حوالي 3.6 ثوانٍ

صف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبط بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$. (الدرس 3-1)

64. $g(x) = x^2 - 8$ وحدات

65. $h(x) = \frac{1}{4}x^2$ مضغوط رأسياً

66. $h(x) = -x^2 + 5$ منعكس على

67. $g(x) = (x + 10)^2$ مَزَاح لليسار

68. $g(x) = -2x^2$ انظر الهامش

69. $h(x) = -x^2 - \frac{4}{3}$ منعكس على المحور

مَزَاح لأسفل مسافة $\frac{4}{3}$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة $\sqrt{b^2 - 4ac}$ لكل مجموعة من القيم. وقرب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

70. $a = 2, b = -5, c = 2 \pm 3$

71. $a = 1, b = 12, c = 11 \pm 10$

72. $a = -9, b = 10, c = -1 \pm 8$

73. $a = 1, b = 7, c = -3 \pm 7.8$

74. $a = 2, b = -4, c = -6 \pm 8$

75. $a = 3, b = 1, c = 3$ ليس عدداً حقيقياً

التدريس المتمايز

الملحق اطلب من الطلاب حل $\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{2} = 0$ عن طريق إكمال المربع. اسألهم كيف أن هذه الاستراتيجية تعانر بين التحليل إلى عوامل و الرسوم البيانية. 3، يمكن حل المعادلة بسهولة أكثر عن طريق التحليل إلى عوامل. قد لا ينتج عن الرسم البياني إجابة دقيقة.



مختبر الجبر أوجد القيمة العظمى أو الصغرى

1-3

في الدرس 1-3، تعرفنا على صيغة رأس المعادلة لدالة تربيعية. وسوف نتعلم كيفية كتابة المعادلات بصيغة الرأس واستخدامها لتحديد السمات الرئيسية للتشيلات البيانية للدوال التربيعية.

1 التركيز

الهدف

- أكمل المربع في التعبير التربيعي لإيجاد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة ذات الصلة.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الصف إلى مجموعات تحتوي كل منها على طالبين. العمل من خلال النشاط 1 كفصل. ثم اطلب من الطلاب العمل مع شركائهم لإكمال النشاطين 2 و 3.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين 1-8 و 11.

النشاط 1 إيجاد الحد الأدنى

اكتب $y = x^2 + 4x - 10$ بصيغة الرأس. حدّد محور التناثر والقيم القصوى والأصغار. ثمّ مثّل الدالة بيانيًا.

الخطوة 1 أكمل المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x - 10 \\ y + 10 &= x^2 + 4x \\ y + 10 + 4 &= x^2 + 4x + 4 \\ y + 14 &= (x + 2)^2 \\ y &= (x + 2)^2 - 14 \end{aligned}$$

الدالة الأصلية
أضف 10 إلى كل طرف.
نظرًا لأن $\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$ أضف 4 إلى كل طرف.
حلل إلى العوامل $x^2 + 4x + 4$
اطرح 14 من كل طرف لكتابة بصيغة الرأس

الخطوة 2 حدّد محور التناثر والقيم القصوى بناءً على المعادلة في صيغة الرأس. يقع الرأس عند (h, k) أو $(-2, -14)$. ونظرًا لأنه لا توجد إشارة سالبة قبل الحد x^2 ، فإن القطع المكافئ يفتح لأعلى ويبلغ الحد الأدنى عند $(-2, -14)$. معادلة محور التناثر هي $x = -2$.

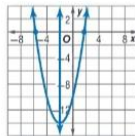
الخطوة 3 أوجد حل x لإيجاد الأصغار.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الرأس: } y &= 0 \\ \text{أضف 14 إلى كل طرف.} \\ \text{احسب الجذر التربيعي لكل طرف.} \\ \text{اطرح 2 من كل طرف.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - 14 &= 0 \\ (x + 2)^2 &= 14 \\ x + 2 &= \pm\sqrt{14} \\ x &\approx -5.74 \text{ or } 1.74 \end{aligned}$$

القيم الصغرى هي -5.74 و 1.74 تقريبًا.

الخطوة 4 استخدم السمات الرئيسية لتشيل الدالة بيانيًا.



قد يكون هناك معامل سلمي قبل الحد التربيعي. عندما يكون الأمر هكذا، فإن القطع المكافئ سوف يفتح لأسفل ويبلغ الحد الأقصى.

النشاط 2 إيجاد الحد الأقصى

اكتب $y = -x^2 + 6x - 5$ بصيغة الرأس. حدّد محور التناثر والقيم القصوى والأصغار. ثمّ مثّل الدالة بيانيًا.

الخطوة 1 أكمل المربع لكتابة معادلة الدالة بصيغة الرأس.

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x - 5 \\ y + 5 &= -x^2 + 6x \\ y + 5 &= -(x^2 - 6x) \\ y + 5 - 9 &= -(x^2 - 6x + 9) \\ y - 4 &= -(x - 3)^2 \\ y &= -(x - 3)^2 + 4 \end{aligned}$$

الدالة الأصلية
أضف 5 لكل طرف.
حلل إلى العوامل -1 .
أضف -9 إلى كل طرف. نظرًا لأن $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ أضف 9 إلى كل طرف.
أضف 4 إلى كل طرف لكتابة بصيغة الرأس.

3 التقييم

التقييم التكويني

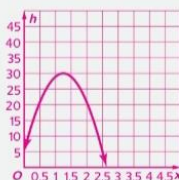
استخدم التمرين 9 و 10 لتقويم معرفة كل طالب فيما يتعلق بنموذج قمة الرأس والعثور على الأصفار. وخط التناظر والقيم القصوى.

من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب تلخيص طريقة كتابة معادلة في نموذج قمة الرأس والعثور على الأصفار. وخط التناظر والقيم القصوى.

إجابات إضافية

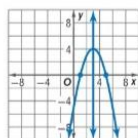
1. الإجابة النموذجية: في نموذج قمة الرأس، يظهر x فقط مرة واحدة. يجب استخدام إكمال المربع لإنشاء ثلاثي حدود تربيعي كامل. بحيث يمكن ضربها وتقليل حدودها x إلى واحد.



30 ft; $t \approx 1.25$; 2.62 seconds

الخطوة 2 حدد محور التناظر والقيم القصوى بناءً على المعادلة في صيغة الرأس. تقع الرأس عند (h, k) أو $(3, 4)$ وحيث إنه لا يوجد إشارة سالبة قبل الحد x^2 فإن القطع المكافئ مفتوح لأسفل ويبلغ الحد الأقصى عند $(3, 4)$ ومعادلة محور التناظر هي $x = 3$.

الخطوة 3 أوجد حل x لإيجاد الأصفار.



$$0 = -(x - 3)^2 + 4 \quad y = 0$$

$$(x - 3)^2 = 4$$

$$x - 3 = \pm 2$$

$$x = 5 \text{ or } 1$$

أضف $(x - 3)^2$ إلى كل طرف.
أحسب الجذر التربيعي لكل طرف.
أضف 3 لكل طرف.

الخطوة 4 استخدم السمات الرئيسية لتمثيل الدالة بيانياً.

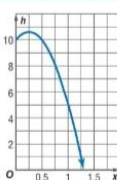
تحليل النتائج

1. لماذا نحتاج إلى إكمال المربع لكتابة معادلة دالة تربيعية بصيغة الرأس؟ **انظر الهامش.**

اكتب كل معادلة بصيغة الرأس. حدد محور التناظر والقيم القصوى والأصفار. ثم مثل الدالة بيانياً.

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 2. $y = x^2 + 6x$ | 3. $y = x^2 - 8x + 6$ | 4. $y = x^2 + 2x - 12$ |
| 5. $y = x^2 + 6x + 8$ | 6. $y = x^2 - 4x + 3$ | 7. $y = x^2 - 2.4x - 2.2$ |
| 8. $y = -4x^2 + 16x - 11$ | 9. $y = 3x^2 - 12x + 5$ | 10. $y = -x^2 + 6x - 5$ |

النشاط 3 استخدام القيم القصوى في الحياة اليومية



الفوض تقفز ليلي من منصة الفوض إلى الأعلى وباتجاه الخارج قبل الفوض في حوض السباحة. الدالة $h = -9.8t^2 + 4.9t + 10$ حيث h هو ارتفاع الفوض بالأمتار فوق حوض السباحة بعد عدد t من الثواني تقريباً لفوض ليلي. مثل الدالة بيانياً، ثم أوجد الحد الأقصى للارتفاع الذي تصل إليه ومعادلة محور التناظر.

الخطوة 1 مثل الدالة بيانياً.

الخطوة 2 أكمل المربع لكتابة معادلة الدالة بصيغة الرأس.

$$h = -9.8t^2 + 4.9t + 10$$

$$h = -9.8(t - 0.25)^2 + 10.6125$$

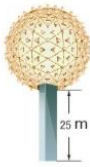
الخطوة 3 تقع الرأس عند $(0.25, 10.6125)$. لذا فإن أقصى ارتفاع هو 10.6125 متر. معادلة محور التناظر هي $x = 0.25$.

تمرين

11. لعبة الكرة اللينة تلعب مها كرة في الهواء. وفقاً للدالة $h = -16t^2 + 40t + 5$ حيث h هو الارتفاع بالأمتار و t يمثل الزمن بالثواني تقريباً لرمية مها. مثل الدالة بيانياً، ثم أوجد أقصى ارتفاع للكرة ومعادلة محور التناظر. متى تصطدم الكرة بالأرض؟ **انظر الهامش.**

اختبار الوحدة الأول

الدروس من 1-1 إلى 1-3



15. **الحفلات** يفيم والدًا عيبر حفلة تخرج من أجلها. في الساعة 10:00، سوف تترك كرة أسفل العمود بارتفاع 25 مترًا وستضيء، والدالة التي تمثل السقوط هي $h = -t^2 + 5t + 25$ حيث h هو ارتفاع الكرة بالأمتار بعد t من الثواني فكم عدد الثواني التي تستغرقها الكرة للوصول إلى قاع العمود؟ (الدروس 1-2) **8.1 ثواني**

صف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبط بالتمثيل البياني لـ $x^2 = f(x)$. (الدروس 1-2)

16. $g(x) = x^2 + 3$ **مُزَاج لأعلى 3 وحدات**

17. $h(x) = 2x^2$ **ممتد رأسيًا**

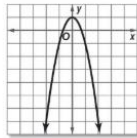
18. $g(x) = x^2 - 6$ **مُزَاج لأسفل 6 وحدات**

19. $h(x) = \frac{1}{5}x^2$ **مضغوط رأسيًا**

20. $g(x) = -x^2 + 1$ **متعكس على المحور x ومزاج لأعلى وحدة واحدة**

21. $h(x) = -\frac{5}{8}x^2$ **متعكس على المحور x ومضغوط رأسيًا**

22. الاختيار من متعدد أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟ (الدروس 1-2) **D**



A $y = -2x^2$

B $y = 2x^2 + 1$

C $y = x^2 - 1$

D $y = -2x^2 + 1$

حل كل معادلة مما يلي بإكمال المربع، وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدروس 1-3)

23. $x^2 + 4x + 2 = 0$ **-3.4, -0.6**

24. $x^2 - 2x - 10 = 0$ **-2.3, 4.3**

25. $2x^2 + 4x - 5 = 7$ **-3.6, 1.6**

استخدم جدول قيم لتمثيل كل معادلة بيانيًا. واذكر المجال وال المدى. (الدروس 1-4) **انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

1. $y = x^2 + 3x + 1$

2. $y = 2x^2 - 4x + 3$

3. $y = -x^2 - 3x - 3$

4. $y = -3x^2 - x + 1$

درس الدالة $4 - 5x + x^2$. $x = 2.5$ (الدروس 1-4)

5. اكتب معادلة محور التماثل.

6. أوجد إحداثيات الرأس. هل تمثل نقطة عكس أم صفري؟ (2.5، -2.25) **الحل الأيسر**

7. مثل الدالة بيانيًا. انظر الهامش.

8. **كرة القدم** تتركل كرة من مستوى سطح الأرض بسرعة ابتدائية نحو الأعلى بارتفاع 90 مترًا في الثانية. وتغطي المعادلة $h = -16t^2 + 90t$ ارتفاع الكرة h بعد عدد t من الثواني. (الدروس 1-1)

a. ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟ **74 مترًا**

b. كم عدد الثواني التي تستغرقها الكرة للوصول إلى أقصى ارتفاع لها؟ **2.8125 ثانية**

c. متى يكون ارتفاع الكرة صفرًا؟ وماذا تمثل هذه النقاط في هذه الحالة؟

حل كل معادلة باستخدام التمثيل البياني. فإذا كان لا يمكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدروس 1-2)

9. $x^2 + 5x + 6 = 0$ **-3, -2** $t = 0, t = 5.625$ **8c.**

10. $x^2 + 8 = -6x$ **-4, -2** **قبل أن تتركل الكرة.**

11. $-x^2 + 3x - 1 = 0$ **0.4, 2.6** **وعندما تصطدم بالأرض بعد الركل.**

12. $x^2 = 12$ **-3.5, 3.5**

13. **كرة القاعدة** يضرب جبال كرة القاعدة. وتُشكل المعادلة $h = -16t^2 + 120t$ ارتفاع الكرة h بالأمتار بعد t من الثواني. فكم تبقى الكرة في الهواء؟ (الدروس 1-2) **7.5 ثانية**

14. **البناء** يصلح كريم السفن من سفينة. وحذاء أسقط صندوق البسائم من ارتفاع 14 مترًا. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $h = -16t^2 + 14$ حيث h هو الارتفاع بالأمتار و t هو الزمن بالثواني. صف كيفية ارتباط التمثيل البياني بـ $t^2 = h$.

(الدروس 1-2) **مضغوط رأسيًا ومزاج لأعلى 14 وحدة**

32 | الوحدة 1 | اختبار الوحدة الأول

الوحدة 1 اختبار الوحدة الأول

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقويم التقدم المحرز من قبل الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

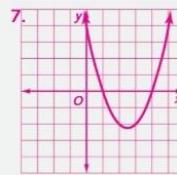
بالنسبة للمسائل المجاب عليها بشكل غير صحيح، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس الموضحة بين قوسين.

مطويات منظم الدراسة

مطويات ديناميكية

شجّع الطلاب على مراجعة المعلومات المتعلقة بالدروس من 2-1 حتى 2-4 الموجودة في مطوياتهم قبل إكمال اختبار منتصف الوحدة.

إجابة إضافية





1-4

مختبر تقنية التمثيل البياني

تمثيل بيانات من الحياة اليومية

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus لتمثيل نقاط البيانات التي يمثل معها المنحنى الأفضل ملائمة دالة تربيعية.

الماء: هناك زجاجة مملوءة بالماء، يسمح للبياء بالتسرب من خلال ثقب صنع بالغرب من قاع الزجاجة. ويوضح الجدول مستوى المياه Y مخبأ بالستينترات من قاع الزجاجة بعد X ثوانٍ.

الزمن (s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
مستوى المياه (cm)	42.6	40.7	38.9	37.2	35.8	34.3	33.3	32.3	31.5	30.8	30.4	30.1

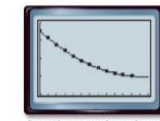
أوجد ومثل بيانياً معادلة انحدار خطية ومعادلة انحدار تربيعية. حدد أي المعادلتين أفضل ملائمة للبيانات.

النشاط

الخطوة 1: أوجد ومثل بيانياً معادلة انحدار خطية.

- أدخل الأرقام في L1 ومستويات المياه في L2. ثم أوجد معادلة انحدار خطية.
- خطوات العملية على الحاسبة: ارجع إلى الدرس I-5.
- استخدم STAT PLOT من أجل التمثيل البياني لمخطط انتشار. انسخ المعادلة إلى القائمة Y= ومثلها بيانياً.

خطوات العملية على الحاسبة: مراجعة المخططات الإحصائية والتمثيل البياني لمعادلة انحدار في الدرس I-5.



لاحظ أن التمثيل البياني لمعادلة الانحدار الخطي يظهر مائلاً ينطفيئ بيانات فقط. ومع ذلك، يتناسب التمثيل البياني لمعادلة الانحدار التربيعي مع البيانات بشكل جيد جداً.

التمايز

1-3. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

راجع الجدول.

- أوجد ومثل بيانياً معادلة انحدار خطية ومعادلة انحدار تربيعية للبيانات. حدد أي المعادلتين أفضل ملائمة للبيانات.
- قارر ارتفاع قدم اللاعب بعد ثانية و 15 ثانية. استخدم الرياضيات الذهنية للتحقق من معادلة تقديرية.
- قارن وبين الفرق بين التقديرات التي حصلت عليها في التمرين 2.
- كيف يمكن لاختيار معادلة انحدار لا تتناسب مع البيانات بشكل جيد أن يؤثر على التنبؤات المقدمة باستخدام المعادلة؟ **يمكن أن يعطي تنبؤات مضللة.**

33

1 التركيز

الهدف: استخدام حاسبة التمثيلات البيانية لنمذجة نقاط البيانات التي تصنع منحنى الدالة التربيعية كأشبه منحنى.

المواد اللازمة لكل مجموعة

- حاسبة التمثيلات البيانية

نصيحة تدريسية

في الخطوة 2، قيمة المعامل a تظهر كـ $-2.1035215E-4$. وضح أن هذه هي الطريقة التي تعرض بها الآلة الحاسبة لترميز علمي $-2.1035215 \times 10^{-4}$.

عندما يستخدم الطلاب الإجراء في الخطوة 2 لنسخ معادلة الانحدار من الخطوة 1 إلى القائمة $Y=$. فإن المعاملات ستكون بها أرقام أكثر من المعاملات المعروضة على الشاشة الرئيسية. المعاملات على الشاشة الرئيسية هي أعداد مقربة لتلك الموجودة في القائمة $Y=$.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسم الطلاب في مجموعات من اثنين أو ثلاثة بقدرات متنوعة. اطلب من المجموعات العمل على النشاط

- تأكد من أن الطلاب اخلوا القوائم L1 و L2 قبل ادخال البيانات الجديدة. أيضاً اجعلهم يدخلون قياسات **الناقذة** الظاهرة.

- في الخطوة 1، وضح أنه يمكن استخدام نفس المفاتيح الظاهرة في الخطوة 2، باستبدال 4 لأول 5، لتحديد LinReg.

- في حالة ظهور رسالة خطأ في الخطوة 2، على الطلاب مسح قمتافلا $Y=$ قبل إعادة خطوة 2.

تدريب: اطلب من الطلاب تقويم إكمال تمارين 1-4.

3 تقويم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 4 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون أن معادلة الانحدار التي لا تتناسب البيانات جيداً هي نموذج ضعيف للبيانات المعطاة وأنه من المرجح أن تكون توقع ضعيف.

الانتقال من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب أن يفسروا كيف أن مخطط التشتت مفيد لاكتساب معرفة عن الروابط الممكنة بين متغيرين. إذا أظهر مخطط التشتت أن البيانات في خط مستقيم، فقد تكون المعادلة الخطية نموذجاً جيداً. ينبغي استكشاف نموذج غير خطي.

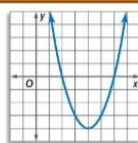
حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

1-4

السابق

الحالي

لماذا؟



التمثيل البياني
لـ $x^2 - 8x + 12 = 0$
تقاطعات المحاور x .

الصفة **المحللة إلى العوامل** من المعادلة التربيعية هي $p(x - q) = 0$ ، وفي المعادلة، نمثل p و q بتقاطعات مع المحور x على التمثيل البياني للمعادلة.

تقاطعات المحور x للتمثيل البياني الموجود على اليمين هي 2 و 6. وفي هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية تحويل معادلة تربيعية في الصيغة المحللة إلى العوامل إلى الصيغة القياسية والعكس.

$$\text{الصفة القياسية} \quad 0 = x^2 - 8x + 12$$

$$\text{الصفة المحللة إلى العوامل} \quad 0 = (x - 6)(x - 2)$$

العوامل

أوجدت العوامل المشتركة الكبرى لمجموعات الأعداد.

كتابة معادلات تربيعية بالصيغة القياسية لها.

حل المعادلات التربيعية باستخدام التحليل إلى العوامل.

1 التركيز

التخطيط الرئيسي

قبل الدرس 3-1 أوجد التحليل إلى العوامل المشترك الأكبر لمجموعة من الأرقام.

الدرس 3-1 اكتب المعادلات التربيعية في شكل تقاطع. حل المعادلات التربيعية بواسطة التحليل إلى العوامل.

بعد الدرس 3-1 حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام.

المفردات الجديدة

صفة محللة إلى العوامل
factored form
طريقة فويل
FOIL method

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تدرجية
وكتابة

2 التدريس

أسئلة داعمة

هل قرأ الطلاب قسم **لماذا؟** في الدرس

أسأل:

■ هل $x^2 - 8x + 12$ لديها قيمة غطلى أم قيمة صغرى؟ قيمة؟ **أصغر**

■ حل $x^2 - 8x + 12 = 0$ بالرسم البياني. **2, 6**

■ قارن الحلول بـ $x^2 - 8x + 12 = 0$ و $(x - 6)(x - 2) = 0$. **الحلول هي نفسها لأن المعادلات متكافئة.**

الصفة القياسية يمكنك استخدام طريقة فويل لكتابة المعادلة التربيعية المكتوبة بالصيغة المحللة إلى العوامل بالصيغة القياسية. تستخدم **طريقة فويل** خاصية التوزيع لضرب ذوات الحدين.

المفهوم الأساسي طريقة فويل لضرب ذوات الحدين

الشرح لضرب اثنين من ذواتي حدين. أوجد مجموع فواتج ضرب "الحدود الأولى"، و "الحدود الطرفية"، و "الحدود الوسطى"، و "الحدود الأخيرة".

أمثلة

ناتج ضرب الحدود الأخيرة	ناتج ضرب الحدود الوسطى	ناتج ضرب الحدود الطرفية	ناتج ضرب الحدود الأولى
$(-6)(-2)$	$(-6)(x)$	$(x)(-2)$	$(x)(x)$
$= 12$	$= -6x$	$= -2x$	$= x^2$

مثال 1 تحويل الجمل إلى معادلات.

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية باستخدام $\frac{1}{3}$ و 6 كجذرين لها.

اكتب النمط: $(x - p)(x - q) = 0$

عوض p بـ $\frac{1}{3}$ و q بـ 6: $(x - \frac{1}{3})(x - 6) = 0$

بسط: $(x + \frac{1}{3})(x - 6) = 0$

اضرب: $x^2 - \frac{17}{3}x - 2 = 0$

اضرب كل طرف في 3 بحيث تكون b و c أعدادًا صحيحة: $3x^2 - 17x - 6 = 0$

تمرين **موجه** $4x^2 + 17x - 15 = 0$

1. اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية باستخدام $\frac{3}{4}$ و -5 كجذرين لها.

2 حل المعادلات باستخدام التحليل إلى العوامل

حل المعادلات التربيعية باستخدام التحليل إلى العوامل هو تطبيق على خاصية ناتج الضرب الصفري.

المفهوم الأساسي خاصية ناتج الضرب الصفري

الشرح بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b ، إذا كان $ab = 0$ فإن إما $a = 0$ أو $b = 0$ أو كل من a و b يساوي 0.

مثال إذا كان $0 = (x + 3)(x - 5)$ ، فإن $x + 3 = 0$ أو $x - 5 = 0$.

مثال 2 تحليل العامل المشترك الأكبر

حل المعادلة $16x^2 + 8x = 0$.

المعادلة الأصلية.
أخرج العامل المشترك الأكبر.
 $8x(2x + 1) = 0$
خاصية التوزيع
 $8x = 0$ أو $2x + 1 = 0$
خاصية ناتج الضرب الصفري
حل كلتا المعادلتين.
 $x = 0$ $2x = -1$
 $x = -\frac{1}{2}$

تبرين موجّه حل كل معادلة.

2A. $20x^2 + 15x = 0$ 0, $-\frac{3}{4}$ 2B. $4y^2 + 16y = 0$ 0, -4 2C. $6a^5 + 18a^4 = 0$ 0, -3

مراجعة المفردات

المربع الكامل هو عدد يكون جذره التربيعي موجبا وعددا صحيحا

نصيحة دراسية

الجذور التربيعية بالنظر، لاحظ أن الجذرين التربيعيين للعدد 64 هما 8 و -8 أيضا. في المعادلة $x^2 = 4$ سيكون الحل 2 و -2.

مركز التعلم والتأهيل © جميع الحقوق محفوظة لمركز التعلم والتأهيل

1 النموذج المحلل

المثال 1 بين كيفية كتابة معادلة تربيعية لزوج معطى من الجذور.

التقييم المستر

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب معادلة تربيعية في صورة قياسية إذا كان $\frac{1}{2}$ و -5 هما جذراها. صوّج الأجابة:
 $2x^2 + 9x - 5 = 0$

2 حل المعادلات بواسطة العوملة

المثال 2 و 3 بينان كيفية حل المعادلات التربيعية بواسطة العوملة والفحص.

المثال 4 بين كيفية حل المعادلات التربيعية باستخدام نط. المثال 5 بين كيفية حل مسألة في العالم الحقيقي باستخدام العوملة لحل معادلة تربيعية.

امثلة اضافية

2 حل كل معادلة.

a. $9y^2 + 3y = 0$
 $-\frac{1}{3}, 0$

b. $5a^2 - 20a = 0$ 0, 4

3 حل كل معادلة.

a. $x^2 - 6x + 9 = 0$ 3

b. $y^2 = 36$ -6, 6

التدريس المهتم

ي إلى

أوه إلى

إيه إلى

إذا كان الطلاب يعتقدون الخطوات في المثال 1 تقدم المعادلة الوحيدة الممكنة للجذور البعاطة،

تزوّد كل طالب بورقة الرسم البياني. اطلب من الطلاب أن تبدأ عن طريق رسم تنسيق الشبكة مع نقطتين على المحور X المرسومة مثل جذور معادلة تربيعية. اطلب من الطلاب رسم عدة قُطوع مكافئة والتي قد تُمثّل الرسوم البيانية للمعادلات المختلفة بوجود هاتين النقطتين كحلول لها. نشير إلى أن ذلك يثبت أن الخطوات الظاهرة في المثال 1 تفسر فقط واحدة من المعادلات المحتملة بوجود جذور معينة.

يتم استخدام نمط خاص عند تحليل ثلاثية الحدود التي بصيغة $ax^2 + bx + c$ إلى العوامل. أولاً، أضرب قيمتي b و c ، ثم أوجد قيمتي m و p بحيث يساوي ناتج ضربهما ac ويساوي مجموعهما b . انظر في $-30 = 6(-5) = -30$ ، $6x^2 + 13x - 5$.

عوامل العدد	المجموع	عوامل العدد	المجموع
-30	30	-30	30
1, -30	-29	1, -30	-29
2, -15	-13	2, -15	-13
3, -10	-7	3, -10	-7
5, -6	-1	5, -6	-1

يمكن الآن كتابة الحد الأوسط $13x$ بالصيغة $-2x + 15x$.

يمكن الآن تحليل كثيرة الحدود هذه إلى العوامل من خلال التجميع.

$$\begin{aligned} 6x^2 + 13x - 5 &= 6x^2 + mx + px - 5 \\ &= 6x^2 - 2x + 15x - 5 \\ &= (6x^2 - 2x) + (15x - 5) \\ &= 2x(3x - 1) + 5(3x - 1) \\ &= (2x + 5)(3x - 1) \end{aligned}$$

اكتب النمط.
 $m = -2$ و $p = 15$
تجميع الحدود.
إخراج العامل المشترك الأكبر
خاصية التوزيع

مثال 4 تحليل ثلاثية الحدود إلى العوامل

حل كل من المعادلات التالية.

a. $x^2 + 9x + 20 = 0$
 $a = 20$ $b = 1$, $c = 20$

عوامل العدد	المجموع	عوامل العدد	المجموع
20	20	20	20
1, 20	21	1, 20	21
2, 10	12	2, 10	12
4, 5	9	4, 5	9

التعبير الأصلي
اكتب النمط.
 $m = 4$ و $p = 5$
تجميع الحدود بالعوامل المشتركة.
إخراج العامل المشترك الأكبر من كل تجميع.
خاصية التوزيع
خاصية ناتج الضرب الصفرى
حل كل معادلة.

$$\begin{aligned} x^2 + 9x + 20 &= 0 \\ x^2 + mx + px + 20 &= 0 \\ x^2 + 4x + 5x + 20 &= 0 \\ (x^2 + 4x) + (5x + 20) &= 0 \\ x(x + 4) + 5(x + 4) &= 0 \\ (x + 5)(x + 4) &= 0 \\ x + 5 = 0 \quad \text{أو} \quad x + 4 = 0 \\ x = -5 \quad \quad \quad x = -4 \end{aligned}$$

b. $6y^2 - 23y + 20 = 0$
 $a = 20$ $b = -23$, $c = 20$
 $m = -8$, $p = -15$
المعادلة الأصلية
اكتب النمط.
 $m = -8$ و $p = -15$
تجميع الحدود بالعوامل المشتركة.
إخراج العامل المشترك الأكبر من كل تجميع.
خاصية التوزيع
خاصية ناتج الضرب الصفرى
حل كلتا المعادلتين.

$$\begin{aligned} 6y^2 - 23y + 20 &= 0 \\ 6y^2 + my + py + 20 &= 0 \\ 6y^2 - 8y - 15y + 20 &= 0 \\ (6y^2 - 8y) + (-15y + 20) &= 0 \\ 2y(3y - 4) - 5(3y - 4) &= 0 \\ (2y - 5)(3y - 4) &= 0 \\ 2y - 5 = 0 \quad \text{أو} \quad 3y - 4 = 0 \\ 2y = 5 \quad \quad \quad 3y = 4 \\ y = \frac{5}{2} \quad \quad \quad y = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

نصيحة دراسية
البنية إذا كانت قيمتي m و p موجودتين. فعددته يمكن تحليل ثلاثية الحدود إلى العوامل دائماً.

نصيحة دراسية
لثلاثيات الحدود لا يهم إذا تم تبديل قيم m و p عند التجميع.

مثال إضافي

4 حل كل معادلة.

a. $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $-3, 5$
b. $5x^2 + 34x + 24 = 0$
 $-\frac{4}{5}, -6$

تدريس المهارات الرياضية

البنية ينظر الطلاب المحترفين رياضياً عن كسب لتمييز نمط أو بنية. تشجيع الطلاب للبحث عن أنماط في العوامل ومجموعها، وخاصة عندما تكون العوامل لها إشارات معاكسة.

ركّز على المحتوى الرياضي

حل التربيعيات بواسطة العوملة يمكن حل المعادلات التربيعية باستخدام طرق مختلفة عديدة. العوملة يمكن أن تكون طريقة سريعة. بمجرد أن يتم تحليل المعادلة متعددة الحدود، قد تُستخدم خاصية حاصل الضرب التي تساوي صفر لإيجاد جذور المعادلة. إذا كانت المعادلة كثيرة الحدود من الصعب تحليلها أو غير قابلة للتحليل، يجب استخدام أساليب أخرى.

مثال إضافي

5 هندسة معبارة مدخل مبنى المكتبة عبارة عن قوس على شكل قطع مكافئ. قبة رأسه تمثل ارتفاع القوس. ارتفاع القوس المحطى كما يلي $h = 9 - X^2$ ، حيث X هي المسافة الأفقية من وسط القوس. كلا X و h يقاسان بالتقدم، مدى اتساع نطاق القوس على مستوى سطح الأرض؟ **6 قدم**

أفقيته!

معايير عامة خاطئة في المثال 5، بعض الطلاب قد يقترحوا حل المعادلة من خلال قسمة الطرفين على t ، تشير إلى أن هذا لا يمكن أن يتم لأن قيمة t يمكن أن تكون صفر والقسمة على صفر غير معرفة.

تمرين موجّه

4A. $x^2 - 11x + 30 = 0$ **5, 6**
4B. $x^2 - 4x - 21 = 0$ **-3, 7**
4C. $15x^2 - 8x + 1 = 0$ **$\frac{1}{5}, \frac{1}{3}$**
4D. $-12x^2 + 8x + 15 = 0$ **$-\frac{5}{6}, \frac{3}{2}$**

مثال من الحياة اليومية 5 حلّ المعادلات بالتحليل إلى العوامل

ألعاب القوى يمكن تمثيل ارتفاع الرمح بالتقدم باستخدام المعادلة $-16t^2 + 79t + 5 = K$ ، حيث t عن الزمن بالتواني بعد رمي الرمح. كم يظل الرمح محللاً في الهواء؟ لتحديد البدة التي يستغرقها الرمح وهو في الهواء، نحتاج إلى معرفة متى يساوي الارتفاع 0. يمكننا إجراء ذلك عن طريق حل المعادلة $-16t^2 + 79t + 5 = 0$.

المعادلة الأصلية
 $-16t^2 + 79t + 5 = 0$
 $m = 80; p = -1$
 $-16(5) = -80, 80 \times (-1) = -80, 80 + (-1) = 79$
اكتب النمط.
 $-16t^2 + 80t - t + 5 = 0$
جفّع الحدود بالعوامل المشتركة.
 $16t(-t + 5) + 1(-t + 5) = 0$
أخرج العامل المشترك الأكبر من كل تجميع.
 $(16t + 1)(-t + 5) = 0$
خاصية التوزيع
 $16t + 1 = 0$ أو $-t + 5 = 0$
خاصية ناتج الضرب الصفري
 $16t = -1$ $-t = -5$
يحلّ كلتا المعادلتين.
 $t = -\frac{1}{16}$ $t = 5$
الحل.

تحقق

- الحل الأول سالب، وبما أن الزمن لا يمكن أن يكون سالباً، فيمكن استبعاد هذا الحل.
- الحل الثاني 5 ثواني يبدو معقولاً للزمن الذي يستغرقه الرمح في الهواء.
- يمكن التأكد من الإجابة عن طريق التعويض في المعادلة الأصلية.

$-16t^2 + 79t + 5 = 0$
 $-16(5)^2 + 79(5) + 5 \stackrel{?}{=} 0$
 $-400 + 395 + 5 \stackrel{?}{=} 0$
 $0 = 0$ ✓

ظل الرمح في الهواء لمدة 5 ثوانٍ.

تمرين موجّه

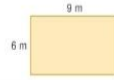
5. التقفّز بالحبال سجل جمال لشقيقه الغفّز بالحبل من ارتفاع 300 متر، في الوقت الذي رفع الحبل لشقيقه مرة أخرى لأعلى. كان على ارتفاع 44 متراً فوق سطح الأرض. إذا بدأ جمال التسجيل بمجرد سقوط شقيقه، كم من الوقت انقضى عندما ارتد الحبل مرة أخرى؟ استخدم المعادلة $KD = -16t^2 + c$ ، حيث c هي الارتفاع بالمتّر. **4 ثواني**



الرابط بالحياة اليومية
كسرت الكوبية أولمبيديس
مينديز الرقم القياسي العالمي
المسجل لرمي الرمح في
عام 2002 بمسافة بلغت
7152 متراً.
المصدر: صحيفة New York Times

التحقق من فهمك

- مثال 1 اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية باستخدام الجذر (الجذور) المعطى.
1. $-8, 5$ $x^2 + 3x - 40 = 0$ 2. $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$ $8x^2 - 14x + 3 = 0$ 3. $-\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ $6x^2 - 11x - 10 = 0$
- الأمتعة 2-4 حل كل كثيرة حدود إلى العوامل.
5. $(6x - 1)(3x + 4)$ 6. $(x - 7)(x + 3)$ 7. $(2x - 5)(x + 6)$ 8. $(x - 8)(x - 4)$
9. $16x^2 - 16x + 3$ 10. $x^2 - 12x + 32$ 11. $x^2 - 2x - 2 = 0$ 12. $2x^2 - 24x = -72$
- مثال 5 حل كل من المعادلات التالية.
13. $x^2 - 36 = 0$ 14. $12x^2 - 18x = 0$ 15. $x^2 - 9x = 0$ 16. $2x^2 - 3x - 28 = 0$



16. الاستنتاج المنطقي: ثريد جورية مضاعفة مساحة حديقتها عن طريق زيادة الطول والعرض بنصف المتر. كم ستكون أبعاد حديقتها حينئذ؟ 9 m في 12 m

التمرين وحل المسائل

- مثال 1 اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية باستخدام الجذر (الجذور) المعطى.
17. 7 $x^2 - 14x + 49 = 0$ 18. $-5, \frac{1}{2}$ $2x^2 + 9x - 5 = 0$ 19. $\frac{1}{5}, 6$ $5x^2 - 31x + 6 = 0$
- الأمتعة 2-4 حل كل كثيرة حدود إلى العوامل.
20. $40a^2 - 32a$ 21. $51c^3 - 34c$ 22. $32xy + 40bx - 12ay - 15ab$ 23. $3x^2 - 12$ 24. $15y^2 - 240$ 25. $48cg + 36cf - 4dg - 3df$
26. $x^2 + 13x + 40$ 27. $x^2 - 9x - 22$ 28. $3x^2 + 12x - 36$ 29. $15x^2 + 7x - 2$ 30. $4x^2 + 29x + 30$ 31. $18x^2 + 15x - 12$ 32. $8y^2 - 4xz - 12z^2$ 33. $9y^2 - 25$ 34. $18x^2y^2 - 24xy^2 + 36y^2$
35. $15x^2 - 84x - 36 = 0$ 36. $12x^2 + 13x - 14 = 0$ 37. $12x^2 - 108x = 0$ 38. $x^2 + 4x - 45 = 0$ 39. $x^2 - 5x - 24 = 0$ 40. $x^2 = 121$ 41. $x^2 + 13 = 17$ 42. $-3x^2 - 10x + 8 = 0$ 43. $-8x^2 + 46x - 30 = 0$ 44. الهندسة: يزيد طول وتر مثلث قائم الزاوية بمقدار 1 سنتيمتر عن طول أحد الأضلاع ويزيد 4 سنتيمترات عن ثلاثة أضلاع طول الضلع الآخر. أوجد أبعاد المثلث.
45. نظرية الأعداد: أوجد عددين صحيحين زوجيين متتاليين ناتج ضربهما 624. 24 و 26 أو 24 و -26
46. الهندسة: أوجد قيمة x وأبعاد كل مستطيل.
47. $A = 96m^2$ $(x-2)m$ $(x+2)m$ $x = 10$ في m 8 في m 12
48. $A = 432cm^2$ $(x-2)m$ $(x+4)m$ $x = 20$ في cm 24 في cm 18
49. $A = 448m^2$ $(x+2)m$ $(3x-4)m$ $x = 12$ في m 14 في m 32

38 | الدرس 1-4 | حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

خيارات الواجب المنزلي المتقدم

المرحلة	الواجب	ليومين
أساسي	17-48, 79, 82-103	91-103, 82-85, 79, 18-48 زوجي, 17-47 فردي, 87-90
أصلي	45-65, 44, 17-43 فردي, 71-79, 66-70, 82-103 فردي	49-79, 91-103
متطور	49-97	

أشرح باستخدام التكنولوجيا

كاميرا الوثائق اختر عدد من الطلاب للمشاركة بعملهم مع زملائهم بالصف وشرح إجاباتهم. اطلب من الطلاب مراجعة عملهم عن طريق التعويض بحلولهم في المعادلة الأصلية.

3 التمرين

التقويم المستمر

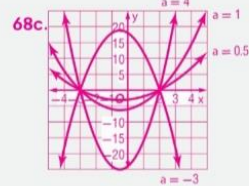
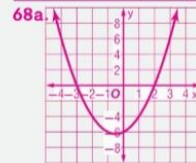
استخدم التمارين 1-16 للتأكد من الفهم.

استخدم الرسم البياني في أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات لطلابك.

تدريس الممارسات الرياضية

الفهم يبدأ الطلاب المحترفون رياضياً بشرح معنى المشكلة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط الدخول لحليها. يقومون بتحليل المعطيات والقيود، والعلاقات، والأهداف. يتحققون من إجاباتهم للمسائل باستخدام أسلوب مختلف، ويسألون أنفسهم باستمرار، "هل هذا منطقي؟".

إجابات إضافية



تمثيلات متعددة

في التدريب 68، يستخدم الطلاب الجبر والرسم البياني في مستوى إحداثي لربط عوامل المعادلة التربيعية بحلولها.

حل كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

$$49. 12x^2 - 4x = 5 \quad -\frac{1}{2}, \frac{5}{6}$$

$$50. 5x^2 = 15x \quad 0, 3$$

$$51. 16x^2 + 36 = -48x \quad -\frac{3}{2}$$

$$52. 75x^2 - 60x = -12 \quad \frac{2}{5}$$

$$53. 4x^2 - 144 = 0 \quad 6, -6$$

$$54. -7x + 6 = 20x^2 \quad \frac{2}{5}, -\frac{3}{4}$$

55. السينما تخطط إحدى الشركات لبناء مجمع سينمائي ضخم. أخطر التحلل البياني مدبرها بأن دالة الربح لدار السينما الخاصة بهم كانت $P(x) = -x^2 + 48x - 512$ حيث إن x هي عدد شاشات العرض، و $P(x)$ هي الربح المكتسب بآلاف الدراهم. حدد مدى إنتاج شاشات العرض الذي يضمن أن الشركة لن تخسر المال. من 16 إلى 32.

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية باستخدام الجذر (الجذور) المعطى.

$$56. -\frac{4}{7}, \frac{3}{8}$$

$$56x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$57. 3, 4, 0.6$$

$$25x^2 - 100x + 51 = 0$$

$$58. \frac{2}{11}, \frac{5}{9} \quad 99x^2 - 73x + 10 = 0$$

حل كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

$$59. 10x^2 + 25x = 15 \quad -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

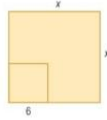
$$60. 27x^2 + 5 = 48x \quad \frac{5}{3}, \frac{1}{9}$$

$$61. x^2 + 0.25x = 1.25 \quad 1, -\frac{5}{4}$$

$$62. 48x^2 - 15 = -22x \quad \frac{3}{8}, -\frac{5}{6}$$

$$63. 3x^2 + 2x = 3.75 \quad -\frac{3}{2}, \frac{5}{6}$$

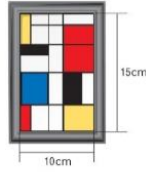
$$64. -32x^2 + 56x = 12 \quad \frac{1}{4}, \frac{3}{2}$$



65. التصنيع تم قطع مربع من الشكل الموجود على اليمين. اكتب تعبيراً عن مساحة الشكل المتبقي. ثم حلل التعبير إلى العوامل.

$$x^2 - 6x; (x + 6)(x - 6)$$

66. الهاترة بعد تحليل السوق، قامت إحدى الشركات التي تباع المواقع الإلكترونية بتحديد ربحية منتجاتها من خلال تشيئها بالمعادلة $2035 - 368x - 16x^2 = P(x)$. حيث إن x هي سعر كل موقع إلكتروني و $P(x)$ هي ربح الشركة. حدد مدى سعر المواقع الإلكترونية الذي معه تكون الشركة رابحة. **AED 9.25 إلى AED 13.75**



67. اللوحات تريد أسماء إضافة إطار إلى لوحاتها. بحيث يكون موزعاً بالتساوي. ويكون له نفس مساحة اللوحة نفسها. ما هي أبعاد اللوحة مع إدراج الحد؟ **cm 20 في cm 15**

68. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تدرس $a(x - p)(x - q) = 0$.

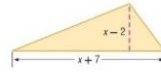
a. بياني التمثيل البياني للدالة ذات الصلة مع $a = 1$.

b. تحليلياً ما هي حلول المعادلة؟ 2 و -3

c. بياني التمثيل البياني للدوال ذات الصلة مع $a = 4$.

d. لفظياً ما أوجه التشابه والاختلاف بين التمثيلات البيانية؟

e. لفظياً ما الاستنتاجات التي يمكنك التوصل إليها حول العلاقة بين الصيغة المحللة إلى العوامل للمعادلة التربيعية وحلولها؟



69. الهندسة تبلغ مساحة المثلث 26 سنتيمتراً مربعاً. أوجد طول القاعدة. **سم 13**

a. كم استغرقت الكرة في الهواء؟ **3 ثوانٍ**
 b. ما المسافة التي تغطتها الكرة قبل أن ترتطم بالأرض؟ (إرشاد: تجاهل مقاومة الهواء). **m 48**
 c. ما أقصى ارتفاع للكرة؟ **m 11.025**

71. $18a - 24ay + 48b - 64by$ $2(3 - 4y)$
 $(3a + 8b)$

72. $3x^2 + 2xy + 10y + 15x$ $(3x + 2y)(x + 5)$

73. $6a^2b^2 - 12ab^2 - 18b^3$ $6a(2a - 3b + 5b^2)$

74. $12a^2 - 18ab + 30ab^3$ $6a(2a - 3b + 5b^2)$

75. $32ax + 12bx - 48ay - 18by$ $6(4a + 2b)(3c + 4d)$

76. $30ac + 80bd + 40ad + 60bc$ $10(a + 2b)(3c + 4d)$

77. $5ax^2 - 2xy^2 - 5ay^2 + 2bx^2$ $12x^2 + 4d^2 - 3d^2x - 16c^2y$
 $(x + y)(x - y)(5a + 2b)$ $(2c + d)(2c - d)(3x - 4y)$

79. تحليل الخطأ نحل كل من حورية وخديجة المعادلة $-12x^2 + 5x + 2 = 0$. هل أي منهما صحيح؟ اشرح استنتاجك.

81. **تحقّق** فيما يلي ادعاء توضيح لقاعدة التحليل إلى العوامل فرق الكميات. استخدم هذه القاعدة للتحليل إلى العوامل

$$40x^5 - 135x^2y^3 = 5x^2(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

83. **تحدّ** في معادلة تربيعية لها الصيغة $(x-p)(x-q) = 0$. أثبت أن محور تماثل الدالة التربيعية ذات الصلة يقع في المنتصف بين نقطتي التقاطع مع المحور x وهما p و q . **انظر الهامش.**

85. **الفرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة/أحياناً أم دائماً أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

في معادلة تربيعية بالصيغة القياسية، يكون كل من a و b و c أعدادًا صحيحة. إذا كانت b عددًا فرديًا، فلا يمكن أن تكون المعادلة التربيعية ثلاثية حدود مربع كامل.

86. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف تحلل عوامل ثلاثة حدود بالصيغة القياسية مع $a > 1$. انظر الهامش.

$$\frac{(GCF + GCF_2)(x - q)}{(x - p)(x - q)}$$

تقنيات الطلاب الباهرون رياضياً يفهمون ويستخدمون الافتراضات المذكورة والمتعارفة، والنتائج المحددة سابقاً في بناء الحجج. يخمنون ويبنون تطوراً منطقياً للبيانات لاستكشاف حقيقة تخمينهم. وأنهم قادرون على تحليل البواقف عن طريق تقسيمها إلى حالات، كما يمكنهم إدراك الأمثلة المضادة واستخدامها.

تحليل الأخطاء بالنسبة للتدريب 79 ذكر الطلاب أنه عندما يتم طرح كثيرة الحدود، يتم طرح كل حد في كثيرة الحدود، تحقق دائما من الإجابات بالتعويض في المعادلة الأصلية.

83. الإجابة النموذجية:

$$(x-p)(x-q) = 0$$

(المعادلة الأصلية)

$$x^2 - px - qx + pq = 0$$

(اضرب)

$$x^2 - (p+q)x + pq = 0$$

(حول لأبسط صورة)

$$x = \frac{b}{2a}$$

(صيغة محاور التناظر)

$$x = -\frac{-(p+q)}{2(1)}$$

$$a = 1, b = -(p+q)$$

$$x = \frac{p+q}{2}$$

(نتج)

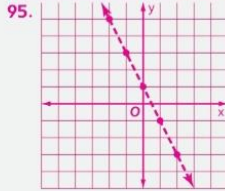
λ يقع وسط p و q .
(تعريف نقطة المنتصف)

86. الإجابة النموذجية: في النموذج القياسي، لدينا $ax^2 + bx + c$ الضرب C_0 ، وبعد ذلك وجد عددين صحيحين h و g ، ثم اضرب لتساوي ac اجمع لتساوي b . ثم أكد التربيعية، $g(x + h)$ الحد الأوسط، $bx + hx + ix$ ، الآن لدينا $ax^2 + gx + hx + c$ ، الآن حلل العامل المشترك الأكبر من أول حدين ثم حلل العامل البشري الأكبر من ثاني حدين. الآن لدينا $GCF(x - q) + GCF_2(x - q)$ من خلال التبسيط، نجد

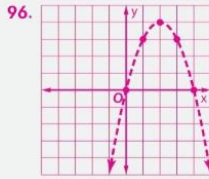
4 التقويم

تسمية الرياضيات على الطلاب شرح
خاصية حاصل الضرب في صفر. اطلب
منهم مناقشة لماذا هذا صحيح وكيفيه
يتم استخدامه في إيجاد جذور معادلة
تربيعية.

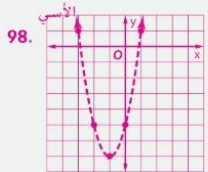
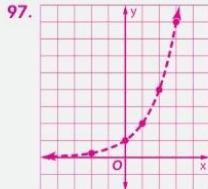
اجابات اضافية



خطي



تربيعي



تربيعي

تدريب على الاختبار المعياري

89. الاحتمال يمكن أن تحتوي كلمة مرور مكونة من 5 أحرف على أعداد من 0 إلى 9 و 26 حرفاً من الحروف الأبجدية. ولا يمكن تكرار أي من الأحرف. ما احتمال أن تبدأ كلمة المرور بحرف ساكن؟ **H**

F $\frac{21}{26}$

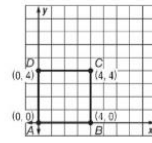
H $\frac{21}{36}$

G $\frac{21}{35}$

J $\frac{5}{36}$

90. SAT/ACT إذا كان $c = \frac{8a^3}{b}$ ، ماذا يحدث لقيمة c عندما يتم مضاعفة كل من a و b ؟ **D**

- A. لا تتغير.
B. يتم تضاعفها.
C. يتم مضاعفها.
D. يتم ضرب c في 4.
E. يتم ضرب c في 8.



87. إجابة قصيرة إذا تم تحويل $ABCD$ عن طريق $(x, y) \rightarrow (3x, 4y)$ فحدد مساحة $A'B'C'D'$. **192 وحدة مربعة**

88. في $4 + 2|6 - 3x| + y$ ، أي مجموعة نصف x عندما تكون $y < 6$ ؟ **A**

- A $\left\{x \mid \frac{5}{3} < x < \frac{7}{3}\right\}$ C $\left\{x \mid x < \frac{5}{3}\right\}$
B $\left\{x \mid x < \frac{5}{3} \text{ or } x > \frac{7}{3}\right\}$ D $\left\{x \mid x > \frac{7}{3}\right\}$

مراجعة شاملة

مثل كل دالة بيانياً. (الدروس 1-7) 19-49. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

91. $f(x) = |3x + 2|$

92. $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{if } x > -1 \\ x + 3 & \text{if } x \leq -1 \end{cases}$

93. $f(x) = [x + 1]$

94. $f(x) = \left|\frac{1}{4}x - 1\right|$

مثل بيانياً كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية. (الدروس 1-6) 95-98. انظر الهامش.

95. $\{(-2, 5), (-1, 3), (0, 1), (1, -1), (2, -3)\}$

96. $\{(0, 0), (1, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 0)\}$

97. $\left\{\left(-2, \frac{1}{4}\right), (0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 8)\right\}$

98. $\{(-3, 1), (-2, -5), (-1, -7), (0, -5), (1, 1)\}$

99. المعرفة المالية حدد مبلغ الاستثمار إذا تم استثمار 250 درهماً بنسبة مريحة قدرها 7.3% تُركب بعدد ربع سنوي لمدة 40 سنة. (الدروس 1-3) **حوالي AED 4514.89**



100. القوس لتجنب الاصطدام بأي صخور. تقفز غواصة بالقرب من منحدرات صخرية لأعلى وللخارج. وتوضح المعادلة $h = -16t^2 + 4t + 26$ ارتفاعها h بالتر بعد t ثوانٍ من القفز. أوجد الزمن التي تعود فيه إلى ارتفاع 26 متراً. **0.25 ثانية** (1-2)

مراجعة المهارات

بنظري

101. $\sqrt{5} \times \sqrt{15} = 5\sqrt{3}$

102. $\sqrt{8} \times \sqrt{32} = 16$

103. $2\sqrt{3} \times \sqrt{27} = 18$

التدريس المهتمين

تمديد اطرح السؤال التالي على الطلاب:

إذا كانت جذور المعادلة التربيعية 6 و -3، ما هي معادلة محور التماس؟
 $x = \frac{3}{2}$

الأعداد المركبة

1-5

لماذا؟

الحالي

السابق



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1



انظر إلى الرسم البياني للمعادلة $y = x^2 + 2x + 4$ الموجود على اليمين. لاحظ كيف أن هذا الرسم البياني لا توجد به تقاطعات على المحور x وبالتالي ليس به أي جذور. هل يعني هذا أنه ليس هناك حلول للمعادلة $0 = x^2 + 2x + 4$ ؟

استخدم ميزة Solver (أزاد الحل) الموجودة في شاشة MATH (الرياضيات) بحاسبة التثليل البياني. أدخل المعادلة وحدد $x = 2$ باعتبارها تخمينك للحل.

اضغط على ALPHA ENTER وسوف نحاول الآلة الحاسبة حل المعادلة. ونشير الحاسبة من خلال رسالة الخطأ إلى عدم وجود حل. لذلك لا توجد حلول حقيقية. ومع ذلك، توجد حلول تخيلية.

1 إجراء العمليات باستخدام أعداد تخيلية.

2 إجراء العمليات باستخدام أعداد مركبة.

• قمت بتبسيط الجذور التربيعية.

1 التركيز

عمودي انحياز

قبل الدرس 1-5 تحويل الجذور التربيعية لأبسط صورة.

الدرس 1-5 تنفيذ عمليات على الأعداد التخيلية البحتة. تنفيذ عمليات على الأعداد المركبة.

بعد الدرس 1-5 حل المعادلات التربيعية باستخدام الثانون العام.

المفردات الجديدة

الوحدة التخيلية
imaginary unit
عدد تخيلي بحت
pure imaginary number
عدد مركب
complex number
متراقات مركبة
complex conjugates

ممارسات في الرياضيات
مراجعة الدقة

2 التدريس

أسئلة تدريجية

اطلب من الطلاب قراءة قسم من الدرس لماذا؟

أسأل:

■ على سطح الرسم البياني أين يوجد $y = 0$ ؟ على محور x

■ كيف ترتبط الدالة $y = x^2 + 2x + 4$ بـ $x^2 + 2x + 4 = 0$ ؟
حلل المعادلة هي قيمة x التي تجعل الدالة تساوي صفر.

■ لماذا نغني رسالة "عدم تغير إشارة" أنه لا يوجد حلول للمعادلة؟ نموذج الإجابة، إذا مرت الدالة عبر محور x على الرسم البياني، تتغير قيمة الدالة من موجب إلى سالب، أو العكس

الأعداد التخيلية البحتة لقد عيلت في دراستك للرياضيات حتى الآن أعداد حقيقية. وقد قادت المعادلات مثل المعادلة الواردة أعلاه علماء الرياضيات إلى تحديد أعداد تخيلية. ويتم تعريف الوحدة التخيلية بالعلاقة $i^2 = -1$ ويسمى العدد i الجذر التربيعي الأساسي للعدد -1 أي أن $i = \sqrt{-1}$.

نسمى الأعداد التي بالصيغة ai و $-2i$ و $i\sqrt{3}$ أعداداً تخيلية البحتة. والأعداد التخيلية البحتة هي جذور تربيعية للأعداد الحقيقية السالبة. لأي عدد حقيقي موجب b ، و $bi = \sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1}$

مثال 1 الجذور التربيعية للأعداد السالبة

بسط.

a. $\sqrt{-27}$

$$\begin{aligned}\sqrt{-27} &= \sqrt{-1 \cdot 3^2 \cdot 3} \\ &= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} \\ &= i \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 3i\sqrt{3}\end{aligned}$$

b. $\sqrt{-216}$

$$\begin{aligned}\sqrt{-216} &= \sqrt{-1 \cdot 6^2 \cdot 6} \\ &= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{6} \\ &= i \cdot 6 \cdot \sqrt{6} = 6i\sqrt{6}\end{aligned}$$

تمرين موجّه

1A. $\sqrt{-18}$

1B. $\sqrt{-125}$

خاصية التبديل وخاصية التجميع للضرب صحيحتان مع الأعداد التخيلية البحتة. موضح أدناه القوى الأسية البسيطة الأولى لـ i أدناه.

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = i^4 \cdot i = i$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$	$i^8 = (i^4)^2 = 1$

1 أعداد تخيلية بحتة

المثال 1 يبين كيفية تبسيط العبارات التي تحتوي على الجذور التربيعية للأعداد السالبة. **المثال 2** يبين كيفية الوصول إلى النتيجة من أرقام تخيلية نقية. **المثال 3** يوضح كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بحلول تخيلية بحتة.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد ادراك الطلاب للمفاهيم

أمثلة إضافية

1. $\sqrt{-28} \cdot 2i\sqrt{7}$
 2. $\sqrt{-32} \cdot 4i\sqrt{2}$
 3. $-3i \cdot 2i \cdot 6$
 4. $\sqrt{-12} \cdot \sqrt{-2} \cdot -2\sqrt{6}$
 5. $5y^2 + 20 = 0$. $y = \pm 2i$

انتبه!

منع الأخطاء احرص على أن يفهم الطلاب أنه عندما يأخذ كل منهم الجذر التربيعي لكل من طرفي من المعادلة، يجب استخدام الرمز \pm أمام إشارة الجذر

مثال 2 نواتج ضرب الأعداد التخيلية البحتة

بسط.

a. $-5i \cdot 3i$
 $-5i \cdot 3i = -15i^2$
 $= -15(-1)$
 $= 15$
 بضرب.
 $i^2 = -1$
 بضرب.
 $i = \sqrt{-1}$
 بضرب.
 بضرب.
 بضرب.
 بضرب.

2A. $3i \cdot 4i$

2B. $\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12}$

2C. i^{31}

تمرين موجه

يمكنك حل بعض المعادلات التربيعية باستخدام **خاصية الجذر التربيعي** ومثل الفرق بين المربعات. يمكن تحليل مجموع مربعين إلى العوامل في مجموعة الأعداد المركبة.

مثال 3 المعادلة باستخدام الحلول التخيلية البحتة

حل $x^2 + 64 = 0$

الطريقة 1 خاصية الجذر التربيعي
 $x^2 + 64 = 0$
 $x^2 = -64$
 $x = \pm\sqrt{-64}$
 $x = \pm 8i$

الطريقة 2 التحليل إلى العوامل
 $x^2 + 64 = 0$
 $x^2 + 8^2 = 0$
 $x^2 - (-8^2) = 0$
 $(x + 8i)(x - 8i) = 0$
 $(x + 8i) = 0$ or $(x - 8i) = 0$
 $x = -8i$ $x = 8i$

تمرين موجه

حل كل من المعادلات التالية.

3A. $4x^2 + 100 = 0$

3B. $x^2 + 4 = 0$

2 العمليات باستخدام الأعداد المركبة انظر إلى $2 + 3i$ حيث إن 2 هو عدد حقيقي و $3i$ عدد تخيلي بحت، فالحدود ليست متشابهة ولا يمكن جمعها. ويعرف هذا النوع من التعابير باسم **العدد المركب**

ألف المفهوم الأساسي الأعداد المركبة

الشرح	أمثلة
العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته بالصيغة $a + bi$ حيث a و b عددا حقيقيان وتكون i وحدة تخيلية. وتسمى a الجزء الحقيقي، وتسمى b الجزء التخيلي.	$5 + 2i$ $1 - 3i = 1 + (-3)i$



مقدمة من الحياة اليومية

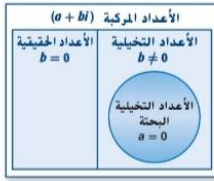
المهندس الكهربائي
 يصمم المهندسون الكهربائيون المعدات الكهربائية مثل مشغلات الموسيقى الرقمية والحركات الكهربائية وأنظمة الإضاءة والرادار والملاحة ويطورون هذه المعدات ويختبرونها ويشرفون على صنعها. ويلزم الحصول على درجة البكالوريوس في الهندسة لجميع الوظائف الهندسية للخريجين الجدد تقريباً.

مصدر: دليل وظيفتي © مجموعة أبحاث مكارم

التدريس المتهين

إذا كان الطلاب بحاجة إلى المساعدة لتذكر الخصائص الرياضية لـ i ،

يجب على الطلاب كتابة قصائد عن عدد تخيلي وقيم تكرار جذره، كما يمكن التلاعب بكميات القيمة الحقيقية والتخيلية. يجب أن يكون مضمون القصائد مفيد لتذكر خصائص الرياضيات i .



يظهر مخطط فن مجموعة الأعداد المركبة.

- إذا كان $b = 0$ فإن العدد المركب عددا حقيقيا.
- إذا كان $b \neq 0$ فإن العدد المركب تخيليا.
- إذا كان $a = 0$ فإن العدد المركب عددا تخيليا بحتا.

يتساوى عددا مركبان فقط إذا تساوت الأجزاء الحقيقية لهما وتساوت الأجزاء التخيلية لهما أي أن $b = d$ و $a = c$ إذا كان $a + bi = c + di$

مثال 4 معادلة الأعداد المركبة

أوجد قيمتي x و y التي تجعل $3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$ صحيحة.

اجعل الأجزاء الحقيقية مساوية لبعضها البعض والأجزاء التخيلية مساوية لبعضها البعض.

$3x - 5 = 7$	أجزاء حقيقية	$y - 3 = 6$	أجزاء حقيقية
$3x = 12$	أضف 5 إلى كل طرف.	$y = 9$	أضف 3 إلى كل طرف.
$x = 4$	اقسم الطرفين على 3.		

تمرين موجّه 4. $x = -1, y = -9$

4. أوجد قيمتي x و y التي تجعل $5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$ صحيحة.

تكون خواص التبديل والتجميع والتوزيع للضرب والجمع صحيحة مع الأعداد المركبة. فبعد جمع أو طرح أعداد مركبة، أجمع بين الحدود المتماثلة. أي أجمع بين الأجزاء الحقيقية، وأجمع بين الأجزاء التخيلية.

مثال 5 جمع الأعداد المركبة وطرحها

بسط.

a. $(5 - 7i) + (2 + 4i)$	
$(5 - 7i) + (2 + 4i) = (5 + 2) + (-7 + 4)i$	خاصية التبديل وخاصية التجميع
$= 7 - 3i$	بسط.
b. $(4 - 8i) - (3 - 6i)$	
$(4 - 8i) - (3 - 6i) = (4 - 3) + [-8 - (-6)]i$	خاصية التبديل وخاصية التجميع
$= 1 - 2i$	بسط.

تمرين موجّه

5A. $(-2 + 5i) + (1 - 7i)$ 5B. $(4 + 6i) - (-1 + 2i)$

نستخدم الأعداد المركبة مع الكهرباء، وفي هذه المسائل، نمثل i عادةً وحدة تخيلية. في الدائرة ذات التيار المتردد، يمكن تمثيل الجهد والتيار ومقاومة أو ممانعة التيار بأعداد مركبة. ولضماغة هذه الأعداد، استخدم طريقة فويل.

2 العمليات على الأعداد المركبة

مثال 4 يوضح كيفية مساواة الأعداد المركبة. مثال 5 يوضح كيفية جمع وطرح الأعداد المركبة. مثال 6-7 يبين كيفية ضرب وقسمة الأعداد المركبة.

امثلة إضافية

4. أوجد قيمة x و y التي تكون المعادلة $2x + yi = -14 - 3i$ حقيقي.

$x = -7, y = -3$

5. بسط

a. $(3 + 5i) + (2 - 4i) = 5 + i$

b. $(4 - 6i) - (3 - 7i) = 1 + i$

انتبه!

منع الأخطاء أكد على أن عددين مركبين يكونا متساويين فقط في حالة تساوى أجزائهم الحقيقية و التخيلية.

نصيحة دراسية

قراءة في الرياضيات يستخدم المهندسون الكهربائيون i كوحدة تخيلية لجذب التيار مع i الخاصة بالتيار.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

السيورة البيضاء التفاعلية على ضرب عددين مركبين اضرب مثلاً على السيورة تستخدم فيه اللون الأحمر للإشارة للجزء التخيلي والأزرق للجزء الحقيقي من كل عدد مركب. في كل عملية حسابية، استخدم اللون الأحمر والأزرق للإشارة إلى الأجزاء التخيلية والحقيقية من الأعداد المركبة.

أمثلة إضافية

6 ترتبط الكهرباء في دائرة التيار المتردد، ونيار الكهرباء والمقاومة بالمعادلة $E = I \times Z$. أوجد الجهد الكهربائي في دائرة نيار شدته $1 + 4j$ أوم. $27 + 6j$ ohms . $3 - 6j$

7 يبسط

$$\begin{aligned} \text{a. } & \frac{5i}{3-2i} \cdot \frac{10}{13} + \frac{15}{13i} \\ \text{b. } & \frac{5+i}{2i} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{2i} \end{aligned}$$

ركز على المحتوى الرياضي

الأعداد المركبة العدد المركب هو أي عدد يمكن أن يكتب في شكل $a + bi$ حيث يكون a و b أعداد حقيقية وأ وحدة تخيلية. i ، إذا كان $b = 0$ ، فالعدد المركب هو العدد الحقيقي إذا كان $b \neq 0$ ، فالعدد المركب هو التخيلي. إذا كانت $a = 0$ ، يصبح العدد المركب عد تخيلي. بحث تعد كل من الأعداد التخيلية البحتة والحقيقية مجموعات جزئية لمجموعة الأعداد المركبة لذا، كل عدد حقيقي مركب، وكل عدد تخيلي بحت هو عدد مركب.

مثال من الحياة اليومية 6 ضرب الأعداد المركبة

الكهرباء في دائرة التيار المتردد، يكون الجهد V ، والتيار C ، والمقاومة I مرتبطين بالصيغة $V = C \cdot I$. أوجد الجهد في دائرة يكون فيها التيار $2 + 4j$ أمبير والمقاومة $9 - 3j$ أوم.

$$V = C \cdot I$$

$$\begin{aligned} &= (2 + 4j) \cdot (9 - 3j) \\ &= 2(9) + 2(-3j) + 4j(9) + 4j(-3j) \\ &= 18 - 6j + 36j - 12j^2 \\ &= 18 + 30j - 12(-1) \\ &= 30 + 30j \end{aligned}$$

صيغة الكهرباء

$$I = 9 - 3j \text{ و } C = 2 + 4j$$

طريقة قوئل

اضرب.

$$j^2 = -1$$

اجمع.

يكون الجهد $30 + 30j$ فولت.

تمرين هويته 6، -2، -16 فولت

6. أوجد الجهد في دائرة يكون فيها التيار $2 - 4j$ أمبير والمقاومة $3 - 2j$ أوم.

يطلق على عددين مركبين في الصيغة $a + bi$ و $a - bi$ اسم **عددين مركبان مترافقان**. واثنا ما يكون ناتج ضرب المترافقات المركبة عدداً حقيقياً، ويستخدم هذه الحقيقة لتبسيط ناتج قسمة عددين مركبين.

مثال 7 قسمة الأعداد المركبة

بسط.

$$\text{a. } \frac{2i}{3+6i}$$

$$\begin{aligned} \frac{2i}{3+6i} &= \frac{2i}{3+6i} \cdot \frac{3-6i}{3-6i} \\ &= \frac{6i - 12i^2}{9 - 36i^2} \\ &= \frac{6i - 12(-1)}{9 - 36(-1)} \\ &= \frac{6i + 12}{45} \\ &= \frac{4}{15} + \frac{2}{15}i \end{aligned}$$

$3 + 6i$ و $6i - 3$ مترافقان مركبان.

اضرب.

$$j^2 = -1$$

بسط.

الصيغة $a + bi$

$$\text{b. } \frac{4+i}{5i}$$

$$\begin{aligned} \frac{4+i}{5i} &= \frac{4+i}{5i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{4i + i^2}{5i^2} \\ &= \frac{4i - 1}{-5} \\ &= \frac{1}{5} - \frac{4}{5}i \end{aligned}$$

اضرب في $\frac{i}{i}$.

اضرب.

$$j^2 = -1$$

الصيغة $a + bi$

$$\text{7A. } \frac{-2i}{3+5i}$$

$$\text{7B. } \frac{2+i}{1-i}$$

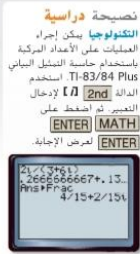
تمرين هويته



الربط بالحياة اليومية

يعتبر فرع مصابيح الأضواء المنزلية، مثلاً على دائرة التوالي، ويؤثر عدد المصابيح في الدائرة على قوة التيار مما يؤثر بالتالي على سطوع المصابيح.

المصدر: بحث Popular Science



مصدر: © 2006 Texas Instruments. جميع الحقوق محفوظة. TI-83/84 Plus

3 التمرين

تقويم مستمر

استخدام تمارين 17-1 للتأكد من الفهم.

استخدام الرسم البياني في أسفل هذه الصفحة لتخصيص فروض للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

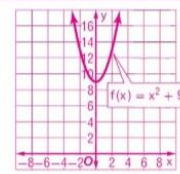
البنية يجب أن ينظر الطلاب الباهرون رياضيا عن كتب للتمييز بين النمط و البنية.

تمثيلات متعددة

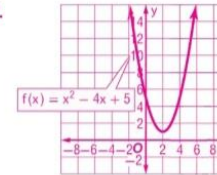
في التمرين 65، يستخدم الطلاب التمثيلات البيانية لتحليل المعادلات التربيعية التي لها جذور مركبة.

إجابات إضافية

65b.



65d.



65e. الإجابة النموذجية قد تشمل المعادلة التربيعية على حلول مركبة عند عدم تقاطعات على المحور الرأسي X بالرسم البياني المتعلق بالدالة

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 بخط.

1. $\sqrt{-81}$

3. $(4i)(-3i)$

5. i^{40}

7. $4x^2 + 32 = 0$

9. $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$

11. $(-1 + 5i) + (-2 - 3i)$

13. $(6 - 8i)(9 + 2i)$

15. $\frac{3-i}{4+2i}$

2. $\sqrt{-32}$

4. $3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18}$

6. i^{63}

8. $x^2 + 1 = 0$

10. $4b - 5 + (-a - 3)i = 7 - 8i$

12. $(7 + 4i) - (1 + 2i)$

14. $(3 + 2i)(-2 + 4i)$

16. $\frac{2+i}{5+6i}$

حل كل من المعادلات التالية.

أوجد قيمتي a و b التي تجعل كل معادلة صحيحة.

الأمثلة 5 و 7 بخط.

المثال 6

17. الكهرباء يبلغ التيار في جزء من دائرة متوالية $5 - 3i$ أمبير. ويبلغ التيار في جزء آخر من الدائرة $7 + 9i$ أمبير. اجمع هذه الأعداد المركبة لإيجاد إجمالي التيار في الدائرة. $6i + 12$ أمبير

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 البنية بخط.

18. $\sqrt{-121}$

20. $\sqrt{-100}$

22. $(-3i)(-7i)(2i)$

24. i^{11}

26. $(10 - 7i) + (6 + 9i)$

28. $(12 + 5i) - (9 - 2i)$

30. $(1 + 2i)(1 - 2i)$

32. $(4 - i)(6 - 6i)$

34. $\frac{5}{2 + 4i}$

36. $4x^2 + 4 = 0$

38. $2x^2 + 50 = 0$

40. $6x^2 + 108 = 0$

42. $9 + 12i = 3x + 4yi$

44. $2x + 7 + (3 - y)i = -4 + 6i$

46. $a + 3b + (3a - b)i = b + bi$

19. $\sqrt{-169}$

21. $\sqrt{-81}$

23. $4i(-6i)^2$

25. i^{25}

27. $(-3 + i) + (-4 - i)$

29. $(11 - 8i) - (2 - 8i)$

31. $(3 + 5i)(5 - 3i)$

33. $\frac{2i}{1 + i}$

35. $\frac{5 + i}{3i}$

37. $3x^2 + 48 = 0$

39. $2x^2 + 10 = 0$

41. $8x^2 + 128 = 0$

حل كل من المعادلات التالية.

أوجد قيم x و y التي تجعل كل معادلة صحيحة.

المثال 4

43. $x + 1 + 2yi = 3 - 6i$

45. $5 + y + (3x - 7)i = 9 - 3i$

47. $(2a - 4b)i + a + 5b = 15 + 58i$

46 | الدرس 1-5 | الأعداد المركبة

خيارات الواجب المنزلي المتهائز

المستوى	فروض	خيار ليومين
أساسي	18-60, 66, 68-91	19-59 فردي. 71-74
الأصل	61-91 فردي. 19-59	18-60, 71-74
متقدم	61-83	

46 | درس 1-5 | الأعداد المركبة

تعليم الممارسات الرياضية
تقد الطلاب الماهرون رياضيا قادرون
على مقارنة فعالية اثنين من الحجج
المعقولة و تمييز المنطق الصحيح من
المنطق الزائف، وإذا كان هناك عيب في
حجة—اشرحه

- الأمتة 5 و 7 بشرط.
48. $\sqrt{-10} \cdot \sqrt{-24}$ 49. $4i\left(\frac{1}{2}i\right)^2(-2i)^2$ 50. i^{41}
51. $(4 - 6i) + (4 + 6i)$ 52. $(8 - 5i) - (7 + i)$ 53. $(-6 - i)(3 - 3i)$
54. $\frac{(5 + i)^2}{3 - i}$ 55. $\frac{6 - i}{2 - 3i}$ 56. $(-4 + 6i)(2 - i)(3 + 7i)$
57. $(1 + i)(2 + 3i)(4 - 3i)$ 58. $\frac{4 - i\sqrt{2}}{4 + i\sqrt{2}}$ 59. $\frac{2 - i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}}$

60. **الكهرباء** تبلغ المقاومة في جزء من دائرة متواليه $8i + 7$ أوم، وتبلغ المقاومة في جزء آخر من الدائرة $4i - 13$ أوم. اجمع هذه الأعداد المركبة لإيجاد إجمالي المقاومة في الدائرة.

61. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

62. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

63. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

64. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

65. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

66. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

67. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

68. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

69. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

70. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

71. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

72. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

73. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

74. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

75. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

76. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

77. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

78. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

79. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

80. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

81. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

82. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

83. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

84. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

85. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

86. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

87. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

88. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

89. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

90. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

91. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

92. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

93. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

94. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

95. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

96. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

97. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

98. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

99. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

100. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

101. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

102. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

103. **الكهرباء** استخدم الصيغة $V = C \cdot I$ ، $V = 3 + 6i$ أمبير، وتبلغ المقاومة $5 - 2i$ أوم. كم يبلغ الجهد؟ $21 + 27i$ فولت

4 التقويم

التحقق من فهم الطلاب يجب على الطلاب كتابة عددين مركبين حصيلتهم 10 على قطع صغيرة من الورق وتسليمها لك عند خروجهم من الوحدة الدراسي. نموذج الإجابة، $1 + 3i$ و $1 - 3i$

إجابات إضافية

71b. $\angle AED \cong \angle CEB$ (زوايا رأسية)
 $\overline{DE} \cong \overline{BE}$ (طولهما) x
 $\angle ADE \cong \angle CBE$ (معطى)
 تطابق كل الزوايا المتتالية والضلع المحصور بينها أدى ذلك إلى تطابق المثلثات وفقاً لخاصية ASA
 71c. $\overline{EC} \cong \overline{EA}$ في CPCTC (تطابق الأجزاء المتطابقة من المثلثات المتطابقة) $EA = 7$ ، إذن $EC = 7$.
 78. إجابة نموذجية حوالي 6.1 ثانية. هذه الإجابة تبدو معقولة للمعادلة أجابتي الحل الأول. 0.01 ثانية، وهو الوقت اللازم للكرة لترتفع من 1.4 m إلى 1.7 m والوقت اللازم لها لتعود مرة أخرى إلى 1.7 m هو 6.1 ثانية

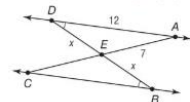
تدريب على الاختبار المعياري

73. SAT/ACT يتقاضى أحد المتاجر 49 AED للبطلون. يزيد هذا السعر بنسبة 40% عن البائع الذي يتكلمه المتجر لشراء البطلون. بعد التخفيضات، يسمح لأي موظف بشراء أي بطلونات متبقية بخصم 30% من تكلفة المتجر. كم ستبلغ تكلفة شراء البطلونات على الموظف بعد التخفيضات؟

- F AED 10.50 J AED 24.50
 G AED 12.50 K AED 35.00
 H AED 13.72

74. ما قيمتي x و y عندما يكون $(-1 - 3i) = (x + yi)(5 + 4i)$ ؟
 A $x = 6, y = 7$
 B $x = 4, y = i$
 C $x = 6, y = i$
 D $x = 4, y = 7$

71. إجابة موسعة: انظر الشكل للإجابة على ما يلي: b, c . انظر الهامش.



- أ. حدد مثلثين متطابقين من خلال ذكر الرؤوس بالترتيب الصحيح.
 ب. اشرح سبب تطابق المثلثين.
 ج. ما طول \overline{EC} ؟ اشرح إجابتك.
 $b = (3 + 6)^2 \cdot 72$
 A $2 \times 3 + 2 \times 6$ C $3^2 + 6^2$
 B 9^2 D $3^2 \times 6^2$

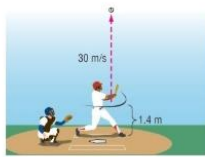
مراجعة شاملة

75. $2x^2 + 7x = 15$

76. $4x^2 - 12 = 22x$

77. $6x^2 = 5x + 4$

خُن كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل. (الدرس 1-2)



78. البسول: ضرب لاعب بسول الكرة لأعلى بسرعة ابتدائية بلغت 30 متراً في الثانية، وعلى ارتفاع 1.4 متر فوق سطح الأرض. يمثل ارتفاع الكرة بالسر والزمن t بالتوازي بالعلاقة $h(t) = -4.9t^2 + 30t + 1.4$. ما مقدار الوقت لدى اللاعب الساتس للوصول أسفل الكرة إذا التقطها على ارتفاع 1.7 متر فوق سطح الأرض؟ هل تبدو إجابتك منطقياً؟ اشرح. (الدرس 1-2) انظر الهامش.

79. الكهرباء: تساوي المقاومة في أحد أجزاء دائرة موصولة على التوالي $3 + 4i$ من وحدة الأوم، وتساوي المقاومة في جزء آخر من الدائرة $2 - 6i$ من وحدة الأوم. اجمع هذين العددين المركبين لإيجاد المقاومة الكلية في الدائرة. (الدرس 1-3) $5 - 2i$ أوم

بسط. (الدرس 1-3)

80. $(8 + 5i)^2 = 39 + 80i$

81. $4(3 - i) + 6(2 - 5i) = 24 - 34i$

82. $\frac{5 - 2i}{6 + 9i} = \frac{4}{39} - \frac{19}{39}i$

83. $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, 20x^2 - 31x + 12 = 0$

84. $-\frac{2}{5}, 6, 5x^2 - 28x - 12 = 0$

85. $-\frac{1}{4}, -\frac{6}{7}, 28x^2 + 31x + 6 = 0$

مراجعة المهارات

حدد ما إذا كان كل ثلاثي حدود تربيعي كامل أم لا. اكتب نعم أو لا.

86. $x^2 + 16x + 64$ نعم

87. $x^2 - 12x + 36$ نعم

88. $x^2 + 8x - 16$ لا

89. $x^2 - 14x - 49$ لا

90. $x^2 + x + 0.25$ نعم

91. $x^2 + 5x + 6.25$ نعم

48 | الدرس 1-5 | الأعداد المركبة

التدريس المتمايز

التوسع: أخبر الطلاب أنك تفكر في عددين مركبين حصيلة جميعهم $3 + i$ و فارق $5 + 7i$. اطلب منهم إيجاد محصلة العددين $8 + 19i$

48 | درس 1-5 | الأعداد المركبة

مختبر الجبر المستوى المركب

النوع 1-5

1 التركيز

الهدف تمثيل الأعداد المركبة بيانياً في مستوى مركب وتحديد القيم المطلقة للأعداد المركبة.

نصيحة التدريس

يجب أن يكون الطلاب على علم بقانون المسافة قبل البدء في هذا المختبر.

2 التدريس

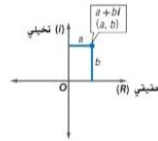
العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية بقدرات مختلفة. ثم اطلب من كل ثنائي العمل على حل الأمثلة.

أسأل:

- هل يمكن كتابة أي عدد حقيقي كعدد مركب؟ اشرح. نعم، نموذج للإجابة: يمكن كتابة أي عدد حقيقي كالتالي $a + 0i$.

- ما هي الصلة بين القيمة المطلقة للعدد المركب والقيمة المطلقة للعدد الحقيقي؟ نموذج للإجابة: يمثل كل من القيمة المطلقة للعدد المركب والقيمة المطلقة للعدد الحقيقي مسافة الأعداد من الصفر.



يمكن تمثيل العدد المركب $a + bi$ بيانياً في **المستوى المركب** من خلال شثله باستخدام النقطة (a, b) . وبصورة مشابهة للمستوى الإحداثي، يتكوّن المستوى المركب من محورين اثنين: شثّل المركبة الحقيقية على **المحور الحقيقي** وهو الأفقي وشثّل المركبة التخيلية على **المحور التخيلي** وهو الرأسي. ويمكن الإشارة إلى المستوى المركب أيضاً باسم **بمستوى أرجاند (ar GON)**.

مثال 1 التمثيل البياني في المستوى المركب

مثّل بيانياً $z = 3 + 4i$ في المستوى المركب.

الخطوة 1 مثّل z بالنقطة (a, b) .

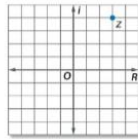
المركبة الحقيقية a لـ z هي العدد 3.

المركبة التخيلية bi لـ z هي $4i$.

يمكن شثّل z بالنقطة (a, b) أو $(3, 4)$.

الخطوة 2 مثّل بيانياً z في المستوى المركب.

أشّس المستوى المركب وعيّن النقطة $(3, 4)$.



نذكر أنه في الأعداد الحقيقية، شثّل القيمة المطلقة مسافة العدد عن الصفر على خط الأعداد. وبصورة مشابهة، فإن **القيمة المطلقة لعدد مركب** هي مسافته عن نقطة الأصل في المستوى المركب. وعند شثّل $a + bi$ بيانياً في المستوى المركب، فإن القيمة المطلقة لـ $a + bi$ هي المسافة من (a, b) إلى نقطة الأصل. ويمكن إيجادها من خلال قانون المسافة.

$$\sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

المفهوم الأساسي القيمة المطلقة للعدد المركب

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



مختبر الجبر المستوى المركب

تمرين: على الطلاب إكمال التمارين 1-9.

3 التقويم

التقويم المستمر

استخدم التمارين 4-6 لتقويم قدرة الطلاب على إيجاد القيمة المطلقة لعدد مركب.

من المادي إلى المعنوي: أسأل:

- ما هي القيمة المطلقة للتالي $z = a + bi$ عندما تكون $b = 0$ ؟
أشرح. $|a|$ ، نموذج للإجابة: عندما تكون $b = 0$ ، فإن القيمة المطلقة لـ z تكون $|z| = \sqrt{a^2 + 0^2}$ or $\sqrt{a^2}$ ، $\sqrt{a^2}$.
يمكن كتابتها كالتالي $|a|$.
- هل يمكن للنقطة (x, y) في مستوى مركب؟ الإحداثي أن تمثل بياناً في المستوى مستوي مركب؟ أشرح. لا، نموذج للإجابة: النقطة (x, y) لها مكونات وهي x و y . النقط التي يمكن مستوى مركب المستوى العقدي لها مكونات حقيقية و تخيلية.

مثال 2 القيمة المطلقة لعدد مركب

أوجد القيمة المطلقة لـ $z = -5 + 12i$.

الخطوة 1

حدد قيمتي a و b .
الركبة الحقيقية a لـ z هي -5 ، والركبة التخيلية b لـ z هي $12i$.
ومكداً $a = -5$ و $b = 12$.

الخطوة 2

أوجد القيمة المطلقة لـ z .

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{169} \text{ or } 13$$

القيمة المطلقة لعدد مركب

$$b = 12 \text{ و } a = -5$$

بسط.

القيمة المطلقة لـ $z = -5 + 12i$ هي 13.

يمكن جمع الأعداد المركبة وطرحها بياناً.

مثال 3 التبسيط بالتمثيل البياني

بسط $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$ بالتمثيل البياني.

الخطوة 1

اكتب $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$ بالصورة $(2i) + (2 + 5i - 1)$.

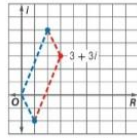
الخطوة 2

مثل $2i - 1$ و $2i + 5$ بياناً على المستوى المركب نفسه. صل كل نقطة بنقطة الأصل باستخدام قطعة مستقيمة متقطعة.

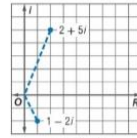
الخطوة 3

أكمل متوازي الأضلاع الذي يضم القطعتين المستقيمتين بمثابة اثنين من أضلاع. مِّن نقطة يلتقي فيها الضلعان الإضافيان.

حل $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$ هو $3 + 3i$.



الخطوة 3



الخطوة 2

التمارين

مثل كل عدد في المستوى المركب. 1-3. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

1. $z = 3 + i$

2. $z = -4 - 2i$

3. $z = 2 - 2i$

أوجد القيمة المطلقة لكل عدد مركب.

4. $z = -4 - 3i$

5. $z = 7 - 2i$

6. $z = -6 - i$

بسط بالتمثيل البياني. 7-9. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

7. $(6 + 5i) + (-2 - 3i)$

8. $(8 - 2i) - (4 + 7i)$

9. $(5 + 6i) + (-4 + 3i)$



مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات التربيعية

1-5B

يتمكّن استخدام الحاسبة البيانية المزودة بتقنية CAS لحل المعادلات التربيعية.

1 التركيز

الهدف استخدم آلة حاسبة تحتوي نظام حاسوب جبري لحل المعادلات التربيعية.

المواد اللازمة لكل مجموعة
حاسبة التمثيلات البيانية بتقنية CAS

نصيحة التدريس

حاسبة التمثيلات البيانية تفتح علي نفس الشاشة التي تم غلقها عليها. على الطلاب الضغط علي زر الصفحة الرئيسية للبدء في المختبر.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية
اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من فترتين أو ثلاث أفراد، وبقدرات متنوعة وذلك لإكمال النشاط و التمارين 1-3.

■ **X** المشار إليها في **المفاتيح** خطوات تشير إلى زر **X**. تأكد أن الطلاب لم يخطئوا الزر بإشارة الضرب و التي لا حاجة إليها في هذه الامثلة.

■ يتم عرض الحلول في شكل دقيق. للتحويل إلى الشكل العشري، تحت **قائمة**. اختر **عدد**، ثم اختر **تحويل** الي شكل عشري

تدريب على الطلاب إكمال التمارين 4-9.

3 التقويم

تقويم مستمر

قم باستخدام التمرين 1 لتقويم اذا كان الطلاب باستطاعتهم استخدام إختيارات القائمة ثم حل المعادلة التربيعية.

من العملي إلى النظري

حاسبة التمثيلات البيانية ذات تقنية ال CAS يمكن أن تستخدم لحل التمارين 7-9 دون كتابة المعادلة أولاً بالشكل القياسي $(0 = ax^2 + bx + c)$.

توسيع المفهوم

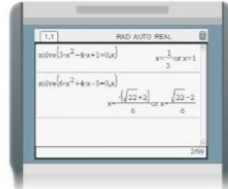
اسأل:

- هل إشارات الأعداد في معادلة تربيعية في النموذج القياسي تقدم أي أدلة حول ما إذا كانت حلولها مركبة؟ إجابة نموذجية إذا كان معامل x^2 و الحد الثابت لهما نفس الإشارة، فقد تكون الحلول مركبة.

النشاط إيجاد الجذور

حل كل من المعادلات التالية.

a. $3x^2 - 4x + 1 = 0$



الخطوة 1 أضف صفحة Calculator (حاسبة) جديدة.

الخطوة 2 اختر الأداة Solve (الحل) من القائمة Algebra.

الخطوة 3 اكتب $3x^2 - 4x + 1 = 0$ متبوعة بفاصلة X. ثم اضغط Enter (إدخال).
الحلّان هما $x = \frac{1}{3}$ أو $x = 1$.

b. $6x^2 + 4x - 3 = 0$

الخطوة 1 اختر أداة Solve (الحل) من القائمة Algebra (الجبر).

الخطوة 2 اكتب $6x^2 + 4x - 3 = 0$ متبوعة بفاصلة X. ثم أدخل.
الحلّان هما $x = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{6}$.

c. $x^2 - 6x + 10 = 0$.

الخطوة 1 اختر أداة Solve (الحل) من القائمة Algebra (الجبر).

الخطوة 2 اكتب $x^2 - 6x + 10 = 0$ متبوعة بفاصلة X. ثم اضغط enter (إدخال).
ترجع الآلة الحاسبة القيمة false (خطأ)، ويعني ذلك أنه لا توجد حلول حقيقية.

الخطوة 3 في القائمة، اختر Algebra (الجبر)، ثم Complex (مركب).
ثم Solve (الحل). أعد إدخال المعادلة.
الحلّان هما $x = 3 \pm i$.

تدريب

حل كل من المعادلات التالية.

1. $x^2 - 2x - 24 = 0$

2. $-x^2 + 4x - 1 = 0$

3. $0 = -3x^2 - 6x + 9$

4. $x^2 - 2x + 5 = 0$

5. $0 = 4x^2 - 8$

6. $0 = 2x^2 - 4x + 1$

7. $x^2 + 3x + 8 = 5$

8. $25 + 4x^2 = -20x$

9. $x^2 - x = -6$

اختبار الوحدة الثاني

الدروس من 1-4 إلى 1-5

التقييم المستمر

استخدم اختبار الوحدة الثاني لتقييم مدى تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

فيما يتعلق بالوسائل الخاطئة، على الطلاب مراجعة الدروس المحددة بين الأقواس.

التقييم الإلكتروني: عدّل اختبار الوحدة الثاني بما يتسق مع قدرات الطلاب وأعدّ نسخاً متعددة والحق معها معانيخ الإجابة.

محتويات تخطيط الدراسة

مطويات دينا زايفك®

قبل إكمال الطلاب لاختبار الوحدة الثاني، حثهم على الرجوع لمراجعة المعلومات الواردة في درس 2-1 للمطويات 2-2.

إجابة إضافية

- $x^2 - 9x + 14 = 0$
- $x^2 - 3x = 0$
- $x^2 - 3x - 40 = 0$
- $x^2 + 15x + 56 = 0$
- $x^2 + 9x + 18 = 0$
- $x^2 + x - 12 = 0$
- $2x^2 - 3x + 1 = 0$
- 24, 26
- الطول = 9 ft. العرض = 7 ft

a. اكتب معادلة تربيعية تمثل مساحة هذه المنطقة.
 $x^2 + 8x + 15 = 35$

b. أوجد بعدي المنطقة التي صنعها جلال. 7 m في 5 m

16. **المثلثات** أوجد أبعاد مثلث إذا علمت أن قياس قاعدته يساوي $\frac{2}{3}$ من قياس ارتفاعه وتساوي مساحته 12 سنتيمترا مربعا. (الدرس 1-4)
القاعدة 4 cm
الارتفاع 6 cm

17. **الغناء** بركب علي بلاطة إسبانية في فناء الخلفي. وكان بني أن يكون للبلاطة الأصلية البعدان 8 أمتار في 6 أمتار. ولكنه ارتأى أن يجعل البلاطة أكبر بإضافة X قدماً إلى كل ضلع. تساوي مساحة البلاطة الجديدة 120 متراً مربعا. (الدرس 1-4)



a. اكتب معادلة تربيعية تمثل مساحة البلاطة الجديدة.
 $x^2 + 14x + 48 = 120$

b. أوجد أبعاد البلاطة. 12 متراً في 10 أمتار

بسط. (الدرس 1-5) $19. 11 + 9f$

$$18. \sqrt{-81}$$

$$20. (15 - 3i) - (4 - 12i)$$

$$22. (5 - 3i)(5 + 3i)$$

$$19. \sqrt{-25x^4y^5}$$

$$21. i^{37}$$

$$23. \frac{3-i}{2+5i}$$

24. تساوي المقامات في أحد أجزاء دائرة موصول على التوالي $3 + 4i$ من وحدة الأوم وتساوي المقامات في جزء آخر من الدارة $6 - 7i$ من وحدة الأوم. اجمع هذين العددين المركبين لإيجاد المقاومة الكلية في الدارة. (الدرس 1-5) $9 - 3i$ أوم

بسط. (الدرس 1-5)

$$25. (3 - 4i) - (9 - 5i) - 6 + i$$

$$26. \frac{4i}{4-i} - \frac{4}{12} + \frac{16}{17}$$

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية بحيث يكون لها الجذر (الجذور) التالي. (الدرس 1-4)

$$1. 7, 2$$

$$2. 0, 3$$

$$3. -5, 8$$

$$4. -7, -8$$

$$5. -6, -3$$

$$6. 3, -4$$

$$7. 1, \frac{1}{2}$$

8. **نظرية الأعداد** أوجد عددين صحيحين موجبين متتاليين ناتج ضربهما 624. (الدرس 1-4)

9. **الهندسة** يزيد طول مستطيل ببعدار مترين عن عرضه. أوجد أبعاد المستطيل إذا علمت أن مساحته تساوي 63 متراً مربعا. (الدرس 1-4)

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل. (الدرس 1-3)

$$10. x^2 - x - 12 = 0$$

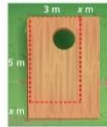
$$11. 3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$12. x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$13. 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

14. اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية لها الجذران -6 و $\frac{1}{4}$. (الدرس 1-4)

15. **الألعاب** أنشأ عبيد منصة لعبة رمي أكياس الفاصوليا. وكان بعدا النتشة الأصلية في البخططات 3 أمتار في 5 أمتار. ولكنه جعل منشته أكبر بإضافة X متر إلى كل ضلع. مساحة النتشة الجديدة تساوي 35 متراً مربعا. (الدرس 1-4)



1 التركيز

تقويم رأسي

قبل البدء في درس 1-6 حلّ المعادلات عن طريق إكمال المربع.

درس 1-6 حلّ المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام. استخدم المميز لتحديد عدد ونوع الجذور في المعادلة التربيعية.

بعد الانتهاء من درس 1-6 حلّ المتباينات التربيعية باستخدام التمثيل البياني والطرق الجبرية.

2 التدريس

الأسئلة المتدرجة

على الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الخاص بالدرس.

أسأل:

عند ارتفاع قيمة t في هذه المعادلة، ماذا يحدث لقيمة h ؟ ترفع القيمة ثم تنخفض.

ما هو شكل التمثيل البياني لهذه المعادلة؟ قطع مكافئ.

في أي اتجاه يفتح القطع المكافئ؟ نحو الأسفل.

القانون العام والمميز

1-6

لماذا؟

الحالي

السابق

● حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام. استخدام المميز لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية ونوعها.

● مسابقة منجنيق البعيطين فعالية يتي فيها المشترك منجنيقا ويطلق بعيطية على هدف.

● يمكن شغل مسار البعيطية بالمعادلة التربيعية $-4.9t^2 + 117t + 42$ وفيها h ارتفاع البعيطية و t عدد الثواني لكي تنبأ متى ستضرب البعيطية الهدف. يمكنك حل المعادلة $-4.9t^2 + 117t + 42 = 0$ كان سيتغير حل هذه المعادلة باستخدام التحليل إلى العوامل أو التمثيل البياني أو إكمال المربع.

القانون العام لقد أوجدت حلول بعض المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني وبالتحليل إلى العوامل وباستخدام خاصية الجذر التربيعي. وهناك أيضا صيغة يمكن استخدامها في حل أي معادلة تربيعية. ويمكن اشتقاق هذه الصيغة من خلال حل الصيغة القياسية للمعادلة التربيعية.

المفردات الجديدة
القانون العام
Quadratic Formula
discriminant
المميز

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في
الاستنتاجات المتكررة
والتعلم من ذلك.

الحالة العامة

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

الحالة الخاصة

$$2x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$x^2 + 4x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + 4x = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$(x + 2)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$(x + 2)^2 = \frac{7}{2}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{14}}{2}$$

تعرف المعادلة $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ على أنها القانون العام.

المفهوم الأساسي القانون العام

الشرح
تُعطي حلول المعادلات التربيعية ذات الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$.
من خلال القانون التالي.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

مثال

نصيحة دراسية

القانون العام رغم أن التحليل إلى العوامل قد يكون طريقة أسهل لحل بعض المعادلات، إلا أنه يمكن استخدام القانون العام لحل أي معادلة تربيعية.

1 القانون العام

مثال 1 يوضح كيفية حل

معادلة تربيعية باستخدام القانون العام.

مثال 2 يوضح كيفية حل معادلة تربيعية

عند تبسيط مجذور القانون العام إلى

صفر. مثال 3 يوضح كيفية التعبير عن

الجذور الصماء (غير النسبية) في معادلة

تربيعية باستخدام صيغة جذرية. مثال 4

يوضح كيفية حل

معادلة تربيعية لحلول مركبة

عند تبسيط المجذور في القانون العام

لقيمة سالبة.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال

لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد الحل $x^2 - 8x = 33$
باستخدام القانون العام.
{-3, 11}

التركيز على محتوى الرياضيات

القانون العام أي معادلة تربيعية مكتوبة

بهذه الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$

حيث $a \neq 0$. يمكن حلها

باستخدام القانون العام. عوض بـ a ,

b , و c في القانون العام لإيجاد قيمة

(قيم) x . القانون العام هي

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ حيث } a \neq 0$$

مثال 1 جذران نسيان

حل $x^2 - 10x = 11$ باستخدام القانون العام.

أولاً، اكتب المعادلة بالصيغة $ax^2 + bx + c = 0$ وحدد a و b و c .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$1x^2 - 10x - 11 = 0$$

بعد ذلك عوض بهذه القيم في القانون العام.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(-11)}}{2(1)}$$

عوض a بـ 1 و b بـ -10 و c بـ -11.

$$= \frac{10 \pm \sqrt{100 + 44}}{2}$$

اضرب.

$$= \frac{10 \pm \sqrt{144}}{2}$$

بسط.

$$= \frac{10 \pm 12}{2}$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$x = \frac{10 + 12}{2} \text{ or } x = \frac{10 - 12}{2}$$

اكتب في صورة معادلتين.

$$= 11$$

$$= -1$$

الحل $x = 11$ و $x = -1$.

التحقق عوض بكلتا القيمتين في المعادلة الأصلية.

$$x^2 - 10x = 11$$

$$x^2 - 10x = 11$$

$$(-1)^2 - 10(-1) \stackrel{?}{=} 11$$

$$(11)^2 - 10(11) \stackrel{?}{=} 11$$

$$1 + 10 \stackrel{?}{=} 11$$

$$121 - 110 \stackrel{?}{=} 11$$

$$11 = 11 \checkmark$$

$$11 = 11 \checkmark$$

تمرين موجّه

حل كل معادلة باستخدام القانون العام.

$$1A. x^2 + 6x = 16$$

$$1B. 2x^2 + 25x + 33 = 0$$

التعليم الهتايي

إذًا عوض الطلاب بالقيم في القانون العام بشكل خاطئ.

إذًا شجع الطلاب على كتابة قيمة كل من a , b , و c من خلال الشكل القياسي للمعادلة التربيعية قبل البدء في التعويض في الصيغة.



الربط بتاريخ الرياضيات
براهماغوبتا (598-668)
قدم عالم الرياضيات الهندي
براهماغوبتا الخليفة الخامسة
الأولى لحل المعادلة التربيعية
 $ax^2 + bx = c$ والتي نعرف
الآن بالقانون العام.

مثال 2 الجذر النسبي الوحيد

حلّ $x^2 + 8x + 16 = 0$ باستخدام القانون العام.

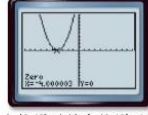
حدد a و b و c . ثم عوض بهذه القيم في القانون العام.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(1)(16)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$= \frac{-8}{2} \text{ or } -4$$



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

$$2A. x^2 - 16x + 64 = 0$$

القانون العام

عوض عن a بـ 1 عن b بـ 8 عن c بـ 16.

بسط.

$$\sqrt{0} = 0$$

الحل يساوي -4.

التحقّق يوضح التمثيل البياني للدالة ذات الصلة أنه لا يوجد حلّ عند $x = -4$.

تمرين هـ

حلّ كل معادلة باستخدام القانون العام.

$$2B. x^2 + 34x + 289 = 0$$

يمكنك التعبير عن الجذور غير النسبية بالضبط من خلال كتابتها بالصيغة الجذرية.

مثال 3 الجذور غير النسبية

حلّ $2x^2 + 6x - 7 = 0$ باستخدام القانون العام.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(2)(-7)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{92}}{4}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{23}}{4} \text{ أو } \frac{-3 \pm \sqrt{23}}{2}$$



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

$$3A. 3x^2 + 5x + 1 = 0$$

القانون العام

عوض عن a بـ 2 وعن b بـ 6 وعن c بـ -7.

بسط.

$$\sqrt{92} = \sqrt{4 \cdot 23} \text{ أو } 2\sqrt{23}$$

الحلّان التقريبيان هما -3.9 و 0.9.

التحقّق تحقق من هاتين النتيجتين باستخدام التمثيل البياني للدالة التربيعية ذات الصلة $y = 2x^2 + 6x - 7$. باستخدام الدالة الصغرى ZERO في حاسبة التمثيل البياني، يكون صفراً الدالة ذات الصلة هما -3.9 و 0.9.

تمرين هـ

حلّ كل معادلة باستخدام القانون العام.

$$3B. x^2 - 8x + 9 = 0$$

انتبه!

مفاهيم خاطئة شائعة: قد يخلّق بعض الطلاب أن المعادلات بالأمتة 1 و 2 يمكن حلها عن طريق التحليل. قبل البدء في مثال 3، أكد على الطلاب أنه لا يمكن حل الكثير من المعادلات التربيعية باستخدام التحليل بسهولة. اذكر أن المعادلة التربيعية الموضحة في مثال 3 هي مثال لذلك. وأكد أن القانون العام تقدم طريقة لإيجاد الجذور لأي معادلة تربيعية.

أمثلة إضافية

2 أوجد الحل $x^2 - 34x + 289 = 0$ باستخدام القانون العام.

3 أوجد الحل $x^2 - 6x + 2 = 0$ باستخدام القانون العام.

$\{3 \pm \sqrt{7}\}$ ، أو تقريباً 0.4 و 5.6

عند استخدام القانون العام، إذا كانت قيمة الجذور سالبة، فسيكون الحل مركباً. ونبدو الحلول المركبة دائماً في صورة أزواج مترافقة.

نصيحة دراسية
نكتب حلولك بالصيغة $a + bi$ والتي تسمى أحياناً الصيغة القياسية للعدد المركب.

مثال إضافي

4. أوجد الحل $x^2 + 13 = 6x$ باستخدام القانون العام.
 $\{3 \pm 2i\}$

انتبه!

تجنب الأخطاء: ذكر الطلاب أن الأزواج المترافقة هي العددان المركبان للصيغة $a + bi$ و $a - bi$.

2 الجذور والمميز

مثال 5 يوضح كيفية إيجاد قيمة a لمعادلة تربيعية واستخدامه لوصف عدد الجذور في المعادلة ونوعها.

التركيز على المحتوى الرياضي

الجذور يمكن استخدام قيمة المميز لتحديد عدد ونوع الجذور في المعادلة التربيعية. تأمل معادلة تربيعية لها معاملات نسبية، إن كان المميز مربعاً كاملاً غير صفري، يوجد جذرين نسبيين. إن كان يساوي صفراً، يوجد جذر نسبي واحد. إن كان موجباً ولكنه ليس مربعاً كاملاً، يوجد جذرين غير نسبيين. إن كان عدداً سالباً يوجد جذرين مركبين.

مثال 4 الجذور المركبة

حل $x^2 - 6x = -10$ باستخدام القانون العام.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$= 3 \pm i$$

القانون العام

عوض عن a بـ 1 وعن b بـ -6 وعن c بـ 10.

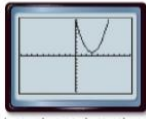
بسط.

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} \text{ or } 2i$$

بسط.

الحلّان هما العددان المركبان $3 + i$ و $3 - i$.

التحقق يوضح التمثيل البياني للدالة المرشطة أن الحلين مركبان. ولكنه لا يساعدك في إيجادهما. وللتحقق من الحلين المركبين، عوض بهما في المعادلة الأصلية.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

$$x^2 - 6x = -10$$

$$(3 + i)^2 - 6(3 + i) \stackrel{?}{=} -10$$

$$9 + 6i + i^2 - 18 - 6i \stackrel{?}{=} -10$$

$$-9 + i^2 \stackrel{?}{=} -10$$

$$-9 - 1 = -10 \quad \checkmark$$

القانون العام

$$x = 3 + i$$

مرجع المجموع: خاصية التوزيع

بسط.

$$i^2 = -1$$

المعادلة الأصلية

$$x = 3 - i$$

مرجع المجموع: خاصية التوزيع

بسط.

$$i^2 = -1$$

تمرين موجّه

حلّ كل معادلة باستخدام القانون العام.

4A. $3x^2 + 5x + 4 = 0$

4B. $x^2 - 4x = -13$

2 الجذور والمميز انشبه في الأمثلة السابقة إلى العلاقات القائمة بين قيمة التعبير الواقع تحت الجذر وبين جذور المعادلة التربيعية. ويطبق على التعبير $b^2 - 4ac$ اسم **المميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

يمكن استخدام المميز لتحديد عدد جذور المعادلة التربيعية ونوعها. وليكن الجدول في الصفحة التالية الأنواع الممكنة للجذور. ويمكن استخدام المميز أيضاً للتحقق من عدد الحلول ونوعها بعد حلّ المعادلة. عندما تكون قيمة المميز في القانون العام صفراً، فيكون للمعادلة التربيعية بالضبط جذرٌ نسبيٌ وحيد.

مراجعة المفردات
المميز هو القيمة الواقعة تحت رمز الجذر

مثال إضافي

- 5 أوجد قيمة المميز لكل معادلة تربيعية، ثم صف عدد جذور المعادلة ونوعها.
- a. $x^2 + 3x + 5 = 0$
-11; جذران مركبان
- b. $x^2 - 11x + 10 = 0$
81; جذران حقيقيين

التدريس باستخدام التكنولوجيا

نظام تجاوب الطلاب: اعط الطلاب معادلة تربيعية، واطلب منهم أن يستخدموا المميز لتحديد عدد الجذور الحقيقية للمعادلة. اطلب منهم الإجابة في حالة A لجذرين مركبين، B لجذر واحد حقيقي، و C لجذرين حقيقيين.

المفهوم الأساسي المميز

تأمل الدالة $0 = ax^2 + bx + c$ ، حيث a و b و c أعداد نسبية و $a \neq 0$.

قيمة المميز	نوع الجذور وعددها	مثال عن تمثيل بياني لدالة مرتبطة
$b^2 - 4ac > 0$ $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيا	
$b^2 - 4ac > 0$ $b^2 - 4ac$ ليس مربعا كامداً.	جذران حقيقيان غير نسبيا	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي نسبي واحد مكرر	
$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان	

نصيحة دراسية
الجذور تذكر أن حلول أي معادلة تسمى بالجذور أو الأضراس. وهي القيم التي يقطع عندها التمثيل البياني المحور الأفقي x.

مثال 5 وصف الجذور

أوجد قيمة المميز لكل معادلة تربيعية، ثم صف عدد الجذور ونوعها.

- a. $7x^2 - 11x + 5 = 0$
 $a = 7, b = -11, c = 5$
 $b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4(7)(5)$
 $= 121 - 140$
 $= -19$
المميز سالب، هناك جذران مركبان.
- b. $x^2 + 22x + 121 = 0$
 $a = 1, b = 22, c = 121$
 $b^2 - 4ac = (22)^2 - 4(1)(121)$
 $= 484 - 484$
 $= 0$
المميز يساوي الصفر، إذا هناك جذر نسبي واحد مكرر.

تمرين موجه

- 5A. $-5x^2 + 8x - 1 = 0$
- 5B. $-7x + 15x^2 - 4 = 0$

57

التعليم المتميز

$$x^3 - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ or } (x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$x = 2 \text{ or } x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

$$x = -1 \pm i\sqrt{3}$$

يوجد حلين $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$.

التوسع: اكتب $x^3 - 8 = 0$ على السبورة. وضح أن هذه المعادلة معادلة تكعيبية. على الطلاب استخدام ما تعلموه من هذا الدرس لحل هذه المعادلة لـ X.

وضح أن المعادلة التربيعية (الدرجة الثانية) لها حلان على الأكثر، بينما المعادلة التكعيبية (الدرجة الثالثة) لها 3 حلول على الأكثر.

التبرين وحل المسائل

الأمثلة 1-4

حل كل معادلة باستخدام القانون العام.

$$14. x^2 + 45x = -200$$

$$15. 4x^2 - 6 = -12x$$

$$16. 3x^2 - 4x - 8 = -6$$

$$17. 4x^2 - 9 = -7x - 4$$

$$18. 5x^2 - 9 = 11x$$

$$19. 12x^2 + 9x - 2 = -17$$

20. **القطس** يقفز المتنافسون في مسابقة للقطس من منصة ارتفاعها 10 أمتار إلى الأعلى وباتجاه الخارج قبل أن يغطسوا في بركة السباحة أسفلهم. ويمكن تقدير ارتفاع القاطس h بالأمتار فوق السطح بعد t ثانية وفقاً للمعادلة $h = -4.9t^2 + 3t + 10$.

- حدّد الجال والبدى اللذين يها تكون هذه الدالة منطوقة.
- متى يصطدم القاطس بالماء؟

مثال 5

أكمل الأجزاء من a إلى c في كل معادلة تربيعية.

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد الجذور ونوعها.

c. أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام. 21-32. انظر الهامش.

$$21. 2x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$22. 4x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$23. 6x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$24. 6x^2 - x - 5 = 0$$

$$25. 3x^2 - 3x + 8 = 0$$

$$26. 2x^2 + 4x + 7 = 0$$

$$27. -5x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$28. x^2 - 6x = -9$$

$$29. -3x^2 - 7x + 2 = 6$$

$$30. -8x^2 + 5 = -4x$$

$$31. x^2 + 2x - 4 = -9$$

$$32. -6x^2 + 5 = -4x + 8$$



33. **ألعاب الفيديو** عندما كان طارق في المنزل، أحضر له صديقه خالد شريطاً للعبة الإلكترونية. وقف طارق عند نافذة غرفة النوم ووقف خالد تحت النافذة مباشرة. فإذا رمى خالد شريط اللعبة إلى طارق بسرعة ابتدائية تساوي 35 متراً في الثانية، تعطى معادلة ارتفاع الشريط h بالتقدم بعد t ثانية بالصيغة $h = -16t^2 + 35t + 5$.

a. إذا كان ارتفاع النافذة 25 متراً فوق الأرض، فهل ستكون لدى طارق 0 أو 1 أو 2 من فرص التقاط شريط اللعبة؟

b. إذا لم يتمكن طارق من التقاط شريط اللعبة، فمتى سيصلدهم بالأرض؟

37a. 160

37b. 2

37c. $\frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

38a. -3.48

38b. تخيلي

38c. $\frac{-1.3 \pm i\sqrt{0.87}}{0.8}$

34. **الاستنتاج المنطقي** يستم مهيدسون مدّتون مطلقاً من طريق سيخفص دون مستوى سطح البحر. ويمكن تمثيل منحني الطريق بالمعادلة $y = 0.00005x^2 - 0.06x$.

حيث x المسافة الأفقية بالأمتار بين النقطتين اللتين يكون عندهما الطريق عند مستوى سطح البحر و y تمثل الارتفاع. يريد المهيدسون وضع لافتات للتوقف في المواقع التي يتساوى فيها ارتفاع الطريق مع مستوى سطح البحر. فما المسافة الأفقية التي سيضعونها عندما لافتات التوقف؟ 0 متراً و 1200 قدم

35a. 64

35b. 2

35c. 0, $-\frac{8}{5}$

36a. 36

36b. 2

36c. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$

أكمل الأجزاء من a إلى c في كل معادلة تربيعية.

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد الجذور ونوعها.

c. أوجد الحلول الدقيقة باستخدام القانون العام.

$$35. 5x^2 + 8x = 0$$

$$36. 8x^2 = -2x + 1$$

$$37. 4x - 3 = -12x^2$$

$$38. 0.8x^2 + 2.6x = -3.2$$

$$39. 0.6x^2 + 1.4x = 4.8$$

$$40. -4x^2 + 12 = -6x - 8$$

59

خيارات الفروض المنزلية المتهايزة

المستوى	الفروض	خيار اليومين
أساسي 3م	14-32, 43, 45, 46, 48-60	14-32 زوجي, 43, 45, 46, 53-60, 48, 46
جوهري 4م	35-39, 34, 46, 45, 41-43, 48-60	14-32, 49-52
متقدم 4م	33-60	

تدريس الممارسات الرياضية

الفهم المنطقي يبدأ الطلاب المتبرين بالرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن المداخل الممكنة التي تؤدي لحلها. يقومون بتحليل المعطيات، والعوائق والعلاقات والأهداف. كما يتأكدون من إجاباتهم للمسائل باستخدام طريقة مختلفة للحل. وداشاً ما يسألون أنفسهم "هل هذه النتيجة منطقية؟"

إجابات إضافية

21a. 33

21b. 2 غير نسبية

$$21c. \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

22a. 4

22b. 2 نسبية

$$22c. \frac{1}{2}, 1$$

23a. 49

23b. 2 نسبية

$$23c. \frac{1}{6}, -1$$

24a. 121

24b. 2 نسبية

$$24c. 1, \frac{5}{6}$$

25a. -87

25b. 2 مركب

$$25c. \frac{3 \pm i\sqrt{87}}{6}$$

26a. -40

26b. 2 مركب

$$26c. \frac{-2 \pm i\sqrt{10}}{2}$$

27a. 36

27b. 2 نسبية

$$27c. 1, -\frac{1}{5}$$

28a. 0

28b. 1 نسبية

28c. 3

29a. 1

29b. 2 نسبية

$$29c. -1, -\frac{4}{3}$$

30a. 176

30b. 2 غير نسبية

$$30c. \frac{1 \pm \sqrt{11}}{4}$$

4 التقويم

أخبار الأمس أسأل الطلاب أن يكتبوا كيف ساعدتهم درس سابق عن تبسيط تعابير الجذرية في فهم درس اليوم.

51. إجابة قصيرة في الشكل أدناه، P هي مركز الدائرة التي نصف قطرها 15 سنتيمترا، فما مساحة المثلث $\triangle APB$ ؟ 112.5 cm^2



52. 75% من 88 تساوي 60% من أي عدد؟
A 100 B 101 C 108 D 110

تدريب على الاختبار المعياري

49. جذدت شركة أن ربحها الشهري P يستنتج من العلاقة $P = -8x^2 + 165x - 100$ ، وفيها x سعر بيع كل وحدة من وحدات المنتج. فأي مما يلي هو التقدير الأفضل للسعر الأقصى للوحدة والذي يمكن أن يبيع به الشركة دون أن تخسر المال؟ B

A AED 10 B AED 20 C AED 30 D AED 40
SAT/ACT 50 ما مجموعة الأعداد من بين ما يلي والتي يكون فيها الوسط أكبر من الوسيط؟

F {4, 5, 6, 7, 8} J {3, 5, 6, 7, 8}
G {4, 6, 6, 6, 8} K {2, 6, 6, 6, 6}
H {4, 5, 6, 7, 9}

مراجعة شاملة

بنظ. (الدرس 1-5)

53. i^{26}

54. $\sqrt{-16}$

55. $4\sqrt{-9} \cdot 2\sqrt{-25}$

56. السلامة على الطرق السريعة يستطيع المهندسون استخدام الصيغة $d = 0.05v^2 + 1.1v$ لتقدير مسافة التوقف الصغرى d بالأتار لسيارة تسير بسرعة v كيلومترًا في الساعة. فإذا كان بإمكان سيارة التوقف بعد 20 مترًا، فما أعلى سرعة قد تكون تسير عندها عندما ضغط السائق على المكابح أول مرة؟ (الدرس 1-6) **تقريبًا 11.8 kmph**

57. الجسور تقارب الكابلات الداعمة لجسر البوابة الذهبية شكل قطع مكافئ. ويمكن شتيل القطع المكافئ بالدالة التربيعية $y = 0.00012x^2 + 6$ حيث يمثل x المسافة من محور التماثل وشتل y ارتفاع الكابلات. المعادلة التربيعية المرتبطة

هي $0.00012x^2 + 6 = 0$ (الدرس 1-6)

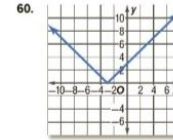
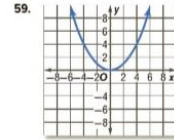
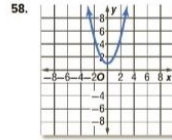
أ. احسب قيمة المميز. **-0.00288**

ب. بم يخبرك المميز عن الكابلات الداعمة لجسر البوابة الذهبية؟

الإجابة النموذجية: يعني ذلك أن الكابلات لا تكبس أرضية الجسر، وذلك لأن التمثيل البياني لا يقطع المحور الأفقي x ولأن الجذور تخيلية.

مراجعة المهارات

اكتب معادلة لكل تمثيل بياني. 58. $y = x^2 + 1$ 59. $y = 0.25x^2$



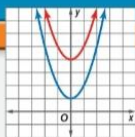
المتابعة

بعدما استكشف الطلاب طرق حل المعادلات التربيعية.

أسأل:

- كيف تحدد الطريقة التي تستخدمها لحل معادلة تربيعية؟ نموذج للإجابة: إن كانت المعادلة تحتوي على حدود جبرية معروفة أنها سهلة التحليل، يمكن حلها باستخدام التحليل إلى العوامل. إن كانت المعادلة تحتوي على حدود جبرية أكثر تعقيدًا يمكن حلها باستخدام القانون العام، أو إكمال المربع، أو التمثيل البياني. كما يمكن أن تستخدم طريقة معينة للحل، وطريقة ثانية للتأكد من إجابتك.

تحويلات الدوال التربيعية



لماذا؟

المعاني

المصاحف

- 1. تطبيق الإزاحات على الدوال التربيعية.
- 2. تطبيق تغيير الأبعاد على الدوال التربيعية.
- 3. كتابة دالة تربيعية بالصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.
- 4. تحويل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية ذات الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.

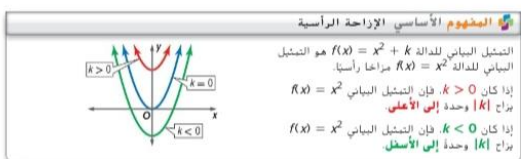
الإزاحات: نعتبر **الإزاحة** مواقع الأشكال. فإحدى أنواع التحويل، ويدعى **الإزاحة**، يحرك الشكل إلى الأعلى أو الأسفل أو اليسار أو اليمين. عند إضافة ثابت k أو طرحه من دالة أصلية، يكون التمثيل البياني للدالة الناتجة $k \pm f(x)$ هو التمثيل البياني للدالة الأصلية مزاحاً إلى الأعلى أو الأسفل.

الدالة الأصلية في مجموعة الدوال التربيعية هي $f(x) = x^2$ ، ولجميع الدوال التربيعية الأخرى تمثيلات بيانية هي تحويلات للتمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$.

المفردات الجديدة

التحويل transformation
الإزاحة translation
تغيير الأبعاد/التمدد dilation
الانعكاس reflection
صيغة الرأس vertex form

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.



المفهوم الأساسي للإزاحة الرأسية

التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2 + k$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاحاً رأسياً.

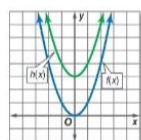
إذا كان $k > 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2 + k$ يزاح **إلى الأعلى**.

إذا كان $k < 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2 + k$ يزاح **إلى الأسفل**.

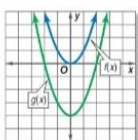
مثال 1 وصف الإزاحة وتمثيلها بيانياً

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $f(x) = x^2 + 3$
 $k = 3$ و $3 > 0$
 $f(x) = x^2 + 3$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى الأعلى لمسافة 3 وحدات.



b. $g(x) = x^2 - 4$
 $k = -4$ و $-4 < 0$
 $g(x) = x^2 - 4$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى الأسفل لمسافة 4 وحدات.



تمرين موجّه

إزاحة إلى الأعلى لمسافة 5

- 1A. $f(x) = x^2 - 7$ 1B. $g(x) = 5 + x^2$ 1C. $h(x) = -5 + x^2$ 1D. $f(x) = x^2 + 1$
- إزاحة إلى الأعلى لمسافة 1 إزاحة إلى الأسفل لمسافة 5 إزاحة إلى الأسفل لمسافة 7

1 التركيز

محاذاة رأسية

قبل الدرس 1-7 تحويل التمثيلات البيانية للدالات.

الدرس 1-7 اكتب الدالة التربيعية في صيغة $y = a(x-h)^2 + k$ حول التمثيلات البيانية للدالات التربيعية في الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.

بعد الدرس 1-7 حل المتباينات التربيعية باستخدام التمثيلات البيانية و الطرق الجبرية.

2 التدريس

أسئلة تدريجية

على الطلاب قراءة لماذا؟ هذا الجزء من الدرس.

أسأل:

- للدالة $y = x^2$ ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0؟
- ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0 إذا كانت الدالة $y = (x-2)^2$ ؟
- قارن التمثيل البياني $y = x^2$ مع $y = (x-2)^2$ ما هو الفرق الذي يفعله طرح 2 داخل الأقواس؟ التمثيل البياني $y = x^2$ يتحرك وحدتين إلى اليمين.

1 اكتب المعادلات التربيعية في صيغة هندسية

مثال 1 يوضح كيفية كتابة المعادلات التربيعية في صيغة هندسية. **مثال 2** يوضح كيف أن معامل الصيغة التربيعية للدالة يغير عرض التمثيل البياني في شكل الإختبار متعدد الخيارات.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجية بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

- 1** اكتب كل معادلة في صيغة هندسية.
- $y = x^2 - 2x + 4$
 $y = (x - 1)^2 + 3$
 - $y = -3x^2 - 18x + 10$
 $y = -3(x + 3)^2 + 37$

انتبه!

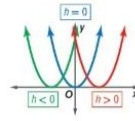
تجنب الأخطاء مع زيادة |a|
، يضيق التمثيل البياني. لأن المضاعف الأكبر للقيمة $(x - h)^2$ سيجعل قيم y المقابلة أكبر. القيم الأكبر لـ y ستجعل الرسم البياني أكثر انحداراً (وبالتالي أضيق).

التدريس بالتقنية

السبورة البيضاء التفاعلية اعرض الجدول التنظيمي على السبورة. ارمس تمثيلاً بيانياً لدالة تربيعية، اعطي الطلاب معادلة التمثيل البياني ووضو للطلاب كيفية كتابة معادلة التمثيل البياني في صيغة هندسية. اسحب التمثيل البياني لتحريك الرأس إلى مناطق أخرى في الجدول و على الطلاب أن يحددوا المعادلات للرسم البيانية الجديدة اشرح إلى أي مدى تكون الدالات متشابهة أو مختلفة.

يمكن إزاحة التمثيل البياني التربيعي أفقياً بطرح حد واحد لـ h من x .

المفهوم الأساسي: الإزاحة الأفقية



التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x - h)^2$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاخاً بالاتجاه الأفقي. إذا كان $h > 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يُزاح لمسافة h وحدة **يميناً**. إذا كان $h < 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يُزاح لمسافة $|h|$ وحدة **يساراً**.

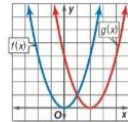
مثال 2: الإزاحة الأفقية

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = (x - 2)^2$

$k = 0, h = 2, 2 > 0$

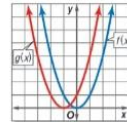
$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليمين لمسافة وحدتين.



b. $g(x) = (x + 1)^2$

$k = 0, h = -1, -1 < 0$

$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليسار لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

مزاخة إلى اليسار لمسافة 2 2B. $g(x) = (x + 2)^2$ **مزاخة إلى اليسار لمسافة 2** 2A. $g(x) = (x - 3)^2$

ويمكن إزاحة التمثيل البياني التربيعي بالاتجاهين الأفقي والعمودي.

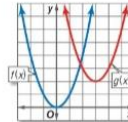
مثال 3: الإزاحة الأفقية والعمودية

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = (x - 3)^2 + 2$

$k = 2, h = 3, 3 > 0$

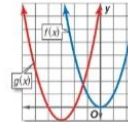
$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليمين لمسافة 3 وحدات وإلى الأعلى لمسافة وحدتين.



b. $g(x) = (x + 3)^2 - 1$

$k = -1, h = -3, -3 < 0$

$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليسار لمسافة 3 وحدات وإلى الأسفل لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

3A. $g(x) = (x + 2)^2 + 3$

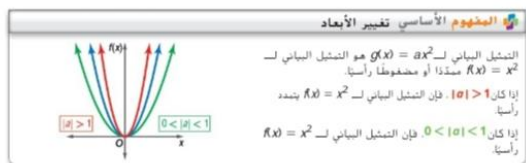
3B. $g(x) = (x - 4)^2 - 4$

63

التركيز على المحتوى الرياضي

الدالة التربيعية في صيغة هندسية القيم a, h, k ، في الشكل الهندسي للدالة التربيعية $y = a(x - h)^2 + k$ ، تؤثر على التمثيل البياني للقطع المكافئ. قيمة الرأس هي في (h, k) . قيمة a تحدد الاتجاه الذي يفتح القطع المكافئ و عرض القطع المكافئ. قيمة h تحدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ أفقياً. قيمة k تحدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ عمودياً. يجب أولاً إعادة كتابة الدالة في شكل هندسي قبل a, h ، و k يمكن تحديدها وتحليلها.

2 تغيير الأبعاد والإزاحة شدة نوع آخر من التحويلات. ويدعى تغيير الأبعاد **وتغيير الأبعاد** يجعل $f(x) = x^2$ ثابت a ، فإن التمثيل البياني للدالة الناتجة $f(x) = ax^2$ إما أن يتدد أو ينضغط رأسياً.



مثال 4: وصف تغيير الأبعاد وتمثيلها بيانياً

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $h(x) = \frac{1}{2}x^2$
 $a = \frac{1}{2} < 1$ ، $0 < \frac{1}{2} < 1$
 هي تغيير لأبعاد التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ المضغوط رأسياً.

b. $g(x) = 3x^2 + 2$
 $a = 3 > 1$ ، $k = 2 > 0$
 هي تغيير لأبعاد التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ الممتد رأسياً والمزاح إلى الأعلى لمسافة وحدتين.

تمرين موجّه

4A. $f(x) = 2x^2$ 4B. $h(x) = 5x^2 - 2$ 4C. $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2$

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي عند شدة التمثيل البياني لدالة تربيعية رأسياً، يصبح شكل التمثيل البياني الجديد أضيق من التمثيل البياني للدالة الأصلية. وعند ضغطه رأسياً، يصبح التمثيل البياني الجديد أعرض من التمثيل البياني للدالة الأصلية.

يطلب **الانعكاس** الشكل بالنسبة إلى مستقيم.

المفهوم الأساسي الانعكاس

التمثيل البياني لـ $-f(x)$ هو انعكاس التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ بالنسبة للمحور الأفقي x .

التمثيل البياني لـ $f(-x)$ هو انعكاس التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ بالنسبة للمحور الرأسي y .

نصيحة دراسية

الانعكاس يؤدي انعكاس الدالة $f(x) = x^2$ بالنسبة للمحور الرأسي إلى إعطاء الدالة $f(-x) = x^2$. وذلك لأن $f(-x) = (-x)^2 = x^2$.

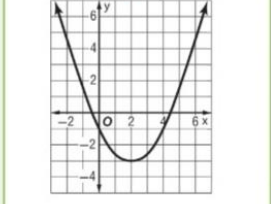
التعليم المهتمين

المعلمين بأنفسهم على الطلاب أن يراقبوا أو يبحثوا عن الأحداث الطبيعية التي يمكن أن تصاغ في القطع المكافئ. على الطلاب تقديم تقريراً بملاحظاتهم و نتائجهم للصف. إذا كان الطلاب قادرين على تحديد الدالة التربيعية التي تصيغ الحدث، يجب أن يقدموا الدالة ويشرحوا كيف أن خصائص المعادلة يمكن استخدامها في تحليل التمثيل البياني لها.

مثال إضافي

2 تدريب الاختبار الموحد

ما هي معادلة الدالة الموضحة في الرسم البياني؟ **B**



- a. $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$
 B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$
 c. $y = -2(x-2)^2 + 3$
 d. $y = 2(x-2)^2 - 3$

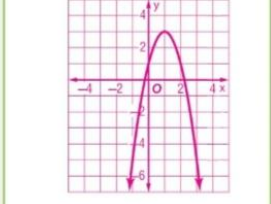
2 تحويل التمثيلات البيانية التربيعية

مثال 3 يوضح كيفية أن التمثيل البياني للمعادلة بعد إعادة كتابتها في صيغة هندسية.

مثال إضافي

3 التمثيل البياني

$y = -2x^2 + 4x + 1$



3 تدريب

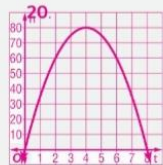
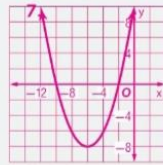
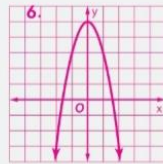
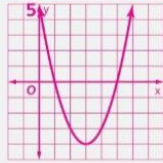
تقويم مستمر

استخدم التمارين 1-7 لفحص الفهم.
استخدم الجدول في أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

دراسة التدريبات الرياضية

النمذجة يمكن للطلاب المتفهمين للرياضيات تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المشكلات الموجودة في الحياة اليومية. تحليل العلاقات رياضيًا لاستخلاص النتائج و تفسير نتائجها الرياضية في سياق الوضع.

إجابات إضافية



مثال 5 وصف التحولات وتمثيلها بيانيًا

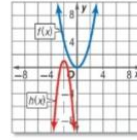
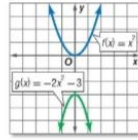
صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = -2x^2 - 3$

$a = -2$ و $-2 < 0$ ، إذاً هناك انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والتمثيل البياني مقلد رأسياً.
 $k = -3$ و $-3 < 0$ ، إذاً هناك إزاحة إلى الأسفل لمسافة 3 وحدات.

b. $h(x) = -4(x+2)^2 + 1$

$a = -4$ و $-4 < 0$ ، إذاً هناك انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والتمثيل البياني مقلد رأسياً.
 $h = -2$ و $-2 < 0$ ، إذاً هناك إزاحة لمسافة وحدتين إلى اليسار.
 $k = 1$ و $1 > 0$ ، إذاً هناك إزاحة إلى الأعلى لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

5A. $h(x) = 2(-x)^2 - 9$

5B. $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3$

5C. $j(x) = -2(x-1)^2 - 2$

يمكنك استخدام ما تعرفه عن خواص التمثيلات البيانية للمعادلات التربيعية لمطابقة المعادلات مع التمثيلات البيانية.

مثال 6 على الاختيار المتعدد: تحديد معادلة تمثيل بياني

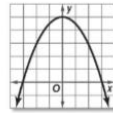
أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

A $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$

C $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

B $y = -2x^2 - 5$

D $y = 2x^2 + 5$



قراءة فقرة الاختيار

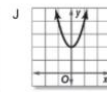
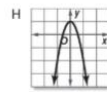
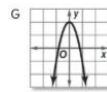
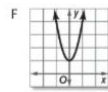
لديك تمثيل بياني، عليك إيجاد معادلته.

حل فقرة الاختيار

التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل، ولذلك فقد عكس التمثيل البياني لـ $y = x^2$ بالنسبة للمحور الأفقي x . ويتعين أن يكون معامل القوة الأعلى سالباً، ولذلك علينا حذف الخيارين D و A. القطع المكافئ مزاوح إلى الأعلى لمسافة 5 وحدات، ولذلك فإن $k = 5$. انظر إلى المعادلات. في الخيارين C و D فقط يكون $k = 5$ الإجابة هي C.

تمرين موجّه

6 أي مما يلي هو التمثيل البياني لـ $H: y = -3x^2 + 1$ ؟



65

خيارات الواجب المنزلي المميزة

مستوى	التكليف	خيار اليوميين	
أساسي	8-34, 48, 51-67	53-56, 9-33 فردي	57-67, 51, 48, 52, 57-67 زوجي
جوهري	34, 9-33 فردي, 51-67, 48, 47, 35-45 فردي	8-34, 53-56	35-48, 51, 52, 57-67
متقدم	35-67		

انتبه!
التحويلات يمكن أن يؤدي التمثيل البياني للدالة $f(x) = -2x^2$ إلى تحويل التمثيل البياني الخاص بـ $f(x) = x^2$ وهذا انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x إذا كان $a < 0$ إضافة إلى انعطاف أو مقلد رأساً على الحية المحطة لـ a .

5A. إزاحة إلى الأسفل

لمسافة 9 وحدات

وتعدد رأسي

5B. إزاحة إلى الأعلى

لمسافة 3 وحدات

وانضغاط رأسي

5C. انعكاس بالنسبة

للمحور الأفقي x .

وإزاحة لمسافة

وحدتين إلى الأسفل

ووحدة واحدة إلى

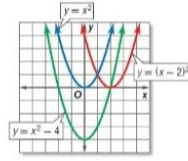
اليمين وتعدد رأسي

دراسة التدريبات الرياضية

البراهين الطلاب الماهرون رياضياً يفهمون ويستخدمون الافتراضات المذكورة و التعريفات و النتائج المُعَدَّة مسبقاً في وضع البراهين. حيث يقومون بوضع التخمينات و بناء تطور منطقي للعبارات لشرح حقيقة التخمينات الخاصة بهم. و أنهم قادرون على تحليل المواقف عن طريق تحويلهم لحالات. ويمكن التعرف على واستخدام التقيد بالأدلة.

نذكر أن مجموعة التثيلات البيانية هي جملة من التثيلات البيانية التي تعرض خاصية واحدة أو عدة خواص متشابهة، والتثيل البياني الأصلي هو التثيل البياني الأبسط في العلاقة. أيًا كانت عائلة الدوال التربيعية. فإن $y = x^2$ هو التثيل البياني الأصلي.

يمكن رسم التثيلات البيانية الأخرى لمجموعة الدوال التربيعية، مثل $y = (x - 2)^2$ و $y = x^2 - 4$ من خلال تحويل التثيل البياني لـ $y = x^2$.



3 كتابة الدوال التربيعية بصيغة الرأس

تكتب كل دالة أعلاه بصيغة الرأس. حيث $y = a(x - h)^2 + k$ رأس القطع المكافئ و h و k هما إحداثيات رأس القطع المكافئ و $x = h$ محور التماثل و a تحدد شكل القطع المكافئ واتجاه انفتاحه.

حين تكون الدالة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + bx + c$ فيمكنك إكمال المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس. فإذا لم يكن معامل الحرة التربيعي يساوي 1. إذا فعلت تحليل عامل الحدين التربيعي والخطي قبل إكمال المربع. وبعد إكمال المربع وكتابة الدالة بصيغة الرأس، فإن قيمة k تشير إلى قيمة صغرى إذا كان $a < 0$ أو تشير إلى قيمة عظمى إذا كان $a > 0$.

مثال 7 اكتب الدوال بصيغة الرأس

اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

- a. $y = x^2 + 6x - 5$
 $y = x^2 + 6x - 5$ الدالة الأصلية
 $y = (x^2 + 6x + 9) - 5 - 9$ أكمل المربع.
 $y = (x + 3)^2 - 14$ بسط.
- b. $y = -2x^2 + 8x - 3$
 $y = -2x^2 + 8x - 3$ الدالة الأصلية
 $y = -2(x^2 - 4x) - 3$ جع $8x$ و $-2x^2$ وحلّل إلى العوامل.
 $y = -2(x^2 - 4x + 4) - 3 - (-2)(4)$ ثم انقسم على 2.
 $y = -2(x - 2)^2 + 5$ أكمل المربع.
 $y = -2(x - 2)^2 + 5$ بسط.

تمرين موجه

- 1A. $y = x^2 + 4x + 6$ $y = (x + 2)^2 + 2$ 1B. $y = 2x^2 - 12x + 17$ $y = 2(x - 3)^2 - 1$

4 التقويم

الكرة الكريستال أسأل الطلاب أن يكتبوا كيف سيساعدكم درس اليوم على تحليل الدالات التربيعية و تمثيلها بيانياً في درس الغد في تمثيل وحل المتباينات التربيعية بيانياً.

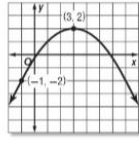
إجابات إضافية

64a. $h(d) = -2d^2 + 4d + 6$; التمثيل البياني مفتوح للأسفل و هو أضيق من التمثيل البياني الأساسي والرأس عند $(1, 8)$.

64b. $h(d) = -2(d - 12.5)^2 + 125$; يُحرك التمثيل البياني أعلى 4.5 ft وإلى اليمين 3 in .

بمعرفة الرأس ونقطة إضافية على التمثيل البياني للقطع المكافئ، يمكنك كتابة معادلة القطع المكافئ بصيغة الرأس.

مثال 8 على الاختبار البعدي كتابة معادلة إذا كان التمثيل البياني معلوماً



ما معادلة الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

- A $y = -4(x - 3)^2 + 2$
B $y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 2$
C $y = \frac{1}{4}(x + 3)^2 - 2$
D $y = 4(x + 3)^2 - 2$

قراءة فترة الاختبار

لديك تمثيل بياني لقطع مكافئ غن رأسه ونقطة في تمثيله البياني. عليك إيجاد معادلة له.

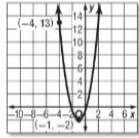
حل فترة الاختبار

يقع رأس القطع المكافئ عند النقطة $(3, 2)$. إذا $h = 3$ و $k = 2$ ، وبما أن $(-1, -2)$ نقطة على التمثيل البياني، فلنفترض أن $x = -1$ و $y = -2$. عوض بهاتين القيمتين في صيغة الرأس للمعادلة وحل لإيجاد a .

$$\begin{aligned} y &= a(x - h)^2 + k && \text{صيغة الرأس} \\ -2 &= a(-1 - 3)^2 + 2 && \text{عوض بالعدد } -2 \text{ عن } y \text{ وبالعدد } 3 \text{ عن } h \text{ وبالعدد } 2 \text{ عن } k. \\ -2 &= a(16) + 2 && \text{بسط.} \\ -4 &= 16a && \text{اطرح 2 من كل طرف.} \\ -\frac{1}{4} &= a && \text{اقسم كل طرف على 16.} \end{aligned}$$

معادلة المقاطع المكافئ بصيغة الرأس هي $y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 2$. الإجابة هي B.

تمرين موجّه



2. أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟
F $y = \frac{9}{25}(x - 1)^2 + 2$
G $y = \frac{3}{5}(x + 1)^2 - 2$
H $y = \frac{5}{3}(x + 1)^2 - 2$
J $y = \frac{25}{9}(x - 1)^2 + 2$

4 تحويلات التمثيلات البيانية التربيعية

لقد تعلمت سابقاً كيف تؤثر التحويلات المختلفة على التمثيلات البيانية للدوال الرئيسية. ولتخص ما يلي هذه التحويلات للدوال التربيعية.

تعليمات مختلفة

استكمال في هذا الدرس من الدالات التربيعية فقط معادلات القطوع المكافئة التي تفتح لأعلى أو لأسفل يمكن تحليلها و تمثيلها بيانياً. أسأل الطلاب أن يشرحوا سبب عدم وجود القطوع المكافئة المفتوحة لليمين أو لليسار في هذا الدرس. كمثال، يمكنك رسم تمثيل بياني للقطع المكافئ على السبورة مع قمة الرأس عند $(-2, 0)$ ، و محور التناظر من حول $y = 0$ ، وحول $(2, 0)$. إجابة نموذجية: هذا الدرس عن الدالات التربيعية. القطوع المكافئة التي تفتح لليمين أو لليسار لا تمثل الدالات لأن عنصرين من المدى مغتربين مع عنصر واحد من المجال. ماعداً في الرأس.

ملخص المفهوم: تحويلات الدوال التربيعية

$f(x) = a(x - h)^2 + k$

<p>الإزاحة الرأسية, k</p> <p>k وحدات لأعلى إذا كانت k موجبة وحدات لأسفل إذا كانت k سالبة</p>	<p>الإزاحة الأفقية, h</p> <p>h وحدة إلى اليمين إذا كانت h موجبة وحددة إلى اليسار إذا كانت h سالبة</p>
<p>تغير الأبعاد, a</p> <p>إذا كانت $a > 1$, فإن التمثيل البياني يتمدد رأسيًا. إذا كانت $0 < a < 1$, فإن التمثيل البياني ينضغط رأسيًا.</p>	<p>انعكاس, a</p> <p>إذا كانت $a > 0$, فإن التمثيل البياني ينتج إلى الأعلى. إذا كانت $a < 0$, فإن التمثيل البياني ينتج إلى الأسفل.</p>

نصيحة دراسية
القيمة المطلقة
 $0 < |a| < 1$ يعني أن a
عدد نسبي بين 0 و 1. مثل $\frac{3}{4}$
أو عدد نسبي بين -1 و 0. مثل -0.3.

مثال إضافي

7 المدفع أثناء احتفالات الرابع من يوليو، أطلقت المدافع النيران. يمكن تشكيل رحلة قذيفة المدفع بواسطة

$$d(t) = -4(x - 5)^2 + 100$$

حيث تمثل t الزمن المستغرق بالثواني وتمثل $d(t)$ المسافة المقطوعة بالأمتار.

a. ارسم الدالة بيانيًا.

$(0, 10)$ scl: 1 by $(0, 100)$ scl: 10

b. كيف يرتبط الرسم البياني لـ $d(t)$ بالرسم البياني لـ $f(x) = x^2$ ؟ **تم عكس الرسم** البياني على المحور الأفقي x . وضغطه رأسيًا. وإزاحته رأسيًا 100 وحدة إلى الأعلى. وأفقيًا 5 وحدات إلى اليمين.

مثال 9 تمثيل المعادلات بصيغة الرأس

مثال بيانيًا $y = 4x^2 - 16x - 40$

الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بصيغة الرأس.

المعادلة الأصلية

$$y = 4x^2 - 16x - 40$$

خاصية التوزيع

$$y = 4(x^2 - 4x) - 40$$

أكمل المربع.

$$y = 4(x - 4 + 4) - 40 - 4(4)$$

بسط.

$$y = 4(x - 2)^2 - 56$$

الخطوة 2 يقع الرأس عند $(2, -56)$. محور التناظر هو $x = 2$. ونظرًا لأن $a = 4$ ، فإن التمثيل البياني أضيق من التمثيل البياني لـ $y = x^2$.

الخطوة 3 عتّن نقاطًا إضافية لمساعدتك في إتمام التمثيل البياني.

تمرين موجّه

3A. $y = (x - 3)^2 - 2$

3B. $y = 0.25(x + 1)^2$

نصائح للمعلمين الجدد

عرض القطع المكافئ غالبًا ما يخطئ الطلاب بشأن القيمة الأكبر لـ $|a|$ لتشمل قطع مكافئ بعرض أوسع. اقترح على الطلاب التفكير في قيمة a في $y = ax^2 + k$ بالطريقة نفسها التي يفكرون بها في قيمة المنحدر m في $y = mx + b$. تعني القيمة الأكبر لـ m خطًا شديد الانحدار. تعني القيم الأكبر لـ $|a|$ أن جوانب القطع المكافئ شديدة الانحدار.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات المنزلية لطلابك.

تنبيه حول التمارين

ورق الرسم البياني بالنسبة للتمرين 24. سيحتاج الطلاب إلى ورق رسم بياني.

تدريس التمارين الرياضية

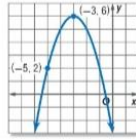
الانتظام يُمكن للطلاب المتقنين في الرياضيات البحث عن الطرق العامة والمختصرة. في التمارين 25-28. وضح للطلاب أن الاختلافات الموجودة في الدوال هي معاملات الحدود x^2 .

إجابات إضافية

1. تمت الإزاحة 11 وحدة إلى الأسفل.
2. تمت الإزاحة وحدات 2 إلى اليمين، والضغط رأسياً.
3. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
4. تمت الإزاحة 8 وحدات إلى الأعلى.
5. تمت الإزاحة 6 وحدة إلى الأعلى.
6. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
7. تمت الإزاحة 2 وحدات إلى الأسفل.
8. تم تحويل 10 وحدة إلى الأسفل.
9. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
10. تمت الإزاحة 3 وحدات إلى اليمين، و 8 وحدات إلى الأعلى والتدوير رأسياً.
11. تم الضغط رأسياً. تمت الإزاحة 6 وحدات إلى الأعلى.
12. تم العكس عبر المحور الأفقي x . وتم التدوير رأسياً. وتمت الإزاحة 5 وحدات إلى الأسفل.
13. تم التدوير رأسياً. تم تحويل 3 وحدات إلى الأعلى.
14. تم الضغط رأسياً. وتمت الإزاحة 1.1 وحدة إلى الأسفل.
15. تمت الإزاحة وحدة واحدة إلى اليسار.
16. و 2.6 وحدات إلى الأعلى وتم التدوير رأسياً.
17. تم الضغط رأسياً. وتمت الإزاحة $\frac{5}{6}$ وحدات إلى الأعلى.
18. تم التدوير رأسياً. تمت الإزاحة 6.5 وحدات إلى الأسفل.

التحقق من فهمك

- 7 مثال اكتب كل دالة بصيغة الرأس.
1. $y = x^2 + 6x + 2$ 2. $y = -2(x-2)^2 + 3$ 3. $y = 4x^2 + 24x + 24$ 4. $y = 4(x+3)^2 - 12$
- 8 مثال الاختيار من متعدد ما الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟
- A $y = -(x+3)^2 + 6$
B $y = -(x-3)^2 - 6$
C $y = -2(x+3)^2 + 6$
D $y = -2(x-3)^2 - 6$
- 9 مثال متى كل دالة بيانية. 5-7. انظر الهامش.
5. $y = (x-3)^2 - 4$ 6. $y = -2x^2 + 5$ 7. $y = \frac{1}{2}(x+6)^2 - 8$
8. $y = (x + \frac{9}{2})^2 - \frac{49}{4}$ 9. $y = (x-3)^2 - 6$ 10. $y = -2(x - \frac{5}{4})^2 + \frac{25}{8}$ 11. $y = (x+1)^2 + 6$



التمرين وحل المسائل

- 7 مثال اكتب كل دالة بصيغة الرأس.
8. $y = x^2 + 9x + 8$ 9. $y = x^2 - 6x + 3$ 10. $y = -2x^2 + 5x$
11. $y = x^2 + 2x + 7$ 12. $y = -3x^2 + 12x - 10$ 13. $y = x^2 + 8x + 16$ 14. $y = (x+4)^2$
15. $y = 3(x + \frac{5}{3})^2 - \frac{25}{3}$ 16. $y = x^2 - 4x + 9$ 17. $y = (x-2)^2 + 5$
18. $y = 2x^2 - 4x - 3$ 19. $y = x^2 - 12x + 36$ 20. $y = -x^2 - 4x - 1$
21. $y = -4x^2 - 24x - 15$ 22. $y = (x-6)^2$ 23. $y = -(x+2)^2 + 3$
24. $y = -4(x+3)^2 + 21$ 25. $y = -4x^2 - 24x - 15$ 26. $y = -4(x+3)^2 + 21$
27. $y = x^2 - 12x + 36$ 28. $y = x^2 - 6x + 3$ 29. $y = x^2 - 6x + 3$
30. $y = x^2 - 6x + 3$ 31. $y = x^2 - 6x + 3$ 32. $y = x^2 - 6x + 3$
33. $y = x^2 - 6x + 3$ 34. $y = x^2 - 6x + 3$
35. $y = x^2 - 6x + 3$ 36. $y = x^2 - 6x + 3$ 37. $y = x^2 - 6x + 3$
38. $y = x^2 - 6x + 3$ 39. $y = x^2 - 6x + 3$ 40. $y = x^2 - 6x + 3$
41. $y = x^2 - 6x + 3$ 42. $y = x^2 - 6x + 3$ 43. $y = x^2 - 6x + 3$
44. $y = x^2 - 6x + 3$ 45. $y = x^2 - 6x + 3$ 46. $y = x^2 - 6x + 3$
47. $y = x^2 - 6x + 3$ 48. $y = x^2 - 6x + 3$ 49. $y = x^2 - 6x + 3$
50. $y = x^2 - 6x + 3$ 51. $y = x^2 - 6x + 3$ 52. $y = x^2 - 6x + 3$
53. $y = x^2 - 6x + 3$ 54. $y = x^2 - 6x + 3$ 55. $y = x^2 - 6x + 3$
56. $y = x^2 - 6x + 3$ 57. $y = x^2 - 6x + 3$ 58. $y = x^2 - 6x + 3$
59. $y = x^2 - 6x + 3$ 60. $y = x^2 - 6x + 3$ 61. $y = x^2 - 6x + 3$
62. $y = x^2 - 6x + 3$ 63. $y = x^2 - 6x + 3$ 64. $y = x^2 - 6x + 3$
65. $y = x^2 - 6x + 3$ 66. $y = x^2 - 6x + 3$ 67. $y = x^2 - 6x + 3$
68. $y = x^2 - 6x + 3$ 69. $y = x^2 - 6x + 3$ 70. $y = x^2 - 6x + 3$
71. $y = x^2 - 6x + 3$ 72. $y = x^2 - 6x + 3$ 73. $y = x^2 - 6x + 3$
74. $y = x^2 - 6x + 3$ 75. $y = x^2 - 6x + 3$ 76. $y = x^2 - 6x + 3$
77. $y = x^2 - 6x + 3$ 78. $y = x^2 - 6x + 3$ 79. $y = x^2 - 6x + 3$
80. $y = x^2 - 6x + 3$ 81. $y = x^2 - 6x + 3$ 82. $y = x^2 - 6x + 3$
83. $y = x^2 - 6x + 3$ 84. $y = x^2 - 6x + 3$ 85. $y = x^2 - 6x + 3$
86. $y = x^2 - 6x + 3$ 87. $y = x^2 - 6x + 3$ 88. $y = x^2 - 6x + 3$
89. $y = x^2 - 6x + 3$ 90. $y = x^2 - 6x + 3$ 91. $y = x^2 - 6x + 3$
92. $y = x^2 - 6x + 3$ 93. $y = x^2 - 6x + 3$ 94. $y = x^2 - 6x + 3$
95. $y = x^2 - 6x + 3$ 96. $y = x^2 - 6x + 3$ 97. $y = x^2 - 6x + 3$
98. $y = x^2 - 6x + 3$ 99. $y = x^2 - 6x + 3$ 100. $y = x^2 - 6x + 3$

34. **تمثيل النماذج** شركة تصنع ألواح شراعية لركوب الأمواج تستخدم عملية مؤتمنة لصناعة الصواري الخاصة بالألواح. والدالة $f(x) = \frac{1}{2500}x^2 + \frac{3}{5}x$ مبرمجة في الحاسب لصنع هذا النوع من الصواري.

a. اكتب الدالة التربيعية بصيغة الرأس. ثم مثل الدالة بيانياً.

b. صف كيف يمكن للمصنع تعديل الدالة لصنع صواري ينحني أكثر أو أقل. **يكتهم تعديل معامل x^2 .**

الواجب المنزلي المتغير خيارات

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين
أساسي	8-23, 36, 38-60	أعداد فردية. 9-23, 38-40, 45-60
رئيسي	30, 34, 35, 37-60	أعداد زوجية. 8-22, 36, 38-40, 45-60
متقدم	25-57	25-36, 38-40, 45-60

4 التقويم

نشر الفائدة اكتب خمس دوال تربيعية مختلفة للشكل $f(x) = ax^2 + k$ أعط كل طالب واحدة. اطلب من الطلاب إبلاغك بطريقة ارتباط الرسم البياني لكل دالة بالرسم البياني لـ $y = x^2$ حينما يكونون يخرجون من الباب.

إجابات إضافية

36a. أحياناً لا يحدث ذلك إلا إذا كان $k = 0$ فقط. وفيها يتعلق بأي قيمة أخرى. سيتم إزاحة الرسم البياني إلى الأعلى أو إلى الأسفل.
36b. دالتا، لا تؤثر الانعكاسات على العرض. يمكن توسيع كل من الرسمين البيانيين عن طريق عامل a .
36c. مخططاً، إذا كان الرسم البياني المزود بقمة رأس عند $(0, -3)$ يفتح إلى أعلى. فسوف يحتوي على قيمة صفري أقل. وإذا كان يفتح إلى الأسفل، فسيتحتوي على قيمة عظمى. يحتوي الرسم البياني الأول على قيمة صفري.

38. الإجابة النموذجية: ليست جميع الانعكاسات على المحور الرأسي تنتج الرسم البياني نفسه. إذا كانت قمة الرأس للرسم البياني الرئيسي ليست موجودة على المحور الرأسي y ، فلن يحتوي الرسم البياني على المحور الرأسي y لأن كل من محور التناظر الخاص به وانعكاسه عبر المحور الرأسي y سيكونان قطعاً مكافئاً مختلفاً.

40. الإجابة النموذجية: بالنسبة لـ $y = ax^2$ ، يتم تمديد الرسم البياني الرئيسي رأسياً إذا كان $a > 1$ أو يتم ضغطه رأسياً إذا كان $0 < a < 1$. سيتم ضرب قيم y الواردة في الجدول كافة في عامل a . بالنسبة لـ $y = x^2 + k$ ، سيتم إزاحة الرسم البياني الرئيسي إلى الأعلى إذا كان k موجباً. كما يتم تحريكه إلى الأسفل إذا كان k سالباً. ستحتوي قيم y -الواردة في الجدول كافة على ثابت k المضاف إليها أو المطروح منها. بالنسبة لـ $y = ax^2 + k$ ، سيتم إما تمديد الرسم البياني رأسياً أو ضغطه رأسياً حسب قيمة a ثم سيتم إزاحتها إلى الأعلى أو إلى الأسفل حسب قيمة k . سيتم ضرب قيم y الواردة في الجدول في عامل a وثابت k المضاف إليها.

تدريب على الاختبار المعياري

53. تحتاج شجيرات مزهرة إلى مزيج من 70% تربة و 30% فيرميكوليت. فكم العدد التقريبي للدلاء الفيرميكليت التي ينبغي إضافتها إلى 20 دلوًا من التربة؟
A 6.0 C 14.0
B 8.0 D 24.0
54. SAT/ACT مجموع العددين الصحيحين x و y يساوي القيمة 495. ورقم الآحاد للعدد x هو 0. فإذا قسمنا x على 10، فإن النتيجة تساوي y . فما قيمة x ؟
F 40 J 250
G 45 K 450
H 245
55. ما مجموعة حلول المتباينة $|4x - 1| < 9$ ؟
A $\{x | x < -2\}$
B $\{x | x < 2.5\}$
C $\{x | x > -2\}$
D $\{x | -2 < x < 2.5\}$
56. **إجابة قصيرة** افترض أن لديك متجرًا تشتري فيه دراجة متاعج الربط بـ 30 AED وتبيع كل مفتاح متاعج الربط بـ 3.50 AED. فما النسبة المئوية للسعر المضاف إلى متاعج الربط؟ **40%**

مراجعة شاملة

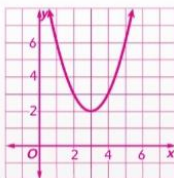
- حل كل معادلة باستخدام طريقة حل من اختيارك. أوجد الحلول الدقيقة (الدرس 1-4)
57. $4x^2 + 15x = 21$ $\frac{-15 \pm \sqrt{561}}{8}$ 58. $-3x^2 + 19 = 5x$ $\frac{-5 \pm \sqrt{253}}{6}$ 59. $6x - 5x^2 + 9 = 3$ $\frac{3 \pm \sqrt{39}}{5}$
- بسط. (الدرس 1-3)
60. $(3 + 4i)(5 - 2i)$ $14i + 23$ 61. $(\sqrt{6} + i)(\sqrt{6} - i)$ 7 62. $\frac{1+i}{1-i} i$ 63. $\frac{4-3i}{1+2i} - \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$
64. **نوافير المياه** يمكن تشييد ارتفاع تيار ماء متدفق من نافورة باستخدام دالة تربيعية. افترض أن الماء المتدفق من فوهة النافورة يبلغ ارتفاعاً أقصاه 8 أمتار ويبعد مسافة متر واحد من فوهة النافورة. (الدرس 1-5) **a, b انظر الهامش.**
- a.** إذا كان الماء بهيكل على بعد 3 أمتار من فوهة النافورة، أوجد دالة تربيعية تُمثل ارتفاع الماء $h(d)$ عند أي مسافة d متر من فوهة النافورة. ثم قارن التشييد البياني للدالة مع الدالة الأصلية.
- b.** افترض أن أحد العاملين يرفع ضغط الماء بحيث يبلغ تيار الماء ارتفاعاً أقصى مقداره 12.5 متراً على مسافة 15 سنتيمتراً من فوهة النافورة. وفي هذه الحالة بهيكل الماء على بعد 3.75 أمتار من فوهة النافورة. اكتب دالة تربيعية جديدة لـ $h(d)$. وكيف تؤثر التغيرات في k و i على شكل التشييد البياني؟

مراجعة المهارات

- حدد ما إذا كانت القيمة المعطاة تحقق المتباينة.
65. $3x^2 - 5 > 6$; $x = 2$ نعم 66. $-2x^2 + x - 1 < 4$; $x = -2$ نعم 67. $4x^2 + x - 3 \leq 36$; $x = 3$ نعم

71

التدريس المتمايز



الملاحظ لقد احتوت جميع الدوال التي تم رسمها بيانياً وتحليلها في هذا الدرس على قيمة الرأس الموجودة على المحور الرأسي y . اطلب من الطلاب رسم $y = (x - 3)^2 + 2$ بيانياً، ثم توضيح طريقة ارتباط الرسم البياني بالرسم البياني لـ $y = x^2$. إنه قطع متكافئ تم تحريكه 3 وحدات إلى اليمين و 2 وحدات إلى الأعلى.



مختبر الجبر الدوال التربيعية ومعدل التغير

1-7

لقد تعلمت أن للدالة الخطية معدل تغير ثابت. وفي هذا المختبر، ستستكشف معدل تغير الدوال التربيعية.

توسع 1-7

1 التركيز

الهدف دراسة معدل التغير في الدوال التربيعية من خلال دراسة الفروق الأولى والثانية.

نصيحة في التدريس

يجب أن يحتوي جدول كل طالب على عمود لكل قيمة عددية لـ x من 0 حتى 16.

2 التدريس

العمل في فرق متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات بقدرات مختلفة. ثم اطلب من الثنائيات إكمال النشاط.

اسأل

- لماذا لا يوجد فرق أول مكتوب في العمود اليسرى $x=0$ ؟
يتطلب إيجاد فرق قيمتين لـ y .
- ما الشيء المهم الذي تُشير إليه $x=8$ ؟ $(8, 0)$ هو قيمة القطع المكافئ.

تمرين: على الطلاب إكمال التمارين 1-4

3 التقييم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 1 لتقويم ما إذا كان الطلاب يقومون بتقويم كل من الدالة ومعدل التغير بشكل صحيح عندما يكون x سلبياً.

من العملي إلى النظري

يتطلب التمرين 4 مراقبة الطلاب لنبط معين ثم تعميمه كلما زاد ترتيب الفروق.

التمارين

لكل دالة من الدوال التالية، أنشئ جدول قيم بقيم x المعطاة. ومثل كل دالة بياناً، ثم حدّد فروق المرتبة الأولى والمرتبة الثانية. 1-3. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

1. $y = -x^2 + 2x - 1$ عند $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

2. $y = 0.5x^2 + 2x - 2$ عند $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

3. $y = -3x^2 - 18x - 26$ عند $x = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$

4. **التحسين** أمد النشاط مع دالة تكعيبية. في أي فرق ترتيب ستوقع تنوع أن تساوي $g(x) = x^4$ ثابتاً عند x^n ؟ $h(x) = x^n$ **المرتبة الرابعة؛ المرتبة n**

1 التركيز

موازنة عمودية

قبل درس 1-8 حل المتباينات الخطية.

الدرس 1-8 مثل بيانياً المتباينات التربيعية في متغيرين، حل المتباينات التربيعية في متغير واحد.

بعد الدرس 1-8 حدد الحلول لمتباينات الجذر التربيعي باستخدام التمثيل البياني.

2 التدريس

استئلة تدريجية

هل قرأ الطلاب هذا لماذا؟ الجزء من الدرس.

أسأل:

- ما هو المقلاع و كيف يتم استخدامه؟ أسأل الطالب الذي يعرف المقلاع أن يشرح.
- كيف يمكن نمذجة هذا الموقف للأسفل؟ أرسم تمثيل بياني للمعادلة التربيعية المعطاة.
- ما في أي اتجاه يكون القطع المكافئ الخاص بالمعادلة التربيعية المعطاة مفتوحاً؟ كيف عرفت؟ للأسفل؛ قيمة a هي عدد سالب.

1-8 المتباينات التربيعية

لماذا؟

الحالي

السابق

- 1 لقد قمت بحل المتباينات الخطية.
 - 2 التمثيل البياني للمتباينات التربيعية بمتغيرين اثنين.
- يمكن تمثيل بالون ماء أطلق من مضاع باستخدام عدة معادلات ومتباينات تربيعية مختلفة.
- يفرض أنه يمكن التعبير عن ارتفاع بالون الماء $h(t)$ بالمتر فوق سطح الأرض بعد مرور t ثانية من إطلاقه بالمعادلة التربيعية $h(t) = -4.9t^2 + 32t + 1.2$.
- يمكنك حل المتباينة التربيعية لتحديد المسافة التي سيرتفع إليها البالون فوق سطح الأرض.

1 التمثيل البياني للمتباينات التربيعية

يمكنك تمثيل المتباينات التربيعية بمتغيرين بيانياً مستخدماً الأسلوب نفسه المتبع في التمثيل البياني للمتباينات الخطية بمتغيرين.

الخطوة 1 مثل الدالة المرتبطة بيانياً.

الخطوة 2 اختر نقطة لا تقع على القطع المكافئ:

الخطوة 3 ظلل وفقاً لما سبق.

هل ينبغي أن يكون القطع المكافئ متصلاً أم متقطعاً؟

$y_1 \geq a(x_1)^2 + b(x_1) + c$

هل (x_1, y_1) حل؟

هل (x_1, y_1) ليس حل؟

مثال 1 تمثيل المتباينة التربيعية بيانياً

مثل بيانياً $y > x^2 + 2x + 1$

الخطوة 1 مثل الدالة المرتبطة بيانياً.

$y = x^2 + 2x + 1$

ينبغي أن يكون القطع المكافئ متقطعاً.

الخطوة 2 اختر نقطة لا تقع على التمثيل البياني للقطع المكافئ:

$y > x^2 + 2x + 1$

$-1 > 0^2 + 2(0) + 1$

$-1 > 1$

إذًا، $(0, -1)$ ليست حلاً للمتباينة.

الخطوة 3 ظلل المنطقة التي لا تحتوي على نقطة $(0, -1)$.

تمرين موجّه

مثل كل متباينة بيانياً. 1A. انظر الهامش.

1B. $y < -2x^2 + 3x + 5$

1A. $y \leq x^2 + 2x + 4$

المفردات الجديدة

المتباينة التربيعية

quadratic inequality

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة

في حلها.

نصيحة دراسية

حل المتباينات التربيعية
جبرياً
تكون مجموعة حل المتباينة
التربيعية جميعاً من أعداد
حقيقية عندما تحقق نقاط
الاختبار الثلاث المتباينة. وتكون
المجموعة خالية عندما لا تحقق
أي من نقاط الاختبار المتباينة.

مثال 5 حل المتباينة التربيعية جبرياً

حل المتباينة $x^2 - 3x \leq 18$.

الخطوة 1 أوجد حل المعادلة التربيعية المتصلة $x^2 - 3x = 18$.

$$x^2 - 3x = 18$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

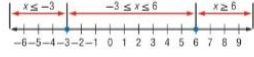
$$(x - 3)(x + 6) = 0$$

$$x + 3 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 6 = 0$$

$$x = -3 \quad \quad \quad x = 6$$

أوجد حل كل معادلة.

الخطوة 2 ارسم النقطتين -3 و 6 على خط الأعداد. استخدم هاتين النقطتين. فهذه القيم هي حلول المتباينة الأصلية. ولاحظ أن خط الأعداد ينقسم إلى ثلاثة أجزاء.



الخطوة 3 اختبر قيمة كل فترة لترى هل تحقق المتباينة الأصلية أم لا.

$x \leq -3$	$-3 \leq x < 6$	$x \geq 6$
اختبار $x = -5$	اختبار $x = 0$	اختبار $x = 8$
$x^2 - 3x \leq 18$	$x^2 - 3x \leq 18$	$x^2 - 3x \leq 18$
$(-5)^2 - 3(-5) \leq 18$	$(0)^2 - 3(0) \leq 18$	$(8)^2 - 3(8) \leq 18$
$40 \leq 18$	$0 \leq 18$	$40 \leq 18$

مجموعة الحل هي $(x | -3 \leq x \leq 6)$ أو $[-3, 6]$.



تمرين موجّه

حل كل متباينة جبرياً.

5A. $x^2 + 5x < -6$ ($x | -3 < x < -2$) 5B. $x^2 + 11x + 30 \geq 0$
($x \geq -5$ أو $x \leq -6$)

التحقق من فهمك

- مثال 1** مثل كل متباينة بيانياً. 1-3. انظر الهامش.
1. $y \leq x^2 - 8x + 2$ 2. $y > x^2 + 6x - 2$ 3. $y \geq -x^2 + 4x + 1$
- المثالان 2-3** الاستنتاج المنطقي حل كل متباينة تربيعية مستعينا بالتمثيل البياني.
4. $0 < x^2 - 5x + 4$ ($x | x < 1$ أو $x > 4$) 5. $x^2 + 8x + 15 < 0$ ($x | -5 < x < -3$)
6. $-2x^2 - 2x + 12 \geq 0$ ($x | -3 \leq x \leq 2$) 7. $0 \geq 2x^2 - 4x + 1$ ($x | 0.29 \leq x \leq 1.71$)
- مثال 4** كرة القدم ركل لاعب الوسط الكرة نحو المرمى أثناء المباراة. يمكن تسجيل ارتفاع الكرة بالنتر فوق سطح الأرض $h(t)$ عند الزمن t بالمعادلة $h(t) = -0.1t^2 + 2.4t - 8$. إذا كان ارتفاع المرمى 2 أمتار. فما الوقت الذي ستتمكن الكرة عنده من دخول المرمى؟ ($t | 0 < t < 2.8$)
- مثال 5** حل كل متباينة جبرياً.
9. $x^2 + 6x - 16 < 0$ ($x | -8 < x < 2$) 10. $x^2 - 14x > -49$ ($x | x < 7$ أو $x > 7$)
11. $x^2 + 12x \geq 28$ ($x | 3.17 \leq x \leq 8.83$) 12. $x^2 - 4x \leq 21$ ($x | -3 \leq x \leq 7$)

76 | الدرس 1-8 | المتباينات التربيعية

التعليم المتمايز

واجه الطلاب مشكلة تكوين روابط بين التمثيل البياني للمتباينة التربيعية و المتباينة نفسها. على الطلاب أن يفكروا في كيفية أن التمثيل البياني للمتباينة التربيعية يساعدهم على فهم معنى المتباينة. اطلب منهم إستكشاف إذا كانت المتباينة التربيعية نفسها أو التمثيل البياني للمتباينة أكثر وضوحاً بالنسبة لهم. اطلب منهم تفسير اختياراتهم.

تدريس التدريبات الرياضية

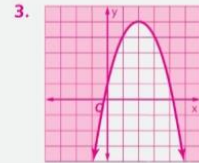
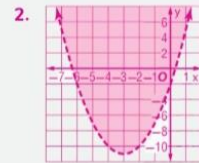
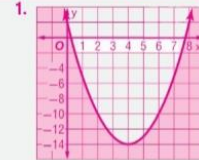
الفهم المنطقي يبدأ الطلاب الماهرين رياضياً بشرح معنى المشكلة لأنفسهم و البحث عن نقاط الوصول لحليها. ثم يقومون بتحليل معطيات ، و الشبود و العلاقات والأهداف. ويتحققون من إجاباتهم للمسائل باستخدام طريقة مختلفة. ويسألون أنفسهم باستمرار ، " هل هذا معقول؟"

3 التمرين

التقويم الشكلي

استخدم التمارين 1-12 للتأكد من الفهم استخدم الجدول في أسفل الصفحة التالية لتخصيص مهام طلابك.

إجابات إضافية



76 | الدرس 1-8 | المتباينات التربيعية

التدريب وحل المسائل

مثال 1

مثّل كل متباينة بيانياً. 13-18. انظر الهامش.

13. $y \geq x^2 + 5x + 6$ 14. $x^2 - 2x - 8 < y$ 15. $y \leq -x^2 - 7x + 8$

16. $-x^2 + 12x - 36 > y$ 17. $y > 2x^2 - 2x - 3$ 18. $y \geq -4x^2 + 12x - 7$

19. $x^2 - 9x + 9 < 0$ 20. $x^2 - 2x - 24 \leq 0$ 21. $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

22. $x^2 + 6x + 3 > 0$ 23. $0 > -x^2 + 7x + 12$ 24. $-x^2 + 2x - 15 < 0$

25. $4x^2 + 12x + 10 \leq 0$ 26. $-3x^2 - 3x + 9 > 0$ 27. $0 > -2x^2 + 4x + 4$

28. $3x^2 + 12x + 36 \leq 0$ 29. $0 \leq -4x^2 + 8x + 5$ 30. $-2x^2 + 3x + 3 \leq 0$

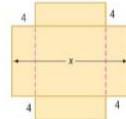
31. $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ 32. $x^2 + 7x \geq -10$ 33. $2 > x^2 - x$

34. $-3 \leq -x^2 - 4x$ 35. $-x^2 + 2x \leq -10$ 36. $-6 > x^2 + 4x$

37. $2x^2 + 4 \geq 9$ 38. $3x^2 + x \geq -3$ 39. $-4x^2 + 2x < 3$

40. $-11 \geq -2x^2 - 5x$ 41. $-12 < -5x^2 - 10x$ 42. $-3x^2 - 10x > -1$

31. تصميمات معمارية يأخذ مدخل غرفة مفوس شكل قطع مكافئ يمكن تشكيله بالمعادلة $f(x) = -x^2 + 6x + 1$. ما المساحة من جانبي القوس التي يكون الارتفاع عندها 7 أمتار على الأقل؟ 1.26 متر إلى 4.73 أمتار تقريباً



32. التصنيع يصنع الصندوق بفص مربعات مساحتها 4 سنتيمترات من كل جانب من قطعة مربعة من الورق المقوى. ثم تطوى الجوانب. إذا كانت $V(x) = 4x^2 - 64x + 256$ تمثل حجم الصندوق، فما أبعاد قطعة الورق المقوى الأصلية إذا كان حجم الصندوق لا يتجاوز 750 سنتيمترًا مكعبًا؟ أكبر من 8 سنتيمترات، ولكن ليس أكبر من 21.69 سنتيمترًا.

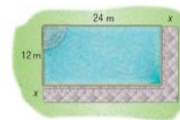
حلّ كل معادلة جبرياً. 33-44. راجع ملحق إجابات الوحدة 1.

33. $x^2 - 9x < -20$ 34. $x^2 + 7x \geq -10$ 35. $2 > x^2 - x$

36. $-3 \leq -x^2 - 4x$ 37. $-x^2 + 2x \leq -10$ 38. $-6 > x^2 + 4x$

39. $2x^2 + 4 \geq 9$ 40. $3x^2 + x \geq -3$ 41. $-4x^2 + 2x < 3$

42. $-11 \geq -2x^2 - 5x$ 43. $-12 < -5x^2 - 10x$ 44. $-3x^2 - 10x > -1$



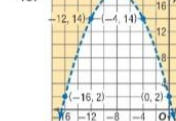
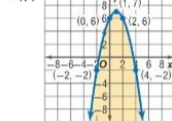
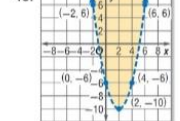
45. الشايرة تريد عائلة أن تضع زخارف بطول جانبي حمام السباحة لديها. وسيكون عرض الزخارف واحدًا على الجانبين. ولن تتجاوز المساحة الإجمالية لحمام السباحة والزخارف 750 مترًا مربعًا.

a. مثل المتباينة التربيعية بيانياً. b. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

b. حدد قياسات العرض المحتملة للزخارف.

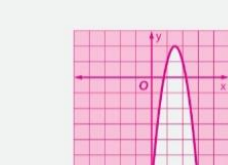
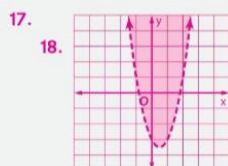
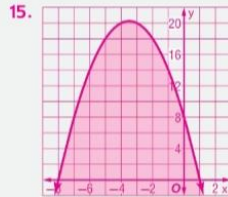
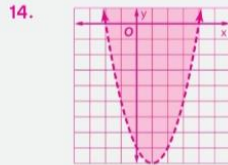
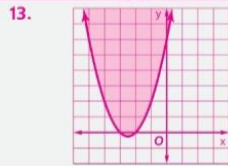
ليس أكبر من 10.04 m

اكتب متباينة تربيعية لكل تعبير بياني.



46. $y > x^2$
47. $-4x - 6$
48. $y \leq -x^2$
49. $+2x + 6$
50. $y > 48$
51. $-0.25x^2 - 4x + 2$

إجابات إضافية



خيارات الواجب المنزلي المميزة

مستوى	الفرض	خيار اليوميين
الأساسي	13-44, 57-60, 62-83	63-66, 13-43, 67-83, 62, 14-44, 57-60
الأساس	57-60, 56, 13-55, 62-83	13-44, 63-66, 45-60, 62, 67-83
المتقدم	45-76	

انتبه!

تحليل الخطأ إذا كانت

المتباينة تحتوي على x كمبتغير واحد، يتعين على الحل أن يشير فقط إلى قيم x . وضح أن التدريب 58 قام عبر التمثيل البياني للمتباينة في متغيرين.

4 التقويم

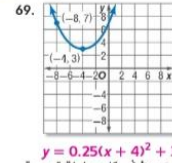
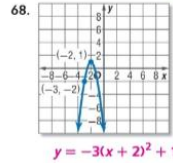
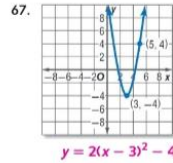
تذكرة خارج الباب اكتب متباينة تربيعية بمتغير واحد على السبورة. في بطاقة الفهرس، على الطلاب حل المتباينة بيانياً و جبرياً.

تدريب على الاختبار المعياري

63. إجابة شكية ينبغي أن تزرع أرض مساحتها 24.34 متراً في 12.12 متراً. يمكن أن يغطي كل حقيبة بذور 20.9 متراً مربعا من الأرض. كم حقيبة بذور ستحتاج؟ **15**
64. SAT/ACT ناتج ضرب عددين صحيحين ما بين 107 و 116. أي مما يلي لا يمكن أن يكون أحد الأعداد الصحيحة؟ **D**
65. الاحتمال يجب ترتيب خمسة طلاب بجانب بعضهم البعض بحيث يكون الطالب الأطول في المنتصف والطالبان الأقصران على الطرفين. إذا لم يكن هناك طالبان متساويين في الطول، فكم ترتيباً مختلفاً يمكن ترتيبه؟ **G**
66. إجابة قصيرة بنسق $\frac{5+i}{6-3i}$ $\frac{3}{5} + \frac{7}{15}i$
- F 2 H 5
G 4 J 6
- A 5 D 15
B 10 E 23
C 12

مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ. (الدرس 1-8)



- أكمل الجزأين a و b في كل معادلة تربيعية.
- a. أوجد قيمة المميز.
- b. صف عدد الجذور ونوعها. (الدرس 7-7)
70. $4x^2 + 7x - 3 = 0$ 71. $-3x^2 + 2x - 4 = 9$ 72. $6x^2 + x - 4 = 12$
- 97: جذور غير نسبية 152: 2 جذور مركبة 385: 2 جذور غير نسبية
73. عدد كيلومترات استهلاك الوقود يمكننا إيجاد عدد كيلومترات استهلاك الوقود y بالكيلومتر لكل لتر في سيارة ما باستخدام المعادلة $0.01x^2 - 0.9x + 10 = y$. حيث x هي سرعة السيارة بين 10 كيلومترات و 75 كيلومتراً في الساعة. أوجد مدى السرعات التي تغطي عدد كيلومترات استهلاك الوقود لـ 25 كيلومتراً في اللتر على الأقل. (الدرس 6-6) $22.087 \leq x \leq 67.91$ كيلومتر في الساعة

- اكتب كل معادلة في صيغة الرأس. إذا لم تكن مكتوبة بتلك الصيغة، حدد الرأس.
- ومحور التماثل واتجاه الفتح. ثم مثل الدالة بيانياً (الدرس 1-8)
74. $y = -6(x + 2)^2 + 3$ 75. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 8x$ 76. $y = (x - 2)^2 - 2$ 77. $y = 2x^2 + 8x + 10$

مراجعة البهارات

- استخدم خاصية التوزيع لإيجاد كل ناتج ضرب.
78. $-6(x - 4) - 6x + 24$ 79. $8(w + 3x) 8w + 24x$ 80. $-4(-2y + 3z) 8y - 12z$
81. $-1(c - d) d - c$ 82. $0.5(5x + 6y) 2.5x + 3y$ 83. $-3(-6y - 4z) 18y + 12z$

79

التعليم المتمايز

تكلمة اكتب $\sqrt{x^2 - 2x - 3}$ على السبورة. اسأل الطلاب أن يجدوا قيم x التي يكون فيها هذا التعبير عدداً حقيقياً. اشرح أن الحل هو كل قيم x بحيث أن الرمز تحت الجذر أكبر من أو مساو للصفر. $\{x \mid x \leq -1 \text{ or } x \geq 3\}$

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

تمثيل الدوال التربيعية بيانياً (الدرس 1-1)

- يمكن وصف الدالة التربيعية بمعادلة صيغتها $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$.
- محور التناظر للتمثيل البياني لـ $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$ هو $x = -\frac{b}{2a}$.

حل المعادلات التربيعية بيانياً (الدروس 1-2)

- جذور المعادلة التربيعية هي أصفار الدالة التربيعية المرتبطة. ويمكن إيجاد أصفار الدالة التربيعية من خلال إيجاد نقاط التقاطع مع المحور x في التمثيل البياني.

حل المعادلات التربيعية (الدروس 1-3)

- الخطوة 1** - أكمل المربع: أوجد أحد نصف b ومقابل x . **الخطوة 2** - قم بتربيع نتيجة الخطوة 1. **الخطوة 3** - أضف نتيجة الخطوة 2 إلى $x^2 + bx$ إلى $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.
- الفاصل العام.

حل المعادلات التربيعية (الدروس 1-4 و 1-6)

- يمكن حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني. وتكون الحلول نقاط التقاطع مع المحور x أو أصفار الدالة التربيعية ذات الصلة.
- يمكن حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع. ولإكمال المربع لـ $x^2 + bx$ أوجد $\frac{b}{2}$ وربع هذا الناتج. ثم أجمع الناتج إلى $x^2 + bx$.
- يمكن حل المعادلات التربيعية باستخدام $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.
- الفاصل العام.

الأعداد المركبة (الدروس 1-5)

- i هي الوحدة التخيلية، $i^2 = -1$ و $i = \sqrt{-1}$.

تحويلات الدوال التربيعية (الدروس 1-7)

- $f(x) = x^2 + c$ يزيح التمثيل البياني لأعلى أو لأسفل.
- $f(x) = ax^2$ يضيق التمثيل البياني أو يوسع رأسيًا.
- التمثيل البياني لـ $y = (x-h)^2 + k$ هو التمثيل البياني لـ $y = x^2$ لكنه مزاوح بـ h وحدات يسارًا إذا كانت h سالبة أو بـ h وحدات يمينًا إذا كانت h موجبة. وبمقدار k وحدات لأعلى إذا كانت k موجبة أو بمقدار $|k|$ وحدات لأسفل إذا كانت k سالبة.
- تأمل المعادلة $y = a(x-h)^2 + k$ حيث $a \neq 0$ و $0 < a$ فإن التمثيل البياني يفتح لأعلى، وإذا كانت $a < 0$ فإن التمثيل البياني يفتح لأسفل.

التقويم التكويني

المفردات الوظيفية تشير صفحة المراجع بعد كل كلمة إلى مكان تقديم هذا المصطلح لأول مرة. إذا أجاب الطلاب عن الأسئلة 10-1 بصعوبة، فذكرهم بإمكانية استخدام مراجع هذه الصفحات لتنشيط ذاكرتهم حول المفردات.

مطويات منظم الدراسة

مطويات دنيا زايك®

اطلب من الطلاب التدقيق في الوحدة للتأكد من أنه تم إدراج الأمثلة في المطويات الخاصة بهم لكل درس من دروس الوحدة. اقترح على الطلاب إبقاء المطويات الخاصة بهم في متناول أيديهم حتى الانتهاء من دليل الدراسة وصفحات المراجعة. وضح للطلاب أن مطوياتهم يمكن أن تشكل مراجعة سريعة عند الدراسة لاختبار الوحدة.

يفتح لأسفل. إذا كانت $|a| > 1$ فإن التمثيل البياني يكون أضيق من التمثيل البياني لـ $y = x^2$. إذا كانت $|a| < 1$ فإن التمثيل البياني يكون أوسع من التمثيل البياني لـ $y = x^2$.

المتباينات التربيعية (الدروس 1-8)

- مثل الدالة المرتبطة بيانيًا، اختر نقطة ليست على القطع الكائلي. وحدد هل هذا حل أم لا. وقلل المنطقة المناسبة للحل.

مطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.



تقويم مستر

زر المفردات تُشير مراجع الصفحة بعد كل كلمة إلى موضع ذكر هذا المصطلح أول مرة. إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في الإجابة على الأسئلة 1-4، ذكرهم بإمكانية استخدام مرجع الصفحة لتنشيط ذاكرتهم عن المفردات.

مكافئ: صحيحة

7. التمثيل البياني لدالة تربيعية عبارة عن قطع مكافئ.
8. يكون للتمثيل البياني للدالة التربيعية قمتها العظمى إذا كان معامل الحد x^2 موجبا.
9. المعادلة التربيعية التي لها تمثيل بياني به نقطتان تقاطع مع المحور x يكون لها جذرين حقيقيين واحد.
10. التعبير $4ac - b^2$ يسمى المميز.
11. الدالة التي تعزف تعريفات مختلفة بالنسبة للأجزاء المختلفة لجانها تسمى دالة متعددة التعريف.
12. معنى دالة العدد الصحيح الأكبر هو مجموعة الأعداد الحقيقية كلها.
13. حلول المعادلة التربيعية تسمى جذورا.
14. التمثيل البياني للدالة الأصلية يُعبر عن الأسفل لشكل التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2 + 5$.

خاطئة: الجال

خاطئة: بُزاج 5 وحدات للأعلى

المفردات الأساسية

عدد تخيلي بحت	دالة القيمة المطلقة
pure imaginary number	absolute value function
المساوية التربيعية	محور التماثل
quadratic inequality	axis of symmetry
خاصية الجذر التربيعي	إكمال المربع
Square Root Property	completing the square
صيغة الرأس	تغيير الأبعاد/التهدد
vertex form	dilation
دالة متعددة التعريف	المميز
piecewise-defined function	discriminant
دالة خطية متقطعة	جذر مضاعف
piecewise-linear function	double root
صيغة تربيعية	دالة العدد الصحيح الأكبر
Quadratic Formula	greatest integer function
دالة تربيعية	القيمة العظمى
quadratic function	maximum
الانعكاس	القيمة الصغرى
reflection	minimum
صيغة قياسية	قطع مكافئ
standard form	parabola
دالة درجة	مرافقات مركبة
step function	complex conjugates
التحويل	عدد مركب
translation	complex number
رأس	المميز
vertex	discriminant
	صيغة محللة إلى العوامل
	factored form
	طريقة فويل
	FOIL method
	الوحدة التخيلية
	imaginary unit

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي **صوابا** أم **خطأ**، وإذا كانت **خطأ**، فاستبدل المصطلح الموجود تحته خط بحيث تصبح الجملة صحيحة.

1. يتقاطع محور التماثل مع القطع المكافئ في نقطة واحدة تسمى الرأس. **صحيح**
2. تُستخدم طريقة تسمى طريقة فويل في جعل التعبير التربيعي تربيعا كاملا حتى يتم حل المعادلة المرتبطة. **خطأ، في إكمال المربع**
3. العدد $6i$ يسمى جذورا تخيليا. **صحيح**
4. العددين $2 + 3i$ و $2 - 3i$ تسميان مركبتين مترافقتين. **صحيح**
5. يمكن إيجاد محور التماثل للدالة التربيعية باستخدام المعادلة $x = -\frac{b}{2a}$. **صحيحة**
6. الرأس هو النقطة العظمى أو الصغرى في قطع

مطويات

مطويات ديننا زيك

على الطلاب أن ينظروا خلال الوحدة للتأكد من شمول أمثلة في مطوياتهم. أقتراح أن الطلاب أن يبقوا مطوياتهم في متناول يديهم عند الانتهاء من صفحات دليل الدراسة والمراجعة. تشير إلى أن المطويات يمكن أن تكون بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة لاختبار الوحدة.

دليل الدراسة والمراجعة

مراجعة درس بدرس

1-1 تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

مثال 1

تأمل كل معادلة.

a. حدد ما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى.

b. حدد القيمة العظمى أو الصغرى.

c. ما مجال الدالة ومداها؟

11. $y = x^2 - 4x + 4$ 11-14. **انظر الهامش.**

12. $y = -x^2 + 3x$

13. $y = x^2 - 2x - 3$

14. $y = -x^2 + 2$

15. الصاروخ تم إطلاق صاروخ لعبة بسرعة متجهة لأعلى معدلها 32 متراً في الثانية، وتغطي المعادلة ارتفاع الكرة بعد t ثوانٍ من إطلاقه.

a. حدد ما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى. **عظمى**

b. حدد القيمة العظمى أو الصغرى. 16

c. حدد مجالاً ومدى معقولين لهذا الوقت.

$R = \{h \mid 0 \leq h \leq 16\}$; $D = \{t \mid 0 \leq t \leq 2\}$

تأمل $f(x) = x^2 + 6x + 5$.

a. حدد ما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى.

b. حدد القيمة العظمى أو الصغرى.

c. حدد مجال الدالة ومداها.

إذا كان $f(x) = x^2 + 6x + 5$ ، فإن $a = 1$ ، $b = 6$ ، و $c = 5$.

لأن a موجب، فإن التمثيل البياني يفتح للأعلى. وإذا يكون للدالة قيمة صغرى.

b. حدد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

القيمة الصغرى هي الإحداثي الرأس y للرأس.

الإحداثي الأفقي x للرأس هو $-\frac{b}{2a}$ أو $-\frac{6}{2(1)} = -3$.

الدالة الأصلية $f(x) = x^2 + 6x + 5$

$x = -3$

$f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 5 = -4$

يُسطر.

القيمة الصغرى هي -4.

c. حدد مجال الدالة ومداها.

الحال هو جميع الأعداد الحقيقية. واليدى هو جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من القيمة الصغرى أو المساوية لها. (أو $\{y \mid y \geq -4\}$)

1-2 حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني

مثال 2

حل كل معادلة بالتمثيل البياني. وإذا كان لا يمكن إيجاد جذور صحيحة، فتقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

16. $x^2 - 3x - 4 = 0$ -1, 4

17. $-x^2 + 6x - 9 = 0$ 3

18. $x^2 - x - 12 = 0$ -3, 4

19. $x^2 + 4x - 3 = 0$ -4.6, 0.6

20. $x^2 - 10x = -21$ 3, 7

21. $6x^2 - 13x = 15$ -0.8, 3

22. نظرية الأعداد أوجد عددين مجموعتهما 2 وناتج ضربهما -3 و -15

حلّ $x^2 - x - 6 = 0$ بالتمثيل البياني.

مثل بيانياً الدالة ذات الصلة $f(x) = x^2 - x - 6$

يبدو أن نقاط التقاطع مع المحور x في التمثيل البياني تقع عند -2 و 3. إذا فالحلان هما -2 و 3.

المراجعة درس بدرس

التدخل إذا لم تكن الأمثلة المقدمة كافية لمراجعة الموضوعات التي تتضمنها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس تبلغهم بمكان مراجعة هذا الموضوع في كتبهم الدراسية.

إجابات إضافية

- 11a. القيمة الصغرى
- 11b. 0
- 11c. $D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$
- 12a. القيمة العظمى
- 12b. 2.25
- 12c. $D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y \leq 2.25\}$
- 13a. القيمة الصغرى
- 13b. -4
- 13c. $D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y \geq -4\}$
- 14a. القيمة الصغرى
- 14b. 2
- 14c. $D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y \leq 2\}$

مراجعة درس يدرس

تدخل إذا كانت الأمثلة ليست كافية لمراجعة الموضوعات التي تغطيها الأسئلة. ذكر الطلاب أن مراجع الدرس تخبرهم أين يمكن مراجعة هذا الموضوع في الكتب المدرسية الخاصة بهم.

إجابات إضافية

5. $x^2 - 11x + 30 = 0$
6. $x^2 + 10x + 21 = 0$
7. $x^2 + 2x - 8 = 0$
8. $3x^2 - x - 2 = 0$
9. $6x^2 - 31x + 5 = 0$
10. $4x^2 + 5x + 1 = 0$

1-3 حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

حل كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

23. $x^2 + 6x + 9 = 16$ 1, -7
24. $-a^2 - 10a + 25 = 25$ 0, -10
25. $y^2 - 8y + 16 = 36$ 10, -2
26. $y^2 - 6y + 2 = 0$ 5.6, 0.4
27. $m^2 - 7m = 5$ -0.7, 7.7
28. $-3x^2 + 4 = 0$ -1.2, 1.2

37. نظرية **8-6** أوجد عددين مجموعهما -2. وناتج ضربهما -48.

مثال 3

حلّ $x^2 - 16x + 32 = 0$ بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.
اعزل الحدين x^2 و x . ثم أكمل المربع وأوجد الحل.
المعادلة الأصلية:
اعزل الحدين x^2 و x .
أكمل المربع.
حلّ إلى العوامل.
احسب الجذر التربيعي.
اجمع إلى كل طرف.
بسط.
الحلان هما 2.3 و 13.7 تقريبًا.

1-4 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مستخدمًا الجذور المعطاة 10-5. **انظر الهامش.**

29. 5, 6 32. -3, -7
30. -4, 2 33. $-\frac{2}{3}, 1$
31. $\frac{1}{5}, 5$ 34. $-\frac{1}{4}, -1$

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

35. $2x^2 - 2x - 24 = 0$ $\{-3, 4\}$ $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$
36. $2x^2 - 5x - 3 = 0$ $\left\{\frac{1}{3}, 5\right\}$
37. $3x^2 - 16x + 5 = 0$ $\left\{\frac{1}{3}, 5\right\}$

14. أوجد قيمة x وأبعاد المستطيل أدناه.



$x = 12$; 9 أمتار في 14 مترًا

مثال 4

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مستخدمًا 4 و $-\frac{1}{2}$ كجذري المعادلة.

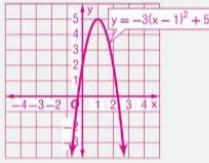
اكتب النمط: $(x-p)(x-q) = 0$
عوض عن p بـ $-\frac{1}{2}$ وعن q بـ 4 .
 $\left[x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right](x-4) = 0$
بسط.
 $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-4) = 0$
اضرب.
 $x^2 - \frac{7}{2}x - 2 = 0$
اضرب كل طرف في 2 بحيث يكون C و D عددين صحيحين.
 $2x^2 - 7x - 4 = 0$

مثال 5

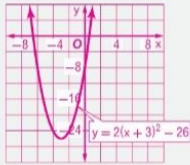
حلّ $2x^2 - 3x - 5 = 0$ بالتحليل إلى العوامل.
معادلة أصلية:
حلّ ثلاثي الحدود إلى العوامل:
 $(2x-5)(x+1) = 0$
خاصية ناتج الضرب الصفري:
 $2x-5 = 0$ أو $x+1 = 0$
 $x = \frac{5}{2}$ أو $x = -1$
مجموعة الحل هي $\left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$ أو $\left\{-1, 2.5\right\}$.

اجابات اضافية

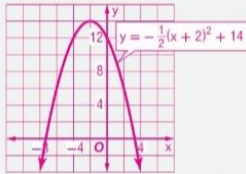
33. $y = -3(x-1)^2 + 5$; (1, 5); $x = 1$;
مفتوح لأسفل



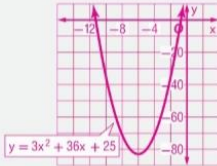
34. $y = 2(x+3)^2 - 26$; (-3, -26);
 $x = -3$; مفتوح لأعلى



35. $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 14$; (-2, 14);
 $x = -2$; مفتوح لأسفل



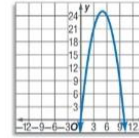
36. $y = 3(x+6)^2 - 83$; (-6, -83);
 $x = -6$; مفتوح لأعلى



1-7 تحويلات الدوال التربيعية

اكتب كل معادلة تربيعية بصيغة الرأس. إذا لم تكن مكتوبة بتلك الصيغة، ثم حدد الرأس ومحور التماثل واتجاه المنحنى. ثم مثل الدالة بيانياً.

- 33-36. انظر الهامش.
55. $y = -3(x-1)^2 + 5$ 57. $y = 2x^2 + 12x - 8$
56. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 12$ 58. $y = 3x^2 + 36x + 25$



5 و 5 $f(x) = -x^2 + 10x$

59. بين التمثيل البياني الموجود يساراً ناتج ضرب عددين مجموعهما 10. أوجد دالة تمثل ناتج الضرب هذا واستخدمها في تحديد العددين اللذين يشجان أكبر ناتج ضرب.

1-8 المتباينات التربيعية

مثل كل متباينة تربيعية بيانياً.

60. $y \geq x^2 + 5x + 4$ 62. $y < -x^2 + 5x - 6$
61. $y > x^2 - 6x + 8$ 63. $y \leq x^2 + 10x - 4$

64. يريد عمر أن يضع رصيفاً خشبياً بطول الحديقة. وسيكون عرض الرصيف الخشبي واحداً على الجانبين. ولا يمكن أن يزيد إجمالي مساحة الحديقة والرصيف الخشبي عن 500 متر مربع. ما عرض الرصيف الخشبي؟

بين 0 و 5 م

- حل كل متباينة جبرياً أو مستعيناً بالتمثيل البياني.
65. $x^2 + 8x + 12 > 0$ $\{x | x < -6 \text{ أو } x > -2\}$
66. $6x + x^2 \geq -9$ $\{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
67. $2x^2 + 3x - 20 > 0$ $\{x | x < -4 \text{ أو } x > \frac{5}{2}\}$
68. $4x^2 - 3 < -5x$ $\{x | -1.69 < x < 0.44\}$
69. $3x^2 + 4 > 8x$ $\{x | x < \frac{2}{3} \text{ أو } x > 2\}$

38-41. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

مثال 9

اكتب الدالة التربيعية $y = 3x^2 + 24x + 15$ بصيغة الرأس. ثم حدد الرأس ومحور التماثل واتجاه المنحنى.

- $y = 3x^2 + 24x + 15$ المعادلة الأصلية
 $y = 3(x^2 + 8x) + 15$ قسم إلى مجموعات وحل إلى القواسم.

$y = 3(x^2 + 8x + 16) + 15 - 3(16)$ أكمل التريبع.
 $y = 3(x+4)^2 - 33$ أعد كتابة $x^2 + 8x + 16$ كـ $(x+4)^2$ في صيغة تريبع كامل.

إذاً، $a = 3$ ، $h = -4$ ، و $k = -33$. يوجد الرأس عند $(-4, -33)$. ومحور التماثل هو $x = -4$. حيث a موجبة والتمثيل البياني مفتوح لأعلى.

مثال 10

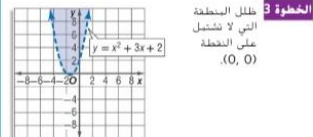
مثل بيانياً $y > x^2 + 3x + 2$

مثال الدالة المرتبطة بيانياً: $y > x^2 + 3x + 2$. ونظراً لأن رمز المتباينة > مستخدم، فسيكون القطع المكافئ مرسوماً بخطوط متقطعة.

اختر نقطة لا تقع على التمثيل البياني للقطع المكافئ، مثل (0, 0).

- $y > x^2 + 3x + 2$
 $(0) > (0)^2 + 3(0) + 2$
 $0 > 2$

إذاً، (0, 0) ليست حلاً للمتباينة.



الخطوة 3

ظل المنطقة التي لا تشمل على النقطة (0, 0).

اجابات اضافية (ممارسة للاختبار)

2. إذا مثلت الدالة بيانياً فستكون الرأس على بُعد 202 وحدة فوق المحور الأفقي. لذلك، فإن الارتفاع لن يكون أبداً 250.

1 تدريب على الاختبار

حل كل معادلة مما يلي باستخدام القانون العام، وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

15. $x^2 - x - 30 = 0$ -5, 6

16. $x^2 - 10x = -15$ 1.8, 8.2

17. $2x^2 + x - 15 = 0$ 2.5, -3

18. البيسبول يضرب إسماعيل كرة البيسبول في الهواء، وشكل المعادلة $h = -16t^2 + 60t + 3$ ارتفاع h الكرة بالأمتار بعد t من الثواني، فما مدة بقاء الكرة في الهواء؟

3.8 ثوان تقريباً

19. مثل بيانياً $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة شكل دالة خطية، أم دالة تربيعية، أم دالة أسية. انظر الهامش.

20. ابحث عن نمط في الجدول لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات.

x	0	1	2	3	4
y	1	3	5	7	9

21. نادي السيارات يوضح الجدول عدد أعضاء نادي السيارات على مدار أربعة أعوام متتالية بعد افتتاحه.

الوقت (الأعوام)	0	1	2	3	4
الأعضاء	10	20	40	80	160

- a. حدد أي نموذج هو الأفضل في تمثيل البيانات: الأسّي
b. اكتب دالة تمثل البيانات: $y = (10)2^x$
c. توقع عدد أعضاء نادي السيارات بعد 6 أعوام.

640

استخدم جدول قيم لتمثيل الدوال التالية بيانياً، وحدد المجال وال المدى.

- 1-2. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.
1. $y = x^2 + 2x + 5$
2. $y = 2x^2 - 3x + 1$

تأمل $y = x^2 - 7x + 6$

3. حدد ما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى. صغرى

4. حدد القيمة العظمى أو الصغرى. -6.25

5. ما المجال وال المدى؟

$D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$; $R = \{ y | y \geq -6.25 \}$
حل كل معادلة بالتمثيل البياني، وإن كان من غير الممكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

6. $x^2 + 7x + 10 = 0$ -5, -2

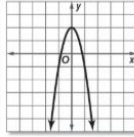
7. $x^2 - 5 = -3x$ -4.2, 1.2
مضغوط رأسياً ومزاح 4 وحدات لأعلى
صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $R(x) = x^2$.

8. $g(x) = x^2 - 5$ مزاح 5 وحدات لأسفل.

9. $g(x) = -3x^2$ منعكس عبر المحور x، متمدّد رأسياً

10. $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$

11. الاختيار من متعدد أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟ D

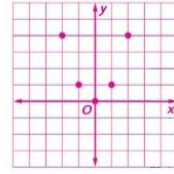


- A $y = -3x^2$
B $y = 3x^2 + 1$
C $y = x^2 + 2$
D $y = -3x^2 + 2$

حل كل معادلة بإكمال المربع.

12. $x^2 + 2x + 5 = 0$ لا يوجد حل حقيقي
13. $x^2 - x - 6 = 0$ -2, 3
14. $2x^2 - 36 = -6x$ -6, 3

إجابة إضافية



تربيعية

1 التحضير للاختبارات المعيارية



استخدام تمثيل بياني

سيساعدك استخدام التمثيل البياني على حل العديد من أنواع المسائل المختلفة في الاختبارات القياسية. ويمكن أن تساعدك التمثيلات البيانية على حل المعادلة وتقييم الدوال وتفسير الحلول في المسائل من الحياة اليومية.

إستراتيجيات استخدام التمثيل البياني

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب حله؟
- ما معطيات المسألة؟
- كيف يمكن أن يساعدني التمثيل البياني على حل المسألة؟

الخطوة 2

ارسم التمثيل البياني الخاص بك.

- ارسم التمثيل البياني على قصاصة من الورق إذا كان ذلك مناسباً.
- يمكنك أيضاً استخدام حاسبة التمثيل البياني في إنشاء التمثيل البياني. إذا كان استخدامها مسموحاً به.

الخطوة 3

حل المسألة.

- استخدم التمثيل البياني لمساعدتك على تمثيل المسألة وحلها.
- تحقق لتأكد من أن الإجابة منطقية.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة وحدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

صنع طلاب السيد رشيد في صف الفيزياء نموذجاً لصاروخ. تم إطلاق الصاروخ في حفل كبير بسرعة ابتدائية لأعلى قيمتها 128 متراً في الثانية. الدالة $h(t) = -16t^2 + 128t$ تمثل ارتفاع الصاروخ فوق سطح الأرض (بالتر) t ثانية بعد إطلاقه. كم سيستغرق الصاروخ ليصل إلى أقصى ارتفاع له؟

- | | |
|-----------|-----------|
| A 4 ثواني | C 6 ثواني |
| B 5 ثواني | D 8 ثواني |

1 التركيز

الهدف: استخدام استراتيجية التمثيل البياني لحل مسائل الاختبارات المعيارية.

2 التدريس

الأسئلة الممتدة

أسأل:

- اذكر بعض أجزاء التمثيل البياني؟
نموذج للإجابة: العنوان و المحاور الرأسية والأفقية والمقياس
- ما هو نوع المعادلة التي يعبر عنها التمثيل البياني للقطع المكافئ؟
معادلة تربيعية
- ماذا تعرف عن كل نقطة في التمثيل البياني للقطع المكافئ؟
تمثل كل نقطة حل المعادلة أو الدالة الممثلة في التمثيل البياني.

مثال اضافي

التدريب على الاختبار المعياري
تلقي فاطمة كرة التنس الى الاعلى بسرعة 65 قدم في الثانية الواحدة، وتنتقل الكرة من يدها عندما كانت يدها على ارتفاع يساوي 4 اقدام فوق سطح الأرض. ارتفاع الكرة بعد ثواني t من إلانها يتضح في المعادلة التالية
$$h(t) = -16t^2 + 65t + 4$$

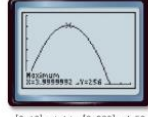
احسب الوقت، بالتقريب إلى أقرب ثانية، الذي تصل فيه كرة التنس الي أقصى ارتفاع لها. **A**

- A** ٢٠ ثانية
B 4 ثواني
C 70 ثانية
D 140 ثانية

3 التقييم

استخدم التمارين 6-1 لتقويم فهم الطلاب

يسمح لك تخطيط الدالة التربيعية بيانياً بتحديد قمة ارتفاع الصاروخ ووقت حدوثها، ويمكن أن تساعدك حاسبة التمثيل البياني على تخطيط الدالة بيانياً وتحليلها سريعاً.



[0, 10] scl: 1 by [0, 50] scl: 50

خطوات العملية على الحاسبة: $Y=$ $(-)$ 16 $X,T,0,n$ x^2 $+$ 128 $X,T,0,n$ **GRAPH**

بعد تخطيط المعادلة بيانياً، استخدم **maximum** (الحد الأقصى) في قائمة **CALC**.

اضغط على **4** **2nd** **[CALC]**. ثم استخدم \blacktriangleleft في وضع المؤشر يسار

أقصى نقطة واضغط على **ENTER** واستخدم \blacktriangleright في وضع المؤشر

بين أقصى نقطة واضغط على **ENTER** **ENTER**

بين التمثيل البياني أن الصاروخ يستغرق 4 ثواني ليصل إلى أقصى ارتفاع له وهو 256 متراً. الإجابة الصحيحة هي **A**.

تباين

اقرأ كل مسألة، وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. ما جذرا المعادلة $2x^2 + 10x - 48 = 0$ ؟ **C**

- A** -5, 4
B -6, 1
C -8, 3
D 2, 3

2. كم مرة يقطع التمثيل البياني لـ $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ مع المحور x ؟ **F**

- F** 0
H 2
G 1
J 3

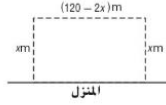
3. أي عبارة تقدم أفضل وصف للتمثيلين البيانيين للمعادلتين؟ **C**

$$16x - 2y = 24$$

$$12x = 3y - 36$$

- A** المستقيمان متوازيان.
B المستقيمان متماثلان.
C يتقاطع المستقيمان عند نقطة واحدة فقط.
D يتقاطع المستقيمان عند أكثر من نقطة، ولكنهما ليسا متماثلين.

4. نستخدم فويزة 120 متراً من السياج لبناء بيت مستطيل. وسيكون بيتها أحد أضلاع المستطيل.



نمثل الدالة $f(x) = x(120 - 2x)$ مساحة البيت، ما أكبر مساحة يمكن لفويزة أن تُحدها بالسياج؟ **G**

- F** 1650 m^2
H 1980 m^2
G 1800 m^2
J 2140 m^2

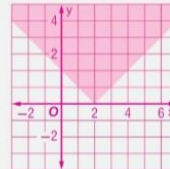
5. في أي معادلة يوجد إحداثي x للرأس على 4 ؟ **A**

- A** $f(x) = x^2 - 8x + 15$
C $f(x) = x^2 + 6x + 8$
B $f(x) = -x^2 - 4x + 12$
D $f(x) = -x^2 - 2x + 2$

6. ما قيمة x التي تصل عندها $f(x) = x^2 + 5x + 6$ إلى أقصى قيمة لها؟ **H**

- F** -5
H $-\frac{5}{2}$
G -3
J -2

جميع الحقوق محفوظة © 2013
McGraw-Hill Education



12. يعمل والد خليفة على تصنيع صندوق أدوات على شكل منشور مستطيل. ويريد أن يجعل سطح مساحته 62 متراً مربعاً. وسيكون ارتفاع الصندوق أقصر من عرضه بمتر واحد، وسيكون الطول أطول من الارتفاع بثلاثة أمتار.
- a. ارسم نموذجاً لتمثيل المسألة. **انظر الهامش.**
- b. اكتب دالة كثيرة الحدود تمثل مساحة سطح صندوق الأدوات. $6w^2 + 4w - 4$
- c. ما أبعاد صندوق الأدوات؟
- 2 متر ارتفاع في 3 أمتار عرض في 5 أمتار طول**

إجابة مختصرة/إجابة شبيهة

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

9. إجابة شبيهة بنشط $2f + 5f$. 10.

10. صف إزاحة التمثيل البياني لـ $y = (x + 5)^2 - 1$ إلى التمثيل البياني لـ $y = (x - 1)^2 + 3$.

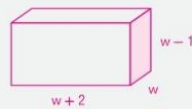
الإجابة النموذجية: إزاحة بمقدار 6 وحدات يميناً و 4 وحدات لأعلى.

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

11. بالنسبة للمعادلة التربيعية المتخطاة $ax^2 + bx + c = 0$ ، صف ما يخبرك به المميز $b^2 - 4ac$ عن جذور المعادلة. انظر الهامش.

15a. نموذج للإجابة

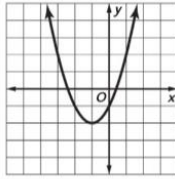


إجابات إضافية

14. عينة إجابة إن كان سلبياً، فهناك جذرين مركبين؛ إن كان صفر فهناك جذر واحد حقيقي نسبي؛ إن كان موجب ومربع كامل، فهناك جذرين حقيقيين نسبين؛ إن كان إيجابياً ولكنه ليس مربع كامل، فهناك جذرين حقيقيين غير نسبين.

2.

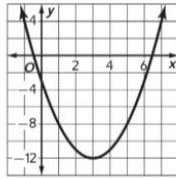
x	-3	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	-2	-1	2	7



$D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
 $R = \{y \mid y \geq -2\}$

3.

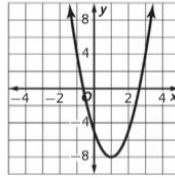
x	y
-1	4
0	-3
1	-8
2	-11
3	-12
4	-11
5	-8
6	-3
7	4



$D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
 $R = \{y \mid y \geq -12\}$

4.

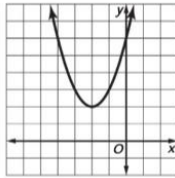
x	-2	-1	0	1	2	3
y	19	4	-5	-8	-5	4



$D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
 $R = \{y \mid y \geq -8\}$

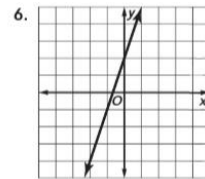
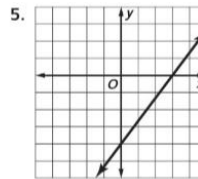
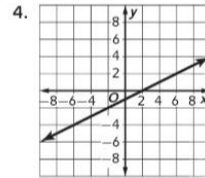
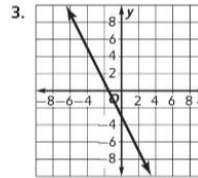
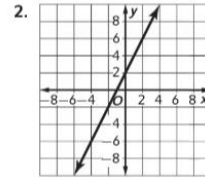
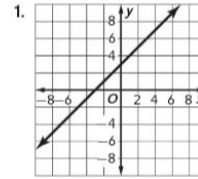
22.

x	-4	-3	-2	-1	0
y	6	3	2	3	6

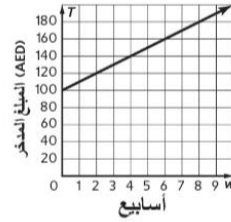


$D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
 $R = \{y \mid y \geq 2\}$

الاستعداد للوحدة 1



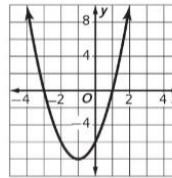
مداخلات



الدرس 1-1

1.

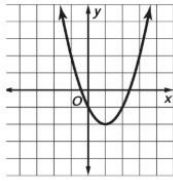
x	-3	-2	-1	0	1	2
y	0	-6	-8	-6	0	10



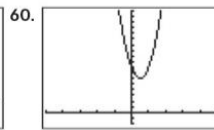
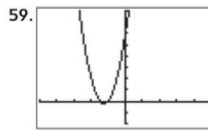
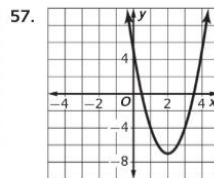
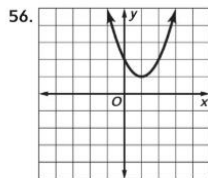
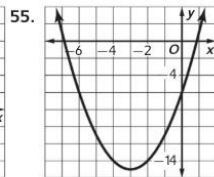
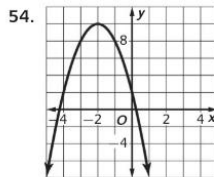
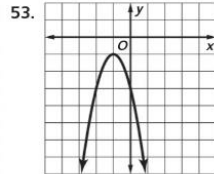
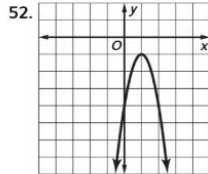
$D = \{\text{جميع الأعداد الحقيقية}\}$
 $R = \{y \mid y \geq -8\}$

27.

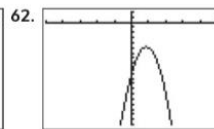
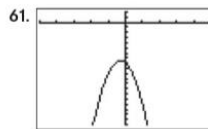
x	3	2	1	0	-1
y	2	-1	-2	-1	2



$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq -2 \}$



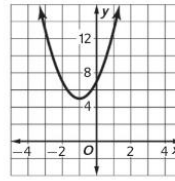
$[-5, 5]$ scl: 1 في $[-5, 5]$ scl: 1 في $[-2, 18]$ scl: 2



$[-5, 5]$ scl: 1 في $[-5, 5]$ scl: 2 في $[-5, 5]$ scl: 1 في $[-5, 5]$ scl: 2 في $[-5, 5]$ scl: 2

23.

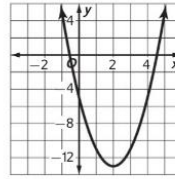
x	-3	-2	-1	0	1
y	13	7	5	7	13



$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq 5 \}$

24.

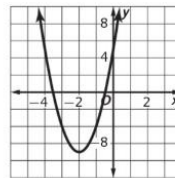
x	4	3	2	1	0
y	-5	-11	-13	-11	-5



$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq -13 \}$

25.

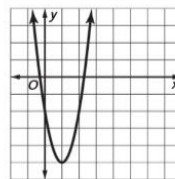
x	0	-1	-2	-3	-4
y	5	-4	-7	-4	5



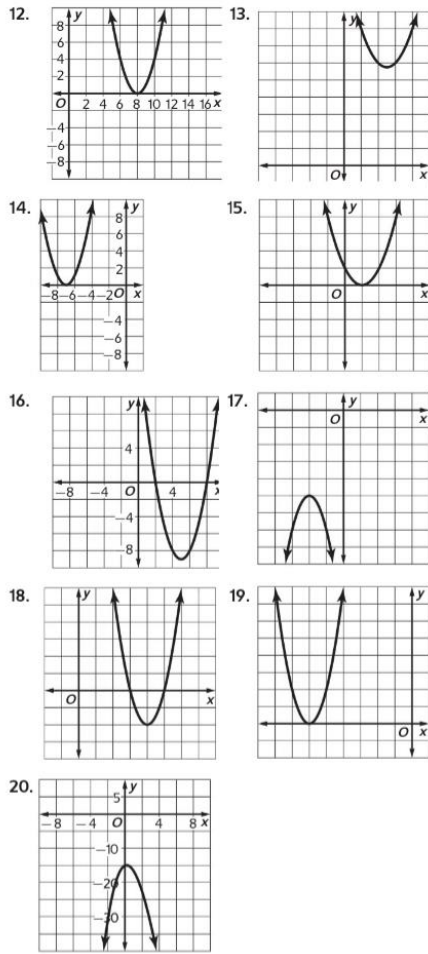
$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq -7 \}$

26.

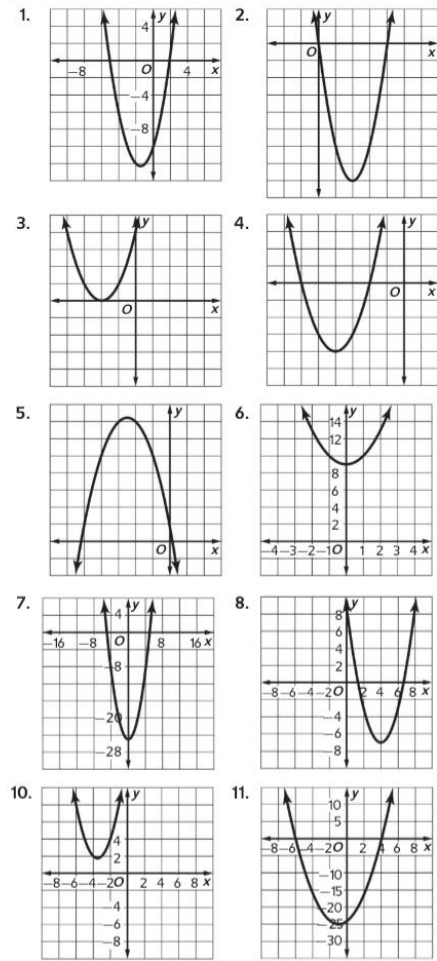
x	3	2	1	0	-1
y	7	-2	-5	-2	7

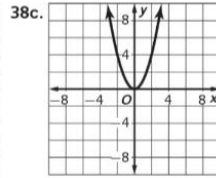
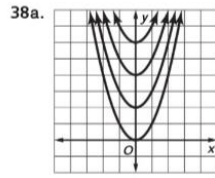


$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq -5 \}$

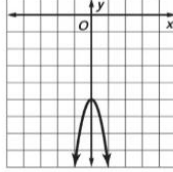
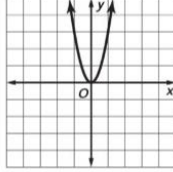


الدرس 1-2

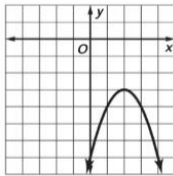




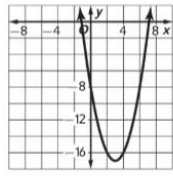
51. $x = 0$; (0, 0) قيمة صغرى 52. $x = 0$; (0, -5) قيمة عظمى:



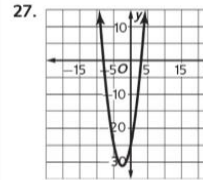
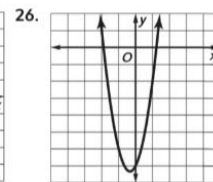
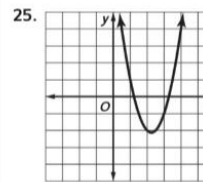
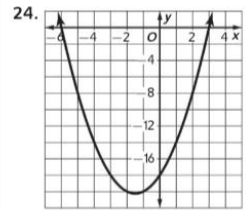
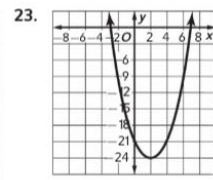
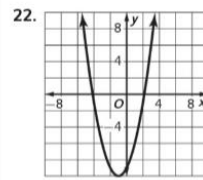
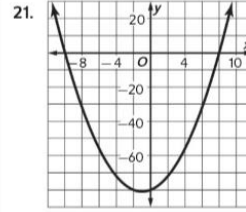
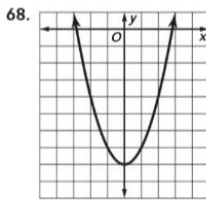
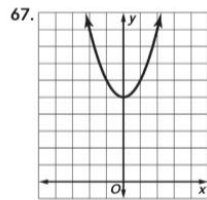
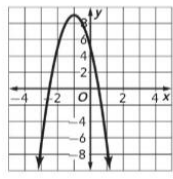
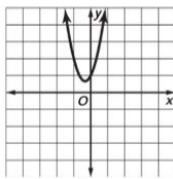
53. $x = 2$; (2, -3) قيمة عظمى:

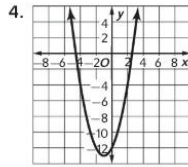


54. $x = 3$; (3, -17) صغرى
قيمة:

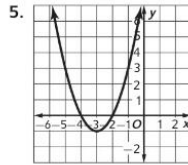


55. $x = -\frac{1}{3}$; $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ قيمة صغرى 56. $x = -1$; (-1, 9) عظمى
قيمة:

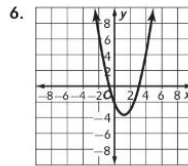




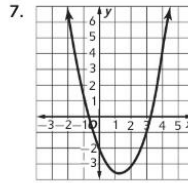
; $y = (x + 1)^2 - 13$; $x = -1$ قيمة صغرى عند $(-13, -1)$
2.61, -4.61



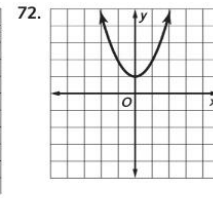
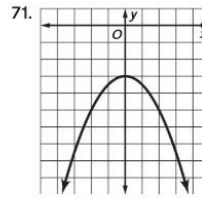
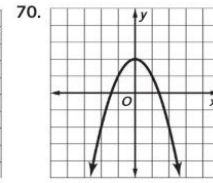
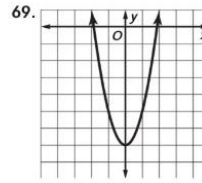
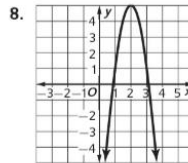
; $y = (x + 3)^2 - 1$; $x = -3$ قيمة صغرى عند $(-1, -3)$
-4, -2



; $y = (x - 2)^2 - 1$; $x = 2$ قيمة صغرى عند $(-1, 2)$
3, 1



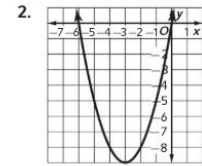
; $y = (x - 1.2)^2 - 3.64$; $x = 1.2$ القيمة الصغرى عند (1.2, -3.64)
-0.71, 3.11



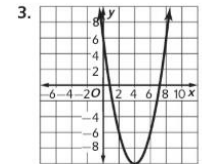
الدرس 1-3

57. ثبت الإزاحة 12 وحدة إلى الأسفل
58. ثبت الإزاحة وحدتين إلى اليسار
59. تم التمديد رأسياً. ثبت الإزاحة 5 وحدات إلى الأعلى
60. تم الضغط رأسياً. ثبت الإزاحة 6 وحدات إلى اليمين
61. تم التمديد رأسياً. ثبت الإزاحة 6 وحدات إلى الأعلى
62. تم العكس عبر المحور الأفقي x . وتم التمديد رأسياً. وثبت الإزاحة وحدة واحدة إلى الأسفل

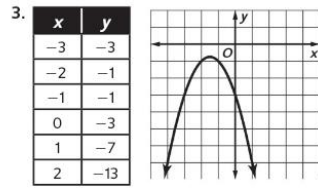
توسع 1-3



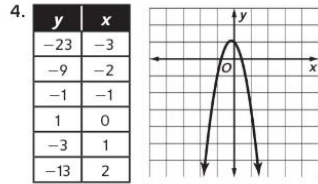
; $y = (x + 3)^2 - 9$; $x = -3$ قيمة صغرى عند $(-9, -3)$
0, -6



; $y = (x - 4)^2 - 10$; $x = 4$ قيمة صغرى عند $(-10, 4)$
7, 1

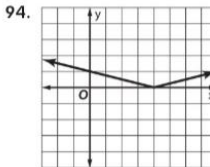
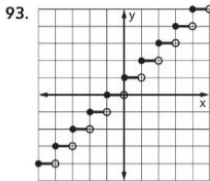
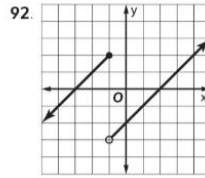
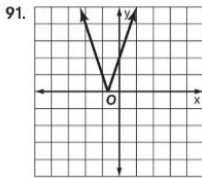


$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \leq -0.75 \}$

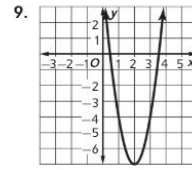


$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \leq 1 - \frac{1}{12} \}$

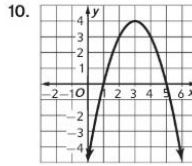
الدرس 1-4



$y = -4(x - 2)^2 + 5$; $x = 2$
 $5, 2$
 $3.11, 0.88$

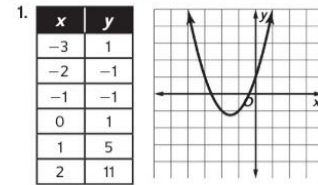


$y = 3(x - 2)^2 - 7$; $x = 2$
 $-7, 2$
 $3.5, 0.5$

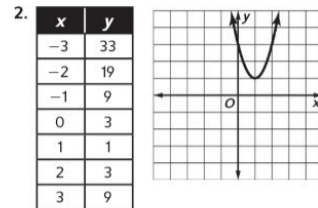


$y = -(x - 3)^2 + 4$; $x = 3$
 $4, 3$
 $5, 1$

اختبار الوحدة الأول

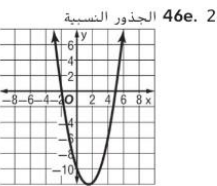
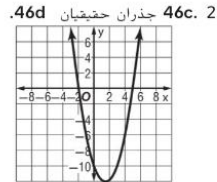
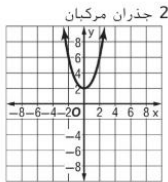
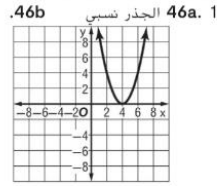
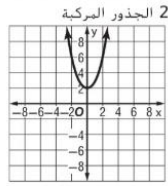


$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq -1.25 \}$



$\{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \} = D$
 $R = \{ y \mid y \geq 1 \}$

الدرس 1-6



48. اجابة نموذجية: (1) حلل المعادلة $(x + 3)$ إلى العاملين $x^2 - 2x - 15$ $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$ بالتالي بحسب خاصية حاصل ضرب الصفر، إما $x + 3 = 0$ أو $x - 5 = 0$. حل هذه المعادلات، $x = -3$ أو $x = 5$. اعد كتابة المعادلات كـ $x^2 - 2x = 15$. وبهذا أضف 1 لكل طرف من المعادلة لتكمل التربيع في الطرف الأيسر. وبما أن $(x - 1)^2 = 16$ ، خذ الجذر التربيعي لكل طرف $x - 1 = \pm 4$. لذا، $x = 1 \pm 4$ و $x = 5$ أو $x = -3$. استخدم القانون العام وهكذا، $x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$ أو $x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2}$. وببسيط التعبير $x = 5$ أو $x = -3$. انظر لتفضيلات الطلاب.

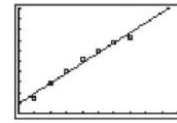
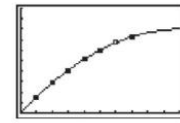
الاستكشاف 1-7

4. كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل، لكن التمثيل البياني $y = x^2 + 3.5$ موجود ببعدار 3.5 وحدة فوق التمثيل البياني $y = x^2$.

[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

استكمال 1-4

1. رسم بياني للإندجار الخطي: $h(t) = 19.2t + 1.92$



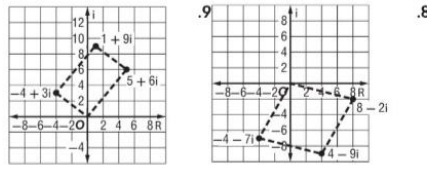
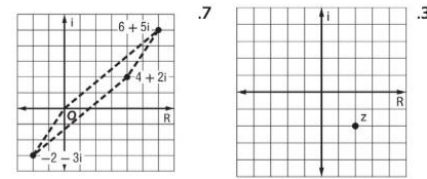
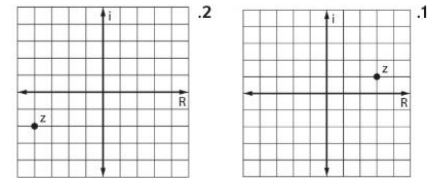
[0, 1] scl: 0.1 by [0, 20] scl: 2

معادلة تربيعية: $h(t) = -16t^2 + 32t$
معادلة خطية: $h(t) = 19.2t + 1.92$
المعادلة الخطية تناسب البيانات أكثر.

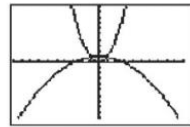
2. توقعات المعادلة الخطية: عند الثانية 1، ارتفاع اللاعب سيكون 21.12 قدم؛ وعند الثانية 1.5، ارتفاع اللاعب سيكون 30.72 قدم. توقعات المعادلة التربيعية: عند الثانية 1، ارتفاع اللاعب سيكون 16 قدم وعند الثانية 1.5، سيكون ارتفاع اللاعب 12 قدم.

3. تتوقع المعادلة الخطية أن لاعب كرة السلة سيستمر بالارتفاع لأجل غير مسمى، و تظهر توقعات المعادلة التربيعية أن اللاعب سيصل إلى أعلى نقطة في قفزه ويعدها يعود إلى الأرض.

تكملة 1-5

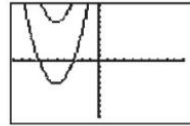


التمثيل البياني $y = -\frac{1}{8}x^2$ + 1 مفتوح للأسفل، وأوسع من التمثيل البياني $y = x^2$ وحدة أعلى من التمثيل البياني $y = x^2$ لـ



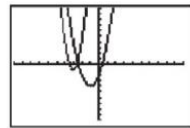
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيلات البيانية لها نفس الشكل ولكن التمثيل البياني $y = (x + 5)^2 + 7$ هو 11 وحدة أعلى التمثيل البياني $y = (x + 5)^2 - 4$



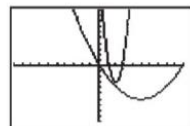
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني لـ $y = 5(x + 3)^2 - 1$ أضيق من التمثيل البياني $y = 2(x + 1)^2 - 4$ لـ



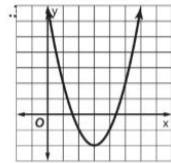
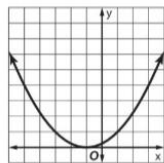
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني لـ $y = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - 6$ أوسع من التمثيل البياني $y = 5(x - 2)^2 - 3$ وقمته 3 وحدات أسفل و 3 لليمين من قمة $y = 5(x - 2)^2 - 3$



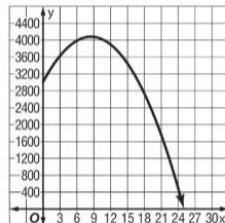
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الدرس 1-7 (تدريبات موجهة)



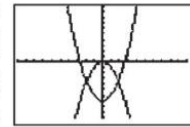
3A.

الدرس 1-7



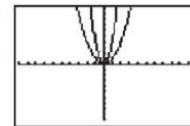
21.

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل، لكن التمثيل البياني $y = -x^2$ مفتوح للأسفل ولكن التمثيل البياني $y = x^2 - 7$ مفتوح للأعلى وهو 7 وحدات أقل من التمثيل البياني لـ $y = x^2$



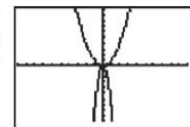
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = 4x^2$ هو أضيق من التمثيل البياني $y = x^2$ لـ



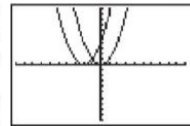
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = -8x^2$ مفتوح للأسفل و أضيق من التمثيل البياني $y = x^2$ لـ



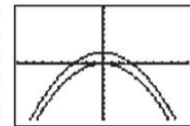
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل ومفتوحين للأعلى، ولكن التمثيل البياني $y = (x + 2)^2$ هو وحدتان لليسار من التمثيل البياني $y = x^2$ لـ



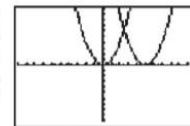
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل ومفتوحين للأسفل، ولكن التمثيل البياني $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2$ وحدتان أعلى التمثيل البياني لـ $y = -\frac{1}{6}x^2$



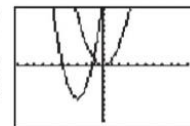
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيلات البيانية لها نفس الشكل ولكن التمثيل البياني $y = (x - 5)^2$ هي 5 وحدات لليمين بالنسبة إلى التمثيل البياني لـ $y = x^2$



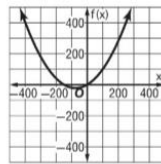
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني لـ $y = 2(x + 3)^2 - 6$ وحدتان لليسار، 6 وحدات أسفل، و أضيق من التمثيل البياني لـ $y = x^2$



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

34a. $f(x) = \frac{1}{250}(x + 75)^2 - \frac{45}{2}$



41. $y = 3(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{10}{3}$; $(\frac{2}{3}, -\frac{10}{3})$, $x = \frac{2}{3}$, للأعلى

42. $y = -2(x - \frac{7}{4})^2 + \frac{145}{8}$; $(\frac{7}{4}, \frac{145}{8})$, $x = \frac{7}{4}$, للأسفل

43. $y = -(x + 2.35)^2 + 8.3225$; $(-2.35, 8.3225)$, $x = -2.35$, للأسفل

44. $y = (x + 0.7)^2 - 1.69$; $(-0.7, -1.69)$, $x = -0.7$, للأعلى

45. $y = (x - \frac{1}{3})^2 - 3$; $(\frac{1}{3}, -3)$, $x = \frac{1}{3}$, للأعلى

46. $y = (x + 3.5)^2$; $(-3.5, 0)$, $x = -3.5$, للأعلى

49. معادلة القطع المكافئ يمكن كتابتها بصيغة $y = ax^2 + bx + c$ مع $a \neq 0$. لكل ثلاث نقاط، عوض بقيمة x الإحداثي عن x في المعادلة و عوض بقيمة y الإحداثي عن y في المعادلة. هذا سوف ينشئ ثلاث معادلات بثلاث متغيرات a , b , و c . حل نظام المعادلة لتجد قيم a , b , و c . هذه القيم تحدد المعادلة التربيعية.

50. $a(x + \frac{b}{2a})^2 + (c - \frac{b^2}{4a}) = y$; $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$; $x = -\frac{b}{2a}$

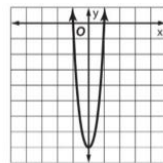
51. اجابة نموذجية: المتغير a يمثل قيم مختلفة لهذه الدالة لذا فافتراض $a = 0$ سيكون له تأثير مختلف على كل دالة. لـ $f(x)$ عندما $a = 0$, التمثيل البياني سيكون خط افقي، $g(x) = k$. لـ $g(x)$ عندما $a = 0$, التمثيل البياني يكون خطي ولكن ليس من الضروري افقي، $g(x) = bx + c$.

52. كل الدالات التربيعية هي تحويلات من التمثيل البياني الأصلي $y = x^2$. بتعريف هذه التحويلات عندما تكون الدالة التربيعية مكونة بصيغة الرأس يمكنك إعادة رسم التمثيل البياني $y = x^2$ مع إزاحة رأسه الى (h, k) , أوسع أو أضيق كيفما حددت من a , مفتوح للأسفل إذا a سالب.

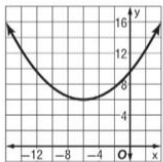
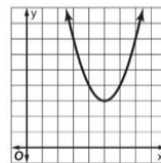
التوسع 1-7

نشاط الخطوة 1 و 2

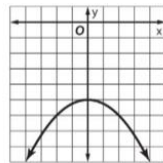
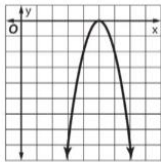
x	0	1	2	3	4	5
y	12	9.1875	6.75	4.6875	3	1.6875
فروق الرتبة الأولى						
فروق الرتبة الثانية						



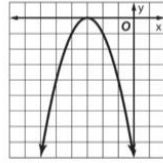
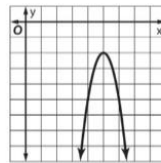
22.



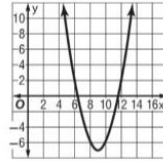
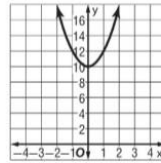
24.



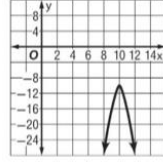
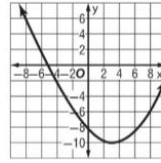
26.



28.



30.



32.

