

# الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

# 3

## مشروع الوحدة

### الاستفادة من التعلم السابق

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن الدوال النسبية لإكمال مشروع.

يتناول مشروع هذه الوحدة المعرفة المبنية، والعديد من المهارات الخاصة الضرورية لنجاح الطالب في إطار عمل التعلم في القرن الواحد والعشرين.

المفردات الأساسية وضح المفردات الأساسية في الوحدة متبعا النظام التالي.

التعريف: المجذور هو التعبير الموجود أسفل إشارة الجذر.

مثال:  $\frac{2ab}{c}$  هو المجذور في

التعبير  $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$

السؤال: ما الذي تشير إليه إشارة الجذر فيما يتعلق بالمجذور؟ **الجذر التربيعي للمجذور**

Copyright © 2012 McGraw-Hill Education. All rights reserved. Chapter 8 © 2012 McGraw-Hill Education. All rights reserved.

### لماذا؟

محيطات تولد تسونامي، أو الأمواج الكبرى، من الزلازل الواقعة تحت البحر ويمكن استخدام المعادلة الجذرية لإيجاد سرعة تسونامي بالأمتار في الثانية أو عمق المحيط بالأمتار.

### الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرا على:
  - تشكل الدوال الجذرية بيانيا وتحولها.
  - تبسيط التعبيرات الجذرية وحلها ودمجها وطرحتها وحلها.
  - حل المعادلات الجذرية.
  - استخدام نظرية فيثاغورس.

### السابق

وجدت حل المعادلات التربيعية والأسية.

## الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

### مخطط الوحدة

التقويم التشخيصي		التقويم التشخيصي		التقويم التشخيصي	
تدريب سريع		تدريب سريع		تدريب سريع	
الفترة	3-1	الفترة	3-1	الفترة	3-2
45 دقيقة، يوم واحد	45 دقيقة، يوم واحد	45 دقيقة، يوم واحد	45 دقيقة، يوم واحد	45 دقيقة، يوم واحد	45 دقيقة، يوم واحد
90 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم	90 دقيقة، 0.5 يوم
العنوان	دوال الجذر التربيعي	مختبر تقنية التمثيل البياني؛ التمثيل البياني لدوال الجذر التربيعي	المعادلات الجذرية		
الأهداف	<ul style="list-style-type: none"> <li>تمثيل تمديدات الدوال الجذرية وتحليلها.</li> <li>تمثيل انعكاسات وإزاحات الدوال الجذرية وتحليلها.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>استخدم حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف الرسوم البيانية لدوال الجذر التربيعي.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>حل المعادلات الجذرية.</li> <li>حل المعادلات الجذرية ذات الحلول الدخيلة.</li> </ul>		
المفردات الأساسية	دالة الجذر التربيعي square root function دالة جذرية radical function مجذور radicand		معادلات جذرية radical equations حلول دخيلة extraneous solutions		

Chapter sourced from Integrated Math 1 Chapter 8 © 2012 McGraw-Hill Education محفوظة الحقوق للنائب



الدرس 3-3 45 دقيقة، يوم واحد 90 دقيقة، 0.5 يوم	الاستكشاف 3-4 45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم	الدرس 3-4 45 دقيقة، يوم واحد 90 دقيقة، 0.5 يوم
التغير العكسي	مختبر تقنية التمثيل البياني: مجموعة الدوال النسبية	الدوال النسبية
<ul style="list-style-type: none"> <li>تحديد التغيرات العكسية واستخدامها.</li> <li>تمثيل التغيرات العكسية بيانياً.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>استخدام تقنية التمثيل البياني لاستكشاف مجموعات الدوال النسبية.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحديد القيم المستبعدة.</li> <li>تحديد خطوط التقارب واستخدامها لتمثيل الدوال النسبية بيانياً.</li> </ul>
تغير عكسي inverse variation قاعدة ناتج الضرب product rule		دالة نسبية rational function قيمة مستبعدة excluded value خط تقارب asymptote
		التكوين التكويني اختبار نصف الوحدة

## الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية مخطط الوحدة

التوسيع 3-5 45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.25 يوم		التمرين 3-5 45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.5 يوم		
		العنوان	المعادلات النسبية	
		الأهداف	<ul style="list-style-type: none"> <li>حل المعادلات النسبية.</li> <li>استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل.</li> </ul>	
		المفردات الأساسية	معادلة نسبية rational equation حل دخيل extraneous solution مسائل العمل والمسائل النسبية work and rate problems	
		التقويم الختامي دليل الدراسة والمراجعة تمرين على الاختبار		

التشخيص	سبل الحل
الاستعداد للوحدة 3 كتاب الطالب	بداية الوحدة 3
	الاستجابة للتدخل التقويمي كتاب المعلم
السابق، الحالي، لماذا كتاب الطالب	بداية كل درس
	الوحدة 0 كتاب الطالب
أثناء / بعد كل درس	
تمرين موجه كتاب الطالب. كل مثال التحقق من فهمك كتاب الطالب مسائل مهارات التفكير العليا كتاب الطالب مراجعة شاملة كتاب الطالب أمثلة إضافية كتاب المعلم اشبه! كتاب المعلم الخطوة 4. التقويم كتاب المعلم	التدريس المتميز كتاب المعلم خيارات الواجب المنزلي المتبايزة كتاب المعلم
اختبار نصف الوحدة كتاب الطالب	نصف الوحدة
دليل الدراسة والمراجعة للوحدة كتاب الطالب تمرين على الاختبار كتاب الطالب تدريب على الاختبار المعياري كتاب الطالب	اختبار ما قبل الوحدة

الخيار 3 أعلى من المستوى BL

اطلب من الطلاب البحث عن طريقة لقسمة كثيرات الحدود فيما يعرف باسم القسمة التركيبية. ثم اطلب من الطلاب مقارنة تلك الطريقة باستخدام القسمة المطولة. والمثال أدناه يوضح ذلك لـ  $(x-3) \div (3x^3 - 5x^2 - 6x - 2)$ .

القسمة المطولة:	القسمة التركيبية
$\begin{array}{r} 3x^2 + 6x + 6 \\ x-3 \overline{) 3x^3 - 5x^2 - 6x - 2} \\ \underline{3x^3 - 9x^2} \phantom{- 6x - 2} \\ 4x^2 - 6x \phantom{- 2} \\ \underline{4x^2 - 12x} \phantom{- 2} \\ 6x - 2 \\ \underline{6x - 18} \\ 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3 - 5 - 6 - 2} \\ \underline{3} \phantom{- 5 - 6 - 2} \\ -5 \phantom{- 6 - 2} \\ \underline{-9} \phantom{- 2} \\ 12 \phantom{- 2} \\ \underline{12} \phantom{- 2} \\ -2 \phantom{- 2} \\ \underline{-6} \\ 16 \end{array}$

الخيار 1 الوصول إلى مستوى المتعلمين كافة AL OL BL

**المتعلمون أصحاب النهج الاجتماعي** اطلب من الطلاب العمل في مجموعات. كلف كل طالب بمسألة قسمة كثيرة الحدود. اطلب من الطلاب دراسة المسائل الخاصة بهم لدقائق معدودة لتحديد طريقة إيجاد ناتج القسمة. بعد ذلك، اطلب من كل طالب أن يقوم "بتدريس" طريقة إيجاد ناتج القسمة للمجموعة. اطلب من المجموعات مناقشة إذا ما كانت الطريقة التي تم "تدريسها" صحيحة أم لا.

**المتعلمون أصحاب النهج السهلي** يعمل الطلاب، في مجموعات ثنائية أو صغيرة، على حل التمرين 18 والتحدث عن كل خطوة من خطوات الحل أثناء توضيح عملهم. اطلب منهم التحقق من حلولهم ومناقشة السبب في وجود حل دخيل من بين الحلول.

**المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية** تم تحديد متوسط السرعة  $r$  في المعادلة  $r = \frac{d}{t}$  حيث إن  $d$  ترمز إلى المسافة المقطوعة و  $t$  ترمز إلى الزمن المستغرق في قطع المسافة. اطلب من الطلاب اختيار مسافة تبلغ 50 مترًا على سبيل المثال يستطيع الأشخاص قطعها. بمجرد اختيار المسافة، اطلب منهم إنشاء تمثيل بياني. وإجراء تجربة على المسافة المعطاة، ثم التحديد، بعد ذلك، إذا ما كان التمثيل البياني يجسد بدقة أداء مشاركتهم. يجب إجراء تحليلات لتوضيح كيفية ارتباط نقاط البيانات بالتمثيل البياني.

الخيار 2 قريب من المستوى AL

اطلب من الطلاب كتابة مسائل قسمة تتضمن تعابير نسبية على بطاقات ملحوظات أو قصاصات ورقية أو أي شيء آخر يمكنهم استخدامه. ثم اطلب من الطلاب "قلب" الكسور بشكل مادي للضرب في المقلوب الضربي. يساعد "قلب" الكسور في ترسيخ المفهوم في عقول الطلاب.

## 3 التركيز على محتوى الرياضيات

## التخطيط الرأسي

## معاينة درس تلو الآخر

## قبل الوحدة 3

## الموضوعات ذات الصلة

- تمثيل المربعات والجذور التربيعية باستخدام نماذج هندسية
- تقريب قيم الأعداد غير النسبية عندما تنتج من مواقف المسائل

## موضوعات سابقة

- استخدام خاصية التوزيع لتحويل التعبيرات الجبرية لأبسط صورة
- حل المعادلات التربيعية باستخدام الطرق الجبرية
- حل المسائل التي تتضمن تغييرًا تناسبيًا
- تمثيل الدوال الخطية والأسية والتربيعية بيانيًا وتحليلها
- إعادة كتابة التعبيرات التي تنطوي على الجذور والأسس النسبية مستخدمًا خواص الأسس

## الوحدة 3

## الموضوعات ذات الصلة

- جميع التعبيرات الجذرية وطرحها وضربها وتحليلها لأبسط صورة
- حل المعادلات الجذرية

## بعد الوحدة 3

## الإعداد

- استخدام نظرية فيثاغورس
- تحديد الأنماط من المثلثات المناسبة لحل مسائل ذات معنى وتطبيق هذه الأنماط
- استخدام صيغ للطول والميل ونقطة المنتصف
- استخدام النسب لحل المسائل التي تتضمن أشكالاً متشابهة
- صياغة المعادلات والمتباينات بناءً على دوال الجذر التربيعي، واستخدام طرائق متنوعة في حلها، وتحليل الحلول من حيث الموقف

## 3-1 دوال الجذر التربيعي

تسمى دالة الجذر التربيعي بهذا الاسم لأن الدالة تحتوي على متغير داخل رمز الجذر التربيعي. الدالة الأم لأي دالة جذر تربيعي هي  $f(x) = \sqrt{x}$ . ولكي تصبح الدالة التربيعية عددًا حقيقيًا، فإن الجذور لا يمكن أن يكون سالبة. وعند التمثيل البياني لدالة جذر تربيعي، فإنه يجب استبعاد الأعداد التي تجعل الجذور سالبة من مجال الدالة. يبدأ التمثيل البياني  $y = a\sqrt{x}$  من عند نقطة الأصل ويمر إلى النقطة  $(1, a)$ . إذا كان  $a$  موجبًا، فإن التمثيل البياني يكون في الربع الأول، وإذا كان  $a$  سالبًا، فإن التمثيل البياني يكون انعكاسًا للتمثيل البياني  $y = |a|\sqrt{x}$  ويقع في الربع الرابع.

## 3-2 المعادلات الجذرية

المعادلات التي تحتوي على متغيرات في الجذور تسمى معادلات جذرية. ولحل المعادلات الجذرية، يجب أولاً فصل الجذر في طرف واحد من طرفي المعادلة، ثم يتم تربيع كلا الطرفين. سوف يؤدي ذلك إلى حذف الجذر. وفي بعض الأحيان، قد ينتج عن تربيع كل طرف حلول دخيلة، وهي نتائج لا تمثل حلولاً للمعادلة الأصلية. تأكد من أن جميع الحلول تعود إلى المعادلة الأصلية للتحقق من صحتها.

## 3-3 التعبير العكسي

بعض المواقف التي يزداد فيها  $y$  بزيادة  $x$  تكون معروفة باسم *التغييرات المباشرة* (الدرس 3-4). وبعض المواقف التي تنقص فيها  $y$  بنقص  $x$ ، أو العكس، تكون معروفة باسم *التغييرات العكسية*. ويمكن تمثيل التغييرات العكسية بالمعادلات المكتوبة بالصيغة  $y = \frac{k}{x}$  أو  $xy = k$  حيث  $x \neq 0$  و  $y \neq 0$ . وتكون قيمة التعبير العكسي غير محددة إذا كان  $x = 0$ .

تنص قاعدة ناتج الضرب للتعبير العكسي أنه إذا كان  $(x_1, y_1)$  وكانت حلول التعبير العكسي هي  $(x_2, y_2)$ ، فإن  $x_1 y_1 = x_2 y_2$ . لأن كل من  $x_1 y_1 = k$  و  $x_2 y_2 = k$ ، يمكن استخدام المعادلة  $x_1 y_1 = x_2 y_2$  لإيجاد حل القيم المفقودة لكل من  $x$  و  $y$ .

### 3-4 الدوال النسبية

الدالة النسبية هي دالة مكتوبة بالصيغة  $y = \frac{p}{q}$ ، حيث يكون البسط  $p$  والمقام  $q$  كلاهما من كثيرات الحدود، وأي قيمة تجعل قيمة  $q$  تساوي 0 تسمى القيمة المستبعدة للدالة النسبية ويجب أن يتم استبعادها من مجال الدالة. وبناءً على الموقف الذي نمثله أي دالة نسبية، قد تكون هناك كذلك قيم إضافية مستبعدة، فالتمثيل البياني لدالة نسبية بالصيغة  $y = \frac{a}{x-b}$  (حيث  $a \neq 0$ ) يوجد به خطان تقاربان: وهما الخط  $x = b$  والخط  $y = 0$ . وبالنسبة إلى التمثيل البياني للدالة فإنه يبدو مقترَّبًا من هذين الخطين.

### 3-5 المعادلات النسبية

المعادلات النسبية هي معادلات تحتوي على تعبير نسبي، وإذا كان طرفا المعادلة النسبية عبارة عن كسور فردية، فإنه يمكن استخدام نواتج الضرب التقاطعي للتخلص من الكسور، ثم حل المعادلة الناتجة.

عند حل معادلة نسبية، فإنه قد ينتج أكثر من حل. تحقق دائمًا من جميع الحلول في المعادلة الأصلية، لأن بعض الحلول قد تكون حلولًا دخيلة.

## إجابات إضافية

11. 0, 2  
12.  $-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$   
13. 2, 5  
14.  $-4, \frac{1}{2}$

## السؤال الأساسي

■ كيف يمكنك اختيار نموذج لتمثيل موقف من الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: لنمذجة مجموعة من البيانات، يمكنك إنشاء مخطط انتشار واختيار دالة ذات تمثيل بياني يناسب البيانات. ولنمذجة الموقف الفعلي، يمكنك إنشاء مخطط لتمثيل موقف باستخدام شكل له خواص معروفة.

## الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يرجى الرجوع إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

مراجعة سريعة	تدريب سريع
<p>أوجد كل جذر تربيعي. وعند الضرورة، قَرِّب إلى أقرب جزء من مئة.</p> <p>1. <math>\sqrt{82}</math> 2. <math>\sqrt{26}</math></p> <p>3. <math>\sqrt{15}</math> 4. <math>\sqrt{99}</math></p> <p>5. صندوق الرمل يصنع عيسى صندوق مكعباً مساحة قاعدته 100 متر مربع. فكم طول الضلع في الصندوق؟</p>	<p>مثال 1</p> <p>أوجد الجذر التربيعي لـ <math>\sqrt{50}</math>. وعند الضرورة، قَرِّب إلى أقرب جزء من المئة.</p> <p>استخدم الآلة الحاسبة.</p> <p><math>\sqrt{50} = 7.071067812\dots</math></p> <p>إلى أقرب جزء من المئة، <math>\sqrt{50} = 7.07</math>.</p>
<p>حوّل كل تعبير لأبسط صورة.</p> <p>6. <math>(21x + 15y) - (9x - 4y)</math></p> <p>7. <math>13x - 5y + 2y</math></p> <p>8. <math>(10a - 5b) + (6a + 5b)</math></p> <p>9. <math>6m + 5n + 4 - 3m - 2n + 6</math></p> <p>10. <math>x + y - 3x - 4y + 2x - 8y</math></p>	<p>مثال 2</p> <p>بسط <math>3x + 7y - 4x - 8y</math></p> <p><math>3x + 7y - 4x - 8y</math>  <math>= (3x - 4x) + (7y - 8y)</math>  <math>= -x - y</math></p> <p>اجمع الحدود المتشابهة. بسط.</p>

<p>مثال 3</p> <p>حلّ المعادلة <math>x^2 - 5x + 6 = 0</math>.</p> <p>المعادلة الأصلية  حلّ إلى العوامل.  خاصية ناتج الضرب الصفري  حلّ كل معادلة.</p> <p><math>x^2 - 5x + 6 = 0</math>  <math>(x - 3)(x - 2) = 0</math>  <math>x - 3 = 0</math> أو <math>x - 2 = 0</math>  <math>x = 3</math> أو <math>x = 2</math></p>	<p>حلّ كل من المعادلات التالية.</p> <p>11. <math>2x^2 - 4x = 0</math> 12. <math>6x^2 - 5x - 4 = 0</math></p> <p>13. <math>x^2 - 7x + 10 = 0</math> 14. <math>2x^2 + 7x - 5 = -1</math></p> <p>15. الهندسة مساحة المستطيل المجاور تساوي 90 متراً مربعاً. أوجد <math>x</math>.</p> <p></p>
---	--

المطويات منظّم الدراسة

مطويات Dinah Zike®

**التركيز** بينما يقرأ الطلاب هذه الوحدة ويدرسونها، يقومون بتوضيح أمثلة وكتابة ملاحظات حول الدوال الجذرية والهندسة في الكتيب الخاص بهم.

**التدريس** اطلب من الطلاب تصميم المطويات الخاصة بهم ورسهبا كما هو موضح. وقبل البدء، اطلب منهم تصفح الوحدة وتدوين أي مسائل من الوحدة يعتقدون بأنها صعبة على الصفحة اليمنى للدروس الخاصة بالمسألة. وبينما يعمل الطلاب خلال هذه الوحدة، أكد على أن الطلاب قادرون على إيجاد الإجابات على مسألتهم.

**وقت الاستخدام** شجّع الطلاب على الإضافة إلى مطوياتهم أثناء عملهم خلال الوحدة واستخدامها للمراجعة استعدادًا لاختبار الوحدة.

البدء في الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك الوحدة 3. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.

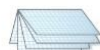
المفردات الجديدة

دالة الجذر التربيعي square root function  
مجلد radicand  
دالة جذرية radical function  
تعبير جذري radical expression  
مرافق conjugate  
إسقاط المقام rationalize the denominator  
مغلقة closed  
معادلات جذرية radical equations  
حلول دخيلة extraneous solutions  
تغير عكسي inverse variation  
قاعدة ناتج الضرب product rule  
دالة نسبية rational function  
قيم مستبعدة excluded values  
خط تقارب asymptote  
معادلة نسبية rational equation  
مسألة عمل work problem  
مسألة معدل rate problem

مطويات منظّم الدراسة

**الدوال الجذرية والهندسة** اصنع هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظتك عن الوحدة 3 المتعلقة بالدوال الجذرية والهندسة. ابدأ باستخدام أربع ورقات من ورق التمثيل البياني.

1 اطي الورق إلى نصفين بالعرض.



2 دس بطول الطية.



3 اقلب الطية إلى اليمين واكتب عنوان الوحدة في الأمام. في كل صفحة بنى من المطوية، اكتب عنوان درس من دروس الوحدة.



مراجعة المفردات

طريقة قول لضرب زوج من ثنائيات الحدود. أوجد مجموع نواتج ضرب الحدين الأولين، والحددين الوسطيين، والحددين الآخرين.

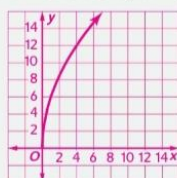
البرج الكامل عدد يكون جذره التربيعي عددًا نسبيًا

التناسب هو معادلة لها الصيغة  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$  توضح أن النسبتين متكافئتان

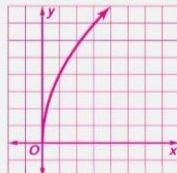
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies ad = bc$$

إجابات إضافية (الدرس 10-1، تمرين موجه)

1B.  $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  $R = \{y \mid y \geq 0\}$



1A.  $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  $R = \{y \mid y \geq 0\}$



# دوال الجذر التربيعي

3-1

## 1 التركيز

### التخطيط الواسي

**قبل الدرس 3-1** تمثيل الدوال الخطية والأسية والتربيعية وتحليلها.

**الدرس 3-1** تمثيل تمديدات الدوال الجذرية وتحليلها. تمثيل انعكاسات وإزاحات الدوال الجذرية وتحليلها.

**بعد الدرس 3-1** إيجاد حل المعادلات الجذرية.

## 2 التدريس

### أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا** الوارد في هذا الدرس.

**اطرح السؤال التالي:**

- ما الجزء في المعادلة الذي يشير إلى أنها دالة جذر تربيعي؟ إشارة الجذر

التي تمثل الجذر التربيعي

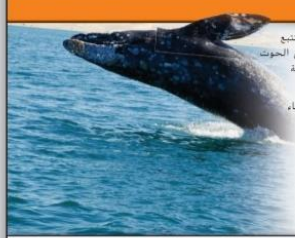
- إذا كان لا يمكن للعدد تحت إشارة الجذر أن يكون سالبًا. فماذا يجب أن يكون صحيحًا بشأن  $\frac{E}{d}$ ؟ يجب أن يكون ناتج قسمة أكبر من أو يساوي الصفر.

- إذا كان  $d$  ثابتًا و  $E$  يتزايد، فماذا سيحدث لـ  $c$ ؟ يتزايد.

### لماذا؟

### الحالي

### السابق



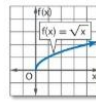
- يستخدم العلماء أصوات الحيتان لتتبع تحركاتها. ويمكن إيجاد المسافة إلى الصوت عن طريق الربط بين الزمن وسرعة الصوت في الماء.
- يمكن وصف سرعة الصوت في الماء بدالة الجذر التربيعي  $c = \sqrt{\frac{E}{d}}$  حيث  $E$  تمثل مجموعة معامل البرونة للماء و  $d$  تمثل كثافة الماء.

- تمثيل تمديدات الدوال الجذرية وتحليلها.
- تمثيل انعكاسات وإزاحات الدوال الجذرية وتحليلها.

- تمثلت الدوال الخطية والأسية والتربيعية بيانياً وحللتها.

**تمدد الدوال الجذرية** تشتمل **دالة الجذر التربيعي** على الجذر التربيعي لمتغير. وتعد دوال الجذر التربيعي نوعاً من أنواع **الدالة الجذرية**. ونطلق على التعبير تحت إشارة الجذر، **المجذور** لكي يكون الجذر التربيعي عدداً حقيقياً. لا يمكن أن يكون المجذور سالباً. القيم التي تجعل المجذور سالباً لا يتم تضمينها في المجال.

### المفهوم الأساسي دالة الجذر التربيعي



الدالة الأصلية:  $f(x) = \sqrt{x}$   
نوع التمثيل البياني: منحنى  
المجال:  $\{x | x \geq 0\}$   
المدى:  $\{y | y \geq 0\}$

### مثال 1 تمديد دالة الجذر التربيعي

مثل  $f(x) = 2\sqrt{x}$  بيانياً. واذكر المجال والمدى.

**الخطوة 1** أنشئ جدولاً.



x	0	0.5	1	2	3	4
f(x)	0	≈1.4	2	≈2.8	≈3.5	4

المجال هو  $\{x | x \geq 0\}$ . والمدى هو  $\{y | y \geq 0\}$ . لاحظ أن التمثيل البياني يتزايد على المجال بالكامل. والقيمة الصغرى هي 0. ولا يوجد تماثل.

### تمرين موجّه

1A.  $g(x) = 4\sqrt{x}$

1B.  $h(x) = 6\sqrt{x}$

**المفردات الجديدة**  
دالة الجذر التربيعي  
square root function  
دالة جذرية  
radical function  
مجذور  
مجموع

ممارسات في الرياضيات  
مراجعة الدقة.

## 1 تمديدات الدوال الجذرية

**المثال 1** يوضح كيفية تمثيل تمديد الدالة الجذرية بيانياً.

### التقويم التكويني

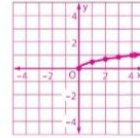
استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

### مثال إضافي

**1** مثل بيانياً  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$  واذكر

المجال والمدى.

$$D = \{x \mid x \geq 0\}; R = \{y \mid y \geq 0\}$$



## 2 انعكاسات وإزاحات الدوال الجذرية

**المثالان 2 و 3** يوضحان كيفية تمثيل انعكاسات وإزاحات الدوال الجذرية بيانياً. **المثال 4** يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية مشتملة على دالة جذرية. **المثال 5** يوضح كيفية التمثيل البياني لدالة جذرية بها أكثر من تحويل واحد.

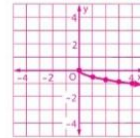
### مثال إضافي

**2** مثل بيانياً  $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x}$  وقارن

بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمدى. انضغاط رأسي

لـ  $y = \sqrt{x}$  وانعكاس على

$$D = \{x \mid x \geq 0\}; R = \{y \mid y \leq 0\}$$



**2 الانعكاس والإزاحة للدوال الجذرية** تذكر أنه عندما تكون القيمة  $h$  سالبة في الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  يكون التمثيل البياني للدالة الأصلية منعكساً للأسفل على المحور  $x$ .

**المفهوم الأساسي:** التمثيل البياني لـ  $y = a\sqrt{x+h}+k$

**الخطوة 1:** ارسم تمثيلاً بيانياً لـ  $y = a\sqrt{x}$  يبدأ التمثيل البياني عند نقطة الأصل ويمر بالنقطة  $(1, a)$ . إذا كان  $a > 0$ ، فالتمثيل البياني يكون في الربع الأول. إذا كان  $a < 0$ ، فالتمثيل البياني يكون منعكساً للأسفل على المحور  $x$  ويكون في الربع الرابع.

**الخطوة 2:** أخرج التمثيل البياني  $k$  وحدات لأعلى إذا كان  $k > 0$  و  $|k|$  وحدات لأسفل إذا كان  $k < 0$ .

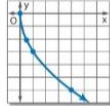
**الخطوة 3:** أخرج التمثيل البياني  $h$  وحدات يساراً إذا كان  $h > 0$  و  $|h|$  وحدات يميناً إذا كان  $h < 0$ .

### نصيحة دراسية

التمثيل البياني للدوال الجذرية أكثر الترميزات الكاملة لقيم  $x$  التي سوف تنتج عنها إحداثيات سهلة التعيين.

### مثال 2 انعكاس دالة الجذر التربيعي

مثل  $y = -3\sqrt{x}$  بيانياً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمدى.



أنتش جدولاً للقيم ثم عيّن النقاط على النظام الإحداثي وارسم منحنى منتظماً يصلها ببعض.

x	0	0.5	1	4
y	0	≈-2.1	-3	-6

لاحظ أن التمثيل البياني يكون في الربع الرابع. ويتم الحصول عليه عن طريق تمديد التمثيل البياني لـ  $y = \sqrt{x}$  رأسياً ثم انعكاسه على المحور  $x$ . المجال هو  $\{x \mid x \geq 0\}$ . والمدى هو  $\{y \mid y \leq 0\}$ .

تمرين موجّه

2A.  $y = -2\sqrt{x}$

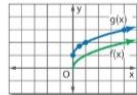
2B.  $y = -4\sqrt{x}$

### مثال 3 إزاحة دالة الجذر التربيعي

مثل كل دالة بيانياً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمدى.

a.  $g(x) = \sqrt{x} + 1$

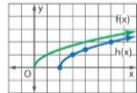
x	0	0.5	1	4	9
y	0	≈1.7	2	3	4



لاحظ أن قيم  $g(x)$  أكثر بوحدة من قيم  $f(x) = \sqrt{x}$ . هذه إزاحة رأسية بارتفاع وحدة واحدة لأعلى من الدالة الأصلية. المجال هو  $\{x \mid x \geq 0\}$ . والمدى هو  $\{y \mid y \geq 1\}$ .

b.  $h(x) = \sqrt{x-2}$

x	2	3	4	6
y	0	1	≈1.4	2



هذه إزاحة أفقية بارتفاع وحدة واحدة يميناً من الدالة الأصلية. المجال هو  $\{x \mid x \geq 2\}$ . والمدى هو  $\{y \mid y \geq 0\}$ .

158 | الدرس 3-1 | دوال الجذر التربيعي

### إرشاد للمعلمين الجدد

**الاستنتاج المنطقي** وضح للطلاب أن الحدود على المجال والمدى لدالة الجذر التربيعي تكون ممثلة أيضاً لنقطة البداية للتمثيل البياني للدالة حيث  $x$  هي القيمة الصغرى في المجال و  $y$  هي القيمة الصغرى في المدى.

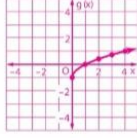
### التركيز على محتوى الرياضيات

**دوال الجذر التربيعي** تعد دوال الجذر التربيعي نوعاً من أنواع الدالة الجذرية. دالة الجذر التربيعي  $y = \sqrt{x}$  هي دالة عكسية لـ  $y = x^2$  حيث  $x \geq 0$ . يمكن تمثيلها في الصيغة  $y = x^{\frac{1}{2}}$ . لتمثيل دالة جذر تربيعي بيانياً، أستخدم من المجال أي قيم ينتج عنها مجذور سالب.

### أمثلة إضافية

3 مثل كل دالة بيانيًا. وقرن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمدى.

a.  $g(x) = \sqrt{x} - 1$  ثبت إزاحتها بمقدار وحدة واحدة لأسفل؛  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ;  
 $R = \{g(x) \mid g(x) \geq -1\}$

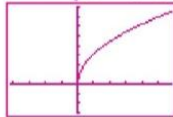


b.  $h(x) = \sqrt{x+1}$  ثبت إزاحتها بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار؛  $D = \{x \mid x \geq -1\}$ ;  
 $R = \{h(x) \mid h(x) \geq 0\}$



4 أمواج تسونامي سرعة  $s$  أمواج تسونامي بالمتر في الثانية تعطيها

المعادلة  $s = 3.1\sqrt{d}$ . حيث  $d$  هو عمق مياه المحيط بالمتر. مثل الدالة بيانيًا. إذا كانت أمواج تسونامي تنتقل عبر مياه عمقها 26 مترًا، فما سرعتها؟ حوالي  $15.8 \text{ m/s}$



$[-4, 7]$  scl: 1 على  $[-5, 5]$  scl

### المتابعة

استكشف الطلاب دوال الجذر التربيعي في السابق.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تختار استخدام دالة جذر تربيعي لتمثيل مجموعة من البيانات بدلاً من استخدام دالة كثيرة الحدود؟
- الإجابة النموذجية: قد يناسب السلوك الطرفي لدالة الجذر التربيعي البيانات بطريقة أفضل. وكذلك، فإن مجال دالة الجذر التربيعي هو  $x \geq 0$ ، وهو مجال يمكن تطبيقه على العديد من مواقف الحياة اليومية التي تشتمل على كميات مثل الوقت والمسافة.

### تمرين موجّه

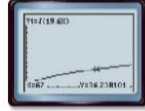
3A.  $g(x) = \sqrt{x} - 4$

3B.  $h(x) = \sqrt{x} + 3$

يمكن تمثيل ظاهرة فيزيائية مثل الحركة عن طريق الدوال الجذرية. غالبًا ما تكون هذه الدوال تحويلات من دالة الجذر التربيعي الأصلية.

### مثال 4 من الحياة اليومية تحليل الدالة الجذرية

الجسور يمتد جسر جولدن جيت لمسافة 67 مترًا تقريبًا فوق سطح الماء. السرعة المتجهة  $v$  لجسم ما في سقوط حر من  $h$  أمتار تُحدد بالمعادلة  $v = \sqrt{2gh}$ ، حيث  $g$  هو ثابت مسافة 9.8 أمتار لكل ثانية مربعة. مثل الدالة بيانيًا. إذا سقط جسم ما من الجسر، فماذا ستكون سرعته المتجهة عندما يصطدم بالماء؟



استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل الدالة بيانيًا. لإيجاد السرعة المتجهة للجسم، عوض بـ 67 مترًا عن  $h$ .

الدالة الأصلية  
 $v = \sqrt{2gh}$   
 $= \sqrt{2(9.8)(67)}$   
 $= \sqrt{1313.2}$   
 $\approx 36.2 \text{ m/s}$   
 استخدم الآلة الحاسبة.

السرعة المتجهة للجسم تقدر بحوالي 36.2 مترًا لكل ثانية بعد السقوط من ارتفاع 67 مترًا.

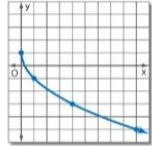
### تمرين موجّه

4. استخدم التمثيل البياني أعلاه لتقدير الارتفاع الأولي لجسم ما إذا كان يتحرك بسرعة 20 مترًا لكل ثانية عند اصطدامه بالماء.

ويمكن الجمع بين تحويلات مثل الانعكاسات والإزاحات والتدويرات في معادلة واحدة.

### مثال 5 تحويلات دالة الجذر التربيعي

مثل  $y = -2\sqrt{x} + 1$  بيانيًا. وقرن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمدى.



هذا التمثيل البياني نتيجة تدوير رأس التمثيل البياني لـ  $y = \sqrt{x}$  بتدوير انعكاسي على المحور  $x$ . ثم إزاحة لأعلى بمقدار وحدة واحدة. المجال هو  $\{x \mid x \geq 0\}$ ، والمدى هو  $\{y \mid y \leq 1\}$ .

### تمرين موجّه

5A.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x} - 1$

5B.  $y = -2\sqrt{x} - 1$



### الربط بالحياة اليومية

تعتبر 39 مليون سيارة تقريبًا جسر جولدن جيت في سان فرانسيسكو كل عام. اليه، مركز سان فرانسيسكو للدراسات والبحوث.

### التدريس المتقدم

إذا

أوضح الطلاب استيعابهم لإزاحات التمثيلات البيانية لدوال الجذر التربيعي.

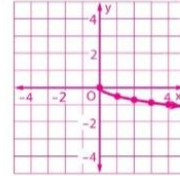
عندما

فدع الطلاب يعملوا في مجموعات ثنائية لتمثيل دوال الجذر التربيعي مثل  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ ،  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$  و  $y = \sqrt{9 - x^2}$ . واطلب منهم دُر مجال الدوال ومداها ووصف التمثيلات البيانية. واسأل الطلاب عن كيف يمكنهم استخدام التمثيل البياني للتربيع تحت إشارة الجذر لإيجاد مجال الدالة ومداها.

### مثال إضافي

5 مثل  $y = 3\sqrt{x-2}$  بياناً وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال وال المدى.

تعد رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$  إزاحة بمقدار وحدتين إلى اليمين:  $D = \{x | x \geq 2\}$ ;  $R = \{y | y \geq 0\}$



### 3 تمرين

#### التقويم التكويني

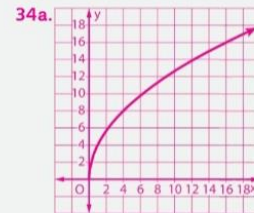
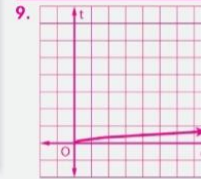
استخدم التمارين من 1 إلى 13 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

#### التمثيلات المتعددة

في التمرين 44، سيستخدم الطلاب التمثيلات البيانية ودالة متعددة التعريف لمقارنة الدوال التربيعية ودوال الجذر التربيعي.

#### إجابات إضافية



160 | الدرس 3-1 | دوال الجذر التربيعي

### التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3

مثل كل دالة بياناً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال وال المدى.

1.  $y = 3\sqrt{x}$

2.  $y = -5\sqrt{x}$

3.  $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}$

4.  $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x}$

5.  $y = \sqrt{x} + 3$

6.  $y = \sqrt{x} - 2$

7.  $y = \sqrt{x+2}$

8.  $y = \sqrt{x-3}$

9. **المسقط الحر** الزمن  $t$ . بالوثاني، الذي يستغرقه جسم ما للمسقط على مسافة  $d$ . بالأمتر. يُعطى بالدالة  $t = \frac{5}{11}\sqrt{d}$  (مع افتراض صفرية مقاومة الهواء). مثل الدالة بياناً. واذكر المجال وال المدى.

مثال 4

مثال 5

مثل كل دالة بياناً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال وال المدى.

10.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x} + 2$

11.  $y = -\frac{1}{4}\sqrt{x} - 1$

12.  $y = -2\sqrt{x+1}$

13.  $y = 3\sqrt{x-2}$

### التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3

مثل كل دالة بياناً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال وال المدى.

14.  $y = 5\sqrt{x}$

15.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

16.  $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x}$

17.  $y = 7\sqrt{x}$

18.  $y = -\frac{1}{4}\sqrt{x}$

19.  $y = -\sqrt{x}$

20.  $y = -\frac{1}{5}\sqrt{x}$

21.  $y = -7\sqrt{x}$

22.  $y = \sqrt{x} + 2$

23.  $y = \sqrt{x} + 4$

24.  $y = \sqrt{x} - 1$

25.  $y = \sqrt{x} - 3$

26.  $y = \sqrt{x} + 1.5$

27.  $y = \sqrt{x} - 2.5$

28.  $y = \sqrt{x+4}$

29.  $y = \sqrt{x-4}$

30.  $y = \sqrt{x+1}$

31.  $y = \sqrt{x-0.5}$

32.  $y = \sqrt{x+5}$

33.  $y = \sqrt{x-1.5}$

34. **الهندسة** محيط المربع يُعطى بالدالة  $P = 4\sqrt{A}$ ، حيث  $A$  هي مساحة المربع.

مثال 4

a.

b. حدد محيط مربع له مساحة  $225 \text{ m}^2$ .

c. متى سيصبح المحيط والمساحة بقيمة واحدة؟

مثال 5

مثل كل دالة بياناً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال وال المدى.

35.  $y = -2\sqrt{x} + 2$

36.  $y = -3\sqrt{x} - 3$

37.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x+2}$

38.  $y = -\sqrt{x-1}$

39.  $y = \frac{1}{4}\sqrt{x-1} + 2$

40.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x-2} + 1$

41. **الطاقة** يكون لجسم ما طاقة حركية عندما يتحرك. السرعة المتجهة بالأمتر لكل ثانية لجسم ما كتلته  $m$  كيلوجرامات بطاقة  $E$  جول. تُعطى بالدالة  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$  استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل الدالة التي تعبر عن السرعة المتجهة لكرة سلة كتلتها  $0.6$  كيلوجرام. بياناً.

160 | الدرس 3-1 | دوال الجذر التربيعي

### خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	14-40, 47, 49-64	الأعداد الزوجية 14-40, 47, 49-52, 57-64
OL أساسي	الأعداد الفردية 15-39, 41-44, 47, 49-64	14-40, 53-56
BL متقدم	41-64	

## تدريس ممارسات في الرياضيات

**الأدوات** براعي الطلاب البارعون في الرياضيات الأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضيات. في التمرين 48، شجّع الطلاب على اعتبار استخدام ورق التمثيل البياني أو إحدى تقنيات التمثيل البياني لمساعدتهم على كتابة دالتهم.



42. الهندسة نصف قطر الدائرة يعطى بالمعادلة  $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ . حيث  $A$  هي مساحة الدائرة.

a. مثل الدالة بيانياً.

b. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتحديد نصف قطر دائرة لها المساحة  $27 \text{ cm}^2$ .

43. سرعة الصوت تحدد سرعة الصوت في الهواء بدرجة حرارة الهواء. السرعة  $v$  بالأمتار لكل ثانية تعطى بالمعادلة  $v = 331.5 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}}$  حيث  $t$  هي درجة حرارة الهواء بالدرجات المئوية.

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل الدالة بيانياً.

b. ما مدى سرعة انتقال الصوت عندما تكون درجة الحرارة  $55^\circ\text{C}$ ؟

c. كيف ستتأثر سرعة الصوت عندما ترتفع درجة الحرارة إلى  $65^\circ\text{C}$ ؟

44. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على العلاقة بين التمثيلات البيانية لدوال الجذر التربيعي والخطوط المكافئة.

a. بيانياً مثل  $y = x^2$  بيانياً على نظام إحداثي.

b. جبرياً اكتب دالة متعددة التعريف لوصف التمثيل البياني لـ  $y = x^2$  في كل ربع.

c. بيانياً على النظام الإحداثي نفسه، مثل  $y = \sqrt{x}$  و  $y = -\sqrt{x}$  بيانياً.

d. بيانياً على النظام الإحداثي نفسه، مثل  $y = x$  بيانياً. عتّن النقاط  $(4, 2)$ ، و  $(2, 4)$ ، و  $(1, 1)$ .

e. تحليلياً قارن بين التمثيل البياني للقطع المكافئ بالتمثيلات البيانية لدوال الجذر التربيعي.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

التحدي حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. أعط مثالاً أو مثلاً مضاداً لدعم إجابتك.

45. الأعداد في مجال الدالة الجذرية تكون غير سالبة دائماً.

46. الدالة الجذرية تكون غير سالبة دائماً.

47. **الكتابة في الرياضيات** لماذا توجد حدود لمجال دوال الجذر التربيعي ومدها؟

48. **الأدوات** اكتب دالة جذرية يكون مجالها كل الأعداد الحقيقية التي تكون أكبر من أو تساوي 2 ويكون مدها كل الأعداد الحقيقية التي تكون أقل من أو تساوي 5.

49. أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟ أوجد المعادلة التي لا تتوافق مع المجموعة. اشرح.

$$y = 3\sqrt{x}$$

$$y = 0.7\sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x} + 3$$

$$y = \frac{\sqrt{x}}{6}$$

50. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب دالة تكون نتيجة انعكاس وإزاحة وشد للتمثيل البياني الأصلي لـ  $y = \sqrt{x}$ .

51. **التبرير** إذا كان مدى الدالة  $y = a\sqrt{x}$  هو  $y \leq 0$ ، فما الذي يمكنك استنتاجه بشأن قيمة  $a$ ؟ اشرح استنتاجك.

52. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين التمثيلين البيانيين لـ  $f(x) = \sqrt{x} + 2$  و  $g(x) = \sqrt{x+2}$ .

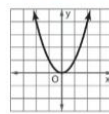
تعيين مصطلح الرياضيات أعط الطالب  
دالة جذر تربيعي مثل  $y = \sqrt{x - 5}$   
واطلب منهم توضيح طريقة إيجاد مجال  
الدالة ومداها.

55. أي مما يلي هي معادلة مستقيم مواز لـ  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  ويمر بالنقطة  $(-1, -2)$  ؟

C  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

**D**  $y = -\frac{1}{2}x - 2$

56. الإجابة القصيرة إذا كان منسق حقائق يحتاج إلى فرش نشارة خشبية على 6 أحواض زهور مستطيلة وفيها 8 أمتار في 4 أمتار، و 4 أحواض زهور مستديرة نصف قطر كل منها يبلغ 3 أمتار. وتغطي عبوة النشارة الخشبية الواحدة 25 متراً مربعا. فكم عدد عبوات النشارة الخشبية المطلوبة لتغطية الأحواض الزهرية؟



أي دالة تمثل بشكل أفضل التمثيل البياني؟

C  $y = \sqrt{x}$

**D**  $y = x$

54. العبارة " $x < 10$  و  $3x - 2 \geq 7$ " تكون صحيحة عندما  $x$  يساوي ماذا؟

H 8

J 12

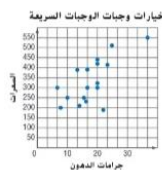
57. **الصحة** نتمرن خولة كل يوم بالمشي والجري لمسافة لا تقل عن

3 كيلومترات. وتتمشي خولة بعدد 4 كيلومترات في الساعة، وتجري بعدد 8 كيلومترات في الساعة. افترض أنه متاح لديها نصف ساعة فقط للتمرين اليوم.

a. ارسم تمثيلاً بيانياً يوضح المدة الزمنية الممكنة التي يمكن أن تقضيها في المشي والجري اليوم.

b. أعط ثلاثة حلول ممكنة.

**58. لتغذية** حدد ما إذا كان التمثيل البياني يعبر عن ارتباط موجب، أم سالب، أم لا يعبر عن أي ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فافرح دلالاته في هذه الحالة.



حلل كل أحادي الحد إلى عوامله بالكامل.

**61.** 150rt

64.  $-160x^2y^4$

BL OL

**التوسع** اكتب عدة دوال جذر تربيعي على اللوحة، وكلّف الطلاب بتحديد المجال والمدي لكل منها. قد

تمثيل الأمثلة  $y = \sqrt{3x+2}$ ،  $y = -5\sqrt{\frac{x+2}{8}}$  أو  $y = \sqrt{\frac{1}{x+2}}$ . شجّع الطلاب على تمثيل الدوال

بيانياً للتحقق من المجال والمدى،

$$R = \{y \mid y \geq 0\}; D = \{x \mid x \geq -2\}; R = \{y \mid y \leq 0\}; D = \{x \mid x > -2\}; R = \{y \mid y > 0\}$$



## مختبر تقنية التمثيل البياني التمثيل البياني لدوال الجذر التربيعي

3-1

### 1 التركيز

**الهدف** استخدم حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف التمثيلات البيانية لدوال الجذر التربيعي.

#### المواد الخاصة لكل طالب

- حاسبة تمثيل بياني
- ورق مربعات

#### نصيحة للتدريس

قبل بدء هذه التجربة، عزّف الطلاب على خيار ZoomFit الموجود في القائمة [ZOOM] الثانية. هذا الخيار يسمح للحاسبة بتكبير نافذة العرض تلقائياً لتناسب التمثيل البياني. اقترح على الطلاب استخدام هذا الخيار للحصول على عرض أفضل لشكل التمثيل البياني لأي دالة جذر تربيعي.

### 2 التدريس

#### العمل في مجموعات متعانة

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات، متنوعة القدرات، مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب لإكمال النشاطين 1 و 2.

- اطلب من الطلاب استخدام عملية الضميمة من قائمة "CALC" لإيجاد قيمة الدالة عند قيم  $x$  مختلفة. اضغط [CALC] [2nd] ثم أدخل قيمة  $x$ . من المفترض أن يرى الطلاب أن قيمة الدالة هي الجذر التربيعي لمجذور الدالة.

**تمرين** اطلب من الطلاب إتقان التمرينات من 1 إلى 5.

ممارسات في الرياضيات  
استخدام الأدوات الثلاثة بطريقة إستراتيجية

لكي يكون الجذر التربيعي عدداً حقيقياً، لا يمكن أن يكون المجذور سالماً. عند تمثيل الدالة الجذرية بيانياً، حدد متى سيكون المجذور سالماً واستبعد هذه القيم من المجال.

#### النشاط 1 الدالة الأصلية

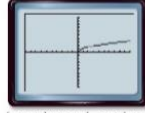
مثل  $y = \sqrt{x}$  بيانياً.

أدخل المعادلة في القائمة  $Y=$  وارسم التمثيل البياني في نافذة العرض القياسية.

خطوات العملية على الحاسبة: 6 [ZOOM] [X,T,θ,n] [2nd] [√] [Y=]

1A. نتخض التمثيل البياني. ما مجال الدالة؟

1B. ما مدى الدالة؟



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

#### النشاط 2 إزاحة الدالة الأصلية

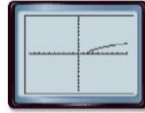
مثل  $y = \sqrt{x-2}$  بيانياً.

أدخل المعادلة في القائمة  $Y=$  وارسم التمثيل البياني في نافذة العرض القياسية.

خطوات العملية على الحاسبة: 6 [ZOOM] [X,T,θ,n] [2nd] [√] [Y=]

2A. ما مجال الدالة ومداها؟

2B. ما وجه المقارنة بين التمثيل البياني لـ  $y = \sqrt{x-2}$  والتمثيل البياني للدالة الأصلية  $y = \sqrt{x}$ ؟



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

#### تمارين

مثل كل دالة مما يلي بيانياً. وارسم التمثيل البياني على الورقة. واذكر المجال والمداى. وشرح وجه الاختلاف بين التمثيل البياني عن التمثيل البياني للدالة الأصلية  $y = \sqrt{x}$ .

1.  $y = \sqrt{x-1}$

2.  $y = \sqrt{x+3}$

3.  $y = \sqrt{x-2}$

4.  $y = \sqrt{-x}$

5.  $y = -\sqrt{x}$

6.  $y = \sqrt{2x}$

7.  $y = \sqrt{2-x}$

8.  $y = \sqrt{x-3} + 2$

9.  $x = y^2$

10.  $x^2 + y^2 = 4$

11.  $x^2 + y^2 = 2$

حلّ كل معادلة مما يلي لإيجاد  $y$ . هل تمثل المعادلة دالة؟ اشرح استنتاجك.

أكتب دالة بتمثيل بياني يزيح  $y = \sqrt{x}$  في كل اتجاه مما يلي.

12. إزاحة 4 وحدات يساراً

13. إزاحة 7 وحدات أعلى

14. إزاحة 6 وحدات لأسفل

15. إزاحة 5 وحدات يميناً و 3 وحدات أعلى

#### من العملي إلى النظري

استخدم التمرين 15 لتقويم إذا ما كان الطلاب يستطيعون كتابة دالة إذا كان لديهم وصف للتمثيل البياني للدالة.

### 3 التقويم

#### التقويم التكويني

استخدم التمرين 8 لتقويم إذا ما كان الطلاب يفهمون كيفية تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانياً ووصف كيفية اختلاف التمثيل البياني عن الدالة الأم.

## المعادلات الجذرية

## 3-2



● طول خط الباء للثارب الشراعي هو طول الخط الذي تصنعه حافة الباء عندما يكون الثارب مثبته وسرعة جسم الثارب هي أسرع سرعة يمكن أن يتحرك بها. يمكنك تقدير سرعة جسم الثارب  $h$  باستخدام الصيغة  $h = 1.34\sqrt{\ell}$  حيث  $\ell$  هو طول خط الباء للثارب الشراعي.

● أجريت الجمع والطرح والضرب على التعابير الجذرية.

● أجريت الجمع والطرح والضرب على التعابير الجذرية.

## السابق

## الحالي

## لماذا؟

المفردات الجديدة  
معادلات جذرية  
(radical equations)  
حلول دخيلة  
(extraneous solutions)

مهارات في الرياضيات  
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام نماذج الرياضيات.

## 1 التركيز

## التخطيط الواسي

قبل الدرس 3-2 جمع التعابير الجذرية وطرحها وضربها.

الدرس 3-2 حل المعادلات الجذرية. حل المعادلات الجذرية بحلول دخيلة.

بعد الدرس 3-2 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها.

## 2 التدريس

## أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

■ إذا كنت تعرف قيمة  $h$ ، فما الذي تحتاج عزله لمعادلة  $\sqrt{\ell}$ ؟

■ يمكنك عزله اقسم كل طرف على 1.34.

■ هل يمكنك إزالة إشارة الجذر؟ قم بتربيع كل طرف من أطراف بالمعادلة.

## المفهوم الأساسي خاصية المساواة في الأسس

الشرح إذا قُسمت بتربيع طرفي معادلة صحيحة، فالمعادلة الناتجة ستكون صحيحة أيضًا.

الرموز إذا كان  $a = b$ ، فإن  $a^2 = b^2$ .

أمثلة إذا كان  $\sqrt{x} = 4$ ، فإن  $(\sqrt{x})^2 = 4^2$ .

## مثال 1 من الحياة اليومية المتغير في صورة مجذور

الإبحار يحر أسامة وإسماعيل في قارب شراعي لصديق لهما. ووجد أن سرعة جسم الثارب تبلغ 9 كيلومترات في الساعة بعد قياسها. فأوجد طول خط الباء للثارب الشراعي. قُرب إلى أقرب متر.

الفهم أنت تعلم مدى سرعة تحرك الثارب وأنها ترتبط بالطول.

التخطيط يقطع الثارب 9 كيلومترات في الساعة. صيغة سرعة جسم الثارب هي  $h = 1.34\sqrt{\ell}$ .

الحل صيغة سرعة جسم الثارب  $h = 1.34\sqrt{\ell}$

عوض بـ 9 عن  $h$ .  $9 = 1.34\sqrt{\ell}$

اقسم كل طرف على 1.34.  $\frac{9}{1.34} = \frac{1.34\sqrt{\ell}}{1.34}$

بسط.  $6.72 \approx \sqrt{\ell}$

قم بتربيع طرفي المعادلة.  $(6.72)^2 \approx (\sqrt{\ell})^2$

بسط.  $45.16 \approx \ell$

طول خط الباء للثارب الشراعي يبلغ حوالي 45 مترًا.

التحقق تحقق من طريق التوحيض بالتقدير في الصيغة الأصلية.

صيغة سرعة جسم الثارب  $h = 1.34\sqrt{\ell}$

$9 \approx 1.34\sqrt{45}$   $\ell = 45$  و  $h = 9$

$9 \approx 8.98899327$  ✓

اضرب.

## 1 المعادلات الجذرية

**المثال 1** توضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية بمتغير في المتجذر. **المثال 2** توضح كيفية حل معادلة جذرية ذات تعبير جذري كالمستجذر.

### التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمرين الموجه الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

### أمثلة إضافية

- ارتفاع السقوط الحر** إذا أسقط جسم من ارتفاع مجهول ووصل إلى الأرض في 5 ثوانٍ. استخدم المعادلة  $t = \sqrt{\frac{2h}{9.8}}$  علماً بأن  $t$  هو الوقت باللواني و  $h$  هو الارتفاع لإيجاد الارتفاع الذي أسقط منه الجسم. **120 m**
- الحل  $25. \sqrt{x-3} + 8 = 15$

## 2 حلول دخيلة

**المثال 3** يوضح كيفية تحديد حلول دخيلة عند حل معادلة جذرية بمتغير على كل طرف من طرفي إشارة المساواة.

### مثال إضافي

- أوجد حلّ  $\sqrt{2-y} = y$  تحقق من حلك. **1**

### التركيز على محتوى الرياضيات

**حلول المعادلات الجذرية** عند حل المعادلات الجذرية، فمن المهم دائماً التحقق من جميع الحلول في المعادلة الأصلية، لأنه يمكن أن يكون حلاً واحداً أو أكثر خارجياً.

### تمرين موجّه

1. القيادة المعادلة  $v = \sqrt{21.4t}$  تمثل السرعة المتجهة العصى التي تستطيع السيارة التحرك بها بأمان على منحنى دون حاجر إذا كانت  $v$  هي السرعة المتجهة العصى بالكيلومترات و  $t$  هو نصف قطر الانعطاف بالأمطار. إذا ضم الطريق لسرعة أفضاه 505 كيلومترات في الساعة، فما نصف قطر الانعطاف؟

لإيجاد حل المعادلة الجذرية، ازل الجذر أولاً، ثم قم بتربيع طرفي المعادلة.

### مثال 2 التعبير في صورة مجذور

حلّ المعادلة:  $\sqrt{a+5} + 7 = 12$ .

$\sqrt{a+5} + 7 = 12$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{a+5} = 5$	اطرح 7 من كل طرف.
$(\sqrt{a+5})^2 = 5^2$	قم بتربيع كل طرف.
$a+5 = 25$	بسط.
$a = 20$	اطرح 5 من كل طرف.

### تمرين موجّه

حلّ كل من المعادلات التالية.

- $\sqrt{c-3} - 2 = 4$
- $4 + \sqrt{h+1} = 14$

### انتبه!

**تربيع كل طرف**  
تذكر أنه عندما تقوم بتربيع طرفي المعادلة، فإنه يجب عليك تربيع طرفي المعادلة بالكامل حتى إذا كان يوجد أكثر من حد واحد في هذا الطرف.

## 2

**الحلول الدخيلة** في بعض الأحيان، ينتج عن تربيع طرفي المعادلة حلّ لا يُعتمد به كحل للمعادلة الأصلية. ويُطلق على أمثاله **الحلول الدخيلة**. لذلك، يجب عليك التحقق من جميع الحلول في المعادلة الأصلية.

### مثال 3 المتغير عند كل طرف

حلّ المعادلة:  $\sqrt{k+1} = k-1$ . تحقق من صحة الحل.

$\sqrt{k+1} = k-1$	المعادلة الأصلية
$(\sqrt{k+1})^2 = (k-1)^2$	قم بتربيع كل طرف.
$k+1 = k^2 - 2k + 1$	بسط.
$0 = k^2 - 3k$	اطرح $k$ و 1 من كل طرف.
$0 = k(k-3)$	حلل إلى العوامل.
$k = 0$ or $k-3 = 0$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$k = 3$	الحل.
$\sqrt{k+1} = k-1$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{3+1} \stackrel{?}{=} 3-1$	$k = 3$
$\sqrt{4} \stackrel{?}{=} 2$	بسط
$2 = 2 \checkmark$	صواب

$\sqrt{k+1} = k-1$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{0+1} \stackrel{?}{=} 0-1$	$k = 0$
$\sqrt{1} \stackrel{?}{=} -1$	بسط
$1 \neq -1 \times$	خطأ

بما أن  $0 \neq 1$  تحقق المعادلة الأصلية، فإن 3 هو الحل الوحيد.

### تمرين موجّه

حلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة الحل.

- $\sqrt{t+5} = t+3 -1$
- $x-3 = \sqrt{x-1}$

### نصيحة دراسية

**الحلول الدخيلة**  
عند التحقق من الحلول بحثاً عن الحلول الدخيلة، فحين لا نعلم سون بالجذور الأساسية.

## التدريس المتميز

إنّ كان الطلاب على دراية بحسابات التمثيل البياني.

اطلب من الطلاب رسم تمثيل بياني للمثال 3 للتحقق من الحل. اطلب منهم طرح  $k-1$  من كلا طرفي المعادلة وأدخل بعد ذلك المعادلة بالصورة  $y_1 = \sqrt{x+1} - x + 1$  على **GRAPH**. اضغط على **2nd** **[CALC]** 2 **[2nd]** لحساب نقطة الصفر أو نقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور  $x$ . حرك المؤشر إلى يسار نقطة التقاطع الحد الأيسر مع المحور  $x$ . اضغط على **ENTER**. وإلى يمين نقطة تقاطع الحد الأيسر مع المحور  $x$  واضغط على **ENTER**. اضغط على **ENTER** لتقديم إحداثيات نقطة التقاطع  $x$ .



### إجابة إضافية

37. الإجابة النموذجية: اجمع أو اطرح أي تعابير ليست في الجذور من كل طرف. اضرب أو اقسم أية قيم غير موجودة في المتجذر على كل طرف. قم بتربيع كل طرف من أطراف المعادلة. أوجد حل المتغير كما فعلت سابقاً. انظر أمثلة الطلاب.

### 29. التمثيلات المتعددة تأمل $\sqrt{2x-7} = x-7$

- بيانياً امسح الشاشة  $Y=$ . أدخل الطرف الأيسر من المعادلة كالتالي  $Y1 = \sqrt{2x-7}$ . وأدخل الطرف الأيمن من المعادلة كالتالي  $Y2 = x-7$ . اضغط على **GRAPH**.
  - بيانياً ارسم ما هو مبين على الشاشة.
  - تحليلياً استخدم ميزة التقاطع مع المحور على شاشة **CALC** لإيجاد نقطة التقاطع.
  - تحليلياً حلّ المعادلة الجذرية جبرياً. ما وجه المقارنة بين حلك والحل من التمثيل البياني؟
30. **التجربة** حاوية أسطوانية لمزيج مشروب الشوكولاتة. حجمها 162 سنتيمتراً مكعباً. يمكن إيجاد نصف قطر  $r$  الحاوية عن طريق استخدام الصيغة  $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ . حيث  $V$  هو حجم الحاوية و  $h$  هو الارتفاع.
- إذا كان نصف قطر الحاوية 2.5 سنتيمتر، فأوجد ارتفاعها. قُرب إلى أقرب جزء من مئة.
  - إذا كان ارتفاع الحاوية 10 سنتيمترات، فأوجد نصف قطرها. قُرب إلى أقرب جزء من مئة.

### مسابك مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. **التفكير النقدي** حلت أسماء وإيمان  $\sqrt{6-b} = \sqrt{b+10}$ . فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

إيمان	أسماء
$\sqrt{6-b} = \sqrt{b+10}$	$\sqrt{6-b} = \sqrt{b+10}$
$\sqrt{6-b}^2 = \sqrt{b+10}^2$	$(\sqrt{6-b})^2 = (\sqrt{b+10})^2$
$6-b = b+10$	$6-b = b+10$
$2b = 4$	$-2b = 4$
$b = 2$	$b = -2$
<b>التحقق</b> $\sqrt{6-(2)} \neq \sqrt{(2)+10}$ $\sqrt{4} \neq \sqrt{12}$ لا يوجد حل	<b>التحقق</b> $\sqrt{6-(-2)} \neq \sqrt{(-2)+10}$ $\sqrt{8} \neq \sqrt{8}$ ✓

32. **التبوير** أي معادلة مما يلي حلها هو  $\sqrt{x+2} = \sqrt{4}$ ؟ اشرح.  
A.  $\sqrt{4} = \sqrt{x} + \sqrt{2}$       B.  $4 = x + 2$       C.  $2 - \sqrt{2} = \sqrt{x}$
33. **التبوير** اشرح وجه الاختلاف بين كيفية حل  $5 = \sqrt{x} + 1$  وحل  $5 = \sqrt{x+1}$ .
34. **مسألة غير محددة الإجابة** أكتب معادلة جذرية بمتغير واحد في كل طرف. ثم حل المعادلة.
35. **التبوير** هل المعادلة التالية صحيحة أحياناً أم دائماً أم غير صحيحة على الإطلاق؟ اشرح.  
 $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$
36. **التحدي** حلّ المعادلة  $\sqrt{x+9} = \sqrt{3} + \sqrt{x}$ .
37. **الكتابة في الرياضيات** أكتب بعض القواعد العامة المتعلقة بكيفية حل المعادلات الجذرية. استعرض هذه القواعد عن طريق حل معادلة جذرية.

## 4 التقييم

**حصاد الأمس** اطلب من الطلاب توضيح كيف ساعد درس أمس في العمليات ذات التعابير الجذرية في درس اليوم في المعادلات الجذرية.

### التدريس باستخدام التكنولوجيا

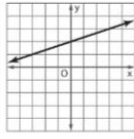
**الهدفية** اطلب من الطلاب كتابة مداخل في مدونة الفصل الدراسي عن الحلول الدخيلة. اطلب منهم توضيح طبيعة الحلول الدخيلة وكيف يمكنهم التحقق من حلولهم بيانياً وجبرياً.

### إجابات إضافية

49. نعم؛ 12 هو العدد حقيقي ومن ثم أحادي الحد.
50. نعم؛  $4x^3$  هو ناتج عدد وثلاثة متغيرات.
51. لا؛  $a - 2b$  بوضوح الطرح وليس فقط الضرب في الأعداد والمتغيرات.
52. لا؛  $4n + 5p$  بوضوح الجمع وليس الضرب فقط في الأعداد والمتغيرات.
53. لا؛  $\frac{x}{y^2}$  يحتوي على متغير في الجذر.
54. نعم؛  $\frac{1}{5}abc^{14}$  هو ناتج عدد،  $\frac{1}{5}$  وعدة متغيرات.

### تدريب على الاختبار المعياري

40. ما ميل المستقيم الذي يكون موازياً للمستقيم المبين؟



F -3  
G  $-\frac{1}{3}$

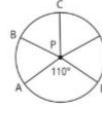
H  $\frac{1}{3}$   
J 3

41. ما حلول  $\sqrt{x+3} - 1 = x - 4$  ؟

A 1, 6  
B -1, -6

C 1  
D 6

38. الإجابة القصيرة يحتاج حسن إلى حفر ثقب عند A و B و C و D و E على الدائرة P.



إذا حفر حسن الثقب بحيث تكون  $m\angle APE = 110^\circ$  وكانت الزوايا الأخرى الأربع متطابقة، فما قياس  $m\angle CPD$  ؟

39. أي تعبير مما يلي يكون غير معرف عندما يكون  $w = 3$  ؟

A  $\frac{w-3}{w+1}$   
B  $\frac{w^2-3w}{3w}$

C  $\frac{w+1}{w^2-3w}$   
D  $\frac{3w}{3w^2}$

### مراجعة شاملة

42. الكهرياء الجهد الكهربائي V المطلوب لدائرة كهربائية تعطى بالمعادلة  $V = \sqrt{PR}$ . حيث P هو القدرة بالواط و R هي المقاومة بالأمم. كم عدد الفولتات الإضافية المطلوبة لإضاءة مصباح كهربائي قدرته 100 واط عن مصباح كهربائي قدرته 75 واط إذا كانت المقاومة لكليهما هي 110 أوم؟

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

43.  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8}$

44.  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

45.  $7\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}$

46.  $\sqrt{\frac{27}{a^2}}$

47.  $\sqrt{\frac{3c^2}{4d^3}}$

48.  $\frac{\sqrt{9x^2y}}{\sqrt{16x^2y^2}}$

حدد ما إذا كان كل تعبير يمثل دالة أحادية الحد. أكتب نعم أو لا؛ اشرح.

49. 12

50.  $4x^3$

51.  $a - 2b$

52.  $4n + 5p$

53.  $\frac{x}{y^2}$

54.  $\frac{1}{5}$

### مراجعة المهارات

بسط.

55.  $9^2$

56.  $10^6$

57.  $4^5$

58.  $(8v)^2$

59.  $\left(\frac{w^3}{9}\right)^2$

60.  $(10y^2)^3$

### التدريس المتمايز

**التوسع** وضح أن الوسط الهندسي لعددتين صحيحتين موجبتين هو الجذر التربيعي الموجب لنتاجهما. اطلب من الطلاب إيجاد زوج من الأعداد الزوجية المتتالية التي يكون الوسط الهندسي لها هو  $4\sqrt{5}$ . لأن  $4\sqrt{5} = \sqrt{x(x+2)}$ ، أو  $x = 8$  أو  $x = -10$ . نظراً لأن العددين موجبتين، فإن  $x$  يجب أن يساوي 8 ومن ثم،  $x + 2 = 10$ . العددين هما 8 و 10.

### التقويم التكويني

استخدام الاختبار القصير بنصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل البجاء عنها بشكل خاطئ، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

### مطويات منظّم الدراسة

#### Dinah Zike® مطويات

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار منتصف الوحدة القصير، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 3-1 إلى 3-2 المكتوبة في مطوياتهم.

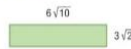
14. اختيار من متعدد أي من التعبيرات التالية يكافئ التعبير  $\sqrt{\frac{16}{32}}$  (الدروس 3-2)

- F  $\frac{1}{2}$   
G  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
H 2  
J 4

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. (الدروس 3-3)

15.  $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$   
16.  $\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$   
17.  $6\sqrt{2} + 4\sqrt{50}$   
18.  $\sqrt{27} - \sqrt{48}$   
19.  $4\sqrt{3}(2\sqrt{6})$   
20.  $3\sqrt{20}(2\sqrt{5})$   
21.  $(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{20} + \sqrt{3})$

22. هندسة أوجد مساحة المستطيل. (الدروس 3-3)



حلّ كل من المعادلات التالية، تحقق من صحة الحل. (الدروس 3-2)

23.  $\sqrt{5x} - 1 = 4$   
24.  $\sqrt{a-2} = 6$   
25.  $\sqrt{15-x} = 4$   
26.  $\sqrt{3x^2-32} = x$   
27.  $\sqrt{2x-1} = 2x-7$   
28.  $\sqrt{x+1} + 2 = 4$

29. الهندسة المساحة الجانبية  $S$  للخروط يمكن إيجادها باستخدام القانون  $S = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} + \pi r^2$ ، حيث  $r$  هو نصف قطر القاعدة و  $h$  هو ارتفاع الخروط. (الدروس 3-2)



مثّل كل دالة بيانيًا. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي، واذكر المجال وال المدى. (الدروس 3-1)

1.  $y = 2\sqrt{x}$   
2.  $y = -4\sqrt{x}$   
3.  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$   
4.  $y = \sqrt{x} - 3$   
5.  $y = \sqrt{x-1}$   
6.  $y = 2\sqrt{x-2}$

7. اختيار من متعدد طول ضلع المربع يُعطى بالدالة  $s = \sqrt{4A}$ ، حيث  $A$  هي مساحة المربع. ما طول ضلع مربع له مساحة 121 سنتيمترًا مربعًا؟ (الدروس 3-1)

A 121 سنتيمتر  
B 11 سنتيمتر  
C 44 سنتيمتر  
D 10 سنتيمترات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. (الدروس 3-2)

8.  $2\sqrt{25}$   
9.  $\sqrt{12} \sqrt{8}$   
10.  $\sqrt{72xy^5z^6}$   
11.  $\frac{3}{1+\sqrt{5}}$   
12.  $\frac{1}{5-\sqrt{7}}$

13. الأقمار الصناعية تُطلق قمر صناعي في مدار يرتفع عن كوكب الأرض 200 كيلومتر. وتُعطى السرعة المتجهة للقمر الصناعي بالصيغة  $v = \sqrt{\frac{6m_E}{r}}$ ، حيث  $v$  هي السرعة المتجهة بالأمتار لكل ثانية، و  $G$  هو ثابت الجذب، و  $m_E$  هي كتلة الأرض.  $r$  هو نصف قطر مدار القمر الصناعي بالأمتار. (الدروس 3-2)

a. يبلغ نصف قطر الأرض 6,380,000 متر. فما نصف قطر مدار القمر الصناعي بالأمتار؟  
b. كتلة الأرض هي  $5.97 \times 10^{24}$  كيلوجرام، والثابت  $G$  هو  $6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$  يكون بوحدة نيوتن. استخدم الصيغة لإيجاد السرعة المتجهة المدارية للقمر الصناعي بالأمتار لكل ثانية.

# 3-3 التغير العكسي



- المسابق:**
- قمت بحل مسائل متشعبة على التغير الطردي.
- الحالي:**
- 1 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها.
  - 2 تمثيل التغيرات العكسية بيانياً.
- لماذا؟**
- الوقت الذي يستغرقه العداء لإتمام السباق يتناسب عكسياً مع متوسط وتيرة تقدمه. ويتناقص الوقت الذي يستغرقه العداء كلما ازدادت وتيرة تقدمه. إذاً، تتناسب هاتان الكميتان عكسياً.

## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

**بعد الدرس 3-3** حل المعادلات الجذرية.

**الدرس 3-3** تحديد التغيرات العكسية واستخدامها. تمثيل التغيرات العكسية بيانياً.

**بعد الدرس 3-3** تحديد الدوال النسبية واستخدامها.

**المفردات الجديدة**  
تغير عكسي  
inverse variation  
قاعدة ناتج الضرب  
product rule

**ممارسات في الرياضيات**  
فهم طبيعة المسائل  
والتأثير في حلها.

## 2 التدريس

### أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

**اطرح السؤال التالي:**

- إذا كان العداء يحقق متوسط وتيرة تقدم 5 كيلو مترات في الساعة، فكم يستغرق من الوقت لتقطع مسافة 10 كيلو مترات؟ **ساعتان**
- إذا كان العداء يحقق متوسط وتيرة تقدم 6 كيلو مترات في الساعة، فكم يستغرق من الوقت لتقطع مسافة 10 كيلو مترات؟ **ساعة و 40 دقيقة**
- في كلتا الحالتين، ما العدد الذي لا يتغير؟ **المسافة، 10 كيلو مترات**

**1 تحديد التغير العكسي واستخدامه** يمكن تمثيل التغير العكسي بالمعادلة  $xy = k$  أو  $y = \frac{k}{x}$ .

### المفهوم الأساسي التغير العكسي

$y$  يتغير عكسياً مع  $x$  إذا وجد ثابت ما غير صفري  $k$  بحيث يكون  $xy = k$  أو  $y = \frac{k}{x}$  حيث  $x, y \neq 0$ .

في التغير العكسي، يبقى ناتج ضرب الخمتين ثابتاً. تذكر أن العلاقة التي تأتي بالصيغة  $y = kx$  عبارة عن تغير طردي. الثابت  $k$  يطلق عليه ثابت التغير أو ثابت التناسب.

### مثال 1 تحديد التغير العكسي والتغير الطردي

حدد إذا ما كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

- a. 

x	y
1	16
2	8
4	4

 في أي تغير عكسي،  $xy$  يساوي الثابت  $k$ . أوجد  $xy$  لكل زوج مرتب في الجدول المبين.
- b. 

x	y
1	3
2	6
3	9

 لاحظ أن  $xy$  ليس ثابتاً. إذاً، الجدول لا يمثل تغيراً عكسياً.

$3 = k(1) \quad 6 = k(2) \quad 9 = k(3)$   
 $3 = k \quad 3 = k \quad 3 = k$   
جدول الغم يمثل التغير الطردي  $y = 3x$

c.  $x = 2y$   $d. 2xy = 10$   
 $3 = k(1) \quad 6 = k(2) \quad 9 = k(3)$   
 $3 = k \quad 3 = k \quad 3 = k$   
جدول الغم يمثل التغير الطردي  $y = 3x$

1A. 

x	1	2	5
y	10	5	2

 1B.  $-2x = y$

تدوين موجّه

يمكنك استخدام  $xy = k$  لكتابة معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ .

## مثال 2 كتابة التغير العكسي

افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ . إذا كان  $y = 18$  عندما يكون  $x = 2$ . فكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ .

$$\begin{aligned} xy &= k & \text{معادلة تغير عكسي} \\ 2(18) &= k & y = 18 \text{ و } x = 2 \\ 36 &= k & \text{بسط} \end{aligned}$$

ثابت التغير هو 36. إذا، المعادلة التي تربط بين  $x$  و  $y$  هي  $xy = 36$  أو  $y = \frac{36}{x}$ .

## تقويم موجّه

2. افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ . إذا كان  $y = 5$  عندما يكون  $x = -4$ . فكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ .

إذا كان  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  حلين لتغير عكسي، فإن  $x_1 y_1 = k$  و  $x_2 y_2 = k$ .

$$x_1 y_1 = k \quad \text{و} \quad x_2 y_2 = k$$

مؤشّر يساوي  $k$  عن  $k$ .

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

المعادلة  $x_1 y_1 = x_2 y_2$  تُسمى قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية.

## المفهوم الأساسي قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي

الشرح إذا كان  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  حلين لتغير عكسي، فإن ناتجا ضرب  $x_1$  و  $y_1$  متساويين.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \quad \text{أو} \quad x_1 y_1 = x_2 y_2$$

## مثال 3 الحل لإيجاد $x$ أو $y$

افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ . إذا كان  $y = 3$  عندما يكون  $x = 12$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 4$ .

$$\begin{aligned} x_1 y_1 &= x_2 y_2 & \text{قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي} \\ 12 \times 3 &= x_2 \times 4 & x_1 = 12, y_1 = 3, y_2 = 4 \\ 36 &= x_2 \times 4 & \text{بسط} \\ \frac{36}{4} &= x_2 & \text{اقسم كل طرف على 4} \\ 9 &= x_2 & \text{بسط} \end{aligned}$$

إذا، عندما يكون  $y = 4$ ، يكون  $x = 9$ .

## تقويم موجّه

3. إذا كان  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$  و  $y = 4$  عندما يكون  $x = -8$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -4$ .

يمكن استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي لكتابة معادلة بفرض حل مسائل من الحياة اليومية.

## 1 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها

المثال 1 توضيح كيفية تحديد التغيرات العكسية والطردية. المثال 2 توضيح كيفية كتابة معادلة تغيرات عكسية للربط بين  $x$  و  $y$ . المثال 3 توضيح كيفية استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية لإيجاد قيمة  $x$  أو  $y$ . المثال 4 توضيح كيفية استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية لنمذجة موقف من الحياة اليومية.

## التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

## أمثلة إضافية

1 حدّد إذا ما كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

a.	<table><tr><td><math>x</math></td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	$x$	6	8	10	$y$	3	4	5
$x$	6	8	10						
$y$	3	4	5						

التغير الطردية:  $y = \frac{1}{2}x$ .

b.	$x$	1	2	3
	$y$	12	6	4

التغير العكسي:  $xy$  عبارة عن ثابت.

c.  $-2xy = 20$  التغير العكسي؛  $xy$  عبارة عن ثابت.

d.  $x = 0.5y$  التغير الطردية؛ يمكن كتابة المعادلة في شكل  $y = kx$ .

2 افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مثل  $x$ . إذا كان  $y = 5$  عندما يكون  $x = 3$ . اكتب معادلة التغير العكسي التي تربط بين  $x$  و  $y$ .  $y = \frac{15}{x}$  أو  $xy = 15$ .

3 افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مثل  $x$ . إذا كان  $y = 5$  عندما  $x = 12$ . أوجد  $x$  عندما يكون  $y = 15$ .

**قراءة في الرياضيات**  
معادلات التغير بالنسبة لمعادلات التغير الطردية: تقول إن  $y$  يتغير طردياً مع  $x$ . وبالنسبة لمعادلات التغير العكسي، تقول إن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ .

#### مثال 4 من الحياة اليومية استخدام التغير العكسي

الفيزياء التصادم 8 لقرص الهوكي يتناسب عكسياً مع كتلته  $m$ . افترض أن قرص هوكي كتلته 164 جراماً تم ضربه بحيث يتسارع بمعدل  $122 \text{ m/s}^2$ . أوجد تسارع قرص كتلته 158 جراماً إذا ضرب بنفس القدر من القوة.

أنشئ جدولاً لتنظيم المعلومات.

القرص	الكتلة	التسارع
1	164 g	$122 \text{ m/s}^2$
2	158 g	$a_2$

لكن،  $m_1 = 164$  و  $a_1 = 122$  و  $m_2 = 158$  و  $a_2 = ?$   
 $m_1 a_1 = m_2 a_2$   
 $164 \times 122 = 158 a_2$   
 $20,008 = 158 a_2$   
 $126.6 \approx a_2$   
 قرص هوكي كتلته 158 جراماً يكون له تسارع بمعدل  $126.6 \text{ m/s}^2$ .

#### تمرين موجّه

4. الصاق إذا كان عبد العزيز يركض بمتوسط 8 كيلومترات في الساعة، وأهلي السباق في 0.39 ساعة، وأهلي مارن السباق في 0.35 ساعة، فما متوسط وشرة تقدم مارن؟



#### الربط بالحياة اليومية

قرص الهوكي القياسي يكون شبعه 2.5 سنتيمتر وطوره 7.6 سنتيمتر. وتتراوح كتلته بين 156 و 170 جراماً تقريبا.

المصدر: كتاب دوري الهوكي الوطني للموسم

#### مثال إضافي

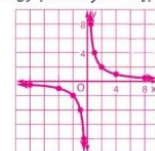
4 العلوم الطبيعية عندما تتم موازنة شخصين على أرجوحة، فإن مسافتهم من مركز الأرجوحة تتناسب عكسياً مع وزنيهما. ما المسافة التي يجب أن يبعدها الشخص البالغ وزنه 47 كيلوجراماً من مركز الأرجوحة للموازنة مع الشخص البالغ وزنه 29 كيلو جراماً والذي يبعد 1.06 متر من المركز؟  $0.65 \text{ m}$

#### 2 التمثيل البياني للتغيرات العكسية

المثال 5 توضيح كيفية رسم تمثيل بياني لتغير عكسي يحتوي على قيم سالبة من  $x$ .

#### مثال إضافي

5 مثل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها  $y = 1$  عندما  $x = 4$ .



#### التركيز على محتوى الرياضيات

التغير العكسي عندما يظل ناتج ضرب الكيتين ثابتاً، فإن الكميات تشكل تغيراً عكسياً. ويزيادة إحدى الكيتين، فإن الأخرى تقل. طالما  $k > 0$ ، ناتج الضرب غير الصفري للكيتين  $xy$  يطلق عليه ثابت التغير  $k$ .

#### تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج المنطقي يفكر الطلاب المحترفون في الرياضيات في المسائل التناظرية ويجربون أشكالاً أبسط من المسألة الأصلية ليكتسبوا رؤية نافذة نحو حل المسألة. وضّح أن إجراء إنشاء جدول قيم وتمثيل النقاط بيانياً هو نفس الإجراء لأنواع المختلفة من الدوال.

#### 2 تمثيل التغير العكسي بيانياً

التمثيل البياني للتغير العكسي خطاً مستقيماً مثل

#### مثال 5 تمثيل التغير العكسي بيانياً

مثل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها  $y = 8$  عندما  $x = 3$ .

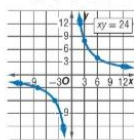
معادلة تغير عكسي  
 $xy = k$   
 $3(8) = k$   
 $24 = k$   
 يسقط.

#### الخطوة 1 اكتب معادلة تغير عكسي.

معادلة التغير العكسي هي  $xy = 24$  أو  $y = \frac{24}{x}$ .

اختر قيمة لكل من  $x$  و  $y$  بحيث يكون ناتج ضربهما 24.

الخطة 2 عيّن كل نقطة وارسم منحنى منتظماً يصلها ببعض.



لاحظ أنه بما أن  $y$  غير معرف عندما يكون  $x = 0$ ، فإنه لن توجد نقطة على التمثيل البياني عندما يكون  $x = 0$ . ونسعى لتمثيلها البياني قطعاً وانداً.

x	y
-12	-2
-8	-3
-4	-6
-2	-12
0	غير معرف
2	12
3	8
6	4
12	2

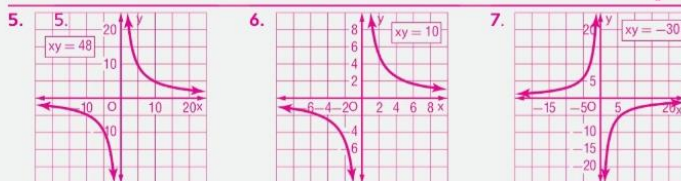
#### تمرين موجّه

5. مثل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها  $y = 16$  عندما  $x = 4$ .

#### نصيحة في حل المسائل

الاستنتاج المنطقي أحياناً يلزم تقسيم المسألة إلى أجزاء، وحل كل جزء على حدة، ثم دمج حلول الأجزاء لإيجاد حل المسألة.

#### إجابات إضافية



### 3 تمرين

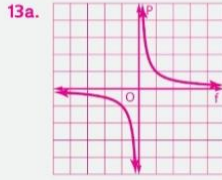
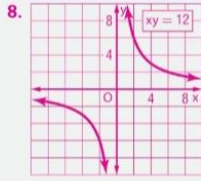
#### التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-13 للتحقق من استيعاب الطلاب.  
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

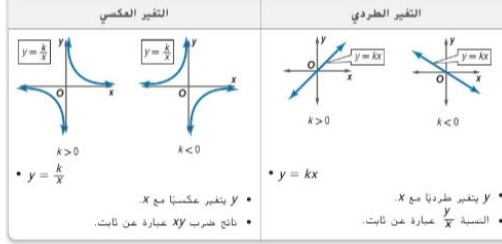
#### ملاحظات لحل التمرين

ورق المربعات للتمارين 5-8 و 13 و 22-27 و 51 وسيحتاج الطلاب إلى ورق مربعات.

#### إجابات إضافية



#### ملخص المفهوم التغير الطردي و التغير العكسي



#### التحقق من فهمك

حدد ما إذا كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيرًا عكسيًا أم تغيرًا طرديًا. اشرح.

مثال 1

1.

$x$	1	4	8	12
$y$	2	8	16	24

2.

$x$	1	2	3	4
$y$	24	12	8	6

3.  $xy = 4$

4.  $y = \frac{x}{10}$

المثالان 2 و 5 افترض أن  $y$  يتغير عكسيًا مع  $x$ . اكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ . ثم مثل المعادلة بيانيًا.

6.  $y = 2$  عندما يكون  $x = 5$

5.  $y = 8$  عندما يكون  $x = 6$

8.  $y = -1$  عندما يكون  $x = -12$

7.  $y = 3$  عندما يكون  $x = -10$

أوجد الحل. افترض أن  $y$  يتغير عكسيًا مع  $x$ .

9. إذا كان  $y = 8$  عندما يكون  $x = 4$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 2$ .

10. إذا كان  $y = 7$  عندما يكون  $x = 6$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -21$ .

11. إذا كان  $y = -5$  عندما يكون  $x = 9$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 6$ .

12. السياق الوقت المستغرق لإكمال مسار سباق العربات الصغيرة يتناسب عكسيًا مع متوسط سرعة العربة الصغيرة. فإذا كان أحد المتسابقين متوسط سرعته 22.3 مترًا في الثانية وأكمل المسار في 30 ثانية. وأكمل متسابق آخر المسار في 25 ثانية. فما متوسط سرعة المتسابق الثاني؟

13. البصريات عندما لا تكون الرؤية واضحة لدى الشخص. فإن طبيب العيون يمكنه أن يصف له عدسات لتصحيح الحالة. قوة العدسة  $P$  بوحدات تسمى ديوبتر. تساوي 1 مضمونًا على البعد البؤري  $f$  بالأمتار. للعدسة.

a. مثل التغير العكسي  $P = \frac{1}{f}$  بيانيًا.

b. أوجد قوى عدسات بعدها البؤري 0.2 + إلى -0.4 متر.

#### التدريس المتميز BL

إذا كان يحتاج الطلاب إلى تحدٍ في هذا الدرس.

عندما افترض دعامة ورافعة وأوزانًا من مدرس علوم لإعادة إنشاء المثال الإضافي 4 أو التمرين 44. وبعد بعض التجارب. اطلب من الطلاب حساب المكان الذي يتم فيه وضع الأوزان على الرافعة للموازنة.

## التحريين وحل المسائل

مثال 1 حدد ما إذا كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

14.

x	y
1	30
2	15
5	6
6	5

15.

x	y
2	-6
3	-9
4	-12
5	-15

16.

x	y
-4	-2
-2	-1
2	1
4	2

17.

x	y
-5	8
-2	20
4	-10
8	-5

18.  $5x - y = 0$

19.  $xy = \frac{1}{4}$

20.  $x = 14y$

21.  $\frac{y}{x} = 9$

المثالان 5 و 2 افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ . اكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ . ثم مثل المعادلة بيانياً.

22.  $y = 2$  عندما يكون  $x = 20$  23.  $y = 18$  عندما يكون  $x = 4$  24.  $y = -6$  عندما يكون  $x = -3$   
25.  $y = -4$  عندما يكون  $x = -3$  26.  $y = -4$  عندما يكون  $x = 16$  27.  $y = 12$  عندما يكون  $x = -9$

أوجد الحل. افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ .

28. إذا كان  $y = 12$  عندما يكون  $x = 3$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 6$ .  
29. إذا كان  $y = 5$  عندما يكون  $x = 6$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 2$ .  
30. إذا كان  $y = 4$  عندما يكون  $x = 14$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = -5$ .  
31. إذا كان  $y = 9$  عندما يكون  $x = 9$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -27$ .  
32. إذا كان  $y = 15$  عندما يكون  $x = -2$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 3$ .  
33. إذا كان  $y = -8$  عندما يكون  $x = -12$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 10$ .

34. علوم الأرض يتغير مستوى الماء في النهر عكسياً مع درجة حرارة الجو. عندما تكون درجة حرارة الجو  $32^\circ$  مئوية، يكون مستوى الماء 3.35 أمتار. فإذا كانت درجة حرارة الجو  $43^\circ$ ، فما مستوى الماء في النهر؟

35. الموسيقى يتغير تردد الوتر البهتر في البيانو عكسياً مع طول الوتر عند تطبيق ضغط متساو. فإذا كان يوجد وتر طوله 420 ملليمترًا بهتر بتردد 523 دورة في الثانية، فبأي تردد سيهتز وتر طوله 707 ملليمترًا؟

حدد إذا ما كانت كل حالة هي مثال للتغير العكسي أو التغير الطردي. برر استنتاجك.

36. يمكن أن يشتري نادي المسرح 10 قطع بسعر AED 2 لكل قطعة أو 5 قطع بسعر AED 4 لكل قطعة.  
37. اشترت عائلة ربع عصائر ليمون بسعر AED 1.50 للعصير الواحد.  
38. تجني أمان AED 14 نظير مجالسة الأطفال لمدة ساعتين، و AED 21 نظير مجالسة الأطفال لمدة 3 ساعات.  
39. قطع معدنية للعبة فيديو تم تقسيمها بالتساوي على مجموعة من الأصدقاء.

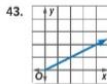
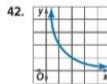
حدد إذا كان كل جدول أو تمثيل بياني يعبر عن تغير عكسي أم تغير طردي. اشرح.

40.

x	y
5	1
8	1.6
11	2.2

41.

x	y
-3	-7
-2	-10.5
4	5.25



## تدريس ممارسات في الرياضيات

التفكير النقدي يقرأ الطلاب المحترفون في الرياضيات افتراضات الآخرين ويحددون ما إذا كانت منطقية. في التحريين 52، وضع أن زوجاً فردياً للضيقتين  $x$  و  $y$  يمكن أن يمثل تغيراً طردياً أو غير طردي. في هذه المسألة،  $x$  و  $y$  يمكن أن يتغيرا طردياً.

## إجابات إضافية

14. عكسي:  $xy = 30$   
15. طردي:  $y = -3x$   
16. طردي:  $y = -\frac{1}{2}x$   
17. عكسي:  $xy = -40$   
18. طردي:  $y = 5x$   
19. عكسي:  $xy = \frac{1}{4}$   
20. طردي:  $y = kx$   
21. طردي:  $y = 9x$   
36. عكسي: تكلفة كل باروكة مضروباً في عدد الباروكات يساوي إجمالي المبلغ الذي يمكنهم دفعه، AED 20.  
37. طردي: عدد الليمونات مضروباً في تكلفة كل ليمونة يساوي التكلفة الإجمالية. لذا، النسبة الإجمالية التكلفة  
عدد الليمونات هو ثابت AED 150.  
38. طردي: عدد الساعات مضروباً في معدل كل ساعة يساوي إجمالي الدفع. نسبة إجمالي المبلغ عدد الدفع  
هو ثابت AED 7.  
39. عكسي: عدد الأصدقاء مضروباً في عدد قطع النقود الرمزية لكل فرد يساوي ثابت 30.  
40. طردي:  $y = 0.2x$   
41. عكسي:  $xy = 21$   
42. عكسي:  $xy = 2$   
43. طردي:  $y = \frac{1}{2}x$   
55. الإجابة النموذجية: يعتبر قانون القوة الجاذبية لنوتون مثالاً على التغير العكسي الذي يعمل على نمذجة مواقف من الحياة اليومية. قوة الجاذبية التي تُبذل في جسمين هي نسبة عكسية لترتيب المسافات بين الجسمين. القوة المبدولة في الجسمين مضروبة في ترتيب المسافة بين الجسمين تساوي ثابت الجاذبية مضروباً في كتلة الجسمين.

## خيارات الواجب المنزلي المتميزة

الثقة	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	14-35, 52, 54-74	52, 54-56, 61-74 زوجي 14-34
OL أساسي	44, 45-49, 50-52, 54-74	36-52, 54-56, 61-74
BL متقدم	36-70, (اختياري: 71-74)	

### إجابة إضافية

56. يمكن كتابة التغير الطردي في شكل  $y = kx$  حيث  $k$  هو ثابت التناسب. التمثيل البياني لتغير طردي هو مستقيم خلال نقطة الأصل مع الميل  $k$ . التغير العكسي مكتوب في شكل  $y = \frac{k}{x}$  التمثيل البياني عبارة عن منحنى من جزئين (قطع زائد).

44. **العلوم الفيزيائية** عندما يتوازن شخصان على أرجوحة، تكون المسافتان من مركز الأرجوحة متناسبتين عكسياً مع وزن الشخصين. فإذا كان شخص وزنه 53.5 كيلوجراماً يجلس على بعد 1.8 متر من مركز الأرجوحة، فما المسافة التي يجب على شخص وزنه 56.7 كيلوجراماً أن يجلس عندها بعيداً عن المركز لموازنة الأرجوحة؟

**أوجد الحل.** افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ .

45. إذا كان  $y = 9.2$  عندما يكون  $x = 6$ ، فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 3$ .

46. إذا كان  $y = 3.8$  عندما يكون  $x = 15$ ، فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 0.3$ .

47. إذا كان  $y = \frac{1}{5}$  عندما يكون  $x = -20$ ، فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -\frac{8}{5}$ .

48. إذا كان  $y = -6.3$  عندما يكون  $x = \frac{2}{3}$ ، فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 8$ .

49. **السياحة** اشترى كل من بدر وخميس عضوية ارتفاع حمام سياحة، وبالنسبة لكليهما، يتناسب متوسط التكلفة في اليوم عكسياً مع عدد الأيام التي يذهبان فيها إلى حمام السياحة. فإذا ذهب بدر إلى حمام السياحة 25 يوماً بمتوسط تكلفة 5.60 AED في اليوم، وذهب خميس إلى حمام السياحة 35 يوماً بمتوسط التكلفة في اليوم بالنسبة لخميس؟

50. **العلوم الفيزيائية** مقدار القوة المطلوبة للقيام بتمرين معين من العمل لتحريك جسم ما يتناسب عكسياً مع المسافة التي يتم تحريك الجسم فيها. افترض أن 90 N من القوة مطلوبة لتحريك جسم ما 10 أمتار، فأوجد القوة المطلوبة لتحريك جسم آخر 15 متراً إذا كان ينطوي على نفس القدر من العمل.

51. **القيادة** يجب أن تترنر بثينة على القيادة 40 ساعة مع أحد والديها أو أولياء أمورهما قبل السماح لها بإجراء اختبار للحصول على رخصة القيادة الخاصة بها. وهي تنوي الترنر بنفس عدد الساعات من كل أسبوع.

a. ليكن  $h$  يمثلًا لعدد الساعات في الأسبوع التي ستترنر فيها بثينة، أنشئ جدولاً بين عدد الأسابيع  $w$  التي سوف تحتاجها للترنر بالنسبة للقيام التالية لـ 1, 2, 4, 5, 8, 10.

b. اشرح كيف يتغير عدد الأسابيع كلما ازداد عدد الساعات في الأسبوع.

c. اكتب معادلة توضح العلاقة بين  $h$  و  $w$  ومثلها بيانياً.

### مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **التفكير النقدي** وجد أحمد وأمين معادلة يتغير فيها  $x$  و  $y$  عكسياً، ويكون  $y = 10$  عندما يكون  $x = 5$ . فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.

أمين	أحمد
$k = xy$	$k = \frac{y}{x}$
$= (5/10) \text{ or } 50$	$= \frac{10}{2} = 5$
$y = \frac{50}{x}$	$y = 5x$

53. **التحدي** افترض أن  $f$  يتغير عكسياً مع  $g$ ، و  $g$  يتغير عكسياً مع  $h$ . ما العلاقة بين  $f$  و  $h$ ؟

54. **التبرير** هل  $xy = -k$  تمثل تغيراً عكسياً عندما يكون  $k \neq 0$ ؟ اشرح.

55. **مسألة غير محددة الإجابة** اذكر حالة أو ظاهرة من الحياة اليومية يمكن تشبيهها بمعادلة تغير عكسي. استخدم المصطلحات الصحيحة لشرح مثالك وتفسير لماذا تعد هذه الحالة تغيراً عكسياً.

56. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين التغير الطردي والتغير العكسي. قم بتضمين وصف للعلاقة بين الميل والتمثيل البياني للتغير الطردي والعكسي.

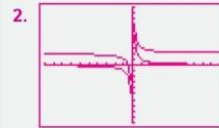
## 4 التقويم

**تعيين مصطلح الرياضيات** قم بإعداد حقيبتين ورقيتين تحتويان على بطاقات ورقية، واحدة تحتوي على قيمة لـ  $x$  لكل بطاقة، والقيمة الأخرى  $y$  لكل بطاقة. اطلب من كل طالب تحديد القيتين  $x$  و  $y$  واكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $y$  و  $x$ .

### إجابات إضافية

61. موجب؛ يعني كلما ذاكتر، حصلت على درجة أفضل في الاختبار.

### الإجابات الإضافية (الاستكشاف 4 - 3)



$[-10, 10]$  scl: 1 by  $[-10, 10]$  scl: 1

التمثيلان البيانيان لهما الشكل نفسه، ولكن التمثيل البياني

$$y = \frac{1}{x} + 2 \text{ هو } y = \frac{1}{x}$$

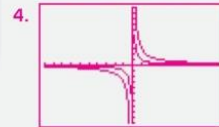
الوحدات أعلى التمثيل البياني  $y = \frac{1}{x}$ .



$[-10, 10]$  scl: 1 by  $[-10, 10]$  scl: 1

التمثيلان البيانيان لهما الشكل نفسه، ولكن التمثيل البياني

لـ  $y = \frac{1}{x} + 5$  هو 5 وحدات أعلى يسار التمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x}$ .



$[-10, 10]$  scl: 1 by  $[-10, 10]$  scl: 1

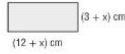
التمثيل البياني لـ  $y = \frac{3}{x}$  أبعد من المحاور مقارنة بالتمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x}$ .

### تدريب على الاختبار العملي

59. التخط حارب صورة ثعبان طوله متر واحد بجانب جدار من الطوب. عندما قام بتحريض الصور، بلغ طول الثعبان ذي المتر طولا ستنيترين وارتفاع الجدار 4.5 ستنيترات. فماذا كان الارتفاع العملي للجدار الطوبي؟

- A 2.25 cm  
B 22.5 cm  
C 225 cm  
D 2250 cm

60. الإجابة القصيرة أوجد مساحة المستطيل.



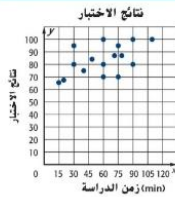
57. باعتبار وجود قوة ثابتة وأن تسارع جسم ما يتغير عكسياً مع كتلته، افترض أن هذه القوة الثابتة تطبق على جسم ما كتلته 6 كيلوجرامات وتنتج عنها تسارع معدله  $10 \text{ m/s}^2$ . فإذا طبقت نفس القوة على جسم آخر كتلته 12 كيلوجراما، فماذا سيكون معدل التسارع الناتج؟

- A  $4 \text{ m/s}^2$   
B  $5 \text{ m/s}^2$   
C  $6 \text{ m/s}^2$   
D  $7 \text{ m/s}^2$

58. إذا حصلت حياة على متوسط 56% في أول سعة اختبارات لها، فعلام ينبغي أن تحصل في اختبارها الثاني ليكون المتوسط 60% بالنسبة للاختبارات اللاحقة؟

- F 82%  
G 88%  
H 98%  
J 100%

### مراجعة شاملة



61. اختبارات حدد إذا ما كان التمثيل البياني على اليسار يعبر عن ارتباط موجب، أم سالب، أم لا يعبر عن أي ارتباط، وإذا وجد ارتباط، فوضح مدلوله.

افترض أن  $y$  يتغير طردياً مع  $x$ .

62. إذا كان  $y = 2.5$  عندما يكون  $x = 0.5$ ، فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 20$ .

63. إذا كان  $y = -6.6$  عندما يكون  $x = 9.9$ ، فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 6.6$ .

64. إذا كان  $y = 2.6$  عندما يكون  $x = 0.25$ ، فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 1.125$ .

65. إذا كان  $y = 6$  عندما يكون  $x = 0.6$ ، فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 12$ .

66. المعرفة المالية باع يحصل على AED 32,000 في العام زائد 5% من قيمة البيعات التي يحققها. فما قيمة البيعات المطلوبة لكي يحصل على دخل سنوي أكبر من AED 45,000؟

### مراجعة المهارات

بسط. افترض أن جميع المقامات لا تساوي الصفر.

67.  $\frac{7^8}{7^6}$

68.  $\frac{x^8 y^{12}}{x^2 y^7}$

69.  $\frac{5pq^7}{10p^8q^3}$

70.  $\left(\frac{2c^3d}{7z^2}\right)^3$

71.  $\left(\frac{4a^2b}{2c^3}\right)^2$

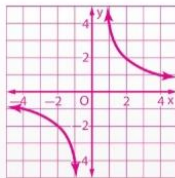
72.  $y^0(y^5)(y^{-9})$

73.  $\frac{(4m^{-3}n^5)^0}{mn}$

74.  $\frac{(3x^2y^3)^0}{(21x^3y^2)^0}$

176 | الدرس 3-3 | التغير العكسي

### التدريس المتمايز



التوسع اكتب  $k = 4$  على اللوحة. اطلب من الطلاب كتابة ورسم تمثيل بياني لمعادلة تغير عكسي تستخدم 4 على أنها ثابت تغير.  $xy = 4$



## مختبر تقنية التمثيل البياني

### مجموعة الدوال النسبية

# 3-4

مختبر تقنية التمثيل البياني

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحليل كيف يؤثر تغيير المعاملين  $a$  و  $b$  في صيغة  $y = \frac{a}{x-b} + c$  على التمثيلات البيانية لمجموعة الدوال النسبية.

## 1 التركيز

**الهدف** استكشاف مجموعات الدوال النسبية باستخدام تكنولوجيا التمثيل البياني.

### المواد

- حاسبة تمثيل بياني

### نصائح للتدريس

- دعّر الطلاب باستخدام **ZOOM** 6 لعرض التمثيلات البيانية في نافذة العرض القياسية.
- في الجزئين  $b$  و  $c$ ، يجب على الطلاب مسح القوائم  $Y=$  للقيام. يمكنهم استخدام **CLEAR**.
- استخدم **TRACE** و **↓** أو **↑** لعرض المعادلة الخاصة بالتمثيل البياني.

## 2 التدريس

### العمل في مجموعات متعاونة

نظم الفصل في مجموعات ثنائية. تابع النشاط. اطلب من الطلاب التعاون مع زملائهم لإكمال التمرين 1.

**تمرين** اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 2 إلى 4.

## 3 التقويم

### التقويم التكويني

استخدم التمارين من 2 إلى 4 لتقويم قدرة كل طالب على التنبؤ بأوجه التشابه والاختلاف في الدوال النسبية.

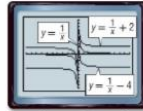
### من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب التلخيص باستخدام التكنولوجيا لاستكشاف مجموعات الدوال النسبية.

### النشاط تغيير المعاملات

مسّك كل مجموعة من المعادلات بيانيًا على الشاشة نفسها في نافذة العرض القياسية. صف أي أوجه تشابه واختلاف بين التمثيلات البيانية.

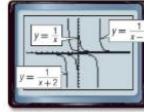
a.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x} + 2$ ,  $y = \frac{1}{x} - 4$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

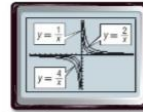
أدخل المعادلات في الشاشة  $Y=$  ومكّنّها بيانيًا في نافذة العرض القياسية. التمثيل البياني لهذا الشكل نفسه. كل تمثيل بياني يقترب من المحور  $y$  على كلا الجانبين. ولكن يختلف التمثيل البياني في الموضع الرأسي.

b.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x+2}$ ,  $y = \frac{1}{x-4}$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

c.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{4}{x}$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

تقترب جميع التمثيلات البيانية من المحور  $x$  والمحور  $y$  من كلا الجانبين. ولكن تختلف التمثيلات البيانية من حيث الموضع الأفقي.

تقترب جميع التمثيلات البيانية من المحور  $x$  والمحور  $y$  من كلا الجانبين. ولكن تختلف التمثيلات البيانية من حيث الشكل.

### النموذج والتحليل

1. كيف يؤثر  $a$  و  $b$  و  $c$  على التمثيل البياني لـ  $y = \frac{a}{x-b} + c$ ؟ اذكر أمثلة.

تفحص كل زوج من المعادلات وتوقع أوجه التشابه والاختلاف من حيث التمثيل البياني لكل منهما. استخدم الحاسبة البيانية للتحقق من توقعاتك. اكتب جملة واحدة أو جملتين تقارن بهما التمثيلين البيانيين.

2.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x} + 2$

3.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x+5}$

4.  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{3}{x}$

### إجابة إضافية

- قيمة  $c$  تؤثر على الموضع الرأسي للتمثيل البياني. قيمة  $b$  تؤثر على الموضع الأفقي للتمثيل البياني. قيمة  $a$  تؤثر على التمثيل البياني. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x} + 5$  هو 5 وحدات فوق المحور  $x$ . التمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x+5}$  هو 5 وحدات على يسار المحور  $y$ . التمثيل البياني لـ  $y = \frac{5}{x}$  أبعد من المحاور مقارنة بالتمثيل البياني  $y = \frac{1}{x}$ .

# الدوال النسبية 3-4



## لماذا؟

- حلقة تقرأ كتاباً من 300 صفحة. ومتوسط عدد الصفحات التي تقرأها كل يوم  $y$  يعطى بالمعادلة  $y = \frac{300}{x}$  حيث  $x$  هو عدد الأيام التي تقرأ فيها.

## الحالي

1. تحديد القيم المستبعدة.
2. تحديد خطوط التقارب واستخدامها لتمثيل الدوال النسبية بيانياً.

## السابق

- كتبت معادلات التعبير العكسي.

## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-4 كتابة معادلات التعبير العكسي.

الدرس 3-4 تحديد القيم المستبعدة. تحديد خطوط التقارب لتمثيل الدوال النسبية بيانياً واستخدامها.

ما بعد الدرس 3-4 استخدام الدوال النسبية لحل المسائل.

### المفردات الجديدة

دالة نسبية rational function  
قيمة مستبعدة excluded value  
خط تقارب asymptote

ممارسات في الرياضيات  
بناء فرضيات معقبة والتحقق على طريقة استنتاج الآخرين.  
محاولة إيجاد البنية واستخدامها

## 2 التدريس

### أسئلة الدائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما متوسط عدد الصفحات التي تقرأها حلقة في كل يوم؟ عدد الأيام التي تقرأ فيها
- ماذا يحدث إذا كانت قيمة  $y$  مثل  $x$  تزداد؟ فإنها تقل.
- ما هي قيم  $x$  التي تم استبعادها ولم تؤخذ في الاعتبار؟  $x$  لا يمكن أن تساوي 0 أو أي عدد سالب.

### 1 تحديد القيم المستبعدة الدالة $y = \frac{300}{x}$ هي مثال للدالة النسبية. وهذه الدالة غير خطية.

**المفهوم الأساسي الدوال النسبية**

الشرح

هي دالة نسبية يمكن كتابتها في صورة  $y = \frac{p}{q}$  معادلة لها الصيغة  $y = \frac{p}{q}$  حيث  $q \neq 0$  و  $p$  كثيرات الحدود و  $q \neq 0$  الدالة الأصلية.  $f(x) = \frac{1}{x}$

نوع التمثيل البياني: قطع زائد

النجال:  $\{x | x \neq 0\}$

المدى:  $\{y | y \neq 0\}$

**التمثيل البياني**

بما أن النسبة على صفر غير معرّفة، فأي قيمة للتعبير ينتج عنها مقام صفري في دالة نسبية. يتم استبعادها من مجال الدالة. وتسمى هذه القيم بالقيم المستبعدة للدالة النسبية.

### مثال 1 اكتشاف القيم المستبعدة

اذكر القيمة المستبعدة من كل دالة مما يلي.

a.  $y = \frac{2}{x}$

لا يمكن أن يساوي المقام 0 إذا القيمة المستبعدة هي  $x = 0$ .

b.  $y = \frac{2}{x+1}$

اجعل المقام يساوي 0.

$x+1 = 0$

$x = -1$

القيمة المستبعدة هي  $x = -1$

c.  $y = \frac{5}{4x-8}$

$4x-8 = 0$

$4x = 8$

$x = 2$

القيمة المستبعدة هي  $x = 2$

### تمرين موجّه

1A.  $y = \frac{5}{2x}$

1B.  $y = \frac{x}{x-7}$

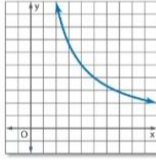
1C.  $y = \frac{4}{3x+9}$

بالإضافة إلى استبعاد قيم  $x$  التي تجعل المقام صفراً. من مجال الدالة النسبية. قد ينهي استبعاد قيم إضافية من المجال أيضاً. وذلك حسب كل حالة من حالات الحياة اليومية.

#### مثال 2 من الحياة اليومية التمثيل البياني لدوال نسبية من الحياة اليومية

**السياق:** إذا كان يوجد  $x$  أشخاص في سلة منطاد الهواء الساخن، فالدالة  $y = \frac{20}{x}$  تمثل عدد الأمتار المربعة  $y$  لكل شخص. مثل هذه الدالة بيانياً.

بما أن عدد الأشخاص لا يمكن أن يكون صفراً أو أقل، فمن المنطقي استبعاد القيم السالبة واستخدام قيم  $x$  الموجبة فقط.



عدد الأشخاص $x$	10	5	4	2
أمتار مربعة لكل شخص $y$	2	4	5	10

لاحظ أنه كلما ازدادت  $x$  اقتربت  $y$  من 0. هذا منطقي بما أنه كلما ازداد عدد الأشخاص، اقتربت المساحة لكل شخص من 0.

#### تمرين موجّه

2. **الهندسة:** مستطيل تبلغ مساحته 18 سنتيمتراً مربعاً. وتوضيح الدالة  $\ell = \frac{18}{w}$  العلاقة بين الطول والعرض. مثل الدالة بيانياً.



#### الربط بالحياة اليومية

كلما ازدادت درجة حرارة الغاز داخل منطاد الهواء الساخن، انخفضت كثافة الغاز، ويرتفع منطاد الهواء الساخن لأن كثافة الهواء داخله تكون أقل من كثافة الهواء خارجه. المصدر: مركز موارد لرحلات الفضاء

#### 2 تحديد خطوط التقارب واستخدامها في المثال 2. القيمة المستبعدة هي $x = 0$ . لاحظ أن التمثيل البياني يقترب من المستقيم الرأسي $x = 0$ . ولكن لا يسهه أبداً.

يقترب التمثيل البياني كذلك من المستقيم الأفقي  $y = 0$  ولكن لا يسهه أبداً. المستقيمان  $x = 0$  و  $y = 0$  يُطلق عليهما خطين تقاربين. **خط التقارب** هو مستقيم يقترب منه التمثيل البياني للدالة.

**المفهوم الأساسي: خطوط التقارب**

الدالة النسبية التي تكون صيغتها  $y = \frac{a}{x-b} + c$ ,  $a \neq 0$  يكون لها خط تقارب رأسي عند قيمة  $x$  التي تجعل المقام يساوي صفراً،  $x = b$ . ويكون لها خط تقارب أفقي عند  $y = c$ .

**الشرح:**

خط تقارب رأسي عند قيمة  $x$  التي تجعل المقام يساوي صفراً،  $x = b$ . ويكون لها خط تقارب أفقي عند  $y = c$ .

مثال

استخدام النماذج

مجال  $y = \frac{a}{x-b} + c$  هو كل الأعداد الحقيقية عدا  $x = b$ . البدى هو كل الأعداد الحقيقية عدا  $y = c$ . لا يمكن رسم الدوال النسبية دون رفع العلم الرصاص عن الورقة، لذا اختر قيم  $x$  على كلا جانبي خط التقارب الرأسي لتمثيل جزئي الدالة.

#### 1 تحديد القيم المستبعدة

**المثال 1** يوضح كيفية العثور على القيم المستبعدة للدوال النسبية. **المثال 2** يوضح كيفية رسم تمثيل بياني لدوال نسبية واقعية وتحديد القيم التي يمكن استبعادها.

#### التقويم التكويني

استخدم تمرينات التحقق من تقدمك الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

#### أمثلة إضافية

1 اذكر القيمة المستبعدة من كل دالة مما يلي.

a.  $y = \frac{3}{x} \quad x = 0$

b.  $y = \frac{3}{x+2} \quad x = -2$

c.  $y = \frac{8}{2x+1} \quad x = -\frac{1}{2}$

#### 2 مساواة المواهب إذا كان $x$

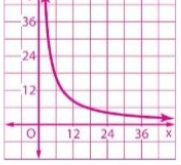
سيكمل مساواة المواهب هذه التي تستمر 100 دقيقة، فإن الدالة  $y = \frac{100}{x}$  التي تمثل عدد الدقائق متوفر لكل فعل.

اسم تمثيلاً بيانياً لكل لهذه الدالة. تمثيل بياني للقيم

الموجبة  $y = \frac{100}{x}$  كما هو موضح

أدناه من خلال (10, 10)

(5, 20), (20, 5), (25, 4)



#### إرشاد للمعلمين الجدد

**المتنصل مقابل المتصل الدوال** المستخدمة في المثال من الحياة اليومية 2 والمثال الإضافي 2 متنصلة وغير متنصلة.

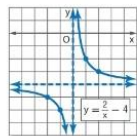
#### التدريس المتمايز OL AL

**المتعلمون أصحاب النمط المنطقي** يدرك معظم الطلاب أن الدالة ذات المقام الذي يساوي 10 غير محدد.

لمساعدة الطلاب في إدراك أن خطاً تقاربياً أفقياً يحدث في  $y = c$  في دالة في شكل  $y = \frac{a}{x-b} + c$  (حيث  $a \neq 0$ )، لديه طلاب يعقون جدول قيم لـ  $x$  و  $y$  وتمثيلاً بيانياً باستخدام المثال الموضح في المفهوم الأساسي.  $y = \frac{1}{x-2} + 1$  اطلب من الطلاب توسيع جدول القيم والتمثيل البياني حتى يوافقوا جميعاً أنه كلما زاد  $x$  أكثر فأكثر،  $y$  قارب 0، وأصبح  $y$  أقرب بشكل كبير لـ 1، الذي يشكّل قيمة  $c$ .

### مثال 3 تحديد خطوط التقارب واستخدامها لتمثيل الدوال النسبية بيانياً

a.  $y = \frac{2}{x} - 4$

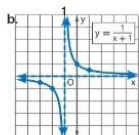


حدد خطوط التقارب وتمثيلها بيانياً باستخدام الخطوط المتقطعة.

خط تقارب رأسي:  $x = 0$   
خط تقارب أفقي:  $y = -4$

أنشئ جدولاً للقيم وعين النقاط، ثم صل بينها.

x	-2	-1	1	2
y	-5	-6	-2	-3



الخطوة 1 لإيجاد خط التقارب الرأسي، اكتشف القيمة المستعدة.

اجعل المقام يساوي 0.  
 $x + 1 = 0$   
اطرح 1 من كل طرف.  
 $x = -1$

خط تقارب رأسي:  $x = -1$   
خط تقارب أفقي:  $y = 0$

x	-3	-2	0	1
y	-0.5	-1	1	0.5

تمرين موجّه

3A.  $y = \frac{6}{x}$

3B.  $y = \frac{1}{x-3}$

3C.  $y = \frac{2}{x+2} + 1$

فيما يلي أربعة أنواع مختلفة من الدوال غير الخطية.

#### ملخص المفهوم مجموعات الدوال

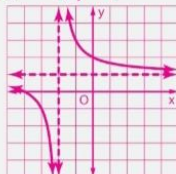
نسبية	جذرية	أسية	تربيعية
الدالة الأصلية: $y = \frac{1}{x}$ الصيغة العامة: $y = \frac{a}{x-b} + c$	الدالة الأصلية: $y = \sqrt{x}$ الصيغة العامة: $y = \sqrt{x-b} + c$	الدالة الأصلية: تختلف الصيغة العامة: $y = ab^x$	الدالة الأصلية: $y = x^2$ الصيغة العامة: $y = ax^2 + bx + c$

180 | الدرس 3-4 | الدوال النسبية

#### التدريس باستخدام التكنولوجيا

**تسجيل الفيديو** اطلب من الطلاب تصوير تسجيلات فيديو توضح كيفية تمثيل دالة نسبية بيانياً. اطلب منهم أولاً توضيح كيفية إيجاد خطوط التقارب الأفقية والرأسية ثم استخدام جدول قيم لرسم تمثيل بياني.

3C.  $x = -2; y = 1$



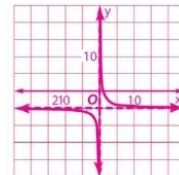
## 2 تحديد خط تقارب واستخدامه

المثال 3 توضيح كيفية تحديد خطوط تقارب لدالة واستخدامها لتمثيل الدالة بيانياً.

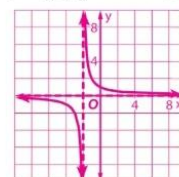
### مثال إضافي

3 حدد خطوط التقارب لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانياً.

a.  $y = \frac{3}{x} - 4$   $x = 0; y = -4$

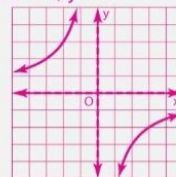


b.  $y = \frac{2}{x+2}$   $x = -2; y = 0$

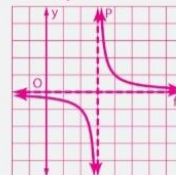


#### إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A.  $x = 0; y = 0$



3B.  $x = 3; y = 0$



180 | الدرس 3-4 | الدوال النسبية

### 3 تمرين

#### التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

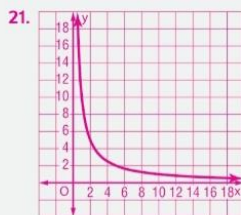
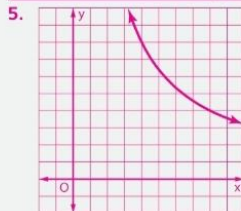
### 4 التقويم

**بطاقة التحقق** من استيعاب الطلاب في قطع ورقية صغيرة، اكتب دالة من خمس دوال نسبية مختلفة مشابهة للدوال الموجودة في هذا الدرس. أعط واحدة لكل طالب. اطلب منهم أن يخبروك بخطوط التقارب الرأسية والأفقية.

#### تدريس ممارسات في الرياضيات

**البينة** يدقق الطلاب الباهرون في الرياضيات لتتبع نمط أو بنية. في المثال 35، ذكر الطلاب أن لديهم خبرة في تحويل التمثيلات البيانية لأنواع عديدة من الدوال.

#### إجابات إضافية



#### التحقق من فهمك

مثال 1

اذكر القيمة المستبعدة من كل دالة مما يلي.

1.  $y = \frac{5}{x}$  2.  $y = \frac{1}{x+3}$  3.  $y = \frac{x+2}{x-1}$  4.  $y = \frac{x}{2x-8}$

مثال 2

5. التخطيط للحفل تبلغ تكلفة الزينة من أجل حفل عشاء AED 32. وسيتم هذا المبلغ بين مجموعة من الأصدقاء. المبلغ الذي سيدفعه كل شخص  $y$  يمثل في  $y = \frac{32}{x}$  حيث  $x$  هو عدد الأشخاص. مثل الدالة بيانياً.

مثال 3

حدد خطوط التقارب لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانياً.

6.  $y = \frac{2}{x}$  7.  $y = \frac{3}{x} - 1$  8.  $y = \frac{1}{x-2}$   
9.  $y = \frac{-4}{x+2}$  10.  $y = \frac{3}{x-1} + 2$  11.  $y = \frac{1}{x+2} + 5$

#### التمرين وحل المسائل

مثال 1

اذكر القيمة المستبعدة من كل دالة مما يلي.

12.  $y = \frac{-1}{x}$  13.  $y = \frac{8}{x-8}$  14.  $y = \frac{x}{x+2}$   
15.  $y = \frac{x+1}{x-3}$  16.  $y = \frac{2x+5}{x+5}$  17.  $y = \frac{7}{5x-10}$

مثال 2

18. **الظياء** تستطيع الظياء من ذوات الغرون أن تجري 40 كيلومتراً دون توقف. وبمثل متوسط السرعة في المعادلة  $y = \frac{40}{x}$  حيث  $x$  هو الزمن المستغرق لجري هذه المسافة.  
a. مثل  $y = \frac{40}{x}$  بيانياً.  
b. اذكر خطوط التقارب.

19. **قيادة الدراجات** قائد دراجة يقطع 10 كيلومترات كل صباح. متوسط سرعته  $y$  يعطى بالمعادلة  $y = \frac{10}{x}$  حيث  $x$  هو الزمن الذي يستغرقه لقطع مسافة 10 كيلومترات بالدراجة. مثل الدالة بيانياً.

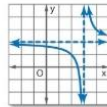
مثال 3

حدد خطوط التقارب لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانياً.

20.  $y = \frac{5}{x}$  21.  $y = \frac{-3}{x}$  22.  $y = \frac{2}{x} + 3$   
23.  $y = \frac{1}{x} - 2$  24.  $y = \frac{1}{x+3}$  25.  $y = \frac{1}{x-2}$   
26.  $y = \frac{-2}{x+1}$  27.  $y = \frac{4}{x-1}$  28.  $y = \frac{1}{x-2} + 1$   
29.  $y = \frac{3}{x-1} - 2$  30.  $y = \frac{2}{x+1} - 4$  31.  $y = \frac{-1}{x+4} + 3$

32. **القراءة** راجع التطبيق في بداية الدرس.

a. مثل الدالة بيانياً. فسر الخصائص الأساسية للتمثيل البياني بدلالة الحالة.  
b. اختر نقطة على التمثيل البياني. واذكر مدلولها في سياق الحالة.



33. **البينة** يوضح التمثيل البياني إزاحة التمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x}$ .

a. اذكر خطوط التقارب.  
b. اكتب دالة ممكنة للتمثيل البياني.

#### خيارات الواجب المنزلي المتهايزة

الخيار اليومي	الواجب	الثقة
12-32 زوجي 43-47, 52-65	13-33 فردي 48-51	12-33, 43-65 مبتدئ <b>AL</b>
34-41, 43-47, 52-65	12-33, 48-51	13-33 فردي 34-37, 39, 41, 43-65 أساسي <b>OL</b>
		34-65 متقدم <b>BL</b>

## تدريس ممارسات في الرياضيات

**الفرضيات** يمكن للطلاب الماهرين في مادة الرياضيات تحليل المواقف عن طريق تقسيمها إلى حالات ويمكنهم تعريف أمثلة مضادة واستخدامها. في التمرين 45، اقترح أن يرسم الطلاب تمثيلاً بيانياً لدالة نسبية وصوّر تحريك التمثيل البياني لاختبار الفرضية.

34. **الطيور** الكركر طويل الذيل هو طائر بحري يمكنه الهجرة لبيئات 5000 كيلومتر أو أكثر كل عام. ويمكن تمثيل متوسط المعدل بالأميال في الساعة  $t$  بواسطة المعادلة  $t = \frac{5000}{f}$ ، حيث  $f$  هو الزمن بالساعات. استخدم الدالة لتحديد متوسط معدل الطائر إذا قضى 250 ساعة في الطيران.



35. **رحلة ضمنية** سيذهب طلاب الصف إلى متحف العلوم. وفي جزء من الرحلة، سيمسح كل شخص أيضاً بـ مبلغ مالي متساو لتسمية أحد النجوم.
- أكتب وصفاً لعملياً لتكلفة الشخص الواحد.
  - أكتب معادلة تمثل إجمالي التكلفة  $y$  لكل شخص إذا ذهب  $p$  أشخاص إلى المتحف.
  - استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل المعادلة بيانياً. فسر الخصائص الأساسية للتمثيل البياني بدلالة الحالة.
  - قدّر عدد الأشخاص المطلوبين ليساوي إجمالي تكلفة الرحلة حوالي 15 AED.

مثّل كل دالة بيانياً. حدد خطوط التقارب.

$$36. y = \frac{4x+3}{2x-4}$$

$$37. y = \frac{x^2}{x^2-1}$$

$$38. y = \frac{x}{x^2-9}$$

41. **الهندسة** المعادلة  $h = \frac{2(64)}{v_1 + 8}$  تمثل الارتفاع  $h$  لشبه منحرف له المساحة 64 وحدة مربعة. يحتوي شبه المنحرف على ضلعين متقابلين متوازيين والبعد بينهما يساوي  $h$  وحدة، ويبلغ طول أحدهما  $b_1$  وحدات والآخر 8 وحدات.

- اذكر مجالاً ومدى منطقيين للدالة.
- مثّل الدالة بيانياً في الربع الأول.
- استخدم التمثيل البياني لتقدير قيمة  $h$  عندما يكون  $b_1 = 10$ .

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

39. **التحدي** مثّل  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$  بيانياً. واذكر مجال الدالة ومداه.

40. **التحويل** دون عمل التمثيل البياني. اذكر التحويل الذي يحدث ما بين التمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x}$  والتمثيل البياني لـ  $y = \frac{1}{x+5} - 2$ .

41. **مسألة غير محددة الإجابة** أكتب دالة نسبية إذا كان الخطان التوازيان للتمثيل البياني يقعان عند  $x = 3$  و  $y = 1$ . اشرح كيف حصلت على الدالة.

42. **الفرضيات** هل العبارة التالية صحيحة أم خاطئة؟ وإذا كانت خاطئة، فاضرب مثلاً مضاداً.

التمثيل البياني للدالة النسبية يكون لها تقاطع واحد على الأقل مع المحور.

43. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة** حدد الدالة التي لا تنتمي إلى الثلاث دوال الأخرى. اشرح استنتاجك.

$$y = \frac{4}{x}$$

$$y = \frac{6}{x+1}$$

$$y = \frac{8}{x} + 1$$

$$y = \frac{10}{2x}$$

44. **الكتابة في الرياضيات** كيف تنعكس خواص الدالة النسبية على تمثيلها البياني؟



# المعادلات النسبية 3-5

**لماذا؟**

أنواع الدلافين التي تعيش في المحيطات تستطيع السباحة بسرعة 8 كيلومترات في الساعة أسرع من الدلافين التي تعيش في السواحل. يستطيع الدلفين المحيطي السباحة لمسافة 4.8 كيلومترات في الوقت نفسه الذي يستغرقه الدلفين الساحلي للسباحة لمسافة 3.2 كيلومترات.

الدلافين		
النوع	المسافة	الزمن
الساحلي	$x$ kmph	$t$ ساعات
المحيطي	$x + 8$ kmph	$t$ ساعات

بما أن الزمن = المسافة ÷ المعدل، فإن المعادلة التالية تمثل هذه الحالة:

الزمن الذي يسبح فيه الدلفين المحيطي يساوي الزمن الذي يسبح فيه الدلفين الساحلي.

المسافة ÷ المعدل = الزمن

$\frac{4.8}{x+8} = \frac{3.2}{x}$

**الحالي**

1 حل المعادلات النسبية.

2 استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل.

**السابق**

وجدت حل التناسبات.

## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-5 تمثيل الدوال النسبية بيانياً.

الدرس 3-5 حل المعادلات النسبية. استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل.

بعد الدرس 3-5 استخدام الإحصائيات لتحليل البيانات.

## 2 التدريس

### أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ في هذا الدرس.

### اطرح السؤال التالي:

- عند قطع الدلفين الساحلي مسافة  $x$  كيلومتر في الساعة، فما المعدل الذي يقطعها الدلفين المحيطي؟  $(x + 5)$  km/h
- عندما يقطع الدلفين الساحلي 2 كيلومتر، فما المسافة التي يقطعها الدلفين المحيطي؟ 3 كيلومترات
- في الوقت الذي يقطعها الدلفين المحيطي لبلوغ 6 أميال، ما الذي تعرفه بشأن المسافة التي يقطعها الدلفين الساحلي؟ إنه يقطع مسافة 4 كيلومترات.

**المفردات الجديدة**  
معادلة نسبية (rational equation)  
حل دخيل (extraneous solution)  
مسألة عمل (work problem)  
مسألة معدل (rate problem)

**ممارسات في الرياضيات**  
التفكير بطريقة تجريبية  
وكيفية  
استخدام نماذج الرياضيات.

**حل المعادلات النسبية** تحتوي **المعادلة النسبية** على تعبير نسبي واحد أو أكثر. عندما تكون المعادلة النسبية عبارة عن تناسب، يمكنك استخدام الضرب التبادلي لحلها.

**مثال 1 من الحياة اليومية** استخدام الضرب التبادلي لحل المعادلات

الدلافين راجع المعلومات المذكورة أعلاه. حل  $\frac{4.8}{x+8} = \frac{3.2}{x}$ . لإيجاد سرعة الدلفين الساحلي. تحقق من الحل.

$$\begin{aligned} \frac{4.8}{x+8} &= \frac{3.2}{x} \\ 4.8x &= 3.2x + 25.6 \\ 16x &= 25.6 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

المعادلة الأصلية

أوجد ناتج الضرب التبادلي.

خاصية التوزيع

اطرح  $3.2x$  من كل طرف.

إذا، يستطيع الدلفين الساحلي السباحة بسرعة 16 كيلومتراً في الساعة.

**التحقق**

المعادلة الأصلية

عوض عن  $x$  بـ 16.

بسط.

بسط.

### تمرين موجّه

حل كل من المعادلات التالية. تحقق من الحل.

1A.  $\frac{7}{y-3} = \frac{3}{y+1}$

1B.  $\frac{13}{10} = \frac{2f+0.2}{7}$

يمكن استخدام طريقة أخرى لحل أي معادلة نسبية وهي بإيجاد المقام المشترك الأصغر لجميع الكسور في المعادلة. ثم بضرب طرفي المعادلة في المقام المشترك الأصغر للتخلص من الكسور.

## مثال 2 استخدام المقام المشترك الأصغر لحل المعادلات النسبية

حل المعادلة:  $5 = \frac{4}{y} + \frac{5y}{y+1}$ . تحقق من الحل.

**الحل:** أوجد المقام المشترك الأصغر.

المقام المشترك الأصغر لـ  $\frac{4}{y} + \frac{5y}{y+1}$  هو  $y(y+1)$ .

**خطوة 2** اضرب طرفي المعادلة في المقام المشترك الأصغر.

$$\frac{4}{y} + \frac{5y}{y+1} = 5 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

اضرب طرفي المعادلة في المقام المشترك الأصغر،  $y(y+1)$ .

$$\left(\frac{4}{y} + \frac{5y}{y+1}\right) \cdot y(y+1) = 5 \cdot y(y+1)$$

$$(y+1)4 + y(5y) = y(y+1)5 \quad \text{بسط.}$$

$$4y + 4 + 5y^2 = 5y^2 + 5y \quad \text{اضرب.}$$

$$4y + 4 + 5y^2 - 5y^2 = 5y^2 - 5y^2 + 5y \quad \text{اطرح } 5y^2 \text{ من كل طرف.}$$

$$4y + 4 = 5y \quad \text{بسط.}$$

$$4y - 4y + 4 = 5y - 4y \quad \text{اطرح } 4y \text{ من كل طرف.}$$

$$4 = y \quad \text{بسط.}$$

التحقق

تمرين موجّه

حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلولك.

$$2A. \frac{2b-5}{b-2} - 2 = \frac{3}{b+2} \quad 2B. 1 + \frac{1}{c+2} = \frac{28}{c^2+2c}$$

$$2C. \frac{y+2}{y-2} - \frac{2}{y+2} = -\frac{7}{3} \quad 2D. \frac{n}{3n+6} - \frac{n}{5n+10} = \frac{2}{5}$$

تذكر أن أي قيمة للمتغير تجعل مقام التعبير النسبي صفراً يجب استبعادها من المجال.

وبنفس الطريقة، عندما ينتج عن حل المعادلة النسبية صفر في المقام، فإنه ينبغي استبعاد هذا الحل.

وتسمى مثل هذه الحلول **بالحلول الدخيلة**.

$$\frac{4+x}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x+1} \quad 5, 0, \text{ و } -1 \text{ لا يمكن أن تكون حلولاً.}$$

## 1 حل المعادلات النسبية

**المثال 1** يوضح كيفية استخدام ناتج الضرب التفاضلي لحل التعبيرات النسبية عندما يكون كلا طرفي المعادلة عبارة عن كسور فرية. **المثال 2** يوضح كيفية حل المعادلات النسبية عن طريق ضرب كل طرف بالمعادلة في المقام المشترك الأصغر للتخلص من الكسور. **المثال 3** يوضح كيفية تحديد الحلول الخارجية عندما يكون كلا طرفي المعادلة النسبية مضروباً في المقام المشترك الأصغر للتعبير النسبية التي تشكل المعادلة.

## التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمرين الموجه الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

## أمثلة إضافية

### 1 الأصدقاء

يمكن لسعيد أن يجري مسافة 3 كيلومترات في الساعة أسرع من سلطان. ويمكن لسعيد أن يجري 5 كيلومترات في نفس الوقت الذي يقطعه سلطان لجرى 3 كيلومترات. الحل  $\frac{3}{x} = \frac{5}{x+3}$  لإيجاد مدى سرعة سلطان، تحقق من الحل. **4.1 كيلومتر في الساعة**

**2** الحل  $\frac{5}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2+x}$  تحقق من الحل. **3.4**

## افهم!

**تجنب الأخطاء** اقترح على الطلاب أخذ ملاحظات ذهنية لغيم المتغير الذي يجعل المقام يساوي صفراً.

اقترح أن يتحقق الطلاب من حلولهم عن طريق تعويضهم بالرجوع إلى المعادلة الأصلية.

**نصيحة دراسية**  
الحلول من الضروري التحقق من حلول المعادلات النسبية لتأكد من أنك حققت المعادلة الأصلية.

**الربط بالمفردات**  
دخيل  
الاستخدام اليومي  
غير ذي صلة أو غير مهم  
حل  
دخيل  
الاستخدام الرياضي  
ناتج 7  
يعتبر حلاً للمعادلة الأصلية

## التدريس باستخدام التكنولوجيا

**اللوحة البيضاء** التفاعلية أعرض التمثيل البياني للدالة الجذرية على اللوحة، قم بحل المعادلة جبرياً ووضح للطلاب كيفية ارتباط هذا الحل بالتمثيل البياني. احفظ ملاحظاتك بتنسيق PDF وانشرها على موقع الويب الخاص بفضلك.

### مثال 3: الحلول الدخيلة

حل  $5 = \frac{2n}{n-5} + \frac{4n-30}{n-5}$  واذكر أي حلول دخيلة.

$$\begin{aligned} \frac{2n}{n-5} + \frac{4n-30}{n-5} &= 5 && \text{المعادلة الأصلية} \\ (n-5) \left( \frac{2n}{n-5} + \frac{4n-30}{n-5} \right) &= (n-5) \cdot 5 && \text{اضرب كل طرف في المقام المشترك الأصغر، } n-5. \\ \left( \frac{2n}{1} + \frac{4n-30}{1} \right) &= (n-5) \cdot 5 && \text{خاصية التوزيع} \\ 2n + 4n - 30 &= 5n - 25 && \text{بسط.} \\ 6n - 30 &= 5n - 25 && \text{اجمع الحدود المتشابهة.} \\ 6n - 5n - 30 &= 5n - 5n - 25 && \text{اطرح } 5n \text{ من كل طرف.} \\ n - 30 &= -25 && \text{بسط.} \\ n - 30 + 30 &= -25 + 30 && \text{اجمع } 30 \text{ إلى كل طرف.} \\ n &= 5 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

بما أن  $n = 5$  ينتج عنه صفر في مقام المعادلة الأصلية، فهو حل دخيل. إذا، المعادلة ليس لها حل.

### تمرين موجّه

3. حل المعادلة:  $2 = \frac{10}{n^2-4} - \frac{3n}{n^2-4}$  واذكر أي حلول دخيلة.

### نصيحة دراسية

الحلول من الممكن أن تحمل على كل من حل صالح وحل دخيل عند حل معادلة نسبية.

### مثال إضافي

3 الحل  $6 = \frac{6x-9}{x-1} + \frac{3x}{x-1}$ . اذكر أي حلول خارجية. لا يوجد حل؛ 1

### انتبه!

**المفاهيم الخاطئة** لدى الطلاب أكد على أنه يجب حل المعادلة لإيجاد الحلول ولتحديد ما إذا كانت الحلول خارجية. قيمة المتغير التي تجعل المقام صفرًا ليست بالضرورة حلًا دخيلًا للمعادلة النسبية.

### التركيز على محتوى الرياضيات

**الجذور الدخيلة** إنها دائمًا مهمة للتحقق من الحل معادلة بالمعادلة الأصلية. ولكنها مهمة على وجه الخصوص عند ضرب كل طرف للمعادلة في متغير. إذا كان حلك تقريبيًا، فإنه أحيانًا يكون صعبًا لتحديد ما إذا كانت الاختلافات بسبب التقريب أو إذا كان الحل غير صحيح.

### 2 استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل

**المثال 4** يوضّح كيفية استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل الكلامية الواقعية. **المثال 5** يوضّح كيفية استخدام معادلات نسبية لحل مسائل النسب من الحياة الواقعية.

### مثال إضافي

4 **تركيب التلفاز** في يوم السبت تساعد خولة والدها في تركيب أجهزة التلفاز المتصلة بالتمر الصناعي. تستغرق البهامة من والد خولة حوالي  $2\frac{1}{2}$  ساعة، ولكن عندما تساعد خولة يستغرق الأمر  $1\frac{1}{4}$  ساعة. إذا كانت خولة تعمل على تركيب جهاز تمر صناعي بنفسها، فكم تستغرق البهامة منها؟  $3\frac{3}{4}$  ساعة

### 2 استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل

استخدام المعادلات النسبية لحل المسائل يمكنك استخدام المعادلات النسبية لحل مسائل العمل أو مسائل تشتمل على معدلات العمل.

### مثال 4 من الحياة اليومية مسألة عمل

**وظائف** في هذه الوظيفة ذات الدوام الجزئي في حديقة الحيوان، يستطيع رشيد تنظيف ساحة الطيور في ساعتين، ويستطيع حسام تنظيف الساحة نفسها في ساعة و 15 دقيقة. كم من الوقت سيستغرقان إذا عملا معًا؟

**الفهم** يستغرق رشيد ساعتين لإكمال العمل ويستغرق حسام  $1\frac{1}{4}$  ساعة.

أنت تحتاج إلى إيجاد معدل عمل كل شخص والزمن الإجمالي  $t$  المستغرق منهما لإكمال العمل معًا.

**التخطيط** أوجد الكسر الذي يعبر عن العمل الذي يقوم به كل شخص في ساعة.

معدل رشيد ←  $\frac{1}{2}$  عمل لكل ساعة

معدل حسام ←  $\frac{1}{4}$  عمل أو  $\frac{1}{5}$  عمل لكل ساعة

بما أن المعدل  $\times$  الزمن = الكسر العبر عن العمل المنجز، فاضرب كل معدل في الزمن  $t$  لتشكيل كمية العمل المنجز لكل شخص.

### مثال إضافي

**5 الحافلة** تغادر الحافلة المحطة وتقطع متوسط مسافة 80 كيلومترا في الساعة تجاه المدينة. وهناك حافلة أخرى تغادر نفس المحطة بعد 20 دقيقة وتقطع نفس المسافة إلى المدينة والتي تبلغ 96 كيلومترا في الساعة؟ ساعة وأربعين دقيقة، أو  $\frac{2}{3}$  ساعة

**تدريس الممارسات في الرياضيات**  
الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكليات وعلاقتها بالمواقف المذكورة في المسائل. شجع على حل المسائل التي يعملون عليها بأنفسهم من خلال تخطيط معادلة ما وكتابتها على النحو الموضح في المثال 4.

عمل واحد يساوي الكسر البعير زائد الكسر البعير عن عمل رشيد العنجر

$$\frac{1}{2}t + \frac{4}{5}t = 1$$

اضرب كل طرف في المقام المشترك الأصغر، 10.

$$10(\frac{1}{2}t + \frac{4}{5}t) = 10(1)$$

خاصية التوزيع

$$10(\frac{1}{2}t) + 10(\frac{4}{5}t) = 10$$

بسط.

$$5t + 8t = 10$$

اجمع الحدود المتشابهة واقسم كل طرف على 13.

$$t = \frac{10}{13}$$

إذا، سيستغرقان  $\frac{10}{13}$  ساعة أو حوالي 46 دقيقة لإنجاز العمل إذا عملا معا.

**التحقق** في  $\frac{10}{13}$  ساعة، سوف ينجز رشيد  $\frac{10}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{13}$  من العمل وسوف ينجز خسام  $\frac{10}{13} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{13}$  من العمل. معا، سينجزان  $\frac{8}{13} + \frac{5}{13} = 1$  أو عملا واحدا كاملا. إذا، الإجابة صحيحة. ✓

### تمرين موجّه

4. **كس ورق الشجر** تستطيع علياء كس ورق الشجر في ساعتين. ويستغرق ذلك من أخيها زياد 3 ساعات. كم من الوقت سيستغرقان في كس ورق الشجر إذا عملا معا؟

يمكن استخدام المعادلات النسبية أيضًا لحل **مسائل المعدل**

### مثال 5 من الحياة اليومية: مسألة المعدل

**الطائرات** أقلعت طائرة وكانت تطير بمتوسط 772 كيلومترا في الساعة. بعد 15 دقيقة، غادرت طائرة أخرى واتجهت نحو المدينة نفسها بمعدل 900 كيلومتر في الساعة. كم من الوقت ستستغرق الطائرة الثانية لاجتياز الطائرة الأولى؟

دوّن المعلومات التي تعرفها في جدول.

الطائرة	المسافة	المعدل	الزمن
1	$d$ كيلومترا	772 كيلومترا	$t$ ساعات
2	$d$ كيلومترا	900 كيلومتر	$t - \frac{1}{4}$ ساعة

أقلعت الطائرة 2 بعد 15 دقيقة، أو  $\frac{1}{4}$  ساعة بعد الطائرة 1

بما أن كلتا الطائرتين ستكون سافرتا المسافة نفسها عندما تلتحق الطائرة 2 بالطائرة 1، فإنه يمكنك كتابة المعادلة التالية.

$$\text{مسافة الطائرة 1} = \text{مسافة الطائرة 2}$$

$$\text{المسافة} = \text{المعدل} \times \text{الزمن}$$

$$772 \times t = 900 \times (t - \frac{1}{4})$$

خاصية التوزيع

$$772t = (900 \times t) - (900 \times \frac{1}{4})$$

بسط.

$$772t = 900t - 225$$

اطرح  $560t$  من كل طرف.

$$-80t = -225$$

اقسم كل طرف على -80.

$$t = 1.75$$

إذا، ستلتحق الطائرة الثانية بالطائرة الأولى بعد 1.75 ساعة.

### تمرين موجّه

5. غادرت مدي النزل وسارت بمعدل 3 كيلومترات في الساعة، بعد 10 دقائق، غادرت أمها النزل وسارت بالدراجة بمعدل 10 كيلومترات في الساعة. فبعد كم دقيقة ستلتحق الأم بابنتها؟



**الربط بالحياة اليومية**  
تبلغ أطول رحلة جوية تجارية دون توقف 21,600 كيلومتر من مطار هونغ كونغ في الصين إلى مطار لندن - هيثرو في المملكة المتحدة. واستغرقت الرحلة 22 ساعة و42 دقيقة.

Macmillan-McGraw Hill Education © جميع الحقوق محفوظة

### التدريس المتمايز

**إذا كان** نتخذ أن الطلاب قد يستفيدوا عن طريق تمثيل مفهوم في هذا الدرس.

**عندما** اطلب من الطلاب الرجوع إلى المثال 5. اطلب منهم تصميم مسألة نسبية يمكن لطلابهم حلها مثل سير مسافة معينة. اطلب من الطالبين البدء في وقت مختلف عن بعضهما. الطالب الذي بدأ متأخرا يستغرق خطوات أكثر في الثانية من الآخر. اطلب من طالب آخر تسجيل الوقت الذي تجاوز فيه طالب الآخر. ثم اعمل على حل المسألة لتوضيح إذا كانت الحسابات تعكس الوقت الفعلي.

### 3 تمرين

#### التقويم التكويني

استخدم التمارين من 8-11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

#### تدريس ممارسات في الرياضيات

**الاستنتاج** يقوم الطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات بإنشاء تمثيل منطقي للمسألة التي يقومون بحلها. في التمرين 28، ذكر الطلاب بخص حلولهم فيما يتعلق بالموقف.

**الافتراضات** يمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات التعرف على الأمثلة المضادة واستخدامها. في التمرين 39، ذكر الطلاب بأن المثال المضاد عبارة عن حالة خاصة تكون فيها العبارة خاطئة. لذا، إنهم بحاجة إلى كتابة معادلة نسبية بالحل 0.

#### إجابات إضافية

25a. المستقيم

$$25b. f(x) = \frac{x(x+5)(x-6)}{x-6} = x+5$$

$$25c. -5$$

26a. قطع مكافئ

$$26b. f(x) = \frac{x(x+2)(x-1)}{x+2} = x(x-1)$$

$$26c. 0, 1$$

27a. قطع مكافئ

$$27b. f(x) = x^2 + 6x + 12$$

27c. لا توجد أصفار حقيقية

#### التحقق من فهمك

حل كل من المعادلات التالية. واذكر أي حلول دخيلة.

الأمثلة 1-3

$$1. \frac{2}{x+1} = \frac{4}{x} \quad 2. \frac{t+3}{5} = \frac{2t+3}{9} \quad 3. \frac{a+3}{a} = \frac{6}{5a} = \frac{1}{a} \quad 4. 4 - \frac{p}{p-1} = \frac{2}{p-1} \quad 5. \frac{2t}{t+1} + \frac{4}{t-1} = 2 \quad 6. \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} = 1$$

مثال 4

7. إزالة الأعشاب الضارة يستطيع سلطان إزالة الأعشاب الضارة بالحديقة في 45 دقيقة. وتستطيع أخته عمير القيام بذلك في 50 دقيقة. فكم سيستغرقان من الوقت لإزالة الأعشاب الضارة بالحديقة إذا عملاً معاً؟

مثال 5

8. تنسيق الحدائق بدأ أمير دلوًا سعة 13.2 لترًا لري النباتات من صنوبر يتدفق منه الماء بمعدل 6.6 لترًا في الدقيقة. إذا كان سيضيف خرطومًا يتدفق منه الماء بمعدل 5.4 لترًا في الدقيقة، فكم عدد الدقائق التي سيستغرقها لملء الدلو؟ قُرب إلى أقرب جزء من عشرة.

#### التمرين وحل المسائل

حل كل من المعادلات التالية. واذكر أي حلول دخيلة.

الأمثلة 1-3

$$9. \frac{8}{n} = \frac{3}{n-5} \quad 10. \frac{6}{t+2} = \frac{4}{t} \quad 11. \frac{3g+2}{12} = \frac{g}{2} \quad 12. \frac{5h}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3h}{8} \quad 13. \frac{2}{3w} = \frac{2}{15} + \frac{12}{5w} \quad 14. \frac{c-4}{c+1} = \frac{c}{c-1} \quad 15. \frac{x-1}{x+1} - \frac{2x}{x-1} = -1 \quad 16. \frac{y+4}{y-2} + \frac{6}{y-2} = \frac{1}{y+3} \quad 17. \frac{a}{a+3} + \frac{a^2}{a+3} = 2 \quad 18. \frac{12}{a+3} + \frac{6}{a^2-9} = \frac{8}{a+3} \quad 19. \frac{3n}{n-1} + \frac{6n-9}{n-1} = 6 \quad 20. \frac{n^2-n-6}{n^2-n} = \frac{n-5}{n-1} = \frac{n-3}{n^2-n}$$

مثال 4

21. الطلاء إذا كان سعيد يستغرق 3 ساعات لطلاء جانب واحد من السياج. ويستغرق ذلك من طارق 5 ساعات. فكم من الوقت سيستغرق ذلك منهما إذا عملاً معاً؟

مثال 5

22. غسل الصحون إذا كان عبيد يعمل غاسلاً للصحون ويستطيع غسل 500 صحن في ساعتين و 15 دقيقة. ويستطيع عبد الرحمن إنهاء 500 صحن في 3 ساعات. فكم سيستغرقان من الوقت لإنهاء كل الصحون إذا عملاً معاً؟



23. الثلج إذا كان الفندق به جهازان لصنع الثلج في المطبخ، فكم عدد الساعات التي سيستغرقها الجهازان لصنع 60 kg من الثلج؟ قُرب إلى أقرب جزء من عشرة.

24. قيادة الدراجات إذا أتجه فائدة دراجتين كل في اتجاه معاكس للأخر في مسار دائري طوله 5.6 كيلومترات. وبدأ في الوقت نفسه. وأكمل فائدة الدراجة الأول المسار في 22 دقيقة وفائدة الدراجة الثاني في 28 دقيقة. ففي أي وقت تجاوز كل منهما الآخر؟

**حاسبة التمثيل البياني بالنسبة لكل دالة:** (a) صف شكل التمثيل البياني. (b) استخدم التحليل إلى العوامل لتحليل الدالة لأبسط صورة. (c) أوجد أصفار الدالة.

$$25. f(x) = \frac{x^2 - x - 30}{x - 6} \quad 26. f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x + 2} \quad 27. f(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x}{x}$$

28. التبرير إذا كان عبد الكريم يستطيع طلاء منزل مساحته قياسية في حوالي 5 أيام، واستأجر مساعدين اثنين ليهتمه الأخيرة. فبأي معدل يجب على هذين المساعدين العمل لصالح عبد الكريم للوفاء بالموعد النهائي البالغ يومين؟

#### خيارات الواجب المنزلي المتميزة

الثقة	الواجب	خيار اليومي
AL مبتدئ	9-24, 37-57	37-40, 45-57 زوجي 10-24
OL أساسي	9-24, 31, 33, 35, 37-57 فردي 9-27	41-44 فردي 9-23 45-57 زوجي 25-35, 37-40, 45-57
BL متقدم	25-57	



## 4 التقويم

**حصاد الأمس** اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدهم معرفة تبسيط التعابير المختلطة في درس اليوم.

### تدريب على الاختبار المعياري

43. تم صب عشرين لترا من عصير الليمون في وعائين لهما حجم مختلف. عثر عن كمية عصير الليمون التي تم صبها في الوعاء الأصغر بدلالة  $g$ . وهي الكمية التي تم صبها في الوعاء الأكبر.

A  $g + 20$   
B  $20 + g$

C  $g - 20$   
D  $20 - g$

44. الإجابة الشبكية صالة ألعاب رياضية بها أفراص ذات وزن كيلوجرامين و 5 كيلوجرامات. ويوجد أربعون قرصا بشكل إجمالي. فإذا كان الوزن الإجمالي لأفراص الكيلوجرامين هو نفسه الوزن الإجمالي لأفراص 5 كيلوجرامات. فكم عدد أفراص الكيلوجرامين الموجودة؟

41. يستغرق علي 4 ساعات في بناء سياج. وإذا استأجر عمر لمساعدته، فسوف يكتهما إنجاز العمل في 3 ساعات. فإذا بنى عمر السياج نفسه بمفرده، فكم من الوقت سيستغرق منه ذلك؟

A  $1\frac{1}{2}$  ساعة  
B  $3\frac{2}{3}$  ساعات  
C 8 ساعات  
D 12 ساعة

42. في سباق 1000 متر، أكمل عدنان 35 مترا قبل منصور و 53 مترا قبل أيوب. فما المسافة التي سبق منصور بها عدنان؟

F 18 m G 35 m H 53 m J 88 m

### مراجعة شاملة

45. **التعداد السكاني** يشهد التعداد السكاني في دولة ما تناقصا سنويا بمعدل 1.1%. وفي عام 2009، بلغ عدد سكانها 2,261,294. إذا استمر هذا الاتجاه، فتوقع تعداد السكان في عام 2019.

46. **الطباطم** يوجد أكثر من 10,000 صنف من الطباطم. فإذا كانت إحدى الشركات المصنعة للبدور تنتج عبوات بدور لـ 200 صنف من الطباطم، فكم عدد الأصناف التي لا توفر الشركة بدورا لها؟

47. **القيادة** يجب أن يبقى ضغط الإطارات في حدود مطلقين للبوصة المربعة (psi) من القيمة الموصى بها من جهة التصنيع. إذا كان الموصى به للإطار هو 30 psi، فما مدى قيم الضغط المقبولة؟

عثر عن كل عدد بالصيغة العلمية.

48. 12,300

49. 0.0000375

50. 1,255,000

51. **المعرفة المالية** إذا كان مع محمد 13 AED لطلب بيتزا. وتبلغ تكلفة البيتزا 7.50 AED زائد 1.25 AED لكل إضافة. وهو يعتزم دفع 15% من التكلفة الإجمالية بيشيشا. أكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الإضافات التي يمكن أن يطلبها.

حل كل متباينة. تحقق من صحة الحل.

52.  $\frac{b}{10} \leq 5$

53.  $-7 > -\frac{r}{7}$

54.  $\frac{5}{8}y \geq -15$

### مراجعة المهارات

حدد احتمال وقوع كل حدث إذا قيمت باختيار كرة زجاجية من حقيبة تحتوي على 9 كرات حمراء، و 6 كرات زرقاء، و 5 كرات صفراء.

55.  $P(\text{زرقاء})$

56.  $P(\text{حمراء})$

57.  $P(\text{ليست صفراء})$

### التدريس المتقدم

التوسع الحل  $\frac{a}{x} = \frac{2}{3}$  لـ  $x$  فيما يتعلق بـ  $a$ .  $x = \frac{3a}{2}$



## مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات النسبية

التوسع 3-5

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات النسبية عن طريق التمثيل البياني، واستخدام الحداول وأحد النظم الجبرية الحاسوبية (CAS).

للحل بالتمثيل البياني، مثل تبايناً كلا طرفي المعادلة وحدد موقع نقطة (نقاط) التقاطع.

### 1 التركيز

**الهدف** حل المعادلات النسبية باستخدام تكنولوجيا التمثيل البياني.

#### المواد

- حاسبة تمثيل بياني

#### نصائح للتدريس

- للنشاط 1 الخطوة 3، دُكر الطلاب بإدخال  $\frac{5}{x+2}$ ، وسيحتاجون لوضع الأقواس حول المقام. وسيحتاجون إلى استخدام المفتاح tab لتحريك المؤشر خط الإدخال لكتابة  $\frac{3}{x}$  في  $f_2(x)$ .
- عند تغيير إعدادات windows استخدم المفتاح tab للانتقال من حقل إلى آخر.
- يمكن أيضاً استخدام برنامج ورقة بيانات لإكمال النشاط 2.
- بالنسبة للنشاط 3، دُكر الطلاب بأنهم لا يمكنهم تعديل خط بمجرد الضغط على enter. ومع ذلك، يمكنهم استخدام ctrl x و ctrl c لنسخ ولصق خط ثم القيام بإجراء التعديلات.

### 2 التدريس

#### العمل في مجموعات متعاونة

نظم الفصل إلى مجموعات ثنائية، واعمل مع الصف على إتمام النشاط 1. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال التمارين من 1 إلى 10 والنشاطين 2 و 3. **تمرين** اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 11 إلى 15.

#### النشاط 1 حل المعادلة النسبية بالتمثيل البياني

**حل المعادلة:**  $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$  بالتمثيل البياني.

**الخطوة 1** أضف صفحة Graphs جديدة.

**الخطوة 2** استخدم خيار Window Settings من قائمة Window/Zoom لضبط النافذة إلى -20 إلى 20 بالنسبة لكل من X و Y اضبط المتباينين إلى 2.

**الخطوة 3** أدخل  $\frac{5}{x+2}$  إلى  $f_1(x)$  و  $\frac{3}{x}$  إلى  $f_2(x)$ .

**الخطوة 4** غير شكل التمثيل البياني لـ  $f_1(x)$  عن طريق تحديد التمثيل البياني لـ  $f_2(x)$  وخيار ctrl menu Attributes.

**الخطوة 5** استخدم أداة Intersection Point(s) من قائمة Points & Lines لإيجاد نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين. حدد التمثيل البياني لـ  $f_1(x)$  ثم التمثيل البياني لـ  $f_2(x)$  enter.



[-20, 20] scl: 2 يعمل [-20, 20] scl: 2

يتقاطع التمثيلان البيانيان عند النقطة (3, 1)، وهذا يعني أن  $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$  كليهما يساويان 1 عندما يكون  $x = 3$ . إذاً، حل  $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$  هو  $x = 3$ .

#### تمارين

استخدم حاسبة تمثيل بياني لحل كل معادلة.

1.  $\frac{5}{x} + \frac{4}{x} = 10$

2.  $\frac{12}{x} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

3.  $\frac{6}{x} + \frac{3}{2x} = 12$

4.  $\frac{4}{x} + \frac{3}{4x} = \frac{1}{8}$

5.  $\frac{4}{x} + \frac{x-2}{2x} = x$

6.  $\frac{3}{3x-2} + \frac{5}{x} = 0$

7.  $\frac{2x+1}{2} + \frac{3}{2x} = \frac{2}{x}$

8.  $\frac{x}{x+2} + x = \frac{5x+8}{x+2}$

9.  $\frac{1}{2x} + \frac{5}{x} = \frac{3}{x-1}$

10.  $\frac{4x-3}{x-2} + \frac{2x+5}{x-2} = 6$

## مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات النسبية

### 3 التتويم

#### إرشاد للمعلمين الجدد

استخدام الجداول وضح للطلاب أن طريقة الجدول فقط تنجح عندما تشمل الجدول قيم الحلول  $X$ . إذا كان الحل غير موجود مع جدول ذي قيم أعداد صحيحة لـ  $X$ ، يجب على الطلاب تعديل القيم  $X$  أو استخدام طريقة أخرى لإيجاد أي حلول.

#### التتويم التكويني

استخدم التمارين من 16 إلى 19 لتتويم معرفة الطلاب بحل المعادلات النسبية.

#### من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص استخدام التكنولوجيا لإيجاد الحلول للمعادلات النسبية.

#### النشاط 2 حل المعادلة النسبية باستخدام جدول

حل المعادلة:  $\frac{2x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$  باستخدام جدول.

**الخطوة 1** أضف صفحة Lists & Spreadsheet جديدة.

**الخطوة 2** قم بتسمية العمود A بـ  $X$ . أدخل القيم من -4 إلى 4 في الخلايا A1 إلى A9.

**الخطوة 3** في العمود B في صف الصيغة، أدخل الطرف الأيسر من المعادلة النسبية مع وضع ثوابت الحدود بين أقواس. في العمود C في صف الصيغة، أدخل الطرف الأيمن من المعادلة النسبية مع وضع ثوابت الحدود بين أقواس. حدد Variable Reference عندما يُطلب منك.

مَرَّ حتى ترى أين تتساوى القيم في العمودين B و C. يحدث هذا عند  $X = 4$ . لذا، حل  $\frac{2x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$  هو 4.



يمكنك استخدام نظام جبري حاسوبي (CAS) أيضًا لحل المعادلات النسبية.

#### النشاط 3 حل المعادلة النسبية باستخدام نظام جبري حاسوبي

حل المعادلة:  $\frac{x-3}{x} - \frac{x-4}{x-2} = \frac{1}{x}$  باستخدام نظام جبري حاسوبي (CAS).

**الخطوة 1** أضف صفحة Calculator جديدة.

**الخطوة 2** لحل المعادلة، حدد أرم Solve من الشاشة Algebra. أدخل الطرف الأيسر من المعادلة مع وضع ثوابت الحدود بين الأقواس. أدخل = والطرف الأيمن من المعادلة. ثم أكتب فاصلة وأتبعها بـ  $X$ . ثم اضغط enter سيظهر الحل، 4.



#### تمارين

حل كل معادلة مما يلي باستخدام جدول أو نظام جبري حاسوبي.

11.  $\frac{2}{x} + \frac{2+x}{2} = \frac{x+3}{2}$

12.  $\frac{4}{x-2} = -\frac{1}{x+3}$

13.  $\frac{3}{x+2} + \frac{4}{x-1} = 0$

14.  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} = 0$

15.  $\frac{2}{x+4} + \frac{4}{x-1} = 0$

16.  $\frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{4} = 2x$

17.  $\frac{2x}{x+3} + \frac{x+1}{2} = x$

18.  $\frac{2}{x-3} + \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x}$

19.  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x-1} = x$

## التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 1-7. فذكرهم أنه يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكرتهم بشأن المفردات.

## المحتويات منظم الدراسة

## مطويات Dinah Zike®

اطلب من الطلاب إلغاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا أمثلة إلى مطوياتهم لكل درس بالوحدة. واقترح على الطلاب إنشاء مطوياتهم معهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. ووضح أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

## دليل الدراسة

## المفاهيم الأساسية

## دوال الجذر التربيعي (الدرس 1-3)

- تستل دالة الجذر التربيعي على الجذر التربيعي لمتغير.
- الدالة الأصلية لمجموعة دوال الجذر التربيعي تكون  $f(x) = \sqrt{x}$ .



## المعادلات الجذرية (الدرس 2-3)

- يكون التعبير الجذري في أبسط صورة عندما لا يوجد مجذور به عوامل المربع الكامل غير 1.
- لا يوجد أي مجذور مشترك على كسور.
- لا يظهر أي مجذور في مقام كسر.

## التغير العكسي (الدرس 3-3)

- يمكنك استخدام  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$  لحل المسائل المشتملة على تغير عكسي.

## الدوال النسبية (الدرس 4-4)

- القيم المستبعدة هي قيم متغير ينتج عنها مقام صفري.
- إذا حدثت خطوط مغاربة رأسية، فسوف تقع عند قيم مستبعدة.

## المعادلات النسبية (الدرس 5-5)

- استخدم الضرب المتبادلي لحل المعادلات النسبية ذات كسر واحد على كل طرف من طرفي علامة يساوي.

## المحتويات منظم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



## المفردات الأساسية

radical دالة جذرية function	asymptote خط تقارب
radicand مجذور	closed مغلقة
rate problem مسألة معدل	conjugate مرافق
rationalize the denominator إنطاق المقام	excluded قيمة مستبعدة value
rational دالة نسبية function	extraneous حل دخيل solution
rational equation معادلة نسبية	inverse تغير عكسي variation
root function دالة الجذر التربيعي	product rule قاعدة ناتج الضرب
square root function دالة الجذر التربيعي	radical معادلات جذرية equations
work problem مسألة عمل	radical تعبير جذري expression

## مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة أو التعبير أو العدد الذي تحته خط لصياغة جملة صحيحة.

1. التعبيران  $12\sqrt{4}$  و  $\sqrt{288}$  متكافئان.
2. التعبيران  $2 + \sqrt{5}$  و  $\sqrt{5} + 2$  مترافقان.
3. في التعبير  $-5\sqrt{2}$ ، يكون الجذور هو 2.
4. إذا كان ناتج ضرب متغيرين عبارة عن ثابت غير صفري، فإن العلاقة بينهما تكون تقييداً عكسياً.
5. إذا كان المتغير  $a = x$  خطاً تقاربياً لأبسط لدالة ضمنية، فإذا تكون  $a$  قيمة مستبعدة.
6. القيم المستبعدة من التعبير  $\frac{x}{x^2 + 5x + 6}$  هي  $-2$  و  $-3$ .
7. المعادلة  $\frac{3x}{x-2} = \frac{6}{x-2}$  لها حل دخيل. 2.

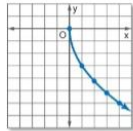
### مراجعة درس بدرس

#### 3-1 دوال الجذر التربيعي

مثال 1 مثل كل دالة بيانياً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمداي.

x	0	1	2	3	4
y	0	-3	-4.2	-5.2	-6

أبشّر جدولاً. اختر قسماً غير سالب لـ  $x$ .



التمثيل البياني لـ  $y = \sqrt{x}$  شدد رأسياً وانعكس على المحور  $x$ . المجال هو  $\{x | x \geq 0\}$ . المداي هو  $\{y | y \leq 0\}$ .

مثال 2 مثل كل دالة بيانياً. وقارن بالتمثيل البياني الأصلي. واذكر المجال والمداي.

8.  $y = \sqrt{x} - 3$
9.  $y = \sqrt{x} + 2$
10.  $y = -5\sqrt{x}$
11.  $y = \sqrt{x} - 6$
12.  $y = \sqrt{x} - 1$
13.  $y = \sqrt{x} + 5$

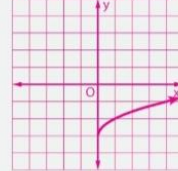
14. الهندسة يمكن استخدام الدالة  $s = \sqrt{A}$  لإيجاد طول ضلع المربع النحلي مساحته. استخدم هذه الدالة لاكتشاف طول ضلع مربع مساحته 90 سنتيمتراً مربعاً. قُرب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

### مراجعة درس بدرس

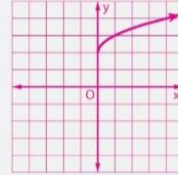
التدخل التقويبي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة. فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدكم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

### إجابات إضافية

8. انزياح للأسفل بمقدار 3 وحدات:  
 $D = \{x | x \geq 0\}$   $R = \{y | y \geq 3\}$



9. انزياح للأسفل بمقدار 2 وحدة:  
 $D = \{x | x \geq 0\}$   $R = \{y | y \geq -2\}$



#### مثال 2

حلّ المعادلة:  $\sqrt{7x+4} - 18 = 5$

- المعادلة الأصلية:  $\sqrt{7x+4} - 18 = 5$
- اجمع 18 إلى كل طرف:  $\sqrt{7x+4} = 23$
- قم بتربيع كل طرف:  $(\sqrt{7x+4})^2 = 23^2$
- بسّط:  $7x+4 = 529$
- اطرح 4 من كل طرف:  $7x = 525$
- اقسم كل طرف على 7:  $x = 75$
- المعادلة الأصلية:  $\sqrt{7(75)+4} - 18 \stackrel{?}{=} 5$
- اضرب:  $\sqrt{529} - 18 \stackrel{?}{=} 5$
- اجمع:  $23 - 18 \stackrel{?}{=} 5$
- بسّط:  $5 = 5$
- صحيح:  $5 = 5$

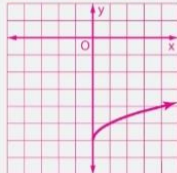
حلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة الحل.

34.  $10 + 2\sqrt{x} = 0$
35.  $\sqrt{5-4x} - 6 = 7$
36.  $\sqrt{a+4} = 6$
37.  $\sqrt{3x} = 2$
38.  $\sqrt{x+4} = x-8$
39.  $\sqrt{3x-14} + x = 6$

40. السقوط الحر يفترض عدم وجود مقاومة للهواء. يمكن إيجاد الزمن  $t$  بالثواني الذي يستغرقه جسم ما للسقوط من  $t$  أمتار. باستخدام المعادلة  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ، إذا فُز لاعب فُز حر من طائرة وكان في سقوط حر لمدة 10 ثوانٍ قبل فتح الخطة، فكم عدد أمتار السقوط الحر؟

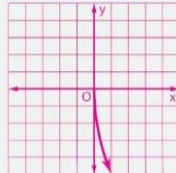
11. انزياح للأسفل بمقدار 6 وحدات:

$$D = \{x | x \geq 0\}, R = \{y | y \geq -6\}$$



10. تمّدد رأسي وانعكاس على المحور  $x$

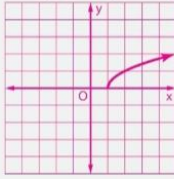
$$D = \{x | x \geq 0\}, R = \{y | y \leq 0\}$$



### إجابات إضافية

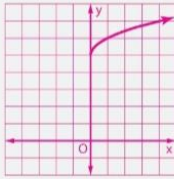
12. انزياح لليمين ببعدار وحدة واحدة:

$$D = \{x \mid x \geq 1\}, R = \{y \mid y \geq 0\}$$



13. انزياح لأعلى ببعدار 5 وحدات:

$$D = \{x \mid x \geq 0\}, R = \{y \mid y \geq 5\}$$



### مراجعة درس بدرس

#### 3-3 التغير العكسي

أوجد الحل. افترض أن  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$ .

41. إذا كان  $y = 4$  عندما يكون  $x = 1$ . فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 12$ .

42. إذا كان  $y = -1$  عندما يكون  $x = -3$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -9$ .

43. إذا كان  $y = 1.5$  عندما يكون  $x = 6$ . فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = -16$ .

44. الفيزياء إذا كان شخص وزنه 61 كيلوجراماً يجلس على بعد 15 m من مركز أرجوحة. فما المسافة التي يجب على شخص وزنه 49 كيلوجراماً أن يجلس عندها بعيداً عن المركز لئلا يارب الأروحة؟

لذا:  $x = 21$  عندما يكون  $y = 56$ .

#### مثال 3

إذا كان  $y$  يتغير عكسياً مع  $x$  و  $y = 28$  عندما يكون  $x = 42$ .

لكن  $x_1 = 42$  و  $x_2 = 56$  و  $y_1 = 28$  حل لإيجاد  $y_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} &= \frac{y_2}{y_1} \\ \frac{42}{56} &= \frac{y_2}{28} \\ 1176 &= 56y_2 \\ 21 &= y_2 \end{aligned}$$

تناسب للتغير العكسي

التعويض

الضرب التبادلي

#### 3-4 الدوال النسبية

اذكر القيمة المستبعدة من كل دالة مما يلي.

45.  $y = \frac{1}{x-3}$  46.  $y = \frac{2}{2x-5}$

47.  $y = \frac{3}{3x-6}$  48.  $y = \frac{-1}{2x+8}$

49. حفل البيتر طلبت هيام بيتراً ومياها غازية للمجموعة الدراسية لديها مقابل AED 38. التكلفة لكل شخص  $y$  تُعطى بالمعادلة  $y = \frac{38}{x}$  حيث  $x$  هو عدد الأشخاص في المجموعة الدراسية. مثل الدالة بياناً واذكر الخطوط المقاربة.

#### مثال 4

اذكر القيمة المستبعدة من الدالة  $y = \frac{1}{4x+16}$ .

اجعل المقام يساوي الصفر.

$$\begin{aligned} 4x + 16 &= 0 \\ 4x + 16 - 16 &= 0 - 16 \\ 4x &= -16 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

ارفع 16 من كل طرف.

بسط.

اقسم كل طرف على 4.

#### 3-5 المعادلات النسبية

حل كل من المعادلات التالية. واذكر أي حلول دخيلة.

50.  $\frac{5n}{6} + \frac{1}{n-2} = \frac{n+1}{3(n-2)}$

51.  $\frac{4x}{3} + \frac{7}{2} = \frac{7x}{12} - 14$

52.  $\frac{11}{2x} + \frac{2}{4x} = \frac{1}{4}$

53.  $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2+3x-4}$

54.  $\frac{1}{n-2} = \frac{n}{8}$

55. الطلاء إذا كانت وفاء تستطع طلاء غرفة في 6 ساعات. وتستطيع هانا طلاء الغرفة في 4 ساعات. فكم تستغرقان من الوقت لطلاء الغرفة إذا عملتا معاً؟

#### مثال 5

حل المعادلة:  $\frac{3}{x^2+3x} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{x}$

$$\frac{3}{x^2+3x} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{x}$$

$$x(x+3)\left(\frac{3}{x(x+3)} + \frac{x+2}{x+3}\right) = x(x+3)\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$3 + x(x+2) = 1(x+3)$$

$$3 + x^2 + 2x = x + 3$$

$$x^2 + x = 0$$

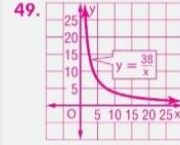
$$x(x+1) = 0$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 0$$

الحل هو -1. ويوجد حل دخيل يساوي 0.

# 3 تدريب على الاختبار

## إجابة إضافية



خط التقارب الرأسي عند  $x = 0$   
وخط التقارب الأفقي عند  $y = 0$

14. حدد ما إذا كان كل جدول يعبر عن تغير عكسي. اشرح.

x	y
2	10
4	12
8	14

أوجد الحل. افترض أن  $y$  يتغير عكسيًا مع  $x$ .

15. إذا كان  $y = 3$  عندما يكون  $x = 9$  فأوجد  $x$  عندما يكون  $y = 1$   
16. إذا كان  $y = 2$  عندما يكون  $x = 0.5$  فأوجد  $y$  عندما يكون  $x = 3$ .

افترض أن  $y$  يتغير عكسيًا مع  $x$ . أكتب معادلة تغير عكسي تربط بين  $x$  و  $y$ .

17.  $y = 2$  عندما يكون  $x = 8$

18.  $y = -3$  عندما يكون  $x = 1$

19. اختبار من متعدد إذا كان حديد يستطيع إزالة الثلج من البئر في 3 ساعات، ويستطيع حيد القيام بذلك في ساعتين، فكم من الوقت سيستغرقان إذا عملاً معًا؟

- F 6 ساعات  
G 5 ساعات  
H 3 ساعة  
J 6 ساعة

20. **الطلاء** إذا كان مازن يستطيع طلاء جدار قياسه 60 قدمًا مربعًا في 40 دقيقة، وإذا عمل مع صديقه جمال، فإنهما يستطيعان طلاء الجدار في 25 دقيقة، فكم سيستغرق جمال من الوقت لإكمال العمل بمفرده؟

مثل كل دالة بيانيًا، وقارن بالتمثيل البياني الأصلي، واذكر المجال والمداي.

- $y = -\sqrt{x}$
- $y = \frac{1}{4}\sqrt{x}$
- $y = \sqrt{x} + 5$
- $y = \sqrt{x + 4}$

5. اختبار من متعدد طول ضلع المربع يغطي بالدالة  $S = \sqrt{A}$ ، حيث  $A$  هي مساحة المربع، ما محيط دائرة مساحتها 64 سنتيمترًا مربعًا؟

- A 64 سنتيمترًا  
B 8 سنتيمترات  
C 32 سنتيمترًا  
D 16 سنتيمترًا

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

- $5\sqrt{36}$
- $\frac{3}{1-\sqrt{2}}$
- $2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{3}$
- $3\sqrt{6(5\sqrt{2})}$

10. اختبار من متعدد أوجد مساحة المستطيل.



- F  $7\sqrt{2}$   
G 14  
H  $14\sqrt{2}$   
J  $98\sqrt{2}$

حلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

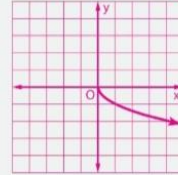
- $\sqrt{10x} = 20$
- $\sqrt{4x} - 3 = 6 - x$

13. **التعبئة** حاوية أسطوانية لبرج مشروب الشوكولاتة يبلغ حجمها حوالي  $2564.7 \text{ m}^3$ . يمكن إيجاد نصف قطر الحاوية باستخدام الصيغة  $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$ ، حيث  $r$  هو نصف القطر و  $h$  هو الارتفاع. إذا كان الارتفاع 21 سنتيمترًا، فأوجد نصف قطر الحاوية.

## إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

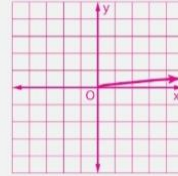
1. انعكاس على المحور  $x$

$$D = \{x | x \geq 0\}, R = \{y | y \leq 0\}$$



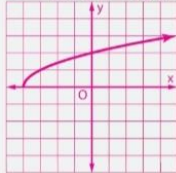
2. انضغاط رأسي

$$D = \{x | x \geq 0\}, R = \{y | y \geq 0\}$$



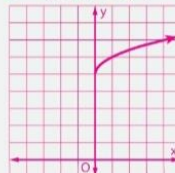
4. انزياح لأيسر بمقدار 4 وحدات،

$$D = \{x | x \geq -4\}, R = \{y | y \geq 0\}$$



3. انزياح لأعلى بمقدار 5 وحدات،

$$D = \{x | x \geq 0\}, R = \{y | y \geq 5\}$$





## 3 التحضير للاختبارات المعيارية

## 1 التركيز

**الهدف** استخدام إستراتيجية رسم صورة لحل مسائل الاختبار المعيارية.

## 2 التدريس

## أسئلة الدعائم التعليمية

**اطرح السؤال التالي:**

- هل قيمت من قبل برسم صورة للمساعدة في حل مسألة؟ **سوف** تتغير الإجابات.
- ما نوع المعلومات التي أدرجتها في الصورة؟ **سوف** تتغير الإجابات.
- لماذا تعتبر رسم صورة عند حل المسائل أمراً مفيداً؟  
الإجابة النموذجية: أنها تسمح لك برؤية العلاقات بطريقة مختلفة، وهو ما يجعل الأمر أسهل في حل المسألة.

## رسم صورة

في بعض الأحيان يكون من الأسهل تصور كيفية حل المسألة إذا رسمت صورة أولاً. يمكنك رسم الصورة على قصاصة ورقية أو في كراسة الاختبار الخاصة بك (إذا كان مسموحاً بذلك). ولكن انتبه ولا تضع أي علامات على ورقة الإجابة بخلاف إجاباتك.

## إستراتيجيات رسم صورة.

## الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

## اسأل نفسك:

- ما المطلوب حله؟
- ما معطيات المسألة؟
- ما الكمية المجهولة التي نبحث عن الحل لإيجادها؟

## الخطوة 2

ارسم الصورة ومترها بالأسماء.

- ارسم الصورة بأكثر قدر ممكن من الوضوح والدقة.
- متر الصورة بالأسماء بعناية. احرص على تضمين جميع المعطيات الواردة بالمسألة.

## الخطوة 3

حل المسألة.

- استخدم الصورة التي رسمتها لمساعدتك في تمثيل حالة المسألة بمعادلة. ثم حل المعادلة.
- تحقق من إجابتك للتأكد من صحتها.

## مثال على الاختبار المعيارية

**اقرأ المسألة:** حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. أكتب الحل هنا.

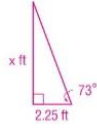
سلم طوله 5.5 أمتار يستند على بناء. من أجل الثبات، يجب أن تكون قاعدة السلم بعيدة 100 سنتيمتر عن الجدار. فما الارتفاع الذي يصل السلم إليه على الجدار؟

### مثال إضافي

**الإجابة المختصرة:** ينف بلال بجانب فقص أمين الأرجواني الموجود على الأرض. يتميز الفقص بظل يبلغ طوله 68.58 سنتيمتراً. توجد الشمس على ارتفاع  $73^\circ$ . فما ارتفاع فقص أمين الأرجواني؟ قُرب لأقرب جزء من عشرة من المتر.

**الإجابة النموذجية من نقطتين:**

ارسم مثلثاً قائماً وقم بتسميته لتمثيل الحالة.



كُون معادلة وحلها.

$$\begin{aligned}\tan 73^\circ &= \frac{x}{68.58} \\ 68.58 \tan 73^\circ &= x \\ 2.24 &\approx x\end{aligned}$$

يبلغ ارتفاع فقص أمين الأرجواني 2.2

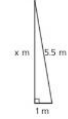
### 3 التقويم

استخدام التمرينين 1 و 2 لتقويم استيعاب الطلاب.

الدرجة	معايير رصد الدرجات
2	<b>الدرجة الكاملة:</b> الإجابة صحيحة وتم تدعيم شرح كامل يوضح كل خطوة.
1	<b>النقاط الجزئية:</b> • الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.
0	<b>ولا درجة:</b> إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.

اقرأ نص المسألة بعناية. أنت تعرف ارتفاع السلم المستند على المبنى وتعرف أن قاعدة السلم يجب أن تكون بعيدة 100 سنتيمتر عن الجدار. وأنت تحتاج إلى إيجاد الارتفاع الذي يصل إليه السلم على الجدار. مثال على إجابة من نقطتين: حوّل جميع القياسات إلى الأقدام أولاً. 100 سنتيمتر = متر واحد

استخدم مثلثاً قائماً الزاوية لإيجاد مدى الارتفاع الذي يبلغه السلم. ارسم مثلثاً وقم بتسميته لتمثيل الحالة.



أنت تعرف قياسي إحدى الساقين والوتر. وتحتاج إلى معرفة طول الساق الأخرى. إذا، يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس.

$$\begin{aligned}5.5^2 &= 1^2 + b^2 \\ 30.25 &= 1 + b^2 \\ 29.25 &= b^2 \\ \pm 5.4 &= b \\ 5.4 &\approx b\end{aligned}$$

100 سنتيمتر = متر واحد  
يصل السلم إلى حوالي 5.4 أمتار.

### تبايرين

**اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. أكتب الحل هنا.**

1. بناء يسقط ظلًا طوله 4.6 أمتار. بينما لوحة إعلانات تسقط ظلًا طوله 1.4 متر. فإذا كانت لوحة الإعلانات ارتفاعها 7.9 أمتار، فما ارتفاع البناء؟ قُرب إلى أقرب جزء من عشرة. إذا لزم الأمر.

## 3 تدريب على الاختبار المعياري

### تراكمي، الوحدات من 1 إلى 3

5. إذا كان بلال يلعب الألعاب في مركز ترفيهي للمعالمات. وبيع 38 بطاقة جائزة حتى الآن. فكم عدد البطاقات الإضافية التي يحتاج إلى الفوز بها ليجمع نفسه في فئة الجائزة الذهبية؟

عدد البطاقات	فئة الجائزة
1-20	برونزية
21-40	فضية
41-60	ذهبية
61-80	بلاتينية

$$F \quad 2 \leq t \leq 22$$

$$G \quad 3 \leq t \leq 22$$

$$H \quad 1 \leq t \leq 20$$

$$J \quad 3 \leq t \leq 20$$

6. أي مما يلي هي معادلة المستقيم العمودي على  $4x - 2y = 6$  والبار بالنقطة  $(-4, 4)$ ؟

$$F \quad y = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$G \quad y = -\frac{3}{4}x - 1$$

$$H \quad y = -\frac{1}{2}x - 4$$

$$J \quad y = -\frac{1}{2}x - 2$$

#### اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم أكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. في كل عام يتولى ناو محلي رعاية دورة التنس. وبدأ اللعب في 256 مشاركًا. وخلال كل جولة، يتم إزالة نصف اللاعبين. فكم عدد اللاعبين الذين سيبقون بعد 6 جولات؟

$$A \quad 128$$

$$B \quad 64$$

$$C \quad 16$$

$$D \quad 4$$

$$2. \text{ أوجد قيمة } \frac{5^5 - 5^6}{4}.$$

$$F \quad 5^6$$

$$G \quad 5^5$$

$$H \quad \frac{5}{4}$$

$$J \quad \frac{25}{4}$$

3. أي من الأعداد التالية أصغر من الصفر؟

$$A \quad 1.03 \times 10^{-21}$$

$$B \quad 7.5 \times 10^2$$

$$C \quad 8.21543 \times 10^{10}$$

$$D \quad \text{لا شيء مما سبق}$$

4. أكتب معادلة بصفة السيل والمقطع سيل  $\frac{9}{10}$  والمقطع مع المحور  $y$  عند 3.

$$F \quad y = 3x + \frac{9}{10}$$

$$G \quad y = \frac{9}{10}x + 3$$

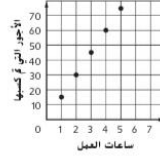
$$H \quad y = \frac{9}{10}x - 3$$

$$J \quad y = 3x - \frac{9}{10}$$

## خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 3 اطلب من الطلاب حل التارين الموجود في الصفحة 521 كواجب منزلي لمعرفة ما إذا قد حققوا المهارات المطلوبة اللازمة للوحدة القادمة أم لا.

13. الإجابة الشكية المبلغ الذي يجنيه ناصر يتغير طردياً مع عدد الساعات التي يعمل فيها كما هو مبين في التمثيل البياني. فكم المبلغ الذي سيحفظه مقابل عمل 40 ساعة الأسبوع المقبل؟ أكتب الإجابة بالدولارات.



## الإجابة الموسعة

أكتب إجاباتك على ورقة. أكتب الحل هنا.

14. الأجرة الثابتة لركوب السيارة الأجرة هي 3 AED راند 0.35 AED لكل كيلومتر. دفعت ميسون 10 AED مقابل توصيلها لمسافة  $m$  كيلومترات.

الجزء A أكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد  $m$ . أكتب الحل هنا.  
الجزء B استخدم المعادلة المستمدة من الجزء A لاكتشاف عدد الكيلومترات التي ركبت من أجلها ميسون. أكتب الحل هنا.

## الإجابة القصيرة/الإجابة الشكية

أكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

7. الإجابة الشكية اشترى أ. عبد الله إجمالي 9 تذاكر إلى حديقة الحيوان. واشترى تذاكر أطفال بسعر 6.50 AED وتذاكر بالغين بسعر 9.25 AED لكل فرد. فإذا أنفق 69.50 AED إجمالاً، فكم عدد تذاكر البالغين التي اشتراها أ. عبد الله؟

8. ما مجال العلاقة التالية؟  
{(2, -1), (4, 3), (7, 6)}

9. أضاف رشيد 15 شبيداً إضافياً إلى مشغل الوسائط الرقمي الخاص به. ليصبح إجمالي الأناشيد أكثر من 84 شبيداً. ارسم خط أعداد يمثل العدد الأصلي للأناشيد التي كانت على مشغل الوسائط الرقمي الخاص برشيد.

10. اشترى خليفة لوحة نادرة في عام 1995 مقابل 14,200 AED. وبحلول 2003، أصبحت قيمة اللوحة 17,120 AED. بافتراض وجود علاقة خطية، أكتب دالة في صيغة الميل والمقطع تمثل قيمة اللوحة  $V$  بعد  $t$  أعوام.

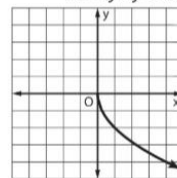
11. أنفق أحمد 24.50 AED على شراء الفول السوداني والجوز من أجل حفل عشاء. واشترى 1.5 كيلوجرام من الفول السوداني وزيادة عن الجوز. فكم عدد كيلوجرامات الفول السوداني والجوز التي اشتراها؟

السعر لكل كيلوجرام	ناتج الشرب
AED 3.80	فول سوداني $p$
AED 6.90	كاجو $c$
AED 5.60	جوز $w$

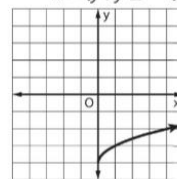
12. الإجابة الشكية اشترت موزة سيارة منذ عدة أعوام مضت بسعر 21,459 AED. وتعرضت السيارة للأهلاك بمعدل 15% سنوياً. فكم بلغت قيمة السيارة بعد 5 أعوام؟ قُرب إجابتك إلى أقرب درهم.

## الدرس 3-1 (تبرين موجه)

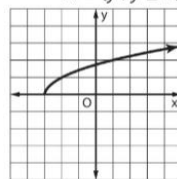
2A. ممتد رأسيًا

المحور  $x$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$ 

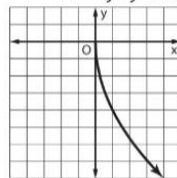
3A. أزيح للأسفل 4 وحدات:

 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq -4\}$ 

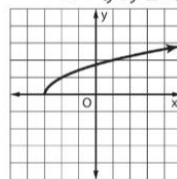
3B. أزيح لليسار 3 وحدات:

 $D = \{x \mid x \geq -3\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 

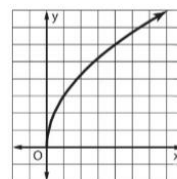
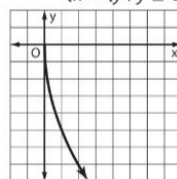
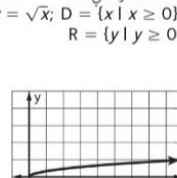
2B. ممتد رأسيًا

ومنعكس على المحور  $x$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$ 

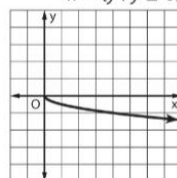
3B. أزيح لليسار 3 وحدات:

 $D = \{x \mid x \geq -3\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 

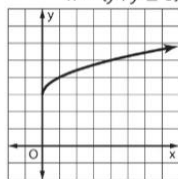
## الدرس 3-1

1. تمّدد رأسيًا لـ  $y = \sqrt{x}$ : $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 2. تمّدد رأسيًا لـ  $y = \sqrt{x}$ وانعكاس على المحور  $x$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$ 3. منعكس رأسيًا لـ  $y = \sqrt{x}$ ;  $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 

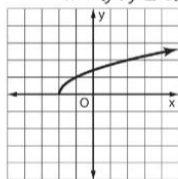
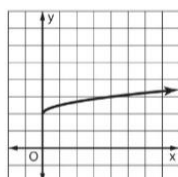
4. منعكس رأسيًا لـ

 $y = \sqrt{x}$  وانعكاس  
على المحور  $x$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$ 

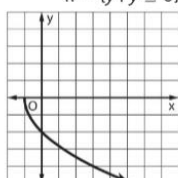
5. أزيح للأعلى ثلاث وحدات:

 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 3\}$ 

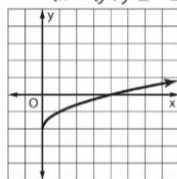
7. أزيح لليسار وحدتان:

 $D = \{x \mid x \geq -2\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 10. منعكس رأسيًا لـ  $\sqrt{x}$ وإزاحته لأعلى وحدتين:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 2\}$ 

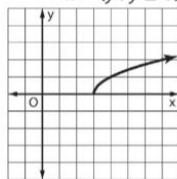
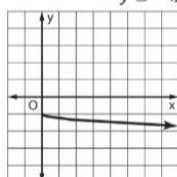
12. أزيح لليسار وحدة واحدة

رأسيًا، وانعكس على  
المحور  $x$ :  
 $D = \{x \mid x \geq -1\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$ 

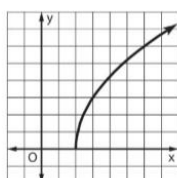
6. أزيح وحدتان للأسفل:

 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq -2\}$ 

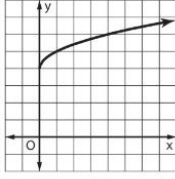
8. أزيح لليمين ثلاث وحدات:

 $D = \{x \mid x \geq 3\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 11. منعكس رأسيًا لـ  $\sqrt{x}$ .وانعكاسه على المحور  
 $x$  وإزاحته  
للأسفل وحدة واحدة: $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq -1\}$ 

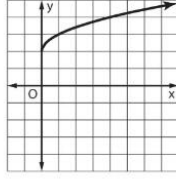
13. أزيح وحدتان لليسار وتمّدد

رأسيًا على  $\sqrt{x}$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 2\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$ 

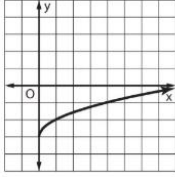
23. أزيح لأعلى أربع وحدات:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 4\}$



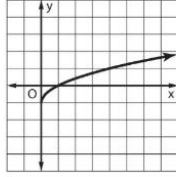
22. أزيح وحدتان لأعلى:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 2\}$



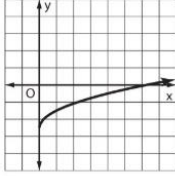
25. أزيح لأسفل 3 وحدات:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq -3\}$



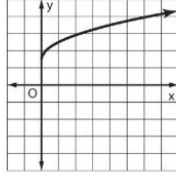
24. أزيح لأسفل وحدة واحدة:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq -1\}$



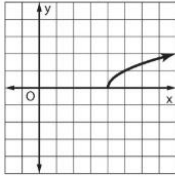
27. أزيح لأسفل وحدتان ونصف:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq -2.5\}$



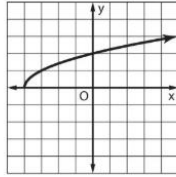
26. أزيح لأعلى وحدة ونصف:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 1.5\}$



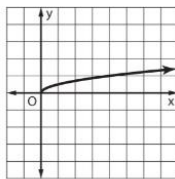
29. أزيح لليمين 4 وحدات:  
 $D = \{x \mid x \geq 4\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



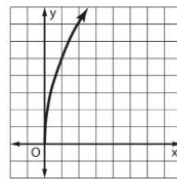
28. أزيح لليسار 4 وحدات:  
 $D = \{x \mid x \geq -4\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



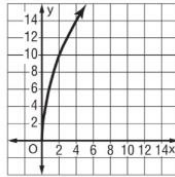
15. منضغط رأسي لـ  $\sqrt{x}$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



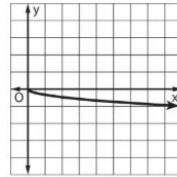
14. تضديد رأسي لـ  $\sqrt{x}$ :  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



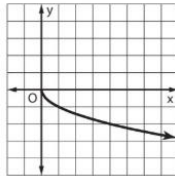
17. تضديد رأسي لـ  $\sqrt{x}$  وانعكاس على المحور x:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



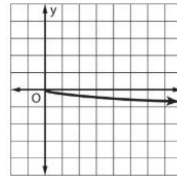
16. منضغط رأسي لـ  $\sqrt{x}$  على المحور x:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



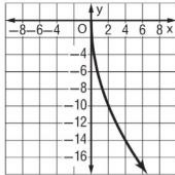
19. وانعكاس على المحور x:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



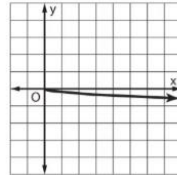
18. منضغط رأسي على  $\sqrt{x}$  وانعكاس على المحور x:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



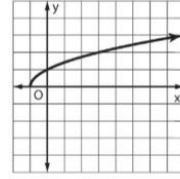
21. تضديد رأسي لـ  $\sqrt{x}$  و انعكاس:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



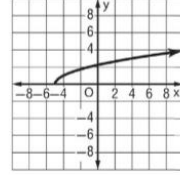
20. منضغط رأسي لـ  $\sqrt{x}$  على المحور x:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



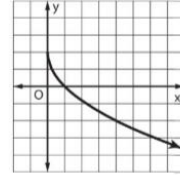
30. أزيح لليسار وحدة واحدة:  
 $D = \{x \mid x \geq -1\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



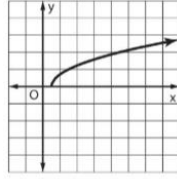
32. أزيح لليسار 5 وحدات:  
 $D = \{x \mid x \geq -5\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



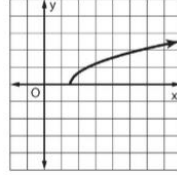
35. تمّدد رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$ .  
 منعكس على المحور  $x$ .  
 وأزيح لأعلى وحدتان:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 2\}$



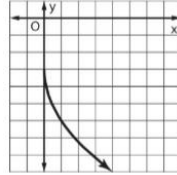
31. أزيح لليمين نصف وحدة:  
 $D = \{x \mid x \geq 0.5\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



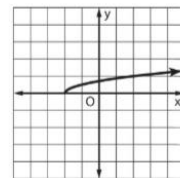
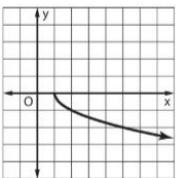
33. أزيح لليمين وحدة ونصف:  
 $D = \{x \mid x \geq 1.5\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



36. تمّدد رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$ .  
 منعكس على المحور  $x$ .  
 وأزيح لأسفل وحدتان:  
 $D = \{x \mid x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq -3\}$



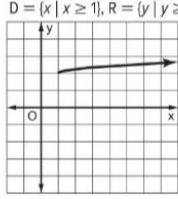
37. منضغط رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$ .  
 وأزيح لليسار وحدتان:  
 $D = \{x \mid x \geq -2\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \geq 0\}$



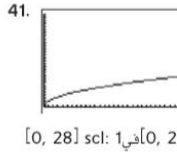
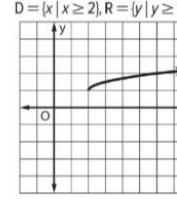
38. ومنعكس على المحور  $x$ .  
 وأزيح وحدة واحدة لليمين:  
 $D = \{x \mid x \geq 1\}$ ,  
 $R = \{y \mid y \leq 0\}$



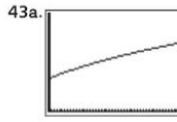
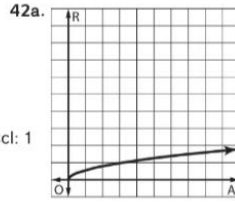
39. منضغط رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$ .  
 وحدتان ولليمين وحدة واحدة:  
 $D = \{x \mid x \geq 1\}$ ,  $R = \{y \mid y \geq 2\}$



40. منضغط رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$ .  
 وحدة واحدة ولليمين وحدتان:  
 $D = \{x \mid x \geq 2\}$ ,  $R = \{y \mid y \geq 1\}$

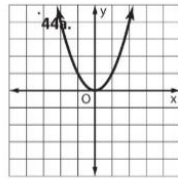


41. scl: 1 في  $[0, 28]$  scl: 1 في  $[0, 28]$

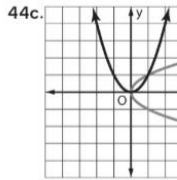


43a.

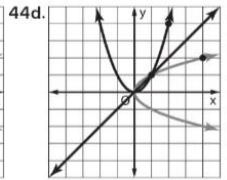
scl: 0.1 في  $[0, 1000]$  scl: 20 في  $[0, 1000]$



$$44b. y = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$



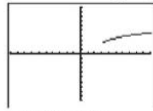
44c.



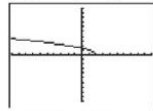
44e. التمثيلات البيانية المجمعة لدوال الجذر التربيعي تتميز بنفس حجم وشكل القطع المكافئ. فهو انعكاس للخط  $y = x$

45. خطأ: الإجابة النموذجية: مجال  $y = \sqrt{x+3}$  يشمل -1، -2، و -3.

7.  $\{x | x \geq 2\}$ ,  $\{y | y \geq 0\}$ : تحرك لليمين وحدتين وانعكس على ولأعلى. على المحور  $y$  وحدتين



$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

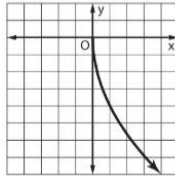


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

## اختبار نصف الوحدة

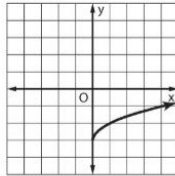
2. تمدد رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$

وانعكاس على المحور  $x$   
 $D = \{x | x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y | y \leq 0\}$



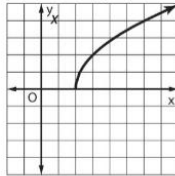
4. انزياح للأسفل 3 وحدات:

$D = \{x | x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq -3\}$



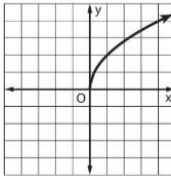
6. تمديد رأسي و.

انزياح لليمين وحدتين:  
 $D = \{x | x \geq 2\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq 0\}$



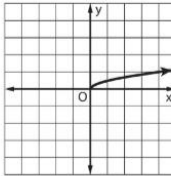
1. تمدد رأسي:

$D = \{x | x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq 0\}$



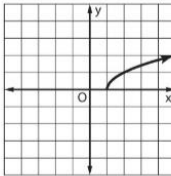
3. منضغط رأسي:

$D = \{x | x \geq 0\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq 0\}$



5. انزياح لليمين وحدة واحدة:

$D = \{x | x \geq 1\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq 0\}$



46. خطأ: الإجابة النموذجية: 6- و -5 في المجال  $y = \sqrt{x} - 6$

47. الإجابة النموذجية: المجال محدود حيث إن الجذور التربيعية للأعداد السالبة متخيلة؛ وبالتالي، يجب أن يكون المجذور موجباً. ونظراً لأن الجذر التربيعي الأساسي للعدد الموجب عدداً موجباً، فإن المجال سيكون موجباً.

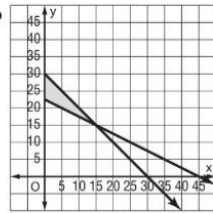
49.  $y = \sqrt{x} + 3$ : إنه انزياح لـ  $y = \sqrt{x}$  تمثل المعادلات الأخرى تمّدداً رأسيّاً أو منضغطاً رأسيّاً.

51. قيمة  $a$  سالبة، نظراً لأن المعادلة بها قيم  $y$  سالبة، يجب أن تكون قيمة  $a$  سالبة.

52. كلتا المعادلتين انزياح لدالة الجذر التربيعي، لكن  $f(x) = \sqrt{x} + 2$  هو انزياح لأعلى وحدتين و  $g(x) = \sqrt{x} + 2$  انزياح وحدتين لليسار.

- 57b. الإجابة النموذجية:

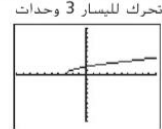
السير: 15 دقيقة،  
الركض ببطء: 10 دقيقة،  
الركض السريع: 20 دقيقة،  
الركض: 5 دقائق،  
بطيء: 25 دقيقة



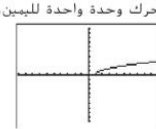
- 57a.

## التوسع 3-1

1.  $\{x | x \geq 1\}$ ,  $\{y | y \geq 0\}$ : تحرك وحدة واحدة لليمين.

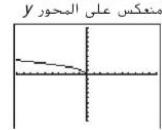


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

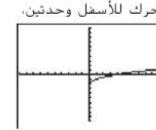


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

3.  $\{x | x \geq 0\}$ ,  $\{y | y \geq -2\}$ : تحرك للأسفل وحدتين.

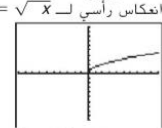


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

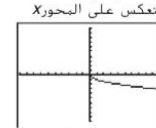


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

5.  $\{x | x \geq 0\}$ ,  $\{y | y \leq 0\}$ : منعكس على المحور  $x$ .

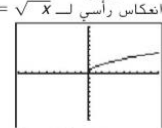


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

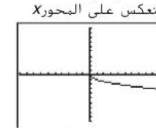


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

6.  $\{x | x \geq 0\}$ ,  $\{y | y \geq 0\}$ : انعكاس رأسي لـ  $y = \sqrt{x}$

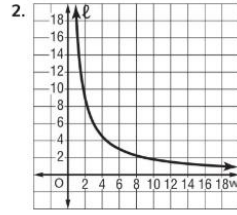


$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1



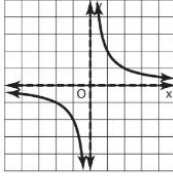
$[-10, 10]$  scl: 1 by  
 $[-10, 10]$  scl: 1

الدرس 3-4 (تبرين موجه)

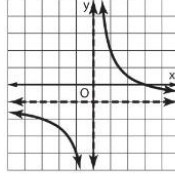


الدرس 3-4

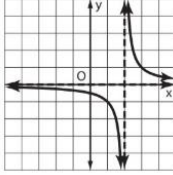
6.  $x = 0; y = 0$



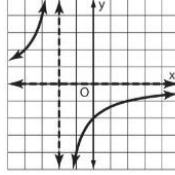
7.  $x = 0; y = -1$



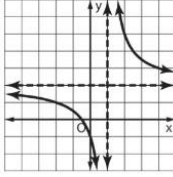
8.  $x = 2; y = 0$



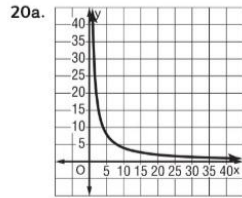
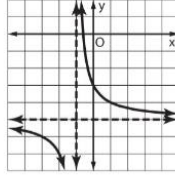
9.  $x = -2; y = 0$



10.  $x = 1; y = 2$

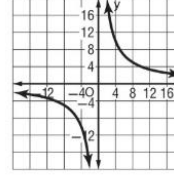


11.  $x = -1; y = -5$

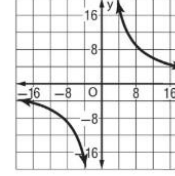


الدرس 3-3

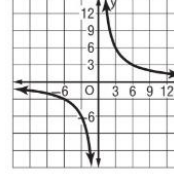
22.  $xy = 40$



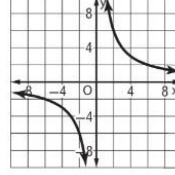
23.  $xy = 72$



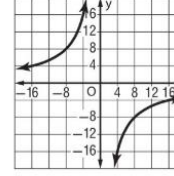
24.  $xy = 18$



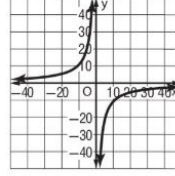
25.  $xy = 12$



26.  $xy = -64$



27.  $xy = -108$

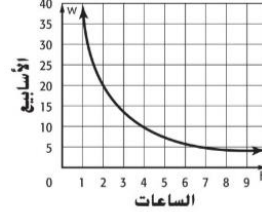


51a.

عدد الأسابيع $w$	ساعة في الأسبوع $h$
40	1
20	2
10	4
8	5
5	8
4	10

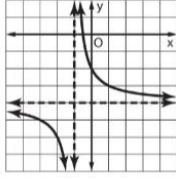
51c.  $hw = 40$  أو  $w = \frac{40}{h}$

القيادة

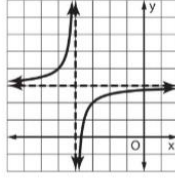


ملحق الإجابات الوحدة 3

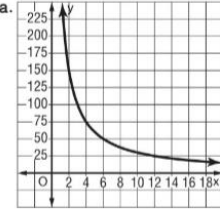
32.  $x = -1; y = -4$



33.  $x = -4; y = 3$

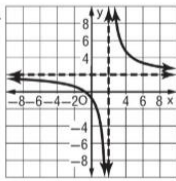


34a.



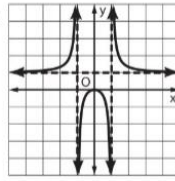
الإجابة النموذجية، يوضح السلوك الطرفي أنه كلما زاد عدد الأيام، قارب عدد الصفحات في اليوم 0. ونظرًا لأنه ليس هناك تقاطع محور  $x$ . فإن عدد الصفحات في اليوم لن تكون 0 مطلقًا.

38.



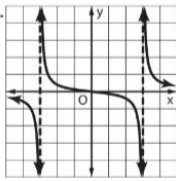
$x = 2; y = 2$

39.



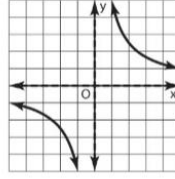
$x = -1; x = 1; y = 1$

40.

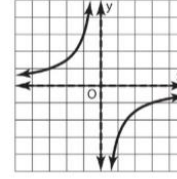


$x = 3, x = -3; y = 0$

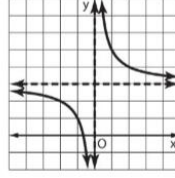
22.  $x = 0; y = 0$



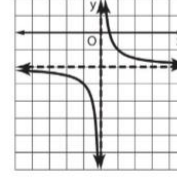
23.  $x = 0; y = 0$



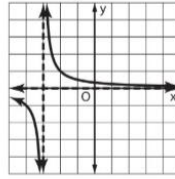
24.  $x = 0; y = 3$



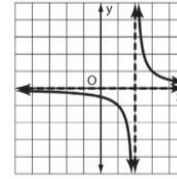
25.  $x = 0; y = -2$



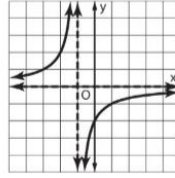
26.  $x = -3; y = 0$



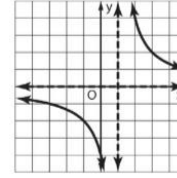
27.  $x = 2; y = 0$



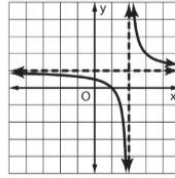
28.  $x = -1; y = 0$



29.  $x = 1; y = 0$



30.  $x = 2; y = 1$



31.  $x = 1; y = -2$

