

الدوال والعلاقات التربيعية

2



لماذا؟ ▲

الآن..

بعد أن

الحركة يمكن تصميم الممر الذي تتخذه الكرة أو الألعاب النارية بواسطة دوال تربيعية. يمكن للدوال التربيعية أن تنظم جسم ما أثناء الحركة. في هذا الوحدة سوف ننظر إلى منحنى القطر. والألعاب في مدينة الألعاب، و غواص أثناء الحركة.

سوف:

- تمثل بيانياً دوال تربيعية.
- قم بحل معادلات تربيعية.
- إجراء عمليات حسابية باستخدام أعداد مركبة.
- قم برسم و حل المعادلات التربيعية.

قمت برسم المعادلات الخطية والمتباينات.

مشروع الوحدة

فقط اتركه

يستخدم الطلاب ما تعلموه حول الدوال التربيعية لإكمال المشروع.

يدور هذا الوحدة حول الإدراك العالمي بالإضافة إلى العديد من المهارات الأخرى التي تُعد أساسية لنجاح الطالب بواسطة برنامج فريم وورك لتعلم القرن الـ 21.

مفردات أساسية قدّم المفردات الأساسية في هذا الوحدة باستخدام النظام التالي..

التعريف المتباينة التربيعية : متباينة في شكل

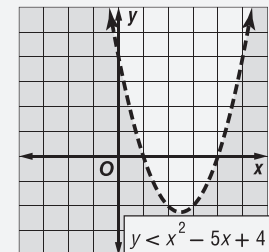
$$\begin{aligned} y &> ax^2 + bx + c; \\ y &\geq ax^2 + bx + c; \\ y &< ax^2 + bx + c; \\ y &\leq ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

مثال: يعرض تمثيل بياني البياني المتباينة

$$y < x^2 - 5x + 4.$$

اسأل: ما هو اسم حد المتباينة التربيعية؟

قطع مكافئ



إجابات إضافية (استعد للفصل 4)

9. $(x + 8)(x + 5)$

10. $(x - 3)(x - 7)$

11. $(2x - 1)(x + 4)$

12. $(2x + 3)(x - 5)$

استعد للوحدة

تشخيص الاستعداد قم بحل الفحص السريع التالي أدناه من أجل التحقق من المهارات المطلوبة. قم بالإشارة للمراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة	فحص سريع
<p>المثال 1 (تم استخدامها في الدروس 3-1 و 3-2)</p> <p>يفرض أن $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ و $g(x) = 3x^2 - 5$ قم بإيجاد كل قيمة</p> <p>a. $f(2)$</p> <p>$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ الدالة الأصلية</p> <p>$f(2) = -2(2)^2 + 3(2) - 1$ استبدل 2 بـ x</p> <p>$= -8 + 6 - 1$ or -3 بسط</p> <p>b. $g(-2)$</p> <p>$g(x) = 3x^2 - 5$ الدالة الأصلية</p> <p>$g(-2) = 3(-2)^2 - 5$ استبدل -2 بـ x</p> <p>$= 12 - 5$ or 7 بسط</p>	<p>يفرض أن $f(x) = 2x^2 + 4$ و $g(x) = -x^2 - 2x + 3$ قم بإيجاد كل قيمة.</p> <p>1. $f(-1)$ 6</p> <p>2. $f(3)$ 22</p> <p>3. $f(0)$ 4</p> <p>4. $g(4)$ -12</p> <p>5. $g(0)$ 3</p> <p>6. $g(-3)$ 0</p> <p>7. الأسماك يستمر سمك التونا بالسباحة بمعدل ثابت بقدر 9 أميال في الساعة حتى يتوقف. ولا يتوقف السمك أبداً عن الحركة.</p> <p>a. قم بكتابة دالة تكون نموذج للحالة. $f(x) = 9x$</p> <p>b. قم بتقييم الدالة من أجل تقدير كم قطع سمكة تونا تبلغ عامين من العمر. 157,680 ml</p> <p>8. الميزانية قامت مارلا بتخصيص مبلغ 65AED في اليوم من أجل الطعام خلال رحلة عمل. قم بكتابة دالة تكون نموذج للحالة وقم بتقييم ما تنفقه في رحلة عمل تستمر لأسبوعين. $f(x) = 65x; 910AED$</p>
<p>المثال 2 (تم استخدامها في الدروس 3-3 و 3-5)</p> <p>حلل $2x^2 - x - 3$ إلى العوامل بشكل كامل. إذا لم يكن متعدد الحدود قابل للتحليل، قم بكتابة أولي.</p> <p>من أجل إيجاد معاملات $-x$ جذف، يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما $2(-3)$ أو -6، و حاصل جمعهما يكون -1. يجب أن يكون العاملين 2 و -3 بها أن $-6 = 2(-3) = -6$ و $2 + (-3) = -1$. أعد كتابة التعبير و حلل إلى العوامل عن طريق التجميع.</p> <p>$2x^2 - x - 3$</p> <p>$= 2x^2 + 2x - 3x - 3$ استبدل $2x - 3$ بـ $-x$.</p> <p>$= (2x^2 + 2x) + (-3x - 3)$ خاصية التجميع</p> <p>$= 2x(x + 1) - 3(x + 1)$ حل العامل المشترك الأكبر.</p> <p>$= (2x - 3)(x + 1)$ خاصية التوزيع</p>	<p>حلل إلى العوامل بشكل كامل. إذا لم يكن متعدد الحدود قابل للتحليل، قم بكتابة أولي. 9-12. انظر إلى الهامش.</p> <p>9. $x^2 + 13x + 40$</p> <p>10. $x^2 - 10x + 21$</p> <p>11. $2x^2 + 7x - 4$</p> <p>12. $2x^2 - 7x - 15$</p> <p>13. $x^2 - 11x + 15$ أولي</p> <p>14. $x^2 + 12x + 36$ $(x + 6)^2$</p> <p>15. مخطط الغرفة تبلغ مساحة الغرفة المستطيلة الشكل الممثلة أدناه $x^2 + 14x + 48$ قدم مربع. إذا كان عرض الغرفة هو $(x + 6)$ أقدام، ما هو طول الغرفة؟ $(x + 8)$ قدم</p> <p>$A = (x^2 + 14x + 48) \text{ ft}^2 (x + 6) \text{ ft}$</p>

سؤال أساسي

- لماذا نستخدم طرق مختلفة لحل مسائل الرياضيات؟ وفقاً للمعلومات المعطاة، قد تكون إحدى الطرق أسهل في الاستخدام عن غيرها. كما تعتمد أيضاً على ما إذا كنت تحتاج إلى إجابة تقريبية أو دقيقة. على سبيل المثال، يُمكنك أن تُقرب الإجابة باستخدام تمثيل بياني أو رياضيات ذهنية، كما يُمكنك أن تجد إجابة دقيقة باستخدام تقنيات جبرية

الدالات التربيعية والعلاقات

مخطط الفصل

2

0.5 day : 45 min 0.25 day : 90 min		1 day : 45 min 0.5 day : 90 min		1 day : 45 min 0.5 day : 90 min	
التوسيع 2-2		تأهيد 2-2B		درس 2-3	
		مختبر الجبر: المستوى المركب		الصيغة التربيعية والتهاي	
		مختبر تقنية التمثيلات البيانية : حل المعادلات التربيعية		<ul style="list-style-type: none"> حل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية استخدم المميز لتحديد عدد جذور الدالة التربيعية ونوعها. 	
		<ul style="list-style-type: none"> ارسم تمثيل بياني للأعداد المركبة في المستوى المركب وحدد القيمة المطلقة للأعداد المركبة. 		<ul style="list-style-type: none"> استخدم آلة حاسبة تحتوي على نظام حاسوب جبري لحل المعادلات التربيعية 	
				الصيغة التربيعية المميز	
		التقويم التكويني			
		اختبار منتصف الوحدة			

تقويم التشخيصي تدريب سريع				
0.5 day : 45 min 0.25 day : 90 min		1 day : 45 min 0.5 day : 90 min		1 day : 45 min 0.5 day : 90 min
التوسع 2-1		درس 2-1		درس 2-2
العنوان	مختبر تقنية التمثيلات البيانية : نمذجة بيانات من الحياة اليومية	حل المعادلات التربيعية بواسطة العمولة	الأعداد المركبة	
الأهداف	<ul style="list-style-type: none"> استخدم الحاسبة البيانية لنمذجة نقاط البيانات التي ترسم منحنى الدالة التربيعية كأنسب منحنى 	<ul style="list-style-type: none"> اكتب المعادلات التربيعية في شكل تقاطع. حل المعادلات التربيعية بواسطة التحليل إلى عوامل 	<ul style="list-style-type: none"> تنفيذ عمليات مع أعداد تخيلية .صرفة. قم بتنفيذ العمليات باستخدام الأعداد المركبة. 	
المفردات الأساسية		الشكل المحلل طريقة FOIL	وحدة تخيلية عدد وهمي صرف عدد مركب مترافقات مركبة	
تمثيلات متعددة				

الدالات التربيعية والعلاقات

2

مخطط الفصل

	<div> <div>1 day : 45 min</div> <div>0.5 day : 90 min</div> </div> <div> درس 2-5 </div>	<div> <div>0.5 day : 45 min</div> <div>0.25 day : 90 min</div> </div> <div> التوسع 2-5 </div>	<div> <div>0.5 day : 45 min</div> <div>0.25 day : 90 min</div> </div> <div> التوسع 2-5 </div>
	متباينات تربيعية	مختبر تقنية التمثيلات البيانية : متباينات تربيعية	مختبر تقنية التمثيلات البيانية : نهذجة الحركة
	<div> <div> <div> رسم تمثيل بياني للمتباينة التربيعية المكونة مي المتغيرين. </div> <div> حل المتباينات التربيعية بمتغير واحد </div> </div> </div>	<div> <div> <div> استخدام آلة حاسبة بيانية للتحقق من المتباينة التربيعية. </div> </div> </div>	<div> <div> <div> استخدام جهاز جمع البيانات للتحقيق في العلاقة بين الزمن والمسافة التي تقطعها سيارة على طريق منحدر. </div> </div> </div>
	المتباينة التربيعية		
			<div> تقويم تلخيصي </div> <div> دليل الدراسة والمراجعة </div> <div> تمرين على الاختبار </div>

	0.5 day : 45 min 0.25 day : 90 min	اكتشف 2-4	درس 2-4	الوحدة 2-4		
العنوان	مختبر تقنية التمثيلات البيانية : عائلات القطوع المكافئة	تحويلات التمثيلات البيانية التربيعية	مختبر الجبر: الدوال التربيعية ومعدل التغير			
الأهداف	<ul style="list-style-type: none"> استخدم آلة حاسبة بيانية للتحقق من التغيرات في القطوع المكافئة. 	<ul style="list-style-type: none"> كتابة الدالة التربيعية في شكل $y = a(x - h)^2 + k$. تحويل الرسومات البيانية للدوال التربيعية في شكل $y = a(x - h)^2 + k$. 	<ul style="list-style-type: none"> التحقيق في معدل تغير الدالة التربيعية من خلال دراسة الاختلافات في الاختلافات من الدرجة الأولى والثانية . 			
المفردات الرئيسية		صيغة الرأس				
تمثيلات متعددة						

SE = نسخة الطالب, TE = نسخة المعلم

التشخيص	الوصف
التشخيصي	الاستعداد للفصل الوحدة 3 SE الاستجابة للتدخل TE
	السابق - الحالي - لماذا SE الوحدة 0 SE بنك المفاهيم والمهارات SE
	أثناء / بعد كل درس وسائل تعليمية مختلفة TE
	في منتصف الوحدة اختبار منتصف الوحدة SE
التحقق في	الخطوة 4, قيم TE تمارين موجهة SE, كل مثال تأكد من فهمك SE مهارات التفكير العليا مسائل SE مراجعة شاملة SE امثلة اضافية TE انتبه! TE الخطوة 4, قيم TE
	اختبار قبل الوحدة دليل الدراسة والمراجعة للفصل SE اختبار تمارين SE تمرين على الاختبار المعياري SE
الوحدة 2	

الاختيار 2 قريب من المستوى

تزويد الطلاب بورقة شبكة أو ورقة استشفاف أو ورقة شفافة. اطلب منهم وضع قطعة من ورقة الاستشفاف على ورقة الشبكة وارسم التمثيل البياني $y = x^2$. حرك ورقة استشفاف لترجمة الرسم البياني أعلى والأسفل وإلى اليمين، أو إلى اليسار. مناقشة معادلة كل رسم بياني جديد.

الاختيار 3 فوق المستوى

شغل مقطع من أغنية يرتفع فيها الصوت بشكل تدريجي ومن ثم تدريجياً تعود إلى الصوت السابق أمام الصف. اطلب من الطلاب صف كيف يتم نمذجة الأغنية على قطع مكافئ. على الطلاب كتابة أو إيجاد درجة الموسيقى التي قد تمثل مسار القطع المكافئ. اطلب من الطلاب توضيح ما إذا كانت الموسيقى لها قيمة عظمى أم صغرى

الاختيار 1 الوصول إلى جميع المتعلمين

حركي على اطلب من ثنائيات من الطلاب استخدام بلاطات الجبر لمساعدتهم على كتابة خمسة معادلات يمكن حلها عن طريق إكمال المربع. اعطي كل ثنائي x و x^2 ووحدات بلاطات. اطلب من الثنائيات البدء عن طريق إنشاء ترتيب تربيعي لبلاطاتهم ثم كتابة العبارة التي يتشكل منها البلاط. ثم تستبدل الثنائيات الثابت c بـ. وأخيراً، اطلب من الثنائيات استبدال خمس عبارات مع ثنائي آخر من الطلاب لحل قيمة c التي تجعل التعبير تربيع كامل.

x	1	1	1	$x^2 + 6x + 9$
x	1	1	1	$x^2 + 6x + c$
x	1	1	1	
x^2	x	x	x	

ملصقات اطلب من الطلاب أن يصنعوا ملصق مكون من أربعة أعداد وأنواع مختلفة من الجذور التي يمكن أن تنتج عند حل معادلة تربيعية. اطلب من الطلاب أن يستخدموا نموذج من المعادلة وتمثيل. بياني يوضح كلاً من عدد الجذور ونوعها، وشرح كيف تدل قيمة المُمَيِّز على عدد الجذور ونوعها.

2-1 حل المعادلات التربيعية بالعمولة

حل معادلة تربيعية بالعمولة،

■ تأكد أن المعادلة في شكل $ax^2 + bx + c = 0$ ،

■ حلل التعبير متعدد الحدود،

■ عين كل عامل ليساوي صفر،

■ ثم حل المعادلات الناتجة عن ذلك.

عند العمولة، يتم إعادة كتابة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية أو أكثر كناتج ضرب متعدد الحدود ولكل منها درجة أقل. التقنيات المستخدمة في حل المعادلات التربيعية وتشمل أساليب تحليل المعادلات ثلاثية الحدود العامة وثلاثية حدود المربع الكامل، والتربيعات المختلفة.

2-2 أعداد مركبة

في هذا الدرس تم تقديم رمز جديد i ، بالإضافة إلى نظام عددي جديد يسمى نظام الأعداد المركبة. نظام الأعداد الحقيقية هو مجموعة فرعية من هذا النظام العددي الجديد. الأعداد المركبة هي أعداد في صورة $a + bi$ ، حيث أن a و b أعداد حقيقية و i رقم تربيعه -1 ، $i = \sqrt{-1}$. العدد المركب في صورة bi يُسمى عدد وهمي بحت.

العدد المركب $a + bi$ يمكن التعامل معه كثنائي الحد، والعمليات على الأعداد المركبة تتبع خصائص عمليات جمع وطرح، ضرب وقسمة العدد ثنائي الحد، باستثناء واحد. هذا الاستثناء يستبدل i^2 بـ -1 حينما i^2 انظر في التعبير.

2-3 الصيغة التربيعية المُمَيِّز

الصيغة التربيعية يمكن أن تستخدم في حل معادلة في شكل $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث أن $a \neq 0$. لتحديد جذور المعادلة، استبدل معاملات a و b و

الثابت c في الصيغة $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ومن ثم تبسيط العبارة الـ e .

العبارة في الصيغة التربيعية التي تظهر تحت شعار الجذر، $4ac - b^2$ ، تسمى التمايز. ويمكن استخدام هذه القيمة لتحديد عدد ونوع جذور المعادلة.

■ إذا كان $b^2 - 4ac > 0$ ، سيكون هناك جذرين حقيقيين.

■ إذا كان $b^2 - 4ac = 0$ ، سيكون هناك جذر حقيقي واحد فقط.

■ إذا كان $b^2 - 4ac < 0$ ، سيكون هناك جذرين مركبين.

التحقق من التمايز قد يوفر تدريب سريع عند حل المعادلات التربيعية.

قبل الوحدة 3

مواضيع ذات صلة قبل الرياضيات المتكاملة I

■ تقريب قيمة الأعداد غير النسبية

مواضيع ذات صلة من الرياضيات المتكاملة I

■ تحليل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية و رسم الإستنتاجات

■ حل المتباينات الخطية باستخدام التمثيلات البيانية

مواضيع سابقة من الرياضيات المتكاملة II

■ استخدام الأدوات بما فيها التحويل لتحويل و حل المعادلات

الوحدة 2

مواضيع ذات صلة من الرياضيات المتكاملة II

■ تحديد قيم منطقية لمجال الدوال التربيعية ومداها

■ تحليل المسائل التي تنطوي على دوال تربيعية، وصياغة المعادلات التربيعية والمتباينات لحل المسائل

■ حل المعادلات التربيعية والمتباينات باستخدام التمثيلات البيانية والجداول، والأساليب الجبرية، بما في ذلك الصيغة التربيعية

■ استخدام الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية

■ تحديد دالة تربيعية من أصفارها

■ تحديد ورسم تمثيل بياني للدوال الأساسية، بما فيها الدوال التربيعية

■ استخدام الدالة الأصلية للتحقيق، وصف، و توقع آثار التغيرات في a ، h و k وعلى التمثيلات البيانية في $y = a(x - h)^2 + k$ هي صيغة الدالة

بعد الوحدة 2

إعدادات للرياضيات المتكاملة III

■ تحديد مجال الدوال ومداها باستخدام التمثيلات البيانية، الجداول والرموز

■ تعرف على الاتصالات بين القيم الهامة للدالة والنقاط على الرسم البياني للدالة، والتمثيل الرمزي للدالة واستخدامها

■ تطبيق التحولات الأساسية للدوال الأساسية

2-4 تحويلات التمثيلات البيانية التربيعية

المعادلات التربيعية يمكن أن تكون مكتوبة في شكل هندسي، $y = a(x - h)^2 + k$ ، حيث تكون رأس الرسم البياني للمعادلة في (h, k) ويكون محور التناظر هو الخط $x = h$. قيمة k تحدد الإزاحة الرأسية للرسم البياني. قيمة h تحدد إزاحة الأفقية للرسم البياني. قيمة a تحدد اتجاه فتح الرسم البياني وشكل القطع المكافئ.

- إذا كان $a > 0$ ، الرسم البياني يكون مفتوح إلى الأعلى.
- إذا كان $a < 0$ ، الرسم البياني يكون مفتوح إلى الأسفل.

2-5 المتباينات التربيعية

النهج المتبع في التمثيلات البيانية للمتباينات التربيعية يشبه التمثيلات البيانية للمتباينات الخطية. أولاً، تُرسم التمثيلات البيانية للمعادلة التربيعية ذات الصلة وبعد ذلك يتم تحديد نقطة داخل القطع المكافئ. إذا كانت النقطة هي حل المتباينة، إذن تُظلل المنطقة داخل القطع المكافئ. ثم تُظلل المنطقة الخارجية للنطاق

حل متباينة تربيعية ذات متغير واحد جبرياً يشبه تمامًا حل متباينة خطية. الفرق يقع في حقيقة أن العديد من المتباينات التربيعية ليس لها حل واحد بل حلين. وهذا يعني أن ينقسم خط الأعداد إلى ثلاث أجزاء. اختبار قيمة من كل جزء على خط الأعداد يكشف أي مجموعة أو مجموعات من الحلول صحيحة. ستكون مجموعة حل المتباينات التربيعية في كثير من الأحيان متباينة مركبة.

مطويات منظم الدراسة

مطويات دينا زايك®

ركز يكتب الطلاب طرق مختلفة للدالات التربيعية والعلاقات التي يمكن حلها لأن هذه الطرق تم عرضها في دروس هذا الوحدة.

درس على الطلاب أن ينفذوا مطويات ويسمونها كما هو موضح يجب أن يملأ الطلاب الأقسام المناسبة بملاحظات ورسومات وأمثلة أثناء تغطيتهم لكل درس بالوحدة.

على الطلاب استخدام العلامات المناسبة أثناء تغطيتهم لكل درس بهذا الوحدة.

عند استخدامه شجع الطلاب على إضافة مطوياتهم أثناء العمل بالوحدة واستخدامها للمراجعة في اختبار الوحدة.

استعد للوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم جديدة، ومهارات، و مفردات أثناء دراستك للفصل 3. من أجل أن تستعد، قم بتحديد المصطلحات الهامة و قم بتنظيم الموارد الخاصة بك. قد ترغب بالإشارة إلى الوحدة 0 من أجل مراجعة المهارات المطلوبة.

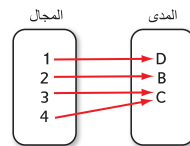
المفردات الجديدة

اللغة العربية

وحدة تخيلية (imaginary unit)
عدد تخيلي بحت (pure imaginary number)
عدد مركب (complex number)
المركبات التوافقية (complex conjugates)
معادلة تربيعية (Quadratic Formula)
التمييز (discriminant)
شكل قمة الرأس (vertex form)
متباينة من الدرجة الثانية (quadratic inequality)

مراجعة المفردات

المجال مجموعة كل إحداثيات X للأزواج المرتبة في علاقة
الدالة علاقة يكون كل X بها مرتبط مع إحداثي واحد فقط Y
المدى مجموعة الاحداثيات Y من الأزواج المرتبة في العلاقة

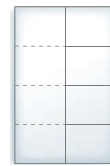


FOLDABLES منظم الدراسة

الدوال التربيعية قد بتنفيذ هذه المطوية من أجل مساعدتك على تنظيم ملاحظات الوحدة 3 حول الدوال التربيعية و العلاقات. ابدأ بقطعة واحدة 11" في 17" من الورق.



1 قم بطيها من المنتصف طولياً.



2 قم بطيها إلى أرباع عرضياً



3 قم بالقص على طول الطية الوسطى من الحافة إلى الطية الأخيرة كما تم الإيضاح.

4 **أعد** الطي على طول الطية الطولية و الصق القسم غير المخصص من الأعلى *عنون كل قسم برقم الدرس وأغلق لتكون كتاب.

مختبر تكنولوجيا الرسم البياني تصميم بيانات الحياة اليومية

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة TI-83/84 البيانية لتصميم نقاط البيانات للمنحنى الأنسب للدالة التربيعية

الماء يتم ملء قارورة بالماء. يسمح للماء أن يتسرب من ثقب قرب الجانب السفلي للقارورة. يظهر الجدول مستوى الماء y المقاس بالسنتيمتر من أسفل القارورة بعد x ثانية.

الوقت (s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
مستوى الماء (cm)	42.6	40.7	38.9	37.2	35.8	34.3	33.3	32.3	31.5	30.8	30.4	30.1

أوجد و ارسم بيانياً معادلة الإنحدار الخطي و معادلة الإنحدار من الدرجة الثانية. حدد أي من المعادلات هي الأنسب للمعطيات

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيلات البيانية لنمذجة نقاط البيانات التي تصنع منحنى الدالة التربيعية كأفضل منحنى.

المواد اللازمة لكل مجموعة

حاسبة التمثيلات البيانية

نصيحة تدريسية

في الخطوة 2، قيمة المعامل a تظهر كـ $-2.1035215E-4$. وضّح أن هذه هي الطريقة التي تعرض بها الآلة الحاسبة ترميز علمي $-4 \times 10^{-4} \times 2.1035215$.

عندما يستخدم الطلاب الإجراء في الخطوة 2 لنسخ معادلة الإنحدار من الخطوة 1 إلى القائمة $Y =$. فإن المعاملات ستكون بها أرقام أكثر من المعاملات المعروضة على الشاشة الرئيسية. المعاملات على الشاشة الرئيسية هي اعداد مقربة لتلك الموجودة في القائمة $Y =$.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب في مجموعات من اثنين أو ثلاثة بقدرات متنوعة. اطلب من المجموعات العمل على النشاط

- تأكد من ان الطلاب اخلوا القوائم L1 و L2 قبل ادخال البيانات الجديدة. أيضًا اجعلهم يدخلون قياسات **النافذة** الظاهرة.

- في الخطوة 1، وضّح أنه يمكن استخدام نفس المفاتيح الظاهرة في الخطوة 2، باستبدال 4 لأول 5، لتحديد LinReg.

- في حالة ظهور رسالة خطأ في الخطوة 2، على الطلاب مسح $Y =$ قبل إعادة خطوة 2.

تدريب اطلب من الطلاب تقويم إكمال تمارين 1-4.

نشاط

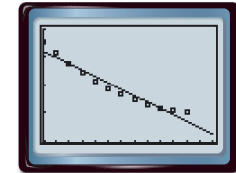
الخطوة 1 أوجد و ارسم بيانياً معادلة هبوط خطية

- أدخل الزمن في L1 ومستويات الماء في L2. ثم قم بإيجاد المعادلة الخطية للهبوط

ضربات الترجيح: عد للدروس 2-5.

- استخدم المخطط الإحصائي لرسم خط بياني للتبعثر. قم بنسخ المعادلة إلى $Y =$ القائمة وارسم بيانياً.

ضربات ترجيح: مراجعة المخططات الإحصائية ورسم بياني لمعادلة هبوط في الدرسين 2-5.

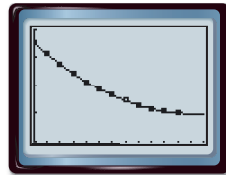


[0, 260] scl: 20 by [25, 45] scl: 5

الخطوة 2 أوجد و ارسم بيانياً معادلة هبوط تربيعية.

- أوجد معادلة الهبوط التربيعية. ثم قم بنسخ المعادلة إلى $Y =$ القائمة و ارسم بيانياً.

ضربات ترجيح: مباشرة 5 إدخال $Y =$ مباشر 5 VARS 5 إدخال رسم بياني



[0, 260] scl: 20 by [25, 45] scl: 5

لاحظ أن الرسم البياني لمعادلة الهبوط الخطية تمر من نقطتين فقط من نقاط المعطيات. على أية حال، الرسم البياني لمعادلة الهبوط من الدرجة الثانية تناسب المعطيات بشكل جيد.

تمارين

عد إلى الجدول 1-3. انظر ملحق إجابات القسم 3.

- أوجد و ارسم بيانياً معادلة الهبوط ومعادلة الهبوط التربيعية للمعطيات. حدد أي من المعادلات هي الأنسب للمعطيات.
- قم بتقدير ارتفاع قدم اللاعب بعد مرور 1 ثانية و 1.5 ثانية. واستخدم الحساب الذهني للتأكد من معقولية التقديرات الخاصة بك.
- قارن بين التقديرات التي أوجدتها في التمرين 2.
- كيف يمكن اختيار معادلة الهبوط التي لا تناسب المعطيات أن يؤثر أيضاً على التوقعات التي ستم باستخدام المعادلة؟ **يمكن أن تعطي تنبؤات مضللة.**

ارتفاع قدم اللاعب فوق الأرض

الزمن (s)	الارتفاع (in.)
0.1	3.04
0.2	5.76
0.3	8.16
0.4	10.24
0.5	12
0.6	13.44
0.7	14.56

3 تقويم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 4 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون أن معادلة الانحدار التي لا تناسب البيانات جيداً هي نموذج ضعيف للبيانات المعطاة وأنه من المرجح أن تكون توقع ضعيف.

الانتقال من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب أن يفسروا كيف أن مخطط التشتت مفيد لاكتساب معرفة عن الروابط الممكنة بين متغيرين. إذا أظهر مخطط التشتت أن البيانات في خط مستقيم، فقد تكون المعادلة الخطية نموذجاً جيداً. جيداً ظهرت منحنية، ينبغي استكشاف نموذج غير خطي.

حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل

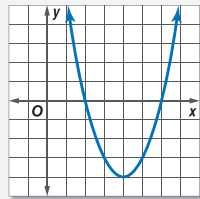
1-2

درس

لماذا؟

الآن

إذا



رسم بياني ذو علاقة
2 و 6 هما
نقاطات.

● الصيغة **المحللة من** معادلة تربيعية هي $0 = a(x - p)(x - q)$ في المعادلة، p و q يمثلان نقاط حصر X لتقاطع الرسم البياني.
● نقاط التقاطع X للرسم البياني على اليمين هي 2 و 6. في هذا الدرس، سنتعلم كيف نغير معادلة تربيعية في الصيغة المحللة إلى العوامل إلى الصيغة القياسية والعكس بالعكس.

الصيغة القياسية: $0 = x^2 - 8x + 12$
الصيغة المحللة: $0 = (x - 6)(x - 2)$
العوامل

1 ● اكتب معادلات تربيعية بالصيغة القياسية.
2 ● حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل.

● لقد قمت بإيجاد العوامل المشتركة الكبرى لمجموعات من الأعداد

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-1 اوجد اكبر عامل لمجموعة من الأرقام.

الدرس 3-1 اكتب المعادلات التربيعية في شكل تقاطع. حل المعادلات التربيعية بواسطة العوملة.

بعد الدرس 3-1 حل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية.

مصطلحات جديدة

طريقة فويل
factored form
المحللة من
FOIL method

ممارسات رياضية
أدرك بشكل مجرد و كمي.

1 **صيغة قياسية** يمكنك استخدام طريقة فويل لكتابة معادلة تربيعية محللة إلى العوامل بالصيغة القياسية. إن **طريقة فويل** تستخدم خاصية التوزيع لضرب ثنائيات الحدود.

مفهوم أساسي طريقة فويل لضرب ثنائيات الحدود

كلمات	لضرب ثنائي حدود، أوجد مجموع النواتج ل F الأطراف الأولى. O الأطراف الخارجية، I الأطراف الداخلية، و L الأطراف الأخيرة.				
أمثلة	النواتج للأطراف الأولى	النواتج للأطراف الداخلية	النواتج للأطراف الخارجية	النواتج للأطراف الأخيرة	
	↓	↓	↓	↓	
	$(-6)(-2)$	$(-6)(x)$	$(x)(-2)$	$(x)(x)$	$(x-6)(x-2)$
	$x^2 - 8x + 12$ أو $x^2 - 2x - 6x + 12 =$				
					I L

مثال 1 حول الجمل إلى معادلات

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع $-\frac{1}{3}$ و 6 كجذور لها.

اكتب النمط. $(x - p)(x - q) = 0$
استبدل p ب $-\frac{1}{3}$ و q ب 6. $[x - (-\frac{1}{3})](x - 6) = 0$
بسط. $(x + \frac{1}{3})(x - 6) = 0$
اضرب. $x^2 - \frac{17}{3}x - 2 = 0$
اضرب كل طرف ب 3 بحيث يصبح b و c أعداد صحيحة. $3x^2 - 17x - 6 = 0$

تمارين موجهة

1. اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع $\frac{3}{4}$ و -5 كجذور لها. $4x^2 + 17x - 15 = 0$

2 درس

أسئلة داعمة

هل قرأ الطلاب قسم **لماذا؟** في الدرس

اسأل:

- هل $x^2 - 8x + 12$ لديها قيمة غُظى ام قيمة صُغرى قيمة؟ **اصغر**
- حل $y = x^2 - 8x + 12 = 0$ بالرسم البياني. **2, 6**
- قارن الحلول ب $x^2 - 8x + 12 = 0$ و $(x - 6)(x - 2) = 0$. **الحلول هي نفسها لأن المعادلات متكافئة.**

2 حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

تطبيق لخاصية الناتج الصفري. حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل هو

مفهوم أساسي خاصية الناتج الصفري

كلمات: لأي أعداد حقيقية a و b , إذا كان $ab = 0$, إذا أي من $a = 0$, $b = 0$, أو كل a و b يساوي الصفر.
مثال: إذا كان $(x + 3)(x - 5) = 0$, إذا $x + 3 = 0$ أو $x - 5 = 0$.

مثال 2 حل العامل المشترك الأكبر

$$\text{حل } 16x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{aligned} 16x^2 + 8x &= 0 \\ 8x(2x) + 8x^2(1) &= 0 \\ 8x(2x + 1) &= 0 \\ 8x = 0 \text{ or } 2x + 1 &= 0 \\ x = 0 \quad 2x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

معادلة أصلية
حلل العامل المشترك الأكبر
الخاصة التوزيعية
خاصية الناتج الصفري
حل كلتا المعادلتين

تمارين موجهة حل كل من المعادلات.

$$2A. 20x^2 + 15x = 0 \quad 0, -\frac{3}{4} \quad 2B. 4y^2 + 16y = 0 \quad 0, -4 \quad 2C. 6a^5 + 18a^4 = 0 \quad 0, -3$$

ثلاثيات الحدود و ثنائيات الحدود التي هي مربعات كاملة لها قواعد تحليل خاصة إلى العوامل. من أجل استخدام هذه القواعد، يجب أن يكون الطرفان الأول والثاني مربعات كاملة و الطرف في المنتصف يجب أن يكون مثلي ناتج الجذور التربيعية للطرفين الأول والأخير.

مثال 3 المربعات الكاملة و الفروق بين المربعات

حل كل من المعادلات.

$$\begin{aligned} a. x^2 + 16x + 64 &= 0 \\ x^2 &= (x)^2; 64 = (8)^2 \\ 16x &= 2(x)(8) \\ x^2 + 16x + 64 &= 0 \\ x^2 + 16x + 64 &= 0 \\ (x + 8)^2 &= 0 \\ x + 8 &= 0 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

الطرفان الأول والأخير هما مربعات تامة.
 ab الطرف في المنتصف يساوي 2.

$$\begin{aligned} b. x^2 &= 64 \\ x^2 &= 64 \\ x^2 - 64 &= 0 \\ x^2 - (8)^2 &= 0 \\ (x + 8)(x - 8) &= 0 \\ x + 8 = 0 \text{ or } x - 8 &= 0 \\ x = -8 \quad x &= 8 \end{aligned}$$

معادلة أصلية
اطرح 64 من كل طرف
 $a^2 - b^2$ اكتب بالصيغة
حلل الفرق بين المربعات إلى عوامل
خاصية الناتج الصفري
حل.

تمارين موجهة

$$3A. 4x^2 - 12x + 9 = 0 \quad \frac{2}{3} \quad 3B. 81x^2 - 9x = 0 \quad 0, \frac{1}{9} \quad 3C. 6a^2 - 3a = 0 \quad 0, \frac{1}{2}$$

مراجعة مصطلحات

مربع كامل عدد ذو جذر تربيعي موجب هو عدد كلية

نصيحة دراسة

الجذور التربيعية بالتحقق. لاحظ أن الجذر التربيعي ل 64 هو -8 و 8. أيضاً، لأجل $x^2 = 4$ ، الحلول ستكون -2 و 2.

1 النموذج المحلل

المثال 1 يبين كيفية كتابة معادلة تربيعية لزوج معطى من الجذور.

التقييم المستمر

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب معادلة تربيعية في صورة قياسية إذا كان $\frac{1}{2}$ و -5 هما جذراها. نموذج الإجابة:
 $2x^2 + 9x - 5 = 0$

2 حل المعادلات بواسطة العوملة

المثال 2 و 3 يبينان كيفية حل المعادلات التربيعية بواسطة العوملة والفحص.

المثال 4 يبين كيفية حل المعادلات التربيعية باستخدام نمط. المثال 5 يبين كيفية حل مسألة في العالم الحقيقي باستخدام العوملة لحل معادلة تربيعية.

أمثلة إضافية

2 حل كل معادلة.

$$a. 9y^2 + 3y = 0$$

$$b. 5a^2 - 20a = 0 \quad 0, 4$$

3 حل كل معادلة.

$$a. x^2 - 6x + 9 = 0 \quad 3$$

$$b. y^2 = 36 \quad -6, 6$$

إذا كان الطلاب يعتقدون الخطوات في المثال 1 تقدم المعادلة الوحيدة الممكنة للجذور المعطاة،

تزويد كل طالب ب ورقة الشبكة. اطلب من الطلاب أن تبدأ عن طريق رسم تنسيق الشبكة مع نقطتين على القطر X المرسومة مثل جذور معادلة تربيعية. اطلب من الطلاب رسم عدة قطوع مكافئة التي قد تكون الرسوم البيانية للمعادلات المختلفة بوجود هاتين النقطتين كحلول لها. نشير إلى أن ذلك يثبت أن الخطوات الظاهرة في المثال 1 تفسر فقط واحدة من المعادلات المحتملة بوجود جذور معينة.

يتم استخدام نمط خاص عند تحليل ثلاثيات الحدود من الصيغة إلى العوامل $ax^2 + bx + c$. أولاً، اضرب قيم a و c . ثم، أوجد قيمتين m و p ، بحيث ناتجهما يساوي ac ومجموعهما يساوي b . باعتبار $6x^2 + 13x - 5$: $ac = 6(-5) = -30$.

المجموع	عوامل -30	المجموع	عوامل -30
29	-1, 30	-29	1, -30
13	-2, 15	-13	2, -15
7	-3, 10	-7	3, -10
1	-5, 6	-1	5, -6

الآن الطرف الذي في المنتصف، $13x$ ، يمكن إعادة كتابته ك $-2x + 15x$. يمكن تحليل متعدد الحدود هذا الآن بالتجميع.

$$\begin{aligned}
 6x^2 + 13x - 5 &= 6x^2 + mx + px - 5 \\
 &= 6x^2 - 2x + 15x - 5 \\
 &= (6x^2 - 2x + 15x - 5) \\
 &= 2x(3x - 1) + 5(3x - 1) \\
 &= (2x + 5)(3x - 1)
 \end{aligned}$$

اكتب النمط. $m = -2$ و $p = 15$
جمع الأطراف
حل العامل المشترك الأكبر
الخاصة التوزيعية

نصيحة دراسة
التركيب إذا كانت القيم ل m و p موجودة، عندئذ ثلاثي الحدود يمكن دائماً تحليله إلى العوامل

مثال اضافي

4 حل كل معادلة.

a. $x^2 - 2x - 15 = 0$

-3, 5

b. $5x^2 + 34x + 24 = 0$

$-\frac{4}{5}, -6$

تدريس الممارسات الرياضية

بناء الطلاب الماهرين رياضياً يبحثون بدقة لتمييز نمط أو هيكل. تشجيع الطلاب للبحث عن أنماط في العوامل وجمعها بها، وخاصة عندما تكون العوامل لها إشارات معاكسة.

مثال 4 حل ثلاثيات الحدود إلى العوامل

حل كل من المعادلات.

a. $x^2 + 9x + 20 = 0$

$ac = 20$ $a = 1, c = 20$

المجموع	عوامل 20	المجموع	عوامل 20
-21	-1, -20	21	1, 20
-12	-2, -10	12	2, 10
-9	-4, -5	9	4, 5

$$\begin{aligned}
 x^2 + 9x + 20 &= 0 \\
 x^2 + mx + px + 20 &= 0 \\
 x^2 + 4x + 5x + 20 &= 0 \\
 (x^2 + 4x) + (5x + 20) &= 0 \\
 x(x + 4) + 5(x + 4) &= 0 \\
 (x + 5)(x + 4) &= 0 \\
 x + 5 = 0 \text{ or } x + 4 &= 0 \\
 x = -5 \quad x &= -4
 \end{aligned}$$

تعبير أصلي
اكتب النمط.
 $m = 4$ و $p = 5$
قم بتجميع الأطراف ذات العوامل المشتركة
حل العامل المشترك الأكبر من كل جمع
الخاصة التوزيعية
خاصية الناتج الصفري
حل كل من المعادلات

b. $6y^2 - 23y + 20 = 0$

$ac = 120$

$m = -8, p = -15$

$$\begin{aligned}
 6y^2 - 23y + 20 &= 0 \\
 6y^2 + my + py + 20 &= 0 \\
 6y^2 - 8y - 15y + 20 &= 0 \\
 (6y^2 - 8y) + (-15y + 20) &= 0 \\
 2y(3y - 4) - 5(3y - 4) &= 0 \\
 (2y - 5)(3y - 4) &= 0 \\
 2y - 5 = 0 \text{ or } 3y - 4 &= 0 \\
 2y = 5 \quad 3y &= 4 \\
 y = \frac{5}{2} \quad y &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

معادلة أصلية
اكتب النمط.
 $m = -8$ و $p = -15$
قم بتجميع الأطراف ذات العوامل المشتركة
حل العامل المشترك الأكبر لكل جمع
الخاصة التوزيعية
خاصية الناتج الصفري
حل كلتا المعادلتين

نصيحة دراسة
ثلاثيات الحدود لا يهمل إذا كانت قيم p و m قد تم تبديلها عند الجمع.

120 | الدرس 1-2 | حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

ركز على المحتوى الرياضي

حل التربيعيات بواسطة العوملة المعادلات التربيعية يمكن ان يتم حل المعادلات التربيعية باستخدام طرق مختلفة عديدة. العوملة يمكن ان تكون طريقة سريعة. بمجرد أن يتم تحليل المعادلة متعددة الحدود، قد تُستخدم خاصية حاصل الضرب التي تساوي صفر لايجاد جذور المعادلة. إذا كانت المعادلة متعددة الحدود من الصعب تحليلها أو غير قابلة للتحليل، يجب استخدام أساليب أخرى.

120 | الدرس 2-1 | حل المعادلات التربيعية بواسطة العوملة

تمارين موجهة

4A. $x^2 - 11x + 30 = 0$ 5, 6

4B. $x^2 - 4x - 21 = 0$ -3, 7

4C. $15x^2 - 8x + 1 = 0$ $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}$

4D. $-12x^2 + 8x + 15 = 0$ $-\frac{5}{6}, \frac{3}{2}$

مثال إضافي

5

هندسة معمارية مدخل مبنى المكتبة عبارة عن قوس على شكل قطع مكافئ قمة رأسه تمثل ارتفاع القوس. ارتفاع القوس المعطى كما يلي $h = 9 - X^2$ ، حيث X المسافة الأفقية من وسط القوس. كلا h و X يقاسان بالقدم. مدى اتساع نطاق القوس على مستوى سطح الأرض؟ 6 قدم

احذر!

أفكار عامة خاطئة في المثال 5، بعض الطلاب قد يقترحوا حل المعادلة من خلال قسمة الجانبين على t . تشير إلى أن هذا لا يمكن أن يتم لأن قيمة t يمكن أن تكون صفر والقسمة على صفر غير معرفة.

مثال حياة يومية 5 حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

ألعاب القوى ارتفاع الرمح بالأقدام يصمم ب $-16t^2 + 79t + 5$ ، حيث t هو الزمن بالثواني بعد رمي الرمح. ما هي المدة التي يبقاها في الهواء؟

لتحديد المدة التي يبقاها الرمح في الهواء، يجب علينا أن نجد متى يساوي الارتفاع 0 يمكننا القيام بذلك بحل $-16t^2 + 79t + 5 = 0$.

معادلة أصلية $-16t^2 + 79t + 5 = 0$

$m = 80; p = -1$ $-16(5) = -80, 80 \cdot (-1) = -80, 80 + (-1) = 79$

اكتب النمط $-16t^2 + 80t - t + 5 = 0$

قم بتجميع الأطراف ذات العوامل المشتركة $(-16t^2 + 80t) + (-t + 5) = 0$

حل العامل المشترك الأكبر لكل مجموعة $16t(-t + 5) + 1(-t + 5) = 0$

الخاصة التوزيعية $(16t + 1)(-t + 5) = 0$

خاصية الناتج الصفري $16t + 1 = 0$ أو $-t + 5 = 0$

حل كلتي المعادلتين $16t = -1$ $-t = -5$

حل $t = -\frac{1}{16}$ $t = 5$

رابط الحياة اليومية

كسر الكوبي أوسليديز مينينديز الرقم القياسي العالمي لرمي الرمح في عام 2002 مع مسافة مقاديرها 234 قدم و 8 بوصة. المصدر: نيو يورك تايمز

تحقق

لدينا حلان اثنان.

- الجواب الأول سالب و بما أن الوقت لا يمكن أن يكون سالباً. يمكننا حذف هذا الحل.
- الحل الثاني ذو ال 5 ثواني يبدو منطقياً كزمن يقضيه الرمح في الهواء.
- يمكن التأكد من الجواب بالتعويض في المعادلة الأصلية.

$-16t^2 + 79t + 5 = 0$

$-16(5)^2 + 79(5) + 5 \stackrel{?}{=} 0$

$-400 + 395 + 5 \stackrel{?}{=} 0$

$0 = 0$ ✓

يبقى الرمح في الهواء ل 5 ثواني.

تمارين موجهة

5. **القفز بالحبال** جمال قام بتسجيل أخيه يمارس القفز بالحبل من ارتفاع مقداره 1100 feet. في الوقت الذي رفع الحبل شقيقه للأعلى. كان 76 feet فوق الأرض. إذا بدأ جمال بالتسجيل لحظة سقوط أخيه. كم من الزمن كان قد مضى عندما الحبل انتفض نحو الأعلى؟ استخدم $f(t) = -16t^2 + c$ حيث C هو الارتفاع بالقدم. 8 ثوان

تحقق من فهمك

مثال 1

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع الجذر/الجذور المعطاة.

1. $-8, 5$ $x^2 + 3x - 40 = 0$ 2. $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$ $8x^2 - 14x + 3 = 0$ 3. $-\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ $6x^2 - 11x - 10 = 0$

الأمثلة 2-4

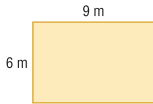
حل كل متعدد حدود.

4. $35x^2 - 15x$ $5x(7x - 3)$ 5. $18x^2 - 3x + 24x - 4$ 6. $x^2 - 12x + 32$ $(x - 8)(x - 4)$
7. $x^2 - 4x - 21$ 8. $2x^2 + 7x - 30$ 9. $16x^2 - 16x + 3$ $(4x - 3)(4x - 1)$

مثال 5

حل كل معادلة.

10. $x^2 - 36 = 0$ $-6, 6$ 11. $12x^2 - 18x = 0$ $0, \frac{3}{2}$ 12. $12x^2 - 2x - 2 = 0$ $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$
13. $x^2 - 9x = 0$ $0, 9$ 14. $x^2 - 3x - 28 = 0$ $-4, 7$ 15. $2x^2 - 24x = -72$ 6



16. **المنطقية** ياسمين تريد أن تضاعف مساحة حديقتها بزيادة الطول و العرض بالمقدار نفسه. ماذا ستكون أبعاد حديقتها إذا؟ **9 m ب 12 m**

تمارين وحل المشكلات

مثال 1

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع الجذر/الجذور المعطاة.

17. 7 $x^2 - 14x + 49 = 0$ 18. $-5, \frac{1}{2}$ $2x^2 + 9x - 5 = 0$ 19. $\frac{1}{5}, 6$ $5x^2 - 31x + 6 = 0$

حل كل متعدد حدود.

20. $40a^2 - 32a$ $8a(5a - 4)$ 21. $51c^3 - 34c$ $17c(3c^2 - 2)$ 22. $32xy + 40bx - 12ay - 15ab$ $22. (8x - 3a) \cdot (4y + 5b)$
23. $3x^2 - 12$ $3(x + 2)(x - 2)$ 24. $15y^2 - 240$ $25. 48cg + 36cf - 4dg - 3df$ $24. 15(y + 4) \cdot (y - 4)$
26. $x^2 + 13x + 40$ 27. $x^2 - 9x - 22$ 28. $3x^2 + 12x - 36$ $25. (12c - d) \cdot (4g + 3f)$
29. $15x^2 + 7x - 2$ 30. $4x^2 + 29x + 30$ 31. $18x^2 + 15x - 12$
32. $8x^2z^2 - 4xz^2 - 12z^2$ 33. $9x^2 - 25$ 34. $18x^2y^2 - 24xy^2 + 36y^2$ $6y^2(3x^2 - 4x + 6)$

مثال 3

حل كل معادلة.

35. $15x^2 - 84x - 36 = 0$ $-\frac{2}{5}, 6$ 36. $12x^2 + 13x - 14 = 0$ $-\frac{7}{4}, \frac{2}{3}$ 37. $12x^2 - 108x = 0$ $0, 9$ 26. $(x + 8) \cdot (x + 5)$
38. $x^2 + 4x - 45 = 0$ $5, -9$ 39. $x^2 - 5x - 24 = 0$ $8, -3$ 40. $x^2 = 121$ $11, -11$ 27. $(x - 11) \cdot (x + 2)$
41. $x^2 + 13 = 17$ $2, -2$ 42. $-3x^2 - 10x + 8 = 0$ $-4, \frac{2}{3}$ 43. $-8x^2 + 46x - 30 = 0$ $5, \frac{3}{4}$ 28. $3(x + 6) \cdot (x - 2)$
44. **الهندسة** وتر المثلث قائم الزاوية هو 1 سنتيمتر أطول من أحد الأضلاع القائمة و 4 سم أطول من ثلاث أضلاع الضلع القائم الآخر. أوجد أبعاد المثلث. **7 cm, 24 cm, 25 cm** 29. $(5x - 1) \cdot (3x + 2)$
45. **نظرية الأعداد** أوجد عددين صحيحين متتاليين زوجيين ناتجتهما 624. **24 و 26 أو 24 و -26** 30. $(4x + 5) \cdot (x + 6)$
46. $A = 96 \text{ ft}^2$ $x - 2 \text{ ft}$ $x + 2 \text{ ft}$ 47. $A = 432 \text{ in}^2$ $x - 2 \text{ in.}$ $x + 4 \text{ in.}$ 48. $A = 448 \text{ ft}^2$ $3x - 4 \text{ ft}$ $x + 2 \text{ ft}$ 31. $3(2x - 1) \cdot (3x + 4)$

x = 10 ; 8 ft في 12 ft

x = 20; 24 in. في 18 in.

x = 12 ; ft 14 في 32 ft

122 | الدرس 1-2 | حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

الفروض المنزلية المميزة خيارات

المرحلة	فرض	ليومين
أساسي ق.م	17-48, 79, 82-103	17-47, 87-90, 79, 82-85, 91-103 زوجي
أصلي ض.م	17-43, 44, 45-65, 66-70, 71-79, 82-103 فردي	17-48, 87-90
متطور أ.م	49-97	

أشرح باستخدام التكنولوجيا

كاميرا الوثائق اختر عدد من الطلاب للمشاركة بعملهم مع زملائهم بلصف و اشرح إجاباتهم. اطلب من الطلاب مراجعة عملهم عن طريق استبدال حلولهم في المعادلة الأصلية.

3 تمارين

التقييم المستمر

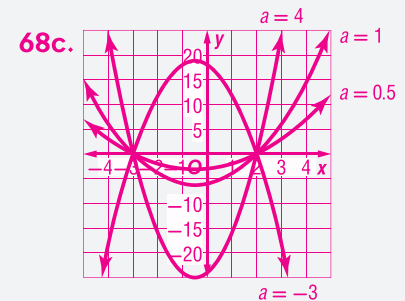
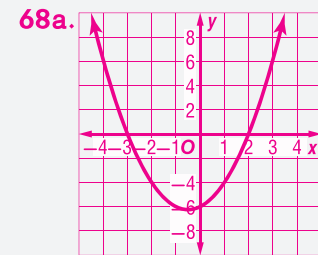
استخدم التمارين 1-16 للتأكد من الفهم.

استخدم الرسم البياني في أسفل هذه الصفحة لتخصيص فروض لطلابك.

تدريس الممارسات الرياضية

الفهم يبدأ الطلاب المحترفون رياضيا من خلال شرح معنى المشكلة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط الدخول لحلها. يقومون بتحليل المعطيات والقيود، والعلاقات، والأهداف. يتحققون من إجاباتهم للمسائل باستخدام أسلوب مختلف، ويسألون أنفسهم باستمرار: "هل هذا معقول؟".

اجابات اضافية



تمثيلات متعددة

في التدريب 68، يستخدم الطلاب الجبر والرسم البياني في مستوى إحداثي لربط عوامل المعادلة التربيعية بحلولها.

حل كل من المعادلات بالتحليل إلى عوامل.

$$49. 12x^2 - 4x = 5 \quad -\frac{1}{2}, \frac{5}{6}$$

$$50. 5x^2 = 15x \quad 0, 3$$

$$51. 16x^2 + 36 = -48x \quad -\frac{3}{2}$$

$$52. 75x^2 - 60x = -12 \quad \frac{2}{5}$$

$$53. 4x^2 - 144 = 0 \quad 6, -6$$

$$54. -7x + 6 = 20x^2 \quad \frac{2}{5}, -\frac{3}{4}$$

55. **مسرح سينمائي** تخطط شركة لبناء قاعة مسرح كبيرة متعددة الإرسال. المحللة المالية أخبرت مديرها أن دلة الربح لتاعتهم كانت $P(x) = -x^2 + 48x - 512$ حيث x هو عدد شاشات السينما، و $P(x)$ هو الربح المكتسب بالآلاف من الدولارات. حدد نطاق إنتاج شاشات السينما التي من شأنها أن تضمن أن الشركة لن تخسر المال. **16 إلى 32 شاشة**

68d. إجابة

نمودجية:

جميعها لها

الجزء

نفسها، p و

q . بالتالي،

جميعها

لها نفس

الحلول.

الخطوط

البيانية

لها أشكال

مختلفة

نتيجة لقيمة

الشكل

البياني ذو

$a = -3$ هو

مقلوب نتيجة

للسالب.

68e. عندما

يكون

للمعادلات

التربيعية

نفس

العوامل،

سيكون لها

نفس الحلول،

بغض النظر

عن قيمة

a ، والذي

فتقط يؤثر

على شكل

الخطوط

البيانية.

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع الجذر/الجذور المعطاة.

$$56. -\frac{4}{7}, \frac{3}{8} \quad 56x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$57. 3.4, 0.6 \quad 25x^2 - 100x + 51 = 0$$

$$58. \frac{2}{11}, \frac{5}{9} \quad 99x^2 - 73x + 10 = 0$$

حل كل معادلة بالتحليل على عوامل.

$$59. 10x^2 + 25x = 15 \quad -3, \frac{1}{2}$$

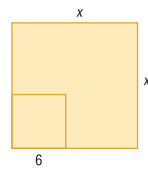
$$60. 27x^2 + 5 = 48x \quad \frac{5}{3}, \frac{1}{9}$$

$$61. x^2 + 0.25x = 1.25 \quad 1, -\frac{5}{4}$$

$$62. 48x^2 - 15 = -22x \quad \frac{3}{8}, -\frac{5}{6}$$

$$63. 3x^2 + 2x = 3.75 \quad -\frac{3}{2}, \frac{5}{6}$$

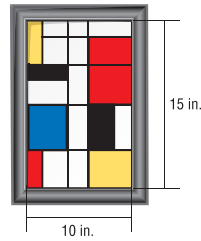
$$64. -32x^2 + 56x = 12 \quad \frac{1}{4}, \frac{3}{2}$$



65. **التصميم** يقطع مربع من الشكل على اليمين. اكتب تعبيراً لمساحة الشكل الذي بقي. و بعد ذلك حلل التعبير إلى عوامل. $x^2 - 6^2; (x + 6)(x - 6)$

66. **المثابرة** بعد تحليل السوق، شركة نبيع المواقع الإلكترونية حددت ربحي منتجها و صممتها ب $P(x) = -16x^2 + 368x - 2035$.

حيث x هو سعر كل موقع إلكتروني و $P(x)$ هو ربح الشركة. حدد نطاق سعر المواقع الإلكترونية التي ستكون مربحة للشركة. **9,25 AED إلى 13,75 AED**



67. **اللوحات** أمانى ترغب بالجمع إطار إلى لوحاتها. موزعة بالتساوي، بحيث يكون لها نفس مساحة اللوحة نفسها. ما هي أبعاد اللوحة مع الإطار متضمناً؟ **20 in في 15 in**

68. **تمثيلات متعددة** في هذه المشكلة، ستعتبر $a(x - p)(x - q) = 0$.

a. بياني ارسم بيانياً التابع المتعلق ل $a = 1, p = 2, q = -3$. **انظر الهامش.**

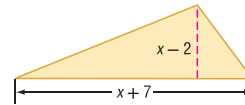
b. تحليلي ما هي حلول المعادلة؟ **2 و -3**

c. بياني ارسم بيانياً الدالات المتعلقة ل $a = 4, -3$ ، و $\frac{1}{2}$ على نفس الخط البياني. **انظر الهامش.**

d. لفظي ماهي أوجه التشابه والاختلاف بين الرسوم البيانية؟

e. لفظي ماهي الاستنتاجات التي يمكن أن تصل إليها حول العلاقة بين الصيغة

المحللة إلى عوامل من معادلة تربيعية و من حلولها؟



69. **هندسة** مساحة المستطيل هي 26 سنتيمتر مربع. أوجد طول القاعدة. **13 cm**

تدريس التمارين الرياضية

نقاشات الطلاب الماهرون رياضياً
يفهمون ويستخدمون الافتراضات المذكورة والمتعارفة، والنتائج المحددة سابقاً في بناء الحجج. يخمنون ويبنون تطور منطقي للبيانات لاستكشاف حقيقة تخمينهم. وأنهم قادرون على تحليل المواقف عن طريق تقسمها إلى حالات، كما يمكنهم إدراك الأمثلة المضادة واستخدامها.

احذروا!

تحليل الأخطاء للتدريب 79
ذكر الطلاب أنه عندما يتم طرح متعدد الحدود، يتم طرح كل حد في متعدد الحدود. تحقق دائماً من الإجابات بالتعويض في المعادلة الأصلية.

إجابات إضافية

83. نموذج الإجابة:

$$\begin{aligned}(x-p)(x-q) &= 0 \\ (\text{المعادلة الأصلية}) \\ x^2 - px - qx + pq &= 0 \\ (\text{اضرب}) \\ x^2 - (p+q)x + pq &= 0 \\ (\text{بسط}) \\ x &= -\frac{b}{2a} \\ (\text{صيغة محور التناظر}) \\ x &= -\frac{-(p+q)}{2(1)} \\ a=1 \text{ و } b &= -(p+q) \\ x &= \frac{p+q}{2} \\ (\text{بسط})\end{aligned}$$

x يقع وسط p و q .

(تعريف نقطة المنتصف)

86. نموذج الإجابة: في النموذج القياسي،

لدينا $ax^2 + bx + c$. اضرب a و c .

وبعد ذلك اوجد عددين صحيحين،

g و h ، ثم اضرب لتساوي ac وأضف

لتساوي b . ثم أكتب التربيعية،

لتحول الحد الأوسط، bx ، إلى

$gx + hx$. الآن لدينا

$ax^2 + gx + hx + c$. الآن حل

العامل المشترك الأكبر من أول

حدين ثم حل العامل المشترك

الأكبر من ثاني حدين. الآن لدينا

عامل مشترك أكبر $(x-q) +$

عامل مشترك أكبر $(x-q)$ 2. من

خلال التبسيط، نجد

70. كرة القدم عندما تترك كرة في الهواء، يمكن تصميم ارتفاعها بالأمتار فوق الأرض بـ $h(t) = -4.9t^2 + 14.7t$ و يمكن تصميم المسافة التي تقطعها بـ $d(t) = 16t$. حيث t هو الزمن بالثانية.

a. ماهي المدة التي تقضيها الكرة في الهواء؟ 3 ثواني

b. ماهي المسافة التي تقطعها قبل ارتطامها بالأرض؟ (تلميح: تجاهل مقاومة الهواء). 48 m

c. ماهو الارتفاع الأقصى للكرة؟ 11,025 m

حل كل متعدد حدود.

$$\begin{aligned}71. 18a - 24ay + 48b - 64by & \quad 2(3-4y) \\ 72. 3x^2 + 2xy + 10y + 15x & \quad (3x+2y)(x+5) \\ 73. 6a^2b^2 - 12ab^2 - 18b^3 & \quad 6a(2a-3b+5b^3) \\ 74. 12a^2 - 18ab + 30ab^3 & \quad 6a(2a-3b+5b^3) \\ 75. 32ax + 12bx - 48ay - 18by & \quad 10(a+2b)(3c+4d) \\ 76. 30ac + 80bd + 40ad + 60bc & \quad 10(a+2b)(3c+4d) \\ 77. 5ax^2 - 2by^2 - 5ay^2 + 2bx^2 & \quad 78. 12c^2x + 4d^2y - 3d^2x - 16c^2y \\ & \quad (2c+d)(2c-d)(3x-4y) \\ & \quad (x+y)(x-y)(5a+2b)\end{aligned}$$

مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات التفكير العليا

79. تحليل الأخطاء جيهان ومورجان يحلان $-12x^2 + 5x + 2 = 0$. هل أي منهما محق؟ اشرح أسبابك.

82. عينة إجابة:

3 و

$6 \rightarrow x^2 - 9x +$

$-3 \rightarrow 18 = 0$ و

$-6 \rightarrow x^2 +$

$9x + 18 = 0$

الطرف الخفي

يغير إشارته.

84. عينة

إجابة: ماذا

تعلم عن $a \cdot c$

استخدام التخمين

و التحقق لتحليل

ثلاثيات الحدود

من الصيغة

$ax^2 + bx + c$

جيهان

$$-12x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$-12x^2 + 8x - 3x + 2 = 0$$

$$4x(-3x+2) - (3x+2) = 0$$

$$(4x-1)(3x+2) = 0$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ or } \frac{2}{3}$$

مورجان

$$-12x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$-12x^2 + 8x - 3x + 2 = 0$$

$$4x(-3x+2) + (-3x+2) = 0$$

$$(4x+1)(-3x+2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{4} \text{ or } \frac{2}{3}$$

79. عينة

إجابة:

مورجان،

جيهان لم

يكن لديها

تعابير

متشابهة بين

الأقواس في

الخط الثالث

85. عينة

إجابة: دائماً

من أجل

التحليل

إلى عوامل

باستخدام

ثلاثيات

الحدود

المربعة

الكاملة،

معاملات

الطرف

الخفي،

bx يجب

أن تكون

مضاعفات لـ

2، أو زوجية.

80. تحدي حل $3x^6 - 39x^4 + 108x^2 = 0$ إلى العوامل 3، -3، 2، أو -2

81. تحدي القاعدة لتحليل فرق في المكعبات موضحة في الأسفل. استخدم هذه

القاعدة لتحليل $40x^5 - 135x^2y^3$. $5x^2(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

82. نهاية مفتوحة اختر عددين صحيحين. ثم اكتب معادلة بالصيغة القياسية مع هذه الجذور.

كيف ستتغير المعادلة إذا كانت إشارات الجذرين قد تم تبديلها؟

83. تحدي لمعادلة تربيعية من الصيغة $(x-p)(x-q) = 0$. بين أن محور التماثل للدالة التربيعية المتصلة موجود في

المنتصف بين تقاطعات $x-p$ و q . انظر الهامش.

84. اكتب سؤالاً أحد الزملاء في الصف يستخدم استراتيجية التخمين و التحقق لتحليل ثلاثيات الحدود من الصيغة إلى

عوامل $x^2 + bx + c$. اكتب سؤالاً ليساعده على التفكير بطريقة لاستخدام هذه الاستراتيجية لـ $ax^2 + bx + c$.

85. الحجج حدد فيما إذا كانت العبارة الآتية أحياناً، دائماً، أو أبداً صحيحة. اشرح أسبابك.

في معادلة تربيعية بالصيغة القياسية حيث a ، b و c هي أعداد صحيحة،

إذا كان b فردياً، عندئذٍ لا يمكن أن يكون التربيعي ثلاثي حدود مربع كامل.

86. الكتابة بالرياضيات اشرح كيفية تحليل ثلاثي حدود بالصيغة القياسية مع $a > 1$. انظر الهامش.

124 | الدرس 1-2 | حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

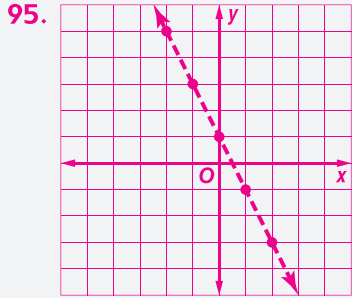
(العامل المشترك الأكبر + العامل المشترك

الأكبر) $(x-q)(x-p)$ أو $(x-p)(x-q)$.

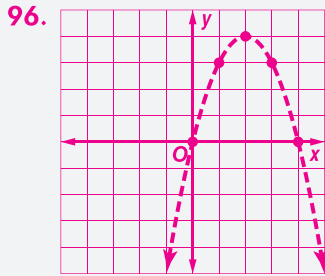
4 قيم

قم بالتسمية الرياضية على الطلاب
شرح خاصية حاصل الضرب تساوي
صفر. اطلب منهم مناقشة لماذا هذا
صحيح وكيفية يتم استخدامه في إيجاد
جذور معادلة تربيعية.

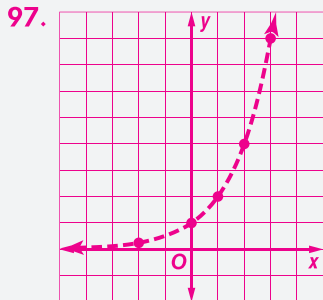
اجابات اضافية



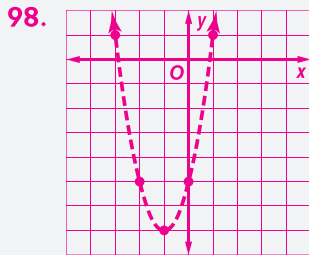
خطي



تربيعي



الأسّي



تربيعي

تمرين الاختبارات المعيارية

89. الاحتمالية كلمة سر مكونة من 5 محارف يمكن أن تحوي الأعداد من 0 إلى 9 و 26 حرف من أحرف الأبجدية لا يمكن تكرار أي من الحروف ما هو احتمال أن تبدأ كلمة السر بحرف ساكن؟ **H**

$$F \frac{21}{26}$$

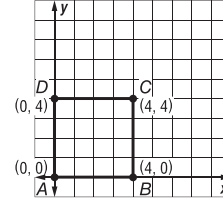
$$H \frac{21}{36}$$

$$G \frac{21}{35}$$

$$J \frac{5}{36}$$

90. SAT/ACT إذا كان $c = \frac{8a^3}{b}$ ، ماذا يحدث للقيمة

- التابعة لـ c عندما يكون كل a و b مضاعفان؟ **D**
- A لا يتغير
B يتم تنصيفه.
C مضاعف.
D يضرب بـ 4.
E يضرب بـ 8.



87. جواب مختصر إذا كان $ABCD$ محول بـ $(x, y) \rightarrow (3x, 4y)$ حدد مساحة $A'B'C'D'$.

192 وحدة مربعة

88. من أجل $y = 2|6 - 3x| + 4$ ، أي مجموعة تصف x عندما $y < 6$ ؟ **A**

$$A \left\{ x \mid \frac{5}{3} < x < \frac{7}{3} \right\}$$

$$C \left\{ x \mid x < \frac{5}{3} \right\}$$

$$B \left\{ x \mid x < \frac{5}{3} \text{ أو } x > \frac{7}{3} \right\}$$

$$D \left\{ x \mid x > \frac{7}{3} \right\}$$

مراجعة شاملة

ارسم بياناً كل دالة. (الدرس 2-7) 91-94. انظر ملحق إجابات القسم 3.

91. $f(x) = |3x + 2|$

92. $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{if } x > -1 \\ x + 3 & \text{if } x \leq -1 \end{cases}$

93. $f(x) = \lfloor x + 1 \rfloor$

94. $f(x) = \left| \frac{1}{4}x - 1 \right|$

ارسم بياناً كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد فيها إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أو دالة تربيعية أو دالة أسية. (الدرس 2-6) 95-98. انظر الهامش.

95. $\{(-2, 5), (-1, 3), (0, 1), (1, -1), (2, -3)\}$

96. $\{(0, 0), (1, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 0)\}$

97. $\left\{(-2, \frac{1}{4}), (0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 8)\right\}$

98. $\{(-3, 1), (-2, -5), (-1, -7), (0, -5), (1, 1)\}$

99. الثقافة المالية حدد مبلغ الاستثمار إذا استثمرت 250AED نسبة المربحة 7.3% مركبة فصلية لمدة 40 عاماً. (الدرس 2-3)

حوالي 4514.89 AED



100. الغطس لتجنب الاصطدام بأي صخور في الأسفل، غطّاس صخور يقفز للأعلى والخارج. المعادلة $h = -16t^2 + 4t + 26$ تصف ارتفاعها h بالقدم t ثانية بعد القفز. أوجد الزمن الذي تعود فيه إلى ارتفاع 26 قدم. (3-1) 0.25 s

مراجعات المهارات

بسط.

101. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} = 5\sqrt{3}$

102. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32} = 16$

103. $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = 18$

التمايز التعليم

تهديد اطرح السؤال التالي على الطلاب:

إذا كانت جذور المعادلة التربيعية 6 و -3، ما هي معادلة محور التناظر؟
 $x = \frac{3}{2}$

الأعداد المركبة

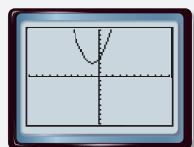
2-2

درس

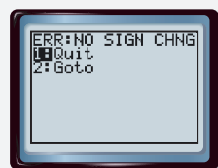
لماذا؟

الآن

بعد أن



t = -10, 101 scl: 1 by t = -10, 101 scl: 1



خذ بالاعتبار الرسم البياني لـ $y = x^2 + 2x + 4$ على اليمين. لاحظ كيف هذا الرسم البياني لا يملك أي نقاط تقاطع مع المحور الرأسي x وبالتالي ليس له أي جذور. هل هذا يعني أنه لا يوجد هنالك حلول $0 = x^2 + 2x + 4$ ؟

استخدم خاصية إيجاد الحل الموجودة في قائمة الآلة حاسبة بيانية. أدخل المعادلة و اختر $x = 2$ بينما أنت تبحث عن حل.

اضغط ALPHA [إدخال] وستحاول الآلة الحاسبة حل المعادلة. الآلة الحاسبة تشير إلى أنه لا يوجد حل عبر رسالة الخطأ. إذا ليس هنالك حل حقيقي. ولكن. هنالك حلول تخيلية.

1. قم بأداء العمليات على الأعداد التخيلية المحضة.

2. قم بأداء العمليات على الأعداد المركبة.

التركيز

عمودي انحياز

قبل الدرس 2-2 تحويل الجذور التربيعية لأبسط.

الدرس 2-2 تنفيذ عمليات على الأعداد وهمية محضة. تنفيذ عمليات على الأعداد المركبة.

بعد الدرس 3-2 حل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية.

مصطلحات جديدة

وحدة تخيلية (imaginary unit)
عدد تخيلي محض (pure imaginary number)
عدد مركب (complex number)
المرافقات المركبة (complex conjugates)

مهارسات رياضية
انتبه للدقة.

1. **الأعداد التخيلية المحضة** في دراستك الرياضية لحد الآن. لقد تعاملت مع الأعداد الحقيقية. المعادلات التي مثل التي في الأعلى قادت علماء الرياضيات إلى تعريف الأعداد التخيلية. تعرف الوحدة التخيلية i بأنها $i^2 = -1$. العدد i هو الجذر التربيعي الأساسي -1 ; بحيث، $i = \sqrt{-1}$.

الأعداد من الصيغة $6i$ ، $-2i$ ، و $i\sqrt{3}$ تسمى **أعداد تخيلية محضة**. الأعداد التخيلية المحضة هي الجذور التربيعية للأعداد الحقيقية السالبة. لأي عدد حقيقي موجب $\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1}$ أو $b \cdot i$.

المثال 1 الجذور التربيعية للأعداد السالبة

بسط.

a. $\sqrt{-27}$

$$\begin{aligned}\sqrt{-27} &= \sqrt{-1 \cdot 3^2 \cdot 3} \\ &= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} \\ &= i \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \text{ or } 3i\sqrt{3}\end{aligned}$$

b. $\sqrt{-216}$

$$\begin{aligned}\sqrt{-216} &= \sqrt{-1 \cdot 6^2 \cdot 6} \\ &= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{6} \\ &= i \cdot 6 \cdot \sqrt{6} \text{ or } 6i\sqrt{6}\end{aligned}$$

تمارين موجهة

1A. $\sqrt{-18}$ $3i\sqrt{2}$

1B. $\sqrt{-125}$ $5i\sqrt{5}$

الخاصية التجميعية و التبديلية للضرب تبقى صحيحة للأعداد التخيلية المحضة. أول عدة قوى لـ i موضحة في الأسفل.

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = i^4 \cdot i = i$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

التدريس

أسئلة تدريجية

اطلب من الطلاب قراءة قسم من الدرس لماذا؟ الدرس لماذا؟

أسأل

■ على سطح الرسم البياني أين يوجد $y = 0$ ؟ **على محور x**

■ كيف ترتبط الدالة $y = x^2 + 2x + 4$ مع $0 = x^2 + 2x + 4$ ؟ **لحل المعادلة هي قيمة x التي تجعل الدالة تساوي صفر.**

■ لماذا تعني رسالة "عدم تغير إشارة" أنه لا يوجد حلول للمعادلة؟ **نموذج الإجابة: إذا مرت الدالة عبر محور x على الرسم البياني، تتغير قيمة الدالة من موجب إلى سالب، أو العكس**

المثال 2 نواتج الأعداد التخيلية المحضة

بسط.

$$\begin{aligned} \text{a. } -5i \cdot 3i &= -15i^2 && \text{اضرب.} \\ &= -15(-1) && i^2 = -1 \\ &= 15 && \text{بسط.} \\ \text{b. } \sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} &= i\sqrt{6} \cdot i\sqrt{15} && i = \sqrt{-1} \\ &= i^2\sqrt{90} && \text{اضرب.} \\ &= -1 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} && \text{بسط.} \\ &= -3\sqrt{10} && \text{اضرب.} \end{aligned}$$

تمارين موجهة

$$\text{2A. } 3i \cdot 4i = -12 \quad \text{2B. } \sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} = -4\sqrt{15} \quad \text{2C. } i^{31} = -i$$

1 أرقام وهمية محضة

المثال الأول يبين كيفية تبسيط العبارات التي تحتوي على الجذور التربيعية للأعداد السالبة. المثال الثاني يبين كيفية الوصول إلى النتيجة من أرقام تخيلية نقية. المثال الثالث يوضح كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بحلول وهمية نقية.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد ادراك الطلاب للمفاهيم

أمثلة إضافية

$$\begin{aligned} \text{1 بسط} & \\ \text{a. } \sqrt{2} \cdot 28 - i\sqrt{7} & \\ \text{b. } \sqrt{4} \cdot 32 - i\sqrt{2} & \\ \text{2 بسط} & \\ \text{a. } -3i \cdot 2i &= 6 \\ \text{b. } \sqrt{-12} \cdot \sqrt{-2} &= -2\sqrt{6} \\ \text{3 حل} & \quad 5y^2 + 20 = 0. \quad y = \pm 2i \end{aligned}$$

افته!

منع الأخطاء احرص على أن يفهم الطلاب أنه عندما يأخذ كل منهم الجذر التربيعي لكل من جانبي من المعادلة، يجب استخدام الرمز \pm أمام علامة الجذر

يمكنك حل بعض المعادلات التربيعية باستخدام **خاصية الجذر التربيعي**، وبشكل مشابه للفروق بين المربعات، مجموع المربعات يمكن تحليله وفقاً للأعداد المركبة.

المثال 3 معادلة مع حلول تخيلية محضة

$$\text{حل } x^2 + 64 = 0$$

<p>الطريقة 1 خاصية الجذر التربيعي</p> $\begin{aligned} x^2 + 64 &= 0 \\ x^2 &= -64 \\ x &= \pm\sqrt{-64} \\ x &= \pm 8i \end{aligned}$	<p>الطريقة 2 التحليل إلى عوامل</p> $\begin{aligned} x^2 + 64 &= 0 \\ x^2 + 8^2 &= 0 \\ x^2 - (-8^2) &= 0 \\ (x + 8i)(x - 8i) &= 0 \\ (x + 8i) &= 0 \text{ or } (x - 8i) = 0 \\ x &= -8i \quad x = 8i \end{aligned}$
---	--

تمارين موجهة

حل كل من المعادلات.

$$\text{3A. } 4x^2 + 100 = 0 \quad \pm 5i \quad \text{3B. } x^2 + 4 = 0 \quad \pm 2i$$

2 العمليات على الأعداد المركبة باعتبار $2 + 3i$ ، بما أن 2 هو عدد حقيقي و $3i$ هو عدد تخيلي محض. الأطراف ليست بأشياء أطراف ولا يمكن دمجها. يسمى هذا التعبير **عدد مركب**.

مفهوم أساسي الأعداد المركبة

كلمات	العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته بالصيغة $a + bi$. حيث a و b هي أعداد حقيقية و i هو الوحدة التخيلية. a يسمى الجزء الحقيقي، و b يسمى الجزء التخيلي.
أمثلة	$5 + 2i$ $1 - 3i = 1 + (-3)i$



مهن الحياة اليومية

مهندس الكهرباء
يصمم مهندسو الكهرباء و يطورون و يختبرون ويشرفون على صناعة المعدات الكهربائية مثل مشغلات الموسيقى العديدة و المحركات الكهربائية و الإضاءة و الرادار و الأنظمة الملاحية. شهادة جامعية في الهندسة مطلوبة لتقريباً كل أعمال الهندسة للمبتدئين (مستوى الدخول).

التعليم المميز

إذا كان الطلاب بحاجة إلى المساعدة لتذكر الخصائص الرياضية لـ i ،

يجب على الطلاب كتابة قصائد عن عدد وهمي وقيم تكرر جذره، كما يمكن التلاعب بكلمات القيمة الحقيقية والوهمية. يجب أن يكون مضمون القصائد مفيد لتذكر خصائص الرياضيات i .

أعداد مركبة ($a + bi$)	
أعداد ملموس $b = 0$	أعداد تخيلية $b \neq 0$
	أعداد تخيلية محضة $a = 0$

يظهر مخطط في مجموعة الأعداد المركبة.

- إذا كان $b = 0$. العدد العقدي هو عدد حقيقي.
- إذا كان $b \neq 0$. العدد المركب هو عدد تخيلي.
- إذا كان $a = 0$. العدد المركب هو عدد تخيلي بحت

يتساوى عدداً مركبان فقط و إذا فقط تساوى فيهما الأجزاء الحقيقية و الأجزاء التخيلية. ذلك لأن، $a + bi = c + di$ فقط و فقط إذا $a = c$ و $b = d$.

نصيحة دراسية

الأعداد المركبة حيث كل الأعداد الحقيقية هي أيضاً أعداد مركبة. المصطلح رقم مركب عادة يشير إلى رقم ليس بحقيقي.

المثال 4 مساواة الأعداد المركبة

أوجد قيم x و y التي تجعل $3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$ صحيح.

حدد الأجزاء الحقيقية لتساوي بعضها و الأجزاء التخيلية لتساوي بعضها.

$3x - 5 = 7$	أجزاء حقيقية	$y - 3 = 6$	أجزاء تخيلية
$3x = 12$	أضف 5 لكل طرف.	$y = 9$	أضف 3 لكل طرف.
$x = 4$	قسم كل طرف على 3.		

تمارين موجهة 4. $x = -1, y = -9$

4. أوجد قيم x و y التي تجعل $5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$ صحيح.

الخاصية التجميعية و التبديلية و التوزيعية للضرب و الجمع هي حقيقية بالنسبة للأعداد المركبة. لجمع أو طرح الأعداد المركبة، ادمج الحدود المتشابهة. أي، ادمج الأجزاء الحقيقية و ادمج الأجزاء التخيلية.

المثال 5 جمع و طرح الأعداد المركبة

بسط.

a. $(5 - 7i) + (2 + 4i)$

$$(5 - 7i) + (2 + 4i) = (5 + 2) + (-7 + 4)i$$

الخاصية التجميعية و التبديلية

$$= 7 - 3i$$

بسط.

b. $(4 - 8i) - (3 - 6i)$

$$(4 - 8i) - (3 - 6i) = (4 - 3) + [-8 - (-6)]i$$

الخاصية التجميعية و التبديلية

$$= 1 - 2i$$

بسط.

تمارين موجهة

5A. $(-2 + 5i) + (1 - 7i) = -1 - 2i$ 5B. $(4 + 6i) - (-1 + 2i) = 5 + 4i$

نصيحة دراسية

قراءة الرياضيات يستخدم مهندسو الكهرباء i كالوحدة التخيلية لتجنب الاختلاط مع i للتيار.

تستخدم الأعداد المركبة في الكهرباء. في هذه المشكلات، i عادة يمثل الوحدة التخيلية. في دائرة ذات تيار متناوب، الجهد و التيار و المقاومة أو الإعاقفة للتيار، يمكن تمثيلها بأعداد مركبة. لضرب هذه الأعداد استخدم طريقة فويل.

العمليات على الأعداد المركبة

مثال 4 يوضح كيفية مساواة الأعداد المركبة. مثال 5 يوضح كيفية جمع و طرح الأعداد المركبة. مثال 6-7 يبين كيفية ضرب و قسمة الأعداد المركبة.

أمثلة إضافية

4 اوجد قيمة x و y التي تكون المعادلة

$$2x + yi = -14 - 3i$$

$$x = -7, y = -3$$

5 بسط

a. $(3 + 5i) + (2 - 4i) = 5 + i$

b. $(4 - 6i) - (3 - 7i) = 1 + i$

انتبه!

منع الأخطاء أكد على أن عددين مركبين يكونا متساويين فقط في حالة تساوى أجزائهم الحقيقية و الوهمية

التدريس باستخدام التكنولوجيا

السيبورة البيضاء التفاعلية على
ضرب عددين مركبين اضرب مثلاً على
السيبورة تستخدم فيه اللون الأحمر
للاشارة للجزء الوهمي والأزرق للجزء
الحقيقي من كل عدد مركب. في كل
عملية حسابية، استخدم اللون الأحمر
والأزرق للاشارة الى الأجزاء الوهمية
والحقيقية من الأعداد المركبة.

أمثلة إضافية

- 6 ترتبط الكهرباء في دائرة التيار
المتدد، وتيار الكهرباء والمقاومة
بالمعادلة $E = I \times Z$ ، اوجد
الجهد الكهربى فى دائرة بتيار شدته
 $1 + 4j$
م.أ. $27 + 6j$ ، $3 - 6j$
- 7 بسط

a. $\frac{5i}{3-2i} \cdot \frac{10}{13} + \frac{15}{13i}$
b. $\frac{5+i}{2i} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{2i}$

ركز على المحتوى الرياضى

الأعداد المركبة العدد المركب هو أي
رقم يمكن أن يكتب في شكل $a + b$ حيث
يكون a و b أعداد حقيقية وإ وحدة وهمية.
+، i ، إذا كان $b = 0$ ، فالعدد المركب
هو العدد الحقيقي إذا كان $b \neq 0$ ، فالعدد
المركب هو الوهمي. إذا كانت $a = 0$ ، يصبح
العدد المركب رقم وهمى محضى تعد كل
من الارقام الوهمية المحضية و الحقيقية
مجموعات فرعية لمجموعة الأعداد
المركبة لذا، كل عدد حقيقي مركب، وكل
عدد وهمى محضى معقد.

مثال حياة يومية 6 ضرب الأعداد المركبة

**الكهرباء في دائرة مكيف، الجهد V ، التيار C ، و المقاومة I متعلقة بالمعادلة $V = C \cdot I$.
أوجد الجهد في دائرة ذات تيار $2 + 4j$ أمبير و مقاومة $9 - 3j$ أوم.**

$V = C \cdot I$
معادلة كهرباء
 $C = 2 + 4j$ و $I = 9 - 3j$
طريقة فويل
اضرب.
 $j^2 = -1$
أضف.

الجهد هو $30 + 30j$ فولت.

تمارين موجهة 6. $16j - 2 - 2$ فولت

6. أوجد الجهد في دائرة تيارها $2 - 4j$ أمبير و مقاومتها $3 - 2j$ أوم.

عدنان مركبان من الصيغة $a + bi$ و $a - bi$ يسميان **المركبات المرافقة**. ناتج المركبات المرافقة هو دائماً
عدد حقيقي. يمكنك استخدام هذه الحقيقة لتبسيط حاصل قسمة عددين مركبين.

المثال 7 أقسم الأعداد المركبة

بسط.

a. $\frac{2i}{3+6i}$
هي مركبات مرافقة $3 + 6i$ و $3 - 6i$.
اضرب.
 $j^2 = -1$
بسط.
صيغة $a + bi$

b. $\frac{4+i}{5i}$
اضرب في $\frac{i}{i}$
اضرب.
 $j^2 = -1$
صيغة $a + bi$

تمارين موجهة

7A. $\frac{-2i}{3+5i} \cdot \frac{5}{17} - \frac{3}{17}i$ 7B. $\frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

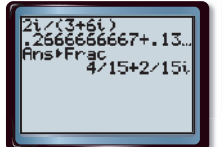
رابط حياة يومية

مثال عن دائرة على التوالي
هو سلك أضواء الأعياد عدد
المصابيح في الدائرة يؤثر على
قوة التيار، و الذي بدوره يؤثر
على قوة الإضاءة.

المصدر: علوم مشهورة

نصيحة دراسية

التكنولوجيا يمكن أداء
العمليات على الأعداد المركبة
باستخدام حاسبة بيانية من
النوع TI-83/84 بالجمع
إلى استخدام ال [2nd] [i]
وظيفة لإدخال التعبير. ثم
اضغط على **رياضة**
إدخال إدخال لعرض
الجواب.



تحقق من فهمك

الأمثلة 2-1 بسط.

- $\sqrt{-81}$ **9i**
- $\sqrt{-32}$ **$4i\sqrt{2}$**
- $(4i)(-3i)$ **12**
- $3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18}$ **$-72\sqrt{3}$**
- i^{40} **1**
- i^{63} **$-i$**

المثال 3 حل كل من المعادلات.

- $4x^2 + 32 = 0$ **$\pm 2i\sqrt{2}$**
- $x^2 + 1 = 0$ **$\pm i$**

المثال 4 أوجد قيم a و b التي تجعل كل معادلة صحيحة.

- $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$ **3, -2**
- $4b - 5 + (-a - 3)i = 7 - 8i$ **5, 3**

الأمثلة 5 و 7 بسط.

- $(-1 + 5i) + (-2 - 3i)$ **$-3 + 2i$**
- $(7 + 4i) - (1 + 2i)$ **$6 + 2i$**
- $(6 - 8i)(9 + 2i)$ **$70 - 60i$**
- $(3 + 2i)(-2 + 4i)$ **$-14 + 8i$**
- $\frac{3-i}{4+2i}$ **$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$**
- $\frac{2+i}{5+6i}$ **$\frac{16}{61} - \frac{7}{61}i$**

المثال 6 17. الكهرباء التيار في أحد أجزاء الدائرة هو $5 - 3i$ أمبير. التيار في جزء آخر من الدائرة هو $7 + 9i$ أمبير. اجمع هذين العددين المركبين لإيجاد التيار الكلي في الدائرة. **$12 + 6i$ أمبير**

التمرين و حل المسائل

الأمثلة 2-1 تركيب بسط.

- $\sqrt{-121}$ **11i**
- $\sqrt{-100}$ **10i**
- $(-3i)(-7i)(2i)$ **$-42i$**
- i^{11} **$-i$**
- $(10 - 7i) + (6 + 9i)$ **$16 + 2i$**
- $(-3 + i) + (-4 - i)$ **-7**
- $(12 + 5i) - (9 - 2i)$ **$3 + 7i$**
- $(11 - 8i) - (2 - 8i)$ **9**
- $(1 + 2i)(1 - 2i)$ **5**
- $(3 + 5i)(5 - 3i)$ **$30 + 16i$**
- $\frac{2i}{1+i}$ **$1 + i$**
- $\frac{5+i}{3i}$ **$\frac{1}{3} - \frac{5}{3}i$**
- $\frac{5}{2+4i}$ **$\frac{1}{2} - i$**

المثال 3 حل كل من المعادلات.

- $4x^2 + 4 = 0$ **$\pm i$**
- $3x^2 + 48 = 0$ **$\pm 4i$**
- $2x^2 + 50 = 0$ **$\pm 5i$**
- $2x^2 + 10 = 0$ **$\pm i\sqrt{5}$**
- $6x^2 + 108 = 0$ **$\pm 3i\sqrt{2}$**
- $8x^2 + 128 = 0$ **$\pm 4i$**

المثال 4 أوجد قيم x و y التي تجعل كل معادلة صحيحة.

- $9 + 12i = 3x + 4yi$ **3, 3**
- $x + 1 + 2yi = 3 - 6i$ **2, -3**
- $2x + 7 + (3 - y)i = -4 + 6i$ **$-\frac{11}{2}, -3$**
- $5 + y + (3x - 7)i = 9 - 3i$ **$\frac{4}{3}, 4$**
- $a + 3b + (3a - b)i = b + bi$ **$\frac{12}{5}, \frac{6}{5}$**
- $(2a - 4b)i + a + 5b = 15 + 58i$ **25, -2**

130 | الدرس 2-2 | الأعداد المركبة

3 تدريب

تقويم مستمر

استخدام تمارين 1-17 للتأكد من الفهم.

استخدام الرسم البياني في أسفل هذه الصفحة لتخصيص فروض لطلابك.

تدريس الممارسات

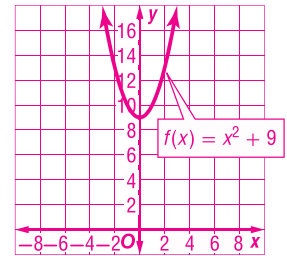
الرياضية البنية يجب ان ينظر الطلاب الماهرون رياضيا عن كثر للتمييز بين النمط و البنية

تمثيلات متعددة

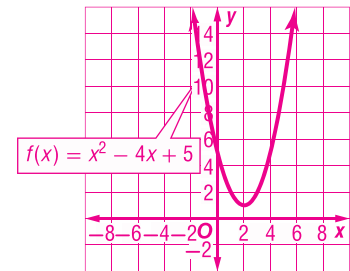
في التمرين 65، يستخدم الطلاب التمثيلات البيانية لتحليل المعادلات التربيعية التي لها جذور مركبة.

إجابات إضافية

65b



65d



65e الإجابة النموذجية قد تشمل

المعادلة التربيعية على حلول مركبة عند عدم وجود تقاطعات على المحور الرأسي X بالرسم البياني المتعلق بالدالة

خيارات الفروض المنزلية المتميزة

المستوى	فروض	خيار ليومين
أساسي (م.أ)	18-60, 66, 68-91	18-60, 66, 68 زوجي 91
الأصل (م.ض)	19-59 فردي, 61-91	18-60, 71-74
متقدم (م.ق)	61-83	61-66, 68-70, 75-91

130 | الدرس 2-2 | الأعداد المركبة

الأمثلة 5 و 7 بـسط.

48. $\sqrt{-10} \cdot \sqrt{-24} - 4\sqrt{15}$ 49. $4i\left(\frac{1}{2}i\right)^2(-2i)^2$ 50. i^{41}
 51. $(4 - 6i) + (4 + 6i)$ 52. $(8 - 5i) - (7 + i)$ 53. $(-6 - i)(3 - 3i)$ 54. $\frac{(5 + i)^2}{3 - i}$ 55. $\frac{6 - i}{2 - 3i}$ 56. $(-4 + 6i)(2 - i)(3 + 7i)$ 57. $(1 + i)(2 + 3i)(4 - 3i)$ 58. $\frac{4 - i\sqrt{2}}{4 + i\sqrt{2}}$ 59. $\frac{2 - i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}}$

المثال 6

60. **الكهرباء** المقاومة في أحد أجزاء الدائرة هي $7 + 8j$ أوم. والمقاومة في جزء آخر من الدائرة هي $13 - 4j$ أوم. اجمع هذين العددين المركبين لإيجاد المقاومة الكلية في الدائرة. **20 + 4j أوم**

B **الكهرباء** استخدم المعادلة $V = C \cdot I$. $V = 3(3 + i)x^2 + (-2 + i)x - 8i + 7$. 63

61. التيار في دائرة هو $3 + 6j$ أمبير، والمقاومة هي $5 - j$ أوم. ما هو الجهد؟ **21 + 27j فولت**

62. الجهد في دائرة هو $20 - 12j$ فولت، والمقاومة هي $6 - 4j$ أوم. ماهو التيار؟ **$\frac{42}{13} + \frac{2}{13}j$ أمبير**

63. أوجد مجموع $ix^2 - (4 + 5i)x + 7$ و $3x^2 + (2 + 6i)x - 8i$. **$(5 - 3i)x^2 + (-5 + 4i)x + i + 11$**

64. بـسط $[(2 + i)x^2 - ix + 5 + i] - [(-3 + 4i)x^2 + (5 - 5i)x - 6]$. **$(5 - 3i)x^2 + (-5 + 4i)x + i + 11$**

65. **تمثيلات متعددة** في هذه المشكلة، ستستكشف المعادلات التربيعية التي لها جذور مركبة.

a. جبرياً اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع $3i$ و $-3i$ كجذور لها. **عينة إجابة: $x^2 + 9 = 0$**

b. بيانياً ارسم المعادلة التربيعية التي تم إيجادها في القسم a برسم الدالة المتصلة بها بيانياً. **انظر الهامش.**

c. جبرياً اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع $2 + i$ و $2 - i$ كجذور لها. **عينة إجابة: $x^2 - 4x + 5 = 0$**

d. بيانياً ارسم المعادلة التربيعية التي تم إيجادها في القسم c برسم الدالة المتصلة بها بيانياً. **انظر الهامش.**

e. تحليلياً كيف تعلم أن معادلة تربيعية سيكون لها فقط حلول مركبة؟ **انظر الهامش.**

68. **عينة إجابة: دائماً؛ قيمة 5 يمكن تمثيلها بـ $5 + 0i$ ، وقيمة $3i$ يمكن تمثيلها بـ $0 + 3i$**

مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات التفكير العليا

66. **انتقد** أمينة و سلمى تبسطان $(4i)(3i)(2i)$. هل أي منهما محق؟ اشرح أسبابك. **سو: $-i^3 = -i$ ، ليس -1.**

<p>أمينة</p> <p>$24i^3 = -24i$</p>	<p>سلمى</p> <p>$24i^3 = -24$</p>
--	--

67. **تحذّر** بـسط $(1 + 2i)^3$. **$-11 - 2i$**

68. **المنطق** حدد فيما إذا كانت العبارة الآتية دائماً، بعض الأحيان أو أبداً صحيحة. اشرح أسبابك.

كل عدد مركب له كل من جزء حقيقي و جزء تخيلي.

69. **نهاية مفتوحة** اكتب عددين مركبين لهما ناتج 20. **عينة إجابة: $(4 + 2i)(4 - 2i)$**

70. **الكتابة بالرياضيات** اشرح كيف أن الأعداد المركبة لها علاقة بالمعادلات التربيعية.

70. بعض المعادلات التربيعية لها حلول مركبة ولا يمكن حلها باستخدام الأعداد الحقيقية فقط.

تعليم الممارسات الرياضية

نقدالطلاب الماهرون رياضيا قادرون على مقارنة فعالية اثنين من الحجج المعقولة و تمييز المنطق الصحيح من المنطق الزائف. وإذا كان هناك عيب في حجة—اشرحه

تمرين لاختبار معياري

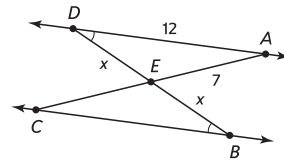
73. SAT/ACT يأخذ متجر 49AED مقابل زوج من البنطلونات. السعر 40% أكثر من المبلغ الذي يتكلفه المتجر لشراء البنطال. بعد عملية بيع، أي موظف يسمح له بشراء أي أزواج من البنطلونات متبقية ب 30% خصم عن تكلفة المتجر. كم سيكلف الموظف شراء البنطال بعد المبيع؟ **J**

- F 10,50AED J 24,50AED
G 12,50AED K 35,00AED
H 13,72AED

74. ماهي قيم x و y عندما $(5 + 4i) - (x + yi) = (-1 - 3i)$ **A**

- A $x = 6, y = 7$
B $x = 4, y = i$
C $x = 6, y = i$
D $x = 4, y = 7$

71. جواب مفصل عد إلى الشكل لتجيب عما يلي. **b. c** انظر الهامش.



a. سم اثنتين من المثلثات المتطابقة وفقاً لترتيب الرؤوس الصحيح. $\triangle CBE \cong \triangle ADE$

b. اشرح لماذا هذه المثلثات متطابقة.

c. ماهو طول \overline{EC} ? اشرح عمليتك.

72. $(3 + 6)^2 = \mathbf{B}$

- A $2 \times 3 + 2 \times 6$ C $3^2 + 6^2$
B 9^2 D $3^2 \times 6^2$

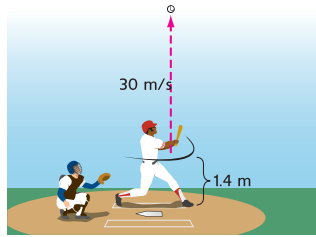
مراجعة شاملة

حل كل معادلة بالتحليل إلى العوامل (الدرس 3-2)

75. $2x^2 + 7x = 15$ **-5, $\frac{3}{2}$**

76. $4x^2 - 12 = 22x$ **$-\frac{1}{2}, 6$**

77. $6x^2 = 5x + 4$ **$-\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$**



78. **بيسبول** يضرب لاعب البيسبول ضربة مرتفعة بسرعة أولية نحو الأعلى 30 متر بالثانية. 1.4 متر فوق الأرض. ارتفاع الكرة $h(t)$ بالمتري t ثانية بعد ضربها يصمم ب $h(t) = -4.9t^2 + 30t + 1.4$. كم من الوقت يمتلك لاعب في الفريق الثاني للوصول إلى تحت الكرة إذا التقطها 1.7 متر فوق الأرض؟ هل يبدو جوابك معقولاً؟ اشرح. (الدرس 3-2) **انظر الهامش.**

79. **الكهرباء** المقاومة في أحد أجزاء دائرة على التوالي هو $3 + 4j$ ohms. والمقاومة في جزء آخر من الدائرة هي $2 - 6j$ ohms. اجمع هذه الأعداد المركبة لإيجاد المقاومة الكلية للدائرة. (الدرس 3-3) **$5 - 2j$ ohms**

بسط. (الدرس 3-3)

80. $(8 + 5i)^2$ **$39 + 80i$**

81. $4(3 - i) + 6(2 - 5i)$ **$24 - 34i$**

82. $\frac{5-2i}{6+9i} \cdot \frac{4}{39} - \frac{19}{39}i$

اكتب معادلة تربيعية بالصيغة القياسية مع الجذر/الجذور المعطاة. (الدرس 3-2)

83. $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}$ **$20x^2 - 31x + 12 = 0$**

84. $-\frac{2}{5}, 6$ **$5x^2 - 28x - 12 = 0$**

85. $-\frac{1}{4}, -\frac{6}{7}$ **$28x^2 + 31x + 6 = 0$**

مراجعة مهارات

حدد ما إذا كان كل ثلاثي حدود هو ثلاثي حدود مربع تام. اكتب نعم أو لا.

86. $x^2 + 16x + 64$ **نعم**

87. $x^2 - 12x + 36$ **نعم**

88. $x^2 + 8x - 16$ **لا**

89. $x^2 - 14x - 49$ **لا**

90. $x^2 + x + 0.25$ **نعم**

91. $x^2 + 5x + 6.25$ **نعم**

132 | الدرس 2-2 | الأعداد المركبة

4 تقويم

التحقق من فهم الطلاب يجب على الطلاب كتابة رقمين مركبين حصيلتهم 10 على قطع صغيرة من الورق وتسليمها لك عند خروجهم من الوحدة الدراسي. نموذج الإجابة: $1 + 3i$ و $1 - 3i$

إجابات إضافية

71b $\angle AED \cong \angle CEB$ (زوايا رأسي)

$\overline{DE} \cong \overline{BE}$ (طولهما x)

$\angle ADE \cong \angle CBE$ (معطى)

تطابق كل الزوايا المتتالية والضلع

المحصور بينها أدى ذلك إلى تطابق

المثلثات وفقاً لخاصية ASA

71c $\overline{EC} \cong \overline{EA}$ في CPCTC (تطابق

الأجزاء المقابلة من المثلثات

المتطابقة) $EA = 7$, إذن $EC = 7$.

78 اجابة نموذجية حوالي 6.1 ثانية.

هذه الإجابة تبدو معقولة. للمعادلة

اجابتين الحل الأول، 0.01 ثانية، وهو

الوقت اللازم للكرة لترتفع من

1.4 متر إلى 1.7 متر. والوقت اللازم

لها لتعود مرة أخرى إلى 1.7 متر هو

6.1 ثانية

التوسع أخبر الطلاب أنك تفكر في رقمين مركبين حصيلة جمعهم $3 + i$ و فارق $-5 + 7i$. اطلب منهم إيجاد محصلة العددين **$91 + 8i$**

مختبر الجبر المستوي المركب

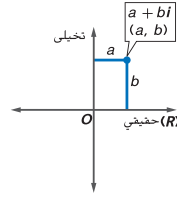
درس 2-2

1 ركز

الهدف تمثيل الأعداد المركبة بيانياً في مستوى مركب وتحديد القيم المطلقة للأعداد المركبة.

نصيحة التدريس

يجب أن يكون الطلاب على علم بقانون المسافة قبل البدء في هذا المختبر.



يمكن تمثيل عدد مركب $a + bi$ في **المستوي المركب** عن طريق تمثيله باستخدام النقطة (a, b) بشكل مشابه للمستوي الإحداثي. يشتمل المستوي المركب على محورين. يكون الجزء الحقيقي مرسوم على **محور حقيقي**، والذي يكون أفقي. يكون الجزء التخيلي مرسوم على **محور تخيلي** والذي يكون عمودي. يمكن الإشارة للمستوي المركب بـ **مستوي أرجون**.

مثال 1 رسم بياني في المستوي المركب

ارسم بيانياً $z = 3 + 4i$ في المستوي المركب.

الخطوة 1

قم بتمثيل z باستخدام النقطة (a, b) .

يكون الجزء الحقيقي a لـ z .

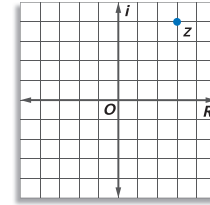
يكون الجزء التخيل bi لـ z .

z يمكن أن يتم تمثيله باستخدام النقطة (a, b) أو $(3, 4)$.

الخطوة 2

الرسم البياني z في المستوي المركب.

قم بإنشاء المستوي و قم بتعيين النقطة $(3, 4)$.



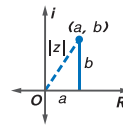
تذكر أنه لعدد حقيقي. تكون القيمة المطلقة هي المسافة التي تفصله عن الصفر على خط الأعداد. بشكل مشابه، تكون **القيمة المطلقة a** لعدد مركب هي المسافة التي تفصله عن نقطة الأصل في المستوي المركب عندما $a + bi$ يتم رسمه بشكل بياني في المستوي المركب. تكون القيمة المطلقة لـ $a + bi$ هي المسافة من (a, b) إلى نقطة الأصل. يمكن إيجاد هذا عن طريق استخدام صيغة المسافة.

$$\sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2} \text{ أو } \sqrt{a^2 + b^2}$$

مفهوم أساسي القيمة المطلقة لعدد مركب

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



مختبر الجبر المستوي المركب تمهيد

تمهين: على الطلاب إكمال التمارين 9-1.

مثال 2 القيمة المطلقة لعدد مركب

أوجد القيمة المطلقة لـ $z = -5 + 12i$.

الخطوة 1

حدد قيم a و b .
الجزء الحقيقي a لـ z هو -5 . يكون الجزء التخيلي bi لـ z $12i$.
بالتالي، $a = -5$ و $b = 12$.

الخطوة 2

أوجد القيمة المطلقة لـ z .

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} && \text{قيم مطلقة لعدد مركب} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 12^2} && b = 12 \text{ و } a = -5 \\ &= \sqrt{169} \text{ or } 13 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

القيمة المطلقة لـ $z = -5 + 12i$ هي 13.

جمع و طرح الأعداد المركبة يمكن أدائه بشكل بياني

مثال 3 التبسيط بالرسم البياني

بسّط $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$ بالرسم البياني.

الخطوة 1

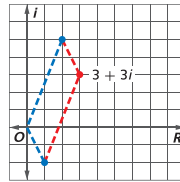
اكتب $(1 - 2i) + (2 + 5i)$ مثل $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$.

الخطوة 2

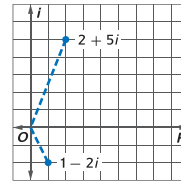
الخط البياني $1 - 2i$ و $2 + 5i$ على نفس المستوى المركب. صل كل نقطة مع المبدأ باستخدام قطعة متقطعة.

الخطوة 3

استكمل متوازي الأضلاع الذي يحتوي على قطعتين كائين من أضلاعه
ارسم نقطة لالتقاء الجانبين الإضافيين. الحل لـ
 $(1 - 2i) - (-2 - 5i)$ هو $3 + 3i$.



الخطوة 3



الخطوة 2

تمارين

ارسم بيانياً كل عدد في المستوى المركب. 3-1 انظر ملحق إجابات القسم 3.

1. $z = 3 + i$

2. $z = -4 - 2i$

3. $z = 2 - 2i$

أوجد القيمة المطلقة لكل عدد مركب.

4. $z = -4 - 3i$ 5

5. $z = 7 - 2i$

6. $z = -6 - i$ 6.08 أو حوالي $\sqrt{37}$ 7.28 أو حوالي $\sqrt{53}$

بسّط بالرسم البياني. 9-7. انظر ملحق إجابات القسم 3.

7. $(6 + 5i) + (-2 - 3i)$

8. $(8 - 2i) - (4 + 7i)$

9. $(5 + 6i) + (-4 + 3i)$

134 | توسع 2-2 | مختبر الجبر: المستوى المركب

3 التقويم

التقويم المستمر

استخدم التمارين 4-6 لتقويم قدرة الطلاب على إيجاد القيمة المطلقة لعدد مركب.

من المادي إلى المعنوي: أسأل:

ما هي القيمة المطلقة للتالي

$z = a + bi$ عندما تكون $b = 0$ ؟

اشرح. $|a|$: نموذج للإجابة: عندما

تكون $b = 0$ ، فإن القيمة المطلقة لـ

z تكون

$$|z| = \sqrt{a^2 + 0^2} \text{ or } \sqrt{a^2}, \sqrt{a^2}$$

يمكن كتابتها كالتالي $|a|$.

هل يمكن للنقطة (x, y) في مستوى

مركب؟ الإحداثي أن تمثل بياناً في

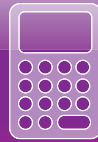
المستوى مستوى مركب؟ اشرح. لا،

نموذج للإجابة: النقطة (x, y) لها

مكونات وهي x و y . النقط التي يمكن

مستوى مركب المستوى العقدي لها

مكونات حقيقية و تخيلية.



مختبر تكنولوجيا الرسم البياني حل المعادلات التربيعية

B2-2

يمكنك استخدام آلة حاسبة رسوم بيانية بتكنولوجيا الأكاديمية لحل المعادلات التربيعية.

ركز

الهدف استخدم آلة حاسبة تحتوي نظام حاسوب جبري لحل المعادلات التربيعية.

المواد اللازمة لكل مجموعة

■ حاسبة التمثيلات البيانية بتقنية CAS

نصيحة التدريس

حاسبة التمثيلات البيانية تفتح على نفس الشاشة التي تم غلقها عليها. على الطلاب الضغط على زر الصفحة الرئيسية للبدء في المختبر.

علم

العمل في مجموعات تعاونية

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من فترتين أو ثلاث أفراد، وبقدرات متنوعة وذلك لإكمال النشاط و التمارين 1-3.

■ X المشار إليها في المفاتيح خطوات تشير إلى الزر X. تأكد أن الطلاب لم يخطئوا الزر بعلامة الضرب والتي لا حاجة إليها في هذه الأمثلة.

■ يتم عرض الحلول في شكل دقيق. للتحويل إلى الشكل العشري: تحت قائمة، اختر عدد، ثم اختر تحويل إلى شكل عشري

تدريب على الطلاب إكمال التمارين 4-9

قيم

تقويم مستمر

قم باستخدام التمرين 1 لتقويم اذا كان الطلاب باستطاعتهم استخدام إختيارات القائمة ثم حل المعادلة التربيعية.

من العملي إلى النظري

حاسبة التمثيلات البيانية ذات تقنية ال CAS يمكن أن تستخدم لحل التمارين 7-9 دون كتابة المعادلة أولاً بالشكل القياسي $(ax^2 + bx + c = 0)$.

النشاط إيجاد الجذور

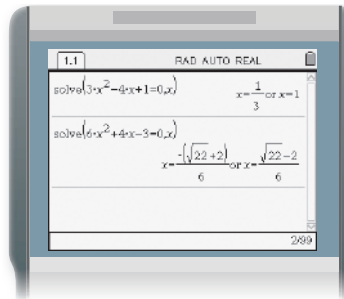
حل كل معادلة.

a. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

الخطوة 1 أضف صفحة جديدة في الحاسبة.

الخطوة 2 حدد الأداة حل (حل) من القائمة علم الجبر (الجبر).

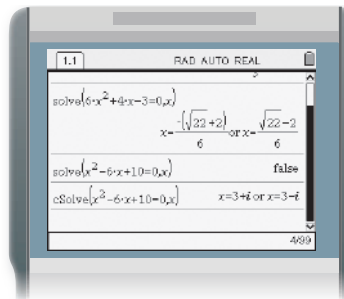
الخطوة 3 اكتب $3x^2 - 4x + 1 = 0$ وبعدها فاصلة. x، ثم إدخال. الحلول هي $x = 1$ و $x = \frac{1}{3}$.



b. $6x^2 + 4x - 3 = 0$

الخطوة 1 حدد الأداة حل (حل) من القائمة علم الجبر (الجبر).

الخطوة 2 اكتب $6x^2 - 4x - 3 = 0$ وبعدها فاصلة. x، ثم إدخال. الحلول هي $x = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{6}$.



c. $x^2 - 6x + 10 = 0$

الخطوة 1 حدد الأداة حل (حل) من القائمة علم الجبر (الجبر).

الخطوة 2 اكتب $x^2 - 6x + 10 = 0$ وبعدها فاصلة. x، ثم إدخال.

ترجع الحاسبة القيمة *false* (خطأ). بمعنى أنه لا توجد حلول حقيقية.

الخطوة 3 ضمن القائمة. حدد علم الجبر (الجبر) ثم مجمع (مركب) ثم حل (حل). أعد إدخال المعادلة. الحلول هي $x = 3 \pm i$.

تمارين

حل كل معادلة.

1. $x^2 - 2x - 24 = 0$ -4, 6

2. $-x^2 + 4x - 1 = 0$ $2 \pm \sqrt{3}$

3. $0 = -3x^2 - 6x + 9$ -3, 1

4. $x^2 - 2x + 5 = 0$ $1 \pm 2i$

5. $0 = 4x^2 - 8$ $\pm \sqrt{2}$

6. $0 = 2x^2 - 4x + 1$ $\frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$

7. $x^2 + 3x + 8 = 5$ $\frac{-3 \pm i\sqrt{3}}{2}$

8. $25 + 4x^2 = -20x$ $-\frac{5}{2}$

9. $x^2 - x = -6$ $\frac{1 \pm i\sqrt{23}}{2}$

135

توسيع المفهوم

اسأل:

■ هل إشارات الأعداد في معادلة تربيعية في النموذج القياسي تقدم أي أدلة حول ما إذا كانت حلولها معقدة؟ إجابة نموذجية إذا كان معامل x^2 و الحد الثابت لهما نفس الإشارة، فقد تكون الحلول معقدة.

اختبار منتصف الوحدة

الدروس 2-2 إلى 3-2

التقييم المستمر

استخدم اختبار منتصف الفصل لتقييم مدى تقدم الطلاب في النصف الأول من الفصل.

فيما يتعلق بالمسائل الخاطئة، على الطلاب مراجعة الدروس المحددة بين الأقواس.

التقييم الإلكتروني: عدّل اختبار منتصف الفصل بما يتسق مع قدرات الطلاب وأعدّ نسخاً متعددة وألحق معها مفاتيح الإجابة.

مطويات تخطيط الدراسة

مطويات دينا زايك®

قبل اتمام الطلاب لاختبار منتصف الفصل، حثهم على الرجوع للمطويات لمراجعة المعلومات الواردة في درس 3-1.

إجابة إضافية

- $x^2 - 9x + 14 = 0$
- $x^2 - 3x = 0$
- $x^2 - 3x - 40 = 0$
- $x^2 + 15x + 56 = 0$
- $x^2 + 9x + 18 = 0$
- $x^2 + x - 12 = 0$
- $2x^2 - 3x + 1 = 0$
24. 26
9. الطول = 9 أقدام، العرض = 7 أقدام

اكتب معادلة تربيعية بالصورة القياسية و الجذر (الجذور) المعطاة. (الدرس 3-2)

- 7, 2
- 0, 3
- 5, 8
- 7, -8
- 6, -3
- 3, -4
- 1, $\frac{1}{2}$

8. نظرية الأعداد أوجد عددين صحيحين متتابعين و زوجيين و موجبين حاصل ضربهما 624. (الدرس 3-2)

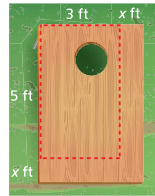
9. الهندسة طول مستطيل أكبر من عرضه بـ 6 قدمين. أوجد أبعاد المستطيل إذا علمت أن مساحته 63 قدمًا مربعًا. (الدرس 3-2)

أوجد حلًا لكل معادلة عن طريق التحليل إلى عوامل. (الدرس 3-2)

- $x^2 - x - 12 = 0$ {-3, 4}
- $3x^2 + 7x + 2 = 0$ $\left\{-2, -\frac{1}{3}\right\}$
- $x^2 - 2x - 15 = 0$ {-3, 5}
- $2x^2 + 5x - 3 = 0$ $\left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$

14. اكتب معادلة تربيعية بالصورة القياسية والجذور $\frac{1}{4}$ و -6. (الدرس 3-2) $0 = 4x^2 + 23x - 6$

15. ألعاب صنع طائر من منصة للعبة رمي أكياس الحبوب. أبعاد المنصة الأصلية 3 و 5 أقدام. ولكنه صنع منصة أكبر من خلال جمع x من الأقدام لكل جانب. مساحة المنصة الجديدة 35 قدمًا مربعًا. (الدرس 3-2)



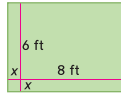
a. اكتب معادلة تربيعية تمثل مساحة هذه المنصة. $x^2 + 8x + 15 = 35$

b. أوجد أبعاد المنصة التي صنعها طارق. 5 ft في 7 ft

16. المثلثات أوجد أبعاد المثلث إذا علمت أن القاعدة هي $\frac{2}{3}$ مفاص الارتفاع و المساحة

12 سم مربع. (الدرس 3-2) القاعدة = 4 cm، الارتفاع = 6 cm

17. الفناء يريد علي وضع لوح إسمنتي في الفناء الخلفي. أبعاد اللوح الأصلي 8 قدم في 6 قدم. ولكنه قرر صنع لوح أكبر من خلال جمع x قدم لكل جانب. مساحة اللوح الجديد 120 قدمًا مربعًا. (الدرس 3-2)



a. اكتب معادلة تربيعية تمثل مساحة اللوح الجديد. $120 = x^2 + 14x + 48$

b. أوجد الأبعاد الجديدة للوح. 12 قدم في 10 قدم

حول لأبسط صورة. (الدرس 3-3) $19. 11 + 9i$

- $\sqrt{-81} \cdot 9i$
- $\sqrt{-25x^4y^5} \cdot 5x^2y^2i\sqrt{y}$
- $(15 - 3i) - (4 - 12i)$
- $i^{37} \cdot i$
- $(5 - 3i)(5 + 3i)$
- $34 \cdot \frac{3-i}{2+5i} - \frac{1}{29} - \frac{17i}{29}$

24. المقاومة في جزء من دائرة توالي هي $4j + 3$ أوم والمقاومة في جزء آخر من الدائرة هي $7j - 6$ أوم. اجمع هذه الأعداد المركبة لإيجاد إجمالي المقاومة في الدائرة. (الدرس 3-3) $9 - 3j \text{ ohms}$

حول لأبسط صورة. (الدرس 3-3)

- $(3 - 4i) - (9 - 5i) - 6 + i$
- $\frac{4i}{4-i} - \frac{4}{17} + \frac{16}{17}i$

1 التركيز

تقويم رأسي

قبل البدء في درس 3-3 جَلّ المعادلات عن طريق إكمال المربع.

درس 3-3 جَلّ المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية. استخدم المميز لتحديد عدد ونوع الجذور في المعادلة التربيعية.

بعد الانتهاء من درس 3-3 جَلّ المتباينات التربيعية باستخدام التمثيل البياني والطرق الجبرية.

2 درس

الأسئلة المتدرجة

على الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الخاص بالدرس.

أسأل:

- عند ارتفاع قيمة t في هذه المعادلة، ماذا يحدث لقيمة h ؟ ترفع القيمة ثم تنخفض.
- ما هو شكل التمثيل البياني لهذه المعادلة؟ قطع مكافئ
- في أي اتجاه يفتح القطع المكافئ؟ نحو الأسفل.

الصيغة التربيعية والمميز

لماذا؟

الآن

بعد أن



● قمت بحل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية.

● قمت بحل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية.

● قمت بحل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة التربيعية.

1 **الصيغة التربيعية** قيمت لإيجاد حلول بعض المعادلات التربيعية باستخدام الرسم البياني والتحليل إلى العوامل و خاصية الجذر التربيعي. هناك أيضًا صيغة يمكن استخدامها لحل أي معادلة تربيعية. يمكن اشتقاق هذه الصيغة من خلال حل الصورة القياسية للمعادلة التربيعية.

مفردات جديدة
الصيغة التربيعية
(Quadratic Formula)
المميز (discriminant)

المهارسات الرياضية
ابحث عن الأنماط في الاستنتاجات المتكررة و عبّر عنه.

حالة محددة	حالة عامة
$2x^2 + 8x + 1 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$ معادلة تربيعية قياسية
$x^2 + 4x + \frac{1}{2} = 0$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ اقسم كل طرف على a .
$x^2 + 4x = -\frac{1}{2}$	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ اطرح $\frac{c}{a}$ من كل طرف.
$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ أكمل المربع.
$(x + 2)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ حل الطرف الأيسر إلى عوامل.
$(x + 2)^2 = \frac{7}{2}$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ حول الطرف الأيمن لأبسط صورة.
$x + 2 = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}$	$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ خاصية الجذر التربيعي
$x = -2 \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$	$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ اطرح $\frac{b}{2a}$ من كل طرف.
$x = \frac{-4 \pm \sqrt{14}}{2}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ حول لأبسط صورة.
المعادلة $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ تُسمى الصيغة التربيعية أو القانون العام لحل المعادلة التربيعية .	

المفهوم الرئيسي الصيغة التربيعية

الشرح تم تقديم حلول المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث $a \neq 0$ ، بالصيغة التالية.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

مثال

نصيحة دراسية

الصيغة التربيعية بالرغم من أن التحليل إلى العوامل قد يكون طريقة أسهل لحل بعض المعادلات، لكن يمكن استخدام الصيغة التربيعية لحل أي معادلة تربيعية.

1 الصيغة التربيعية

مثال 1 يوضح كيفية حل

معادلة تربيعية باستخدام الصيغة التربيعية. مثال 2 يوضح كيفية حل معادلة تربيعية عند تبسيط مجذور الصيغة التربيعية إلى صفر. مثال 3 يوضح كيفية التعبير عن الجذور الصماء (غير النسبية) في معادلة تربيعية باستخدام صيغة جذرية. مثال 4 يوضح كيفية حل معادلة تربيعية لحلول مركبة عند تبسيط المجذور في الصيغة التربيعية لقيمة سالبة.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد الحل $x^2 - 8x = 33$ باستخدام الصيغة التربيعية. $\{-3, 11\}$

التركيز على محتوى الرياضيات

الصيغة التربيعية أي معادلة تربيعية مكتوبة بهذه الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث $a \neq 0$ ، يمكن حلها باستخدام الصيغة التربيعية. عوض بقيم a, b, c في الصيغة التربيعية لإيجاد قيمة (قيم) x . الصيغة التربيعية هي

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ حيث } a \neq 0.$$

مراجعة المفردات

المجذور الغيبة أسفل علامة الجذر

المتمايز التعليم

إذا عوّض الطلاب بالقيم في الصيغة التربيعية بشكل خاطئ،

إذا شجع الطلاب على كتابة قيمة كل من a, b, c من خلال الشكل القياسي للمعادلة التربيعية قبل البدء في التعويض في الصيغة.

مثال 2 جذر منطقي واحد

حل $x^2 + 8x + 16 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية.

حدد a و b و c . إذن، استبدل هذه القيم في الصيغة التربيعية.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4(1)(16)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$= \frac{-8}{2} \text{ or } -4$$

الصيغة التربيعية

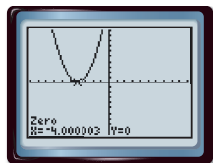
استبدل a بـ 1، b بـ 8، و c بـ 16

حول لأبسط صورة.

$$\sqrt{0} = 0$$

الحل هو -4.

التحقق يوضح الرسم البياني للدالة المتصلة أن هناك حل واحد عند $x = -4$.



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

حل كل معادلة باستخدام الصيغة التربيعية.

2A. $x^2 - 16x + 64 = 0$ **8**

2B. $x^2 + 34x + 289 = 0$ **-17**

يمكنك التعبير عن الجذور غير المنطقية بدقة عبر كتابتها بالصورة الجذرية.

مثال 3 جذور غير منطقية

حل $2x^2 + 6x - 7 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(2)(-7)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{92}}{4}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{23}}{4} \text{ أو } \frac{-3 \pm \sqrt{23}}{2}$$

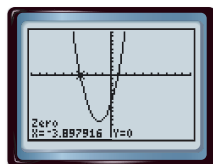
الصيغة التربيعية

استبدل a بـ 2، b بـ 6، و c بـ -7.

حول لأبسط صورة.

$$\sqrt{92} = \sqrt{4 \cdot 23} \text{ أو } 2\sqrt{23}$$

الحلان التقديران هما -3.9 و 0.9.



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

التحقق تحقق من هذه النتائج بالتمثيل البياني للدالة التربيعية المتصلة $y = 2x^2 + 6x - 7$. باستخدام وظيفة الصفر في حاسبة الرسوم البيانية، الصفوان التقريبيان للدالة المتصلة هما -3.9 و 0.9.

تمرين موجه

حل كل معادلة باستخدام الصيغة التربيعية.

3A. $3x^2 + 5x + 1 = 0$ **$\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$**

3B. $x^2 - 8x + 9 = 0$ **$4 \pm \sqrt{7}$**

انتبه!

مفاهيم خاطئة شائعة: قد يُعَلَّق بعض الطلاب أن المعادلات بالأمثلة 1 و 2 يمكن حلها عن طريق التحليل. قبل البدء في مثال 3، أكد على الطلاب أنه لا يمكن حل الكثير من المعادلات التربيعية باستخدام التحليل بسهولة. اذكر أن المعادلة التربيعية الموضحة في مثال 3 هي مثال لذلك. وأكد أن الصيغة التربيعية تقدم طريقة لإيجاد الجذور لأي معادلة تربيعية.

أمثلة إضافية

2 أوجد الحل $x^2 - 34x + 289 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية. **{17}**

3 أوجد الحل $x^2 - 6x + 2 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية. **$\{3 \pm \sqrt{7}\}$ أو تقريباً 0.4 و 5.6**

عند استخدام الصيغة التربيعية، إذا كانت قيمة المجدور سالبة، فالحلول مركبة. تظهر الحلول المركبة دائماً في أزواج مقترنة.

نصيحة دراسية
الأعداد المركبة تذكر كتابة الحلول بالصورة $a + bi$. تسمى أحياناً الصورة القياسية للعدد المركب.

مثال 4 الجذور المركبة

حل $x^2 - 6x = -10$ باستخدام الصيغة التربيعية.

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \\ &= \frac{6 \pm 2i}{2} \\ &= 3 \pm i \end{aligned}$$

الصيغة التربيعية

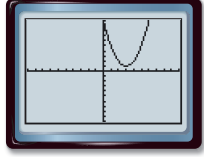
استبدل a بـ 1 و b بـ -6 و c بـ 10.

حول لأبسط صورة.

$$2i \sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-4)}$$

حول لأبسط صورة.

الحلان هما العددان المركبان $3 + i$ و $3 - i$.



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

التحقق يوضح الرسم البياني للدالة المتصلة أن الحلول مركبة ولكن لا يساعدك في إيجادها. للتحقق من الحلول المركبة، عوض عنها في المعادلة الأصلية.

$$\begin{aligned} x^2 - 6x &= -10 \\ (3 + i)^2 - 6(3 + i) &\stackrel{?}{=} -10 \\ 9 + 6i + i^2 - 18 - 6i &\stackrel{?}{=} -10 \\ -9 + i^2 &\stackrel{?}{=} -10 \\ -9 - 1 &= -10 \quad \checkmark \end{aligned}$$

المعادلة الأصلية

$$x = 3 + i$$

مربع المجموع: خاصية التوزيع

حول لأبسط صورة.

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x &= -10 \\ (3 - i)^2 - 6(3 - i) &\stackrel{?}{=} -10 \\ 9 - 6i + i^2 - 18 + 6i &\stackrel{?}{=} -10 \\ -9 + i^2 &\stackrel{?}{=} -10 \\ -9 - 1 &= -10 \quad \checkmark \end{aligned}$$

المعادلة الأصلية

$$x = 3 - i$$

مربع المجموع: خاصية التوزيع

حول لأبسط صورة.

$$i^2 = -1$$

تمرين موجه

حل كل معادلة باستخدام الصيغة التربيعية.

$$4A. 3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \frac{-5 \pm i\sqrt{23}}{6}$$

$$4B. x^2 - 4x = -13 \quad 2 \pm 3i$$

2 الجذور والمميز في الأمثلة السابقة، لاحظ العلاقة بين قيمة التعبير أسفل الجذر و جذور المعادلة التربيعية. التعبير $b^2 - 4ac$ يُسمى **المميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{المميز} \leftarrow$$

يمكن استخدام قيمة المميز لتحديد عدد و نوع جذور المعادلة التربيعية. يلخص الجدول بالصفحة التالية الأنواع الممكنة من الجذور.

يمكن أيضاً استخدام المميز لتأكيد عدد و نوع الحلول بعد حل المعادلة التربيعية.

مثال إضافي

4 أوجد الحل $x^2 + 13 = 6x$ باستخدام الصيغة التربيعية.
 $\{2i \pm 3\}$

انتبه!

تجنب الأخطاء: ذكّر الطلاب أن الأزواج المرافقة هي العددان المركبان للصيغة $a + bi$ و $a - bi$.

2 الجذور والمميز

مثال 5 يوضح كيفية إيجاد قيمة a للمعادلة تربيعية واستخدامه لوصف عدد الجذور في المعادلة ونوعها

التركيز على المحتوى الرياضي

الجذور يمكن استخدام قيمة المميز لتحديد عدد ونوع الجذور في المعادلة التربيعية. تأمل معادلة تربيعية لها معاملات نسبية. إن كان المميز مربعاً كاملاً غير صفري، يوجد جذرين نسبيين. إن كان يساوي صفراً، يوجد جذر نسبي واحد. إن كان موجباً ولكنه ليس مربعاً كاملاً، يوجد جذرين غير نسبيين. إن كان عدد سالباً يوجد جذرين مركبين.

مثال إضافي

5 أوجد قيمة المميز لكل معادلة تربيعية. ثم صف عدد جذور المعادلة ونوعها.

a. $x^2 + 3x + 5 = 0$

11. جذران مركبان-

b. $x^2 - 11x + 10 = 0$

81. جذران نسبان

التدريس باستخدام التكنولوجيا

نظام تجاوب الطلاب: اعط الطلاب معادلة تربيعية، واطلب منهم أن يستخدموا المميز لتحديد عدد الجذور الحقيقية للمعادلة. اطلب منهم الإجابة في حالة A لجذرين مركبين، B لجذر واحد حقيقي، و C لجذرين حقيقيين.

المفهوم الرئيسي المميز

ادرس $0 = c + xb + x^2a$ حيث a و b و c أعداد منطقية و $a \neq 0$.

قيمة المميز	نوع و عدد الجذور	مثال للرسم البياني للدالة المتصلة
$b^2 - 4ac > 0$; $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	من الجذور المنطقية 2 الحقيقية	
$b^2 - 4ac > 0$; $b^2 - 4ac$ ليس مربعًا كاملاً.	من الجذور غير المنطقية 2 الحقيقية	
$b^2 - 4ac = 0$	من الجذور المنطقية 1 الحقيقية	
$b^2 - 4ac < 0$	من الجذور المركبة 2	

نصيحة دراسية

الجذور: تذكر أن حلول المعادلة تُسمى الجذور أو الأصفار وهي القيم التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور الأفقي x .

مثال 5 صف الجذور

أوجد قيمة المميز لكل معادلة تربيعية. ثم صف عدد و نوع جذور المعادلة.

a. $7x^2 - 11x + 5 = 0$

$a = 7, b = -11, c = 5$

$b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4(7)(5)$

$= 121 - 140$

$= -19$

المميز سالب، و لذلك جذر منطقي واحد.

b. $x^2 + 22x + 121 = 0$

$a = 1, b = 22, c = 121$

$b^2 - 4ac = (22)^2 - 4(1)(121)$

$= 484 - 484$

$= 0$

فهو 0، و لذلك هناك جذران مركبان.

تمرين موجه

5A. $-5x^2 + 8x - 1 = 0$

5B. $-7x + 15x^2 - 4 = 0$

2: 44 من الجذور غير المنطقية

2: 289 من الجذور المنطقية

المتمايز التعليم

التوسع: اكتب $x^3 - 8 = 0$ على السبورة. وضح أن هذه المعادلة معادلة تكعيبية. على الطلاب استخدام ما تعلموه من هذا الدرس لحل هذه المعادلة لـ x .

وضح أن المعادلة التربيعية (الدرجة الثانية) لها حلان على الأكثر، بينما المعادلة التكعيبية (الدرجة الثالثة) لها 3 حلول على الأكثر.

$$\begin{aligned} x^3 - 8 &= 0 \\ (x - 2)(x^2 + 2x + 4) &= 0 \\ x - 2 &= 0 \text{ or } (x^2 + 2x + 4) = 0 \\ x &= 2 \text{ or } x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} \\ x &= -1 \pm i\sqrt{3} \end{aligned}$$

$-1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$ ، يوجد حلين

3 التدريب

تقويم مستمر

استخدم التمارين 13-1 لتأكد من استيعاب الطلاب.

استخدم الجدول أسفل الصفحة التالية لضبط الواجبات بما يتسق مع قدرات الطلاب.

تدريس التمارين الرياضية

النمذجة يتمكن الطلاب المتميزون في الرياضيات من تطبيق ما تعلموه في الرياضيات عند حل المسائل التي تقابلهم في الحياة اليومية، كما يحلون العلاقات بأسلوب رياضي للوصول إلى الاستنتاجات، وكذلك يفسرون نتائج الرياضيات في سياق الموقف.

نصائح للمعلمين الجدد

الفهم المنطقي: في حين أن الجدول بهذه الصفحة يقدم اقتراحات حول الوقت المناسب لاستخدام كل طريقة لحل المعادلة التربيعية، قد لا يتمكن جميع الطلاب من تحليل كل المعادلات وتحديد الطريقة المثلى التي لا تضيق الوقت.

نصيحة دراسية

دفع الدراسة ربما عليك نسخ قائمة الطرق هذه في دفتر الرياضيات أو المطوية للاحتفاظ بها كمرجع للدراسة.

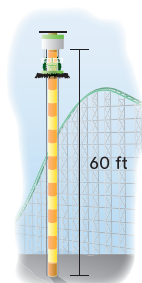
ملخص المفاهيم حل المعادلات التربيعية

الطريقة	يمكن استخدامها	متى تُستخدم
الرسم البياني	أحياناً	تُستخدم فقط إذا لم تكن الإجابة الدقيقة مطلوبة. أفضل استخدام لها هو التحقق من صحة الحلول التي تم إيجادها جبرياً.
التحليل إلى عوامل	أحياناً	تُستخدم إذا كان الجذر الثابت 0 أو إذا كانت العوامل سهلة التحديد. مثال $x^2 - 7x = 0$
خاصية الجذر التربيعي	أحياناً	تُستخدم للمعادلات التي يساوي فيها المربع الكامل ثابتاً. مثال $(x - 5)^2 = 18$
إكمال المربع	دائماً	مفيدة للمعادلات ذات الصورة $x^2 + bx + c = 0$. حيث b زوجي. مثال $x^2 + 6x - 14 = 0$
الصيغة التربيعية	دائماً	مفيدة عندما تفشل الطرق الأخرى أو تكون ممتدة للغاية. مثال $x^2 - 1.8x + 9.7 = 0$

تحقق من فهمك

الأمثلة 4-1 حل كل معادلة باستخدام الصيغة التربيعية.

- $x^2 + 12x - 9 = 0$ $-6 \pm 3\sqrt{5}$
- $x^2 + 8x + 5 = 0$ $-4 \pm \sqrt{11}$
- $4x^2 - 5x - 2 = 0$ $\frac{5 \pm \sqrt{57}}{8}$
- $9x^2 + 6x - 4 = 0$ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{3}$
- $10x^2 - 3 = 13x$ $(1.5, -0.2)$
- $22x = 12x^2 + 6$ $(1.5, \frac{1}{3})$
- $-3x^2 + 4x = -8$ $\frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{3}$
- $x^2 + 3 = -6x + 8$ $-3 \pm \sqrt{14}$



0.78 ثانية

10a. 40

10b. 2 من الجذور

غير المنطقية

11a. -36

11b. 2 من الجذور

المركبة

10. $3x^2 + 8x + 2 = 0$

12a. 0

12. $-16x^2 + 8x - 1 = 0$

12b. 1 من الجذور

المنطقية

9. **التصميم** في متنزه ترفيهي تأخذ إحدى المركبات الركاب إلى قمة برج ثم تهبط بهم بسرعة 80 قدماً في الثانية. الدالة التي تمثل هذه المركبة هي $h = -16t^2 - 64t + 60$ ، حيث يمثل h الارتفاع بالقدم و t الزمن بالثانية. كم ثانية تقريباً تستغرق المركبة للهبوط من 60 إلى 0 قدم؟

الأمثلة 4-3

أكمل الجزئين a و b لكل معادلة تربيعية.

مثال 5

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد و نوع الجذور.

11. $2x^2 - 6x + 9 = 0$

13a. -76

13. $5x^2 + 2x + 4 = 0$

13b. 2 من الجذور

المركبة

$$14. x^2 + 45x = -200 \quad -5, -40 \quad 15. 4x^2 - 6 = -12x \quad \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2} \quad 16. 3x^2 - 4x - 8 = -6 \quad \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3} \quad 17. 4x^2 - 9 = -7x - 4 \quad \frac{-7 \pm \sqrt{129}}{8} \quad 18. 5x^2 - 9 = 11x \quad \frac{11 \pm \sqrt{301}}{10} \quad 19. 12x^2 + 9x - 2 = -17 \quad \frac{-3 \pm i\sqrt{71}}{8}$$

20. **الغطس** يقفز المتنافسون في مسابقة الغطس من المنصة لأعلى و لأسفل قبل الغطس في حوض السباحة بالأسفل. يمكن تقريب ارتفاع الغطاس فوق حوض السباحة بالمتر h بعد t من الثوان بواسطة المعادلة $h = -4.9t^2 + 3t + 10$.

$$D = \{t \mid 0 \leq t \leq 2\}, \\ R = \{h \mid 0 \leq h \leq 10\}$$

a. حدد المجال و المدى المناسبين لهذه الدالة.
b. متى سيلامس الغطاس الماء؟ بعد 1.77 ثانية

مثال 5 أكمل الأجزاء a-c لكل معادلة تربيعية.

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد و نوع الجذور.

c. أوجد الحلول الدقيقة باستخدام الصيغة التربيعية. 21-32. انظر الهامش.

$$21. 2x^2 + 3x - 3 = 0 \quad 22. 4x^2 - 6x + 2 = 0 \quad 23. 6x^2 + 5x - 1 = 0 \\ 24. 6x^2 - x - 5 = 0 \quad 25. 3x^2 - 3x + 8 = 0 \quad 26. 2x^2 + 4x + 7 = 0 \\ 27. -5x^2 + 4x + 1 = 0 \quad 28. x^2 - 6x = -9 \quad 29. -3x^2 - 7x + 2 = 6 \\ 30. -8x^2 + 5 = -4x \quad 31. x^2 + 2x - 4 = -9 \quad 32. -6x^2 + 5 = -4x + 8$$

33. **ألعاب الفيديو** بينما محمود معاقب بالحرمان من المنزل، يأتي إليه صديقه خالد بإحدى ألعاب الفيديو. يقف محمود في نافذة غرفة نومه، و يقف خالد أسفل النافذة مباشرة. إذا ألقى خالد بحاوية أفراس اللعبة إلى محمود بسرعة ابتدائية 35 قدمًا في الثانية، فإن معادلة ارتفاع الحاوية h بالقدم بعد t ثانية هي $h = -16t^2 + 35t + 5$.

a. إذا كانت النافذة فوق الأرض بمقدار 25 قدمًا، فهل ستكون لدى محمود 0 أم 1 أم 2 من الفرص لالتقاط حاوية لعبة الفيديو؟
b. إذا لم يتمكن محمود من التقاط حاوية لعبة الفيديو، فمتى ستسقط على الأرض؟ بعد 2.3 seconds



34. **الفهم** يصمم المهندسون المدنيون أحد أجزاء طريق سينخفض عن مستوى سطح البحر. يمكن تمثيل منحنى الطريق بالمعادلة $y = 0.00005x^2 - 0.06x$ ، حيث x يمثل المسافة الأفقية بالقدم بين النقاط في مستوى سطح البحر على الطريق ويمثل y الارتفاع. يريد المهندسون وضع إشارات توقف عند المواقع التي يتساوى عندها ارتفاع الطريق مع مستوى سطح البحر. عند أي المسافات الأفقية سوف يتم وضع إشارات التوقف؟ 1200 ft و 0 ft

$$35a. 64 \quad 35b. 2 \text{ منطقي} \quad 35c. 0, -\frac{8}{5} \quad 36a. 36 \quad 36b. 2 \text{ منطقي} \quad 36c. \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$$

أكمل الأجزاء a-c لكل معادلة تربيعية.

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد و نوع الجذور.

c. أوجد الحلول الدقيقة باستخدام الصيغة التربيعية.

$$35. 5x^2 + 8x = 0 \quad 36. 8x^2 = -2x + 1 \quad 37. 4x - 3 = -12x^2 \\ 38. 0.8x^2 + 2.6x = -3.2 \quad 39. 0.6x^2 + 1.4x = 4.8 \quad 40. -4x^2 + 12 = -6x - 8$$

143

تدريس الممارسات الرياضية

الفهم المنطقي يبدأ الطلاب المتميزون بالرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن المداخل الممكنة التي تؤدي لحلها. يقومون بتحليل المعطيات، والعوائق والعلاقات والأهداف. كما يتأكدون من إجاباتهم للمسائل باستخدام طريقة مختلفة للحل، ودائمًا ما يسألون أنفسهم "هل هذه النتيجة منطقية؟"

إجابات إضافية

21a. 33

b21. 2 غير نسبية

$$21c. \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

22a. 4

b22. 2 نسبية

$$22c. \frac{1}{2}, 1$$

23a. 49

b23. 2 نسبية

$$23c. \frac{1}{6}, -1$$

24a. 121

b24. 2 نسبية

$$24c. 1, -\frac{5}{6}$$

25a. -87

b25. 2 مركب

$$25c. \frac{3 \pm i\sqrt{87}}{6}$$

26a. -40

b26. 2 مركب

$$26c. \frac{-2 \pm i\sqrt{10}}{2}$$

27a. 36

b27. 2 نسبية

$$27c. 1, -\frac{1}{5}$$

28a. 0

b28. 1 نسبية

28c. 3

29a. 1

b29. 2 نسبية

$$29c. -1, -\frac{4}{3}$$

30a. 176

b30. 2 غير نسبية

$$30c. \frac{1 \pm \sqrt{11}}{4}$$

خيارات الفروض المنزلية المتمايزة

المستوى	الفروض	خيار اليومين	
أساسي ق.م	14-32. 43. 45. 46. 48-60	15-31, 49-52	14-32 زوجي. 43. 45. 46. 48. 53-60
جوهري ض.م	15-33, 34. 35-39, 41-43. 45. 46. 48-60	14-32. 49-52	33-43. 45. 46. 48. 53-60
متقدم أ.م	33-60		

إجابات إضافية

- 31a. -16
31b. مركب
31c. $-1 \pm 2i$
32a. -56
32b. مركب
32c. $\frac{2 \pm i\sqrt{14}}{6}$

الوفيات لكل 100,000	العام
91.8	2000
89.7	2002
85.5	2004
60.3	2010
؟	2015
؟	2017

- 41c. 2018: عينة الإجابة: لا، لن يصل معدل الوفيات إلى 0 مطلقاً ما لم يتم اكتشاف علاج. لا يمكن التنبؤ بإمكانية و موعد اكتشاف علاج.
41. التدخين أدى انحصار التدخين في الولايات المتحدة إلى انخفاض معدلات الوفيات بسبب سرطان الرئة. يمكن تقريب عدد الوفيات لكل 100,000 شخص y بواسطة $y = -0.26x^2 - 0.55x + 91.81$ ، حيث يمثل x عدد الأعوام بعد 2000.
- a. احسب عدد الوفيات لكل 100,000 شخص للعامين 2015 و 2017. 7.3، 25.1
- b. استخدم الصيغة التربيعية لحل x عند $y = 50$. 11.7
- c. وفقاً للدالة التربيعية، متى سيكون معدل الوفيات 0 لكل 100,000؟ هل تعتقد أن هذا التنبؤ معقولاً؟ لم أو لم لا؟

42. نظرية الأعداد المجموع S للأعداد الصحيحة المتوالية 1، 2، 3، ...، n تقدمه لصيغة $S = \frac{1}{2}n(n+1)$. كم عدد الأعداد الصحيحة المتوالية التي يجب جمعها بدءاً من 1 للوصول إلى المجموع 666؟ 36

مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

عبد العزيز: يجب أولاً كتابة المعادلة بالصورة $ax^2 + bx + c = 0$ لتحديد قيم a و b و c . وهكذا، قيمة c هي -7، و ليست 7.

43. النقد يعمل عبد الله و عبد العزيز على تحديد عدد حلول $3x^2 - 5x = 7$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استدلالك.

عبد العزيز	عبد الله
$3x^2 - 5x = 7$ $3x^2 - 5x - 7 = 0$ $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(-7)$ $= 109$ لأن المميز موجب، فهناك حلان حقيقيان.	$3x^2 - 5x = 7$ $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(7)$ $= -59$ لأن المميز سالب، فلا توجد حلول حقيقية.

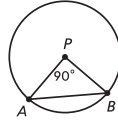
- 45a. عينة إجابة: دائماً، عندما تكون a و c بعلامتين معكوستين، فإن ac ستكون سالبة دائماً و $-4ac$ ستكون موجبة دائماً. حيث b^2 ستكون موجبة دائماً، فإن $b^2 - 4ac$ تمثل مجموع قيمتين موجبتين و لن تكون سالبة مطلقاً. ومن ثم، فلن يكون المميز سالباً ولن تكون الحلول تخيلية مطلقاً.

44. التحدي أوجد حلول $4ix^2 - 4ix + 5i = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية. $\frac{1 \pm 2i}{2}$
45. الاستدلال حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أحياناً أو دائماً أو مطلقاً. اشرح استدلالك.
- a. في معادلة تربيعية بالصورة القياسية، إذا كانت a و c علامتين مختلفتين، فإن الحلول حقيقية.
- b. إذا كان المميز في معادلة تربيعية أكبر من 1، فإن الجذرين عدداً حقيقيين.
46. نهاية مفتوحة ارسم التمثيل البياني المناظر و اذكر عدد و نوع الجذور لكل مما يلي. a-e. انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.
- a. $b^2 - 4ac = 0$
- b. المعادلة التربيعية التي يكون فيها $f(x)$ لا تساوي الصفر مطلقاً.
- c. المعادلة التربيعية التي يكون فيها $f(a) = 0$ و $f(b) = 0$ و $a \neq b$.
- d. المميز أقل من الصفر.
- e. a و b هما حلان و يمكن تمثيلهما في صورة كسر.
47. التحدي أوجد قيمة (قيم) m في المعادلة التربيعية $x^2 + x + m + 1 = 0$ بحيث يكون لها حل واحد. -0.75
48. كتابة الرياضيات صف ثلاث طرق مختلفة لحل $x^2 - 2x - 15 = 0$. أي الطرق تفضل، و لماذا؟ انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.

4 التقويم

أخبار الأمس أسأل الطلاب أن يكتبوا كيف ساعدهم درس سابق عن تبسيط تعابير الجذرية في فهم درس اليوم.

51. إجابة قصيرة في الشكل أدناه، P هي مركز دائرة بنصف قطر 15 بوصة. كم مساحة $\triangle APB$ ؟ 112.5 in^2



52. 75% من 88 تساوي 60% من أي عدد؟
A 100 B 101 C 108 D 110

تمرين على اختبار قياسي

49. قررت إحدى الشركات أن أرباحها الشهرية P ممثلة بواسطة $P = -8x^2 + 165x - 100$. حيث يمثل x سعر البيع لكل وحدة من المنتج. أي مما يلي هو التقدير الأمثل للسعر الأقصى للوحدة الذي يمكن للشركة تحصيله دون خسارة المال؟ B

A 10 AED B 20 AED C 30 AED D 40 AED

50. SAT/ACT لأي مما يلي من مجموعات الأعداد يكون الوسط الحسابي أكبر من المتوسط؟ H

F {4, 5, 6, 7, 8} J {3, 5, 6, 7, 8}
G {4, 6, 6, 6, 8} K {2, 6, 6, 6, 6}
H {4, 5, 6, 7, 9}

مراجعة شاملة

حول لأبسط صورة. (الدرس 3-3)

53. $i^{26} - 1$

54. $\sqrt{-16} \cdot 4i$

55. $4\sqrt{-9} \cdot 2\sqrt{-25} - 120$

56. السلامة على الطريق السريع يستطيع المهندسون استخدام الصيغة $d = 0.05v^2 + 1.1v$ لتقدير الحد الأدنى لمسافة التوقف d بالقدم لسيارة تتحرك بالسرعة v ميل في الساعة. إذا تمكنت السيارة من التوقف بعد 125 قدمًا، فكم كانت أقصى سرعة ممكنة لحركتها عند ضغط السائق على المكابح؟ (الدرس 4-2) 40.2 mph ميل في الساعة

57. الجسور الكابلات الداعمة لجسر جولدن جيت يقترب شكلها من قطع مكافئ. يمكن تمثيل القطع المكافئ بالدالة التربيعية $y = 0.00012x^2 + 6$. حيث يمثل x المسافة من محور التماثل و y ارتفاع الكابلات. المعادلة التربيعية المتصلة هي $0.00012x^2 + 6 = 0$. (الدرس 4-2)

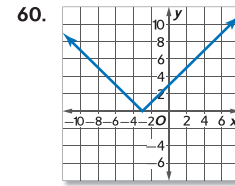
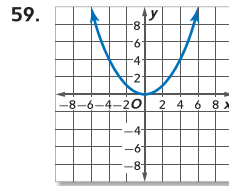
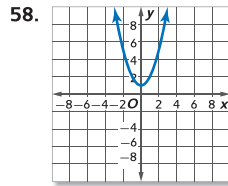
a. احسب قيمة المميز، -0.00288 .

b. يخبرك المميز عن الكابلات الداعمة لجسر جولدن جيت؟

عينة إجابة: يعني هذا أن الكابلات لا تلمس أرضية الجسر حيث لا يتقاطع الرسم البياني مع المحور الأفقي x وأن الجذور تخيلية.

مراجعة المهارات

اكتب معادلة لكل رسم بياني. 58. $y = x^2 + 1$ 59. $y = 0.25x^2$



المتابعة

بعدما استكشف الطلاب طرق حل المعادلات التربيعية.

اسأل:

- كيف تحدد الطريقة التي تستخدمها لحل معادلة تربيعية؟ نموذج للإجابة: إن كانت المعادلة تحتوي على حدود جبرية معروفة أنها سهلة التحليل، يمكن حلها باستخدام التحليل إلى عوامل. إن كانت المعادلة تحتوي على حدود جبرية أكثر تعقيدًا يمكن حلها باستخدام الصيغة التربيعية، أو إكمال المربع، أو التمثيل البياني. كما يمكن أن تستخدم طريقة معينة للحل، وطريقة ثانية للتأكد من إجابتك.

مختبر تكنولوجيا الرسوم البيانية مجموعات القطع المكافئ

4-2

1 ركز

الهدف: استخدم حاسبة التمثيلات البيانية لدراسة التغيرات في أشكال القطع المكافئ

الأدوات اللازمة لكل مجموعة

■ حاسبة التمثيلات البيانية

نصيحة التدريس

يمكن للطلاب استخدام الحاسبة للتأكد من موضع رأس القطع المكافئ. لعمل ذلك بشكل جيد يمكن تغيير إعدادات النافذة الخاصة إلى x بمحور -9.4 9.4 . استخدم خاصية بمحور x إلى خواص التماثل للقطع المكافئ للتأكد من أن التمثيل البياني متناظر في علاقته بالخط العمودي المار بالنقطة التي تمثل الرأس.

2 درس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية بقدرات مختلفة. ثم اطلب من كل ثنائي أن يعمل على الأنشطة 1-4 والتمارين 1-3.

■ اسأل الطلاب أن يصفوا الثوابت الثلاثة (k, a, h) في الشكل العام للدالة التربيعية $y = a(x - h)^2 + k$. نموذج للإجابة: a : معامل الكمية التربيعية التي تتضمن المتغير x ; h : القيمة المطروحة من x الكم الذي تم تربيعه ثم ضربه في k ; a : القيمة المضافة في النهاية.

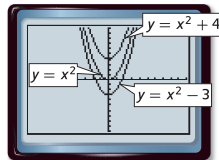
■ قبل مناقشة الأمثلة، على الطلاب كتابة الفرضيات عن تأثير قيمة كل من الثوابت h, a, k على التمثيل البياني بالقطع المكافئ.

النشاط 1 التغيير في k

أنشئ رسماً بيانياً لكل مجموعة من الدالات على الشاشة ذاتها في نافذة العرض القياسية. صف أوجه الشبه والاختلاف بين الرسوم البيانية.

$$y = x^2, y = x^2 + 4, y = x^2 - 3$$

الرسوم البيانية لها نفس الشكل وجميعها مفتوحة للأعلى. ويكون رأس كل رسم بياني على المحور الرأسى y . ومع ذلك، فإن الرسوم البيانية لها أوضاع رأسية مختلفة.



$t = -10, 101 \text{ scl: } 1 \text{ by } t = -10, 101 \text{ scl: } 1$

يوضح النشاط 1 كيف يؤدي تغيير قيمة k في الدالة $y = a(x - h)^2 + k$ إلى إزاحة القطع المكافئ على طول المحور الرأسى y . إذا كانت $k > 0$ ، فنتم إزاحة القطع المكافئ k من الوحدات لأعلى، وإذا كانت $k < 0$ ، فنتم إزاحته $|k|$ من الوحدات لأسفل.

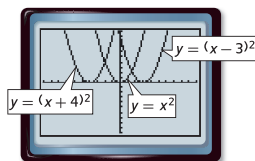
كيف برأيك سيؤثر تغيير قيمة h على الرسم البياني لما يلي $y = a(x - h)^2 + k$ ؟

النشاط 2 التغيير في h

أنشئ رسماً بيانياً لكل مجموعة من الدالات على الشاشة ذاتها في نافذة العرض القياسية. صف أوجه الشبه والاختلاف بين الرسوم البيانية.

$$y = x^2, y = (x + 4)^2, y = (x - 3)^2$$

هذه الرسوم البيانية الثلاثة جميعاً مفتوحة للأعلى ولها الشكل ذاته. ويكون رأس كل رسم بياني على المحور الأفقى x . ومع ذلك، فإن الرسوم البيانية لها أوضاع أفقية مختلفة.



$t = -10, 101 \text{ scl: } 1 \text{ by } t = -10, 101 \text{ scl: } 1$

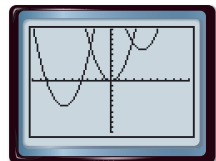
يوضح النشاط 2 كيف يؤدي تغيير قيمة h في المعادلة $y = a(x - h)^2 + k$ إلى إزاحة الرسم البياني أفقياً. إذا كانت $h > 0$ ، فنتم إزاحة الرسم البياني إلى اليمين بمقدار h من الوحدات. إذا كانت $h < 0$ ، فنتم إزاحة الرسم البياني إلى اليسار بمقدار $|h|$ من الوحدات.

النشاط 3 التغيير في h و k

أنشئ رسماً بيانياً لكل مجموعة من الدالات على الشاشة ذاتها في نافذة العرض القياسية. صف أوجه الشبه والاختلاف بين الرسوم البيانية.

$$y = x^2, y = (x + 6)^2 - 5, y = (x - 4)^2 + 6$$

هذه الرسوم البيانية الثلاثة جميعاً مفتوحة للأعلى ولها الشكل ذاته. ومع ذلك، فإن الرسوم البيانية لها أوضاع أفقية ورأسية مختلفة.



$t = -10, 101 \text{ scl: } 1 \text{ by } t = -10, 101 \text{ scl: } 1$

(يتبع في الصفحة التالية)

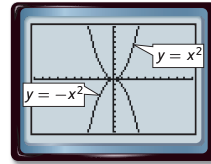
مختبر تكنولوجيا الرسوم البيانية

مجموعات القطع المكافئ

كيف سيؤثر تغيير قيمة a على الرسم البياني لها يلي $y = a(x - h)^2 + k$ ؟

النشاط 4 التغيير في a

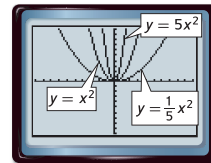
أنشئ رسماً بيانياً لكل مجموعة من الدالات على الشاشة ذاتها في نافذة العرض القياسية. صف أوجه الشبه والاختلاف بين الرسوم البيانية.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

a. $y = x^2, y = -x^2$

الرسوم البيانية لها الرأس ذاته والشكل ذاته. على الرغم من ذلك، الرسم البياني لـ $y = x^2$ يفتح لأعلى والرسم البياني لـ $y = -x^2$ يفتح لأسفل.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

b. $y = x^2, y = 5x^2, y = \frac{1}{5}x^2$

الرسوم البيانية لها الرأس ذاته $(0, 0)$ ، ولكن لكل منها شكل مختلف. الرسم البياني لـ $y = 5x^2$ أضيق من الرسم البياني لـ $y = x^2$. الرسم البياني لـ $y = \frac{1}{5}x^2$ أوسع من الرسم البياني لـ $y = x^2$.

تغيير قيمة a في الدالة $y = a(x - h)^2 + k$ يمكن أن يؤثر على اتجاه فتحة الرسم البياني وعلى شكله. إذا كانت $a > 0$ ، فإن الرسم البياني يفتح لأعلى. وإذا كانت $a < 0$ ، فإن الرسم البياني يفتح لأسفل أو ينعكس حول المحور الأفقي x . إذا كانت $|a| > 1$ ، فإن الرسم البياني يتوسع رأسياً ويكون أضيق من الرسم البياني الخاص بـ $y = x^2$. إذا كانت $|a| < 1$ ، فإن الرسم البياني ينضغط رأسياً ويكون أوسع من الرسم البياني الخاص بـ $y = x^2$. وهكذا، يؤدي التغيير في قيمة a المطلقة إلى تغيير الأبعاد بقياس الرسم البياني لـ $y = x^2$.

تحليل النتائج 1-3. انظر الهامش.

1. كيف يؤثر تغيير قيمة h في $y = a(x - h)^2 + k$ على الرسم البياني؟ اذكر مثلاً.

2. كيف يؤثر تغيير قيمة k في $y = a(x - h)^2 + k$ على الرسم البياني؟ اذكر مثلاً.

3. كيف يؤثر استخدام $-a$ بدلاً من a في $y = a(x - h)^2 + k$ على الرسم البياني؟ اذكر مثلاً.

افحص كل زوج من الدالات و توقع أوجه الشبه والاختلاف في الرسوم البيانية. استخدم حاسبة الرسوم البيانية لتأكيد توقعاتك. اكتب جملة أو جملتين تقارن فيهما بين الرسمين البيانيين. 4-15. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

4. $y = x^2, y = x^2 + 3.5$

5. $y = -x^2, y = x^2 - 7$

6. $y = x^2, y = 4x^2$

7. $y = x^2, y = -8x^2$

8. $y = x^2, y = (x + 2)^2$

9. $y = -\frac{1}{6}x^2, y = -\frac{1}{6}x^2 + 2$

10. $y = x^2, y = (x - 5)^2$

11. $y = x^2, y = 2(x + 3)^2 - 6$

12. $y = x^2, y = -\frac{1}{8}x^2 + 1$

13. $y = (x + 5)^2 - 4, y = (x + 5)^2 + 7$

14. $y = 2(x + 1)^2 - 4, y = 5(x + 3)^2 - 1$

15. $y = 5(x - 2)^2 - 3, y = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - 6$

147

- بعد الانتهاء من مناقشة النشاط 4، على الطلاب مقارنة الفرضيات التي أعدوها في بداية المختبر مع المعلومات المكتسبة من خلال المناقشة.

تدريب: على الطلاب إكمال التمارين 4-15.

3 التقويم

التقويم المستمر

استخدم التمرين 15 لتقويم مدى استيعاب الطلاب لتأثير تغيير الثوابت a, h, k على التمثيل البياني لـ $y = a(x - h)^2 + k$.

الانتقال من الهادي إلى المعنوي

اسأل:

- في الشكل العام للدالة التربيعية، ما هو الثابت الذي يجب تغييره لتحريك التمثيل البياني يميناً أو يساراً؟ h
- ما هو الثابت الذي يجب تغييره لتحريك التمثيل البياني إلى الأعلى أو الأسفل؟ k
- ما هو الثابت الذي يجب تغييره لتجعل التمثيل البياني أوسع أو أضيق؟ a

إجابات إضافية

1. تغيير قيمة h يحرك التمثيل البياني يميناً ويساراً. إذا كانت $h > 0$ ، يتحرك التمثيل البياني نحو اليمين، وإذا كانت $h < 0$ ، يتحرك نحو اليسار. في $y = x^2$ تكون الرأس عند $(0, 0)$ وفي $y = (x - 2)^2$ تكون الرأس عند $(2, 0)$. انتقل التمثيل البياني نحو اليمين.
2. تغيير قيمة k يحرك التمثيل البياني إلى أعلى وأسفل. إن كانت $k > 0$ ، يتحرك التمثيل البياني إلى الأعلى، وإن كانت $k < 0$ ، ينتقل نحو الأسفل. في $y = x^2$ تكون الرأس عند $(0, 0)$ وفي $y = x^2 - 3$ تكون الرأس عند $(0, -3)$. انتقل التمثيل البياني نحو الأسفل.
3. باستخدام $-a$ بدلاً من a ينعكس التمثيل البياني على المحور x التمثيل البياني لـ $y = x^2$ يفتح نحو الأعلى، في حين أن التمثيل البياني لـ $y = -x^2$ يفتح نحو الأسفل.

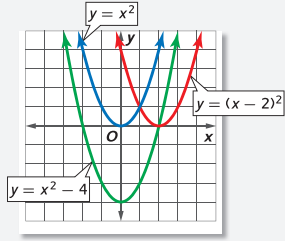
تحويلات الرسوم البيانية التربيعية

4-2

ثم

الآن

لماذا؟



تذكر أن عائلة الرسوم البيانية هي مجموعة من الرسوم البيانية التي تتشابه في خاصية أو أكثر. الرسم البياني الأصلي هو أبسط رسم بياني في المجموعة. بالنسبة إلى مجموعة الدالات التربيعية، $y = x^2$ هو الرسم البياني الأصلي. الرسوم البيانية الأخرى بمجموعة الدالات التربيعية، مثل $y = (x-2)^2$ و $y = x^2 - 4$ ، يمكن رسمها من خلال تحويل الرسم البياني لـ $y = x^2$.

1. اكتب دالة تربيعية بالصورة $y = a(x-h)^2 + k$.
2. حول الرسوم البيانية للدالات التربيعية بالصورة $y = a(x-h)^2 + k$.

لقد قمت بتحويل الرسوم البيانية للدالات.

محاذاة رأسية

قبل الدرس 3-4 تحويل التمثيلات البيانية للدالات.

الدرس 3-4 اكتب الدالة التربيعية في صيغة

$y = a(x-h)^2 + k$. حوّل التمثيلات البيانية للدالات التربيعية في الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.

بعد الدرس 3-4 حل المتباينات التربيعية باستخدام التمثيلات البيانية و الطرق الجبرية.

مفردات جديدة
صيغة الرأس (vertex form)

المهارسات الرياضية
ابحث عن التركيب و استخدمه.

1. كتابة الدالات التربيعية بصيغة الرأس كل دالة أعلاه مكتوبة بصيغة الرأس $y = a(x-h)^2 + k$ حيث يمثل (h, k) رأس القطع المكافئ. و يمثل $x = h$ محور التماثل و تحدد a شكل القطع المكافئ و اتجاه فتحة.

عندما تكون الدالة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + bx + c$ يمكنك إكمال المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس. إذا لم يكن الحد التربيعي للمعامل 1، فعليك تحليل المعامل إلى عوامل من الحدين التربيعي و الخطي قبل إكمال المربع. بعد إكمال المربع و كتابة الدالة بصيغة الرأس، تشير قيمة k إلى قيمة دنيا إذا كانت $a < 0$ أو قيمة قصوى إذا كانت $a > 0$.

مثال 1 كتابة الدوال بصيغة الرأس

اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

a. $y = x^2 + 6x - 5$

$y = x^2 + 6x - 5$

الدالة الأصلية

$y = (x^2 + 6x + 9) - 5 - 9$

أكمل المربع.

$y = (x+3)^2 - 14$

حول لأبسط صورة.

b. $y = -2x^2 + 8x - 3$

$y = -2x^2 + 8x - 3$

الدالة الأصلية

$y = -2(x^2 - 4x) - 3$

a. و حلل إلى عوامل، بالقسمة على $ax^2 + bx$ اجمع.

$y = -2(x^2 - 4x + 4) - 3 - (-2)(4)$

أكمل المربع.

$y = -2(x-2)^2 + 5$

حول لأبسط صورة.

تبرين موجه

1A. $y = x^2 + 4x + 6$
 $y = (x+2)^2 + 2$

1B. $y = 2x^2 - 12x + 17$
 $y = 2(x-3)^2 - 1$

av

درس 2

اسئلة تدريجية

على الطلاب قراءة لماذا؟ هذا الجزء من الدرس.

اسأل:

■ للدالة $y = x^2$ ، ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0؟ $x = 0$

■ ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0 إذا كانت الدالة $x = 2$ ؟ $y = (x-2)^2$

■ قارن التمثيل البياني

$y = x^2$ مع $y = (x-2)^2$.

ما هو الفرق الذي يفعله طرح

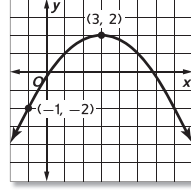
2 داخل الأقواس؟ التمثيل البياني

$y = x^2$ يتحرك وحدتين إلى اليمين..

إذا علمت الرأس و نقطة إضافية على الرسم البياني للقطع المكافئ، فيمكنك كتابة معادلة القطع المكافئ بصيغة الرأس.

مثال 2 على نموذج اختبار كتابة معادلة بناء على الرسم البياني

ما هي المعادلة الخاصة بالدالة الموضحة في الرسم البياني؟



- A $y = -4(x - 3)^2 + 2$
 B $y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 2$
 C $y = \frac{1}{4}(x + 3)^2 - 2$
 D $y = 4(x + 3)^2 - 2$

اقرأ فترة الاختبار

تم تقديم رسم بياني لقطع مكافئ مع تمييز الرأس و نقطة بالرسم البياني. عليك إيجاد معادلة للقطع المكافئ.

أوجد حل فترة الاختبار

يقع رأس القطع المكافئ عند (3, 2). بحيث $h = 3$ و $k = 2$. حيث إن (-1, -2) نقطة بالرسم البياني. افترض أن $x = -1$ و $y = -2$. عوض عن هذه القيم في صيغة الرأس للمعادلة و أوجد a .

$$y = a(x - h)^2 + k \quad \text{صيغة الرأس}$$

$$-2 = a(-1 - 3)^2 + 2 \quad \text{عوض } -2 \text{ عن } y \text{ و } -1 \text{ عن } x \text{ و } 3 \text{ عن } h \text{ و } 2 \text{ عن } k.$$

$$-2 = a(16) + 2 \quad \text{حول لأبسط صورة.}$$

$$-4 = 16a \quad \text{اطرح 2 من كل طرف.}$$

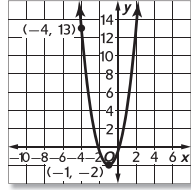
$$-\frac{1}{4} = a \quad \text{اقسم كل طرف على 16.}$$

$$\text{معادلة القطع المكافئ بصيغة الرأس هي } y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 2.$$

الإجابة هي B.

تدريبات موجهة

2. ما هي المعادلة الخاصة بالدالة الموضحة في الرسم البياني؟ H



- F $y = \frac{9}{25}(x - 1)^2 + 2$
 G $y = \frac{3}{5}(x + 1)^2 - 2$
 H $y = \frac{5}{3}(x + 1)^2 - 2$
 J $y = \frac{25}{9}(x - 1)^2 + 2$

2 تحويلات الرسوم البيانية التربيعية في الدرس 2-7. تعلّمت كيف تؤثر التحويلات المختلفة على الرسوم البيانية للدالات الأصلية. فيما يلي تلخيص لهذه التحويلات للدالات التربيعية.

149

1 اكتب المعادلات التربيعية في صيغة هندسية

مثال 1 يوضح كيفية كتابة المعادلات التربيعية في صيغة هندسية. مثال 2 يوضح كيف أن معامل الصيغة التربيعية للدالة يغير عرض التمثيل البياني في شكل الاختبار متعدد الخيارات.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب كل معادلة في صيغة هندسية.

a. $y = x^2 - 2x + 4$

$y = (x - 1)^2 + 3$

b. $y = -3x^2 - 18x + 10$

$y = -3(x + 3)^2 + 37$

انتبه!

تجنب الأخطاء مع زيادة $|a|$

• يضيق التمثيل البياني، لأن المضاعف الأكبر للقيمة $(x - h)^2$ سيجعل y المقابل أكبر. القيم الأكبر لـ y ستجعل الرسم البياني أكثر انحداراً (وبالتالي أضيق)

التدريس بالتقنية

السبورة البيضاء التفاعلية اعرض الجدول التنظيمي على السبورة. ارسّم تمثيلاً بيانياً لدالة تربيعية. اعطي الطلاب معادلة التمثيل البياني ووضح للطلاب كيفية كتابة معادلة التمثيل البياني في صيغة هندسية. اسحب التمثيل البياني لتحريك الرأس إلى مناطق أخرى في الجدول و على الطلاب أن يجدوا المعادلات للرسوم البيانية الجديدة اشرح إلى أي مدى تكون الدالات متشابهة أو مختلفة.

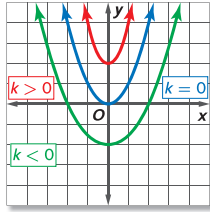
التركيز على المحتوى الرياضي

الدالة التربيعية في صيغة هندسية القيم a , h و k في الشكل الهندسي للدالة التربيعية $y = a(x - h)^2 + k$, تؤثر على التمثيل البياني للقطع المكافئ. قمة الرأس هي في (h, k) . قيمة a تحدد الاتجاه الذي يفتح القطع المكافئ و عرض القطع المكافئ. قيمة h تحدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ أفقياً. قيمة k حدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ عمودياً. يجب أولاً إعادة كتابة الدالة في شكل هندسي قبل a , h و k يمكن تحديدها وتحليلها.

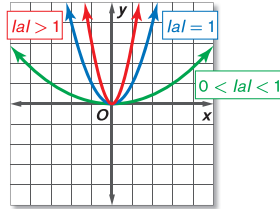
ملخص المفاهيم تحويلات الدالات التربيعية

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

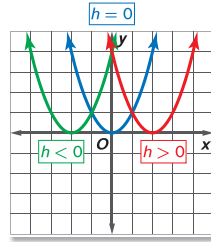
الإزاحة الرأسية k .
وحدة k إلى أعلى إذا كانت k موجبة
وحدة $|k|$ إلى أسفل إذا كانت k سالبة



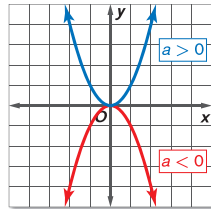
a ، تنسيب
إذا كانت $|a| > 1$ ، فسيتمدد الرسم البياني رأسيًا. إذا
كانت $0 < |a| < 1$ ، يكون الرسم البياني مضغوط
رأسيًا.



الإزاحة الأفقية h .
 h وحدة في الجانب الأيمن إذا كانت h موجبة
 $|h|$ وحدة إلى الجانب الأيسر إذا كانت h سالبة



الانعكاس a .
إذا كانت $a > 0$ ، يكون الرسم البياني مفتوحًا إلى
أعلى.
إذا كانت $a < 0$ ، الرسم البياني مفتوحًا إلى أسفل.



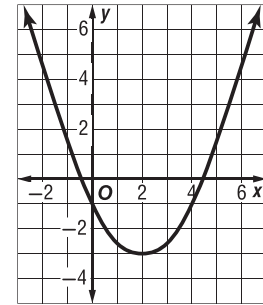
نصيحة دراسية القيمة المطلقة

a تعني أن $0 < |a| < 1$
عدد حقيقي بين 0 و1.
مثل $\frac{3}{4}$ أو عدد حقيقي بين
-1 و0. مثل -0.3.

مثال إضافي

2 تدريب الإختبار الموحد

ما هي معادلة الدالة الموضحة في
الرسم البياني؟ **B**



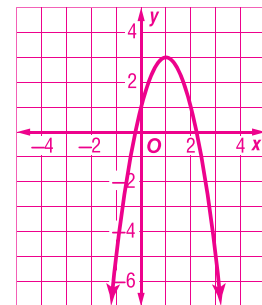
- a** $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$
B $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 3$
c $y = -2(x - 2)^2 + 3$
d $y = 2(x - 2)^2 - 3$

2 تحويل التمثيلات البيانية التربيعية

مثال 3 يوضح كيفية أن التمثيل البياني
للمعادلة بعد إعادة كتابتها في صيغة
هندسية.

مثال إضافي

3 التمثيل البياني $y = -2x^2 + 4x + 1$



مثال 3 التمثيل البياني للمعادلات بصيغة الرأس

مثل بيانيًا $y = 4x^2 - 16x - 40$

الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بصيغة الرأس.

$$y = 4x^2 - 16x - 40$$

الدالة الأصلية

$$y = 4(x^2 - 4x) - 40$$

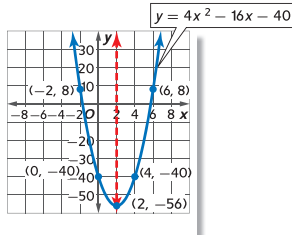
خاصية التوزيع

$$y = 4(x - 4x + 4) - 40 - 4(4)$$

أكمل المربع.

$$y = 4(x - 2)^2 - 56$$

حول لأبسط صورة.



الخطوة 2

الرأس عند $(2, -56)$. محور
التماثل هو $x = 2$. لأن $a = 4$.
فالرسم البياني أضيق من الرسم البياني
لـ $y = x^2$.

الخطوة 3

عين موقع نقاط إضافية لمساعدتك
في إكمال الرسم البياني.

تعزيز موجه

**3A, 3B. انظر الوحدة
3 ملحق الإجابات.**

$$3A. y = (x - 3)^2 - 2$$

$$3B. y = 0.25(x + 1)^2$$

150 | الدرس 4-2 | تحويلات الرسوم البيانية التربيعية

التعليم المميز

المتعلمين بأنفسهم على الطلاب أن يراقبوا أو يبحثوا عن الأحداث الطبيعية التي يمكن أن تصاغ في
القطع المكافئ. على الطلاب تقديم تقريرًا بملاحظاتهم و نتائجهم للصف. إذا كان الطلاب قادرين على
تحديد الدالة التربيعية التي تصيغ الحدث، يجب أن يقدموا الدالة ويشرحوا كيف أن خصائص المعادلة
يمكن استخدامها في تحليل التمثيل البياني لها.

3 تدريب

تقويم مستمر

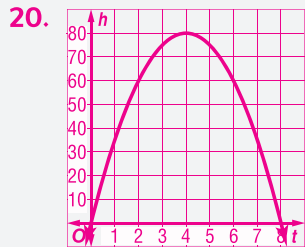
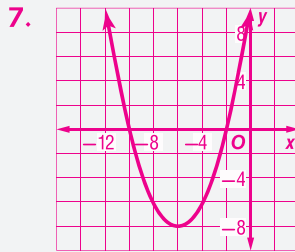
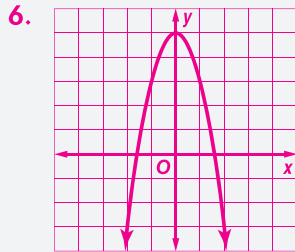
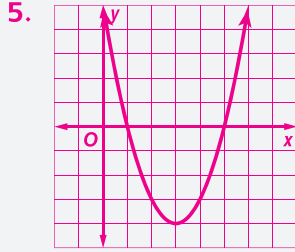
استخدم التمارين 1-7 لفحص الفهم.

استخدم الجدول في أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

دراسة التدريبات الرياضية

النمذجة يمكن للطلاب المتقنين للرياضيات تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المشكلات الموجودة في الحياة اليومية. تحليل العلاقات رياضياً لاستخلاص النتائج و تفسير نتائجها الرياضية في سياق الوضع.

إجابات إضافية



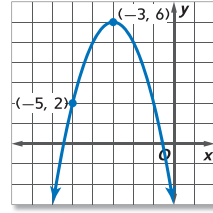
تحقق من فهمك

مثال 1

اكتب كل دالة بصيغة الرأس. 1. $y = (x + 3)^2 - 7$ 2. $y = -2(x - 2)^2 + 3$

مثال 2

3. $y = 4x^2 + 24x + 24$
4. الاختيار من متعدد أي من الدالات تكون موضحة في الرسم البياني؟ A



- A $y = -(x + 3)^2 + 6$
B $y = -(x - 3)^2 - 6$
C $y = -2(x + 3)^2 + 6$
D $y = -2(x - 3)^2 - 6$

مثال 3

مثل كل دالة بيانياً. 5-7. انظر الهامش.

5. $y = (x - 3)^2 - 4$ 6. $y = -2x^2 + 5$ 7. $y = \frac{1}{2}(x + 6)^2 - 8$
8. $y = (x + \frac{9}{2})^2 - \frac{49}{4}$ 9. $y = (x - 3)^2 - 6$ 10. $y = -2(x - \frac{5}{4})^2 + \frac{5}{8}$ 11. $y = (x + 1)^2 + 6$

التمرين وحل المسألة

مثال 1

اكتب كل دالة بصيغة الرأس. 15. $y = 3(x + \frac{5}{3})^2 - \frac{25}{3}$

8. $y = x^2 + 9x + 8$ 9. $y = x^2 - 6x + 3$ 10. $y = -2x^2 + 5x$
11. $y = x^2 + 2x + 7$ 12. $y = -3x^2 + 12x - 10$ 13. $y = x^2 + 8x + 16$ $y = (x + 4)^2$
14. $y = 2x^2 - 4x - 3$ 15. $y = 3x^2 + 10x$ 16. $y = x^2 - 4x + 9$ $y = (x - 2)^2 + 5$
17. $y = -4x^2 - 24x - 15$ 18. $y = x^2 - 12x + 36$ 19. $y = -x^2 - 4x - 1$
 $y = -4(x + 3)^2 + 21$ $y = (x - 6)^2$ $y = -(x + 2)^2 + 3$

مثال 2

20. الألعاب النارية أثناء عرض الألعاب النارية احتفالاً بعيد الاستقلال، يمكن تمثيل الارتفاع h بالمتر لصاروخ معين بعد t من الثواني بواسطة $h = -4.9(t - 4)^2 + 80$. ارسـم الدالة بيانياً. انظر الهامش.

21. الثقافة المالية أحد متاجر تأجير الدراجات الهوائية يؤجر في المتوسط 120 دراجة في الأسبوع و يطلب 25AED في اليوم. يقدر المدير أنه سيتم استئجار 15 دراجة إضافية في حالة خفض الإيجار بمقدار 1AED. يمكن تمثيل الدخل الأقصى الذي يمكن للمدير توقعه بواسطة $y = -15x^2 + 255x + 3000$. حيث يمثل y الدخل الأسبوعي و يمثل x عدد الدراجات المستأجرة. اكتب هذه الدالة بصيغة الرأس. ثم مثل بيانياً.

مثال 3

$y = -15(x - 8.5)^2 + 4083.75$ انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات للاطلاع على الرسم البياني.

مثل كل دالة بيانياً. 22-33. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

22. $y = (x - 5)^2 + 3$ 23. $y = 9x^2 - 8$ 24. $y = -2(x - 5)^2$
25. $y = \frac{1}{10}(x + 6)^2 + 6$ 26. $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 27. $y = -\frac{1}{4}x^2 - 5$
28. $y = 2x^2 + 10$ 29. $y = -(x + 3)^2$ 30. $y = \frac{1}{6}(x - 3)^2 - 10$
31. $y = (x - 9)^2 - 7$ 32. $y = -\frac{5}{8}x^2 - 8$ 33. $y = -4(x - 10)^2 - 10$

34. التصنيع تستخدم إحدى شركات تصنيع الألواح الشراعية عملية آلية لتصنيع

صواري الألواح الشراعية. الدالة $f(x) = \frac{1}{250}x^2 + \frac{3}{5}x$ مبرمجة

في كمبيوتر لإنشاء صاري مماثل. a. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

a. اكتب الدالة التربيعية بصيغة الرأس. ثم مثل الدالة بيانياً.

b. صف كيف يمكن للشركة المصنعة تعديل الدالة لتصنيع الصاري بمنحنى أكبر أو أصغر. يمكنهم تعديل معامل x^2 .

151

خيارات مختلفة للواجب المنزلي

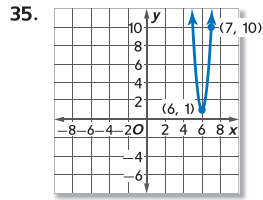
مستوى	التكليف	خيار اليومين	
AL اساسي	8-34, 48, 51-67	9-33, 53-56, 57-67	8-34, 48, 51, 52, 57-67
OL جوهري	9-33, 34, 35-45, 47, 48, 51-67	8-34, 53-56	35-48, 51, 52, 57-67
BL متقدم	35-67		

دراسة التدريبات الرياضية

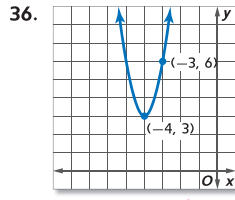
البراهين الطلاب الماهرون رياضياً يفهمون ويستخدمون الافتراضات المذكورة و التعريفات و النتائج المُعدّة مسبقاً في وضع البراهين. حيث يقومون بوضع التخمينات و بناء تطور منطقي للعبارات لشرح حقيقة التخمينات الخاصة بهم. و أنهم قادرون على تحليل المواقف عن طريق تحويلهم لحالات، ويمكن التعرف على واستخدام التقيد بالأدلة.

47c. نعم، في حالة وضع $S(t)$ مكان $\frac{1}{8}t$ و إيجاد t نحصل على 7.35 ثانية. هذا مقدار الزمن الذي ستضيقه هند على المنحدر. لأن التسارع إلى 68 ميلاً في الساعة سوف يستغرق منها 4.58 ثانية، سوف تكون على المنحدر فترة كافية للتسارع للوصول إلى متوسط السرعة على الطريق السريع.

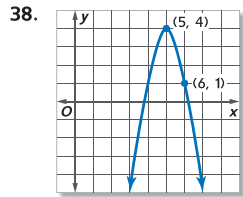
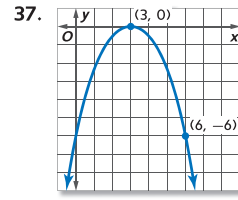
اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ. **B** $37. y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2$



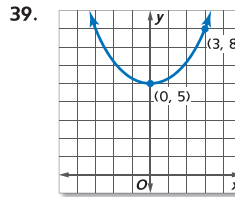
$$y = 9(x - 6)^2 + 1$$



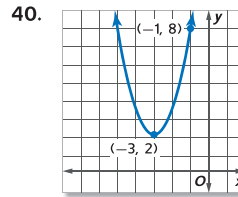
$$y = 3(x + 4)^2 + 3$$



$$y = -3(x - 5)^2 + 4$$



$$y = \frac{1}{3}x^2 + 5$$



$$y = \frac{3}{2}(x + 3)^2 + 2$$

41-46. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات. اكتب كل دالة بصيغة الرأس. ثم حدد الرأس و محور التماثل و اتجاه الفتح.

41. $3x^2 - 4x = 2 + y$ 42. $-2x^2 + 7x = y - 12$ 43. $-x^2 - 4.7x = y - 2.8$
44. $x^2 + 1.4x - 1.2 = y$ 45. $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{26}{9} = y$ 46. $x^2 + 7x + \frac{49}{4} = y$

47. **السيارات** يمكن استخدام الصيغة $S(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ لتحديد موقع جسم $S(t)$ بعد t من الثواني بعدد تسارع a وسرعة ابتدائية v_0 . سيارة هند يمكنها التسارع بمعدل 0.002 ميل في الثانية تربيع.

a. عبر عن $S(t)$ بصيغة الرأس بينما تتسارع من 35 ميلاً في الساعة لدخول حركة مرور الطريق السريع. $S(t) = 0.001(t + 4.861)^2 - 0.024$

b. كم من الزمن تستغرق هند للوصول إلى متوسط سرعة حركة المرور بالطريق السريع و مقدارها 68 ميلاً في الساعة؟ (تلميح: استخدم التسارع * الزمن = السرعة.) 4.58 seconds

c. إذا كان طول منحدر المدخل $\frac{1}{8}$ ميل، فهل سيكون لدى هند الزمن الكافي للوصول إلى متوسط سرعة الطريق السريع؟ اشرح ذلك.

مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات التفكير العليا

48. **نهاية مفتوحة** اكتب معادلة لقطع مكافئ تمت إزاحته و انضغط و انعكس حول المحور الأفقي x .

$$y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$$

49. **التحدي** اشرح كيف يمكن إيجاد معادلة لقطع مكافئ باستخدام إحداثيات ثلاث نقاط على الرسم البياني. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

50. **التحدي** اكتب الصيغة القياسية للدالة التربيعية $ax^2 + bx + c = y$ بصيغة الرأس. حدد الرأس و محور التماثل. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

51. **الاستدلال** صف الرسم البياني لـ $f(x) = a(x - h)^2 + k$ عندما تكون $a = 0$. هل الرسم البياني مماثل للرسم البياني لـ $g(x) = ax^2 + bx + c$ عندما تكون $a = 0$ ؟ اشرح ذلك. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

52. **فرضيات** اشرح كيف يمكن استخدام الرسم البياني لـ $y = x^2$ لتمثيل أي دالة تربيعية بيانياً. أرفق وصفاً بالتأثيرات الناتجة عن تغيير a و h و k في المعادلة $y = a(x - h)^2 + k$. ومقارنة بين الرسم البياني لـ $y = x^2$ والرسم البياني لـ $y = a(x - h)^2 + k$ باستخدام قيم تختارها لكل من a و h و k . انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

4 تقويم

الكرة الكريستال أسأل الطلاب أن يكتبوا كيف سيساعدتهم درس اليوم على تحليل الدالات التربيعية و تمثيلها بيانياً في درس الغد في تمثيل وحل المتباينات التربيعية بيانياً.

إجابات إضافية

64a. $h(d) = -2d^2 + 4d + 6$

التمثيل البياني مفتوح للأسفل و هو أضيق من التمثيل البياني الأساسي والرأس عند (1, 8).

64b. $h(d) = -2(d - 1.25)^2 + 12.5$

يُحرك التمثيل البياني أعلى 4.5 وإلى اليمين 3 .

55. ما مجموعة حلول المتباينة
- A $\{x | 2.5 < x < -2\}$
 B $\{x | x < 2.5\}$
 C $\{x | x > -2\}$
 D $\{x | -2 < x < 2.5\}$

56. **إجابة مختصرة** في متجر، تشتري درزينة مفكات البراغي بسعر 30.00AED وتبيع المفك مقابل 3.50AED. ما النسبة المئوية لرفع السعر لمفكات البراغي؟ **40%**

53. تحتاج الأجمات المزهرة إلى 70% تربة و30% فيرميكوليت. كم تقريباً عدد الدلاء التي ينبغي إضافتها إلى 20 دلو من التربة؟ **B**

- A 6.0 C 14.0
 B 8.0 D 24.0

54. SAT/ACT مجموع العددين الصحيحان x و y هو 495. العدد في خانة آحاد x هو 0. في حالة قسمة x على 10، يساوي الناتج y . ما قيمة x ؟ **K**

- F 40 J 250
 G 45 K 450
 H 245

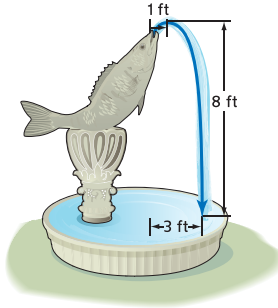
مراجعة شاملة

حل كل معادلة بطريقة من اختيارك. أوجد الحلول الدقيقة. (الدرس 3-4)

57. $4x^2 + 15x = 21$ $\frac{-15 \pm \sqrt{561}}{8}$ 58. $-3x^2 + 19 = 5x$ $\frac{-5 \pm \sqrt{253}}{6}$ 59. $6x - 5x^2 + 9 = 3$ $\frac{3 \pm \sqrt{39}}{5}$

حول لأبسط صورة. (الدرس 3-3)

60. $(3 + 4i)(5 - 2i)$ **23 + 14i** 61. $(\sqrt{6} + i)(\sqrt{6} - i)$ **7** 62. $\frac{1+i}{1-i} i$ **$\frac{1}{2}i$** 63. $\frac{4-3i}{1+2i} - \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$



64. **التافورة** يمكن تمثيل ارتفاع تيار مياه نافورة بواسطة دالة تربيعية. افترض أن مياه الأنبوب يصل إلى ارتفاع أقصى مقداره 8 قدم على مسافة تبعد قدم واحد عن الأنبوب. (الدرس 3-5) **a, b. انظر الهامش.**

a. إذا سقطت المياه على بعد 3 قدم عن الأنبوب، فإوجد معادلة تربيعية تمثل ارتفاع المياه $h(d)$ على بعد أي مسافة محددة d من الأنبوب. ثم قارن الرسم البياني للدالة بالدالة الأصلية.

b. افترض أن العامل رفع ضغط المياه بحيث يصل التيار إلى الارتفاع الأقصى 12.5 قدماً على مسافة 15 بوصة من الأنبوب. الآن تسقط المياه على مسافة 3.75 قدم من الأنبوب. اكتب دالة تربيعية جديد لـ $h(d)$. كيف تؤثر التغييرات في h و k على شكل الرسم البياني؟

مراجعة المهارات

حدد ما إذا كانت القيمة المعطاة تحقق المتباينة.

65. $3x^2 - 5 > 6$; $x = 2$ **نعم** 66. $-2x^2 + x - 1 < 4$; $x = -2$ **نعم** 67. $4x^2 + x - 3 \leq 36$; $x = 3$ **نعم**

التعليم المميز BL

استكمال في هذا الدرس من الدالات التربيعية فقط معادلات القطوع المكافئة التي تفتح لأعلى أو لأسفل يمكن تحليلها و تمثيلها بيانياً. أسأل الطلاب أن يشرحوا سبب عدم وجود القطوع المكافئة المفتوحة لليمين أو لليساار في هذا الدرس. كمثال، يمكنك رسم تمثيل بياني للقطع المكافئ على السبورة مع قمة الرأس عند $(-2, 0)$ ، و محور التناظر من حول $y = 0$ وحول $(2, 0)$. **إجابة نموذجية:** هذا الدرس عن الدالات التربيعية. القطوع المكافئة التي تفتح لليمين أو لليساار لا تمثل الدالات لأن عنصرين من المدى مقترنين مع عنصر واحد من المجال، ماعدا في الرأس.



مختبر الجبر الدالات التربيعية و معدل التغير

4-2

لقد تعلمت أن الدالة الخطية لها معدل تغير ثابت. في هذا المعمل، ستتحقق من معدل التغير للدالات التربيعية.

النشاط حدد معدل التغير

انظر $12 - 3x + 0.1875x^2 = f(x)$. الخطوات 1-5. انظر 3 الثالث ملحق الإجابات.

أنشئ جدول مثل الجدول أدناه. استخدم القيم من 0 حتى 16 لـ x .

x	0	1	2	3	...	16
y	12	9.1875	6.75			
فوارق الترتيب الأول						
فوارق الترتيب الثاني						

أوجد كل قيمة y . على سبيل المثال، عندما تكون $x = 1$ ، $y = 0.1875(1)^2 - 3(1) + 12 = 9.1875$.

ارسم بيانياً الأزواج المرتبة (x, y) . ثم وصل النقاط بمنحنى أملس. لاحظ أن الدالة تتناقص عندما يكون $0 < x < 8$ و تنزايد عندما يكون $8 < x < 16$.

يمكن إيجاد معدل التغير من نقطة واحدة إلى النقطة التالية عبر استخدام صيغة الميل. من $(0, 12)$ إلى $(1, 9.1875)$ ، الميل هو $\frac{9.1875 - 12}{1 - 0} = -2.8125$. فرق الترتيب الأول عند $x = 1$. أكمل الجدول لكل فوارق الترتيب الأول. صف أي أنماط موجودة في الفوارق.

يمكن إيجاد فوارق الترتيب الثاني عن طريق طرح فوارق الترتيب الأول المتتالية. على سبيل المثال، يتم العثور على فارق الترتيب الثاني عند $x = 2$ عبر طرح فارق الترتيب الأول عند $x = 1$ من فارق الترتيب الأول عند $x = 2$. صف أي أنماط موجودة في الفوارق.

تمارين

لكل دالة أصنع جدول للقيم بـ x المعطاة. ارسم الدالة بيانياً.

ثم حدد فوارق الدرجة الأولى و الدرجة الثانية. 1-3. انظر 3 الثالث ملحق الإجابات.

- $y = -x^2 + 2x - 1$ لكل $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
- $y = 0.5x^2 + 2x - 2$ لكل $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$
- $y = -3x^2 - 18x - 26$ لكل $x = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$

4. أنشئ فرضية كـر النشاط لدالة تكعيبية. في أي فرق ترتيب كنت ستوقع $g(x) = x^4$ أن تكون ثابتة؟
 $h(x) = x^n$ الترتيب الرابع؛ الترتيب n

1. تركيز

الهدف دراسة معدل التغير في الدوال التربيعية من خلال دراسة الفروق الأولى و الثانية.

نصيحة في التدريس

يجب أن يحتوى جدول كل طالب على عمود لكل قيمة عددية لـ x من 0 حتى 16.

2. تدريس

العمل في فرق متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات بقدرات مختلفة. ثم اطلب من الثنائيات إكمال النشاط.

أسأل

■ لماذا لا يوجد فرق أول مكتوب في العمود المسمى $x = 0$ ؟

يتطلب إيجاد فرق قيمتين لـ y .

■ ما الشيء المهم الذي تُشير إليه $x = 8$ ؟ $(8, 0)$ هو قمة القطع المكافئ

تمرين: على الطلاب إكمال التمارين 1-4

3. قيم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 1 لتقويم ما إذا كان الطلاب يقومون بتقويم كل من الدالة ومعدل التغير بشكل صحيح عندما يكون x سلبياً.

من العملي الى النظرى

يتطلب التمرين 4 مراقبة الطلاب لنمط معين ثم تعميمه كلما زاد ترتيب الفروق.

1 ركز

موازنة عمودية

قبل درس 2-5 حل المتباينات الخطية.

الدرس 2-5 مثل بيانياً المتباينات التربيعية في متغيرين. حل المتباينات التربيعية في متغير واحد.

بعد الدرس 2-5 حدد الحلول لمتباينات الجذر التربيعي باستخدام التمثيل البياني.

2 درس

اسئلة تدريجية

هل قرأ الطلاب هذا لماذا؟ الجزء من الدرس.

اسأل:

- ما هو المقلاع و كيف يتم استخدامه؟ اسأل الطالب الذي يعرف المقلاع أن يشرح.
- كيف يمكن نمذجة هذا الموقف للأسفل؟ ارسم تمثيل بياني للمعادلة التربيعية المعطاة.
- ما في أي اتجاه يكون القطع المكافئ الخاص بالدالة التربيعية المعطاة مفتوحاً؟ كيف عرفت؟ فت؟ للأسفل؛ قيمة a هي رقم سالب.

المتباينات التربيعية

لماذا؟

الآن

ثم



يمكن تمثيل بالون مياه يُطلق من مقلاع بعدة معادلات و متباينات تربيعية مختلفة. افترض أن ارتفاع بالون مياه $h(t)$ من فوق الأرض بوحدة المتر t ثواني بعد الإطلاق يتم تمثيله بالدالة التربيعية $h(t) = -4.9t^2 + 32t + 1.2$. يمكنك حل متباينة تربيعية لتحديد كم المدة التي سيستغرقها البالون على مسافة معينة فوق الأرض.

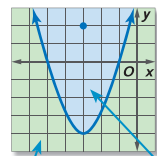
- 1 أنشئ رسماً بيانياً للمتباينات التربيعية بمتغيرين.
- 2 أوجد حلاً للمتباينات التربيعية بمتغير.

لقد قمت بحل المتباينات الخطية.

1 أنشئ رسماً بيانياً للمتباينات التربيعية

بمتغيرين باستخدام نفس التقنيات المستخدمة في رسم المتباينات الخطية بيانياً بمتغيرين.

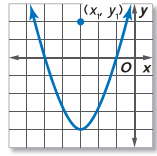
الخطوة 3 ظلل بناءً على ذلك.



تمثل $a(x_1, y_1)$ حلاً.

لا تمثل $a(x_1, y_1)$ حلاً.

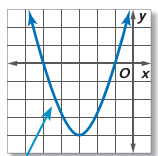
الخطوة 2 اختبر نقطة ليست على القطع المكافئ.



$$y_1 \geq a(x_1)^2 + b(x_1) + c$$

هل $a(x_1, y_1)$ تشكل حلاً؟

الخطوة 1 أنشئ رسماً بيانياً للدالة المتصلة.



هل يجب أن يكون القطع المكافئ متصلاً أو متقطعاً؟

مفردات جديدة

المتباينة التربيعية (quadratic inequality)

المهارسات الرياضية افهم طبيعة المسائل و اجتهد في إيجاد حل لها.

مثال 1 أنشئ رسماً بيانياً للمتباينة

أنشئ رسماً بيانياً لـ $y > x^2 + 2x + 1$.

الخطوة 1 أنشئ رسماً بيانياً للدالة $y > x^2 + 2x + 1$. يجب أن يكون القطع المكافئ متقطعاً.

الخطوة 2 اختبر نقطة ليست على الرسم البياني للقطع المكافئ.

$$y > x^2 + 2x + 1$$

$$-1 \geq 0^2 + 2(0) + 1$$

لذا، $(0, -1)$ لا تشكل حلاً للمتباينة.

الخطوة 3 ظلل المنطقة التي لا تحتوي على نقطة $(0, -1)$.

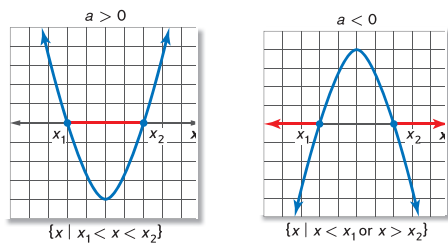
تمرين موجه

أنشئ رسماً بيانياً لكل متباينة. 1A. انظر الهامش.

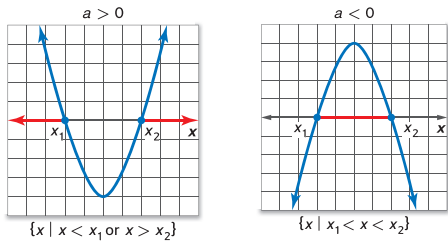
$$1B. y < -2x^2 + 3x + 5$$

$$1A. y \leq x^2 + 2x + 4$$

2 أوجد حلاً للمتباينات التربيعية يمكن حل المتباينات التربيعية بتغيير باستخدام الرسوم البيانية للدوال التربيعية المتصلة.



$ax^2 + bx + c < 0$
أنشئ رسماً بيانياً لـ $y = ax^2 + bx + c$
وحدد قيم x التي يقع الرسم البياني
لها أسفل المحور الأفقي x .
فيما يخص $<$ ، أدرج نقاط تقاطع x
في الحل.



$ax^2 + bx + c > 0$
أنشئ رسماً بيانياً لـ $y = ax^2 + bx + c$
وحدد قيم x التي يقع
الرسم البياني لها أعلى المحور الأفقي x .
فيما يخص $>$ ، أدرج نقاط تقاطع x
في الحل.

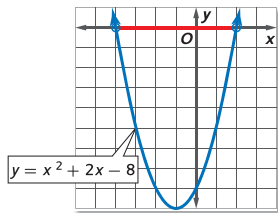
مثال 2 أوجد حلاً لـ $ax^2 + bx + c < 0$ بإنشاء رسم بياني لها

أوجد حلاً لـ $x^2 + 2x - 8 < 0$ بإنشاء رسم بياني لها.

يتكون الحل من القيم x التي يقع الرسم البياني لها أسفل المحور الأفقي x . ابدأ بإيجاد جذور الدالة المتصلة.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ (x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x - 2 &= 0 \quad \text{or} \quad x + 4 = 0 \\ x &= 2 \quad \quad \quad x = -4 \end{aligned}$$

المعادلة المتصلة
حلل إلى العوامل
خاصية حاصل الضرب
أوجد حلاً لكل معادلة



أنشئ رسماً بيانياً للقطع المكافئ الذي له نقاط تقاطع في -4 و 2 . يجب أن يكون الرسم البياني مفتوحاً لأعلى لأن $a > 0$.
يقع الرسم البياني أسفل المحور الأفقي x بين $x = -4$ و $x = 2$. وبالتالي، فإن مجموعة الحل هي $\{x | -4 < x < 2\}$ أو $(-4, 2)$.

تحقق اختبر قيمة x أقل من -4 ، واحد بين -4 و 2 ، و واحد أكبر من 2 في المتباينة الأصلية.

اختبر $x = -6$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &< 0 \\ (-6)^2 + 2(-6) - 8 &\stackrel{?}{<} 0 \\ 16 &< 0 \quad \text{X} \end{aligned}$$

اختبر $x = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &< 0 \\ 0^2 + 2(0) - 8 &\stackrel{?}{<} 0 \\ -8 &< 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

اختبر $x = 5$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &< 0 \\ 5^2 + 2(5) - 8 &\stackrel{?}{<} 0 \\ 27 &< 0 \quad \text{X} \end{aligned}$$

تمرين موجه

أوجد حلاً لكل متباينة عن طريق الرسوم البيانية.

2A. $0 > x^2 + 5x - 6$ $\{x | -6 < x < 1\}$ 2B. $-x^2 + 3x + 10 \leq 0$ $\{x | x \leq -2 \text{ or } x \geq 5\}$

156 | الدرس 5-2 | المتباينة التربيعية

1 مثل المتباينات التربيعية بياناً

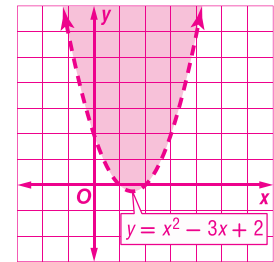
مثال 1 يوضح كيفية تمثيل المتباينة التربيعية بياناً عن طريق التمثيل البياني للدالة التربيعية المرتبطة بها.

التقويم الشكلي

استخدام تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال للتأكد من فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 مثل بياناً $y > x^2 - 3x + 2$



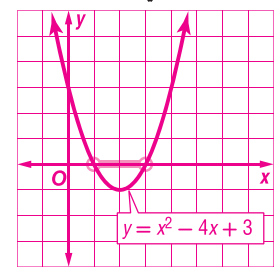
2 حل المتباينات التربيعية

مثال 2 يوضح كيفية حل المتباينة التربيعية للشكل $ax^2 + bx + c < 0$

عن طريق التمثيل البياني للدالة التربيعية المرتبطة.

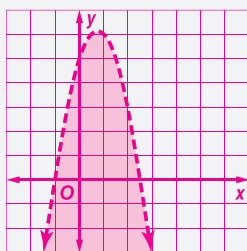
مثال إضافي

2 حل $x^2 - 4x + 3 < 0$ عن طريق التمثيل البياني.

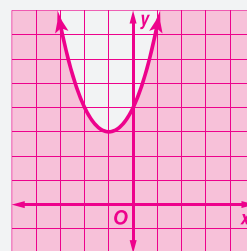


$$\{x | 1 < x < 3\}$$

إجابات إضافية (تدريبات موجهة)



1B



1A

156 | الدرس 5-2 | المتباينات التربيعية

مثال 3 أوجد حلًا لـ $ax^2 + bx + c < 0$ بإنشاء رسم بياني لها

أوجد حلًا لـ $2x^2 + 4x - 5 \geq 0$ بإنشاء رسم بياني لها.

يتكون الحل من قيم x التي يقع الرسم البياني للدالة المتصلة على المحور الأفقي x . ابدأ بإيجاد جذور الدالة المتصلة.

$$2x^2 + 4x - 5 = 0$$

المعادلة المتصلة

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

استخدم الصيغة التربيعية

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(2)(-5)}}{2(2)}$$

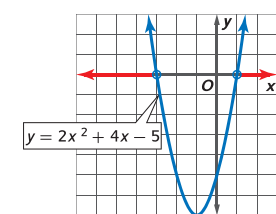
استبدل a بـ 4، b بـ 2، و c بـ -5.

$$x = \frac{-4 + \sqrt{56}}{4} \text{ or } x = \frac{-4 - \sqrt{56}}{4}$$

حول لأبسط صورة و اكتب في شكل معادلتين.

$$\approx 0.87 \quad \approx -2.87$$

حول لأبسط صورة.



أنشئ رسمًا بيانيًا للقطع المكافئ بنقاط تقاطع x في -2.87 و 0.87 . يفتح الرسم البياني للأعلى حيث $a > 0$. يقع الرسم البياني على المحور الأفقي x حوالي $x \leq -2.87$ و $x \geq 0.87$. فإن الحل بالتقريب $\{x \mid x \leq -2.87 \text{ أو } x \geq 0.87\}$ و $(-\infty, -2.87] \cup [0.87, \infty)$.

تمرين موجه

3A. $\{x \mid x < 0.35 \text{ أو } x > 5.65\}$

أوجد حلًا لكل متباينة عن طريق الرسوم البيانية.

3B. $\{x \mid -0.84 \leq x \leq 2.09\}$

3B. $-4x^2 + 5x + 7 \geq 0$

3A. $x^2 - 6x + 2 > 0$

يمكن حل مشكلات العالم الواقعي عن طريق الرسوم البيانية للمتباينات التربيعية.

مثال 4 من واقع الحياة أوجد حلًا للمتباينة التربيعية

بالونات المياه بالرجوع إلى بداية الدرس. في أي وقت سيكون بالون المياه على مسافة 3 أمتار من الأرض بعد إطلاقه؟

الدالة $h(t) = -4.9t^2 + 32t + 1.2$ تصف ارتفاع بالون المياه. وبالتالي، فأنت تحتاج لإيجاد قيم t التي لها $h(t) \leq 3$.

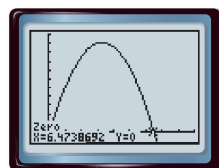
$h(t) \leq 3$ المتباينة الأصلية

$$-4.9t^2 + 32t + 1.2 \leq 3$$

$$h(t) = -4.9t^2 + 32t + 1.2$$

$$-4.9t^2 + 32t - 1.8 \leq 0$$

اطرح 3 من كل طرف.



$[-1, 9]$ scl: 1 by $[-5, 55]$ scl: 5

أنشئ رسمًا بيانيًا للدالة المتصلة $y = -4.9x^2 + 32x - 1.8$ باستخدام حاسبة الرسوم البيانية. أصفار الدالة هي 0.06 و 6.47. ويقع الرسم البياني أسفل المحور الأفقي x عندما تكون $x < 0.06$ و $x > 6.47$.

لذا، فإن بالون المياه يكون على مسافة 3 أمتار من الأرض أثناء أول 0.06 ثانية بعد إطلاقه و مرة أخرى بعد حوالي 6.47 ثانية حتى يصطدم بالأرض.

تمرين موجه

4. **الصواريخ** يمكن تمثيل الارتفاع $h(t)$ لنموذج صاروخ بوحدة القدم t ثانية بعد إطلاقه عن طريق الدالة $h(t) = -16t^2 + 82t + 0.25$. أثناء أي فاصل زمني يكون الصاروخ على ارتفاع 100 قدم على الأقل فوق الأرض؟ $\{t \mid 1.99 \leq t \leq 3.14\}$

التدريس بالتقنية المفكرة أسأل

الطلاب ان يكتبوا مدونة لوصف كيف ان التمثيل البياني للمتباينة التربيعية يشبه التمثيل البياني للمتباينة الخطية أو يختلف عنها.

2 استكمال حل المتباينات التربيعية تابع

مثال 3 يوضح كيفية حل المتباينة

التربيعية للشكل $ax^2 + bx + c \geq 0$

عن طريق التمثيل البياني للدالة التربيعية

ذات الصلة. مثال 4 يوضح كيفية

إستخدام التمثيل البياني للمتباينة التربيعية

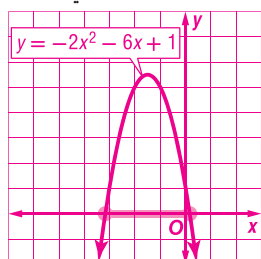
لحل مسألة في الحياة اليومية. مثال 5

يوضح كيفية حل المتباينات التربيعية جبرياً.

أمثلة إضافية

3 حل $0 \leq -2x^2 - 6x + 1$ عن

طريق التمثيل البياني.



$$\{x \mid -3.16 \leq x \leq 0.16\}$$

4 **الرياضة** إرتفاع الكرة فوق سطح

الأرض بعد رميها لأعلى بسرعة

40 قدم في الثانية يمكن تمثيلها

بواسطة الدالة $h(x) = 40x -$

16، بحيث يتم إعطاء الإرتفاع $h(x)$

بالقدم و الوقت x بالثواني. في أي

وقت أثناء رميها تكون الكرة على

بعد 15 قدم من سطح الأرض؟

الكرة على إرتفاع 15 قدم من سطح

الأرض في أول 0.46 ثانية من

إرتفاعها وأيضاً بعد 2.04 ثانية من

إرتطام الكرة بالأرض عند

2.5 ثانية.

5 حل $x^2 + x \leq 2$ جبرياً.

$$\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$$



رابط القراءة في الحياة الواقعية

تستغرق ميلي ثانية فقط لبالون المياه للخروج. يمكن لكاميرا عالية السرعة أن تحتفظ بتأثير على السائل قبل وقوعه بفعل الجاذبية. المصدر: ناسا

مثال 5 أوجد حلاً للمتباينة التربيعية جبرياً

أوجد حلاً جبرياً لـ $x^2 - 3x \leq 18$.

الخطوة 1 أوجد حلاً للمعادلة التربيعية المتصلة $x^2 - 3x = 18$.

$$\begin{aligned} x^2 - 3x &= 18 \\ x^2 - 3x - 18 &= 0 \\ (x + 3)(x - 6) &= 0 \\ x + 3 &= 0 \quad \text{or} \quad x - 6 = 0 \\ x &= -3 \quad \quad \quad x = 6 \end{aligned}$$

المعادلة التربيعية المتصلة

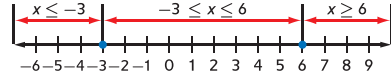
اطرح 18 من كل طرف

عامل.

خاصية حاصل الضرب

أوجد حلاً لكل معادلة.

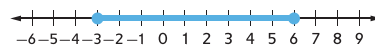
الخطوة 2 مخطط -3 و 6 على خط الأعداد. استخدم النقاط حيث إن هذه القيم تمثل حلولاً للمتباينة الأصلية. لاحظ أنه يتم تقسيم خط الأعداد إلى ثلاث فترات زمنية.



الخطوة 3 اختبر قيمة من كل فترة لترى ما إذا كانت تحقق المتباينة الأصلية أم لا.

$x \leq -3$	$-3 \leq x \leq 6$	$x \geq 6$
اختبر $x = -5$	اختبر $x = 0$.	اختبر $x = 8$.
$x^2 - 3x \leq 18$	$x^2 - 3x \leq 18$	$x^2 - 3x \leq 18$
$(-5)^2 - 3(-5) \leq 18$	$(0)^2 - 3(0) \leq 18$	$(8)^2 - 3(8) \leq 18$
$40 \leq 18$	$0 \leq 18$	$40 \leq 18$

مجموعة الحل هي $\{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$ أو $[-3, 6]$.



تمرين موجه

أوجد حلاً جبرياً لكل متباينة.

5A. $x^2 + 5x < -6$ $\{x \mid -3 < x < -2\}$ 5B. $x^2 + 11x + 30 \geq 0$ $\{x \mid x \leq -6 \text{ أو } x \geq -5\}$

تحقق من فهمك

مثال 1 أنشئ رسماً بيانياً لكل متباينة. 1-3. انظر الهامش.

1. $y \leq x^2 - 8x + 2$ 2. $y > x^2 + 6x - 2$ 3. $y \geq -x^2 + 4x + 1$

الأمثلة 2-3 فهم طبيعة الأمور أوجد حلاً لكل متباينة عن طريق الرسوم البيانية.

4. $0 < x^2 - 5x + 4$ $\{x \mid x < 1 \text{ أو } x > 4\}$ 5. $x^2 + 8x + 15 < 0$ $\{x \mid -5 < x < -3\}$
6. $-2x^2 - 2x + 12 \geq 0$ $\{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$ 7. $0 \geq 2x^2 - 4x + 1$ $\{x \mid 0.29 \leq x \leq 1.71\}$

8. كرة قدم ركل لاعب وسط الكرة تجاه المرمى أثناء مباراة ما. يمكن تمثيل ارتفاع الكرة بالقدم على الأرض $h(t)$ في وقت t عن طريق $h(t) = -0.1t^2 + 2.4t + 1.5$. إذا كان ارتفاع المرمى 8 قدم، في أي وقت أثناء الركل ستكون الكرة قادرة على دخول المرمى؟ $\{t \mid 0 < t < 3.11\}$ أو $\{t \mid 20.89 < t \leq 24.61\}$

مثال 4 أوجد حلاً جبرياً لكل متباينة.

9. $x^2 + 6x - 16 < 0$ $\{x \mid -8 < x < 2\}$ 10. $x^2 - 14x > -49$ $\{x \mid x < 7 \text{ or } x > 7\}$
11. $-x^2 + 12x \geq 28$ $\{x \mid 3.17 \leq x \leq 8.83\}$ 12. $x^2 - 4x \leq 21$ $\{x \mid -3 \leq x \leq 7\}$

نصيحة دراسية

حل المتباينات التربيعية جبرياً

تعد مجموعة الحل لمتباينة تربيعية جميع الأعداد الحقيقية عندما تحقق المتباينة نقاط الاختبار الثلاث. تكون مجموعة الحل خالية عندما لا تحقق المتباينة أي نقطة من نقاط الاختبار.

تدريس التدريبات

الرياضية الفهم المنطقي يبدأ

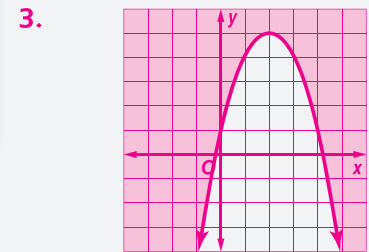
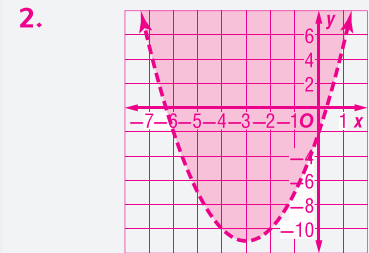
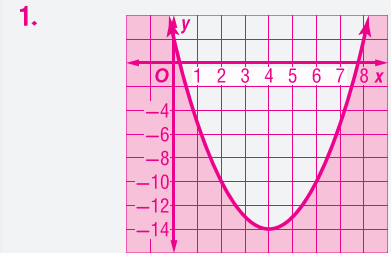
الطلاب الماهرون رياضياً بشرح معنى المشكلة لأنفسهم و البحث عن نقاط الوصول لحلها. ثم يقومون بتحليل معطيات. و القيود و العلاقات والأهداف. ويتحققون من إجاباتهم مسائل باستخدام طريقة مختلفة، ويسألون أنفسهم باستمرار، "هل هذا معقول؟"

3 تدريب

التقويم الشكلي

استخدم التمارين 1-12 للتأكد من الفهم استخدم الجدول في أسفل الصفحة التالية لتخصيص مهام طلابك.

إجابات إضافية



مثال 1

أنشئ رسماً بيانياً لكل متباينة. 13-18. انظر الهامش.

13. $y \geq x^2 + 5x + 6$ 14. $x^2 - 2x - 8 < y$ 15. $y \leq -x^2 - 7x + 8$

16. $-x^2 + 12x - 36 > y$ 17. $y > 2x^2 - 2x - 3$ 18. $y \geq -4x^2 + 12x - 7$

19. $\{x \mid 1.1 < x < 7.9\}$ 20. $\{x \mid -4 < x < 6\}$
21. {جميع الأعداد الحقيقية} 22. $\{x \mid x < -5.45 \text{ أو } x > -0.55\}$

أوجد حلاً لكل متباينة عن طريق الرسوم البيانية.

19. $x^2 - 9x + 9 < 0$ 20. $x^2 - 2x - 24 \leq 0$ 21. $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

22. $x^2 + 6x + 3 > 0$ 23. $0 > -x^2 + 7x + 12$ 24. $-x^2 + 2x - 15 < 0$

25. $4x^2 + 12x + 10 \leq 0$ 26. $-3x^2 - 3x + 9 > 0$ 27. $0 > -2x^2 + 4x + 4$

28. $3x^2 + 12x + 36 \leq 0$ 29. $0 \leq -4x^2 + 8x + 5$ 30. $-2x^2 + 3x + 3 \geq 0$

$\{x \mid -0.5 \leq x \leq 2.5\}$ $\{x \mid x \leq -0.69 \text{ أو } x \geq 2.19\}$

31. الهندسة المعمارية هناك مدخل مقوس لرفقة على شكل نقطة تقاطع يمكن تمثيله بالمعادلة $f(x) = -x^2 + 6x + 1$. كم يكون ارتفاعه من جانبي القوس على مسافة 7 قدم على الأقل؟ حوالي 1.26 ft إلى 4.73 ft

$\{x \mid x < .23$
 $-1.42 \text{ أو } x >$
 $8.42\}$

الأمثلة 2-3
{جميع الأرقام

الحقيقية}
 $\{x \mid -2.30$
 $< x < 1.30\}$
 $\{x \mid x < .27$
 $-0.73 \text{ أو } x >$
 $2.73\}$

مثال 4

31

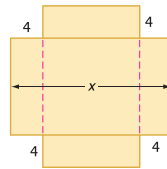
32. التصنيع يتم تشكيل صندوق عن طريق قطع 4 بوصة مربعة من كل جانب في قطعة

مربعة من الورق المقوى و بعد ذلك يتم طي الجانبين. إذا

كانت $V(x) = 4x^2 - 64x + 256$ تمثل حجم الصندوق، ما الذي يجب

أن تكون عليه أبعاد قطعة الورق المقوى الأصلية إذا كان حجم الصندوق لا يمكن أن

يتجاوز 750 بوصة مكعبة؟ أكبر من 8 in. ولكن لا تزيد عن 21.69 in.



أوجد حلاً جبرياً لكل متباينة. 33-44. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

مثال 5

33. $x^2 - 9x < -20$

34. $x^2 + 7x \geq -10$

35. $2 > x^2 - x$

36. $-3 \leq -x^2 - 4x$

37. $-x^2 + 2x \leq -10$

38. $-6 > x^2 + 4x$

39. $2x^2 + 4 \geq 9$

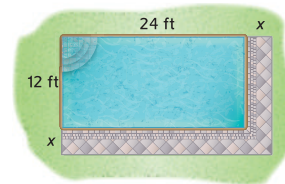
40. $3x^2 + x \geq -3$

41. $-4x^2 + 2x < 3$

42. $-11 \geq -2x^2 - 5x$

43. $-12 \geq -5x^2 - 10x$

44. $-3x^2 - 10x > -1$



45. الاجتهاد تضيف عاتلة شوقي سطحاً على طول جانبي حمام السباحة الخاص بهم. و سيكون عرض السطح هو ذات العرض في كلا الجانبين و لا يمكن أن تتجاوز مساحة منطقة المسبح و السطح مقاساً 750 قدمًا مربعة.

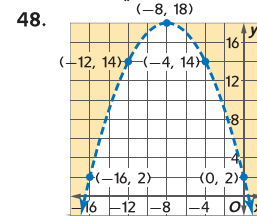
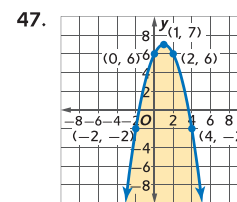
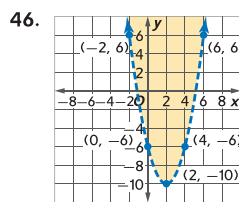
a. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

a. أنشئ رسماً بيانياً للمتباينة التربيعية.

b. حدد العرض الممكن للسطح.

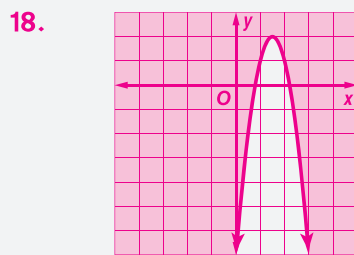
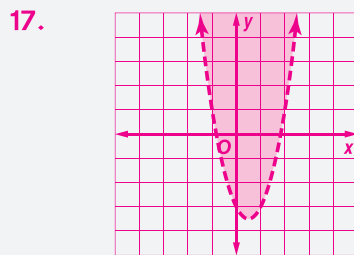
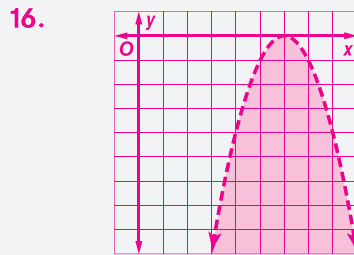
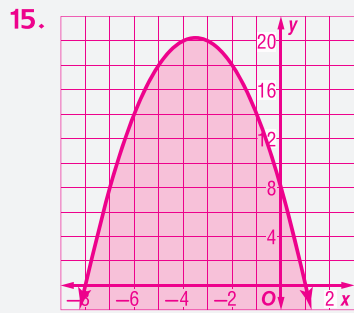
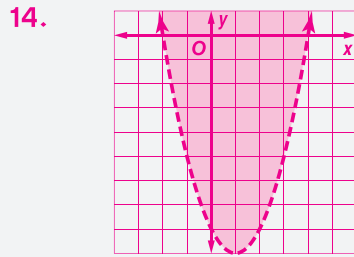
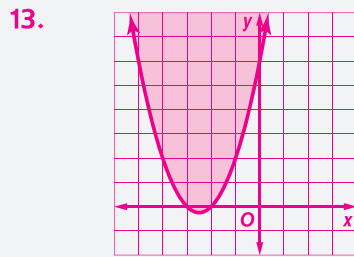
أكبر من 0 ft. ولكن لا تزيد عن 10.04 ft.

اكتب متباينة تربيعية لكل رسم بياني.



$y > x^2 - .46$
 $4x - 6$
 $y \leq -x^2 .47$
 $+ 2x + 6$
 $y > .48$
 $-0.25x^2 -$
 $4x + 2$

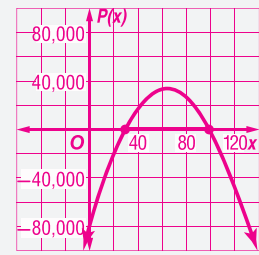
إجابات إضافية



خيارات متنوعة للواجب المنزلي

مستوى	الفرص	خيار اليومين
AL الأساسي	13-44, 57-60, 62-83	13-43 , فردي 63-66, 14-44 زوجي 57-60, 62, 67-83
OL الأساس	13-55 , فردي 56, 57-60, 62-83	13-44, 63-66 45-60, 62, 67-83
BL المتقدم	45-76	

55a.



94. $x | x$
-1.06 أو $x <$
{7.06

05. {جميع الأرقام الحقيقية}

15. $x | x$
-2.75 أو x
 $1 \leq$

25. \emptyset
35. $x | x$

16.0 أو $x <$
{2.72

45. $x | x$
-5.19 أو $x <$
{0.19

أوجد حلًا لكل متباينة تربيعية باستخدام رسم بياني، جدول، أو جبريًا.

49. $-2x^2 + 12x < -15$

50. $5x^2 + x + 3 \geq 0$

51. $11 \leq 4x^2 + 7x$

52. $x^2 - 4x \leq -7$

53. $-3x^2 + 10x < 5$

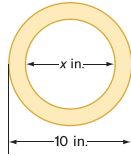
54. $-1 \geq -x^2 - 5x$

55. الأعمال التجارية تستخدم شركة تصنيع إلكترونيات الدالة $P(x) = x(-27.5x + 3520) + 20,000$ لتمثيل أرباحها الشهرية عند بيع x آلاف من مشغلات الصوت العددية

a. أنشئ رسمًا بيانيًا للمتباينة التربيعية لربح شهري يصل إلى 100,000AED ألف دولار أمريكي على الأقل. انظر الهامش.

b. كم عدد مشغلات الصوت العددية التي يجب أن تباعها الشركة المصنعة لتجني ربحًا لا يقل عن 100,000AED ألف دولار أمريكي شهريًا؟ من 30,000 ألف إلى 98,000 ألف مشغل صوت رقمي

c. افترض أن المصنع لديه مصروفات شهرية إضافية بقيمة 25,000AED ألف دولار أمريكي. اشرح كيف يؤثر ذلك على الرسم البياني لكل دالة ربح. ثم حدد كم عدد مشغلات الصوت العددية التي يلزم الشركة المصنعة أن تباعها لتجني أرباحًا بقيمة 100,000AED ألف دولار أمريكي على الأقل.



56b. 1.28 بوصة. إلى 1.59 بوصة.
56. المرافق يقوم أحد المقاولين بتركيب مواسير صرف لموقف سيارات تابع لمركز تسوق. يجب أن يكون القطر الخارجي للأنبوب 10 بوصة. يجب أن تكون مساحة المقطع العرضي 35 بوصة مربعة على الأقل و لا يجب أن تكون أكبر من 42 بوصة مربعة.

a. أنشئ رسمًا بيانيًا للمتباينات التربيعية. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.

b. ما هو سُمك أنبوب الصرف الذي يمكن للمقاول أن يستخدمه؟

55c. يتم إزاحة الرسم البياني إلى أسفل 25,000 وحدة. يجب أن تباع الشركة المصنعة من 47,000 إلى 81,000 مشغل صوت عددي

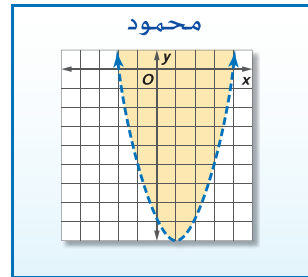
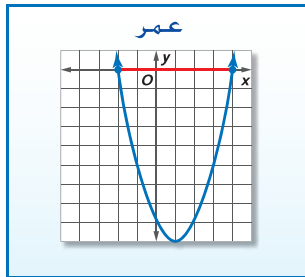
مهارات التفكير العليا مسائل استخدام مهارات التفكير العظمى

57. نهاية مفتوحة اكتب متباينة تربيعية لكل حالة.

a. مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية. عينة الإجابة: $x^2 + 2x + 1 \geq 0$

b. مجموعة الحل خالية. عينة الإجابة: $x^2 - 4x + 6 < 0$

58. علق استخدم محمود و عمر رسمًا بيانيًا لحل المتباينة التربيعية $x^2 - 2x - 8 > 0$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.



58. لا هذا ولا ذاك؛

رسم محمود المتباينة

بيانيًا بمتغيرين، ورسم

عمر المتباينة بيانيًا بفترة

خاطئة.

59-62. انظر الوحدة

3 ملحق الإجابات.

59. استدلال هل حدود مجموعة الحل الخاصة بـ $x^2 + 4x - 12 \leq 0$ تضاعف قيمة

حدود $x^2 + 2x - 6 \leq 0$ ؟ $\frac{1}{2}$ ؟ اشرح.

60. استدلال حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة غالبًا، أو دائمًا، غير صحيحة مطلقًا. اشرح استدلالك.

نقطة تقاطع $y \leq -ax^2 + c$ و $y \geq ax^2 - c$ هي المجموعة الخالية.

61. تحدي ارسم تقاطع الرسوم البيانية الخاصة بـ $y \geq x^2 - 4$ و $y \leq -x^2 + 4$.

62. كتابات في الرياضيات كيف تكون التقنيات المستخدمة عند حل المتباينات التربيعية و المعادلات التربيعية متشابهة؟ مختلفة؟

تمرين على اختبار قياسي

63. **إجابة موزعة** تحتاج ليدز منطقة بطول 80 قدمًا و عرض 40 قدمًا. يمكن لكل حقيبة بذور أن تغطي 25 ياردة مربعة من الأرض. كم عدد حقائب البذور التي ستحتاجها؟ **15**

64. **SAT/ACT** ناتج عددين من الأعداد الصحيحة المتتالية بين 107 و 116. أي مما يلي لا يمكن أن يكون أحد الأعداد الصحيحة؟ **D**

- A 5
B 10
C 12
D 15
E 23

65. **احتمالية** يتم ترتيب خمسة طلاب جنبًا إلى جنب على أن يكون أطول طالب في المنتصف و أقصر طالبين على الطرفين. إذا لم يكن الطالبين في نفس الطول، كم عدد الترتيبات المختلفة التي تكون ممكنة؟ **G**

- F 2
G 4
H 5
J 6

66. **إجابة مختصرة** حول لأبسط صورة $\frac{5+i}{6-3i} \cdot \frac{3}{5} + \frac{7}{51}i$

انتبه!

تحليل الخطأ إذا كانت

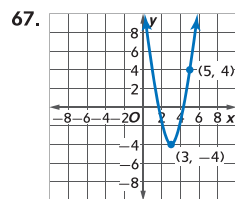
المتباينة تحتوي على X كمتغير واحد، يتعين على الحل أن يشير فقط إلى قيم X . وضح أن التدريب 58 قام عمر بالتمثيل البياني للمتباينة في متغيرين.

4 التقويم

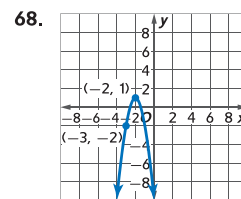
تذكرة خارج الباب اكتب متباينة تربيعية بمتغير واحد على السبورة. في بطاقة الفهرس، على الطلاب حل المتباينة بيانياً و جبرياً.

مراجعة شاملة

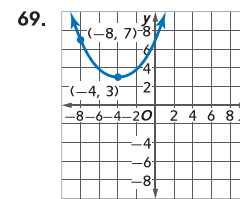
اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ. (الدرس 3-5)



$$y = 2(x - 3)^2 - 4$$



$$y = -3(x + 2)^2 + 1$$



$$y = 0.25(x + 4)^2 + 3$$

أكمل الجزئين a و b معادلة تربيعية.

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد و نوع الجذور. (الدرس 3-4)

70. $4x^2 + 7x - 3 = 0$

الجذور غير المنطقية 2: 97

71. $-3x^2 + 2x - 4 = 9$

الجذور المركبة 2: -152

72. $6x^2 + x - 4 = 12$

الجذور غير المنطقية 2: 385

73. **البنزين في الميّل** البنزين في الميّل لكل غالون في سيارة معينة يُمنح عن طريق المعادلة $y = 10 + 0.9x - 0.01x^2$ حيث x هي سرعة السيارة بين 10 و 75 ميل لكل ساعة. أوجد نطاق السرعة التي ستعطي البنزين في الميّل لـ 25 ميلاً لكل غالون على الأقل (درس 3-6) $22.087 \leq x$

67.91 ميل في الساعة

اكتب كل معادلة في صيغة الرأس، إذا لم تكن موجودة بالفعل في هذه الصيغة. حدد الرأس 74-77. انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات. و محور التناثر و اتجاه الفتح. ثم ارسم الدالة بيانياً. (الدرس 3-5)

74. $y = -6(x + 2)^2 + 3$

75. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 8x$

76. $y = (x - 2)^2 - 2$

77. $y = 2x^2 + 8x + 10$

مراجعة المهارات

استخدم خاصية التوزيع لإيجاد كل حاصل ضرب.

78. $-6(x - 4) - 6x + 24$

79. $8(w + 3x) 8w + 24x$

80. $-4(-2y + 3z) 8y - 12z$

81. $-1(c - d) d - c$

82. $0.5(5x + 6y) 2.5x + 3y$

83. $-3(-6y - 4z) 18y + 12z$

التعليم المهم

تكلمة اكتب $\sqrt{x^2 - 2x - 3}$ على السبورة. اسأل الطلاب أن يجدوا قيم x التي يكون فيها هذا التعبير عدداً حقيقياً. اشرح ان الحل هو كل قيم x بحيث ان الرمز تحت الجذر أكبر من أو مساو للصفر. $\{x / x \leq -1 \text{ or } x \geq 3\}$



مختبر تكنولوجيا الرسوم البيانية تمثيل الحركة

2-5

1 اركز

الهدف: استخدم جهاز تجميع البيانات لتحقيق من العلاقة بين الزمن والمسافة التي تقطعها السيارة على المنحدر.

الأدوات اللازمة لكل مجموعة

- لوح طويل، ومستوي ذو سطح أملس
- مجموعة كتب
- جهاز تجميع البيانات (مراقب الحركة TI CBR)
- حاسبة التمثيل البياني
- سيارة لعبة متوسطة الحجم (ويمكن استخدام كرة مقاس 9 بوصة)

نصيحة للتدريس

- قبل البدء في النشاط، على الطلاب إعداد التمثيل البياني لتوقع المسافة مقابل الزمن كلما تحركت السيارة أعلى وأسفل المنحدر.
- يمكنك أن تطلب منهم تجربة دفع السيارة دفعة صغيرة وسريعة حتى تتحرك إلى أعلى المنحدر قاطعة حوالي نصف المسافة.
- يجب عليهم الضغط على مفتاح البدء لبدء الجهاز في تجميع البيانات لحظة انطلاق السيارة.
- من اللازم أن يرفع الطلاب أيديهم من طريق مجمع البيانات بسرعة بعد انطلاق سراح السيارة.
- يجب أن تكون السيارة على مسافة 1.5 قدم (0.5 متر) بحيد أقصى من جهاز تجميع البيانات .

2 درس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات من ثلاثة أو أربعة، بقدرات مختلفة، ثم اطلب من المجموعات إكمال النشاط والتمارين 1-3.

اسأل:

- اسأل الطلاب هل قطعت السيارة مسافة أطول في أول ثانيتين من الحركة أم في آخر ثانيتين.

تدريب: على الطلاب إكمال التمارين 4-7.

إعداد المختبر

- ضع لوحة على كومة من الكتب لعمل منحدر.
- قم بتوصيل جهاز جمع البيانات بحاسبة الرسوم البيانية. ضع السيارة أعلى المنحدر حتى يستطيع جهاز جمع البيانات قراءة حركة السيارة على المنحدر.
- أمسك بالسيارة ثابتة على ارتفاع 6 بوصة تقريبًا من المنحدر و أضبط جهاز الجمع على الوضع صفر.

ممارسات رياضية
استخدم النماذج الرياضية.

النشاط

- الخطوة 1** يجب أن يضغط أحد أفراد المجموعة على زر بدأ جمع البيانات.
- الخطوة 2** و يضع عضو آخر بالفريق السيارة عند أسفل المنحدر. بعد بدأ جمع البيانات، قم بدفع السيارة برفق لكن بسرعة حتى تسير لأعلى المنحدر باتجاه جهاز كشف الحركة.
- الخطوة 3** توقف عن جمع البيانات عندما ترجع السيارة لأسفل المنحدر. احفظ البيانات باسم التجربة 1.
- الخطوة 4** قم باستبعاد أحد الكتب من المجموعة. ثم كرر التجربة. احفظ البيانات باسم التجربة 2. بالنسبة للتجربة 3، قم بإنشاء منحدر حاد و كرر التجربة.

- عينة الإجابة:** يشبه الرسم البياني القطع المكافئ، لذا يمكن استخدام دالة تربيعية لتمثيل البيانات.
- عينة الإجابة:** التجربة 3 هي الأوسع نطاقاً و التجربة 2 هي الأضيق نطاقاً. تحركت السيارة بسرعة أكبر على المنحدرات الحادة.
- تكون القيمة المطلقة لـ a هي الأقل عندما يكون الرسم البياني واسفًا.**

حلل النتائج 2-4. ألق نظرة على عمل الطلاب.

- ما نوع الدالة التي يمكن استخدامها لتمثيل البيانات؟ برّر إجابتك.
- استخدم قائمة **CALC** لإيجاد نقطة الرأس للرسم البياني. قم بتسجيل الإحداثيات في جدول مثل هذا الجدول الموجود على اليمين.
- استخدم خاصية **TRACE** بالآلة الحاسبة لإيجاد الإحداثيات لنقطة أخرى على الرسم البياني. ثم استخدم إحداثيات نقطة الرأس و النقطة لإيجاد معادلة للرسم البياني.
- أوجد معادلة لكل رسم من الرسوم البيانية بالتجربتين 2 و 3.
- ما أوجه التشابه بين معادلات التجارب 1 و 2 و 3؟ ما هو الرسم البياني الأوسع و أيها الأكثر ضيقاً؟ وضح ما الذي يمثله ذلك في سياق الموقف. كيف يتم تمثيل هذا في المعادلات؟
- ما الذي يمثله نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x و نقطة الرأس لكل رسم بياني؟
- لماذا كانت قيم h و k مختلفة في كل تجربة؟ الوقت الذي توقفت فيه السيارة مختلف.

المعادلة	النقطة (x, y)	نقطة الرأس (h, k)	التجربة
			1
			2
			3

في الأزمنة التي مرت فيها السيارة بنقطة الصفر:
الزمن الذي تتوقف فيه السيارة عن التحرك للأمام

163

الانتقال من العملي إلى النظري

اسأل الطلاب ماذا يمكن أن يحدث للتمثيل البياني إذا صار المنحدر أشد انحداراً أكثر وأكثر؟ ثم اطلب منهم تكرار التجربة للتأكد من صحة فرضياتهم.

توسيع المفهوم

- عدّل في النشاط باستخدام منحدر أطول.
- عدّل في النشاط بإضافة وزن للسيارة.

3 قيم

التقويم المستمر

استخدم التمرين 5 للتأكد من فهم الطلاب لتأثير التغير في حركة السيارة على شكل التمثيل البياني.

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

مفردات أساسية

وحدت تخيلية (imaginary unit) (p. 178)	مركبات مرافقة (complex conjugates) (p. 181)
عدد تخيلي بحت (pure imaginary number) (p. 178)	عدد مركب (complex number) (p. 179)
تباين تربيعي (quadratic inequality) (p. 207)	التمييز (discriminant) (p. 192)
خواص الجذر التربيعي (Square Root Property) (p. 179)	محلول من (factored form) (p. 170)
طريقة تحليل العبارة التربيعية الشكل الرأسية (vertex form) (p. 200)	طريقة تحليل العبارة التربيعية الشكل الرأسية (FOIL method) (p. 170)

مفردات تحقق

حدد ما إذا كانت الجملة صحيحة أم خاطئة. إذا خطأ،
إستبدل المصطلح المسطر لإ نشاء جملة صحيحة.

1. محور التماثل سيتقاطع مع القطع المكافئ في نقطة واحدة
تسمى الرأس. **صح**

2. طريقة تحليل التعبير التربيعي تستخدم لتكون العبارة
التعبيرية مربع كاملاً و ذلك لحل المعادلة المتصلة **خطأ**.

بإكمال المربع

3. العدد $6i$ هو عدد تخيلي بحت. **صح**

4. العددين $2 + 3i$ و $2 - 3i$ يطلق عليهم المركبات
المرافقة. **صح**

مفاهيم أساسية

حل المسائل التربيعية (دروس 2-3)

- جذر المعادلة التربيعية هي أصفار الدالة التربيعية المرتبطة بها. يمكن الحصول على أصفار الدالة التربيعية بالعثور على x -تقاطع الرسم البياني.

الأعداد المركبة (درس 3-3)

- i هي الوحدة التخيلية $i^2 = -1$ و $i = \sqrt{-1}$.

حل المسائل التربيعية (دروس 3-4)

- إكمال المربع : **خطوة 1** أو جد نصف b . معامل x .
خطوة 2 تربيع النتيجة في خطوة 1 **خطوة 3** أضف نتيجة خطوة 2 ل $bx^2 +$

- الصيغة التربيعية: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

تحويل الرسم البياني التربيعي (درس 3-5)

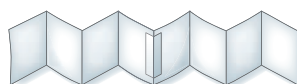
- الرسم البياني ل $y = (x - h)^2 + k$ إذا كان الشكل البياني $y = x^2$ منقول $|h|$ وحدات إلى اليسار إذا كان سلب h أو h وحدات إلى اليمين h إذا كان إيجابي k وحدات لأعلى k إذا كان إيجابي $|k|$ وحدات لأعلى k إذا كان سلب.
- خذ في الاعتبار $a > 0$ $a \neq 0$ $y = a(x - h)^2 + k$. إذا كان $a < 0$ ، منحنى الشكل البياني البياني مفتوح لأعلى إذا كان المنحنى مفتوح لأسفل. $|a| > 1$. الشكل البياني أضيق من الشكل البياني ل $y = x^2$. إذا كان $|a| < 1$. الشكل البياني أضيق من الشكل البياني ل $y = x^2$.

المتباينات التربيعية (درس 3-6)

- التمثيل البياني للدالة المتصلة، ليس على القطع المكافئ و حدد إذا كانت نتيجة، و ظلل وفقاً لذلك

FOLDABLES إدرس المنظم

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في حافظة أوراقك .



تقويم مستمر

زر المفردات تُشير مراجع الصفحة بعد كل كلمة إلى موضع ذكر هذا المصطلح أول مرة. إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في الإجابة على الأسئلة 1-4، ذكّرهم بإمكانية استخدام مرجع الصفحة لتنشيط ذاكرتهم عن المفردات.

مطويات

منظم الدراسة

Dinah Zike's® مطويات

على الطلاب ان ينظروا خلال الوحدة للتأكد من شمول أمثلة في مطوياتهم . أقترح أن الطلاب ان يبقوا مطوياتهم في متناول يديهم عند الانتهاء من صفحات دليل الدراسة والمراجعة. تشير إلى أن المطويات يمكن أن تكون بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة لاختبار الوحدة.

مراجعة درس بدرس

تدخل إذا كانت الأمثلة ليست كافية لمراجعة الموضوعات التي تغطيها الأسئلة. دُكر الطلاب أن تراجع الدرس تخبرهم أين يمكن مراجعة هذا الموضوع في الكتب المدرسية الخاصة بهم.

اجابات اضافية

5. $x^2 - 11x + 30 = 0$
6. $x^2 + 10x + 21 = 0$
7. $x^2 + 2x - 8 = 0$
8. $3x^2 - x - 2 = 0$
9. $6x^2 - 31x + 5 = 0$
10. $4x^2 + 5x + 1 = 0$

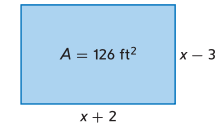
2-2 حل المسائل التربيعية بتحليلها إلى العامل

إكتب معادلة تربيعية في الصورة القياسية بالجذر المعطى 5-10. أنظر الهامش.

5. 5, 6
6. -3, -7
7. -4, 2
8. $-\frac{2}{3}, 1$
9. $\frac{1}{6}, 5$
10. $-\frac{1}{4}, -1$

حل كل معادلة بالتحليل إلى العوامل.

11. $2x^2 - 2x - 24 = 0$ {-3, 4}
12. $2x^2 - 5x - 3 = 0$ $\left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$
13. $3x^2 - 16x + 5 = 0$ $\left\{\frac{1}{3}, 5\right\}$
14. إيجاد x و أبعاد المستطيل أدناه.



14 feet في 9 feet ؛ $x = 12$

مثال 1

إكتب معادلة تربيعية في الصور القياسية لـ $-\frac{1}{2}$ و 4 كجذر لها.

$$\begin{aligned} (x - p)(x - q) &= 0 && \text{إكتب النمط} \\ \left[x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right](x - 4) &= 0 && \text{مع } q = 4 \text{ و } p = -\frac{1}{2} \text{ استبدل} \\ \left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 4) &= 0 && \text{بسط} \\ x^2 - \frac{7}{2}x - 2 &= 0 && \text{إضرب} \\ 2x^2 - 7x - 4 &= 0 && \text{إضرب كل جانب في 2 حتى} \\ &&& \text{أعداد صحيحة } c \text{ و } b \text{ يكون} \end{aligned}$$

مثال 2

حل $2x^2 - 3x - 5 = 0$ بتحليلها إلى العامل.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 5 &= 0 && \text{المعادلة الأصلية} \\ (2x - 5)(x + 1) &= 0 && \text{تحليل المقدار الثلاثي} \\ 2x - 5 = 0 \text{ أو } x + 1 = 0 &&& \text{خاصية الضرب في الصفر} \\ x = \frac{5}{2} \text{ أو } x = -1 &&& \\ \text{مجموعة الحلول هي } \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} \text{ أو } \{x \mid x = -1, \frac{5}{2}\} &&& \end{aligned}$$

3-2 أعداد مركبة

بسط. $32. 2 + 5i$

15. $\sqrt{-8}$ $2i\sqrt{2}$
16. $(2 - i) + (13 + 4i)$ $15 + 3i$
17. $(6 + 2i) - (4 - 3i)$ $2 + 5i$
18. $(6 + 5i)(3 - 2i)$ $28 + 3i$
19. الكهرياء المقاومة الكهربائية في جزء واحد من الدائرة التوالي هي $3 + 2i$ أوم، والمقاومة في الجزء الثاني للدائرة هي $4 - 3i$ أوم. استخدم تلك الأعداد المركبة لإيجاد مجموع المقاومة في الدائرة. $7 - j \text{ ohms}$

حل كل معادلة.

20. $2x^2 + 50 = 0$ $\pm 5i$
21. $4x^2 + 16 = 0$ $\pm 2i$
22. $3x^2 + 15 = 0$ $\pm i\sqrt{5}$
23. $8x^2 + 16 = 0$ $\pm i\sqrt{2}$
24. $4x^2 + 1 = 0$ $\pm \frac{1}{2}i$

مثال 3

بسط $(12 + 3i) - (-5 + 2i)$.

$$\begin{aligned} (12 + 3i) - (-5 + 2i) &= [12 - (-5)] + (3 - 2)i \\ &= 17 + i \end{aligned}$$

مثال 4

حل $3x^2 + 12 = 0$.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 12 &= 0 && \text{المعادلة الأصلية} \\ 3x^2 &= -12 && \text{إطرح 12 من كل جانب} \\ x^2 &= -4 && \text{إقسم كل جانب على 3} \\ x &= \pm\sqrt{-4} && \text{خواص الجذر التربيعي} \\ x &= \pm 2i && \sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} \end{aligned}$$

دليل الدراسة والمراجعة تكم

4-2 الصيغة التربيعية والمميز

مثال 5

حل $x^2 - 4x - 45 = 0$ باستخدام الصيغة التربيعية.

في $x^2 - 4x - 45 = 0$, $a = 1$, $b = -4$, و $c = -45$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-45)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm 14}{2}$$

اكتبهم كمعادلتين.

$$x = \frac{4 + 14}{2} \text{ أو } x = \frac{4 - 14}{2}$$

$$= -5 \quad = 9$$

$\{x | x = -5, 9\}$ أو $\{-5, 9\}$ مجموعة الحل هي

أكمل أجزاء a-c كل معادلة تربيعية

a. أوجد قيمة المميز.

b. صف عدد و شكل الجذور.

c. أوجد الحلول الصحيحة باستخدام الصيغة التربيعية.

25. $x^2 - 10x + 25 = 0$ **أنظر الهامش. 25-31**

26. $x^2 + 4x - 32 = 0$

27. $2x^2 + 3x - 18 = 0$

28. $2x^2 + 19x - 33 = 0$

29. $x^2 - 2x + 9 = 0$

30. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

31. $2x^2 + 5x + 9 = 0$

32. **علم الفيزياء** رامي كرة بسرعة 40 قدم في الثانية معادلة إرتفاع الكرة هي $h = -16t^2 + 40t + 5$. حيث تمثل الإرتفاع بالقدم t تمثل الزمن بالثانية. متى اصطدمت الكرة بالأرض؟ **حوالي 2.62 seconds**

5-2 تحويل الرسم البياني التربيعي

مثال 6

اكتب الدالة التربيعية $y = 3x^2 + 24x + 15$ في الشكل الرأسى. ثم حدد الرأس، محور التماثل وإتجاه فتحته.

$y = 3x^2 + 24x + 15$ **المعادلة الأصاية**

$y = 3(x^2 + 8x) + 15$ **إجمع و حلل**

$y = 3(x^2 + 8x + 16) + 15 - 3(16)$ **أكمل المربع**

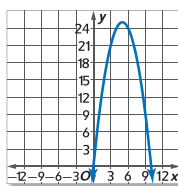
$y = 3(x + 4)^2 - 33$ **$x^2 + 8x + 16$ مربع كامل**

إذا، $a = 3$, $h = -4$, و $k = -33$. الرأس هو $(-4, -33)$ و محور التماثل هو $x = -4$. حيث a إيجابي، الرسم البياني مفتوح للأعلى.

اكتب كل معادلة تربيعية في الشكل الرأسى إن لم تكن بالفعل في هذا الشكل ثم حدد الرأس، محور التماثل وإتجاه فتحته. ثم إرسم الدالة **33-36. أنظر الهامش.**

33. $y = -3(x - 1)^2 + 5$ 34. $y = 2x^2 + 12x - 8$

35. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 12$ 36. $y = 3x^2 + 36x + 25$



37. الرسم البياني ناحية اليمين يظهر منتج لعددتين بمجموع عشرة لإوجد معادلة كنموذج لهذا المنتج و إستخدمها لتحديد العددان الذين سيعطيان أقصى للمنتج

$f(x) = -x^2 + 10x$ و 5

اجابات اضافية

25a. 0

25b. 1 جذر نسبي حقيقي

25c. $\{5\}$

26a. 144

26b. 2 جذور حقيقية نسبية

26c. $\{-8, 4\}$

27a. 153

27b. 2 جذور حقيقية غير نسبية

27c. $\left\{\frac{-3 \pm 3\sqrt{17}}{4}\right\}$

28a. 625

28b. 2 جذور حقيقية نسبية

28c. $\left\{-11, \frac{3}{2}\right\}$

29a. 32-

29b. 2 جذور مركبة

29c. $\{2 \pm 1i\sqrt{2}\}$

30a. 0

30b. 1 جذر حقيقي منطقي

30c. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

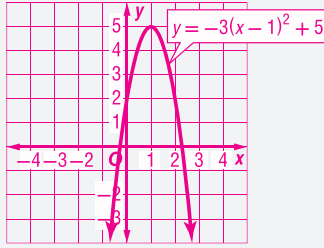
31a. -47

31b. 2 جذور مركبة

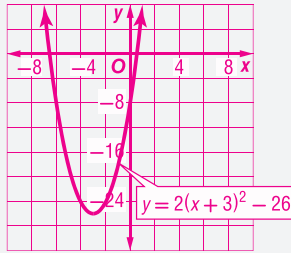
31c. $\left\{\frac{-5 \pm i\sqrt{47}}{4}\right\}$

اجابات اضافية

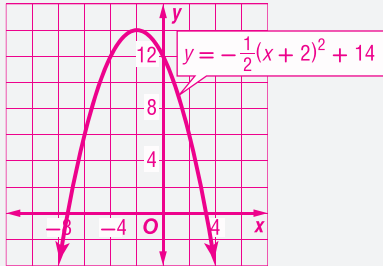
33. $y = -3(x-1)^2 + 5$; (1, 5); $x = 1$;
مفتوح لأسفل



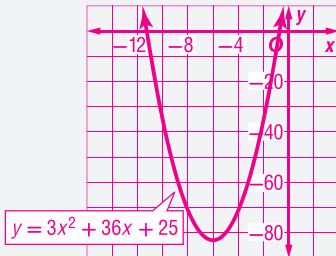
34. $y = 2(x+3)^2 - 26$; (-3, -26);
 $x = -3$; مفتوح لأعلى



35. $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 14$; (-2, 14);
 $x = -2$; مفتوح لأسفل



36. $y = 3(x+6)^2 - 83$; (-6, -83);
 $x = -6$; مفتوح لأعلى



6-2 المتباينات التربيعية

مثال 7

الرسم البياني $y > x^2 + 3x + 2$

خطوة 1 الرسم البياني للدالة المتصلة، $y > x^2 + 3x + 2$. لأن رمز المتباينة $>$ يستخدم، القطع المكافئ يجب أن يكون منقطع.

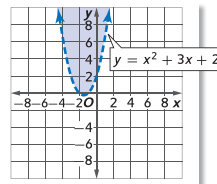
خطوة 2 إختبر نقطة ليست علي الرسم البياني علي القطع المكافئ مثل (0, 0)

$$y > x^2 + 3x + 2$$

$$(0) > (0)^2 + 3(0) + 2$$

$$0 > 2$$

إذا، (0, 0) ليس حل المتباينة



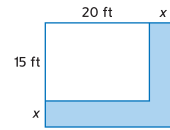
خطوة 3

ظل الجزء الذي لا يحتوي علي نقطة (0, 0)

إرسم الشكل البياني لكل متباينة.

$$38. y \geq x^2 + 5x + 4 \quad 39. y < -x^2 + 5x - 6$$

$$40. y > x^2 - 6x + 8 \quad 41. y \leq x^2 + 10x - 4$$



بين 0 و 5 ft

42. سعيد يريد وضع مقعد مريح قابل للطي علي جانبي حديقة عرض المقعد واحد علي الجانبين و مجموع محيط الحديقة و المقعد لا يتعدون 500 قدم مربع إلي أي مدى يمكن أن يكون عرض المقعد؟

حل كل متباينة بإستخدام الرسم البياني أو الجبر.

$$43. x^2 + 8x + 12 > 0 \quad \{x | x < -6 \text{ أو } x > -2\}$$

$$44. 6x + x^2 \geq -9 \quad \{\text{كلها أعداد حقيقية}\}$$

$$45. 2x^2 + 3x - 20 > 0 \quad \left\{x \mid x < -4 \text{ or } x > \frac{5}{2}\right\}$$

$$46. 4x^2 - 3 < -5x \quad \{x | -1.69 < x < 0.44\}$$

$$47. 3x^2 + 4 > 8x \quad \left\{x \mid x < \frac{2}{3} \text{ or } x > 2\right\}$$

38-41. أنظر الوحدة الثالث جاوب علي الملحق.

تدريب علي الإختبار

1. خيارات متعددة أي من المعادلات أدناه لها جذور عند -6 و $\frac{5}{3}$ C

$$A \quad 0 = 5x^2 - 29x - 6$$

$$B \quad 0 = 5x^2 + 31x + 6$$

$$C \quad 0 = 5x^2 + 29x - 6$$

$$D \quad 0 = 5x^2 - 31x + 6$$

2a. حوالي 1.4 seconds و 5.6 seconds

2. الفيزياء تم إلقاء كرة في الهواء عموديا بسرعة 112 feet في الثانية إرتفعت الكرة من علي الأرض 6 feet الارتفاع فوق الأرض بالثانية بعد الرمي بصمم ب

$$h(t) = -16t^2 + 112t + 6$$

a. متى ستصل الكرة ل 130 feet؟ b. أنظر الهامش.

b. هل يمكن أن تصل الكرة ل 250 feet ؟ إشرح.

c. بعد إلقاء الكرة كم هو عدد الثواني التي ستحتاجه الكرة لتصلطدم بالأرض؟ حوالي 7 seconds

3. محيط المستطيل أدناه 104 بوصة مربعة أوجد ناتج x و أبعاد المستطيل $x = 9$; 8 inches ب 13 inches

اجابات اضافية (ممارسة للاختبار)

2. إذا مثلت الدالة بيانًا فستكون الرأس علي بُعد 202 وحدة فوق المحور الأفقي. لذلك، فإن الارتفاع لن يكون أبدا 250.

التحضير للاختبارات المعيارية

1 ركز

الهدف: استخدام استراتيجيات التمثيل البياني لحل مسائل الاختبارات المعيارية.

2 درس

الأسئلة المتدرجة

اسأل:

■ اذكر بعض أجزاء التمثيل البياني.

نموذج للإجابة: العنوان و المحاور الرأسية والأفقية والمقياس

■ ما هو نوع المعادلة التي يعبر عنها

التمثيل البياني بالقطع المكافئ؟
معادلة تربيعية

■ ماذا تعرف عن كل نقطة في التمثيل البياني للقطع المكافئ؟
تمثل كل نقطة حل المعادلة أو الدالة الممثلة في التمثيل البياني.

إستخدم التمثيل البياني

إستخدم التمثيل البياني يمكن أن يساعدك في حل أنواع كثيرة و مختلفة للمشاكل التمثيل البياني يمكن ان يساعدك في حل المعادلات. تقييم الدالات وتفسير الحلول لعالم المشاكل الحقيقية

إستراتيجيات إستخدم الرسم البياني

خطوة 1

اقرأ بيان المشكلة بعناية

إسأل نفسك:

- ما الذي أسأل عنه؟
- ما المعلومة المعطاه في المشكلة؟
- كيف يمكن للرسم البياني أن يساعدني في حل المشكلة ؟

خطوة 2

إنشيء التمثيل البياني الخاص بك.

- خطط رسمك البياني علي قطعة صغيرة من الورق إذا أمكن.
- إذا كان مسموح يمكن أيضا أن تستخدم حاسبة الرسوم البيانية لإنشاء الرسم البياني.

خطوة 3

حل المشكلة.

- إستخدم رسمك البياني لمساعدتك في إيجاد نموذج لحل المشكلة.
- تحقق للتأكد من أن إجابتك لها معنى .

مثال للإختبار المعياري

اقرأ المشكلة حدد ما الذي تريد معرفته ثم إستخدم المعلومات في المشكلة للحل

قام الطلاب في فصل الفيزياء للسيد حسن بصناعة نموذج لصاروخ أطلق الصاروخ في مجال واسع بتساعد بسرعة أولية للأعلى في second في 128 feet. الدالة $h(t) = -16t^2 + 128t$ تصمم إرتفاع الصاروخ عن الأرض (بالقدم) t في الثانية بعد إطلاقه. كم من الزمن سيستغرق الصاروخ ليصل إلي أقصى إرتفاع؟

- | | |
|-------------|-------------|
| A 4 seconds | C 6 seconds |
| B 5 seconds | D 8 seconds |

مثال اضافي

التدريب على الاختبار المعياري

تلقي فاطمة كرة التنس الي الأعلى بسرعة 65 قدم في الثانية الواحدة. وتنطلق الكرة من يدها عندما كانت يدها على ارتفاع يساوي 4 أقدام فوق سطح الأرض. ارتفاع الكرة بعد ثواني T من إلقائها يتضح في المعادلة التالية

$$(T) = -16T^2 + 65T + 4$$

احسب الوقت، بالتقريب إلى أقرب ثانية، الذي تصل فيه كرة التنس الي أقصى ارتفاع لها. **A**

أ ثانيتان

ب 4 ثواني

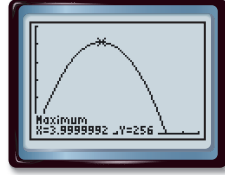
ج 70 ثانية

د 140 ثانية

3 التقويم

استخدم التمارين 1-6 لتقويم فهم الطلاب

الرسم البياني للدالة التربيعية سيمكنك من تحديد ذروة إرتفاع الصاروخ ومتى يحدث حاسبة الرسوم البيانية ستساعدك على سرعة رسم وتحليل الدالة.



0, 101 scl: 1 by 0, 300 scl: 50

ضربات الترجيح: $Y=$ $(-)$ 16 $X,T,0,n$ x^2 $+$ 128 $X,T,0,n$ **GRAPH**

بعد رسم الدالة بيانيا إستخدام **الحد الأقصى** أسفل قائمة **الألة الحاسبة**.

إضغط **2nd** **[الألة الحاسبة]** 4. ثم إستخدم \blacktriangleleft لوضع المؤشر علي يسار اقصى نقطة وإضغط **ENTER**. إستخدم \blacktriangleright لوضع المؤشر علي يمين أقصى نقطة و إضغط **ENTER** **ENTER**

الرسم البياني يبين أن الصاروخ يأخذ 4 ثانية ليصل إلي أقصى إرتفاع A هي الإجابة الصحيحة .

تمارين

اقرأ كل مشكلة حدد ما الذي تريد معرفته ثم إستخدم المعلومات في المشكلة للحل

1. ما هي جذور $y = 2x^2 + 10x - 48$ ؟ **C**

- A -5, 4
- B -6, 1
- C -8, 3
- D 2, 3

2. كم عدد المرات التي يكون فيها الرسم البياني $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ يتقاطع مع محور $-x$ ؟ **F**

- F 0
- G 1
- H 2
- J 3

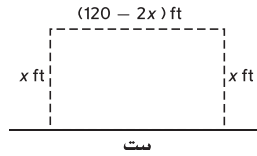
3. أي من البيانات يصف أفضل الرسوم البيانية للمعادلتين؟ **C**

$$16x - 2y = 24$$

$$12x = 3y - 36$$

- A الخطوط متوازية.
- B الخطوط متماثلة.
- C الخطوط تتقاطع في نقطة واحدة.
- D الخطوط تتقاطع في أكثر من نقطة و لكنها ليست متماثلة.

4. أمانى تستخدم 120 قدم من السياج وذلك لتحيط مساحة مربع لجروها جانب واحد من هذا التطويق سيكون منزلها.



الدالة $f(x) = x(120 - 2x)$ تمثل مساحة التطويق . ما هو أكبر مساحة يمكن لأمانى ان تحيطها بإستخدام السياج؟ **G**

- F 1650 ft²
- G 1800 ft²
- H 1980 ft²
- J 2140 ft²

5. لأي معادلة - هو إحداثي الرأس x ؟4 **A**

- A $f(x) = x^2 - 8x + 15$
- B $f(x) = -x^2 - 4x + 12$
- C $f(x) = x^2 + 6x + 8$
- D $f(x) = -x^2 - 2x + 2$

6. أوجد قيمة x يكون $f(x) = x^2 + 5x + 6$ قد وصل لأدنى قيمته؟ **H**

- F -5
- G -3
- H $-\frac{5}{2}$
- J -2

تدريب لاختبار معياري

تراكمي ، من الوحدة 1 و حتي 2

إختيارات متعددة

قم بقراءة كل سؤال ثم أكمل الإجابة الصحيحة في وثيقة الأجوبة المقدمة من معلمك أو علي قطعة من الورق.

1. الرسم البياني ل $g(x) = \frac{2}{5}x^2 - 4x + 2$ منقولة لأسفل 5 وحدة لإنتاج الرسم البياني للدالة $h(x)$. أي مما يأتي يمكن أن يكون $h(x)$ ؟ **G**

F $h(x) = \frac{2}{5}x^2 - 4x + 7$

G $h(x) = \frac{2}{5}x^2 - 4x - 3$

H $h(x) = \frac{2}{5}x^2 - 9x + 2$

J $h(x) = \frac{2}{5}x^2 + x + 2$

2. الدالة $P(t) = -0.068t^2 + 7.85t + 56$ يمكن أن تستخدم لتقريب عدد سكان كلاركسفيل إلي الألف بين 1960 و 2000 مجال t الدالة هو عدد الأعوام منذ 1960. وفقا للنموذج. في أي عام وصل عدد سكان كلاركسفيل ل 200,000 نسمة؟ **J**

F 1974

H 1981

G 1977

J 1983

3. ما هو تأثير الرسم البياني علي الدالة $y = x^2 + 4$ عندما يكون $y = x^2 - 3$ ؟ **H**

F منحدر الرسم البياني يتغير.

G الرسم البياني يتسع.

H الرسم البياني نفس الشكل. و الرأس إجهت لأسفل.

J الرسم البياني نفس الشكل و الرأس تحول لليسار.

4. أي معادلة ستحقق أضيق قطع مكافئ عندما يتم تخطيطها بالرسم البياني؟ **C**

A $y = 3x^2$

C $y = -6x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

5. أي من الآتي لا يصف الرسم البياني بدقة $y = -2x^2 + 4$ ؟ **C**

A القطع المكافئ متماثل حول y -المحور.

B القطع المكافئ يفتح لأسفل.

C أصل القطع المكافئ مثل رأسه.

D القطع المكافئ يعبر المحاور في مكانين مختلفين x .

6. أي من الآتي ليس عامل $x^4 - 6x^2 - 27$ ؟ **D**

A $x^2 + 3$

C $x + 3$

B $x - 3$

D $x^2 - 3$

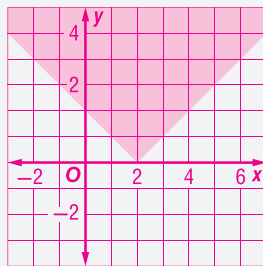
7. الرسم البياني $f(x) \geq |x - 2|$ في شبكة إحداثية.

أنظر الهامش.

8. خيار مخطط كم عدد المرات الرسم البياني

$y = x^2 - 4x + 10$ يتقاطع مع محور x ؟ **O**

7.



خيار الفروض المنزلية

الاستعداد للفصل 4: على الطلاب حل التمارين الواردة في ص 225 بالمنزل للتأكد من تمتعهم بالمهارات اللازمة للانتقال إلى الوحدة التالي.

12. والد كامل يقوم ببناء صندوق أدوات في شكل منشور مستطيل يعني أن يكون مساحة محيط صندوق الأدوات 62 قدم مربع طول الصندوق سيكون قدم واحد أقصر من العرض الطول سيكون 3 قدم أطول من الارتفاع

a. خطط نموذج لتمثيل المشكلة. **أنظر الهامش.**

b. إكتب متعدد حدود لتمثيل مساحة سطح صندوق الأدوات $6w^2 + 4w - 4$

c. ما هي أبعاد صندوق الأدوات؟
2 feet ارتفاع 3 feet عرض 5 feet طول

جواب مختصر / جواب شبكي

سجل إجاباتك علي الورقة المقدمة من معلمك أو علي أي ورقة إجابة.

9. خيار مخطط بسط $-2i \cdot 5i$ 10

10. صف تحول الرسم البياني ل $y = (x + 5)^2 - 1$ إلي الرسم البياني ل $y = (x - 1)^2 + 3$
عينة إجابة: أنه نقل 6 وحدة لليمين و 4 لأعلي

جواب موسع

سجل إجاباتك علي قطعة من الورق إظهر إنجازك.

11. لمعادلة تربيعية معطاة $y = ax^2 + bx + c$ صف ما يعبر المميز $b^2 - 4ac$ به عن جذور المعادلة. **أنظر الهامش**

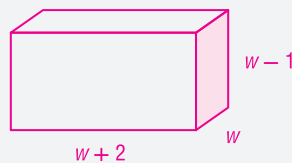
هل تحتاج المزيد من المساعدة؟

إذا فقدت السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
إذهب إلي درس	3-5	3-4	3-5	3-5	2-3	1-9	2-7	2-5	3-3	3-5	3-4	1-9

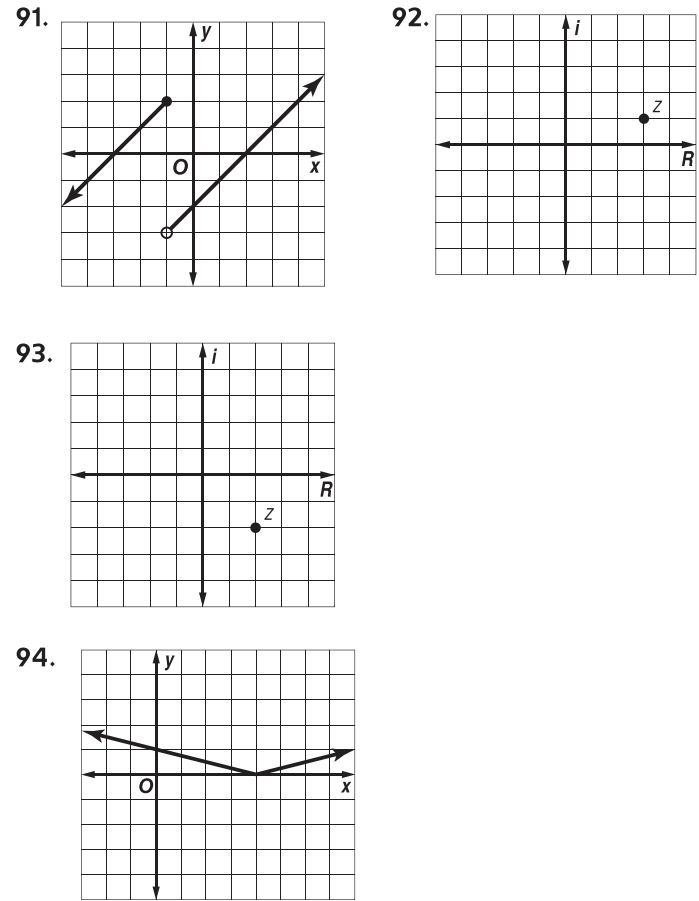
إجابات إضافية

14. عينة اجابة إن كان سلبيا، فهناك جذرين مركبين؛ إن كان صفر فهناك جذر واحد حقيقي نسبي؛ إن كان موجب ومربع كامل، فهناك جذرين حقيقيين نسبين؛ إن كان إيجابياً ولكنه ليس مربع كامل، فهناك جذرين حقيقيين غير نسبين.

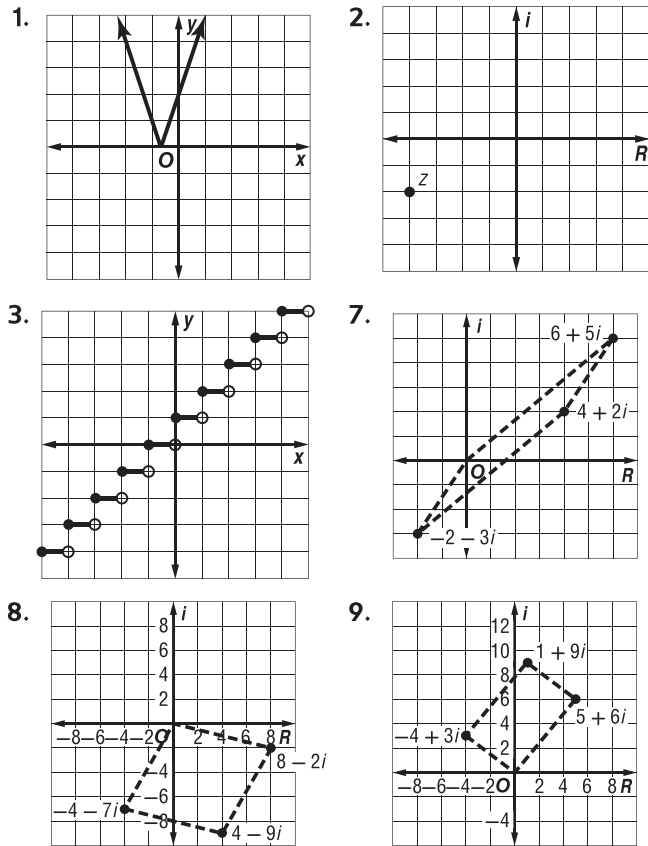
15a. نموذج للإجابة



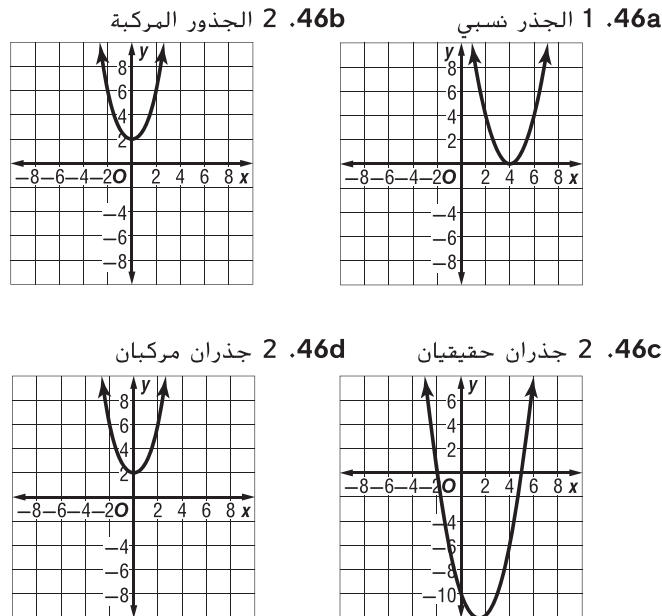
الدرس 2-1



تكلمة 2-2

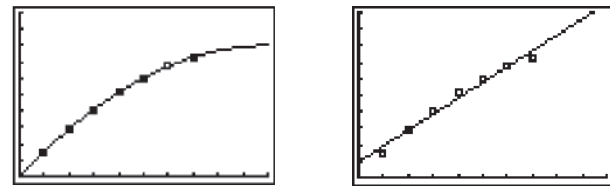


الدرس 2-3



استكمال 2-1

1. رسم بياني للإنحدار الخطي: رسم بياني للإنحدار التربيعي:



[0, 20] scl: 2 [0, 1] scl: 0.1 بواسطة [0, 1] scl: 2 [0, 20] scl: 2

معادلة تربيعية: معادلة خطية:

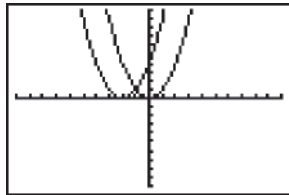
$$h(t) = 19.2t + 1.92 \quad h(t) = -16t^2 + 32t$$

المعادلة الخطية تناسب البيانات اكثر.

2. توقعات المعادلة الخطية: عند الثانية 1, ارتفاع اللاعب سيكون 21.12 قدم; وعند الثانية 1.5, ارتفاع اللاعب سيكون 30.72 قدم. توقعات المعادلة التربيعية: عند الثانية 1, ارتفاع اللاعب سيكون 16 قدم و عند الثانية 1.5, سيكون ارتفاع اللاعب 12 قدم.

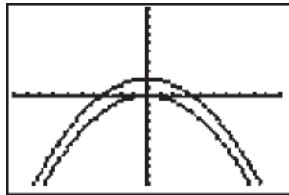
3. تتوقع المعادلة الخطية أن لاعب كرة السلة سيستمر بالارتفاع لأجل غير مسمى, و تظهر توقعات المعادلة التربيعية ان اللاعب سيصل الى أعلى نقطة في قفزه وبعدها يعود الى الأرض.

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل ومفتوحين للأعلى، ولكن التمثيل البياني $y = (x + 2)^2$ هو وحدتان لليسار من التمثيل البياني $y = x^2$.



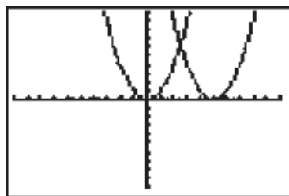
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل ومفتوحين للأسفل، ولكن التمثيل البياني $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2$ أعلى التمثيل البياني $y = -\frac{1}{6}x^2$.



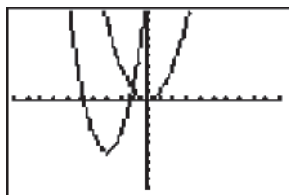
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيلات البيانية لها نفس الشكل ولكن التمثيل البياني $y = (x - 5)^2$ هي 5 وحدات لليمين بالنسبة الى التمثيل البياني $y = x^2$.



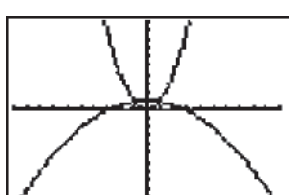
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = 2(x - 3)^2 - 6$ هو 3 وحدات لليسار، و 6 وحدات أسفل، و اضيق من التمثيل البياني $y = x^2$.



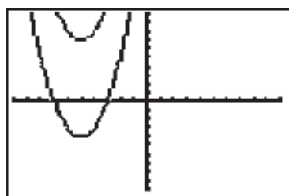
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = -\frac{1}{8}x^2 + 1$ مفتوح للأسفل، وأوسع من التمثيل البياني $y = x^2$ وحدة أعلى من التمثيل البياني $y = x^2$.



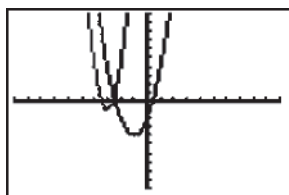
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيلات البيانية لها نفس الشكل ولكن التمثيل البياني $y = (x + 5)^2 + 7$ هو 11 وحدة أعلى التمثيل البياني $y = (x + 5)^2 - 4$.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = 5(x + 3)^2 - 1$ أضيق من التمثيل البياني $y = 2(x + 1)^2 - 4$.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

8.

9.

10.

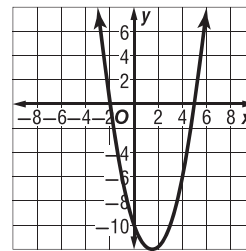
11.

12.

13.

14.

46e. 2 الجذور النسبية



48. عينة اجابة: (1) لل معادلة $x^2 - 2x - 15 = 0$ نل المعادلات $(x - 5)(x + 3) = 0$ بالتالي بحسب خاصية حاصل ضرب الصفر، اما $x + 3 = 0$ او $x - 5 = 0$. حل هذه المعادلات، $x = -3$ او $x = 5$.

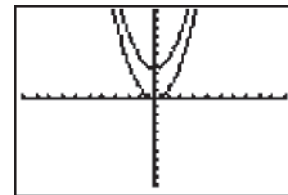
(2) اعد كتابة المعادلات ك $x^2 - 2x = 15$ وبعدها اضف 1 لكل جانب من المعادلة لتكمل التربيع في الجانب الايسر. وبما أن $(x - 1)^2 = 16$ خذ الجذر التربيعي لكل جانب $x - 1 = \pm 4$ ، لذا، $x = 1 \pm 4$ و $x = -3$ او $x = 5$.

(3) استخدم الصيغة التربيعية. وهكذا، $x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2}$ أو $x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$ وبتبسيط التعبير $x = 5$ أو $x = -3$.

انظر لتفضيلات الطلاب.

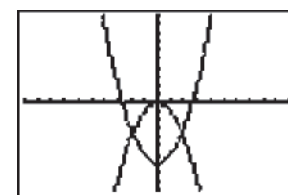
الاستكشاف 2-4

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل، لكن التمثيل البياني $y = x^2 + 3.5$ بمقدار 3.5 وحدة فوق التمثيل البياني $y = x^2$.



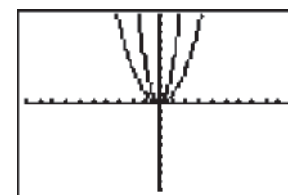
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

كلا التمثيلين البيانيين لهما نفس الشكل، لكن التمثيل البياني $y = -x^2$ مفتوح للأسفل ولكن التمثيل البياني $y = x^2 - 7$ مفتوح للأعلى وهو 7 وحدات اقل من التمثيل البياني $y = x^2$.



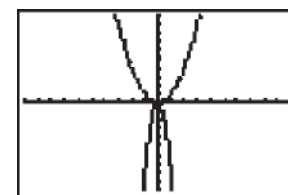
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

التمثيل البياني $y = 4x^2$ هو اضيق من التمثيل البياني $y = x^2$.

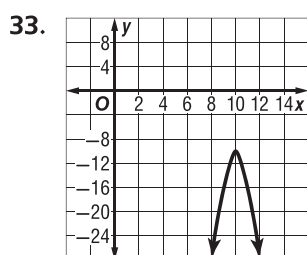
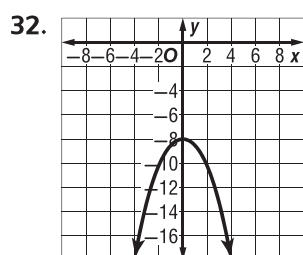
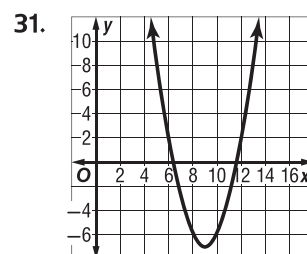
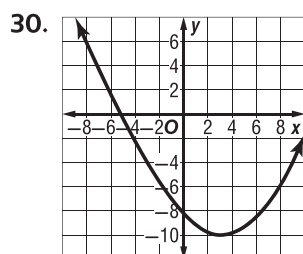
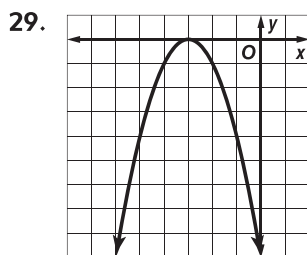
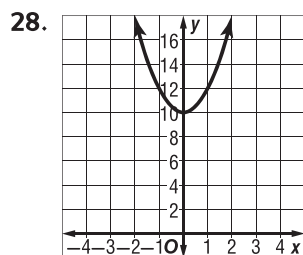
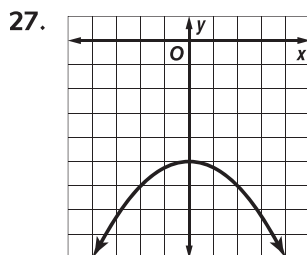
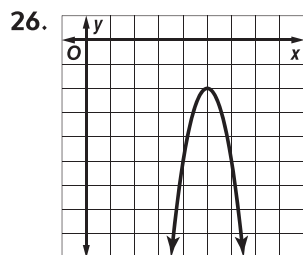


[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

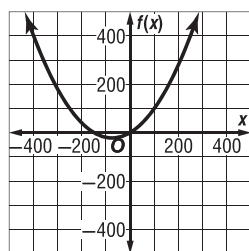
التمثيل البياني $y = -8x^2$ مفتوح للأسفل و اضيق من التمثيل البياني $y = x^2$.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1



34a. $f(x) = \frac{1}{250} (x + 75)^2 - \frac{45}{2}$

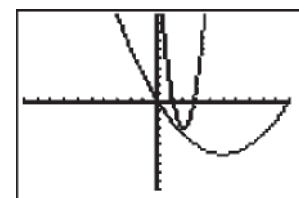


41. $y = 3(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{10}{3}$; $(\frac{2}{3}, -\frac{10}{3})$, $x = \frac{2}{3}$, مفتوح للأعلى

42. $y = -2(x - \frac{7}{4})^2 + \frac{145}{8}$; $(\frac{7}{4}, \frac{145}{8})$, $x = \frac{7}{4}$, مفتوح للأسفل

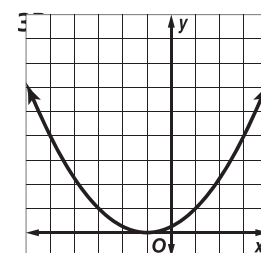
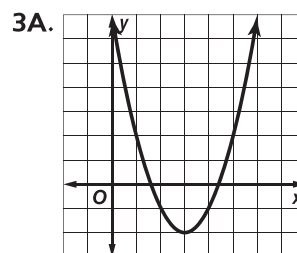
43. $y = -(x + 2.35)^2 + 8.3225$; $(-2.35, 8.3225)$, $x = -2.35$, مفتوح للأسفل

التمثيل البياني لـ $y = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - 6$ هو أوسع من التمثيل البياني $y = 5(x - 2)^2 - 3$ وقيمتها 3 وحدات أسفل و3 وحدات لليمين من قمة $y = 5(x - 2)^2 - 3$.

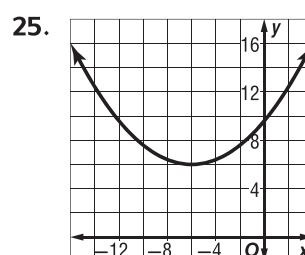
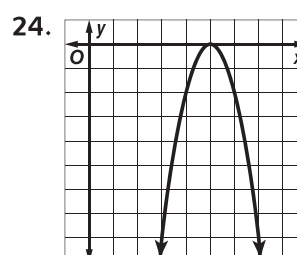
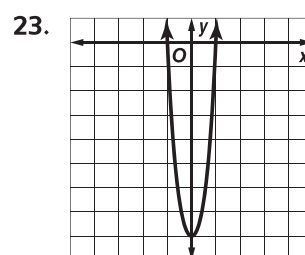
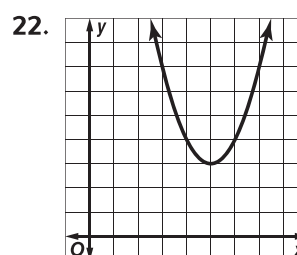
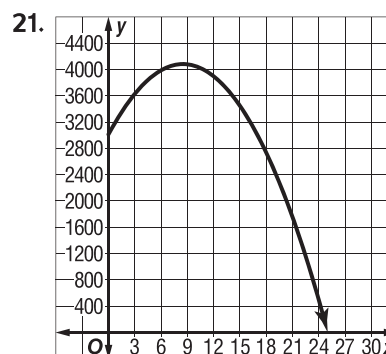


[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الدرس 2-4 (تدريبات موجهة)



الدرس 2-4



خطوة 4

x	0	1	2	3	4	5
y	12	9.1875	6.75	4.6875	3	1.6875
فروق الرتبة الأولى		2.8125-	2.4375-	2.0625-	1.6875-	1.3125-
فروق الرتبة الثانية						

x	6	7	8	9	10	11
y	0.75	0.1875	0	0.1875	0.75	1.6875
فروق الرتبة الأولى	0.9375-	0.5625-	0.1875-	0.1875	0.5625	0.9375
فروق الرتبة الثانية						

x	12	13	14	15	16
y	3	4.6875	6.75	9.1875	12
فروق الرتبة الأولى	1.3125	1.6875	2.0625	2.4375	2.8125
فروق الرتبة الثانية					

الإختلافات تنقص حتى $x = 8$, وبعد ذلك تزيد الإختلافات .

خطوة 5

x	0	1	2	3	4	5
y	12	9.1875	6.75	4.6875	3	1.6875
فروق الرتبة الأولى		2.8125-	2.4375-	2.0625-	1.6875-	1.3125-
فروق الرتبة الثانية			0.375	0.375	0.375	0.375

x	6	7	8	9	10	11
y	0.75	0.1875	0	0.1875	0.75	1.6875
فروق الرتبة الأولى	0.9375-	0.5625-	0.1875-	0.1875	0.5625	0.9375
فروق الرتبة الثانية	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375

x	12	13	14	15	16
y	3	4.6875	6.75	9.1875	12
فروق الرتبة الأولى	1.3125	1.6875	2.0625	2.4375	2.8125
فروق الرتبة الثانية	0.375	0.375	0.375	0.375	

44. $y = (x + 0.7)^2 - 1.69$; $(-0.7, -1.69)$, $x = -0.7$, مفتوح للأعلى

45. $y = (x - \frac{1}{3})^2 - 3$; $(\frac{1}{3}, -3)$, $x = \frac{1}{3}$, مفتوح للأعلى

46. $y = (x + 3.5)^2$; $(-3.5, 0)$, $x = -3.5$, مفتوح للأعلى

49. معادلة القطع المكافئ يمكن كتابتها بصيغة $y = ax^2 + bx + c$ مع $a \neq 0$. لكل ثلاث نقاط, عوض بقيمة x الإحداثي عن x في المعادلة و عوض بقيمة y الإحداثي عن y في المعادلة. هذا سوف ينشئ ثلاث معادلات بثلاث متغيرات a, b و c . حل نظام المعادلة لتجد قيم a, b و c . هذه القيم تحدد المعادلة التربيعية.

50. $a(x + \frac{b}{2a})^2 + (c - \frac{b^2}{4a}) = y$; $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$; $x = -\frac{b}{2a}$

51. اجابة نموذجية: المتغير a يمثل قيم مختلفة لهذه الدالة لذا فافتراض $a = 0$ سيكون له تأثير مختلف على كل دالة. $f(x)$ عندما $a = 0$, التمثيل البياني سيكون خط افقي, $f(x) = k$. $g(x)$ عندما $a = 0$, التمثيل البياني يكون خطي ولكن ليس من الضروري افقي, $g(x) = bx + c$.

52. كل الدالات التربيعية هي تحويلات من التمثيل البياني الأصلي $y = x^2$. بتعريف هذه التحويلات عندما تكون الدالة التربيعية مكتوبة بصيغة الرأس يمكنك اعادة رسم التمثيل البياني $y = x^2$ مع إزاحة رأسه الى (h, k) , أوسع او أضيق كيفما حددت من a , مفتوح للأسفل إذا a سالب.

امتداد 2-4

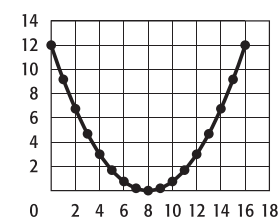
نشاط الخطوة 1 و 2

x	0	1	2	3	4	5
y	12	9.1875	6.75	4.6875	3	1.6875
فروق الرتبة الأولى						
فروق الرتبة الثانية						

x	6	7	8	9	10	11
y	0.75	0.1875	0	0.1875	0.75	1.6875
فروق الرتبة الأولى						
فروق الرتبة الثانية						

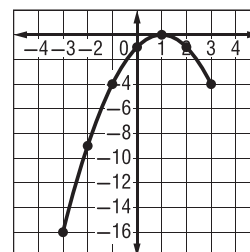
x	12	13	14	15	16
y	3	4.6875	6.75	9.1875	12
فروق الرتبة الأولى					
فروق الرتبة الثانية					

خطوة 3

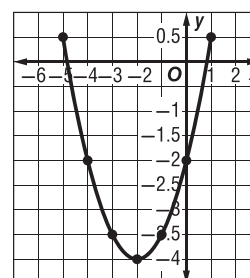


إختلافات الترتيب الثاني كلهم 0.375.

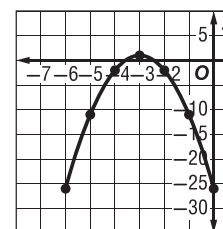
x	3-	2-	1-	0	1	2	3
y	16-	9-	4-	1-	0	1-	4-
فروق الرتبة الأولى		7	5	3	1	1-	3-
فروق الرتبة الثانية			2-	2-	2-	2-	2-



x	-5	-4	-3	-2	-1	0	
y	0.5	-2	-3.5	-4	-3.5	-2	0.5
فروق الرتبة الأولى		-2.5	-1.5	-0.5	0.5	1.5	2.5
فروق الرتبة الثانية			1	1	1	1	1



x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	-26	-11	-2	1	-2	-11	-26
فروق الرتبة الأولى		15	9	3	-3	-9	-15
فروق الرتبة الثانية			-6	-6	-6	-6	-6

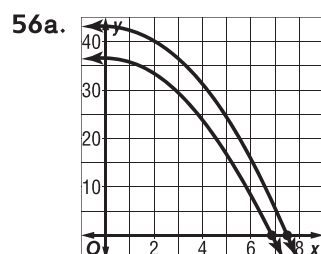
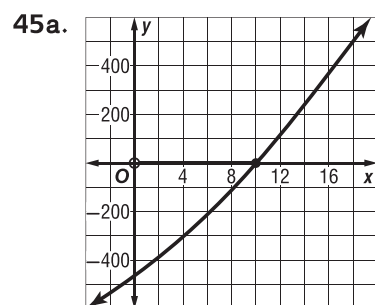


الدرس 2-5

33. $\{x \mid 4 < x < 5\}$
 34. $\{x \mid x \leq 5 \text{ أو } x \geq 2\}$
 35. $\{x \mid 1- < x < 2\}$
 36. $\{x \mid -4.65 \leq x \leq 0.65\}$
 37. $\{x \mid x \leq -2.32 \text{ أو } x \geq 4.32\}$
 38. \emptyset
 39. $\{x \mid x \leq -1.58 \text{ أو } x \geq 1.58\}$
 40. {كل الأعداد الحقيقية}

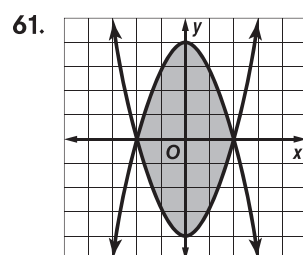
41 {كل الأعداد الحقيقية}

42. $\{x \mid x \leq -3.91 \text{ أو } x \geq 1.41\}$
 43. $\{x \mid -2.84 < x < 0.84\}$
 44. $\{x \mid -3.43 < x < 0.10\}$

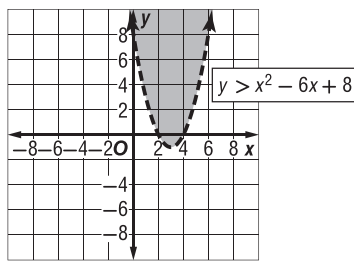


59. لا؛ التمثيلات البيانية للمتباينات تقاطع X مع المحور في نفس النقاط.

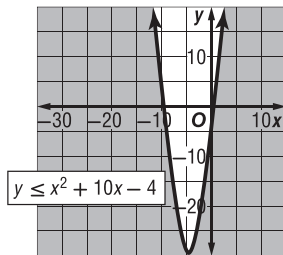
60. اجابة نموذجية: احياناً؛ عندما a موجب و c سالب، لا يوجد حل و عندما تكون a سالب و c موجب هناك حل.



40.

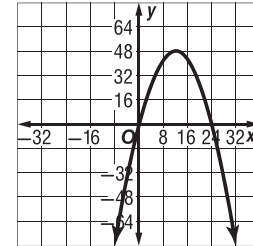
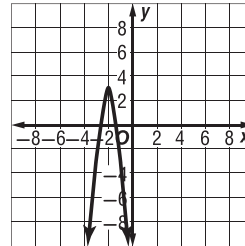


41.

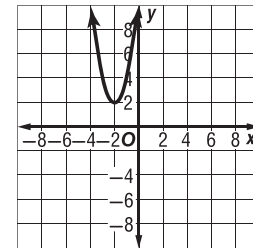
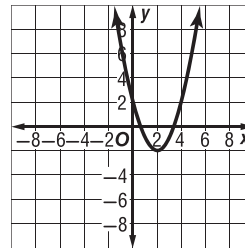


62. لكلا المتباينات التربيعية والخطية, يجب اولا ان ترسم التمثيل البياني المتعلق بالمعادلة. تستخدم رمز المتباينة لتحديد إذا كان الخط متقطع او متصل. ثم استخدم نقاط الاختبار لتحديد مكان التظليل هناك فرق واحد وهو أن إحدى المعادلات ذات الصلة هي الخط المستقيم بينما المعادلة الأخرى ذات الصلة هي منحنى.

74. $(-2, 3)$; $x = -2$; اسفل 75. $y = -\frac{1}{3}(x - 12)^2 + 48$; $(12, 48)$; $x = 12$; اسفل

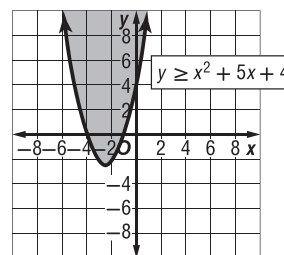


76. $(2, -2)$; $x = 2$; اعلى 77. $y = 2(x + 2)^2 + 2$; $(-2, 2)$; $x = -2$; اعلى



دليل الدراسة و المراجعة

38.



39.

