Alpha Education Center

الإمـــارات
THE EMIRATES

هيكل

مادة

الرياضيات

الحل

الصف الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الأول

2024/2023

اسم الطالب : ....

المدرســـــة : ....

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

Khateebacademy.com

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: في الامتحان الاسئلة من 1 الى 15 هي اسئلة اختيار من متعدد ومن 15 الى 20 هي اسئلة كتابية

اسئلة الاختيار من متعدد(الدوائر)من 1 الى 15

السؤال الأول | احد هذه الاسئلة يكون السؤال الأول | تمارين 12-7 صفحة 70 من الكتاب

(7) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\cos x$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)حيث $0\le x\le \frac{\pi}{2}$

$\Delta x=\frac{b-a}{n}=\frac{\frac{\pi}{2}-0}{2}=\frac{\pi}{4} \Rightarrow P: 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

النقاط هي $(0,1), (\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\pi}{2}, 0)$

$d_1=\sqrt{(\frac{\pi}{4}-0)^2+(\frac{\sqrt{2}}{2}-0)^2}=0.84$

$d_2=\sqrt{(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4})^2+(0-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=1.06$

$\Rightarrow d=d_1+d_2 = 1.90$

(8) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\sin x$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)حيث $0\le x\le \frac{\pi}{2}$

$\Delta x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow P: 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

النقاط هي $(0,0), (\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\pi}{2}, 1)$

$d_1=\sqrt{(\frac{\pi}{4}-0)^2+(\frac{\sqrt{2}}{2}-0)^2}=1.06$

$d_2=\sqrt{(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4})^2+(1-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=0.84$

$\Rightarrow d=d_1+d_2 = 1.90$

(9) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\sqrt{x+1}$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)حيث $0\le x\le 3$

$\Delta x=\frac{3-0}{2}=1.5 \Rightarrow P: 0, 1.5, 3$

النقاط هي $(0,1), (1.5, \sqrt{2.5}), (3,4)$

$d_1=\sqrt{(1.5-0)^2+(\sqrt{2.5}-1)^2}=1.61$

$d_2=\sqrt{(3-1.5)^2+(4-\sqrt{2.5})^2}=1.56$

$\Rightarrow d=3.17$

(10) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ باستخدام اربع قطع مستقيمة $(n=4)$ حيث $1 \le x \le 2$

نفضل الحل بالجدول الآن $n=4$.

$\Delta x = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow p = 1, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, 2$

Left	Right	dist.
$(1,1)$	$(\frac{5}{4}, \frac{4}{5})$	$\sqrt{(\frac{5}{4}-1)^2+(\frac{4}{5}-1)^2} = 0.32$
$(\frac{5}{4}, \frac{4}{5})$	$(\frac{6}{4}, \frac{4}{6})$	$\sqrt{(\frac{6}{4}-\frac{5}{4})^2+(\frac{4}{6}-\frac{4}{5})^2} = 0.28$
$(\frac{6}{4}, \frac{4}{6})$	$(\frac{7}{4}, \frac{4}{7})$	$\sqrt{(\frac{7}{4}-\frac{6}{4})^2+(\frac{4}{7}-\frac{4}{6})^2} = 0.27$
$(\frac{7}{4}, \frac{4}{7})$	$(2, \frac{1}{2})$	$\sqrt{(2-\frac{7}{4})^2+(\frac{1}{2}-\frac{4}{7})^2} = 0.26$

$d = 0.32 + 0.28 + 0.27 + 0.26 = 1.13$.

---

(11) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=x^2+1$ باستخدام قطعتين مستقيمتين $(n=2)$ حيث $-2 \le x \le 2$

$\Delta x = \frac{2--2}{2} = 2 \Rightarrow p: -2, 0, 2$

النقاط هي $(-2,5), (0,1), (2,5)$

$d_1 = \sqrt{(0-2)^2+(1-5)^2} = 2\sqrt{5} = 4.47$

$d_2 = \sqrt{(2-0)^2+(5-1)^2} = 2\sqrt{5} = 4.47$

$d = 4.47 + 4.47 = 8.94$.

(11) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=x^2+1$ باستخدام اربع قطع مستقيمة ($n=4$)حيث $-2\le x\le 2$

$\Delta x = \frac{2 - -2}{4} = 1 \Rightarrow P : -2 , -1 , 0 , 1 , 2$

Left	Right.	dist.	
$(-2,5)$	$(-1,2)$	$\sqrt{(-1 - -2)^2 + (2-5)^2}$	$= 3.162$
$(-1,2)$	$(0,1)$	$\sqrt{(0 - -1)^2 + (1-2)^2}$	$= 1.414$
$(0,1)$	$(1,2)$	$\sqrt{(1-0)^2 + (2-1)^2}$	$= 1.414$
$(1,2)$	$(2,5)$	$\sqrt{(2-1)^2 + (5-2)^2}$	$= 3.162$
			9.153

$d = 9.153.$

---

(12) قدر طول منحنى الدالة $f(x)=x^3+2$ باستخدام قطعتين مستقيمتين ($n=2$)حيث $-1\le x\le 1$

$\Delta x = \frac{1 - -1}{2} = 1 \Rightarrow P : -1 , 0 , 1$

النقاط هي $(-1,1) , (0,2) , (1,3)$

$d_1 = \sqrt{(0 - -1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} = 1.414$

$d_2 = \sqrt{(1-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2} = 1.414$

$d = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \approx 2.828$

(7) استخدم التمثيل البياني المجاور لايجاد

(a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ = -2

(b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ = 2

(c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة .

(d) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ = 2

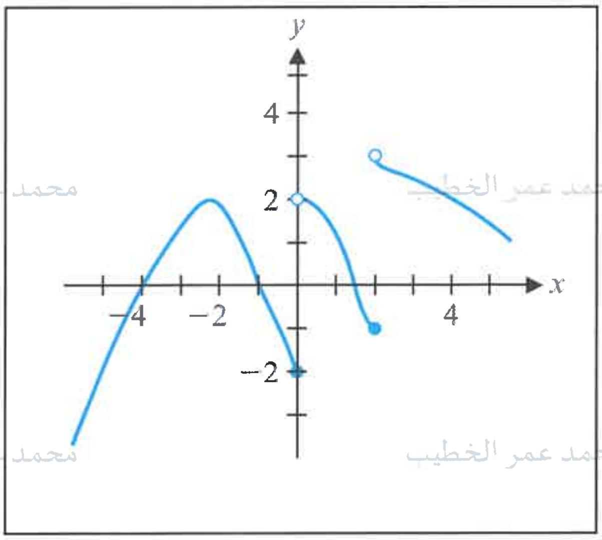
(e) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$ = 2

(f) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ = 2

(g) $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ = 0

(h) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ = 6

(i) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ = 0



f(0) = -2

f(2) = -1

(8) استخدم التمثيل البياني المجاور لايجاد

(a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ = 1

(b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ = 1

(c) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ = 1

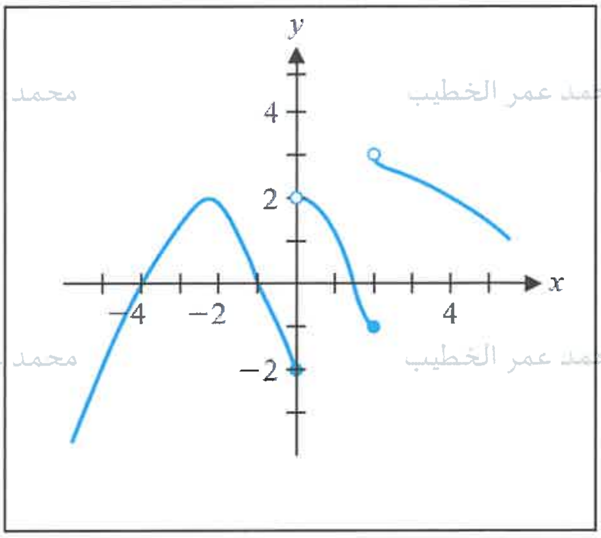
(d) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ = -1

(e) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ = 3

(f) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة .

(g) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ = 2.5

(h) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ = 1.5



(9) ارسم التمثيل البياني للدالة

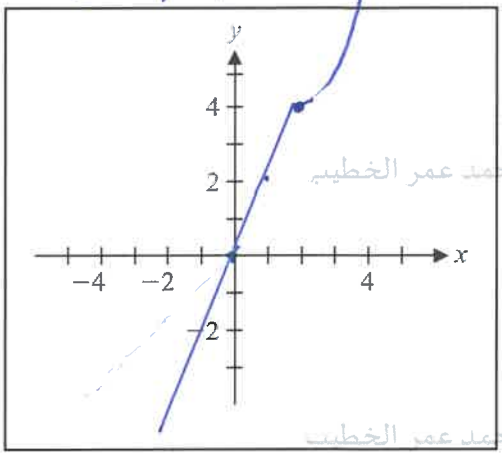
$$f(x)=\begin{cases} 2x & , \quad x<2 \\ x^2 & , \quad x\geq 2 \end{cases}$$

ثم اوجد

$2x \quad | \quad x^2$ ، 2

$\overbrace{\hphantom{xxxx}}^{y=2x}$ $\overbrace{\hphantom{xxxx}}^{y=x^2}$

x	0	2	2	3	4
y	0	4	4	9	16



(a) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} 2x = 4$

(b) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} x^2 = 4$

(c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$

(d) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} 2x = 2$

(e) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = \lim\limits_{x\to 3} x^2 = 9$

يمكننا ايجاد النهايات بدون رسم الدالة

---

(10) اذا كانت

$$f(x)=\begin{cases} x^3-1 & , \quad x<0 \\ 0 & , \quad x=0 \\ \sqrt{x+1}-2 & , \quad x>0 \end{cases}$$

$x^3-1 \quad | \quad 0 \quad | \quad \sqrt{x+1}-2$ ، 0

فاوجد

(a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = (0)^3-1 = -1$

(b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \sqrt{0+1}-2 = -1$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1$

(d) $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = (-1)^3-1 = -2$

(e) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \sqrt{1+3}-2 = 0$

محمد عمر الخطيب

السؤال الثالث

احد هذه الاسئلة يكون السؤال الثالث

تمارين 1- 28 صفحة 85 من الكتاب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة النهايات التالية اذا وجدت

(1) $\lim\limits_{x\to 0} x^2 - 3x + 1 \;=\; 0^2 - 3(0) + 1 = 1$

(2) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt[3]{2x+1} \;=\; \sqrt[3]{2(2)+1} = \sqrt[3]{5}$

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{-1}(x^2) \;=\; \cos^{-1}(0) = \dfrac{\pi}{2}$

الآلة على الراديان .

(4) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-5}{x^2+4} \;=\; \dfrac{2-5}{2^2+4} = \dfrac{-3}{8}$

(5) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x-3} \qquad \left(\dfrac{0}{0}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-\cancel{3})(x+2)}{\cancel{x-3}}$

$= \lim\limits_{x\to 3} x+2 = 5$

(6) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} \qquad \left(\dfrac{0}{0}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+2)(\cancel{x-1})}{(x-2)(\cancel{x-1})}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+2}{x-2}$

$= -3$

محمد عمر الخطيب

(7) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$ $\left(\frac{0}{0}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$

$= \dfrac{3}{4}$

---

(8) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x^2+2x-3}$ $\left(\frac{0}{0}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{(x+3)\cancel{(x-1)}}$

$= \dfrac{3}{4}$

---

(9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\tan x} = 1$

$x \approx \sin x \approx \tan x \approx \sin^{-1} x \approx \tan^{-1} x$. عند $x=0$

---

(10) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$

---

(11) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\,e^{-2x+1}}{x^2+x} = \left(\frac{0}{0}\right)$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cancel{x}\, e^{-2x+1}}{\cancel{x}(x+1)} = \dfrac{e}{1} = e$

---

(12) $\lim\limits_{x\to 0} x^2 \csc^2 x = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x}$

$= (1)(1) = 1$

(13) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ $\left(\frac{0}{0}\right)$ $\times \dfrac{\sqrt{x+4}+2}{\sqrt{x+4}+2}$ مرافق.

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x+\cancel{4}-\cancel{4}}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{x+4}+2\right)} = \frac{1}{4}.$$

---

(14) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$ $\times \dfrac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2x\left(3+\sqrt{x+9}\right)}{9-(x+9)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2x\left(3+\sqrt{x+9}\right)}{\cancel{9}-x-\cancel{9}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\cancel{x}\left(3+\sqrt{x+9}\right)}{-\cancel{x}} = -12$$

---

(15) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ $\times \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1} \sqrt{x}+1$$

$$= 2$$

محمد عمر الخطيب

(16) $\lim_{x\to4} \frac{x^3-64}{x-4}$

$= \lim_{x\to4} \frac{\cancel{(x-4)}(x^2+4x+16)}{\cancel{x-4}}$

$= 48$

---

(17) $\lim_{x\to1} (\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1})$ توحيد مقامات .

$= \lim_{x\to1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right)$

$= \lim_{x\to1} \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

$= \lim \frac{x+1-2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to1} \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{1}{2}$

---

(18) $\lim_{x\to0} (\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|})$

$|x|$: $-x$ | x ; 0

$\lim_{x\to0^+} \frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} = \lim_{x\to0^+} \frac{2}{x} - \frac{2}{x} = \lim_{x\to0^+} 0 = 0$

$\lim_{x\to0^-} \frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} = \lim_{x\to0^-} \frac{2}{x} - \frac{2}{-x} = \lim_{x\to0^-} \frac{2}{x} + \frac{2}{x}$

$= \lim_{x\to0^-} \frac{4}{x}$

$= -\infty$ او غير موجودة

$\therefore \lim_{x\to0} \frac{2}{x} - \frac{2}{|x|}$ غ.م

محمد عمر الخطيب

(19) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-e^{2x}}{1-e^{x}}$

$1-(e^x)^2$

$=1-u^2$

$=(1-u)(1+u)$

$=(1-e^x)(1+e^x)$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-(e^x)^2}{1-e^x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\cancel{e^x})(1+e^x)}{\cancel{1-e^x}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} 1+e^x = 2.$

---

(20) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin|x|}{x}$

$|x|$: $-x$ for $x<0$, x for $x>0$ (sign chart at 0)

$\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sin|x|}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sin|x|}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sin(-x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} -\dfrac{\sin x}{x} = -1$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin|x|}{x}$ غير موجودة.

(21) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x & , \quad x<2\\ x^2 & , \quad x\geq 2\end{cases}$ اوجد $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} 2x = 4$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} x^2 = 4$

$\therefore \lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4.$

$2x \quad | \quad x^2$; 2

---

(22) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & , \quad x<-1\\ 3x+1 & , \quad x\geq -1\end{cases}$ اوجد $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 3(-1)+1 = -2$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = (-1)^2+1 = 2$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ غير موجودة.

$x^2+1 \quad | \quad 3x+1$; -1

---

(23) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x+1 & , \quad x<-1\\ 3 & , \quad -1<x<1\\ 2x+1 & , \quad x>1\end{cases}$ اوجد $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = 2(-1)+1 = -1$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 3$

$\therefore \lim f(x)$ غ.م

$2x+1 \quad | \quad 3 \quad | \quad 2x+1$; $-1 \quad 1$

---

(24) اذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x+1 & , \quad x<-1\\ 3 & , \quad -1<x<1\\ 2x+1 & , \quad x>-1\end{cases}$ اوجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 3$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2(1)+1 = 3 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x) = 3$

محمد عمر الخطيب

يمكن حل السؤال بأكثر من طريقة.

(25) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(2+h)^2-4}{h}$

$u = 2+h$

$\Rightarrow h = u-2$

عندما $h \to 0$

فإن $u \to 2$

$$= \lim_{u\to 2}\frac{u^2-4}{u-2}$$

$$= \lim_{u\to 2}\frac{(\cancel{u-2})(u+2)}{\cancel{u-2}} = 4.$$

---

(26) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(1+h)^3-1}{h}$

$u = 1+h$

$h = u-1$

$h \to 0$

$u \to 1$

$$= \lim_{u\to 1}\frac{u^3-1}{u-1}$$

$$= \lim_{u\to 1}\frac{(\cancel{u-1})(u^2+u+1)}{\cancel{u-1}}$$

$$= 3.$$

---

(27) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x^2-4)}{x^2-4}$

$u = x^2-4$

$x \to 2$

$u \to 0$

$$= \lim_{u\to 0}\frac{\sin u}{u}$$

$$= 1$$

---

(28) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{5x} = \dfrac{1}{5}.$

محمد عمر الخطيب

بين ان كل دالة من الدوال التالية غير متصلة عند النقطة المشار اليها (اذكر السبب)

(15) $f(x)=\dfrac{x}{x-1}\quad , x=1$

لاحظ ان يوجد صفر المقام

الدالة غير معرفه عند $x=1$

(16) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}\quad , x=1$

الدالة غير معرفة عند $x=1$

صفر المقام

لا يجوز الاختصار الا بوجود النهاية

(17) $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}\quad , x=0$

الدالة غير معرفه عند $x=0$

صفر المقام.

(18) $f(x)=\dfrac{e^{x-1}}{e^x-1}\quad , x=0$

الدالة غير معرفه عند $x=0$

صفر المقام.

(19) $f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x<2 \\ 3 & , \quad x=2 \\ 3x-2 & , \quad x>2 \end{cases}\quad , x=2$

x^2 ③ $3x-2$

4 2 4

$\lim_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$

$4 \neq 3$.

النهاية ≠ الصورة.

(20) $f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x<2 \\ 3x-2 & , \quad x>2 \end{cases}\quad , x=2$

x^2 ⊗ $3x-2$

2

الدالة غير معرفة عند $x=2$

لا يوجد صورة للعدد 2

لا يوجد مساواة

حدد الفترات التي تكون عندها الدالة $f(x)$ متصلة

(20) $f(x)=\sqrt{x+3}$

فترة الاتصال هي المجال

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$.

فترة الاتصال هي

$[-3, \infty)$

---

(21) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

$x^2-4 \geq 0$

اشارة x^2-4.

$+ + \bullet - - - - \bullet + + +$ (-2, 2)

$D=(-\infty,-2] \cup [2,\infty)$

فترة الاتصال هي

$(-\infty,-2] \cup [2, \infty)$

* عند $x=-2$ ، $x=2$ الفترة مغلقة وليس مفتوحة.

---

(23) $f(x)=\sqrt[3]{x+2}$

$D=(-\infty,\infty)$

جذر تكعيبي يقبل السالب

فترة الاتصال

$(-\infty, \infty)$

---

(24) $f(x)=(x-1)^{3/2} = \sqrt{(x-1)^3}$

$(x-1)^3 \geq 0$

$x-1 \geq 0$.

$x \geq 1$

$D=[1, \infty)$

فترة الاتصال هي

$[1, \infty)$

---

(25) $f(x)=sin^{-1}(x+2)$

$-1 \leq x+2 \leq 1$

$-3 \leq x \leq -1$

$D=[-3,-1]$

فترة الاتصال هي

$[-3, -1]$

(26) $f(x) = ln(sin x)$

$\sin x > 0$

في الربع الأول، الثاني.

$0 < x < \pi$.

$D = (0, \pi) + 2n\pi$

$= (2n\pi, (2n+1)\pi)$

فترة الاتصال

$(2n\pi, (2n+1)\pi)$

حيث

$n \in \mathbb{Z}$

---

(27) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} + e^x}{x^2 - 2}$

نجد المجال

مجال البسط

$x + 1 \geq 0$

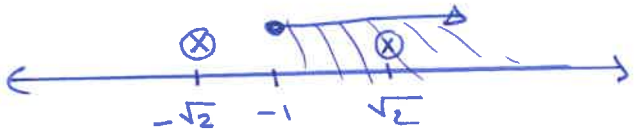
$x \geq -1$

مجال المقام

$\mathbb{R}$

أصفار المقام

$x = \pm\sqrt{2}$



$D = [-1, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, \infty)$.

فترة الاتصال

$[-1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

او

$[-1, \infty)$, $x \neq \sqrt{2}$.

---

(28) $f(x) = \dfrac{ln(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}}$

مجال البسط

$x^2 - 1 > 0$

$++\ 0\ --\ 0\ ++$ (-1, 1)

$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

مجال المقام

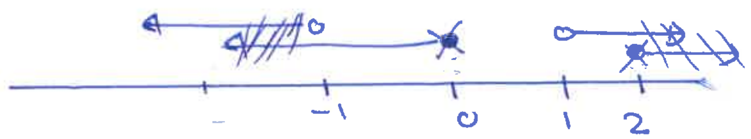
$x^2 - 2x \geq 0$

$++\ \bullet\ ---\ \bullet\ ++$ (0, 2)

$(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$

أصفار المقام

$x = 0, 2$



$D = (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

فترة الاتصال

$(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

السؤال الخامس

احد هذه الاسئلة يكون السؤال الخامس

تمارين 23-32 صفحة 108 من الكتاب

تمارين 51- 56 صفحة 108 من الكتاب

حدد لكل دالة من الدوال التالية خطوط التقارب الافقية والرأسية

ثم حدد اذا كانت $f(x) \to \infty$ ام $f(x) \to -\infty$

(23a) $f(x) = \dfrac{x}{4-x^2}$

لا يوجد اختصار . تأكد انه

الأفقية $y = 0$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x}{4-x^2} = 0$

الرأسية (اصفار المقام)

$4 - x^2 = 0$

$x = \pm 2$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$

(23b) $f(x) = \dfrac{x^2}{4-x^2}$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x^2}{4-x^2} = -1$

الأفقية $y = -1$

اشارة المقام

$-- \;|_{-2}\; +++ \;|_{2}\; --$

الرأسية $x = \pm 2$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \infty$

(24a) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}$

لا يوجد خطوط تقارب رأسية (لا يوجد اصفار مقام)

خطوط التقارب الأفقية $y = \pm 1$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}$ اهمل

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{|x|} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{-x} = -1$

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}$ اهمل $= \lim \dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{|x|}$

$= 1$

(24b) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

نلاحظ ان مجال الدالة هو $(-2, 2)$

لذلك لا يجوز ايجاد نهاية الدالة عند اللانهاية ∴ لا يوجد خطوط تقارب افقية.

الرأسية

$x = \pm 2$

(25) $f(x)=\dfrac{3x^2+1}{x^2-2x-3}$

الأفقية
$y = 3$.

الرأسية: أصفار المقام
$x = -1$
$x = 3$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x^2+1}{x^2-2x-3} = 3 \quad \leftarrow \quad \text{لأن}$$

إشارة المقام
$++ \quad -1 \quad -- \quad 3 \quad ++$

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$
$\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty$

---

(26) $f(x)=\dfrac{1-x}{x^2+x-2}$ $= \dfrac{1-x}{(x+2)(x-1)}$ نحوه $= \dfrac{-1}{x+2}, x\neq 1$

الرأسية نقطة $x=-2$

نحوه عند $x=1$

الأفقية
$y=0$

إشارة المقام
$--- \quad -2 \quad ++$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$
لأن البسط سالب

---

(27) $f(x) = 4\tan^{-1} x - 1$ هذه الدالة متصلة دائماً لذلك لا يوجد خطوط تقارب رأسية.

$\lim_{x\to\infty} 4\tan^{-1} x - 1 = 4\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1 = 2\pi - 1$

$\lim_{x\to-\infty} 4\tan^{-1} x - 1 = 4\left(\frac{-\pi}{2}\right) - 1 = -2\pi - 1$.

لأن
الأفقية
$y = 2\pi - 1$
$y = -2\pi - 1$

---

(28) $f(x) = \ln(1-\cos x)$

ملاحظة: دالة Ln لها خط تقارب رأسي عندما يكون ما بداخل Ln يساوي صفر.

$1 - \cos x = 0$
$-\cos x = -1$
$\cos x = 1$

$x \begin{cases} 0 \ ✓ \\ \pi \ ✗ \end{cases} \Rightarrow x = 0 + 2n\pi$

$x = 2n\pi$. خطوط التقارب الرأسية

$\lim_{x\to 2n\pi} f(x) = -\infty$
لأن
.ln الصفر

حدد كل خطوط التقارب الراسية والمائلة لكل من الدوال التالية

(29) $y=\dfrac{x^3}{4-x^2}$ $=\dfrac{x^3}{-x^2+4}$

المائلة

$$\begin{array}{r} -x \\ -x^2+4 \overline{\big)\, x^3 \qquad\quad} \\ \ominus x^3 \oplus -4x \\ \hline 4x \end{array}$$

$y=-x$.

الرأسية

$x=\pm 2$

---

(30) $y=\dfrac{x^2+1}{x-2}$

المائلة

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x-2 \overline{\big)\, x^2+1 \qquad} \\ \ominus x^2 \oplus 2x \\ \hline 2x+1 \\ \ominus 2x \oplus 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

$y=x+2$

الرأسية

$x=2$

---

(31) $y=\dfrac{x^3}{x^2+x-4}$

المائلة

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x^2+x-4 \overline{\big)\, x^3 \qquad\qquad} \\ \ominus x^3 \ominus +x^2 \oplus -4x \\ \hline -x^2+4x \\ \oplus -x^2 \oplus -x+4 \\ \hline 5x-4 \end{array}$$

$y=x-1$

الرأسية

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

---

(32) $y=\dfrac{x^4}{x^3+2}$

$$\begin{array}{r} x \\ x^3+2 \overline{\big)\, x^4 \qquad} \\ \ominus x^4 \ominus +2x \\ \hline -2x \end{array}$$

المائلة

$y=x$

الرأسية

$x^3+2=0$

$x^3=-2$

$x=\sqrt[3]{-2}$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(51) لتكن $f(x)$ دالة نسبية حيث $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ ودرجة $p(x)$ اكبر من درجة $q(x)$ حدد ما اذا كان للدالة $y=f(x)$ خط تقارب افقي

ليس لها خط تقارب افقي
لان درجة البسط اكبر من درجة المقام

---

(52) لتكن $f(x)$ دالة نسبية حيث $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ ودرجة $p(x)$ اقل من درجة $q(x)$ حدد ما اذا كان للدالة $y=f(x)$ خط تقارب افقي

نعم لها خط تقارب افقي $y=0$
لان درجة البسط اقل من درجة المقام

---

(53) لتكن $f(x)$ دالة نسبية حيث $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ وكان للدالة $y=f(x)$ خط تقارب مائل معادلة $y=x+2$ فكيف يمكن مقارنة درجة $p(x)$ بدرجة $q(x)$

درجة $p(x)$ اكبر بواحد من درجة $q(x)$.

---

(54) لتكن $f(x)$ دالة نسبية حيث $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ وكان للدالة $y=f(x)$ خط تقارب افقي معادلة $y=2$ فكيف يمكن مقارنة درجة $p(x)$ بدرجة $q(x)$

درجة $p(x)$ تساوي درجة $q(x)$.

---

(55) اوجد دالة تربيعية $q(x)$ بحيث يكون للدالة $f(x)=\dfrac{x^2-4}{q(x)}$ خط تقارب افقي واحد معادلة $y=-\dfrac{1}{2}$ وخط تقارب رأسي واحد معادلة $x=3$

$q(x) = -2(x-3)(x-3) = -2(x-3)^2.$

يعتمد الحل على التحليل والتخمين.

---

(56) اوجد دالة تربيعية $q(x)$ بحيث يكون للدالة $f(x)=\dfrac{x^2-4}{q(x)}$ خط تقارب افقي واحد معادلة $y=2$ واثنان من خطوط التقارب الرأسية $x=\pm 3$

$q(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+3) = \frac{1}{2}(x^2-9).$

بين عدم وجود مماس للتمثيل البياني لكل دالة من الدوال التالية عند النقطة المشار اليها

<u>او السؤال بطريقة ثانية</u> بين ان المشتقة غير موجودة لكل دالة من الدوال التالية عند النقطة المشار اليها

(23) $f(x)=|x-1| \qquad , x=1$

يمكن حل السؤال من الرسم او التعريف او القواعد.

f: $1-x$ | $x-1$ (عند 1)

f': -1 | ⊗ | 1

$f'(0^-) = -1$

$f'(0^+) = 1$

$f'(0)$ غير موجودة.

(24) $f(x)=\dfrac{4x}{x-1} \qquad , x=1$

الدالة غير متصلة عند $x=1$

لذلك الدالة غير قابلة الاشتقاق عند $x=1$.

(25) $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \quad x<0 \\ x+1 & , \quad x\ge 0 \end{cases} \qquad , x=0$

f: x^2-1 | $x+1$ (عند 0)

-1 ، 0 ، 1

الدالة غير متصلة عند $x=0$

لذلك فهي غير قابلة الاشتقاق عند $x=0$

(26) $f(x)=\begin{cases} -2x & , \quad x<0 \\ x^2-4x & , \quad x>0 \end{cases} \qquad , x=0$

f: $-2x$ | ⊗ | x^2-4x (عند 0)

الدالة غير معرفة عند $x=0$ فهي غير متصلة.

فهي غير قابلة الاشتقاق عند $x=0$

محمد عمر الخطيب

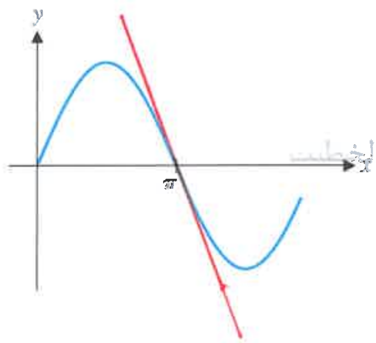
محمد عمر الخطيب

ارسم المماس للدالة عند النقطة المحددة ان امكن او اكتب لا يمكن

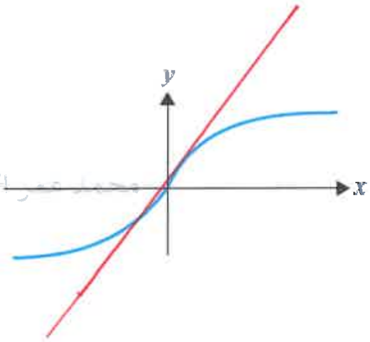
السؤال بطريقة ثانية: اي من التمثيلات البيانية التالية يمكن رسم لها مماس عن النقطة المشار اليها

السؤال بطريقة اخرى: اي من الدوال التالية يس لها مشتقة عند النقطة المشار اليها

(27) $y = \sin x$ عند $x = \frac{\pi}{2}$

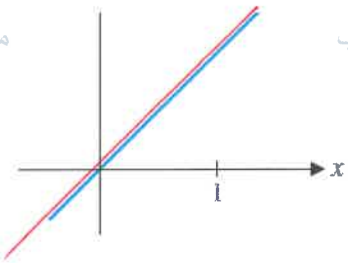


(28) $y = \tan^{-1} x$ عند $x = 0$



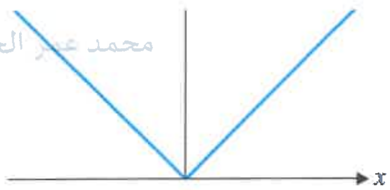
* المماس يمس الدالة عند نقطه التماس اما غير ذلك ممكن يقطع الدالة.

(29) $y = x$ عند $x = 0$



نفسها.

(30) $y = |x|$ عند $x = 0$



لا يمكن رسم مماس
لان المشتقة غير موجودة
عند $x=0$ (ركنة)

السؤال السابع

احد هذه الاسئلة يكون السؤال السابع

تمارين 15- 22 صفحة 143 من الكتاب

(15) تمثل الدالة $s(t) = -4.9t^2 + 5$ موقع جسم بالامتار عند الزمن t بالثانية

اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 2$

ممكن استخدام التعريف

والافضل قواعد الاشتقاق

$s'(t) = -9.8t$.

$v(2) = s'(2) = -9.8(2)$

$= -19.6$.

(16) تمثل الدالة $s(t) = 4t - 4.9t^2$ موقع جسم بالامتار عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 0$

$s'(t) = 4 - 9.8t$.

$v(0) = s'(0) = 4$.

(17) تمثل الدالة $s(t) = \sqrt{t+16}$ موقع جسم بالامتار عند الزمن t بالثانية

اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 0$

$s'(t) = \dfrac{1}{2\sqrt{t+16}}$.

$v(0) = s'(0) = \dfrac{1}{8}$

(18) تمثل الدالة $s(t) = \dfrac{4}{t}$ موقع جسم بالامتار عند الزمن t بالثانية

اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t = 4$

$s'(t) = \dfrac{-4}{t^2}$.

$v(4) = s'(4) = \dfrac{-4}{4^2} = \dfrac{-1}{4}$.

محمد عمر الخطيب

(19a) تمثل الدالة $s(t)=16t^2+10$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0$ و $t=2$

$$v_{avg} = \frac{s(2)-s(0)}{2-0}$$

$$= \frac{74-10}{2} = 32.$$

(19b) تمثل الدالة $s(t)=16t^2+10$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=2$

$$s'(t) = 32t.$$

$$v'(2) = 32(2)$$

$$= 64.$$

السرعة المتجهة اللحظية
هي السرعة المتجهة

(20a) تمثل الدالة $s(t)=3t^3+t$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=1$ و $t=2$

$$v_{avg} = \frac{s(2)-s(1)}{2-1}$$

$$= \frac{26-0}{2-0}$$

$$= 13.$$

(20b) تمثل الدالة $s(t)=3t^3+t$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=2$

$$s'(t) = 9t^2+1.$$

$$v(2) = s'(2) = 9(2)^2+1$$

$$= 37$$

(21a) تمثل الدالة $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0$ و $t=1$

$$v_{avg} = \frac{s(1)-s(0)}{1-0}$$

$$= \frac{3-0}{1}$$

$$= 3 .$$

(21b) تمثل الدالة $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=1$

$$s'(t) = \frac{2t+8}{2\sqrt{t^2+8t}}$$

$$v(1) = s'(1) = \frac{10}{6} = 5/3 .$$

(22a) تمثل الدالة $s(t)=3sin(t-2)$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة المتوسطة بين $t=0$ و $t=2$

$$v_{avg} = \frac{s(2)-s(0)}{2-0}$$

$$= \frac{0-3\sin(-2)}{2} = -\frac{3}{2}\sin(-2)$$

$$= \frac{3}{2}\sin 2 . = 1.36$$

(22b) تمثل الدالة $s(t)=3sin(t-2)$ موقع جسم بالقدم عند الزمن t ثانية اوجد السرعة المتجهة اللحظية عند $t=2$

$$s'(t) = 3\cos(t-2)$$

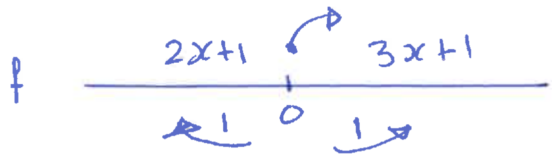
$$v(2) = s'(2) = 3\cos(2-2) = 3 .$$

لكل دالة من الدوال التالية اوجد كل من المشتقة من جهة اليمين $f'(0^+) = D_+f(0)$ والمشتقة من جهة اليسار $f'(0^-) = D_-f(0)$ وهل $f'(0)$ موجودة

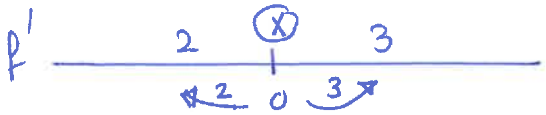
السؤال بطريقة ثانية اوجد $f'(0)$ اذا كانت موجودة

$$(19)\ f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x<0 \\ 3x+1 & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

ممكن حل السؤال بقواعد الاشتقاق .
لان السؤال منح دالة .



الدالة متصلة عند $x=0$

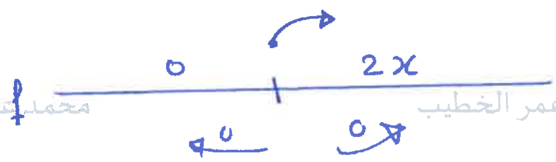


$D_-f(0) = f'(0^-) = 2$

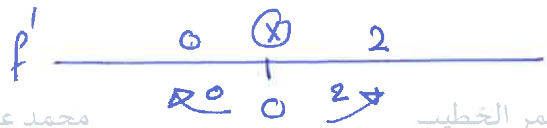
$D_+f(0) = f'(0^+) = 3$

$f'(0)$ غ.م .

$$(20)\ f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x<0 \\ 2x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$



الدالة متصلة عند $x=0$



$f'(0^-) = 0$

$f'(0^+) = 2$

$f'(0)$ غ.م

محمد عمر الخطيب

$$(21)\ f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x<0 \\ x^3 & , \quad x\ge 0 \end{cases}$$

الدالة متصلة عند $x=0$

f: x^2 | x^3 ؛ $\leftarrow 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow$

f': $2x$ | $3x^2$ ؛ $\leftarrow 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow$

$f'(0^-) = \lim\limits_{x\to 0^-} 2x = 0$

$f'(0^+) = \lim 3x^2 = 0$

$\therefore f'(0) = 0$. موجودة

$$(22)\ f(x)=\begin{cases} 2x & , \quad x<0 \\ x^2+2x & , \quad x\ge 0 \end{cases}$$

الدالة متصلة عند $x=0$

f: $2x$ | x^2+2x ؛ $\leftarrow 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow$

f': 2 | $2x+2$ ؛ $\leftarrow 2 \quad 0 \quad 2 \rightarrow$

$f'(0^-) = 2$

$f'(0^+) = 2$

$\therefore f'(0) = 2$.

---

(32) لتكن
$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & , \quad x<0 \\ ax+b & , \quad x\ge 0 \end{cases}$$

فاوجد الثوابت a,b التي تجعل $f'(0)$ موجودة

الاشتقاق

$2x+2$ | a ؛ $\leftarrow 2 \quad 0 \quad a \rightarrow$

$a = 2$

الاتصال

f: x^2+2x | $ax+b$ ؛ $\leftarrow 0 \quad 0 \quad b \rightarrow$

$b = 0$

لأن السؤال وضع دائرة وليس كتابي يكفي الاختصار في الحل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(33a) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة $f(x) = x^3 - 3x + 1$ افقي

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$m = 0$ افقي

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0$

$3x^2 = 3$

$x^2 = 1$

$x = -1$, $x = 1$

(33b) اوجد قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة $f(x) = x^3 - 3x + 1$ زاوية مقدارها 45° مع محور x (القياس الموجب عكس عقارب الساعة)

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$m = \tan 45^\circ = 1$

$f'(x) = 1$

$3x^2 - 3 = 1$

$3x^2 = 4$

$x^2 = \frac{4}{3}$

$x = -\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $x = +\frac{2}{\sqrt{3}}$

(34a) اوجد قيم x التي يكون عندها المماس للدالة $f(x) = x^4 - 4x + 2$ افقي

$f'(x) = 4x^3 - 4$

$m = 0$ افقي

$f'(x) = 0$

$4x^3 - 4 = 0$

$4x^3 = 4$

$x^3 = 1$

$x = 1$

(34b) اوجد قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة $f(x) = x^4 - 4x + 2$ زاوية مقدارها 45° مع محور x

$f'(x) = 4x^3 - 4$

$m = \tan 45^\circ = 1$

$f'(x) = 1$

$4x^3 - 4 = 1$

$4x^3 = 5$

$x^3 = \frac{5}{4}$

$x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}}$

اوجد النقاط التي تكون عندها الدالة $f(x)$ غير قابلة للاشتقاق (لا يمكن رسم مماس عندها)

$(35a)\ f(x) = x^{2/3}$

$f'(x) = \frac{2}{3} x^{-1/3} = \frac{2}{3x^{1/3}}$.

المشتقة غير موجودة

عند $x=0$

حيث مقام المشتقة (ناب).

$(35b)\ f(x) = |x-5|$

المشتقة غير موجودة عند $x=5$ (ركن).

$(35c)\ f(x) = |x^2 - 3x - 4|$

المشتقة غير موجودة عند

$x = -1, 4$.

أصفار ما بداخل المطلق.

$(35a)\ f(x) = x^{1/3}$

$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-2/3} = \frac{1}{3x^{2/3}}$.

المشتقة غير موجودة

عند $x=0$.

حيث مقام المشتقة (مماس رأسي).

$(36b)\ f(x) = |x+2|$

عند $x=-2$

$(36c)\ f(x) = |x^2 + 5x + 4|$

عند $x = -1, -4$

(a37) اوجد جميع قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة: $f(x)=x^3-3x+1$ زاوية قياسها 45° مع محور x (القياس الموجب عكس عقارب الساعة)

$f'(x) = 3x^2-3$

$m = \tan 45^\circ = 1$

$f'(x)=1$

$3x^2-3=1$

$3x^2 = 4$

$x^2 = \frac{4}{3} \rightarrow x=\sqrt{\frac{4}{3}}$, $x=-\sqrt{\frac{4}{3}}$

$x = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

(b37) اوجد جميع قيم x التي يصنع عندها المماس للدالة: $f(x)=x^3-3x+1$ زاوية قياسها 30° مع محور x

$f'(x) = 3x^2-3$

$m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$3x^2-3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$3x^2 = 3+\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x^2 = 1+\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$x = -\sqrt{1+\frac{1}{3\sqrt{3}}}$

$x = +\sqrt{1+\frac{1}{3\sqrt{3}}}$

(38) اوجد جميع قيم x والتي عندها يكون المماسان على الدالتين $y=x^3+2x+1$ ، $y=x^4+x^3+3$ متوازيين

$y_1' = 3x^2+2$

$m_1 = 3x^2+2$

$y_2' = 4x^3+3x^2$

$m_2 = 4x^3+3x^2$

من التوازي

$m_1 = m_2$

$3x^2+2 = 4x^3+3x^2$

$2 = 4x^3$

$x^3 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

السؤال العاشر | احد هذه الاسئلة يكون السؤال العاشر | تمارين 21 -26 صفحة 163 من الكتاب

تمثل كل دالة من الدوال التالية دالة الموقع لجسم يتحرك على خط مستقيم اوجد دالة السرعة المتجهة ودالة التسارع

(21) $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

$v(t) = s'(t) = -32t + 40$

$a(t) = v'(t) = s''(t) = -32.$

---

(22) $s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$

$v(t) = -9.8t + 12$

$a(t) = -9.8.$

---

(23) $s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$

$v(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t = \frac{1}{2} t^{-1/2} + 4t$

$a(t) = -\frac{1}{4} t^{-3/2} + 4 = \frac{-1}{4 t^{3/2}} + 4$

---

(24) $s(t) = 10 - \frac{10}{t}$

$v(t) = - \frac{-10}{t^2} = \frac{10}{t^2} = 10 t^{-2}$

$a(t) = -20 t^{-3} = \frac{-20}{t^3}$

محمد عمر الخطيب

(25) تمثل الدالة $h(t) = -16t^2 + 40t + 5$ ارتفاع جسم ما ، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t = 1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

$h(t) = -16t^2 + 40t + 5$

$v(t) = -32t + 40$

$v(1) = 8$ يتحرك الجسم للاعلى (موجب)

$a(t) = -32$

$a(1) = -32$

(ب) عند $t = 2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

$v(2) = -32(2) + 40 = -24$ (سالب) يتحرك للاسفل

$a(2) = -32$

---

(26) تمثل الدالة $h(t) = 10t^2 - 24t$ ارتفاع جسم ما ، اوجد السرعة المتجهة والتسارع

(أ) عند $t = 2$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

$h(t) = 10t^2 - 24t$

$v(t) = 20t - 24$

$a(t) = 20$

$v(2) = 20(2) - 24 = 16$ للاعلى

$a(t) = 20$

(ب) عند $t = 1$ وهل يتحرك الجسم في هذه اللحظة للاعلى ام للاسفل

$v(1) = 20(1) - 24 = -4$ للاسفل

$a(1) = 20$

تمارين 5- 12 صفحة 171 من الكتاب تمارين 19،20،22،24 صفحة 171	احد هذه الاسئلة يكون السؤال 11	السؤال 11

تمارين 5- 12 صفحة 171

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

* ليس كل الدوال تحتاج الى تبسيط بعد الاشتقاق .

(5) $g(t)=\dfrac{3t-2}{5t+1}$

$$g'(t)=\frac{3(5t+1)-(3t-2)(5)}{(5t+1)^2}$$

$$=\frac{15t+3-15t+10}{(5t+1)^2}=\frac{13}{(5t+1)^2}.$$

(6) $g(t)=\dfrac{t^2+2t+5}{t^2-5t+1}$

$$g'(t)=\frac{(2t+2)(t^2-5t+1)-(t^2+2t+5)(2t-5)}{(t^2-5t+1)^2}.$$

(7) $f(x)=\dfrac{3x-6\sqrt{x}}{5x^2-2}$

$$f'(x)=\frac{\left(3-6\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(5x^2-2)-(3x-6\sqrt{x})(10x-2)}{(5x^2-2)^2}$$

(8) $f(x)=\dfrac{6x-2/x}{x^2+\sqrt{x}}$

$$f'(x)=\frac{\left(6+\frac{2}{x^2}\right)(x^2+\sqrt{x})-\left(6x-\frac{2}{x}\right)\left(2x+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x^2+\sqrt{x})^2}$$

محمد عمر الخطيب

(9) $f(u)=\dfrac{(u+1)(u-2)}{u^2-5u+1}$ $=\dfrac{u^2-u-2}{u^2-5u+1}$

$f'(u)=\dfrac{(2u-1)(u^2-5u+1)-(u^2-u-2)(2u-5)}{(u^2-5u+1)^2}$

$=\dfrac{-4u^2+6u+6}{(u^2-5u+1)^2}$

---

(10) $f(u)=\dfrac{2u}{u^2+1}(u+3)$ $=\dfrac{2u^2+6u}{u^2+1}$

$f'(u)=\dfrac{(4u+6)(u^2+1)-(2u^2+6u)(2u)}{(u^2+1)^2}$

$=\dfrac{-6u^2+4u+6}{(u^2+1)^2}$

---

(11) $f(x)=\dfrac{x^2+3x-2}{\sqrt{x}}$ $=\dfrac{x^2}{\sqrt{x}}+\dfrac{3x}{\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ تبسيط قبل

$=x^{3/2}+3\sqrt{x}-2x^{-1/2}$

$f'(x)=\frac{3}{2}x^{1/2}+3\frac{1}{2\sqrt{x}}+x^{-3/2}$

---

(12) $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x^2+5x}$ $=\dfrac{x(x-2)}{x(x+5)}$ $=\dfrac{x-2}{x+5}$, $x\neq 0$

$f'(x)=\dfrac{(1)(x+5)-(x-2)(1)}{(x+5)^2}=\dfrac{7}{(x+5)^2}$

وحكم حل السؤال بدون اختصار

تمارين 19،20،22،24 صفحة 171

(19) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ عند $x=0$

نقطة $(0,\frac{1}{2})$ ← $f(0)$

ميل $f'(0)$

$$f'(x)=\frac{(1)(x+2)-(x+1)(1)}{(x+2)^2}$$

$$m=f'(0)=\frac{2-1}{2^2}=\frac{1}{4}.$$

معادلة المماس هي

$$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}(x-0)$$

$$y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}.$$

---

(20) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=\frac{x+3}{x^2+1}$ عند $x=1$

نقطة $(1,2)$

ميل $f'(1)$

$$f'(x)=\frac{(1)(x^2+1)-(x+3)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$m=f'(1)=\frac{2-(4)(2)}{2^2}$$

$$=-\frac{6}{4}=\frac{-3}{2}.$$

معادلة المماس

$$y-2=\frac{-3}{2}(x-1)$$

$$y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}+2$$

$$y=\frac{-3}{2}x+\frac{7}{4}$$

(a22) بفرض ان $f(x),g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث $f'(1)=3\,,f(1)=-2$
و $g'(1)=-2\ \ ,g(1)=1$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=1$ حيث $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$

$$h'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

نقطة | ميل

$(1,h(1))$ | $h'(1)$

$(1,\frac{f(1)}{g(1)})$

$(1,\frac{-2}{1})$

$(1,-2)$

$$m=h'(1)=\frac{f'(1)\cdot g(1)-f(1)\cdot g'(1)}{[g(1)]^2}$$

$$=\frac{(3)(1)-(-2)(-2)}{1^2}=-1$$

$$y+2=-1(x-1)$$

$$y=-x+3$$

(b22) بفرض ان $f(x),g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق حيث $f'(0)=-1\,,f(0)=-1$
و $g'(0)=-1\,,g(0)=3$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x=0$ حيث $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$

$$h'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

نقطة | ميل

$(0,h(0))$ | $h'(0)$

$(0,-\frac{1}{3})$

$$m=h'(0)=\frac{(3)(-1)-(-1)(-1)}{3^2}=\frac{-4}{9}$$

$$y-(-\tfrac{1}{3})=-\frac{4}{9}(x)$$

$$y=-\frac{4}{9}x-\frac{1}{3}$$

محمد عمر الخطيب

(a24) بفرض ان الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $g'(1) = -2 \ , g(1) = 1$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 1$ حيث $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)}$

النقطة

$(1, h(1)) = (1, 1)$

$$h'(x) = \frac{2x\, g(x) - x^2 g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$m = h'(1) = \frac{2(1)(1) - (1)^2(-2)}{1^2} = 4.$$

$y - 1 = 4(x - 1)$

$y = 4x - 3$

(b24) بفرض ان الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق حيث $g'(0) = -1 \, , g(0) = 3$

فاوجد معادلة المماس للدالة $h(x)$ عند $x = 0$ حيث $h(x) = \dfrac{x^2}{g(x)}$

النقطة

$(0, h(0))$

$(0, 0)$

$$h'(x) = \frac{2x\, g(x) - x^2 g(x)}{[g(x)]^2}$$

$m = 0.$

$y - 0 = 0(x - 0)$

$y = 0$. محور x

$f'(x) = 3x^2+4$.

17) اذا كانت الدالة $f(x)=x^3+4x-1$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(-1)$

$g(-1) = x$

$f^{-1}(-1) = x$

$-1 = f(x)$

$f(x) = -1$

$x^3+4x\cancel{-1}=\cancel{-1}$

$x(x^2+4)=0$

$x=0$

$$g'(-1) = \frac{1}{f'(g(-1))} = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{4}.$$

---

18) اذا كانت الدالة $f(x)=x^5+4x-2$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(-2)$

$f'(x) = 5x^4+4$.

$g(-2) = x$

$f^{-1}(-2) = x$

$-2 = f(x)$

$f(x) = -2$

$x^5+4x\cancel{-2}=\cancel{-2}$

$x(x^4+4)=0$

$x=0$

$$g'(-2) = \frac{1}{f'(g(-2))} = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{4}$$

---

19) اذا كانت الدالة $f(x)=x^5+3x^3+x$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(5)$

$f'(x) = 5x^4+9x^2+1$

$g(5) = x$

$f^{-1}(5) = x$

$5 = f(x)$

$f(x) = 5$

$x^5+3x^3+x=5$

بالتخمين

$x=1$

$$g'(5) = \frac{1}{f'(g(5))} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{15}$$

(20) اذا كانت الدالة $f(x)=x^3+2x+1$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(-2)$

$g(-2)=x$

$f^{-1}(-2)=x$

$-2=f(x)$

$f(x)=-2$

$x^3+2x+1=-2$

من الآلة او التخمين

$x=-1$

$f'(x)=3x^2+2$

$g'(-2)=\frac{1}{f'(g(-2))}$

$=\frac{1}{f'(-1)}$

$=\frac{1}{3(-1)^2+2}=\frac{1}{5}$

(21) اذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x^3+2x+4}$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(2)$

$g(2)=x$

$f^{-1}(2)=x$

$2=f(x)$

$f(x)=2$

$\sqrt{x^3+2x+4}=2$

$x^3+2x+\cancel{4}=\cancel{4}$

$x(x^2+2)=0$

$x=0$

$f'(x)=\frac{3x^2+2}{2\sqrt{x^3+2x+4}}$

$g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}$

$=\frac{1}{f'(0)}$

$=\frac{1}{1/2}=2$

(22) اذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x^5+4x^3+3x+1}$ لها معكوس هي $g(x)$، فاوجد $g'(3)$

$g(3)=x$

$f^{-1}(3)=x$

$3=f(x)$

$f(x)=3$

$\sqrt{x^5+4x^3+3x+1}=3.$

$x^5+4x^3+3x+1=9$

$x=1$ الآلة او التخمين

$f'(x)=\frac{5x^4+12x^2+3}{2\sqrt{x^5+4x^3+3x+1}}$

$g'(3)=\frac{1}{f'(g(3))}$

$=\frac{1}{f'(1)}$

$=\frac{1}{10/3}=3/10$

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(1) $f(x) = 4\sin 3x - x$

$f'(x) = 4\cos 3x \cdot 3 - 1 = 12\cos 3x - 1$

(2) $f(x) = 4x^2 - 3\tan 2x$

$f'(x) = 8x - 3\sec^2 2x \cdot 2 = 8x - 6\sec^2(2x)$

(3) $f(t) = \tan^3 2t - \csc^4 3t = (\tan 2t)^3 - (\csc 3t)^4$

$f'(t) = 3(\tan 2t)^2 \cdot \sec^2 2t \cdot 2 - 4(\csc 3t)^3 \cdot (-\csc 3t \cdot \cot 3t) \cdot 3$

$= 6\tan^2 2t \cdot \sec^2 2t + 12\csc^4 3t \cdot \cot 3t$

(4) $f(t) = t^2 + 2\cos^2 4t = t^2 + 2(\cos 4t)^2$

$f'(t) = 2t + 4(\cos 4t)^1 \cdot (-\sin 4t) \cdot 4$

$= 2t - 16\sin 4t \cos 4t$

(5) $f(x) = x\cos 5x^2$

$f'(x) = 1 \cdot \cos 5x^2 + x \cdot (-\sin 5x^2) \cdot 10x$

$= \cos x^2 - 10x^2 \sin 5x^2$

(6) $f(x) = x^2 \sec 4x$

$f'(x) = 2x \cdot \sec 4x + x^2 \cdot \sec 4x \cdot \tan 4x \cdot 4$

$= 2x\sec 4x + 4x^2 \sec 4x \tan 4x$

(7) $f(x) = \dfrac{\sin x^2}{x^2}$

$f'(x) = \dfrac{\cos x^2 \cdot 2x \cdot x^2 - \sin x^2 \cdot 2x}{(x^2)^2} = \dfrac{2x^3\cos x^2 - 2x\sin x^2}{x^4}$

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(8) $f(x)=\dfrac{x^2}{csc^4 2x}$ $= x^2 \sin^4 2x = x^2(\sin 2x)^4$

$f'(x) = 2x \sin^4 2x + x^2 \cdot 4(\sin 2x)^3 \cdot \cos 2x \cdot 2$

$= 2x \sin^4 2x + 8x^2 \sin^3 2x \cdot \cos x$

---

(9) $f(t)=sin3t\ sec3t$ $= \sin 3t \cdot \dfrac{1}{\cos 3t} = \tan 3t$

$f'(t) = \sec^2 3t \cdot 3 = 3\sec^2 3t$

---

(10) $f(t)=\sqrt{cos5t\ sec5t}$ $= \sqrt{\cos 5t \cdot \dfrac{1}{\cos 5t}} = \sqrt{1} = 1$

$f'(t) = 0$

---

(11) $f(w)=\dfrac{1}{sin4w}$ $= \csc 4w$

وممكن الحل بالقسمة.

$f'(w) = -\csc 4w \cdot \cot 4w \cdot 4$

$= -4\csc 4w \cot 4w$

---

(12) $f(w)=w^2sec^2 3w$ $= w^2(\sec 3w)^2$

$f'(w) = 2w \cdot \sec^2 3w + w^2 \cdot 2(\sec 3w)^1 \cdot \sec 3w \tan 3w \cdot 3$

$= 2w\sec^2 3w + 6w^2 \sec^2 3w \tan 3w$

---

(13) $f(x)=2sin2x\ cos2x$ $= \sin 4x$

متطابقة $\sin 2t = 2\sin t \cos t$

وممكن الحل بالضرب

$f'(x) = \cos 4x \cdot 4$

$= 4\cos 4x$

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(14) $f(x)=4\sin^2 3x+4\cos^2 3x$ $= 1$ متطابقة فيثاغورس.

$f'(x) = 0$

---

(15) $f(x)=\tan\sqrt{x^2+1}$

$f'(x) = \sec^2\sqrt{x^2+1} \cdot \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$

$= \dfrac{x\sec^2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

---

(16) $f(x)=4x^2\sin x\sec 3x$ مشتقة حاصل ضرب 3 دوال

* نشتق الأول × الثاني × الثالث + الأول × مشتقة الثاني × الثالث + الأول × الثاني × مشتقة الثالث.

$f'(x) = 8x\sin x\cdot\sec 3x + 4x^2\cdot\cos x\sec 3x + 4x^2\cos x\cdot\sec 3x\tan 3x\cdot 3.$

---

(17) $f(x)=\sin^3(\cos\sqrt{x^3+2x^2}) = [\sin(\cos\sqrt{x^3+2x^2})]^3$

$f'(x) = 3\sin^2(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\cdot\cos(\cos\sqrt{x^3+2x^2})\cdot$
$(-\sin\sqrt{x^3+2x^2})\cdot\dfrac{3x^2+4x}{2\sqrt{x^3+2x^2}}$

---

(18) $f(x)=\tan^4(\sin^2(x^3+2x)) = [\tan(\sin^2(x^3+2x))]^4$

$f'(x) = 4[\tan(\sin^2(x^3+2x))]^3\cdot\sec^2(\sin^2(x^3+2x))$
$\cdot\ 2\sin(x^3+2x)\cdot\cos(x^3+2x)\cdot(3x^2+2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(19a) $f(x) = \sin x^2$

$f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x$

$= 2x \cos x^2$

(19b) $f(x) = \sin^2 x = (\sin x)^2$

$f'(x) = 2(\sin x)^1 \cdot \cos x$

$= 2 \sin x \cos x = \sin 2x.$

(19c) $f(x) = \sin 2x$

$f'(x) = \cos 2x \cdot 2$

$= 2 \cos 2x$

(20a) $f(x) = \cos \sqrt{x}$

$f'(x) = -\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}.$

(20b) $f(x) = \sqrt{\cos x}$

$f'(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

(20c) $f(x) = \cos \frac{1}{2} x$

$f'(x) = -\sin \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2} \sin \frac{1}{2} x.$

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(21a) $f(x) = \sin x^2 \tan x$

$f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x \cdot \tan x + \sin x^2 \cdot \sec^2 x.$

$= 2x \cos x^2 \tan x + \sin x^2 \cdot \sec^2 x.$

(21b) $f(x) = \sin^2(\tan x) = [\sin(\tan x)]^2$

$f'(x) = 2(\sin(\tan x))^1 \cdot \cos(\tan x) \cdot \sec^2 x$

$= 2 \sin(\tan x) \cdot \cos(\tan x) \cdot \sec^2 x.$

(21c) $f(x) = \sin(\tan^2 x) = \sin((\tan x)^2)$

$f'(x) = \cos((\tan x)^2) \cdot 2(\tan x)^1 \cdot \sec^2 x$

$= 2\cos(\tan^2 x) \cdot \tan x \cdot \sec^2 x.$

(22a) $f(x) = \sec x^2 \tan x^2$

$f'(x) = \sec x^2 \cdot \tan x^2 \cdot 2x \cdot \tan x^2 + \sec x^2 \cdot \sec^2 x^2 \cdot 2x$

$= 2x \sec x^2 [\tan x^2 + \sec x^2]$

(22b) $f(x) = \sec^2(\tan x) = [\sec(\tan x)]^2$

$f'(x) = 2[\sec(\tan x)]^1 \cdot \sec(\tan x) \cdot \tan(\tan x) \cdot \sec^2 x.$

$= 2\sec^2(\tan x) \cdot \tan(\tan x) \cdot \sec^2 x.$

(22c) $f(x) = \sec(\tan^2 x) = \sec(\tan x)^2.$

$f'(x) = \sec(\tan^2 x) \cdot \tan(\tan x) \cdot 2(\tan x)^1 \cdot \sec^2 x$

$= 2\sec(\tan^2 x) \cdot \tan(\tan x) \cdot \tan x \cdot \sec^2 x.$

محمد عمر الخطيب

السؤال 14

احد هذه الاسئلة يكون السؤال 14

تمارين 22,8,7 صفحة 195 من الكتاب

تمارين 39,26-44 صفحة 196 من الكتاب

أوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

تمارين 22,8,7 صفحة 195 من الكتاب

$\ln\frac{1}{3} = -\ln 3$

(7) $h(x) = (\frac{1}{3})^{x^2}$

$h'(x) = (\frac{1}{3})^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln\frac{1}{3} = -2\ln(3)\cdot(\frac{1}{3})^{x^2}$

(8) $h(x) = 4^{-x^2}$

$h'(x) = 4^{-x^2} \cdot (-2x) \cdot \ln 4$

$= -2x \ln 4 \cdot 4^{-x^2}$

(22a) $h(x) = 2^{e^x}$

$h'(x) = 2^{e^x} \cdot e^x \cdot \ln 2$

(22b) $h(x) = \frac{e^x}{2^x} = (\frac{e}{2})^x$

حل هذا السؤال بقاعدة القسمة.

$h'(x) = (\frac{e}{2})^x \cdot \ln\frac{e}{2}$

$= \frac{e^x}{2^x}[\ln e - \ln 2] = \frac{e^x(1-\ln 2)}{e^x}$

تمارين 26,39-44 صفحة 196 من الكتاب

(26) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x)=3^{x^e}$ عند $x=1$

$f'(x) = 3^{x^e} \cdot e\,x^{e-1} \cdot \ln 3$

$m = f'(1) = 3e\ln 3$

$y - 3 = 3e\ln 3(x-1)$

$y = 3e\ln 3(x-1)+3$

نقطة — ميل

$x=1$ — $f'(1)$

$f(1)=3$

$(1,3)$

---

(39) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=x^{\sin x}$

خذ Ln للطرفين

$\ln f(x) = \ln x^{\sin x} = \sin x \cdot \ln x$

نشتق ضمنياً

$\frac{f'(x)}{f(x)} = \cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$

$f'(x) = f(x)\left[\frac{x\cos x \cdot \ln x + \sin x}{x}\right] = x^{\sin x}\left[\frac{x\cos x \ln x + \sin x}{x}\right]$

---

(40) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=x^{4-x^2}$

$\ln f(x) = \ln x^{4-x^2} = (4-x^2)\ln x$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = -2x \cdot \ln x + (4-x^2)\cdot\frac{1}{x}$

$f'(x) = f(x)\left[\frac{-2x^2\ln x + 4-x^2}{x}\right]$

$= x^{4-x^2}\left[\frac{-2x^2\ln x + 4-x^2}{x}\right]$

(41) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=(\sin x)^{x}$

$\ln f(x) = \ln \sin^{x} x = x \ln \sin x.$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = 1 \cdot \ln \sin x + x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$

$f'(x) = f(x) [\ln \sin x + x \cdot \cot x]$

$= \sin^{x} x [\ln \sin x + x \cot x].$

(42) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=(x^{2})^{4x}$

$= x^{8x}$

$\ln f(x) = \ln x^{8x} = 8x \ln x.$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = 8 \cdot \ln x + 8x \cdot \frac{1}{x}.$

$f'(x) = f(x) [8 \ln x + 8]$

$= (x^{2})^{4x} [8 \ln x + 8].$

(43) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=x^{\ln x}$

$\ln f(x) = \ln x^{\ln x} = \ln x \cdot \ln x = (\ln x)^{2}.$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 (\ln x)^{1} \cdot \frac{1}{x}.$

$f'(x) = f(x) \cdot \frac{2 \ln x}{x} = \frac{2 x^{\ln x} \cdot \ln x}{x} = 2 x^{\ln x - 1} \cdot \ln x.$

(44) استخدم التفاضل اللوغاريتمي لايجاد مشتقة الدالة $f(x)=x^{\sqrt{x}}$

$\ln f(x) = \ln x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x} \cdot \ln x.$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln x + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}$

$f'(x) = f(x) [\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}] = x^{\sqrt{x}} [\frac{\ln x + 2}{\sqrt{x}}]$

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

تذكر
$$\sin^{-1}x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$(29a)\quad f(x)=sin^{-1}(x^3+1)$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}\cdot 3x^2=\frac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}}$$

$(29b)\quad f(x)=sin^{-1}(\sqrt{x})$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$$

تذكر
$$\cos^{-1}x \rightarrow \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$(30a)\quad f(x)=cos^{-1}(x^2+x)$

$$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}\cdot(2x+1)$$

$$=\frac{-(2x+1)}{\sqrt{1-(x^2+x)^2}}$$

$(30b)\quad f(x)=cos^{-1}(\frac{2}{x})$

* حلها بأول السؤال
$$\cos^{-1}\frac{2}{x}=\sec^{-1}\frac{x}{2}$$
أفضل

$$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{x}\right)^2}}\cdot\frac{-2}{x^2}$$

$$=\frac{2}{x^2\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}=\frac{2}{x^2\frac{\sqrt{x^2-4}}{|x|}}=\frac{2}{|x|\sqrt{x^2-4}}$$

نفضل وجود المطلق

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(31a) $f(x) = tan^{-1}(\sqrt{x})$

$\tan^{-1} x \rightarrow \dfrac{1}{1+x^2}$

$$f'(x) = \frac{1}{1+(\sqrt{x})^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}$$

(31b) $f(x) = tan^{-1}(\frac{1}{x}) = \cot^{-1}(x)$

نعكس ال
السؤال
مع
$\tan^{-1}$

$$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

(32a) $f(x) = \sqrt{2 + tan^{-1} x}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{1+x^2}}{2\sqrt{2+\tan^{-1} x}}$$

$$= \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{2+\tan^{-1} x}}$$

(32b) $f(x) = e^{tan^{-1} x}$

$$f'(x) = e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

اوجد مشتقة كل دالة فيما يلي

(33a) $f(x)=4sec(x^4)$

$$f'(x) = 4\ sec(x^4) \cdot tan(x^4) \cdot 4x^3$$

$$= 16\ sec(x^4)\ tan(x^4)$$

(33b) $f(x)=4sec^{-1}(x^4)$

$$sec^{-1}x \rightarrow \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(x) = 4\ \frac{1}{|x^4|\sqrt{(x^4)^2-1}} \cdot 4x^3$$

$$= \frac{16x^3}{x^4\sqrt{x^8-1}} = \frac{16}{x\sqrt{x^8-1}}$$

(34a) $f(x)=sin^{-1}(\frac{1}{x}) = csc^{-1}x$

مكن الحل
بقاعدة
sin^{-1}!

$$f'(x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$= \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$ تجاوزاً

(34b) $f(x)=csc^{-1}x$

تجاوزاً

$$f'(x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}} = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

الاسئلة الكتابية من 15 الى 20

السؤال 16

احد هذه الاسئلة يكون السؤال 16

تمارين 29 - 32 صفحة 87 من الكتاب
تمرين 37 صفحة 130 من الكتاب
تمارين 39 - 50 صفحة 108 من الكتاب

* أرجو الالتزام بخطوات الحل وبالتفصيل.

تمارين 29 - 32 صفحة 87 من الكتاب

(29) اوجد $\lim_{x\to0} x^2 \sin\frac{1}{x}$ باستخدام نظرية الشطيرة

نعلم ان

$-1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1$

$-x^2 \leq x^2 \sin\frac{1}{x} \leq x^2$.

$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to0} -x^2 = 0 \\ \lim_{x\to0} x^2 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$

من نظرية الشطيرة.

(30) هل يمكن استخدام نظرية الشطيرة لايجاد $\lim_{x\to0} x^2 \sec\frac{1}{x}$

لا لايمكن لان دالة $\sec\frac{1}{x}$ ليس محدوده مثل $\sin x$ بجوار الصفر.

(31) اثبت ان $\lim_{x\to0^+} \sqrt{x}\cos\frac{1}{x} = 0$ باستخدام نظرية الشطيرة

$-1 \leq \cos\frac{1}{x} \leq 1$

$-\sqrt{x} \leq \sqrt{x}\cos\frac{1}{x} \leq \sqrt{x}$

$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to0^+} -\sqrt{x} = 0 \\ \lim_{x\to0^+} \sqrt{x} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to0^+} \sqrt{x}\cos\frac{1}{x} = 0$

من نظرية الشطيرة

محمد عمر الخطيب

(32) اذا كانت : $|f(x)| \le M$ **حيث** M **عدد حقيقي موجب فبين ان :** $\lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$

معطى . $|f(x)| \le M$

خواص المطلق:

$-M \le f(x) \le M$

$-Mx^2 \le x^2 f(x) \le Mx^2$.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0} -Mx^2 = 0 \\ \lim\limits_{x\to 0} Mx^2 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} x^2 f(x) = 0$$

من نظرية الشطيرة .

---

(37) اثبت ان $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{x^2+1} = 0$ **باستخدام نظرية الشطيرة**

تمرين 37 صفحة 130 من الكتاب

يمكنك حل السؤال بأكثر من طريقة .

$0 \le \dfrac{x^2}{x^2+1} \le 1$.

عندما .

$x > 0 \Rightarrow 0 \le 2x \cdot \dfrac{x^2}{x^2+1} \le 2x$ نضرب الطرفين $2x$

$0 \le \dfrac{2x^3}{x^2+1} \le 2x$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^+} 2x = 0 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} 0 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2x^3}{x^2+1} = 0 \quad ---\ (1)$$

(ليس لها دور)

من الشطيرة .

$x < 0 \Rightarrow 0 \ge 2x \cdot \dfrac{x^2}{x^2+1} \ge 2x$.

$0 \ge \dfrac{2x^3}{x^2+2x} \ge 2x$

$2x \le \dfrac{2x^3}{x^2+2x} \le 0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} 2x = 0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{2x^3}{x^2+1} = 0 \quad ---\ (2)$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^3}{x^2+1} = 0$

اوجد قيمة كل من النهايات التالية ان وجدت

تمارين 9 - 22 صفحة 108 من الكتاب

$$(9)\ \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1}$$

أو $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-2}{3x^2+4x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$

بقسمة كل حد من الحدود على x^2

$$= \frac{\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2} + \lim \frac{3x}{x^2} - \lim \frac{2}{x^2}}{\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2}{x^2} + \lim \frac{4x}{x^2} - \lim \frac{1}{x^2}} = \frac{1+0-0}{3+0-0} = \frac{1}{3}$$

$$(10)\ \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x+1}{4x^2-3x-1}$$

$$= \frac{\lim \frac{2x^2}{x^2} - \lim \frac{x}{x^2} + \lim \frac{1}{x^2}}{\lim \frac{4x^2}{x^2} - \lim \frac{3x}{x^2} - \lim \frac{1}{x^2}} = \frac{2-0+0}{4-0-0} = \frac{1}{2}$$

$$(11)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2\left(\frac{4}{x^2}+1\right)}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2}\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{|x|\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{-x\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{x^2}+1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

$$(12)\ \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-1}{4x^3-5x-1}$$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{4x^3} = \lim \frac{1}{2x} = 0$

بالقسمة على x^3

$$= \frac{\lim \frac{2x^2}{x^3} - \lim \frac{1}{x^3}}{\lim \frac{4x^3}{x^3} - \lim \frac{5x}{x^3} - \lim \frac{1}{x^3}} = \frac{0-0}{4-0-0} = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات التالية ان وجدت

(13) $\lim_{x\to\infty} \ln(\frac{x^2+1}{x-3})$

$= \ln\left(\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x-3}\right)$

تجاوزا

$= \ln\left(\lim_{x\to\infty} x\right) = \ln \infty = \infty$

(14) $\lim_{x\to 0^+} \ln(x \sin x)$

تجاوزا

$= \ln\left(\lim_{x\to 0^+} x \sin x\right) = \ln(0^+) = -\infty$

(15) $\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{-2}{x^3}}$

$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{2/x^3}} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

(16) $\lim_{x\to\infty} e^{-(x+1)/(x^2+1)}$

$\lim_{x\to\infty} e^{-\frac{x}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} e^{-1/x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^{1/x}} = \frac{1}{e^0} = 1$

(17) $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x = \lim_{x\to\infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \tan^{-1}(0) = 0$

(18) $\lim_{x\to\infty} \sec^{-1}(\frac{x^2+1}{x+1})$

$= \lim_{x\to\infty} \cos^{-1}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$

$= \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

اوجد قيمة كل من النهايات التالية ان وجدت

(19) $\lim\limits_{x\to 0} \sin(e^{-1/x^2})$

$= \sin\left(\lim\limits_{x\to 0^+} e^{-1/x^2}\right) = \sin\left(\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{e^{1/x^2}}\right) = \sin\left(\frac{1}{e^{\infty}}\right)$

$= \sin(0) = 0$

(20) $\lim\limits_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1} x)$

$= \sin\left(\lim\limits_{x\to\infty} \tan^{-1} x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

(21) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} e^{-\tan x}$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} e^{-\tan x} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0.$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} e^{-\tan x} = e^{-(-\infty)} = e^{\infty} = \infty$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} e^{-\tan x}$ غ . م

(22) $\lim\limits_{x\to 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$

$= \tan^{-1}\left(\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x\right)$

$= \tan^{-1}(-\infty)$

$= -\tan^{-1}(\infty) = -\frac{\pi}{2}.$

محمد عمر الخطيب

تمارين 39 - 50 صفحة 108 من الكتاب

* سيكمل حل بعض المسائل جبرياً

اوجد قيمة كل من النهايات التالية ان وجدت(استخدم ادلة عددية او الالة الحاسبة)

(39) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{\ln(x^2+3x-3)}$ $= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln x}{\ln x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln x}{2\ln x} = 1/2$

أهمل أهمل أهمل

(40) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(2+e^{2x})}{\ln(1+e^x)}$ $= \lim \dfrac{\ln(e^{2x})}{\ln(e^x)} = \lim \dfrac{2x}{x} = 2$

(41) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+4x+7}{2x^2+x\cos x}$ $= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{2x^2} = 1/2$

(42) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^3+7x^2+1}{x^3-x\sin x}$ $= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^3}{x^3} = 3$

(43) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+4x+5}{e^{x/2}}$ $= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{e^{x/2}} = 0$ تحتاج لوبيتال.

(44) $\lim\limits_{x\to\infty} (e^{x/3}-x^4)$ $= \lim\limits_{x\to\infty} e^{x/3} = \infty$ تحل ايجاد تكره حدود مع ابدال الاسية.

(45) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{x}$ $= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x}{1} = 1$ تحتاج لوبيتال.

(46) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x^2}{x^2}$ $= -\infty$ تحتاج لوبيتال.

(47) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{1/\ln x}$ $= e$ تحتاج لوبيتال

(48) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{1/x}$ $= 0$ تحتاج لوبيتال.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات التالية ان وجدت

(49) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}-2x \quad \times \quad \dfrac{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2-2x+1-4x^2}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-2x+1}+2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2\left(4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}+2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x+1}{|x|\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2x+1}{x\left[\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+2\right]}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{2x}{x}+\frac{1}{x}}{\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+2}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{4}+2}$$

$$= -\tfrac{1}{2}.$$

(50) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{5x^2+4x+7}-\sqrt{5x^2+x+3} \quad \times \quad \dfrac{\sqrt{5x^2+4x+7}+\sqrt{5x^2+x+3}}{\sqrt{5x^2+4x+7}+\sqrt{5x^2+x+3}}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{5x^2+4x+7-(5x^2+x+3)}{\sqrt{5x^2+4x+7}+\sqrt{5x^2+x+3}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x+\overset{\text{صفر}}{4}}{\sqrt{5x^2+\underbrace{4x+7}_{\text{صفر}}}+\sqrt{5x^2+\underbrace{x+3}_{\text{صفر}}}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{\sqrt{5x^2}+\sqrt{5x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{2\sqrt{5}\,|x|} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{2\sqrt{5}\,x} = \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

السؤال 17

احد هذه الاسئلة يكون السؤال 17

مثال 2.2 صفحة 147 من الكتاب

تمارين 1 - 12 صفحة 153 من الكتاب

تمرين 13 - 18 صفحة 153 من الكتاب

مثال 2.2 صفحة 147 من الكتاب

مثال 2.2 إذا كانت $f(x)=3x^3+2x-1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

ثم اوجد $f'(3), f'(2), f'(1)$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^3+2(x+h)-1-(3x^2+2x-1)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3+2x+2h-1-3x^3-2x+1}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{9x^2h+9xh^2+3h^3+2h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(9x^2+9xh+3h+2)}{\cancel{h}}=9x^2+2$$

$$f'(1)=9(1)^2+2=11$$

السؤال بطريقة ثانية

إذا كانت $f(x)=3x^3+2x-1$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x^3+2x-1-4}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x^3+2x-5}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}3x^2+3x+5=11$$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2+3x+5 \\
x-1 & 3x^3+2x-5 \\
\ominus & 3x^3-3x^2 \\
\hline
 & 3x^2+2x-5 \\
\ominus & 3x^2-3x \\
\hline
 & 5x-5 \\
 & 5x-5 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

تمارين 1 - 12 صفحة 153 من الكتاب

(1) إذا كانت $f(x)=3x+1$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x+1-4}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x-3}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{3(x-1)}{x-1}=3 \Rightarrow f'(1)=3.$$

(2) إذا كانت $f(x)=3x^2+1$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+1-4}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-3}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=6 \Rightarrow f'(1)=6.$$

(3) إذا كانت $f(x)=\sqrt{3x+1}$ فاوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}\times\frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}=\lim\frac{3x-3}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}=\lim\frac{3\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\sqrt{3x+1}+2}$$

$$=3/4.$$

محمد عمر الخطيب

(4) إذا كانت $f(x)=\frac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة (الاساسي او البديل)

$$f'(x)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f()}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\frac{3}{x+1}-1}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\frac{3-(x+1)}{x+1}}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\frac{3-x-1}{x+1}}{x-2}$$

$$=\lim\frac{2-x}{x+1}\div x-2$$

$$=\lim\frac{\overset{-1}{\cancel{2-x}}}{x+1}\cdot\frac{1}{\cancel{x-2}}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-1}{x+1}=-1/3$$

(5) إذا كانت $f(x)=3x^2+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^2+1-(3x^2+1)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(x^2+2xh+h^2)+1-3x^2-1}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{6xh+3h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(6x+3h)}{\cancel{h}}=6x$$

(6) إذا كانت $f(x)=x^2-2x+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-2(x+h)+1-(x^2-2x+1)}{h}$$

$$=\lim\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2-\cancel{2x}-2h+\cancel{1}-\cancel{x^2}+\cancel{2x}-\cancel{1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2xh+h^2-2h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(2x+h-2)}{\cancel{h}}=2x-2$$

(7) إذا كانت $f(x)=x^3+2x-1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3+2(x+h)-1-(x^3+2x-1)}{h}$$

$$=\lim\frac{\cancel{x^3}+3x^2h+3xh^2+h^3+\cancel{2x}+2h-\cancel{1}-\cancel{x^3}-\cancel{2x}+\cancel{1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}\left(3x^2+3xh+h^2+2\right)}{\cancel{h}}=3x^2+2.$$

(8) إذا كانت $f(x)=x^4-2x^2+1$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$f(x)=(x^2-1)^2$

الحل بالتعريف البديل

$$f'(x)=\lim_{z\to x}\frac{f(x)-f(z)}{x-z}$$

$$=\lim_{z\to x}\frac{(x^2-1)^2-(z^2-1)^2}{x-z}$$ فرق بين مربعين

$$=\lim_{z\to x}\frac{[(x^2-1)-(z^2-1)][(x^2-1)+(z^2-1)]}{x-z}$$

$$=\lim_{z\to x}\frac{[x^2-z^2][(x^2-1)+(z^2-1)]}{x-z}=\lim_{x\to z}\frac{\cancel{(x-z)}(x+z)[(x^2-1)+(z^2-1)]}{\cancel{x-z}}$$

$$=\lim(x+z)[(x^2-1)+(z^2-1)]$$

$$=2x\,[(x^2-1)+(x^2-1)]$$

$$=2x\cdot 2(x^2-1)$$

$$=4x(x^2-1).$$

(9) إذا كانت $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{3}{x+h+1}-\frac{3}{x+1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{3(x+1)-3(x+h+1)}{(x+h+1)(x+1)}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{-3\cancel{h}}{\cancel{h}(x+h+1)(x+1)}=\frac{-3}{(x+1)^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(10) إذا كانت $f(x)=\dfrac{2}{2x-1}$ فاوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2}{2(x+h)-1}-\frac{2}{2x-1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2(2x-1)-2(2(x+h)-1)}{[2(x+h)-1][2x-1]}}{h}$$

$$\lim \frac{-4\cancel{h}}{\cancel{h}[2(x+h)-1][2x-1]}$$

$$=\frac{-4}{(2x-1)(2x-1)}$$

$$=\frac{-4}{(2x-1)^2}$$

(11) إذا كانت $f(x)=\sqrt{3t+1}$ فاوجد $f'(t)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(t)=\lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3(t+h)+1}-\sqrt{3t+1}}{h}\times\frac{\sqrt{3(t+h)+1}+\sqrt{3t+1}}{\sqrt{3(t+h)+1}+\sqrt{3t+1}}$$

$$=\lim\frac{3(t+h)+1-(3t+1)}{h\left[\sqrt{3(t+h)+1}+\sqrt{3t+1}\right]}$$

$$=\lim\frac{\cancel{3t}+3\cancel{h}+\cancel{1}-\cancel{3t}-\cancel{1}}{\cancel{h}\left[\sqrt{3(t+h)+1}+\sqrt{3t+1}\right]}=\frac{3}{\sqrt{3t+1}+\sqrt{3t+1}}=\frac{3}{2\sqrt{3t+1}}$$

(12) إذا كانت $f(t)=\sqrt{3t+4}$ فاوجد $f'(t)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$f'(t)=\lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3(t+h)+4}-\sqrt{3t+4}}{h}\times\frac{\sqrt{3(t+h)+4}+\sqrt{3t+4}}{\sqrt{3(t+h)+4}+\sqrt{3t+4}}$$

$$=\lim\frac{3(t+h)+4-(3t+4)}{h\left(\sqrt{3(t+h)+4}+\sqrt{3t+4}\right)}$$

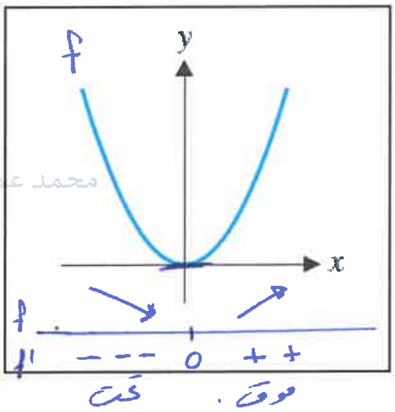
$$=\lim\frac{3\cancel{h}}{\cancel{h}\left(\sqrt{3(t+h)+4}+\sqrt{3t+4}\right)}=\frac{3}{\sqrt{3t+4}+\sqrt{3t+4}}=\frac{3}{2\sqrt{3t+4}}$$

* راجع الملاحظات المتعلقة بالسؤال من الملزمة الاصلية.

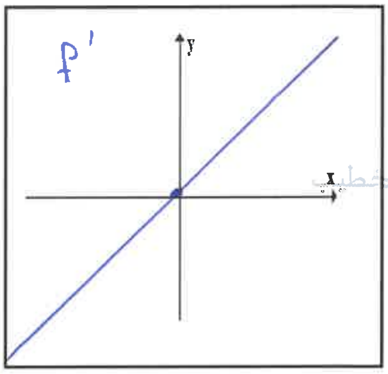
تمرين 13 - 18 صفحة 153 من الكتاب

استخدم التمثيل البياني للدالة f لرسم بيان تقريبي للدالة f'

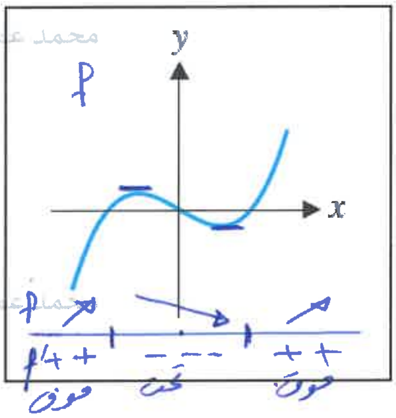
(13a)



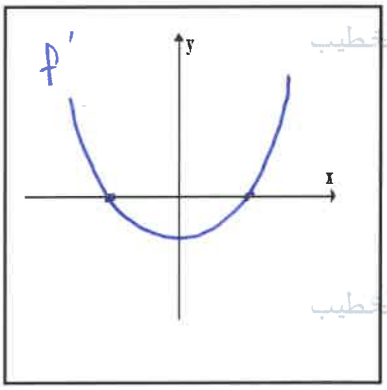
الدالة التربيعية مشتقتها خطية



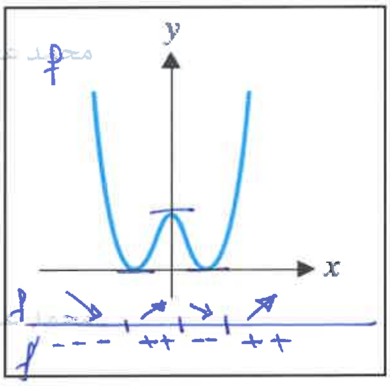
(13b)



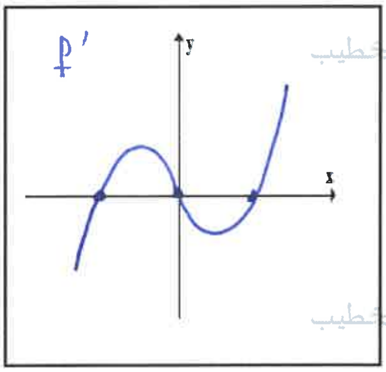
التكعيبية مشتقة تربيعية



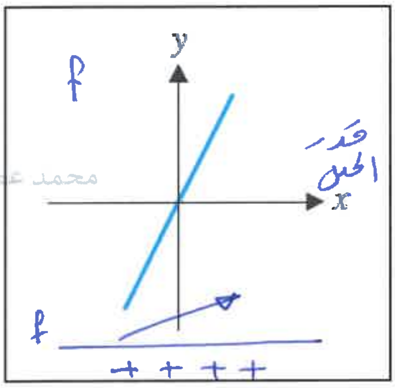
(14a)



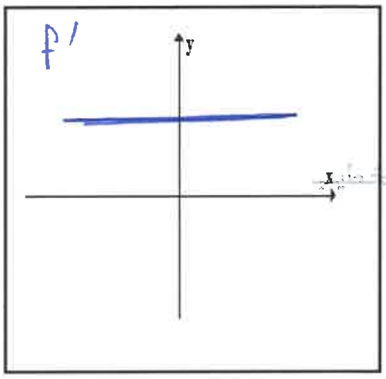
الدرجة الرابعة مشتقة الثالثة



(14b)



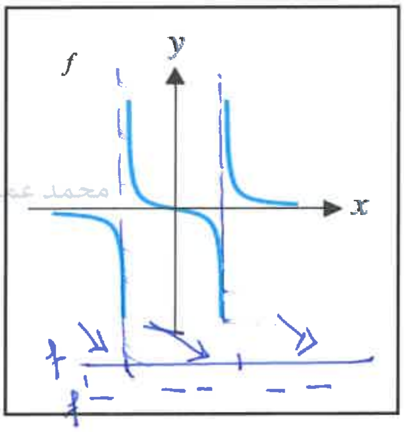
الخطية مشتقة ثابتة

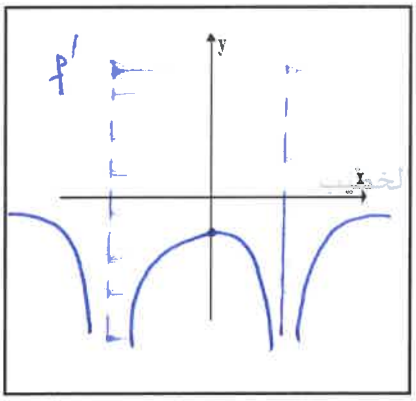


محمد عمر الخطيب

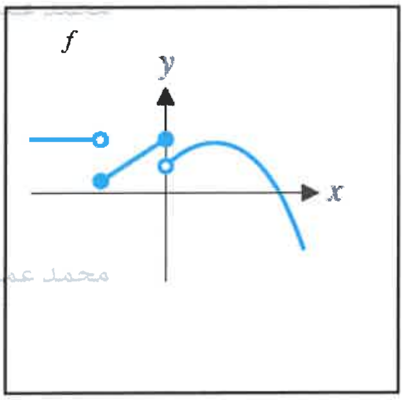
الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f . استفد من ذلك لرسم بيان تقريبي للدالة f'

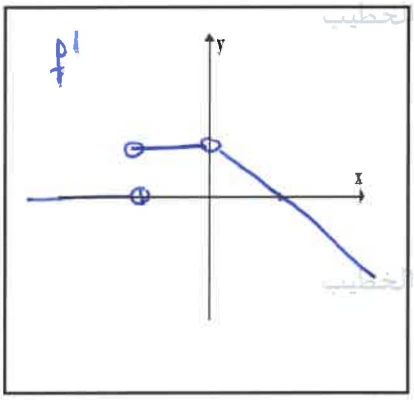
(15a)



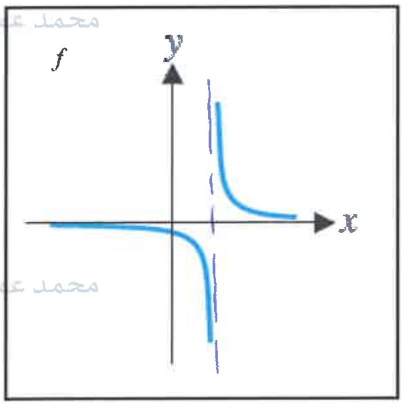


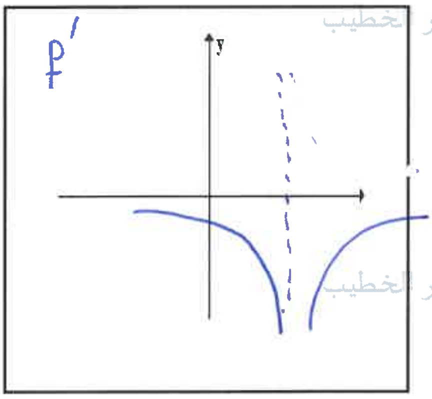
(15b)



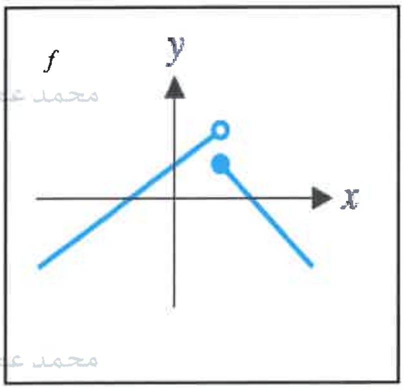


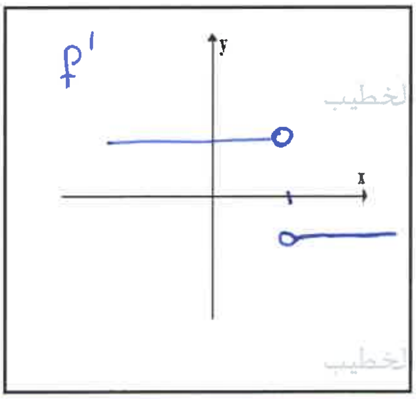
(16a)





(16b)

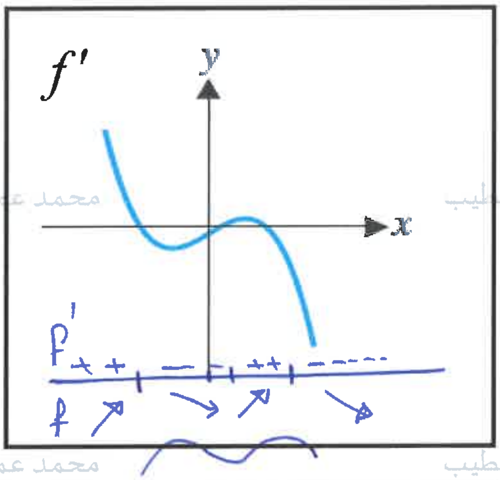


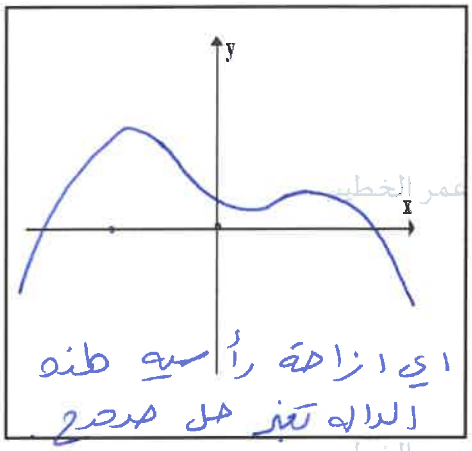


محمد عمر الخطيب

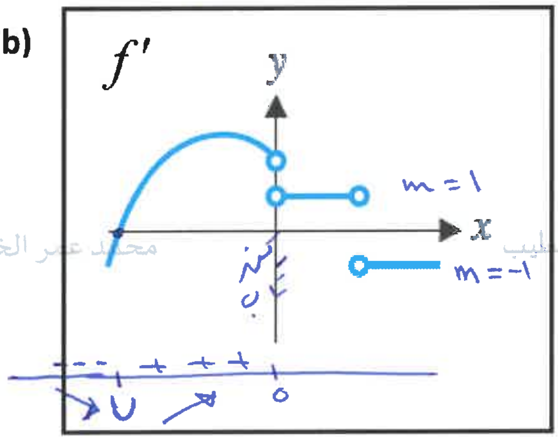
استخدم التمثيل البياني الموضح للدالة f' لرسم تمثيل بياني معقول للدالة المتصلة f

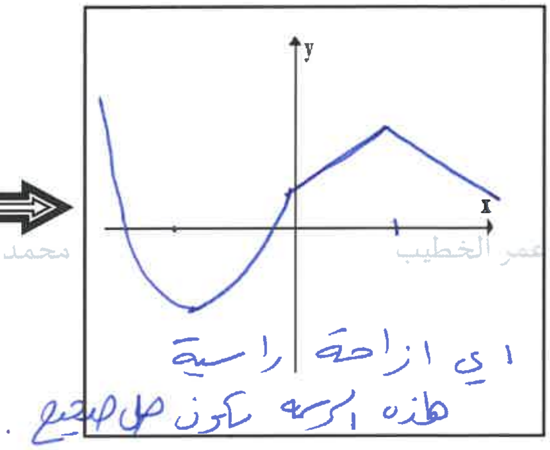
(17a)



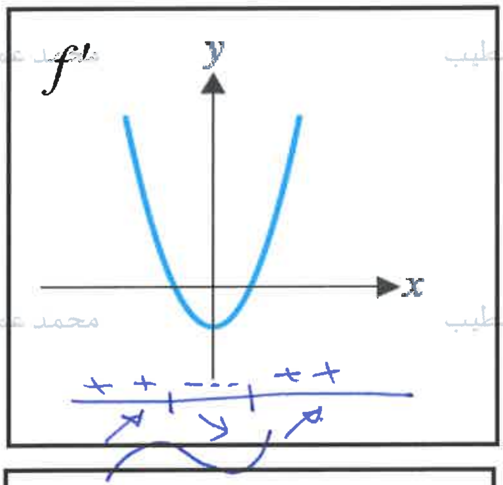


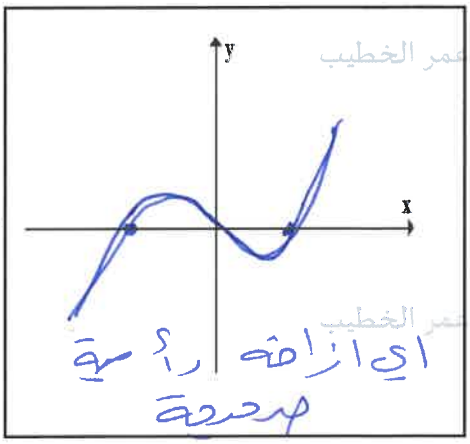
(17b)



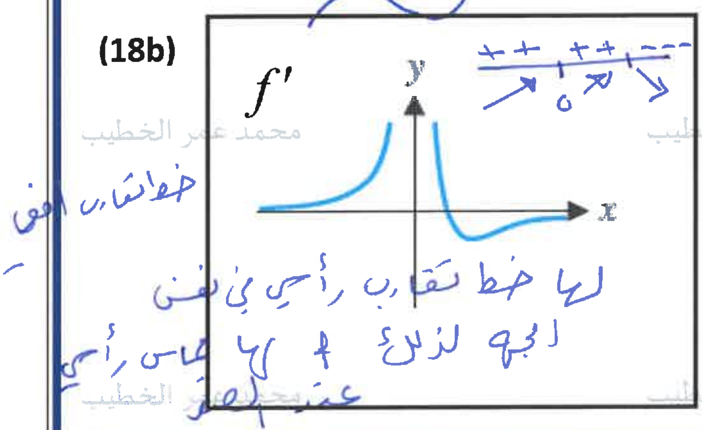


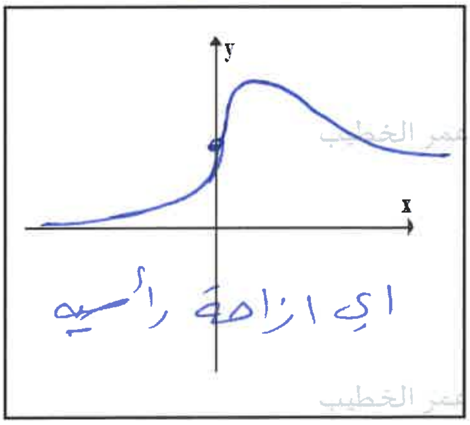
(18a)





(18b)





محمد عمر الخطيب

السؤال 18	احد هذه الاسئلة يكون السؤال 18	مثال 7.5 صفحة 194 من الكتاب تمارين 38, 37 صفحة 196 من الكتاب

مثال 7.5 صفحة 194 من الكتاب

محمد عمر الخطيب

مثال (7.5) يتم تحديد التركيز c لمادة معينة بعد t ثانية من التفاعل بالمعادلة $c(t)=\dfrac{10}{9e^{-20t}+1}$

(أ) اوجد $c'(t)>0$

$$c'(t)=\frac{-10\left(9e^{-20t}\cdot(-20)\right)}{\left(9e^{-20t}+1\right)^2}$$

$$=\frac{1800e^{-20t}}{\left(9e^{-20t}+1\right)^2}$$

(ب) بين ان $c'(t)>0$ وفسر النتيجة

$$c'(t)>0$$

لان البسط والمقام كلاهما اعداد موجبة.

المشتقة موجبة

تعني ان العلاقة بين الزمن والتركيز علاقة طردية. كلما زاد الزمن زاد التركيز.

(ج) اوجد اكبر قيمة للتركيز مع مرور الزمن وبين انه لا يتخطى 10

$$\lim_{t\to\infty} c(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} c(t)=\lim\frac{10}{9e^{-20t}+1}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{10}{\frac{9}{e^{20t}}+1}=\frac{10}{0+1}=10.$$

تمارين 37 ,38 صفحة 196 من الكتاب

(37) يتم تحديد التركيز c لمادة معينة بعد t ثانية من التفاعل بالمعادلة $c(t)=\dfrac{6}{2e^{-8t}+1}$

(أ) بين ان $c'(t)>0$ وفسر النتيجة

$$c'(t)=\frac{-6(2e^{-8t}\cdot(-8))}{(2e^{-8t}+1)^2}$$

$$=\frac{96e^{-8t}}{(2e^{-8t}+1)^2}>0$$

لان البسط والمقام كلاهما اعداد موجبة. والعلاقة طردية.

(ب) اوجد اكبر قيمة للتركيز مع مرور الزمن وبين انه لا يتخطى 6

$$\lim_{t\to\infty} c(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{6}{2e^{-8t}+1}=\lim\frac{6}{\frac{2}{e^{8t}}+1}=\frac{6}{0+1}=6$$

---

(38) يتم تحديد التركيز c لمادة معينة بعد t ثانية من التفاعل بالمعادلة $c(t)=\dfrac{10}{9e^{-10t}+2}$

(أ) بين ان $c'(t)>0$ وفسر النتيجة

$$c'(t)=\frac{-10(9e^{-10t}\cdot(-10))}{(9e^{-10t}+2)^2}$$

$$=\frac{900e^{-10t}}{(9e^{-10t}+2)^2}>0$$

لان كل من البسط والمقام اعداد موجبة والعلاقة بين الزمن والتركيز طردية

(ب) اوجد اكبر قيمة للتركيز مع مرور الزمن وبين انه لا يتخطى 5

$$\lim_{t\to\infty} c(t)=\lim\frac{10}{9e^{-10t}+2}=\lim\frac{10}{\frac{9}{e^{10t}}+2}=\frac{10}{0+2}=5$$

السؤال 19

احد هذه الاسئلة يكون السؤال 19

مثال 8.2 صفحة 200 من الكتاب

تمارين 1- 16 صفحة 206 من الكتاب

تمارين 13 , 14 صفحة 222 من الكتاب

مثال 8.2 صفحة 200 من الكتاب

مثال (8.2) لتكن $x^2y^2-2x=4-4y$ اوجد y'

ثم اوجد معادلة المماس للمعادلة $x^2y^2-2x=4-4y$ عند النقطة $(2,-2)$

$$x^2y^2-2x=4-4y$$

$$2x\cdot y^2+x^2\cdot 2y\cdot y'-2=-4y'$$

$$2x^2yy'+4y'=2-2xy^2$$

$$y'(2x^2y+4)=2-2xy^2$$

$$y'=\frac{2-2xy^2}{2x^2y+4}$$

$$y'(2,-2)=\frac{2-16}{-16+4}=\frac{7}{6}$$

$m=\frac{7}{6}$, $(2,-2)$

معادلة المماس هي

$$y+2=\frac{7}{6}(x-2)$$

تمارين 1- 16 صفحة 206 من الكتاب

(1) اوجد ميل المماس للمعادلة $x^2+4y^2=8$

بشكل صريح وضمنياً عند النقطة $(2,1)$

بشكل ضمني

$$x^2+4y^2=8$$

$$2x+8y\cdot y'=0$$

$$2(2)+8(1)y'=0$$

$$y'=\frac{-4}{8}$$

$$y'=-\frac{1}{2}$$

$$m=-\frac{1}{2}$$

بشكل صريح

$$x^2+4y^2=8$$

$$4y^2=8-x^2$$

$$y^2=\frac{8-x^2}{4}$$

$$y=\pm\sqrt{\frac{8-x^2}{4}}$$

ناخذ فقط الجذر الموجب لكي تحقق النقطة

$$y=\frac{1}{2}\sqrt{8-x^2}$$

$$y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{8-x^2}}\rightarrow m=-\frac{1}{2}$$

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد ميل المماس للمعادلة $x^3y-4\sqrt{x}=x^2y$ عند النقطة $(2,\sqrt{2})$ تفاضل ضمني.

$$3x^2y + x^3\cdot y' - \frac{4}{2\sqrt{x}} = 2x\cdot y + x^2\cdot y'$$

عوض النقطة مباشرة.

$$12\sqrt{2} + 8y' - \frac{4}{2\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} + 4y'$$

$$4y' = 4\sqrt{2} + \frac{4}{2\sqrt{2}} - 12\sqrt{2}$$

$$4y' = -7\sqrt{2} \rightarrow m = \frac{-7\sqrt{2}}{4}$$

---

(3) اوجد ميل المماس للمعادلة $y-3x^2y=\cos x$ عند النقطة $(0,1)$

$$y(1-3x^2) = \cos x$$

$$y'(1-3x^2) + y(-6x) = -\sin x$$

عوض النقطة.

$$y'(1) + 0 = 0$$

$$y' = 0$$

$$m = 0$$

---

(4) اوجد ميل المماس للمعادلة $y^2+2xy+4=0$ عند النقطة $(-2,2)$

$$y^2 + 2xy + 4 = 0$$

$$2y\cdot y' + 2\cdot y + 2x\cdot y' + 0 = 0$$

عوض النقطة

$$4y' + 4 - 4y' = 0$$

$$4 = 0 \quad ???$$

نفضل في هذه الحالة إيجاد y'.

لانه تكون الدالة مماس رأسي.

$$y'(2y+2x) = -2y$$

$$y' = \frac{-2y}{2y+2x} \rightarrow m = \frac{-4}{0} = \pm\infty$$

مماس رأسي

تحكم حل السؤال بجعل العلاقة صريحة.

$$y^2 + 2xy + 4 = 0$$

من القانون العام

$a = 1$ ، $b = 2x$ ، $c = 4$.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2x \pm \sqrt{4x^2-16}}{2}$$

$$y = -x \pm \sqrt{x^2-4}$$

ناخذ الجذر الذي يحقق النقطة.

$$y' = -1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}}$$

اوجد المشتقة ضمنياً

(5) $x^2y^2+3y=4x$

$2xy^2+x^2\cdot 2y\cdot y'+3y'=4$

$y'(2x^2y+3)=4-2xy$

$y'=\dfrac{4-2xy}{2x^2y+3}$

(6) $3xy^3-4x=10y^2$

$3y^3+3x\cdot 3y^2\cdot y'-4=20y\cdot y$

$9xy^2y'-20yy'=4-3y^3$

$y'(9xy^2-20y)=4-3y^3$

$y'=\dfrac{4-3y^3}{9xy^2-20y}=\dfrac{3y^3-4}{20y-9xy^2}$

(7) $\sqrt{xy}-4y^2=12$

يمكن التخلص من الجذر

$\dfrac{1}{2\sqrt{xy}}\cdot(1\cdot y+x\cdot y')-8y\cdot y'=0$

$y+xy'-16\sqrt{xy}\cdot yy'=0$

$y'[x-16\sqrt{xy}\cdot y]=-y$

$y'=\dfrac{-y}{x-16\sqrt{xy}\cdot y}=\dfrac{y}{16\sqrt{xy}\cdot y-x}$

محمد عمر الخطيب

اوجد المشتقة ضمنياً

(8) $\sin(xy) = x^2 - 3$

$\cos(xy)\,[1\cdot y + x\cdot y'] = 2x.$

$y\cos(xy) + xy'\cos(xy) = 2x.$

$xy'\cos(xy) = 2x - y\cos(xy)$

$y' = \dfrac{2x - y\cos(xy)}{x\cos(xy)}$

---

(9) $\dfrac{x+3}{y} = 4x + y^2$

$x+3 = 4xy + y^3.$

$1 = 4y + 4x\cdot y' + 3y^2\cdot y'$

$1 - 4y = y'(4x + 3y^2)$

$y' = \dfrac{1-4y}{4x+3y^2}$

---

(10) $3x + y^3 - \dfrac{4y}{x+2} = 10x^2$

$3x(x+2) + (x+2)y^3 - 4y = 10x^2(x+2)$

$3x^2 + 6x + (x+2)y^3 - 4y = 10x^3 + 20x^2.$

$6x + 6 + 1\cdot y^3 + (x+2)\cdot 3y^2\cdot y' - 4y' = 30x^2 + 40x.$

$y'\,(3y^2(x+2) - 4) = 30x^2 + 40x - 6x - 6 - y^3$

$y' = \dfrac{30x^2 + 34x - 6 - y^3}{3y^2(x+2) - 4}$

اوجد المشتقة ضمنياً

(11) $e^{x^2 y} - e^{y} = x$

$$e^{x^2y}\left[2x\cdot y + x^2y'\right] - e^y\cdot y' = 1$$

$$2xy\,e^{x^2y} + x^2y'e^{x^2y} - e^y\cdot y' = 1$$

$$y'(x^2e^{x^2y} - e^y) = 1 - 2xye^{x^2y}$$

$$y' = \frac{1 - 2xye^{x^2y}}{x^2e^{x^2y} - e^y}$$

---

(12) $xe^{y} - 3y\sin x = 1$

$$1\cdot e^y + x\cdot e^y\cdot y' - (3y'\sin x + 3y\cos x) = 0$$

$$xe^yy' - 3y'\sin x = 3y\cos x - e^y$$

$$y'(xe^y - 3\sin x) = 3y\cos x - e^y$$

$$y' = \frac{3y\cos x - e^y}{xe^y - 3\sin x}$$

---

(13) $y^2\sqrt{x+y} - 4x^2 = y$

$$2y\cdot y'\cdot\sqrt{x+y} + y^2\cdot\frac{1+y'}{2\sqrt{x+y}} - 8x = y'$$

$$2\cdot 2yy'(x+y) + y^2(1+y') - 8\cdot 2x\sqrt{x+y} = 2y'\sqrt{x+y}$$

$$4yy'(x+y) + y^2 + y^2y' - 16x\sqrt{x+y} = 2y'\sqrt{x+y}$$

$$y'\left[4y(x+y) + y^2 - 2\sqrt{x+y}\right] = 16x\sqrt{x+y} - y^2$$

$$y' = \frac{16x\sqrt{x+y} - y^2}{4y(x+y) + y^2 - 2\sqrt{x+y}}$$

محمد عمر الخطيب

اوجد المشتقة ضمنياً

(14) $x\cos(x+y) - y^2 = 8$

$$1\cdot\cos(x+y) - x\sin(x+y)[1+y'] - 2y\cdot y' = 0.$$

$$-x\sin(x+y) - x\sin(x+y)\cdot y' - 2yy' = -\cos(x+y)$$

$$y'[-x\sin(x+y) - 2y] = -\cos(x+y) + x\sin(x+y)$$

$$y' = \frac{-\cos(x+y) + x\sin(x+y)}{-x\sin(x+y) - 2y} = \frac{\cos(x+y) - x\sin(x+y)}{x\sin(x+y) + 2y}$$

---

(15) $e^{4y} - \ln(y^2+3) = 2x$

$$e^{4y}\cdot 4y' - \frac{2y\cdot y'}{y^2+3} = 2.$$

$$4e^{4y}y'(y^2+3) - 2yy' = 2(y^2+3)$$

$$y'[4e^{4y}(y^2+3) - 2y] = 2(y^2+3)$$

$$y' = \frac{2(y^2+3)}{4e^{4y}(y^2+3) - 2y}.$$

---

(16) $e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2+2} = x^2+1$

$$e^{x^2}\cdot 2x\cdot y + e^{x^2}\cdot y' - 3\frac{2y\cdot y'}{2\sqrt{y^2+2}} = 2x.$$

$$2xye^{x^2}\sqrt{y^2+2} + e^{x^2}y'\sqrt{y^2+2} - 3y\cdot y' = 2x\sqrt{y^2+2}.$$

$$y'[e^{x^2}\sqrt{y^2+2} - 3y] = 2x\sqrt{y^2+2} - 2xye^{x^2}\sqrt{y^2+2}$$

$$y' = \frac{2x\sqrt{y^2+2}\,[1 - ye^{x^2}]}{e^{x^2}\sqrt{y^2+2} - 3y}.$$

تمارين 13 , 14 صفحة 222 من الكتاب

(13) اوجد معادلة المماس للمعادلة $y - x^2y^2 = x - 1$ عند النقطة $(1,1)$

$$y' - [2x \cdot y^2 + x^2 \cdot 2y \cdot y'] = 1.$$

عوض بالنقطة

$$y' - [2 + 2y'] = 1$$

$$y' - 2 - 2y' = 1$$

$$-y' = 3.$$

$$y' = -3 \Rightarrow m = -3.$$

$$y - 1 = -3(x - 1)$$

$$y = -3x + 4$$

---

(14) اوجد معادلة المماس للمعادلة $y^2 + xe^y = 4 - x$ عند النقطة $(2,0)$

$$2y \cdot y' + 1 \cdot e^y + x \cdot e^y \cdot y' = -1.$$

عوض بالنقطة

$$0 + 1 + 2 \cdot y' = -1$$

$$2y' = -2$$

$$y' = -1.$$

$$m = -1.$$

$$y - 0 = -1(x - 2)$$

$$y = -x + 2.$$

السؤال 20

احد هذه الاسئلة يكون السؤال 20

مثال 10.3 صفحة 219 من الكتاب

تمارين 43- 46 صفحة 222 من الكتاب

تمارين 83، 84 صفحة 225 من الكتاب

مثال (10.3) أوجد قيمة c التي تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة للدالة

مثال 10.3 صفحة 219 من الكتاب

$f(x)=x^3-x^2-x+1$ على الفترة $[0,2]$

$f'(x)=3x^2-2x-1$

* الدالة $f(x)$ متصلة على $[0,2]$ وقابلة للاشتقاق على $(0,2)$ لانها دالة حدودية

∴ يوجد على الأقل c ينتمي الى $(0,2)$ وتحقق

$$f'(c)=\frac{f(2)-f(c)}{2-0}$$

$$3c^2-2c-1=\frac{3-1}{2-0}$$

$$3c^2-2c-1=1$$

$$3c^2-2c-2=0$$

$$\boxed{c=\frac{1+\sqrt7}{3}\in(0,2)},\quad c=\frac{1-\sqrt7}{3}\notin(0,2)$$

تمارين 43- 46 صفحة 222 من الكتاب

(43) بين ان الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ لا تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,1]$

حاول إيجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

الدالة غير متصلة عند $x=0$ لان الدالة غير معرفه عند $x=0$

في الفترة $[-1,1]$ لانها غير متصله عند

عند محاولة إيجاد c يكون

$$f'(c)=\frac{f(1)-f(-1)}{1--1}$$

$$\frac{-1}{c^2}=\frac{1--1}{1--1}=1$$

$c^2=-1$. لا يوجد حل

هذا رياضي خطأ ولكنه موجود بالكتاب

لان الدالة غير متصلة ولا علاقة لها بإيجاد حل قاطع

(44) بين ان الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2}$ لا تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,2]$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

الدالة غير متصلة في الفترة $[-1,2]$ لانها غير متصلة عند $x=0$

لانها غير معرفة عند $x=0$.

$f'(c)=\frac{f(2)-f(-1)}{2--1}$

$\frac{-2}{c^3}=\frac{-1}{4}$

$c^3=8$

$c=2 . \notin (-1,2)$.

---

(45) بين ان الدالة $f(x)=\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,\pi]$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

الدالة غير متصلة في $[0,\pi]$ لانها غير متصلة $\because x=\frac{\pi}{2}$

لان الدالة غير معرفة عند $x=\frac{\pi}{2}$

$f'(c)=\frac{f(\pi)-f(0)}{\pi-0}$

$\sec^2 c=0 \Rightarrow$. لا يوجد حل

---

(46) بين ان الدالة $f(x)=x^{1/3}$ لا تحقق شروط (فرضيات) نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-1,1]$

$f'(x)=\frac{1}{3}x^{-2/3}$

حاول ايجاد قيمة c التي تحقق $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$

قارن بين سؤال 46 والمسائل السابقة (45،44،43)

الدالة $f(x)$ متصلة في $[-1,1]$ لكنها غير قابلة للاشتقاق

في الفترة $(-1,1)$ لانها غير قابلة للاشتقاق عند $x=0$

ملاحظة : في حالة الدالة متصلة فانها ممكن او ممكن لا وجود c . (غير مضمون)

$f'(c)=\frac{f(1)-f(-1)}{1--1}$ | $\frac{1}{3c^{2/3}}=1 \Rightarrow c^{2/3}=\frac{1}{3} \Rightarrow c=\pm\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^3}$

نوجد c

تمارين 83، 84 صفحة 225 من الكتاب

(83) اوجد قيمة c التي تحققها نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2-2x$ على الفترة $[0,2]$

الدالة متصلة على $[0,2]$ وقابلة للاشتقاق على $(0,2)$ لأنها حدودية

∴ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة.

∴ يوجد $c\in(0,2)$ على الأقل بحيث

$$f'(c)=\frac{f(2)-f(0)}{2-0}$$

$$2c-2=0$$

$$c=1\in(0,2).$$

(84) اوجد قيمة c التي تحققها نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^3-x$ على الفترة $[0,2]$

الدالة متصلة على $[0,2]$ وقابلة للاشتقاق على $(0,2)$ لأنها حدودية.

∴ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة.

∴ يوجد على الأقل $c\in(0,2)$ بحيث

$$f'(c)=\frac{f(2)-f(0)}{2-0}$$

$$3c^2-1=\frac{6-0}{2-0}$$

$$3c^2-1=3$$

$$3c^2=4$$

$$c^2=\frac{4}{3}$$

$c=+\frac{2}{\sqrt{3}}\in(0,2)$ فقط.

$c=-\frac{2}{\sqrt{3}}\notin(0,2)$

انتهت الاسئلة

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

محمد عمر الخطيب