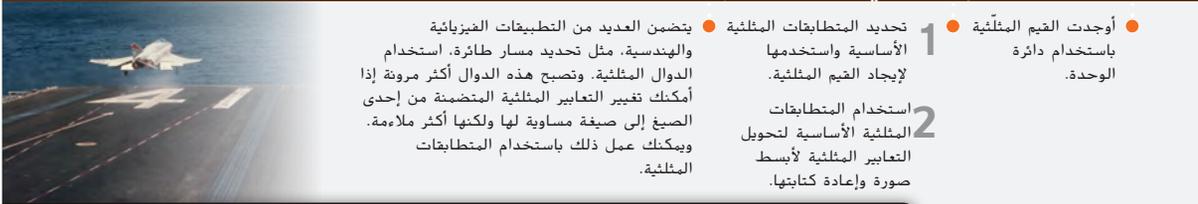


# 4-1 المتطابقات المثلثية

السابق

الحالي

لماذا؟



● أوجدت القيم المثلثية باستخدام دائرة الوحدة.

1

● أوجدت القيم المثلثية الأساسية واستخدمتها لإيجاد القيم المثلثية.

2 استخدام المتطابقات المثلثية الأساسية لتحويل التعبيرات المثلثية لأبسط صورة وإعادة كتابتها.

● يتضمن العديد من التطبيقات الفيزيائية والهندسية، مثل تحديد مسار طائرة، استخدام الدوال المثلثية. وتصبح هذه الدوال أكثر مرونة إذا أمكنك تغيير التعبيرات المثلثية المتضمنة من إحدى الصيغ إلى صيغة مساوية لها ولكنها أكثر ملاءمة. ويمكنك عمل ذلك باستخدام المتطابقات المثلثية.

## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-1 أوجد القيم المثلثية باستخدام دائرة الوحدة.

الدرس 4-1 تحديد المتطابقات المثلثية الأساسية واستخدامها لإيجاد القيم المثلثية. استخدام المتطابقات المثلثية الأساسية لتحويل التعبيرات المثلثية لأبسط صورة وأعد كتابتها.

بعد الدرس 4-1 تحديد صحة المتطابقات المثلثية. استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد حل للمعادلات المثلثية.

### المفردات الجديدة

متطابقة (identity)  
متطابقة مثلثية (trigonometric identity)  
دالة متساوية القيمة (cofunction)

1 المتطابقات المثلثية الأساسية تكون المعادلة متطابقة إذا كان طرفها الأيسر مساوياً لطرفها الأيمن في كل قيم المتغير المُعرف في كلا طرفي المعادلة. فُكر في المعادلات أدناه.

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3} = x + 3$$

هذه متطابقة لأن كلا طرفي المعادلة محدد ومساوٍ لكل  $x$  حيث يكون  $x \neq 3$ .

$$\sin x = 1 - \cos x$$

هذه ليست متطابقة. كلا طرفي هذه المعادلة محدد ومساوٍ لقيم معينة، كما هو الحال حين يكون  $x = 0$  ولكنهما ليسا مساويين لقيم أخرى يتم تحديد كلا الطرفين من خلالها، كما هو الحال حين يكون  $x = \frac{\pi}{4}$ .

المتطابقات المثلثية هي المتطابقات التي تضم دوال مثلثية. تعرف بالفعل اللغوي من المتطابقات المثلثية الأساسية. والمتطابقات العكسية ومتطابقات ناتج الضمة أدناه تتبع تماماً تعريفات الدوال المثلثية الست التي تم شرحها في الدرس 4-1.

### المفهوم الأساسي متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

متطابقات المقلوب		المتطابقات النسبية	
$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$	$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$	$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

يمكنك استخدام المتطابقات المثلثية الأساسية لإيجاد القيم المثلثية. وكما هو الحال في أي كسر، لا يمكن أن يساوي المقام صفراً.

### مثال 1 استخدام متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

a. إذا كانت  $\theta = \frac{7}{4}$ ، فأوجد  $\sin \theta$ .  
b. إذا كانت  $\cot x = \frac{2}{5\sqrt{5}}$  وكانت  $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، فأوجد  $\cos x$ .

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \quad \text{متطابقة نسبية}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{\cos x}{\frac{\sqrt{5}}{3}} \quad \cot x = \frac{2}{5\sqrt{5}}; \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \cos x \quad \text{اضرب كل طرف في } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{2}{15} = \cos x \quad \text{بسّط}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta} \quad \text{متطابقة مقلوب}$$

$$= \frac{1}{\frac{7}{4}} \quad \csc \theta = \frac{7}{4}$$

$$= \frac{4}{7} \quad \text{اقسم}$$

### تمرين موجه

1A. إذا كانت  $\sec x = \frac{5}{3}$ ، فأوجد  $\cos x$ .  
1B. إذا كانت  $\csc \beta = \frac{25}{7}$  وكانت  $\sec \beta = \frac{25}{24}$ ، فأوجد  $\tan \beta$ .

## 2 التدريس

### أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

### أسأل:

■ ما المعنى المقصود عندما يُطلق على المعادلة اسم متطابقة؟ الطرفان يساوي كل منهما الآخر لكل قيم المتغير.

- لماذا قد تُستخدم الدوال المثلثية في تمثيل مسار طائرة؟ **الإجابة النموذجية:** قد تمثل الدالة المثلثية المنحنى الذي تتبعه رحلة الطائرة.

## 1 المتطابقات المثلثية الأساسية

**المثال 1** يوضح كيفية استخدام المتطابقات العكسية وناتج القسمة لإيجاد القيم المثلثية. **المثال 2** يوضح كيفية استخدام متطابقات فيثاغورس لإيجاد القيم المثلثية. **المثال 3** يوضح كيفية استخدام متطابقات الزاويتين المتتامتين ومتطابقات الدوال الفردية أو الزوجية لإيجاد القيم المثلثية.

## التقويم التكويني

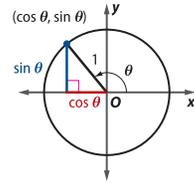
استخدم التمرينات الموجهة الموجودة بعد كل مثال للتأكد من استيعاب الطلاب للمفاهيم.

### أمثلة إضافية

- 1** إذا كانت  $\cos \theta = \frac{3}{4}$ ، أوجد  $\sec \theta$ .  
**أ.** إذا كانت  $\cos \theta = \frac{3}{4}$ ، أوجد  $\sec \theta$ .  
**ب.** إذا كانت  $\sec \theta = \frac{5}{4}$ ، أوجد  $\tan \theta$ .  
**ج.** إذا كانت  $\tan \theta = \frac{3}{5}$ ، أوجد  $\sin \theta$ .
- 2** إذا كانت  $\cot \theta = 2$ ، أوجد  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$ .  
**أ.**  $\cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$  أو  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
**ب.**  $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  أو  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

## التركيز على محتوى الرياضيات

**متطابقات فيثاغورس** توجد ثلاث متطابقات فيثاغورس. إلا أنه يكفي فقط تذكر  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  لإيجاد المتطابقتين الأخرين عن طريق قسمة كل حدود المتطابقة إما على  $\sin^2 x$  أو  $\cos^2 x$ .



يمكن تحديد المتطابقات المثلثية على دائرة الوحدة كما هو موضح. لاحظ أنه بالنسبة لأي زاوية  $\theta$ ، فإن Sine الزاوية و Cosine هما الطولان الموجهان للضلعين الجانبيين لمثلث قائم الزاوية له الوتر 1. يمكننا تطبيق نظرية فيثاغورس على هذا المثلث قائم الزاوية لصياغة متطابقة مثلثية أساسية أخرى.

$$\begin{aligned} \text{نظرية فيثاغورس} \quad (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 &= 1^2 \\ \text{بسط} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \end{aligned}$$

في حين أن إشارات هذه الأطوال الموجية قد تتغير بناءً على الربع الذي يستقر عليه المثلث. فلاحظ أنه بسبب تربيع هذه الأطوال فإن المعادلة أعلاه تبقى صحيحة لأي قيمة لـ  $\theta$ . هذه المعادلة هي إحدى **متطابقات فيثاغورس** الثلاث.

### المفهوم الأساسي متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta \quad \cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

سُيِّت صيغة متطابقتي فيثاغورس المبتدئين في التمرينين 69 و 70.

لاحظ ترميز الاختصار المستخدم لتمثيل أسس الدوال المثلثية:  $\sin^2 \theta = (\sin \theta)^2$  و  $\cos^2 \theta = (\cos \theta)^2$  و  $\tan^2 \theta = (\tan \theta)^2$  وهكذا.

## مثال 2 استخدام متطابقات فيثاغورس

إذا كانت  $\tan \theta = -8$  وكانت  $\sin \theta > 0$ ، فأوجد  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$

استخدم متطابقة فيثاغورس التي تتضمن  $\tan \theta$ .

$$\begin{aligned} \tan^2 \theta + 1 &= \sec^2 \theta && \text{متطابقة فيثاغورس} \\ (-8)^2 + 1 &= \sec^2 \theta && \tan \theta = -8 \\ 65 &= \sec^2 \theta && \text{بسط} \\ \pm\sqrt{65} &= \sec \theta && \text{خذ الجذر التربيعي لكل طرف.} \\ \pm\sqrt{65} &= \frac{1}{\cos \theta} && \text{متطابقة عكسية} \\ \pm\frac{\sqrt{65}}{65} &= \cos \theta && \text{حل لإيجاد } \theta \end{aligned}$$

بما أن  $\theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  سالبة و  $\sin \theta$  موجب، إذاً ينبغي أن تكون  $\cos \theta$  سالبة. إذاً، فستكون  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65}$  و يمكنك حينها استخدام متطابقة ناتج القسمة هذه لإيجاد  $\sin \theta$ .

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} && \text{متطابقة نسبية} \\ -8 &= \frac{\sin \theta}{-\frac{\sqrt{65}}{65}} && \tan \theta = -8 \text{ و } \cos \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65} \\ \frac{8\sqrt{65}}{65} &= \sin \theta && \text{اضرب كل طرف في } \frac{65}{65} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 && \text{متطابقة فيثاغورس} \\ \left(\frac{8\sqrt{65}}{65}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{65}}{65}\right)^2 &= 1 && \cos \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65} \text{ و } \sin \theta = \frac{8\sqrt{65}}{65} \end{aligned}$$

$$\frac{64}{65} + \frac{1}{65} = 1 \quad \checkmark \text{ بسط}$$

$$2A. \csc \theta = \sqrt{10}, \tan \theta = -\frac{1}{3}$$

$$2B. \cot \theta = \sqrt{35}, \sec \theta = -\frac{6}{\sqrt{35}} \text{ or } \frac{6\sqrt{35}}{35}$$

تمرين موجه

أوجد قيمة كل تعبير مستخدماً البيانات المعطاة.

$$2A. \csc \theta \text{ و } \tan \theta = -3, \cot \theta = -3 \text{ و } \cos \theta < 0 \quad 2B. \sec x \text{ و } \cot x = \frac{1}{6}, \sin x > 0$$

### قراءة الرياضيات

أسس الدوال المثلثية  $\sin^2 \theta$  تُقرأ هكذا، sine square theta و تُفسر على أنها تربيع كمية  $\sin \theta$ .

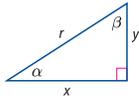
### نصيحة دراسية

التحقق من الإجابات من المبدأ تأكيد إجاباتك باستخدام متطابقة مختلفة عن المتطابقات التي استخدمتها لحل المسألة، كما في المثال 2، بحيث لا تقع في نفس الخطأ مرتين.

## نصيحة للمعلمين الجدد

**إشارات الدوال المثلثية** إذا واجه الطلاب مشكلة في تذكر إشارات الدوال المثلثية في مختلف أرباع دائرة الوحدة، فاستخدم الحروف "ASTC" لمساعدتهم على التذكر. عند البدء في الربع الأول والتحرك عكس عقارب الساعة، تكون كل الدوال موجبة في الربع الأول، ولا يكون سوى جيب الزاوية وقاطع المعكوس الضربي الخاص به موجبين في الربع الثاني، ولا يكون سوى المماس وظل تمام المعكوس الضربي الخاص به موجبين

مجموعة أخرى من المتطابقات المثلثية الأساسية تتضمن دوال متساوية القيمة  
 f هي دالة متساوية القيمة لدالة مثلثية أخرى g إذا كانت f(α) = g(β) حين تكون α و β زاويتان متتامتان. في المثلث  
 قائم الزاوية الموضح. الزاويتان α و β هما زاويتان متتامتان. باستخدام نِسب المثلث قائم الزاوية، يمكنك توضيح أن  
 العبارات التالية صحيحة.



$$\sin \alpha = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{y}{r}$$

$$\tan \alpha = \cot \beta = \cot(90^\circ - \alpha) = \frac{y}{x}$$

$$\sec \alpha = \csc \beta = \csc(90^\circ - \alpha) = \frac{r}{y}$$

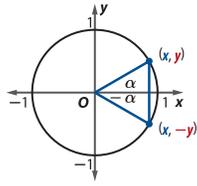
من خلال هذه العبارات، يمكننا كتابة متطابقات الزاويتين المتتامتين التالية، وهي صحيحة لكل الأعداد الحقيقية، وليس  
 لقياسات الزاوية الحادة فقط.

### المفهوم الأساسي: متطابقات الزاويتين المتتامتين

$$\sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad \tan \theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad \sec \theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\cos \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad \cot \theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad \csc \theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

سُتبت صحة هذه المتطابقات لأي زاوية في الدرس 3-4.



لقد عرفت أيضًا أن كلاً من الدوال المثلثية الأساسية—sin, cos, tan, cot, sec, csc—هي إما فردية أو زوجية. باستخدام دائرة الوحدة، يمكنك توضيح أن العبارات التالية  
 صحيحة.

$$\sin \alpha = y \quad \sin(-\alpha) = -y$$

$$\cos \alpha = x \quad \cos(-\alpha) = x$$

تذكّر من الدرس 1-2 أن الدالة f زوجية إذا كان لكل x في مجال f: f(-x) = f(x) وفردية إذا كان لكل x في مجال f: f(-x) = -f(x). وهذه العلاقات تؤدي إلى  
 المتطابقات الفردية الزوجية التالية.

### المفهوم الأساسي: متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \cos(-\theta) = \cos \theta \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta \quad \sec(-\theta) = \sec \theta \quad \cot(-\theta) = -\cot \theta$$

يمكنك استخدام متطابقات الزاويتين المتتامتين ومتطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية لإيجاد القيم المثلثية.

### مثال 3 استخدام متطابقات الزاويتين المتتامتين ومتطابقات الدوال الزوجية الفردية

إذا كانت  $\tan \theta = 1.28$ ، فأوجد  $\cot\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ .

$$\cot\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \cot\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]$$

$$= -\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= -\tan \theta$$

$$= -1.28$$

حل

متطابقة الدوال الزوجية الفردية

متطابقة الدالة متساوية القيمة

$$\tan \theta = 1.28$$

تمرين موجه

3. إذا كانت  $\sin x = -0.37$ ، فأوجد  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .  $-0.37$

### مثال إضافي

3 إذا كانت  $\cos x = -0.75$ ، فأوجد  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .  $0.75$

### التدريس باستخدام التكنولوجيا

صفحة الويب أنشئ صفحة ويب خاصة  
 بالصف الدراسي تضم كل المتطابقات  
 المثلثية الموجودة في هذه الوحدة.  
 اطلب من الطلاب الاشتراك في خدمة  
 تلقي مقتطفات الأخبار "RSS feed"  
 حتى يتمكنوا من متابعة تحديثك للصفحة  
 بكل سهولة.

### 2 تحويل التعابير المثلثية لأبسط صورة وإعادة كتابتها

الأمثلة من 4 إلى 7 توضح كيفية  
 استخدام مختلف المتطابقات المثلثية  
 والأساليب الجبرية لتحويل التعابير  
 المثلثية لأبسط صورة وإعادة كتابتها.

### نصيحة للمعلمين الجدد

استخدام الحاسبات البيانية معظم  
 الحاسبات البيانية ووسائل التمثيل البياني  
 بها دوال الـ Sine و الـ Cosine  
 و الـ Tan فقط، ولذا فاستخدم  
 المعكوسات الضربية لهذه الدوال لإيجاد  
 قيم دوال الـ Csc و الـ Sec و الـ Cot.

### التدريس المتمايز

OL BL

المتعلمون أصحاب النهج المنطقي اطلب من كل طالب كتابة تعبير يحتوي على جميع الدوال المثلثية  
 الست، ويساوي 3. الإجابة النموذجية:  $\sin^2 x + \cos^2 x + \sec^2 x - \tan^2 x + \csc^2 x - \cot^2 x$

## أمثلة إضافية

4 حوّل لأبسط صورة  

$$\cos x \cdot \frac{1}{\cos x} (1 - \sin^2 x)$$

5 حوّل لأبسط صورة  

$$\cos x \tan x - \sin x \cos^2 x$$

$$\sin^3 x$$

2 تبسيط التعبيرات المثلثية وإعادة كتابتها لتحويل التعبير المثلثي لأبسط صورة، ابدأ بإعادة كتابته بدلالة الدالة المثلثية أو بدلالة sine الزاوية والـ cosine فقط.

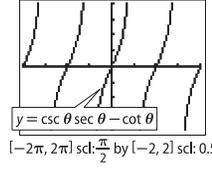
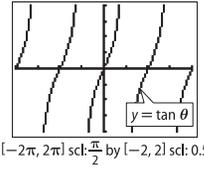
### مثال 4 التحويل لأبسط صورة باستخدام sin and cos فقط

حوّل لأبسط صورة  $\csc \theta \sec \theta - \cot \theta$ .  
 أوجد الحل جبرياً

$$\begin{aligned} \csc \theta \sec \theta - \cot \theta &= \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ or } \tan \theta \end{aligned}$$

أعد الكتابة بدلالة sin and cos باستخدام المتطابقات العكسية والمتطابقات النسبية.  
 أوجد ناتج الضرب.  
 أعد كتابة الكسور باستخدام مقام مشترك.  
 اطرح.  
 نظرية فيثاغورس  
 اقسم البسط والمقام على  $\sin \theta$ .

الدعم بالتمثيل البياني التمثيلان البيانيان اللذان يمثلان  $y = \csc \theta \sec \theta - \cot \theta$  و  $y = \tan \theta$  يدوان متطابقين.



تمرين موجه

4. حوّل لأبسط صورة  $\sec x - \tan x \sin x$ .

### نصيحة تقنية

تمثيل الدوال العكسية بيانياً عند استخدام حاسبة لتمثيل الدوال العكسية بيانياً، مثل  $y = \csc x$ ، فيمكنك إدخال معكوس الدالة.

Plot1 Plot2 Plot3  
 $\sqrt{1} \sin(X)$   
 $\sqrt{2} =$   
 $\sqrt{3} =$   
 $\sqrt{4} =$   
 $\sqrt{5} =$   
 $\sqrt{6} =$   
 $\sqrt{7} =$

ويمكن تحليل التعبيرات المثلثية لأبسط صورة من خلال تطبيق المتطابقات والتحليل الى العوامل.

### مثال 5 التحويل لأبسط صورة باستخدام تحليل العوامل

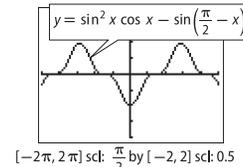
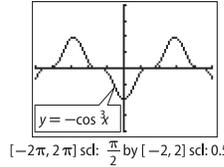
حوّل لأبسط صورة  $\sin^2 x \cos x - \sin(\frac{\pi}{2} - x)$ .

أوجد الحل جبرياً

$$\begin{aligned} \sin^2 x \cos x - \sin(\frac{\pi}{2} - x) &= \sin^2 x \cos x - \cos x \\ &= -\cos x (-\sin^2 x + 1) \\ &= -\cos x (1 - \sin^2 x) \\ &= -\cos x (\cos^2 x) \text{ or } -\cos^3 x \end{aligned}$$

متطابقة زاويتين متتامتين  
 حل عامل  $-\cos x$  من كل حد.  
 خاصية التبديل  
 متطابقة فيثاغورس

الدعم بالتمثيل البياني التمثيلات البيانية أدناه تبدو متطابقة.



تمرين موجه

5. حوّل لأبسط صورة  $-\sec^3 x - \csc(\frac{\pi}{2} - x) - \tan^2 x \sec x$ .

### انتبه!

التمثيل البياني في حين يمكن لمنهجية التمثيل البياني الموضحة في المثالين 4 و 5 أن تقدم الدعم لتكرار المساواة بين تعبيرين، فلا يمكن استخدامها لإثبات أن تعبيرين متساويان، من المستحيل توضيح أن التمثيلين البيانيين متطابقان على كامل امتداد مجاليهما باستخدام الجزء الموضح من التمثيل البياني على حاسبتك.

المتعلمون أصحاب النهط البصري/المكاني اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من ثلاثة أو أربعة أفراد لايتكار ملصق به كل المتطابقات الواردة في الدرس. ينبغي أن يتضمن كل ملصق مثلاً يستخدم كل متطابقة. ويمكن استخدام لون مختلف لكل متطابقة. وبعد استخدام المتطابقة في المثال، ينبغي كتابتها باللون المطابق. على الطلاب إضافة متطابقات أخرى للملصقات تدريجياً تماشياً مع التقدم في الوحدة.

يمكنك تحويل بعض التعبيرات المثلثية لأبسط صورة عن طريق جمع الكسور.

### مثال 6 التحويل لأبسط صورة باستخدام جمع الكسور

حوّل لأبسط صورة  $\frac{\sin x \cos x}{1 - \sin x} - \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

$$\begin{aligned} \frac{\sin x \cos x}{1 - \sin x} - \frac{1 + \sin x}{\cos x} &= \frac{\sin x \cos x (\cos x)}{(1 - \sin x)(\cos x)} - \frac{(1 + \sin x)(1 - \sin x)}{(\cos x)(1 - \sin x)} && \text{مقام مشترك} \\ &= \frac{\sin x \cos^2 x}{\cos x - \sin x \cos x} - \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x - \sin x \cos x} && \text{أوجد حاصل الضرب.} \\ &= \frac{\sin x \cos^2 x}{\cos x - \sin x \cos x} - \frac{\cos^2 x}{\cos x - \sin x \cos x} && \text{متطابقة فيثاغورس} \\ &= \frac{\sin x \cos^2 x - \cos^2 x}{\cos x - \sin x \cos x} && \text{اطرح.} \\ &= \frac{(\cos^2 x)(\sin x - 1)}{(-\cos x)(\sin x - 1)} && \text{حلل البسط والمقام إلى العوامل.} \\ &= -\cos x && \text{اختصر العوامل المشتركة.} \end{aligned}$$

### تمرين موجه

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

6A.  $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{\cos x} \quad 2 \sec x$       6B.  $\frac{\csc x}{1 + \sec x} + \frac{\csc x}{1 - \sec x} \quad -2 \cot^2 x \csc x$

في حساب التفاضل والتكامل، ستحتاج أحياناً إلى إعادة كتابة التعبير المثلثي بحيث لا يضم كسراً. حينما يكون المقام من الصيغة  $u \pm 1$  أو  $1 \pm u$ ، يمكنك أحياناً فعل ذلك عن طريق ضرب البسط والمقام في مرافق المقام وتنفيذ متطابقة فيثاغورس.

### مثال 7 إعادة الكتابة لحذف الكسور

أعد كتابة  $\frac{1}{1 + \cos x}$  في صورة تعبير لا يضم كسراً.

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \cos x} &= \frac{1}{1 + \cos x} \cdot \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} && \text{اضرب البسط والمقام في مرافق } 1 + \cos x \\ &= \frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x} && \text{وهو } 1 - \cos x \\ &= \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} && \text{أوجد حاصل الضرب.} \\ &= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} && \text{متطابقة فيثاغورس} \\ &= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x} && \text{اكتب بصيغة توضح الطارق بين كسرين.} \\ &= \csc^2 x - \cot x \csc x && \text{حلل.} \end{aligned}$$

### تمرين موجه

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسراً.

7A.  $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} \quad 1 + \sin x$       7B.  $\frac{4}{\sec x + \tan x} \quad 4 \sec x - 4 \tan x$

### مراجعة المفردات

**المرافق (conjugate)** عامل ذو حدين يُضرب في العامل ذي الحدين الأصلي ويكون حاصل الضرب هو الفرق بين المربعين (الدرس 0-3)

### أمثلة إضافية

6 حوّل لأبسط صورة

$$\frac{\sec x}{1 - \sec x} - \frac{\sec x}{1 + \sec x} = -2 \csc^2 x$$

7 أعد كتابة  $\frac{1 + \tan^2 x}{\csc^2 x}$  في صورة تعبير لا يضم كسراً.  $\tan^2 x$

## 3 التمرين

## التقييم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 47 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص الواجبات للطلاب.

## انتبه!

**خطأ شائع** في التمارين من 9 إلى 16. قد يخطئ الطلاب في التعرف على علامة الحلول. وقد يكون من المفيد للطلاب رسم الدالة على دائرة الوحدة وفحص علامات الدوال الموجودة في الربع.

## إجابات إضافية

$$9. \sec \theta = \sqrt{26}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\text{أو } \frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$10. \cot \theta = -2\sqrt{2}, \sec \theta = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$11. \tan \theta = \sqrt{15}, \sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$12. \sin \theta = -\frac{\sqrt{21}}{5}, \cot \theta = -\frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$-\frac{2\sqrt{21}}{21}$$

$$13. \tan \theta = \frac{3}{\sqrt{55}}, \text{ أو } \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$14. \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{65}}, \text{ أو } -\frac{\sqrt{65}}{65}$$

$$\cos \theta = -\frac{8}{\sqrt{65}}, \text{ أو } -\frac{8\sqrt{65}}{65}$$

$$15. \cot \theta = -\frac{2}{\sqrt{77}}, \text{ أو } -\frac{2\sqrt{77}}{77}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{77}}{9}$$

$$16. \tan \theta = \sqrt{15}, \csc \theta = -\frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$-\frac{4\sqrt{15}}{15}$$

48. فردية، التمثيل البياني الموضح هو

$$f(x) = \cot x, f(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -f(x)$$

حيث  $f(-x) = -f(x)$ .  $f(x) = \cot x$  هي دالة فردية.

49. زوجية، التمثيل البياني الموضح هو

$$f(x) = \sec x, f(-x) = \sec(-x) = \sec x = f(x)$$

حيث  $f(-x) = f(x)$ .  $f(x) = \sec x$  هي دالة زوجية.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. (مثال 6)

$$32. \frac{\cos x}{\sec x + 1} + \frac{\cos x}{\sec x - 1} = 2 \cot^2 x$$

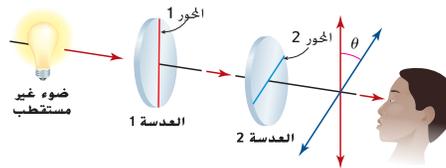
$$33. \frac{1 - \cos x}{\tan x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \sin x$$

$$34. \frac{1}{\sec x + 1} + \frac{1}{\sec x - 1} = 2 \cot x \csc x$$

$$35. \frac{\cos x \cot x}{\sec x + \tan x} + \frac{\sin x}{\sec x - \tan x}$$

$$36. \frac{\sin x}{\csc x + 1} + \frac{\sin x}{\csc x - 1} = \cot x - \cos x + \tan x + \sin x \tan x = 2 \tan^2 x$$

37. **النظارات الشمسية** تُصنع العديد من النظارات الشمسية من عدسات مستطيلة تقلل من شدة الضوء. ويمكن حساب شدة الضوء الظاهر من نظام مكون من عدستين مستطيلتين. يمكن حساب  $I$  باستخدام  $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2 \theta}$  حيث يكون  $I_0$  هو شدة الضوء الداخل لنظام العدستين وتكون  $\theta$  هي زاوية محور العدسة الثانية بالنسبة لزاوية محور العدسة الأولى. (مثال 6)



a. حوّل صيغة شدة الضوء الظاهر من نظام العدستين المستطيلتين لأبسط صورة.  $I = I_0 \cos^2 \theta$

b. إذا كانت النظارة الشمسية تحتوي على نظام من عدستين مستطيلتين بحيث يكون المحوران على زاوية  $30^\circ$  من بعضهما البعض، فما الجزء الذي يظهر من شدة الضوء الداخلة إلى النظارة الشمسية؟  $\frac{3}{4}$

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسراً. (مثال 7)

$$38. \frac{\sin x}{\csc x - \cot x} = 1 + \cos x$$

$$40. \frac{\cot x}{\sec x - \tan x} = \csc x + 1$$

$$42. \frac{3 \tan x}{1 - \cos x} = 3 \csc x (\sec x + 1)$$

$$44. \frac{\sin x}{1 - \sec x} = -\cot x (\cos x + 1)$$

$$46. \frac{5}{\sec x + 1} = 5 \cot^2 x (\sec x - 1)$$

$$39. \frac{\csc x}{1 - \sin x} = \sec^2 x (\csc x + 1)$$

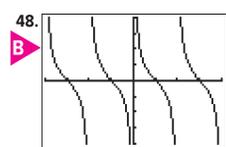
$$41. \frac{\cot x}{1 + \sin x} = \sec x (\csc x - 1)$$

$$43. \frac{2 \sin x}{\cot x + \csc x} = 2 - 2 \cos x$$

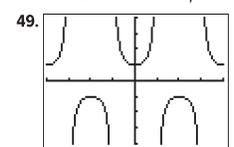
$$45. \frac{\cot^2 x \cos x}{\csc x - 1} = \cos x (\csc x + 1)$$

$$47. \frac{\sin x \tan x}{\cos x + 1} = \sec x - 1$$

حدد ما إذا كانت كل دالة مثلثية رئيسة موضحة هي دالة فردية أم زوجية. اشرح استدلالك.



$[-2\pi, 2\pi]$  scl:  $\frac{\pi}{2}$  by  $[-4, 4]$  scl: 1



$[-2\pi, 2\pi]$  scl:  $\frac{\pi}{2}$  by  $[-4, 4]$  scl: 1

أوجد قيمة كل تعبير مستخدماً البيانات المعطاة. (مثال 1)

$$1. \text{ إذا كانت } \theta = \frac{5}{7}, \text{ فأوجد } \tan \theta = \frac{7}{5}$$

$$2. \text{ إذا كانت } \cos x = \frac{2}{3}, \text{ فأوجد } \sec x = \frac{3}{2}$$

$$3. \text{ إذا كانت } \tan \alpha = \frac{1}{5}, \text{ فأوجد } \cot \alpha = 5$$

$$4. \text{ إذا كانت } \sin \beta = -\frac{5}{6}, \text{ فأوجد } \csc \beta = -\frac{6}{5}$$

$$5. \text{ إذا كانت } \cos x = \frac{1}{6}, \text{ وكانت } \sin x = \frac{\sqrt{35}}{6}, \text{ فأوجد } \cot x = \frac{\sqrt{35}}{35}$$

$$6. \text{ إذا كانت } \sec \varphi = 2, \text{ وكانت } \tan \varphi = \sqrt{3}, \text{ فأوجد } \sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7. \text{ إذا كانت } \csc \alpha = \frac{7}{3}, \text{ وكانت } \cot \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{3}, \text{ فأوجد } \sec \alpha = \frac{2}{7\sqrt{10}}$$

$$8. \text{ إذا كانت } \sec \theta = 8, \text{ وكانت } \theta = 3\sqrt{7}, \text{ فأوجد } \csc \theta = \frac{8\sqrt{7}}{21}$$

أوجد قيمة كل تعبير مستخدماً المعلومات المعطاة. (مثال 2)

$$9. \sec \theta > \cos \theta; \tan \theta = -5, \cos \theta > 0$$

$$10. \cot \theta > \sec \theta; \sin \theta = \frac{1}{3}, \tan \theta < 0$$

$$11. \tan \theta > \sin \theta; \sec \theta = 4, \sin \theta > 0$$

$$12. \sin \theta > \cot \theta; \cos \theta = \frac{2}{5}, \sin \theta < 0$$

$$13. \cos \theta > \tan \theta; \csc \theta = \frac{8}{3}, \tan \theta > 0$$

$$14. \sin \theta > \cos \theta; \cot \theta = 8, \csc \theta < 0$$

$$15. \cot \theta > \sin \theta; \sec \theta = -\frac{9}{2}, \sin \theta > 0$$

$$16. \tan \theta > \csc \theta; \cos \theta = -\frac{1}{4}, \sin \theta < 0$$

أوجد قيمة كل تعبير مستخدماً المعلومات المعطاة. (مثال 3)

$$17. \text{ إذا كانت } \csc \theta = -1.24, \text{ فأوجد } \sec \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) = -1.24$$

$$18. \text{ إذا كانت } \cos x = 0.61, \text{ فأوجد } \sin \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = -0.61$$

$$19. \text{ إذا كانت } \tan \theta = -1.52, \text{ فأوجد } \cot \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) = 1.52$$

$$20. \text{ إذا كانت } \sin \theta = 0.18, \text{ فأوجد } \cos \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) = 0.18$$

$$21. \text{ إذا كانت } \cot x = 1.35, \text{ فأوجد } \tan \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = -1.35$$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. (المثالان 4 و5)

$$22. \csc x \sec x - \tan x = \cot x$$

$$23. \csc x - \cos x \cot x = \sin x$$

$$24. \sec x \cot x - \sin x = \cos x \cot x$$

$$25. \frac{\tan x + \sin x \sec x}{\csc x \tan x} = 2 \sin x$$

$$26. \frac{1 - \sin^2 x}{\csc^2 x - 1} = \sin^2 x$$

$$27. \frac{\csc x \cos x + \cot x}{\sec x \cot x} = 2 \cos x$$

$$28. \frac{\sec x \csc x - \tan x}{\sec x \csc x} = \cos^2 x$$

$$29. \frac{\sec^2 x}{\cot^2 x + 1} = \tan^2 x$$

$$30. \cot x - \csc^2 x \cot x = -\cot^3 x$$

$$31. \cot x - \cos^3 x \csc x = \sin x \cos x$$

## خيارات الواجب المنزلي المتميزة

OL BL AL

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL قريب من المستوى	1-47, 62, 63, 67-90	2-46 زوجي, 62, 63, 67-86
OL ضمن المستوى	1-49, 50, 51-59, 60-63, 67-90	48-63, 67-86
BL أعلى من المستوى	48-90	

## إجابة إضافية

$$60. B = \frac{F \csc \theta}{l}$$

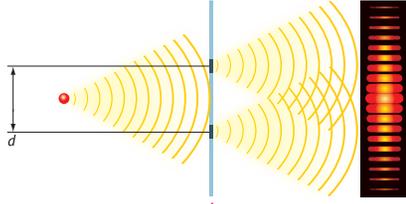
$$Bl = F \csc \theta$$

$$F = \frac{Bl}{\csc \theta}$$

$$F = Bl \left( \frac{1}{\csc \theta} \right)$$

$$F = Bl \sin \theta$$

61. **موجات الضوء** حين يشع الضوء عبر فتحتين ضيقتين، تظهر سلسلة من الحواف المضيئة والمظلمة. يمكن حساب الزاوية  $\theta$  بقياس الزوايا نصف القطرية. المحددة لموقع الحافة رقم  $m$  بواسطة  $\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}$  حيث تكون  $d$  هي المسافة بين الفتحتين وتكون  $\lambda$  هي طول موجة الضوء.



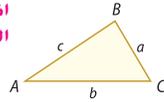
a. أعد كتابة الصيغة بدلالة  $\theta$ .  $\csc \theta = \frac{d}{m\lambda}$

b. حدد الزاوية المحددة لموقع الحافة المئة عندما يكون طول موجي للضوء يبلغ 550 نانومتر يشع عبر الفتحتين المزدوجتين اللتين تفصل بينهما مسافة 0.5 ميليمتر.  $\approx$  زاوية نصف قطرية قياس 0.11

### مسائل مهارات التفكير العليا

62. **التحقق من الصحة** أثبت أن مساحة المثلث هي  $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$  حيث تكون  $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  (تلميح: مساحة المثلث المائل هي  $A = \frac{1}{2}bc \sin A$ )

انظر ملحق إجابات الوحدة 4.



63. **تحليل الخطأ** مها وموزة تحولان ما يلي لأبسط صورة  $\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$  وتظن مها أن التعبير يتم تبسيطه إلى  $\frac{\cos^2 x}{1 - 2 \cos^2 x}$  وتظن موزة أن التعبير يتم تبسيطه إلى  $\tan^2 x - \csc^2 x$ . هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

**التحدي** اكتب كلاً من الدوال المثلثية الأساسية بناءً على الدوال التالية. 64-66. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

64.  $\sin x$       65.  $\cos x$       66.  $\tan x$

**الاستنتاج** حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. اشرح استنتاجك. 67-68. **انظر الهامش.**

67.  $\csc^2 x \tan x = \csc x \sec x$  صحيحة بالنسبة لكل الأعداد الحقيقية.  
68. يمكن استخدام متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية لإثبات أن التمثيلات البيانية التي تخص  $y = \cos x$  و  $y = \sec x$  متماثلة بالنسبة لل محور الرأسي  $y$ .

69-70. **انظر ملحق إجابات**

**الإثبات** أثبت كل متطابقة فيثاغورس. **الوحدة 4.**

69.  $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$       70.  $\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$

71. **الكتابة المسبقة** استخدم مخططاً أو جدولاً لمساعدتك على تنظيم المتطابقات المثلثية الرئيسية الموجودة في الدرس 4-1.

50. **كرة القدم** عند ركل كرة قدم من سطح الأرض، فإن ارتفاعها الممثل في  $y$  وإزاحتها الأفقية  $x$  مرتبطان بواسطة  $y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} + \frac{x \sin \theta}{\cos \theta}$  حيث تكون  $v_0$  هي سرعة الكرة المبدئية، وتكون  $\theta$  هي الزاوية التي زكلت بها الكرة، وتكون  $g$  هي التسارع بسبب الجاذبية. أعد كتابة هذه المعادلة بحيث تكون  $\tan \theta$  هي الدالة المثلثية الوحيدة التي تظهر في المعادلة.

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \theta) + x \tan \theta$$

اكتب كل تعبير بدلالة دالة مثلثية مفردة.

51.  $\tan x - \csc x \sec x = -\cot x$   
52.  $\cos x + \tan x \sin x = \sec x$   
53.  $\csc x \tan^2 x - \sec^2 x \csc x = -\csc x$   
54.  $\sec x \csc x - \cos x \csc x = \tan x$

55. **التثبيات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف كيفية التحقق من المتطابقات المثلثية. فكر في الدوال الموضحة.

- i.  $y_1 = \tan x + 1$   
 $y_2 = \sec x \cos x - \sin x \sec x$   
ii.  $y_3 = \tan x \sec x - \sin x$   
 $y_4 = \sin x \tan^2 x$

a. **العرض الجذوبي** انسخ وأكمل الجدول أدناه بدون تمثيل الدوال بيانياً.

$x$	$-2\pi$	$-\pi$	$0$	$\pi$	$2\pi$
$y_1$	1	1	1	1	1
$y_2$	1	1	1	1	1
$y_3$	0	0	0	0	0
$y_4$	0	0	0	0	0

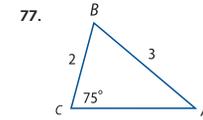
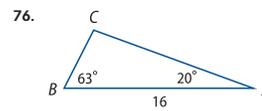
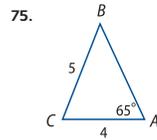
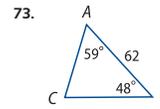
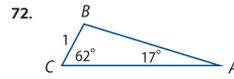
- b. d. **التمثيل البياني** مثل كل دالة بيانياً على حاسبة بيانية.  
c. **التمثيل اللغوي** كؤن مرافقاً عن العلاقة بين  $y_1$  و  $y_2$ . كرر العملية لكل من  $y_3$  و  $y_4$ .  
d. **طريقة التحليل** هل المرافقات التي كوّنتها في الجزء c صحيحة للمجال الكامل لكل دالة؟ اشرح استنتاجك.  
c.  $y_1 \neq y_2, y_3 = y_4$

**أعد كتابة كل تعبير في صورة لوغاريتم مفرد وحول الإجابة لأبسط صورة.**

56.  $\ln |\sin x| - \ln |\cos x| = \ln |\tan x|$   
57.  $\ln |\sec x| - \ln |\cos x| = -2 \ln |\cos x|$   
58.  $\ln (\cot^2 x + 1) + \ln |\sec x| = \ln |\csc^2 x \sec x|$   
59.  $\ln (\sec^2 x - \tan^2 x) - \ln (1 - \cos^2 x) = -\ln |\csc^2 x|$

60. **الكهرباء** التيار الساري في سلك في مجال مغناطيسي يسبب قوة على السلك. ويمكن تحديد قوة المجال المغناطيسي باستخدام الصيغة  $B = \frac{F \csc \theta}{l}$  حيث تكون  $F$  هي القوة الواقعة على السلك، وتكون  $l$  هي التيار داخل السلك، وتكون  $\theta$  هي الزاوية التي يصنعها السلك مع المجال المغناطيسي. في بعض كتب الفيزياء، يتم توضيح الصيغة كما يلي  $F = IlB \sin \theta$  وضّح أن الصيغتين متساويتان. **انظر الهامش.**

حل كل مثلث. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. 72-77. انظر الهامش.



أوجد القيمة الصحيحة لكل تعبير، إن وُجدت.

78.  $\cot\left(\sin^{-1}\frac{7}{9}\right) \frac{4\sqrt{2}}{7}$

79.  $\tan(\arctan 3) \quad 3$

80.  $\cos\left[\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right] \quad -\frac{1}{2}$

81.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \frac{\sqrt{2}}{2}$

82.  $\cos^{-1}\left(\sin^{-1}\frac{\pi}{2}\right)$  ليس لها قيمة

83.  $\sin\left(\cos^{-1}\frac{3}{5}\right) \frac{4}{5}$

معدل نمو الذكور الأمريكي العادي (بمتر) من 0 إلى 3 أعوام	
الطول (in.)	محيط الرأس (in.)
19.5	14.1
26.4	18.0
29.7	18.3
32.3	18.7
34.4	19.1
36.2	19.4
37.7	19.6

المصدر: المركز القومي للإحصاءات الصحية

84. علم الأجناس البشرية قياس التنامي هو دراسة العلاقة بين حجم كائن حي وحجم أي جزء من أجزائه. قرر أحد الباحثين إجراء اختبار لقياس التنامي بين حجم رأس الإنسان مغارةً بجسمه بينما يتقدم الشخص في العمر. تمثل البيانات في الجدول تمثل الذكر الأمريكي العادي.

a. أوجد نموذجاً تربيعياً يربط هذه البيانات من خلال تقريب البيانات خطياً وإيجاد معادلة الانحدار الخطي.  $y = 0.117x + 1.28$

b. استخدم نموذج البيانات المقربة خطياً لإيجاد نموذج للبيانات الأصلية.  $y = 3.6e^{0.117x}$

c. استخدم نموذجك للتنبؤ بطول الذكر الأمريكي الذي محيط رأسه يساوي 24 بوصة.

حوالي 59.7 in.

نفترض أن  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{6, 9\}$ ,  $B = \{6, 9, 10\}$ ,  $C = \{0, 1, 6, 9, 11\}$

$D = \{2, 5, 11\}$ . حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة.

اشرح استنتاجك. 85-86. انظر الهامش.

85.  $A \subset B$

86.  $D \subset U$

## 4 التقويم

**الكرة البلورية** اطلب من الطلاب كتابة رأيهم فيما يتعلق بكيفية استفادتهم مما تعلموه في هذا الدرس لمساعدتهم في الدرس القادم الذي يتناول إثبات صحة المتطابقات المثلثية.

### إجابات إضافية

67. خطأ؛ الإجابة النموذجية: لا يحتوي المجال على قيم لـ  $\csc x$  حيث  $x$  غير محدد، مثل  $n\pi$ .

68. صواب. الإجابة النموذجية: التمثيلات البيانية للدوال الزوجية متماثلة بالنسبة إلى محور  $y$ . حيث إن  $\sec x$  و  $\cos x$  دالتان زوجيتان. إذاً فالتمثيلات البيانية لهاتين الدالتين متماثلة بالنسبة إلى محور  $y$ .

72.  $B = 101^\circ$ ,  $c \approx 3.0$ ,  $b \approx 3.4$

73.  $C = 73^\circ$ ,  $a \approx 55.6$ ,  $b \approx 48.2$

74.  $B \approx 21^\circ$ ,  $C \approx 37^\circ$ ,  $b \approx 13.1$

75.  $B \approx 46^\circ$ ,  $C \approx 69^\circ$ ,  $c \approx 5.2$

76.  $C = 97^\circ$ ,  $a \approx 5.5$ ,  $b \approx 14.4$

77.  $A \approx 40^\circ$ ,  $B \approx 65^\circ$ ,  $b \approx 2.8$

85. صحيح، جميع عناصر  $A$  هي أيضًا عناصر  $B$ .

86. خطأ، جميع عناصر  $D$  ليست عناصر  $U$ ، 11 هو عنصر  $D$  وليس عنصر  $U$ .

## مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

89. أي مما يلي يتساوى مع

$\frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} \cdot \tan \theta$  B

A  $\tan \theta$

C  $\sin \theta$

B  $\cot \theta$

D  $\cos \theta$

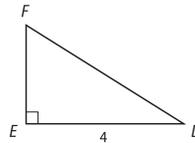
90. مراجعة انظر إلى الشكل. إذا كانت  $\cos D = 0.8$ . فما طول  $\overline{DF}$  F

F 5

G 4

H 3.2

J  $\frac{4}{5}$



87. SAT/ACT إذا كان  $x > 0$ . إذاً

$\frac{x^2 - 1}{x + 1} + \frac{(x + 1)^2 - 1}{x + 2} + \frac{(x + 2)^2 - 1}{x + 3} = D$

A  $(x + 1)^2$

B  $(x - 1)^2$

C  $3x - 1$

D  $3x$

E  $3(x - 1)^2$

88. مراجعة إذا كانت  $\sin x = m$  وكانت  $0 < x < 90^\circ$ . إذاً  $\tan x = H$

F  $\frac{1}{m^2}$

H  $\frac{m\sqrt{1 - m^2}}{1 - m^2}$

G  $\frac{1 - m^2}{m}$

J  $\frac{m}{1 - m^2}$

## التدريس المتمايز

**التوسع** عبّر عن  $\cos x$  بدلالة كل واحدة من الدوال المثلثية الخمس الأخرى. ينبغي أن يتضمّن كل تعبير البسيط دالة واحدة أخرى غير جيب التمام افترض أن  $x$  تقع في الربع ا.

الإجابة النموذجية:  $\sqrt{1 - \sin^2 x}$ ,  $\frac{\sqrt{\csc^2 x - 1}}{\csc x}$ ,  $\frac{1}{\sec x}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{\tan^2 x + 1}}$ ,  $\frac{\cot x}{\sqrt{1 + \cot^2 x}}$