1-3 حساب المثلّثات قائمة الزوايا

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
● تمّ إيجاد قيمة الدوال.	1 ● إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة للمثلثات القائمة الزاوية. 2 حل المثلثات القائمة الزاوية.	● تعد البالونات الكبيرة المملوءة بغاز الهليوم إحدى تقاليد العديد من العروض التي تجري في الأعياد. حيث يستخدم المتطوعون خيوطاً طويلة متصلة بالبالون لتوجيه البالون على طول مسار العرض. لنفترض أن اثنين من هذه الخيوط متصلان بأحد البالونات من عقدة واحدة، وأن المتطوعين اللذين يمسكان هذه الوصلات يقفان بحيث تكون نهايات الخيوط واقعة على المستوى الرأسي نفسه. إذا كنت تعرف قياس الزاوية التي يصنعها كل خيط مع الأرض والمسافة بين المتطوعين، يمكنك استخدام حساب المثلث القائم الزاوية لإيجاد ارتفاع البالون عن الأرض.

المفردات الجديدة

الدوال المثلثية (trigonometric ratios)

دوال حساب المثلثات (trigonometric functions)

جيب الزاوية (sine)

جيب التمام (cosine)

ظل الزاوية (tangent)

قاطع التمام (cosecant)

القاطع (secant)

ظل التمام (cotangent)

نسبة المقلوب (reciprocal function)

نسبة مثلثية عكسية (inverse trigonometric function)

معكوس الجيب (inverse sine)

معكوس جيب التمام (inverse cosine)

معكوس ظل الزاوية (inverse tangent)

زاوية الارتفاع (angle of elevation)

زاوية الانخفاض (angle of depression)

حل مثلث قائم الزاوية (solve a right triangle)

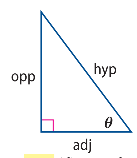
1 قيم الدوال المثلثية

تشير كلمة *حساب المثلثات إلى قياس المثلث*. وسوف تدرس في هذه الوحدة حساب المثلثات من حيث أنها علاقات بين أضلاع وزوايا المثلثات ومن حيث أنها مجموعة من الدوال المحددة في نظام الأعداد الحقيقي. وسوف تدرس في هذا الدرس *حساب المثلثات قائمة الزاوية*

باستخدام قياسي الضلعين الجانبين لمثلث قائم الزاوية وزاوية المرجع θ، يمكننا تشكيل **الدوال المثلثية** التي تحدد ستّ **دوال مثلثية**.

المفهوم الأساسي الدوال المثلثية

افترض أن θ زاوية حادة في مثلث قائم والاختصارات opp, adj, hyp تشير إلى طول الضلع المقابل لـــ θ، وطول الضلع المجاور لـــ θ، وطول الوتر، على التوالي.



وبالتالي تكون الدوال المثلثية الست لـــ θ محددة على النحو الآتي:

sine $(\theta) = \sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ **cosecant** $(\theta) = \csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}}$

cosine $(\theta) = \cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ **secant** $(\theta) = \sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}}$

tangent $(\theta) = \tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ **cotangent** $(\theta) = \cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}}$

يطلق على دوال **cosecant**، ودوال **secant**، ودوال **cotangent** **دوال المقلوب** وذلك لأن الدوال الخاصة بها تكون مقلوبًا لنسب **sine** و **cosine** و **tangent** على الترتيب. ولذلك، تعد العبارات التالية صحيحة.

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

من تعاريف نسبة **sine** ودوال **cosine** ونسبة **tangent** ونسبة **cotangent**، يمكنك أيضًا اشتقاق العلاقات الآتية:
ستثبت هذه العلاقات في التمرين 83

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad \text{و} \quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-3 إيجاد قيم الدوال.

الدرس 1-3 إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا الحادة للمثلثات القائمة الزاوية. حل المثلثات القائمة الزاوية.

بعد الدرس 1-3 إيجاد قيمة الدوال المثلثية لأي زاوية. إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

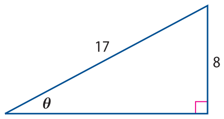
اطرح السؤال التالي:

- في مثال البالون، ما القيم المعلومة؟ وما القيم المجهولة؟ القيم المعلومة هي: زاوية الخيط مع الأرض، والمسافة بين المتطوعين؛ بينما القيمة المجهولة هي: ارتفاع البالون

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 138 12/15/2016 11:39:28 PM

المثال 1 إيجاد قيم الدوال المثلثية

أوجد القيم الدقيقة للنسب الست المثلثية لـ θ.



طول الضلع المقابل لـ θ هو 8، وطول الضلع المجاور لـ θ هو 15، وطول الوتر 17.

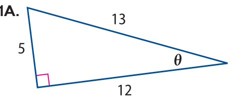
$\sin\theta = \frac{opp}{hyp} = \frac{8}{17}$ opp = 8 و hyp = 17 $\csc\theta = \frac{hyp}{opp} = \frac{17}{8}$

$\cos\theta = \frac{adj}{hyp} = \frac{15}{17}$ adj = 15 و hyp = 17 $\sec\theta = \frac{hyp}{adj} = \frac{17}{15}$

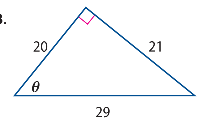
$\tan\theta = \frac{opp}{adj} = \frac{8}{15}$ ppo = 8 و jda = 5 $\cot\theta = \frac{adj}{opp} = \frac{15}{8}$

تمرين موجه

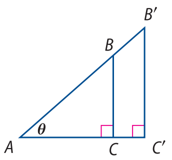
1A.



1B.



ضع في الحسبان أن قيمة $\sin\theta$ تساوي:



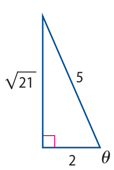
باستخدام $\triangle ABC$: $\sin\theta = \frac{BC}{AB}$ باستخدام $\triangle AB'C'$: $\sin\theta = \frac{B'C'}{AB'}$

لاحظ أن المثلثين متشابهان لأنهما مثلثان قائما الزاوية ويشتركان في زاوية واحدة، θ. ولأن المثلثين متشابهان، فإن نسب الأضلاع المتناظرة متساوية. لذا فإنّ $\frac{B'C'}{AB'} = \frac{BC}{AB}$.

ومن ثم تكون $\sin\theta$ لها القيمة نفسها بغض النظر عن المثلث المستخدم. تعد قيم الدوال ثابتة لقياس زاوية معينة. إذ إنها لا تعتمد على حجم المثلث قائم الزاوية.

المثال 2 استخدام قيمة نسبة مثلثية ما لإيجاد قيم الدوال الأخرى

إذا كان $\cos\theta = \frac{2}{5}$، أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية للزاوية الحادة θ.



ابدأ برسم المثلث القائم الزاوية وتسمية الزاوية الحادة θ.

لأن $\frac{2}{5} = \frac{adj}{hyp} = \cos\theta$. سمّ الضلع المجاور 2 والوتر 5.

من خلال نظرية فيثاغورس، يكون طول الضلع المقابل لـ θ هو $\sqrt{21} = \sqrt{5^2 - 2^2}$.

$\sin\theta = \frac{opp}{hyp} = \frac{\sqrt{21}}{5}$ $\tan\theta = \frac{opp}{adj} = \frac{\sqrt{21}}{2}$ $\sec\theta = \frac{hyp}{adj} = \frac{5}{2}$

$\csc\theta = \frac{hyp}{opp} = \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{5\sqrt{21}}{21}$ $\cot\theta = \frac{adj}{opp} = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$

تمرين موجه

$\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \csc\theta = \sqrt{5}, \sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}, \cot\theta = 2$

2. إذا كان $\theta = \frac{1}{2}$. فأوجد القيم الصحيحة للنسب المثلثية للزاوية الحادة θ.

نصيحة دراسية

تذكّر الدوال المثلثية

طريقة التذكّر

SOH-CAH-TOA هي الأكثر استخدامًا لتذكّر نسب sine, cosine و tangent.

$\sin\theta = \frac{opp}{hyp}$

$\cos\theta = \frac{adj}{hyp}$

$\tan\theta = \frac{opp}{adj}$

1A. $\sin\theta = \frac{5}{13}$, $\cos\theta = \frac{12}{13}$, $\tan\theta = \frac{5}{12}$, $\csc\theta = \frac{13}{5}$, $\sec\theta = \frac{13}{12}$, $\cot\theta = \frac{12}{5}$

1B. $\sin\theta = \frac{21}{29}$, $\cos\theta = \frac{20}{29}$, $\tan\theta = \frac{21}{20}$, $\csc\theta = \frac{29}{21}$, $\sec\theta = \frac{29}{20}$, $\cot\theta = \frac{20}{21}$

انتبه!

مفهوم خاطئ شائع

في المثال 2، قد تكون تسمية الضلع المجاور للمثلث 4 والوتر 10، وذلك لأن $\cos\theta = \frac{2}{5}$ تعطي نسبة الضلع المجاور والوتر، ولا تعطي قياسات محددة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

- اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الرسم التخطيطي للمثلث الأيمن في مربع المفهوم الأساسي. ما الضلع الذي يتطابق مع ارتفاع البالون؟ الضلع المقابل ما الضلع الذي يتطابق مع طول الخيط؟ وتر المثلث

1 قيم النسب المثلثية

المثال 1 يوضّح كيفية إيجاد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية الحادة θ في المثلث قائم الزاوية بمعرفة طول أحد أضلاعه.

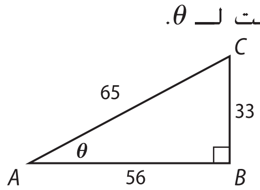
المثال 2 يوضّح كيفية إيجاد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الخمس الأخرى بمعرفة قيمة دالة واحدة فقط.

التقويم التكويني

استخدم التمرينات الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست لـ θ.



$\sin\theta = \frac{33}{65}$, $\cos\theta = \frac{56}{65}$,

$\tan\theta = \frac{33}{56}$, $\csc\theta = \frac{65}{33}$,

$\sec\theta = \frac{65}{56}$, $\cot\theta = \frac{56}{33}$

2 إذا كان $\sin\theta = \frac{1}{3}$، فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الخمس المتبقية للزاوية الحادة A.

$\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$، $\tan\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $\frac{\sqrt{2}}{4}$، $\csc\theta = 3$، $\sec\theta = \frac{3}{2\sqrt{2}}$ أو $\frac{3\sqrt{2}}{4}$، $\cot\theta = 2\sqrt{2}$

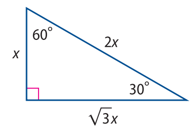
التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلمون بطريقة التواصل اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من أربعة طلاب مع دمج قدراتهم. أعطِ كل مجموعة أربعة مثلثات مختلفة قائمة الزاوية، واطلب منهم إيجاد النسب المثلثية الست لكل زاوية حادة. اطلب من المجموعات مراجعة نتائجهم وكتابة توصيف لأي علاقات يكتشفونها.

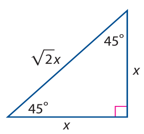
سيطلب منك على نحو متكرر إيجاد الدوال المثلثية لقياسات زاوية حادة محددة. ويبيّن لك الجدول التالي قيم الدوال المثلثية الست لمقاييس ثلاث زوايا شائعة: 30°، 45°، 60°. ولتتذكّر هذه القيم، يمكنك استخدام خواصّ المثلثات 90°–60°–30° و90°–45°–45°.

المفهوم الأساسي القيم المثلثية للزوايا الخاصة

مثلّث 30°-60°-90°



مثلّث 45°-45°-90°



θ	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\csc\theta$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\sec\theta$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2
$\cot\theta$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

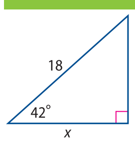
سوف تثبت بعض هذه القيم في التمرينات 62-57.

2 حل المثلثات قائمة الزاوية

يمكن استخدام الدوال المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع وقياسات زوايا المثلثات القائمة المجهولة.

المثال 3 إيجاد طول الضلع المجهول

أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



ما دمت قد حصلت على قياس زاوية حادة وطول وتر المثلث، استخدم نسبة **cosine** لإيجاد طول الضلع المجاور للزاوية المعطاة.

$\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ نسبة cosine

$\cos 42° = \frac{x}{18}$ $\theta = 42°$, adj $= x$, hyp $= 18$

$18\cos 42° = x$ بضرب كل طرف في 18.

$13.4 \approx x$ استخدم حاسبة.

لذا فإن قيمة x تبلغ نحو 13.4

التحقق يمكنك التحقق من إجابتك عن طريق تعويض $x = 13.4$ في $\cos 42° = \frac{x}{18}$.

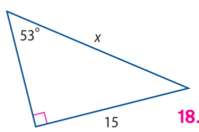
$\cos 42° \stackrel{?}{=} \frac{x}{18}$

$\cos 42° \stackrel{?}{=} \frac{13.4}{18}$ $x = 13.4$

$0.74 = 0.74$ ✓ حوّل لأبسط صورة.

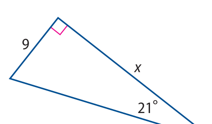
تمرين موجه

3A.



18.8

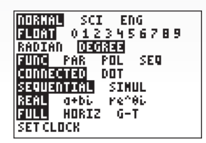
3B.



23.4

نصيحة تقنية

منوال الدرجة لتتمكن من إيجاد قيمة النسبة المثلثية لزاوية مقاسة بالدرجات، عليك أولاً إعداد الحاسبة على *منوال الدرجة* باختيار DEGREE في خاصية MODE من الحاسبة البيانية.



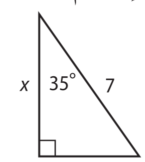
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 حل المثلثات القائمة الزاوية

الأمثلة 5–3 استخدم الدوال المثلثية لتحديد أطوال الأضلاع المجهولة وقياسات الزوايا في المثلثات القائمة الزاوية. **المثالان 6 و7** يوضحان كيفية استخدام زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض. **المثال 8** يوضِّح كيفية استخدام الدوال المثلثية والعلاقات العكسية لحل مثلث قائم الزاوية.

مثال إضافي

3 أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. حوالي 5.7



إرشاد للمعلمين الجدد

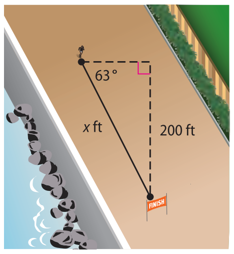
حاسبة التمثيل البياني إذا لم يحصل الطلاب على القيمة الصحيحة عند إيجاد قيمة دالة مثلثية باستخدام حاسبة التمثيل البياني، فاطلب منهم التحقق من قائمة MODE (الوضع) للتأكد أن الحاسبة تعمل على وضع الدرجات وليس وضع مقياس الراديان.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة اطلب من الطلاب كتابة مداخلة في مدونة الصف يوضحون فيها كيفية تحديد طول ضلع مجهول بمثلث قائم الزاوية بمعرفة زاوية حادة واحدة وطول ضلع واحد. واطلب منهم كتابة جملة عامة يوضحون فيها كيفية اختيار الدالة المثلثية التي سيستخدمونها في حل المسألة.

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 140 12/15/2016 11:39:30 PM

مثال 4 من الحياة اليومية إيجاد طول الضلع المجهول



الألعاب الرياضية الثلاثية يعدو متسابق في الألعاب الثلاثية ضمن المسار المبين. حدد المسافة التي يجب أن يقطعها العدّاء ليصل إلى خط النهاية بالأقدام.

لديك قياس زاوية حادة وطول الضلع المقابل. يمكنك إذًا استخدام نسبة **sine** لإيجاد الوتر.

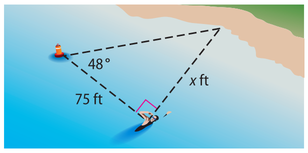
$\sin \theta = \frac{opp}{hyp}$ نسبة sine

$\sin 63° = \frac{200}{x}$ $\theta = 63°, opp = 200, hyp = x$

$x \sin 63° = 200$ بضرب كل طرف في x.

$x = \frac{200}{\sin 63°}$ أو حوالي 224.47 بقسمة كل طرف على $\sin 63°$.

إذًا، يجب أن يعدو المتسابق حوالي 224.5 قدم لينهي الثلاثي.



تمرين موجه

4. **الألعاب الرياضية الثلاثية** افترض أن متسابقًا في الجزء الخاص بالسباحة من السباق عليه أن يسبح خلال المسار المُبيَّن. أوجد المسافة التي يجب أن يسبحها المتسابق ليصل إلى الشاطئ.

83.3 قدم

الربط بالحياة اليومية

يقام سباق الرجل الحديدي الرياضي الثلاثي في هاواي، ويتكون من ثلاثة أحداث ثابتة. تتضمن سباحة 2.4 ميل، وركوب دراجات 112 ميلاً، وسباق عدو 26.2 ميل.

المصدر: مؤسسة الألعاب الرياضية الثلاثية العالمية

عندما تكون القيمة المثلثية لزاوية حادة معروفة، فإن **الدوال المثلثية العكسية** المماثلة يمكن أن تستخدم لإيجاد قياس الزاوية.

المفهوم الأساسي الدوال المثلثية العكسية

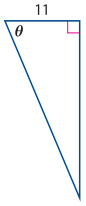
معكوس sine	إذا كانت θ زاوية حادة و $\sin \theta$ هو x. فإن **معكوس sine** لـ x هو مقياس الزاوية θ. هذا يعني. إذا كانت $\sin \theta = x$، فإن $\sin^{-1} x = \theta$.
معكوس cosine	إذا كانت θ زاوية حادة و $\cos \theta$ هو x. فإن **معكوس cosine** لـ x هو مقياس الزاوية θ. هذا يعني. إذا كانت $\cos \theta = x$، فإن $\cos^{-1} x = \theta$.
معكوس tangent	إذا كانت θ زاوية حادة وظل $\tan \theta$ هو x. فإن **معكوس tangent** لـ x هو مقياس الزاوية θ. هذا يعني. إذا كانت $\tan \theta = x$، فإن $\tan^{-1} x = \theta$.

قراءة في الرياضيات

الدوال المثلثية العكسية

التعبير $\sin^{-1} x$ يتم قراءته كمعكوس $\sin x$. احرص ألا تخلط هذا الترميز بالترميز الخاص بالأسس السالبة: $\sin^{-1} x \neq \frac{1}{\sin x}$. بدلاً من ذلك، هذا الترميز يشبه الترميز الخاص بمعكوس نسبة $f^{-1}(x)$.

المثال 5 إيجاد قياس الزاوية المجهولة



استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قياس θ. قرّب إلى أقرب درجة إن تطلب الأمر.

بما أن قياسات الأضلاع المقابلة والمجاورة لـ θ معطاة، استخدم نسبة tan.

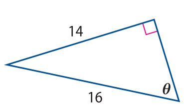
$\tan \theta = \frac{opp}{adj}$ نسبة tan

$\tan \theta = \frac{26}{11}$ $opp = 26, adj = 11$

$\theta = \tan^{-1} \frac{26}{11}$ أو حوالي 67° تعريف معكوس tan

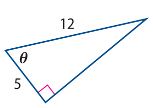
تمرين موجه

5A.



61°

5B.



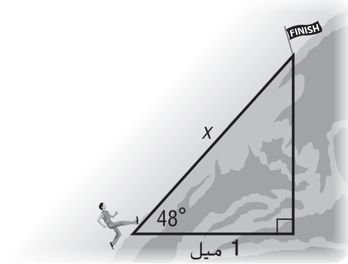
65°

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

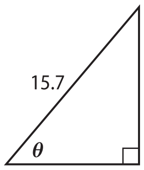
أمثلة إضافية

4 **الرياضة** يجب على المنافس في سباق المشي لمسافات طويلة أن يسير مسارًا مائلاً كما هو موضح للوصول إلى خط النهاية. حدد المسافة التي يجب أن يقطعها المنافس ليصل إلى خط النهاية بالأقدام. (**تلميح:** 1 ميل = 5280 قدمًا.)

حوالي 7,891 ft



5 استخدم دالة مثلثية لإيجاد مقياس θ. قرّب إلى أقرب درجة إذا تطلب الأمر. 50°



التركيز على محتوى الرياضيات

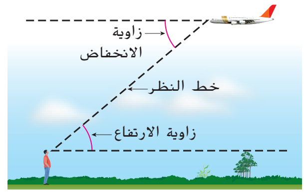
الدوال المثلثية في هذا الدرس، تم تعريف الدوال المثلثية وفق نسب أضلاع المثلث قائم الزاوية. وهذا يعني أن هذه التعريفات لا تصلح سوى لقياس الزاوية الحادة. سيتناول الدرس 3-3 حالة أعم من الدوال المثلثية لأي زاوية حيث سيتم التعرف على زوايا الإسناد.

التدريس المتمايز AL OL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اطلب من الطلاب القيام برسم تخطيطي لكل مسألة من الحياة اليومية. وينبغي لهم استخدام أقلام رصاص ملونة لتتبع المثلثات والمعلومات الأخرى اللازمة في حل كل مسألة.

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 141 12/15/2016 11:39:32 PM

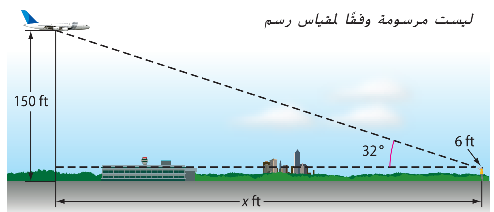
تستخدم بعض تطبيقات حساب المثلثات زاوية ارتفاع أو انخفاض. إن **زاوية الارتفاع** زاوية يكوّنها خط أفقي وخط نظر المراقب تجاه هدف أعلى منه. إن **زاوية الانخفاض** زاوية يكوّنها خط أفقي وخط نظر المراقب تجاه هدف أدنى منه.



في الشكل، تتطابق زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان بين خطين متوازيين.

مثال 6 من الحياة اليومية استخدام زاوية الارتفاع

طائرات **عامل من الطاقم الأرضي يبلغ طوله 6 أقدام يوجّه طائرة على مدرج المطار. إذا نظر العامل إلى الطائرة بزاوية ارتفاع قدرها 32°، فما المسافة الأفقية بين العامل والطائرة؟**



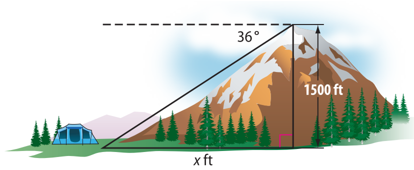
لأن العامل يبلغ من الطول 6 أقدام. فالمسافة الرأسية بين العامل والطائرة 6 − 150، أو 144 قدمًا. نظرًا لأن قياس الزاوية والضلع المقابل لها معلومان في المسألة. فيمكنك استخدام نسبة الظل لإيجاد x.

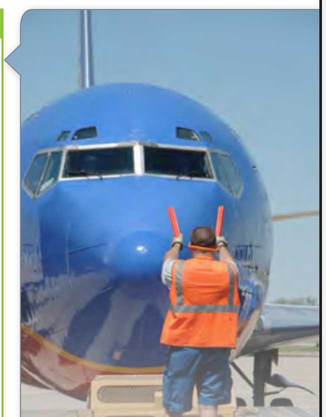
$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$	نسبة tan
$\tan 32° = \frac{144}{x}$	$\theta = 32°$, opp = 144, adj = x
$x \tan 32° = 144$	بضرب كل طرف في x.
$x = \frac{144}{\tan 32°}$	بقسمة كل من الطرفين على tan 32°.
$x \approx 230.4$	باستخدام حاسبة.

إذًا، فالمسافة الأفقية بين العامل والطائرة تبلغ تقريبًا 230.4 قدم.

تمرين موجه

6. **التخييم** تسلقت مجموعة من المتسلقين قمة جبل تبلغ 1500 قدم خلال رحلتهم. عندما ينظر المتسلقون للأسفل بزاوية انخفاض قدرها 36°، يمكنهم رؤية مخيمهم عن بعد. ما المسافة بين المخيم والمجموعة مُقرّبًا لأقرب قدم؟ 2065 ft



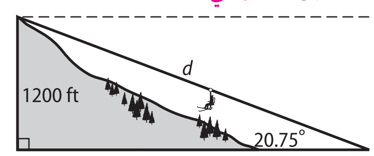


مهن من الحياة اليومية

طاقم المطار الأرضي يشغل أفراد طاقم المطار الأرضي مركبات خدمة التعلية، ويتولون أمر الحمولات/الأمتعة وإرشاد أو سحب الطائرة. يجب أن يكون أفراد الطاقم حاصلين على شهادة الثانوية ورخصة قيادة سارية وسجل قيادة جيد.

مثال إضافي

6 **التزلج** يرتفع مصعد الكراسي في منتجع للتزحلق بزاوية 20.75° أثناء صعود جانب جبل ويصل إلى ارتفاع 1200 قدم عندما يصل إلى القمة. ما المسافة التي يقطعها مصعد الكراسي على سفح الجبل؟ حوالي 3387 ft



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 142
12/15/2016 11:39:34 PM

مثال إضافي

7 المناظر الطبيعية ينظر شخص محب للمناظر الطبيعية إلى أسفل واد ضيق عميق باستخدام نظارة معظمة. وتبلغ زاويتا الانخفاض للضفة البعيدة وللضفة القريبة أسفل النهر 61° و63° على التوالي. فإذا كان عمق الوادي 1250 قدمًا، فما عرض النهر؟ حوالي 56 ft

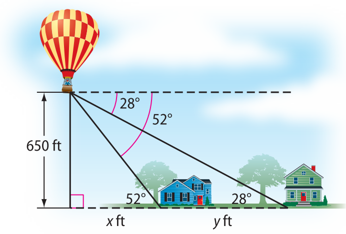
يمكن استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لمعرفة المسافات بين موضعين. كما يمكن تعيين ارتفاع موضع ما إذا توفرت زاويتان معطاتان من موضعي مراقبة مختلفين.

نصيحة دراسية

قياس غير مباشر عندما نحسب المسافة بين موضعين مستخدمين زوايا الانخفاض، من المهم أن تتذكر أن الموضع يجب أن يقع على المستوى الأفقي نفسه.

مثال 7 من الحياة اليومية استخدام زاويتي الارتفاع أو الانخفاض

ركوب المنطاد منطاد هواء ساخن يتحرك فوق حي بزاوية انخفاض قدرها 28° بالنسبة لمنزل و52° بالنسبة لمنزل آخر في آخر الشارع. إذا كان ارتفاع المنطاد هو 650 قدمًا، فاستنتج المسافة بين المنزلين.



ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة. لأن زاوية الارتفاع من المنزل للمنطاد تتطابق مع زاوية الانخفاض من المنطاد للمنزل، يمكنك تسمية زوايا الارتفاع كما هو مبين. سَمِّ المسافة الأفقية من المنطاد للمنزل الأول x والمسافة بين المنزلين y.

من المثلث الأصغر القائم الزاوية، يمكنك استخدام نسبة tan لإيجاد x.

$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ نسبة tan

$\tan 52° = \frac{650}{x}$ $\theta = 52°, \text{opp} = 650, \text{adj} = x$

$x \tan 52° = 650$ مع ضرب كل طرف في x.

$x = \frac{650}{\tan 52°}$ بقسمة كل من الطرفين على $\tan 52°$.

من المثلث الأكبر يمكنك استخدام نسبة الظل لإيجاد y.

$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ نسبة tan

$\tan 28° = \frac{650}{x + y}$ $\theta = 28°x + y, \text{opp} = 650, \text{adj} = x + y$

$(x + y) \tan 28° = 650$ مع ضرب كل طرف في $x + y$.

$x + y = \frac{650}{\tan 28°}$ بقسمة كل من الطرفين على $\tan 28°$.

$\frac{650}{\tan °52} + y = \frac{650}{\tan °28}$ استبدل $x = \frac{650}{\tan 52°}$.

$y = \frac{650}{\tan °28} - \frac{650}{\tan °52}$ اطرح $\frac{650}{\tan 52°}$ من كل طرف.

$y \approx 714.6$ استخدم الحاسبة.

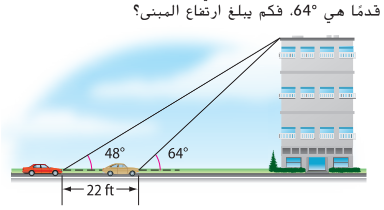
ومن ثم، فالمنزلان بينها مسافة قدرها تقريبًا 714.6 قدم.

نصيحة تقنية

استخدام الأقواس في أثناء إيجاد قيمة تعبير مثلثي باستخدام الحاسبة البيانية، انتبه إلى غلق الأقواس. بينما تقوم الحاسبة بإعادة القيمة نفسها للتعبيرين tan(26 وtan(26)، فإنها لا تفعل الشيء نفسه مع التعبيرين tan(26 + 50 وtan(26) + 50.

تمرين موجه نحو 53 قدمًا

7. مبانٍ زاوية الارتفاع من السيارة لأعلى شقة بالمبنى هي 48°. إذا كانت زاوية الارتفاع من سيارة أخرى أمام السيارة الأولى مباشرة بمسافة 22 قدمًا هي 64°، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

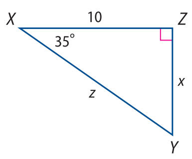
UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 143 12/15/2016 11:39:35 PM

يمكن استخدام الدوال المثلثية ومعكوس العلاقات من أجل **حل مثلث قائم الزاوية**. ما يعني إيجاد قياسات جميع أضلاع وزوايا المثلث.

المثال 8 حل مثلث قائم الزاوية

أوجد حل كل مثلث. حوّل طول الضلع لأقرب جزء من العشرة، وحوّل قياس الزاوية إلى أقرب درجة.

a.



أوجد x و z باستخدام الدوال مثلثية.

$\cos 35° = \frac{10}{z}$ بالتعويض.

$z \cos 35° = 10$ بالضرب.

$z = \frac{10}{\cos °35}$ بالقسمة.

$z \approx 12.2$ باستخدام الحاسبة.

$\tan °35 = \frac{x}{10}$ بالتعويض.

$10 \tan 35° = x$ باستخدام الحاسبة.

$7.0 \approx x$ بالضرب.

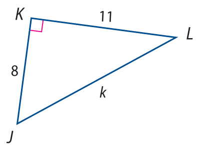
بما أن مقياس الزاويتين معطى، فإن Y يمكن إيجادها بطرح X من 90°.

$Y = 90° + 35°$ زوايتا X و Y متتامتان.

$Y = 55°$ بالطرح.

لذا فإن، $x \approx 7.0$، $Y = 55°$، و $z \approx 12.2$.

b.



لأن طول الضلعين معطى، يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لتجد أنّ $k = \sqrt{185}$ أو حوالي **13.6**. ويمكنك إيجاد J باستخدام أي من الدوال المثلثية.

$\tan J = \frac{11}{8}$ بالتعويض.

$J = \tan^{-1} \frac{11}{8}$ تعريف معكوس **tan**

$J \approx 53.97°$ استخدم الحاسبة.

بما أن J معروفة الآن، يمكنك إيجاد L بطرح J من **90°**.

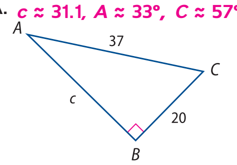
$53.97° + L \approx 90°$ زاويتا J و L متتامتان.

$L \approx 36.03°$ بالطرح.

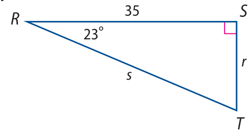
لذا فإن: $L \approx 36°$، $J \approx 54°$، و$k \approx 13.6$.

تمرين موجه

8A. $c \approx 31.1,\ A \approx 33°,\ C \approx 57°$



8B. $T = 67°,\ r \approx 14.9,\ s \approx 38.0$



قراءة في الرياضيات

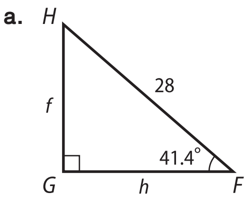
تسمية المثلثات
خلال هذه الوحدة، ستُستخدَم الحروف الكبيرة للتعبير عن كل من رأس مثلث أو قياس الزاوية عند هذا الرأس. ستُستخدَم الحروف نفسها في الحالة الصغيرة للتعبير عن كل من الضلع المقابل للزاوية ولطول هذا الضلع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

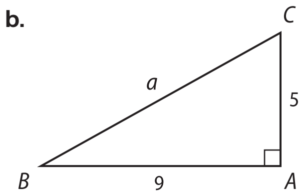
8 حل كل مثلث. حوّل طول الجانب لأقرب عدد عشري، وحوّل قياس الزاوية إلى أقرب درجة.

a.



$H \approx 49°,\ f \approx 18.5,\ h \approx 21.0$

b.



$a \approx 10.3,\ B \approx 29°,\ C \approx 61°$

إجابات إضافية

1. $\sin \theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$, $\cos \theta = \frac{7}{9}$, $\tan \theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$, $\csc \theta = \frac{9\sqrt{2}}{8}$, $\sec \theta = \frac{9}{7}$, $\cot \theta = \frac{7\sqrt{2}}{8}$

2. $\sin \theta = \frac{2\sqrt{14}}{15}$, $\cos \theta = \frac{13}{15}$, $\tan \theta = \frac{2\sqrt{14}}{13}$, $\csc \theta = \frac{15\sqrt{14}}{28}$, $\sec \theta = \frac{15}{13}$, $\cot \theta = \frac{13\sqrt{14}}{28}$

3. $\sin \theta = \frac{9\sqrt{97}}{97}$, $\cos \theta = \frac{4\sqrt{97}}{97}$, $\tan \theta = \frac{9}{4}$, $\csc \theta = \frac{\sqrt{97}}{9}$, $\sec \theta = \frac{\sqrt{97}}{4}$, $\cot \theta = \frac{4}{9}$

4. $\sin \theta = \frac{12}{37}$, $\cos \theta = \frac{35}{37}$, $\tan \theta = \frac{12}{35}$, $\csc \theta = \frac{37}{12}$, $\sec \theta = \frac{37}{35}$, $\cot \theta = \frac{35}{12}$

5. $\sin \theta = \frac{\sqrt{165}}{29}$, $\cos \theta = \frac{26}{29}$, $\tan \theta = \frac{\sqrt{165}}{26}$, $\csc \theta = \frac{29\sqrt{165}}{165}$, $\sec \theta = \frac{29}{26}$, $\cot \theta = \frac{26\sqrt{165}}{165}$

6. $\sin \theta = \frac{6}{7}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{13}}{7}$, $\tan \theta = \frac{6\sqrt{13}}{13}$, $\csc \theta = \frac{7}{6}$, $\sec \theta = \frac{7\sqrt{13}}{13}$, $\cot \theta = \frac{\sqrt{13}}{6}$

7. $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$, $\tan \theta = \frac{3}{4}$, $\csc \theta = \frac{5}{3}$, $\sec \theta = \frac{5}{4}$, $\cot \theta = \frac{4}{3}$

8. $\sin \theta = \frac{\sqrt{17}}{17}$, $\cos \theta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\tan \theta = \frac{1}{4}$, $\csc \theta = \sqrt{17}$, $\sec \theta = \frac{\sqrt{17}}{4}$, $\cot \theta = 4$

9. $\cos \theta = \frac{3}{5}$, $\tan \theta = \frac{4}{3}$, $\csc \theta = \frac{5}{4}$, $\sec \theta = \frac{5}{3}$, $\cot \theta = \frac{3}{4}$

10. $\sin \theta = \frac{\sqrt{13}}{7}$, $\tan \theta = \frac{\sqrt{13}}{6}$, $\csc \theta = \frac{7\sqrt{13}}{13}$, $\sec \theta = \frac{7}{6}$, $\cot \theta = \frac{6\sqrt{13}}{13}$

11. $\sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\csc \theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$, $\sec \theta = \sqrt{10}$, $\cot \theta = \frac{1}{3}$

AL

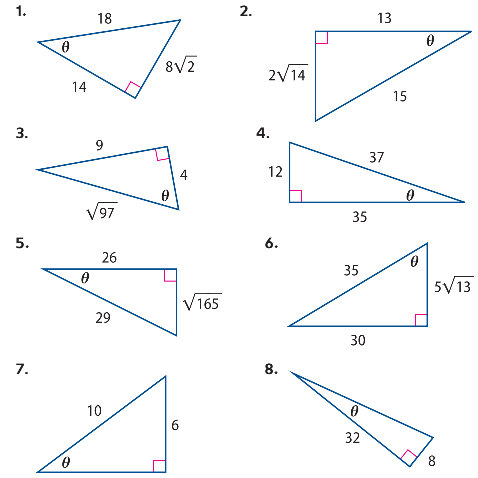
OL

BL

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 144 12/15/2016 11:39:37 PM

تمارين

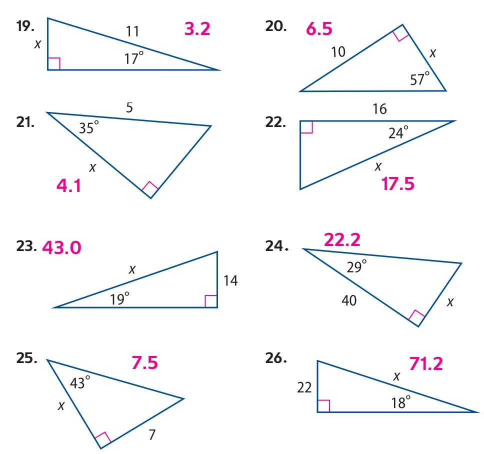
أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست لـ θ. (المثال 1) **انظر الهامش. 1–8.**



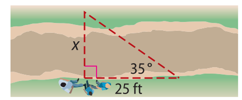
استخدم قيمة النسبة المثلثية المعطاة للزاوية الحادة θ لإيجاد القيم الدقيقة لقيم الدوال المثلثية الخمس المتبقية لـ θ. (المثال 2) **9–18. انظر الهامش.**

9. $\sin\theta = \frac{4}{5}$
10. $\cos\theta = \frac{6}{7}$
11. $\tan\theta = 3$
12. $\sec\theta = 8$
13. $\cos\theta = \frac{5}{9}$
14. $\tan\theta = \frac{1}{4}$
15. $\cot\theta = 5$
16. $\csc\theta = 6$
17. $\sec\theta = \frac{9}{2}$
18. $\sin\theta = \frac{8}{13}$

أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (المثال 3)



27 **تسلق الجبال** يجب أن يحدد فريق من المتسلقين عرض الوادي لتجهيز الأدوات اللازمة لعبوره. إذا سار المتسلقون 25 قدمًا خلال الوادي من نقطة عبورهم. ونظروا إلى نقطة العبور من الجهة البعيدة للوادي بزاوية قدرها 35°. فكم يكون عرض الوادي؟ (المثال 4) **17.5 ft**

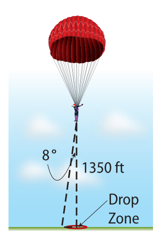


28. **التزلج** بنى أحمد منحدرًا للتزلج بارتفاع 3.5 قدم. ومنحدرًا بزاوية 18°. (المثال 4)
a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة. **انظر الهامش.**
b. حدد طول المنحدر. **11.3 ft**

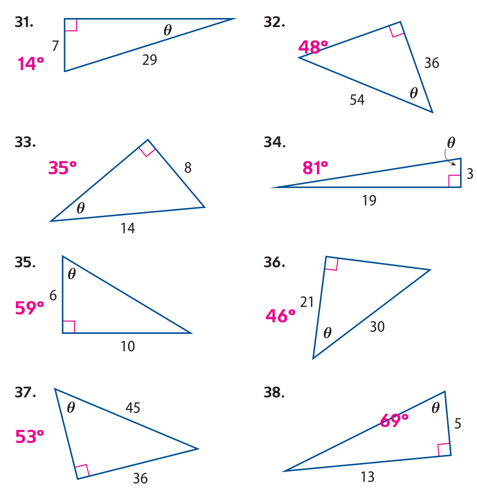
29a. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

29. **المنعطف** يتجول المرور من نقطة A على شارع النصر يسارًا 0.8 ميل على شارع الاتحاد، ثم يمينًا على شارع حصة. الذي يتقاطع مع شارع النصر بزاوية 32°. (المثال 4)
a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.
b. حدد المسافة التقريبية من النقطة A الى نقطة الإلتقاء. **1.3 mi**

30. **الإسقاط** يواجه مظلي ريحًا أقوى من المتوقع في أثناء سقوطه من ارتفاع 1350 قدمًا. مما يتسبب في انحرافه بزاوية قدرها 8°. كم يبعد المظلي عن منطقة الإنزال عند هبوطه؟ (المثال 4) **190 ft**



أوجد قياس زاوية θ. قرّب إلى أقرب درجة إذا تتطلب الأمر. (المثال 5)



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة AL BL OL

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL قريب من المستوى	1-54, 83-85, 87-105	1-53 فردي، 102-105	2-54 زوجي، 83-85, 87-101
OL ضمن المستوى	1-53 فردي، 55, 56, 57-73 فردي، 74, 75-79 فردي، 81-85, 87-105	1-54, 102-105	55-85, 87-101
BL أعلى من المستوى	55-105		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم تمارين 1-54 للتحقق من عملية الفهم.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص واجبات للطلاب.

إجابات إضافية

12. $\sin\theta = \frac{3\sqrt{7}}{8}$, $\cos\theta = \frac{1}{8}$, $\tan\theta = 3\sqrt{7}$, $\csc\theta = \frac{8\sqrt{7}}{21}$, $\cot\theta = \frac{\sqrt{7}}{21}$

13. $\sin\theta = \frac{2\sqrt{14}}{9}$, $\tan\theta = \frac{2\sqrt{14}}{5}$, $\csc\theta = \frac{9\sqrt{14}}{28}$, $\sec\theta = \frac{9}{5}$, $\cot\theta = \frac{5\sqrt{14}}{28}$

14. $\sin\theta = \frac{\sqrt{17}}{17}$, $\cos\theta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\csc\theta = \sqrt{17}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{17}}{4}$, $\cot\theta = 4$

15. $\sin\theta = \frac{\sqrt{26}}{26}$, $\cos\theta = \frac{5\sqrt{26}}{26}$, $\tan\theta = \frac{1}{5}$, $\csc\theta = \sqrt{26}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{26}}{5}$

16. $\sin\theta = \frac{1}{6}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{35}}{6}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{35}}{35}$, $\sec\theta = \frac{6\sqrt{35}}{35}$, $\cot\theta = \sqrt{35}$

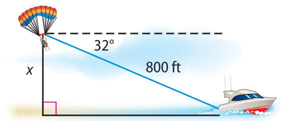
17. $\sin\theta = \frac{\sqrt{77}}{9}$, $\cos\theta = \frac{2}{9}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{77}}{2}$, $\csc\theta = \frac{9\sqrt{77}}{77}$, $\cot\theta = \frac{2\sqrt{77}}{77}$

18. $\cos\theta = \frac{\sqrt{105}}{13}$, $\tan\theta = \frac{8\sqrt{105}}{105}$, $\csc\theta = \frac{13}{8}$, $\sec\theta = \frac{13\sqrt{105}}{105}$, $\cot\theta = \frac{\sqrt{105}}{8}$

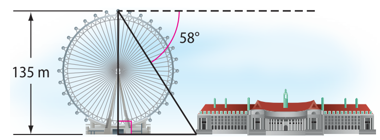
28a.

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 145 12/15/2016 11:39:38 PM

39. التزلّج الهوائي قررت إيمان أن تجرب التزلج الهوائي. فتم ربطها بمظلة يجرها يخت. يربط مظلتها بالقارب حبل طوله 800 قدم، يتخذ أسفلها زاوية انخفاض قدرها °32. فكم كان ارتفاع إيمان فوق المياه؟ (مثال 6) **424 ft**



40. عجلة المشاهدة عين لندن عبارة عن عجلة مشاهدة طولها 135 مترًا. إذا نظر أحد المسافرين من أعلى العجلة إلى حوض أسماك لندن بزاوية انخفاض قدرها °58، فما المسافة بين حوض أسماك لندن وعين لندن؟ (المثال 6) **84 m**



41. قطار الملاهي على قطار ملاهي، يصعد المسار الذي يبلغ 375 قدمًا بزاوية ارتفاع قدرها °55 للقمة قبل أول وأعلى هبوط. (مثال 6) **انظر الهامش.**

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

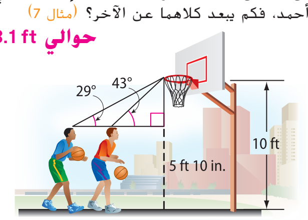
b. حدد طول قطار الملاهي. **307 ft**

42. مصعد التزلج تقوم إحدى الشركات بتركيب مصعد جديد للتزلج على ارتفاع 225 مترًا أعلى جبل، ليصعد إليه بزاوية ارتفاع قدرها °48. (المثال 6) **انظر الهامش.**

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. حدد طول الجبل الذي يتطلبه المصعد ليمتد من القاعدة لقمة الجبل. **303 m**

43. كرة السلة يبلغ طول كل من أحمد وعلي 5 أقدام و10 بوصات. ينظر أحمد إلى مرمى كرة سلة ترتفع 10 أقدام بزاوية ارتفاع قدرها °29، وينظر علي إلى المرمى بزاوية ارتفاع قدرها °43. إذا كان علي يقف مباشرة أمام أحمد، فكم يبعد كلاهما عن الآخر؟ (مثال 7) **حوالي 3.1 ft**



44. باريس ينظر سائح في درجة المشاهدة الأولى من برج إيفل إلى متحف أورسيه بزاوية انخفاض قدرها °1.4. ينظر سائح في درجة المشاهدة الثالثة، فوق الأول مباشرة بمقدار 219 مترًا، إلى متحف دورساي بزاوية انخفاض قدرها °6.8. (المثال 7)

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة. **انظر الهامش.**

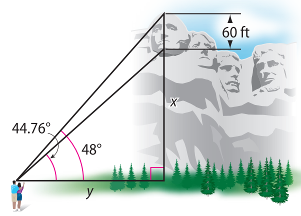
1b. حدد المسافة بين برج إيفل ومتحف أورسيه. **2310 m**

45. المنارة تم رصد سفينتين من أعلى منارة طولها 156 قدمًا. تقع السفينة الأولى في زاوية انخفاض قدرها °27، والسفينة الثانية خلفها مباشرة في زاوية انخفاض قدرها °7. (المثال 7) **انظر الهامش.**

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. حدد المسافة بين السفينتين. **964 ft**

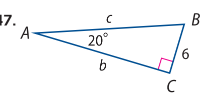
46. جبل راشمور طول وجوه الرؤساء على جبل راشمور يبلغ 60 قدمًا. يرى الزائر قمة رأس جورج واشنطن بزاوية ارتفاع قدرها °48 ويرى ذقنه بزاوية ارتفاع قدرها °44.76. أوجد ارتفاع جبل راشمور. (المثال 7) **نحو 500 ft**



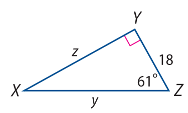
47–54. انظر الهامش.

أوجد حل كل مثلث. حوّل أطوال الأضلاع لأقرب عدد عشري، وحوّل قياس الزاوية إلى أقرب درجة. (المثال 8)

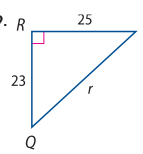
47.



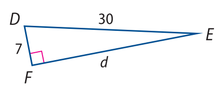
48.



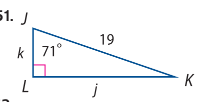
49.



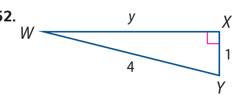
50.



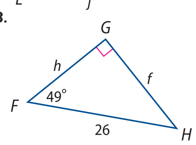
51.



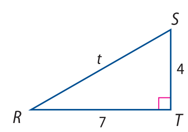
52.



53.



54.



55. بيسبول يقع ارتكاز أحمد في اللعبة 65 قدمًا خلف أرضية الملعب. خط رؤيته 10 أقدام فوق الملعب. **B** **انظر الهامش.**

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. ما زاوية الانخفاض بالنسبة لأرضية الملعب؟ **9°**

56. التنزه تقف رنا على بعد ميلين من مركز قاعدة بايكس بيك وتنظر إلى قمة الجبل، الذي يبلغ ارتفاعه 1.4 ميل **انظر الهامش.**

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. بأي زاوية ارتفاع تنظر رنا إلى قمة الجبل؟ **35°**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

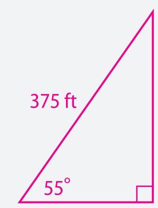
انتبه!

خطأ شائع في التمارين 54-47. قد يخلط الطلاب بين أدوار الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية. أكد على الطلاب أن الدوال العكسية تُستخدم لإيجاد الزوايا، بينما تُستخدم الدوال المثلثية لإيجاد نسب الأضلاع.

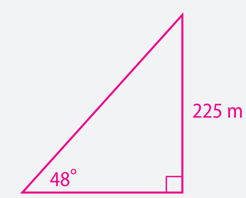
تحليل الخطأ التمرين 84. خلط خالد بين دالة القاطع ودالة قاطع التمام؛ إلا أن دالة القاطع تُعد مقلوب $\sin\theta$. محمد على صواب في قول إن الإجابة يُمكن تحديدها.

إجابات إضافية

41a.

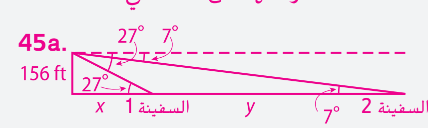


42a.



44a. انظر الهامش السفلي.

45a.



47. $B = 70°, b \approx 16.5, c \approx 17.5$

48. $X = 29°, y \approx 37.1, z \approx 32.5$

49. $P \approx 43°, Q \approx 47°, r \approx 34.0$

50. $D \approx 77°, E \approx 13°, d \approx 29.2$

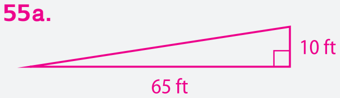
51. $K \approx 19°, j \approx 18.0, k \approx 6.2$

52. $W \approx 14°, Y \approx 76°, y \approx 3.9$

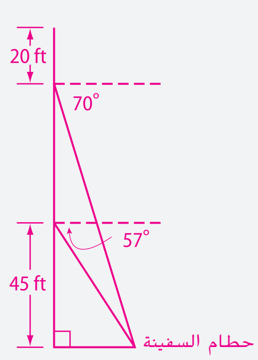
53. $H = 41°, f \approx 19.6, h \approx 17.1$

54. $R \approx 30°, S \approx 60°, t \approx 8.1$

55a.

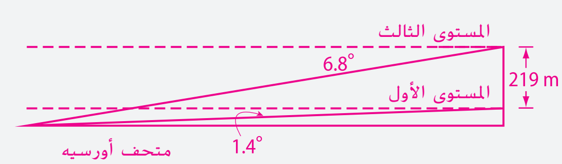


71.

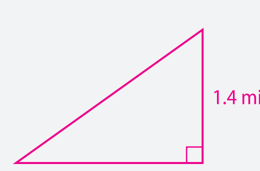


حوالي 100 ft

44a.



56a.



UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 146 12/15/2016 11:39:40 PM

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير، بدون استخدام الحاسبة.

57. sin 60° $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 58. cot 30° $\sqrt{3}$ 59. sec 30° $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

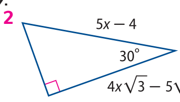
60. cos 45° $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 61. tan 60° $\sqrt{3}$ 62. csc 45° $\sqrt{2}$

بدون استخدام الحاسبة أوجد مقياس الزاوية الحادة θ في مثلث قائم الزاوية بحيث يناسب كل معادلة.

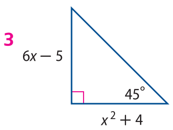
63. $\tan \theta = 1$ **45°**
64. $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **30°**
65. $\cot \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **60°**
66. $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **45°**
67. $\csc \theta = 2$ **30°**
68. $\sec \theta = 2$ **60°**

بدون استخدام الحاسبة، حدد قيمة x.

69. **2**



70. **3**

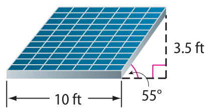


71. **الغوص** رأى أحد الغواصين في عمق 20 قدمًا تحت سطح الماء حطام سفينة بزاوية انخفاض قدرها 70°. بعد الانخفاض إلى نقطة 45 قدمًا فوق قاع المحيط، يرى الغواص حطام السفينة بزاوية انخفاض قدرها 57°. ارسم مخططًا يبين الوضع. وحدد عمق حطام السفينة. **انظر الهامش.**

أوجد قيمة $\cos \theta$ إذا كانت θ هي قياس أصغر زاوية في كل نوع من أنواع المثلث قائم الزاوية.

72. 3-4-5 **0.8**
73. 5-12-13 **حوالي 0.92**

74. **الطاقة الشمسية** أوجد مساحة سطح اللوحة الشمسية المبينة أمامك كاملاً. **42.7 ft²**

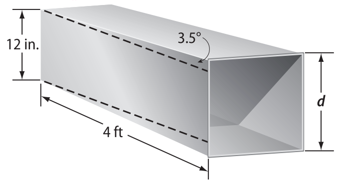


C

بدون استخدام الحاسبة، أدخل الرمز المناسب <، >، = لإكمال كل معادلة.

75. sin 45° ◯ cot 60° **>**
76. tan 60° ◯ cot 30° **=**
77. cos 30° ◯ csc 45° **<**
78. cos 30° ◯ sin 60° **=**
79. sec 45° ◯ csc 60° **>**
80. tan 45° ◯ sec 30° **<**

81. **الهندسة** حدد عمق الأسطوانة في النهاية العريضة d لأنبوب الهواء المبين أمامك إذا كان يضيق تدريجيًا بزاوية 3.5°. **حوالي 17.9 in.**



82. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة ستستكشف الدوال المثلثية للزوايا الحادة وعلاقاتها بالنقاط على المستوى الإحداثي. **a-b. انظر الهامش.**

a. **بيانيًا** افترض أن $P(x, y)$ هي نقطة في الربع الأول. ارسم خطًا بيانيًا من خلال النقطة P ونقطة الأصل. كوّن مثلثًا قائم الزاوية من خلال توصيل النقاط $(x, 0)$ ،P، ونقطة الأصل. ضع اسمًا لأطوال أضلاع المثلث القائمة بالرموز x أو y. ضع اسمًا لطول الوتر مثل r والزاوية التي يكوّنها الخط مع المحور x θ.

b. **بالتحليل** عبّر عن قيمة r بالرموز x و y.

c. **بالتحليل** عبّر عن $\sin \theta, \cos \theta$، و $\tan \theta$ بلغة x, y، و/أو r. $\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x}$

d. **لفظيًّا** تحت أي شرط يمكن التعبير عن إحداثيات النقطة P بالدوال المثلثية $(\cos \theta, \sin \theta)$؟ **الإجابة النموذجية: عندما تكون $r = 1$.**

e. **بالتحليل** أي نسبة مثلثية تتضمن θ تناظر ميل الخط؟ **$\tan \theta$**

f. **بالتحليل** أوجد تعبيرًا لميل الخط العمودي على الخط الواقع في الجزء a بدلالة θ. **$-\cot \theta$**

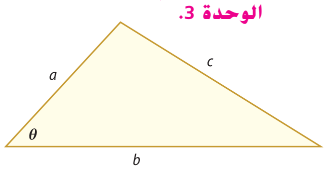
مهارات التفكير العليا
استخدام مهارات التفكير العليا

83. **الإثبات** أثبت أنه إذا كانت θ زاوية حادة بمثلث قائم فإن $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ و $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

84. **تحليل الخطأ** يعرف خالد ومحمد قيمة $\sin \theta = a$ وقد طلب منهما إيجاد قيمة $\csc \theta$. يقول خالد إن هذا غير ممكن. لكن محمد يخالفه الرأي. فهل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

85. **الكتابة في الرياضيات** اشرح سبب كون الدوال المثلثية الست دوالّ متسامية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

86. **التحدي** اكتب تعبيرًا بالرموز θ عن محيط المثلث مختلف الأضلاع المبين. اشرح. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**



88. **الإثبات** أثبت أنه إذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم، فإن $(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1$.

الاستنتاج إذا كانت A و B زاويتان حادتان لمثلث قائم $m\angle A < m\angle B$ معلومتان، حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فاضرب مثالاً مضادًا.

88. sin A < sin B **صواب**

89. cos A < cos B **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

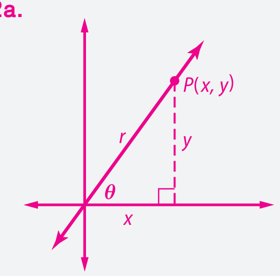
90. tan A < tan B **صواب**

91. **الكتابة في الرياضيات** لاحظ على الحاسبة البيانية أنه لا يوجد مفتاح لإيجاد التاطع Sec, Csc, Cot لقياس زاوية ما. وضّح لماذا تعتقد أن الأمر كذلك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

82a.



82b. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

مراجعة شاملة

92. **الاقتصاد** مؤشر أسعار المستهلك (CPI) يقيس التضخم. وهو مبني على متوسط أسعار السلع والخدمات في الولايات المتحدة. بالمتوسط السنوي للأعوام 1982-1984 المنظمة في مؤشّر من 100. يبين الجدول بعض قيم (CPI) السنوية المتوسطة من 1955 إلى 2005. أوجد النموذج الأسي المتعلق بهذه البيانات (السنة، CPI) عن طريق تحويل البيانات لصورة خطية. افرض أن $x = 0$ تمثل 1955. ثم استخدم النموذج لتتنبأ بقيمة CPI في 2025.
الإجابة النموذجية: $y = 24.2157e^{0.0439x}$؛ 523.2 حوالي

العام	CPI
1955	26.8
1965	31.5
1975	53.8
1985	107.6
1995	152.4
2005	195.3

المصدر: مكتب إحصاءات العمل

أوجد حل كل من المعادلات الآتية: قرّب إلى أقرب جزء من مئة.

93. $e^{5x} = 24$ **0.64**

94. $2e^{x-7} - 6 = 0$ **8.10**

ارسم تمثيلاً بيانيًّا لكل نسبة وحللها. ووضح المجال والمدى ونقاط التقاطع وخطوط التقارب وسلوك النهاية، وفترات تزايد أو تناقص النسبة. **97–95. انظر الهامش.**

95. $f(x) = -3^{x-2}$

96. $f(x) = 2^{3x-4} + 1$

97. $f(x) = -4^{-x+6}$

أوجد حل كل من المعادلات الآتية:

98. $\frac{x^2-16}{(x+4)(2x-1)} = \frac{4}{x+4} - \frac{1}{2x-1}$ **−1, 8**

99. $\frac{x^2-7}{(x+1)(x-5)} = \frac{6}{x+1} + \frac{3}{x-5}$ **4**

100. $\frac{2x^2+3}{3x^2+5x+2} = \frac{5}{3x+2} - \frac{1}{x+1}$ **0, 1**

101. **الصحف** موضح أدناه تداول آلاف صفحات الجرائد الوطنية تداول.

العام	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002
التداول (بالآلاف)	673.0	699.1	716.2	725.5	773.9	814.7	904.3

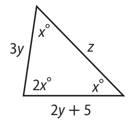
a. افترض أن x تساوي عدد السنوات بعد 2001. ارسم مخطط انتشار للبيانات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

b. حدد نسبة قوة لتمثيل للبيانات. $y = 904.254x^{-0.149}$

c. استخدم النسبة لتتنبأ بتداول الصحف في 2015. **611,068**

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

102. **SAT/ACT** في الشكل، ما قيمة z؟ **B**

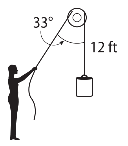


A 15
B $15\sqrt{2}$
C $15\sqrt{3}$
D $30\sqrt{2}$
E $30\sqrt{3}$

103. **مراجعة** يستخدم محمد سلمًا للوصول إلى نافذة أعلى من الأرض بمقدار 10 أقدام. إذا كان السلم يبعد 3 أقدام عن الجدار، فكم ينبغي أن يكون طول السلم؟ **G**

F 9.39 ft
G 10.44 ft
H 11.23 ft
J 12.05 ft

104. يمسك شخص بطرف حبل يمر حول بكرة وبالطرف الآخر يتعلق ثقل. افترض أن الثقل على ارتفاع يد الشخص. ما المسافة بين يد الشخص والثقل؟ **A**



A 7.8 ft
B 10.5 ft
C 12.9 ft
D 14.3 ft

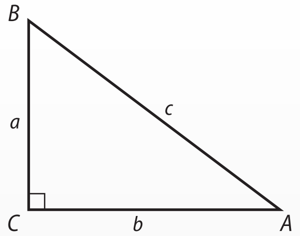
105. **مراجعة** طائرة ورقية تحلق بزاوية 45°. طول خيط الطائرة الورقية يبلغ 120 قدمًا. ما ارتفاع الطائرة الورقية من النقطة التي يُمسك الحبل عندها؟ **G**

F 60 ft
G $60\sqrt{2}$ ft
H $60\sqrt{3}$ ft
J 120 ft

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

التوسع استخدم المعلومات التالية لحل المثلث قائم الزاوية. يبلغ محيط المثلث 36 وحدة، وأطوال ساقي المثلث هي 6 وحدات و3 وحدات أقل من وتر المثلث، على التوالي.
$a = 9$ وحدات؛ $b = 21$ وحدة؛ $c = 51$ وحدة؛ $A \approx 36.9°$، $B \approx 53.1°$

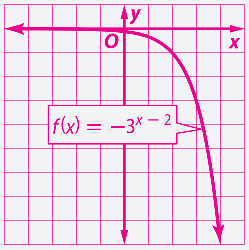


3 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من كل طالب رسم مثلث قائم الزاوية، وقم بتسمية أضلاعه، وحدد إحدى الزوايا الحادة باسم θ. ثم حدد إحدى الدوال المثلثية الست.

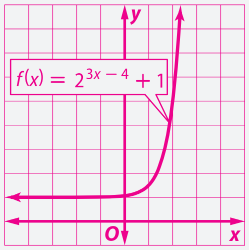
إجابات إضافية

95.



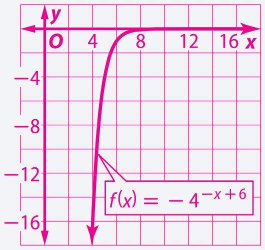
$D = (-\infty, \infty)$، $R = (-\infty, 0)$؛ لا يوجد تقاطع مع المحور x، يوجد تقاطع مع المحور y: $-\frac{1}{9}$؛ خط مقارب أفقي عند $y = 0$؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$، $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$؛ تتناقص عند $(-\infty, \infty)$

96.



$D = (-\infty, \infty)$، $R = (1, \infty)$؛ لا يوجد تقاطع مع المحور x، يوجد تقاطع مع المحور y: $\frac{17}{16}$؛ خط مقارب أفقي عند $y = 1$؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$، $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$؛ تتزايد عند $(-\infty, \infty)$

97.



$D = (-\infty, \infty)$، $R = (-\infty, 0)$؛ لا يوجد تقاطع مع المحور x، يوجد تقاطع مع المحور y: -4096؛ خط مقارب أفقي عند $y = 0$؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$، $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$؛ تتزايد عند $(-\infty, \infty)$

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indd 148 12/15/2016 11:39:42 PM