الدرس 3-4 تمثيل دوال sine و cosine الزاوية بيانيًا

السابق

- لقد قمت بتحليل التمثيلات البيانية للدوال.

الحالي

1 تمثيل التحويلات لدوال الـ sine و cosine بيانيًا.

2 استخدام دوال الـsine لحل المسائل.

لماذا

- عندما تدور العجلة الدوارة، يختلف الارتفاع الذي كنت عليه فوق سطح الأرض بشكل دوري تمامًا مثل دالة دورية. يمكنك تمثيل هذا السلوك باستخدام *دالة* sine.

المفردات الجديدة

منحنى الجيب sinusoid
سعة amplitude
تكرار frequency
إزاحة الطور phase shift
إزاحة رأسية vertical shift
خط متوسط midline

1 تحويلات دوال sine , cosine

كما هو مبين في المثال 4-4، التمثيل البياني $y = \sin t$ يتبع الإحداثي y للنقطة المحددة بواسطة t وهي تتحرك حول دائرة الوحدة. وبالمثل، التمثيل البياني لـ $y = \cos t$ يتبع الإحداثي x لهذه النقطة. التمثيلات البيانية لهذه الوظائف دورية،وتتكرر بعد فترة من 2π. وفيما يلي تلخيص خصائص دوال الـ sine و cosine.

المفهوم الأساسي خواص دوال الـ sine, cosine

دالة الـ sine

المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $[-1, 1]$

التقاطع مع المحور الرأسي y: 0

التقاطع مع المحور الأفقي x: $n\pi, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال متصلة على $(-\infty, \infty)$

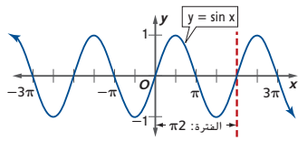
التناظر الأصل (دالة فردية)

القيم القصوى قيمة عظمى 1 عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

قيمة صغرى من -1 عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي $\lim_{x \to -\infty} \sin x$ و $\lim_{x \to \infty} \sin x$ غير موجودة.

التذبذب: بين -1 و 1



دالة الـ cosine

المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $[-1, 1]$

التقاطع مع المحور الرأسي y: 1

التقاطع مع المحور الأفقي x: $\frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال متصلة على $(-\infty, \infty)$

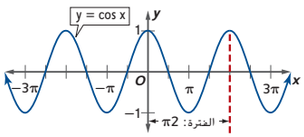
التناظر المحور y (دالة زوجية)

القيم القصوى قيمة عظمى عند $x = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

قيمة صغرى -1 عند $x = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي $\lim_{x \to -\infty} \cos x$ و $\lim_{x \to \infty} \cos x$ غير موجودة.

التذبذب: بين -1 و 1



يمثل كل جزء من التمثيل البياني على $[0, 2\pi]$ فترة واحدة أو دائرة من الدالة. لاحظ أن التمثيل البياني لـ **cosine** هو ترجمة أفقية للتمثيل البياني للـ **sine**. أي تحويل في دالة **sine** اسمه **sinusoid**. الشكل العام لهذه الدوال هو:

$$y = a \cos (bx + c) + d \quad \text{و} \quad y = a \sin (bx + c) + d$$

حيث a, b, c, d هي ثوابت، ولا تساوي a و b القيمة 0.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-4 تحليل التمثيلات البيانية للدوال.

الدرس 3-4 التمثيل البياني لتحويلات دالة جيب الزاوية ودالة جيب التمام. استخدام الدوال الجيبية في حل المسائل.

بعد الدرس 3-4 التمثيل البياني للمماس والمعكوس الضربي والدوال المثلثية المتضائلة.

2 التركيز

أسئلة داعمة

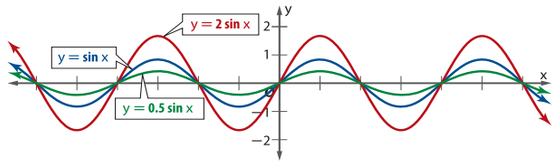
اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد بالدرس.

اطرح السؤالين التاليين:

- بفرض أنه في مركز الدوران $y = 0$. كيف تتغير قيم y **عند دوران العجلة الدوارة؟**
  الإجابة النموذجية: تتغير قيم y أعلى وأسفل المستقيم $y = 0$.
- ما الذي يحدد الدورة التي تتكرر عندها قيم ارتفاع العجلة الدوارة؟ معدل الدوران

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 174 12/15/2016 11:40:28 PM

لاحظ أن العامل الثابت a في: $y = a \cos x$ و $y = a \sin x$ يوسع التمثيلات البيانية لـ $y = \cos x$ و $y = \sin x$ رأسيًا إذا $|a| > 1$ ويضغطها رأسيًا إذا $|a| < 1$.



التوسعات الرأسية تؤثر في سعة الدوال الجيبية(sinusoid)

نصيحة دراسية

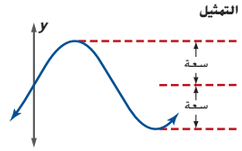
التوسعات والتقاطعات مع المحور الأفقي x لاحظ أن تغيير الأبعاد للدالة الجيبية لا يؤثر على مكان قطع المنحنى للمحور الأفقي x عند التقاطع مع المحور الأفقي x

المفهوم الأساسي تكرار دوال الـ sine , cosine

الشرح **سعة** الدالة الجيبية(sinusoid)هي نصف المسافة بين القيم القصوى والصغرى من الدالة، أو نصف ارتفاع التموج.

الرموز عندما يكون $y = a \sin (bx + c) + d$ و $y = a \cos (bx + c) + d$، تكون السعة $|a|$.

التمثيل



لتمثيل دالة جيبية (sinusoid) بيانيًا صيغتها y = a cos x أو y = a sin x. حدد موقع التقاطع مع المحور الأفقي x لـ sin الزاوية الرئيسية أو دالة الـ cos. ثم استخدم السعة $|a|$ لتحديد نقاط الحد الأقصى ونقاط الحد الأدنى الجديدة. ثم ارسم موجة الـ sin من خلال هذه النقاط.

المثال 1 تغيير الأبعاد الرأسية بمقياس التمثيل البياني للدوال الجيبية(sinusoid)

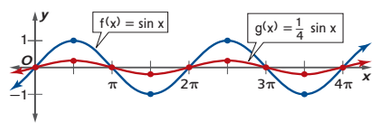
صف كيف أن التمثيلات البيانية لـ $g(x) = \frac{1}{4} \sin x$ و $f(x) = \sin x$ مترابطة. ثم أوجد سعة $g(x)$، وارسم فترتي كلتا الدالتين على المحاور الإحداثية نفسها.

التمثيل البياني لـ $g(x)$ i هو التمثيل البياني لـ $f(x)$ المضغوط رأسيًا. سعة $g(x)$ هي $\left|\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{4}$.

ضع جدولاً لإدراج إحداثيات تقاطعات x والقيم القصوى لـ $f(x) = \sin x$ لفترة واحدة على $[0, 2\pi]$. ثم استخدم سعة $g(x)$ للعثور على نقاط مماثلة في تمثيلها البياني.

الدالة	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة العظمى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة الصغرى	التقاطع مع المحور الأفقي x
$f(x) = \sin x$	$(0, 0)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$	$(\pi, 0)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$	$(2\pi, 0)$
$g(x) = \frac{1}{4} \sin x$	$(0, 0)$	$\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{4}\right)$	$(\pi, 0)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, -\frac{1}{4}\right)$	$(2\pi, 0)$

ارسم المنحنى من خلال النقاط الموضحة لكل دالة. ثم كرر النموذج المقترَح بواسطة فترة واحدة لكل تمثيل بياني وذلك لإكمال فترة ثانية على $[2\pi, 4\pi]$. ثم قم بتمديد كل منحنى إلى اليسار واليمين للدلالة على أن المنحنى مستمر في كلا الاتجاهين



تمرين موجه 1A–C انظر ملحق إجابات الفصل 3.

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم أوجد سعة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على محاور الإحداثيات نفسها.

1A. $f(x) = \cos x$
$g(x) = \frac{1}{3} \cos x$

1B. $f(x) = \sin x$
$g(x) = 5 \sin x$

1C. $f(x) = \cos x$
$g(x) = 2 \cos x$

نصيحة دراسية

راديانات مقابل الدرجات يمكن إعادة قياس المحور x من حيث الدرجات و إنتاج تمثيل بياني سيبني يشبه تلك المنتجة باستخدام مقياس راديان و مع ذلك، في حساب التفاضل والتكامل، سوف تواجه قواعد تعتمد على قياس راديان. لذلك، في هذا الكتاب، فإننا سوف نوفر تمثيلًا بيانيًا لجميع الدوال المثلثية بمقياس راديان .

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

- هل تغيير سرعة العجلة الدوارة يؤثر على مدى قيم y؟ لا هل الدورة اللازمة لقيم y تتكرر؟ نعم

1 تحويلات دوال الـ Sine و الـ Cosine

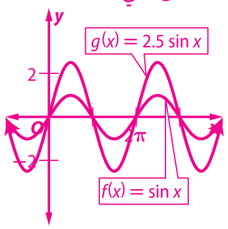
الأمثلة 1–3 توضِّح كيفية عمل تمثيل بياني لعمليات التمدد الرأسية والانعكاسات وعمليات التمدد الأفقية للدوال الجيبية. **المثال 4** يوضِّح كيفية استخدام التردد في كتابة دالة جيبية. **المثالان 5 و 6** يوضِّحان كيفية عمل تمثيل بياني للإزاحات الرأسية للدوال الجيبية.

التقويم التكويني

استخدم التمرينات الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 وضِّح مدى ارتباط التمثيل البياني $f(x) = \sin x$ بالتمثيل البياني $g(x) = 2.5 \sin x$. ثم أوجد سعة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على نفس محاور التماثل. التمثيل البياني لـ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـ $f(x)$ لكنه ممتد رأسيًا. سعة $g(x)$ هي 2.5.

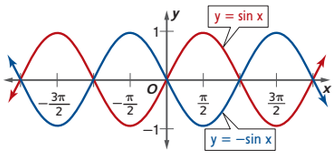


التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلمون أصحاب النمط الطبيعي اطلب من الطلاب البحث عن أنواع من البيانات التي تُعرض على راسمة الذبذبات أو جهاز رسم القلب (EKG) وتوضيح الشكل الذي تظهر عليه التمثيلات البيانية للبيانات. واطلب منهم وصف التمثيلات البيانية هل هي دوال دورية أم غير دورية. الإجابة النموذجية: موجات الصوت، والنشاط الكهربائي؛ الدوال دورية

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 175 12/15/2016 11:40:30 PM

إذا كانت $a < 0$. فإن التمثيل البياني الخاص بدالة الـــsine منعكس بالنسبة للمحور x.



المثال 2 انعكاسات التمثيل البياني للدوال الجيبية (sinusoid)

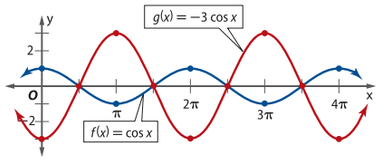
صف كيف أن التمثيلات البيانية لـــ $g(x) = -3\cos x$ و $f(x) = \cos x$ مترابطة. ثم أوجد سعة $g(x)$، و ارسم فترتي الدالتين على نفس محاور التناظر.

التمثيل البياني لـــ $g(x)$ هو التمثيل البياني لـــ $f(x)$ الممدّد رأسيًّا و من ثم منعكس بالنسبة للمحور x. تكون سعة $g(x)$ |-3| أو 3.

ضع جدولاً لإدراج إحداثيات أهم نقاط $f(x) = \sin x$ لفترة واحدة على $[0, 2\pi]$. استخدم سعة $g(x)$ لإيجاد نقاط متماثلة في التمثيل البياني لـــ $y = 3\cos x$. ثم اعكس هذه النقاط بالنسبة للمحور x لتجد النقاط المماثلة في التمثيل البياني لـــ $g(x)$.

الدالة	القيمة العظمى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة العظمى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة العظمى
$f(x) = \cos x$	$(0, 1)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$	$(\pi, -1)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$	$(2\pi, 1)$
$y = 3\cos x$	$(0, 3)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$	$(\pi, -3)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$	$(2\pi, 3)$
$g(x) = -3\cos x$	$(0, -3)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$	$(\pi, 3)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$	$(2\pi, -3)$

ارسم المنحنى من خلال النقاط الموضحة لكل دالة. ثم كرر النموذج المقترح بواسطة فترة واحدة لكل تمثيل بياني وذلك لإكمال فترة ثانية على $[2\pi, 4\pi]$. ثم قم بتمديد كل منحنى إلى اليسار واليمين للدلالة على أن المنحنى مستمر في كلا الاتجاهين



انتبه!

السعة لاحظ ان المثال 2 لا يذكر أن سعة $g(x) = -3\cos x$ تكون -3. السعة هي ارتفاع وليست اتجاهية

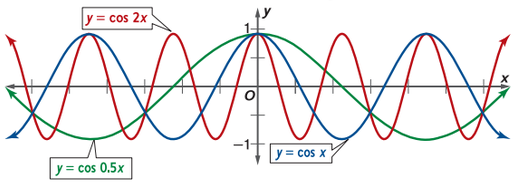
تمرين موجه

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـــ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم أوجد سعة $g(x)$، وارسم فترتي الدالتين على محاور التناظر نفسها. 2A–B. انظر الهامش.

2A. $f(x) = \cos x$
$g(x) = -\frac{1}{5}\cos x$

2B. $f(x) = \sin x$
$g(x) = -4\sin x$

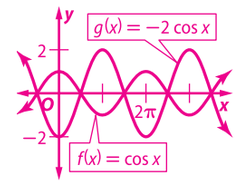
في الدرس 5-1، أنه إذا كان $g(x) = f(bx)$ فإن $g(x)$ هو التمثيل البياني لـــ $f(x)$ المضغوط أفقيًّا إذا كان $|b| > 1$ والمتسع أفقيًّا إذا كان $|b| < 1$. التوسعات الأفقية تؤثر على دورة الدالة الجيبية بطول دائرة واحدة كاملة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

2 وضِّح مدى ارتباط التمثيل البياني $f(x) = \cos x$ بالتمثيل البياني $g(x) = -2\cos x$. ثم أوجد سعة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على محاور التماثل نفسها. التمثيل البياني لـــ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـــ $f(x)$ لكنه ممتد رأسيًّا و من ثم منعكس في المحور x. سعة $g(x)$ هي 2.

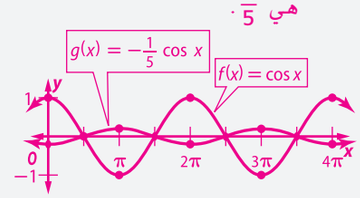


إرشاد للمعلمين الجدد

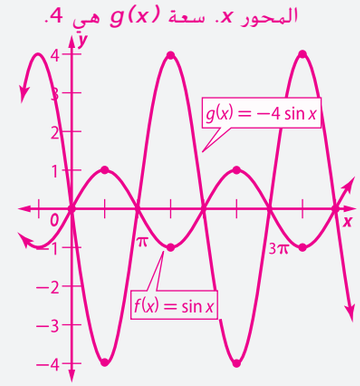
السعة أثناء مناقشة تعريف السعة مع الطلاب، يُمكنهم جعل التمثيل البياني يمثل موجة في المحيط والمحور x يمثل مستوى البحر. السعة هي ارتفاع الموجة فوق سطح البحر أو أسفله.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

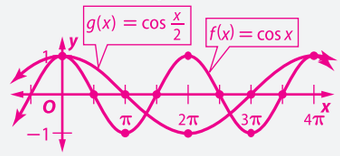
2A. التمثيل البياني لـــ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـــ $f(x)$ لكنه مضغوط رأسيًّا ومنعكس على المحور x. سعة $g(x)$ هي $\frac{1}{5}$.



2B. التمثيل البياني لـــ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـــ $f(x)$ لكنه ممتد رأسيًّا ومنعكس على المحور x. سعة $g(x)$ هي 4.



3A. التمثيل البياني لـــ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـــ $f(x)$ لكنه ممتد أفقيًّا. سعة $g(x)$ هي 4π.



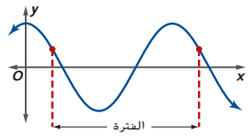
UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 176 12/15/2016 11:40:32 PM

المفهوم الأساسي دورات دوال الـ sine, cosine

الشرح دورة الدالة الجيبية هي المسافة بين أي مجموعتين من نقاط التكرار على التمثيل البياني للدالة

الرموز إذا كان $y = a \sin (bx + c) + d$ وَ $y = a \cos (bx + c) + d$. حيث $b \neq 0$. فإن الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$.

التمثيل



انتبه!

تحديد الدورة عند تحديد دورة الدالة الزمنية من تمثيلها البياني تذكر أن الدورة هي أصغر مسافة تحتوي على كافة قيم الدالة.

لعمل تمثيل بياني لدالة الـsin للنموذج $y = \cos bx$ أو $y = \sin bx$، أوجد دورة الدالة ومن ثم أضف $\frac{\text{الدورة}}{4}$ من نقطة النهاية اليسرى للفترة مع هذا الطول. ثم استخدم هذه القيم كقيم للمحور x الخاصة بالنقاط الرئيسية على التمثيل البياني.

مثال 3: تمثيل التوسعات الأفقية للدوال الجيبية (sinusoid) بيانيًا

صف كيف أن التمثيلات البيانية لـ $f(x) = \cos x$ و $g(x) = \cos \frac{x}{3}$ مترابطة. ثم أوجد الفترة لـ $g(x)$، وارسم فترتي الدالتين على نفس المحاور الإحداثية.

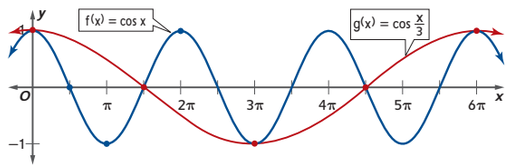
لأن $\cos \frac{x}{3} = \cos \frac{1}{3}x$، فإن التمثيل البياني لـ g(x) هو التمثيل البياني لـ f(x) المتسع رأسيًا. وتكون دورة g(x)

$$\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

لأن دورة g(x) تكون 6π. لإيجاد النقاط المناظرة على التمثيل البياني لـ g(x)، غيّر إحداثيات x لهذه النقاط على f(x) كي تتراوح بين 0 و 6π لتزداد بزيادات من $\frac{6\pi}{4}$ أو $\frac{3\pi}{2}$.

الدالة	القيمة العظمى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة الصغرى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة العظمى
$f(x) = \cos x$	$(0, 1)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$	$(\pi, -1)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$	$(2\pi, 1)$
$g(x) = \cos \frac{x}{3}$	$(0, 1)$	$\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$	$(3\pi, -1)$	$\left(\frac{9\pi}{2}, 0\right)$	$(6\pi, 1)$

رسم منحنى من خلال النقاط المشار إليها لكل دالة، وتابع الأنماط لإتمام دورة كاملة واحدة لكل منها.



تمرين موجه

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم أوجد دورة $g(x)$، وارسم على الأقل دورة واحدة لكل دالة على المحاور الإحداثية نفسها. انظر الهامش 3A–C

3A. $f(x) = \cos x$
$g(x) = \cos \frac{x}{2}$

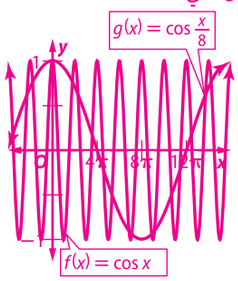
3B. $f(x) = \sin x$
$g(x) = \sin 3x$

3C. $f(x) = \cos x$
$g(x) = \cos \frac{1}{4}x$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

3 وضّح مدى ارتباط التمثيل البياني $f(x) = \cos x$ بالتمثيل البياني $g(x) = \cos \frac{x}{8}$. ثم أوجد فترة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على نفس محاور التماثل. التمثيل البياني لـ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـ $f(x)$ لكنه متمدد أفقيًا بعامل 8. فترة $g(x)$ هي 16π.



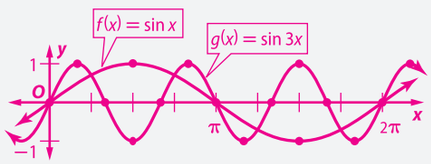
التركيز على محتوى الرياضيات

التحويلات يستكشف هذا الدرس مدى تأثر التمثيل البياني $y = a \sin (bx + c) + d$ والتمثيل البياني $y = a \cos (bx + c) + d$ بتغيير قيم الثوابت a، و b، و c، و d.

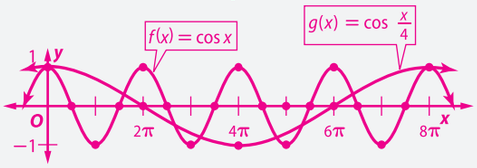
- تغيير الثابت a يؤثر على سعة التمثيل البياني. إذا كان $|a| > 1$، فإن التمثيل البياني يمتد رأسيًا. أما إذا كان $|a| < 1$، فإن التمثيل البياني ينضغط رأسيًا. إذا كان $a < 0$، فإن التمثيل البياني ينعكس في المحور x.
- تغيير الثابت b يؤثر على فترة الدالة وتكرارها. إذا كان $|b| > 1$، فإن التمثيل البياني ينضغط أفقيًا. أما إذا كان $|b| < 1$، فإن التمثيل البياني يمتد أفقيًا.
- تغيير الثابت c يُزيح الدالة أفقيًا $|c|$ وحدة إلى اليسار إذا كان $c > 0$ و $|c|$ وحدة إلى اليمين إذا كان $c < 0$. تُعرف الإزاحة الأفقية بإزاحة الطور.
- تغيير الثابت d يُزيح الدالة رأسيًا $|d|$ وحدة إلى الأعلى إذا كان $d > 0$ و $|d|$ وحدة لأسفل إذا كان $d < 0$.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

3B. التمثيل البياني لـ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـ $f(x)$ لكنه مضغوط أفقيًا. فترة $g(x)$ هي $\frac{2\pi}{3}$.



3C. التمثيل البياني لـ $g(x)$ هو نفسه التمثيل البياني لـ $f(x)$ لكنه ممتد أفقيًا. فترة $g(x)$ هي 8π.



التمدّدات الأفقية تؤثر أيضاً على *تكرار* الدوال الجيبية

المفهوم الأساسي تكرار دوال الـــ sine, cosine

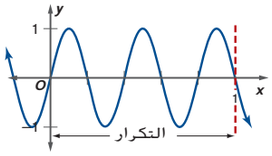
الشرح **تكرار** الدالة الجيبية هو عدد الدوائر التي تكملها الدالة في فترة طولها وحدة واحدة. التكرار هو مقلوب الدورة.

الرموز عندما يكون $y = a \sin (bx + c) + d$ و $y = a \cos (bx + c) + d$.

$$\text{التكرار} = \frac{|b|}{2\pi} = \frac{1}{\text{الدورة}}$$

period

التمثيل



لأن تكرار الدالة الجيبية مقلوب تلك الدورة، ويترتب على ذلك أن دورة الدالة مقلوب تكرارها.

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام التكرار لكتابة الدالة الجيبية.

الموسيقى الملاحظات الموسيقية مصنفة وفقًا للتكرار. وضمن المقياس المخفف ذاته، يمثل الوسط C التردّد التكراري 262 هيرتز. استخدم هذه المعلومات والمعلومات التي في اليمين لكتابة معادلة دالة الـــ sine التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بالوسط C وذات سعة 0.2.

الشكل العام للمعادلة سوف يكون $y = a \sin bt$. حيث t يكون الزمن بالثواني. لأن السعة تكون $|a| = 0.2$. هذا يعني أن $a = \pm 0.2$.

الدورة هي مقلوب التكرار أو $\frac{1}{262}$. استخدم هذه القيمة لتجد b.

صيغة الدورة	$\text{الدورة} = \frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$
$\text{الدورة} = \frac{1}{262}$	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert} = \frac{1}{262}$
حل لإيجاد $\lvert b\rvert$.	$\lvert b\rvert = 2\pi(262)$ أو 524π
تحل من أجل b.	$b = \pm 524\pi$

عن طريق الاختيار العشوائي للقيم الإيجابية من b و a، إحدى دوال الـــsine التي تمثّل السلوك الأولي تكون $y = 0.2 \sin 524\pi t$.

تمرين موجه

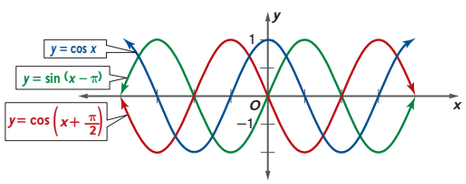
4. **الموسيقى** في نفس المقياس، مفتاح C الذي فوق مفتاح الوسط C له تردّد تكراري 524 هيرتز. اكتب معادلة لدالة الـــsine التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بمفتاح C هذا الذي له سعة 0.2. **الإجابة النموذجية: $y = 0.1 \sin 1048\pi t$**

الربط بالحياة اليومية

في الفيزياء، التكرار يتم قياسه بالهيرتز أو التذبذبات في الثانية الواحدة . على سبيل المثال، عدد موجات الصوت التي تتخطى النقطة A في الثانية الواحدة يمكن أن تكون تردد الموجة.

المصدر: *عالم العلوم*

أحد أطوار منحنى الـــsine هو موقع الموجة ذات الصلة . وينتج عن الإزاحة الأفقية للدالة الجيبية *إزاحة الطور* تذكّر من الدرس 5-1 أن التمثيل البياني لـــ $y = f(x + c)$ هو التمثيل البياني لـــ $y = f(x)$ مُنزاحاً أو محوّلاً بمقدار $|c|$ من الوحدات يسارًا إذا كان $c > 0$ و بمقدار $|c|$ الوحدات يمينًا إذا كان $c < 0$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

مثال إضافي

4 **الموسيقى** يُمكن لبوق توبا أن يصدر نغمة بتردد 50 دورة في الثانية (50 هيرتز) بسعة مقدارها 0.75. اكتب معادلة دالة جيب التمام التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي للموجة الصوتية المرتبطة بهذه النغمة.

الإجابة النموذجية:

$y = 0.75 \cos 100\pi t$

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 178 12/15/2016 11:40:36 PM

المفهوم الأساسي إزاحة طور دوال الـــ sine , cosine

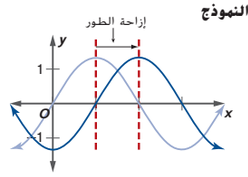
الشرح

إزاحة الطور دالة الـــsin هو الاختلاف بين الوضع الأفقي للدالة وذاك الخاص بأي دالة sin مشابهة.

الرموز

عندما يكون $y = a \sin (bx + c) + d$ و $y = a \cos (bx + c) + d$, حيث $b \neq 0$, فإن إزاحة الطور $= \frac{c}{|b|}$ـــ.

النموذج



سوف تقوم بالتحقق من صيغة إزاحة الطور في التمرين 44.

لتمثيل إزاحة طور الدالة الجيبية (sinusoid) بيانيًا بالصيغة $y = a \cos (bx + c) + d$ أو $y = a \sin (bx + c) + d$ أولا قم بتحديد نقاط نهاية الفترة االزمنية الذي يتوافق مع دورة واحدة للتمثيل البياني من خلال إضافة $-\frac{c}{b}$ إلى كل نقطة النهاية على الفترة االزمنية $[0, 2\pi]$ من دالة أم.

نصيحة دراسية

صيغة بديلة الصيغ العامة لدوال sine يمكن التعبير عنها كالآتي $y = a \sin b(x - h) + k$ و $y = a \cos b(x - h) + k$. في هذه الصيغ، كل دالة sine لها إزاحة طور لـــ h وزاحة رأسية لـــ k بالمقارنة مع التمثيلات البيانية $y = a \cos bx$ و $y = a \sin bx$.

مثال 5 تمثيل الإزاحات الأفقية للدوال الجيبية (sinusoid) بيانيًا.

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور لـــ $y = \sin \left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$. ثم مثِّل دورتين للدالة بيانيًا

في هذه الدالة، $c = -\frac{\pi}{2}$ و $b = 3$، و $a = 1$.

السعة: $|a| = |1| = 1$

الدورة $\frac{2\pi}{3}$ أو $\frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{|b|}$

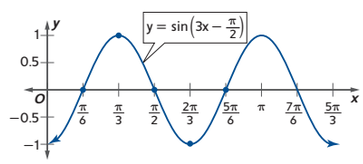
التكرار: $\frac{3}{2\pi}$ أو $\frac{|3|}{2\pi} = \frac{|b|}{2\pi}$

إزاحة الطور $\frac{\pi}{6}$ أو $-\frac{\frac{\pi}{2}}{|3|} = -\frac{c}{|b|}$

لتمثيل $y = sin \left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ بيانيًا، ضع في الاعتبار التمثيل البياني $y = sin\ 3x$. فترة هذه الدالة هي $\frac{2\pi}{3}$. رتّب جدولاً للنقاط الرئيسية لـــ $y = sin\ 3x$ على الفترة $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ لحساب إزاحة طور بقيمة $\frac{\pi}{6}$. أضف $\frac{\pi}{6}$ إلى قيم x لكل من النقاط الرئيسية للتمثيل البياني لـــ $y = sin\ 3x$.

الدالة	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة العظمى	التقاطع مع المحور الأفقي x	القيمة الصغرى	التقاطع مع المحور الأفقي x
$y = \sin 3x$	$(0, 0)$	$\left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$	$\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$	$\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$
$y = \sin \left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$	$\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$	$\left(\frac{2\pi}{3}, -1\right)$	$\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$

ارسم التمثيل البياني $y = \sin \left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ من خلال هذه النقاط لمتابعة النمط وإكمال الدورتين.



تمرين موجه

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثِّل بيانيًا دورتين للدالة. 6A–B. انظر الهامش.

5A. $y = \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

5B. $y = 3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

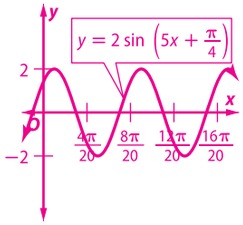
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL OL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني أحضر نموذجًا لسلك لدورة واحدة من منحنى Sine الزاوية. ارسم على السبورة مستوى إحداثي يبدأ فيه المحور x من -2π إلى 2π. اطلب من الطلاب استخدام نموذج السلك في توضيح مدى تأثير الانعكاسات وإزاحات الطور على تغيير اتجاه منحنى Sine الزاوية.

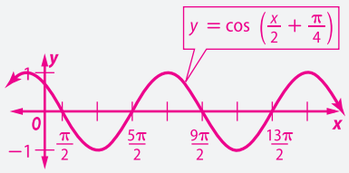
مثال إضافي

5 حدد السعة، والدورة والتكرار، وإزاحة الطور لـــ $y = 2 \sin \left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$. ثم مثِّل بيانيًا فترتين للدالة. السعة $= 2$؛ الدورة $= \frac{2\pi}{5}$؛ التكرار $= \frac{5}{2\pi}$؛ إزاحة الطور $= -\frac{\pi}{20}$

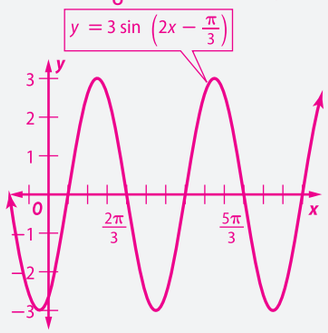


إجابات إضافية (تمرين موجه)

5A. السعة $= 1$؛ الدورة $= 4\pi$؛ التكرار $= \frac{1}{4\pi}$؛ إزاحة الطور $= -\frac{\pi}{2}$



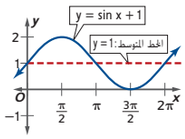
5B. السعة $= 3$؛ الدورة $= \pi$؛ التكرار $= \frac{1}{\pi}$؛ إزاحة الطور $= \frac{\pi}{6}$



UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 179 12/15/2016 11:40:37 PM

الطريقة الأخيرة لتحويل التمثيل البياني للدالة الجيبية (sinusoid) من خلال الإزاحة الرأسية أو **التحول الرأسي**. نتعلم من الدرس 1-5 أن التمثيل البياني $y = f(x) + d$ هو التمثيل البياني لـ $y = f(x)$ منزاحاً أو محولاً بمقدار $|d|$ وحدات أعلى إذا كان $d > 0$ و بمقدار $|d|$ وحدات أدنى إذا كان $d < 0$. التحول الرأسي هو متوسط الحد الأقصى والأدنى من الدالة .

الدالتان الرئيستان $y = \cos x$ و $y = \sin x$ تقعان حول المحور x. بعد الإزاحة الرأسية، يصبح محور أفقي جديد بـ **خط الأوسط** الخط المرجعي أو نقطة التوازن التي يتمحور حولها التمثيل البياني. على سبيل المثال، الخط الأوسط لـ $y = \sin x + 1$ هو $y = 1$، كما هو موضح.



بشكل عام، يكون الخط الأوسط للتمثيلات البيانية $y = a\cos(bx + c) + d$ and $y = a\sin(bx + c) + d$ هو $y = d$.

مثال 6 تمثيل الإزاحات الرأسية للدوال الجيبية(sinusoid) بيانيًا

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لـ $y = \sin(x + 2\pi) - 1$. ثم مثِّل بيانيًا دورتين للدالة

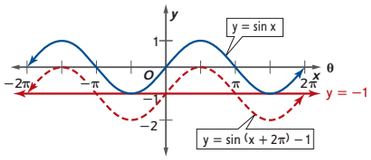
في هذه الدالة $a = 1, b = 1, c = 2\pi, d = -1$.

السعة: $|a| = |1| = 1$ الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$ التكرار: $\frac{|b|}{2\pi} = \frac{|1|}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$

إزاحة الطور: $-\frac{c}{|b|} = -\frac{2\pi}{|1|} = -2\pi$ الإزاحة الرأسية: -1 أو d الخط المتوسط: $y = -1$ أو $y = d$

أولاً،مثِّل بيانيًا الخط المتوسط $y = -1$. ثم مثِّل بيانيًا $y = \sin x$ المحولة 2π وحدات إلى اليسار ووحدة إلى الأسفل 1 .

لاحظ أن هذا التحول مساوٍ لترجمة وحدة 1 لأسفل لأن تحول المرحلة كان نقطة واحدة إلى اليسار.



تمرين موجه

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثِّل بيانيًا دورتين للدالة. **6A–B. انظر الهامش.**

6A. $y = 2\cos x + 1$

6B. $y = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{2}\right) - 3$

نصيحة دراسية

تدوين $\sin(x + d) \neq \sin x + d$
التعبير الأول يوضح إزاحة طور، و التعبير الثاني يعبر عن إزاحة رأسية .

خصائص تحولات الدوال الأم $y = \cos x$ و $y = \sin x$ ملخصة أدناه.

نصيحة تقنية

خاصية Zoom Trig عند تمثيل الدالة المثلثية بيانيًا باستخدام التمثيلات البيانية الخاصة بك، كن متأكدًا من أنك في وضع الراديان واستخدم خيار ZTrig أسفل خاصية التكبير لتغيير نافذة العرض الخاصة بك من النافذة القياسية إلى واحدة أكثر تناسبًا : $[-4, 4]$ scl: 1 في $[-2\pi, 2\pi]$ scl: $\pi/2$

ملخص المفهوم التمثيلات البيانية للدوال الجيبية

وللتمثيلات البيانية الخاصة بـ: $y = a\cos(bx + c) + d$ و $y = a\sin(bx + c) + d$. حيث: $a \neq 0$ and $b \neq 0$.
السمات الآتية:

السعة: $|a|$ الدورة: $\frac{2\pi}{|b|}$ التكرار: $\frac{1}{\text{الفترة}}$ أو $\frac{|b|}{2\pi}$

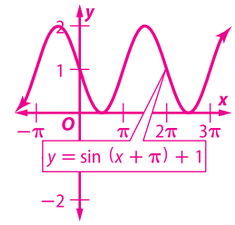
إزاحة الطور: $-\frac{c}{|b|}$ الإزاحة الرأسية: d الخط المتوسط: $y = d$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

6 أوجد السعة، والدورة، والتكرار، وإزاحة الطور، والإزاحة الرأسية لـ $y = \sin(x + \pi) + 1$. ثم مثِّل بيانيًا فترتين للدالة.

السعة = 1؛ الدورة = 2π؛
التكرار = $\frac{1}{2\pi}$؛
إزاحة الطور = $-\pi$؛
الإزاحة الرأسية = 1



التدريس باستخدام التكنولوجيا

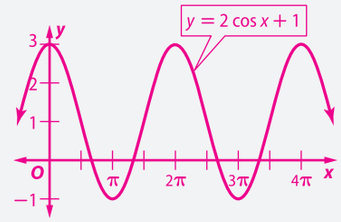
البحث على الإنترنت اطلب من الطلاب استخدام الإنترنت في البحث عن معدل درجات الحرارة الشهرية لمدينتهم. ثم أخبرهم بأن المعادلة $y = 43 + 31\sin\left[\frac{\pi}{6}(t - 4)\right]$ تمثل معدل درجة الحرارة الشهرية لمدينة واحدة. واطلب منهم استخدام النمط الوارد في المعادلة لكتابة معادلة تمثل معدل درجات الحرارة في مدينتهم.

إرشاد للمعلمين الجدد

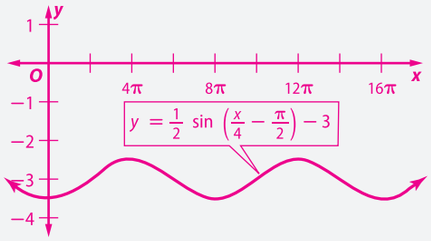
ترتيب التمثيل البياني يكون الترتيب التالي مفيدًا في حالة تمثيل دالة جيب الزاوية ودالة جيب التمام بيانيًا؛ فتتم الإزاحة الرأسية أولاً، ثم السعة، والدورة، وإزاحة الطور.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

6A. السعة = 2؛ الدورة= 2π؛
التكرار = $\frac{1}{2\pi}$ ؛ إزاحة الطور= 0؛
الإزاحة الرأسية = 1



6B. السعة = $\frac{1}{2}$ ؛ الدورة= 8π؛ التكرار = $\frac{1}{8\pi}$ ؛ إزاحة الطور = 2π؛ الإزاحة الرأسية = -3



المتابعة

لقد استكشف الطلاب التمثيل البياني لدالة جيب الزاوية ودالة جيب التمام.

اطرح السؤال التالي:

- ما مدى التشابه بين التحويلات في دالة جيب الزاوية ودالة جيب التمام بالنسبة للتحويلات في الدوال الأخرى التي درستها؟ الإجابة النموذجية: إن عملية الإضافة أو الطرح لأي دالة تزيح التمثيل البياني؛ أما ضرب الدالة، فيُمدد التمثيل البياني؛ في حين أن ضرب الدالة في عدد سالب، يعكس التمثيل البياني.

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 180 12/15/2016 11:40:40 PM

2 تطبيقات الدوال الجيبية

المثال 7 يوضِّح كيفية تمثيل بيانات باستخدام دالة جيبية.

مثال إضافي

7 الأرصاد الجوية تتسم ظاهرة المد والجزر بخليج فندي، في نيو برونزويك بكندا، بارتفاعات وانخفاضات هائلة يوميًا. يوضِّح الجدول ارتفاعات المد لمدة شهر قمري واحد. اكتب دالة تمثل ارتفاع المد والجزر في خليج فندي.

اليوم	ذروة المد (ft)
1	25.9
2	25.8
3	25.6
4	25.3
5	25.1
6	24.7
7	24.3
8	23.9
9	23.5
10	23.3
11	23.6
12	24.3
13	25.2
14	26.1
15	27.0
16	27.7
17	28.0
18	27.9
19	27.5
20	26.8
21	26.0
22	25.1
23	24.6
24	24.3
25	24.2
26	24.3
27	24.8
28	25.0
29	25.3
30	25.5

الإجابة النموذجية: $y = 2.35 \cos\left(\frac{\pi}{7}x - \frac{17\pi}{7}\right) + 25.65$

2 تطبيقات الدوال الجيبية

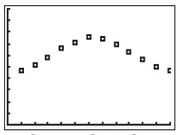
العديد من مواقف الحياة اليومية التي لها سلوك دوري بمرور الزمن يمكن تمثيلها من خلال التحولات $y = \cos x$ أو $y = \sin x$.

مثال 7 من الحياة اليومية تمثيل البيانات باستخدام الدوال الجيبية (sinusoid)

الأرصاد الجوية استخدم المعلومات الموجودة على اليمين لكتابة دالة جيبية تمثل عدد ساعات النهار في مدينة نيويورك كدالة زمن x بحيث $x = 1$ تمثل 15 يناير، و $x = 2$ تمثل 15 فبراير وهكذا. ثم استخدم تمثيلك لتقدير عدد ساعات النهار في 30 سبتمبر في نيويورك.

الخطوة 1 ارسم مخطط انتشار من البيانات واختر نموذجًا.

التمثيل البياني يظهر على شكل موجي لذا يمكنك أن تستخدم دالة جيبية من الشكل $y = a \sin(bx + c) + d$ أو $y = a \cos(bx + c) + d$. وسوف نختار استخدام $y = a \cos(bx + c) + d$ لتمثيل البيانات.



[0, 12] scl: 1 في [0, 20] scl: 2

الخطوة 2 أوجد القيمة العظمى M والقيم الصغرى لـ m للبيانات. واستخدم تلك القيم لإيجاد a, b, c, d

القيمتان العظمى والصغرى لساعات النهار هما 15.7 و 9.27 . والسعة a هي نصف المسافة بين القيم العظمى.

$$a = \frac{1}{2}(M - m) = \frac{1}{2}(15.07 - 9.27) = 2.9$$

الإزاحة الرأسية d هي متوسط القيم العظمى والصغرى من البيانات.

$$d = \frac{1}{2}(M + m) = \frac{1}{2}(15.07 + 9.27) = 12.17$$

يكمل منحنى الـsine نصف الدورة التي يستغرقها للانتقال من قيمته العظمى إلى الصغرى لقيمتها. ويتم تكرار الفترة الواحدة مرتين في هذه الحالة.

x_{max} = شهر 21 أو 51 ديسمبر
x_{min} = شهر 6 أو 15 يناير

الفترة $= 2(x_{max} - x_{min}) = 2(12 - 6) =$ 12

لأن الفترة تساوي $\frac{2\pi}{|b|}$ ، يمكن أن نكتب $|b| = \frac{2\pi}{\text{الدورة}}$ لذلك فإن، $|b| = \frac{2\pi}{12}, = \frac{\pi}{6}$

القيمة العظمى للبيانات تحدث عندما يكون $x = 6$. حيث إن $y = \cos x$ تبلغ القيمة العظمى لها أول مرة عندما يكون $x = 0$. يجب أن نطبق إزاحة طور بقيمة $0 - 6$ أو 6 وحدات. استخدم هذه القيمة لتجد c.

صيغة إزاحة الطور $\quad$ إزاحة الطور $= -\frac{c}{|b|}$

$|b| = \frac{\pi}{6}$ و 6 = إزاحة الطور $\quad 6 = -\frac{c}{\frac{\pi}{6}}$

حل لـ c. $\quad c = -\pi$

الخطوة 3 اكتب الدالة باستخدام قيم a, b, c, d. استخدم $b = \frac{\pi}{6}$

$y = 2.9 \cos\left(\frac{\pi}{6}x - \pi\right) + 12.17$ هو نموذج واحد لساعات النهار.

مثِّل بيانيًا الدالة ومخططًا مبعثرًا في نافذة المعاينة نفسها، كما هو الحال في الشكل 3.4.1. لإيجاد عدد ساعات النهار في 30 سبتمبر، قيِّم النموذج إذا علمت أن $x = 9.5$.

$y = 2.9 \cos\left(\frac{\pi}{6}(9.5) - \pi\right) + 12.17$ أو 11.42 ساعة نهار تقريبًا

تمرين موجه 7A. الإجابة النموذجية $y = 12.5 \cos \frac{\pi}{7}x - \frac{8\pi}{7} + 53.5$

الأرصاد الجوية متوسط درجات الحرارة الشهرية في سياتل، واشنطن، موضحة أدناه.

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
درجة الحرارة (°)	41	44	47	50	56	61	65	66	61	54	46	42

7A. اكتب دالة تمثل درجات الحرارة الشهرية، باستخدام $x = 1$ لتمثل شهر يناير.

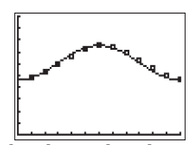
7B. وفقًا لنموذجك، ما متوسط درجة الحرارة الشهرية في سياتل في شهر فبراير؟ **42°**

الربط بالحياة اليومية

الجدول يوضح عدد ساعات النهار في الخامس عشر من كل شهر في مدينة نيويورك .

الشهر	ساعات النهار
يناير	9.58
فبراير	10.67
مارس	11.9
أبريل	13.3
مايو	14.43
يونيو	15.07
يوليو	14.8
أغسطس	13.8
سبتمبر	12.48
أكتوبر	11.15
نوفمبر	9.9
ديسمبر	9.27

المصدر: مرصد البحرية الأمريكية



[0, 12] scl: 1 في [0, 20] scl: 2

الشكل 3.4.1

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية اطلب من الطلاب توضيح حركات تمارين رياضية متنوعة، ثم تحديد ما إذا كانت هناك حركات دورية أم لا. ادرس المسافة التي تم قطعها من نقطة البداية في صورة دالة زمن. اطلب من الطلاب توضيح الحركات الرياضية التي يُمكن تمثيلها باستخدام الدوال الجيبية.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–22 للتحقق من عملية الفهم.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص واجبات للطلاب.

انتبه!

خطأ شائع في التمرين 1–8، يواجه الطلاب صعوبة في رسم التمثيلات البيانية الأساسية لـ $y = \sin x$ و $y = \cos x$. فذكرهم بأن $y = \sin x$ تمر عبر نقطة الأصل و$y = \cos x$ تمر عبر نقطة الأصل (0, 1). في التمارين 19–14، ذكّر الأطفال بأن إزاحات الأطوار تؤثر فقط على الحركة الأفقية.

إرشاد للمعلمين الجدد

حاسبة التمثيل البياني في التمرين 23، لحل $-\sin x = \cos x$ في الفترة $-\pi < \theta < \pi$ على الحاسبة، اطلب من الطلاب تمثيل طرفي المعادلة بيانيًا وكأنها دالة في قائمة =Y. حدد قيم WINDOW (النافذة) المناسبة، واضغط على GRAPH (مثِّل بيانيًا). استخدم وظيفة INTERSECT (تقاطع) في قائمة CALC (احسب) لإيجاد قيم x التي تجعل طرفي المعادلة صحيحين.

إجابات إضافية

21a. السعة = 5.465؛ الدورة= 13؛ إزاحة الطور= 4.417؛ الإزاحة الرأسية = 7.485

21b. الإجابة النموذجية: $y = 5.465 \cos\left(\frac{\pi}{6.5}x - \frac{\pi}{1.47}\right) + 7.485$

21c. حوالي 7.28 ft

22a. السعة = 22.5؛ الفترة = 12؛ إزاحة الطور = 7؛ الإزاحة الرأسية = 51.5

22b. الإجابة النموذجية:

$$y = 22.5 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{7\pi}{6}\right) + 51.5$$

23. $x = -\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$

24. $x = \frac{\pi}{2}$

25. $x = -\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$

26. $-\pi < x < -\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4} < x < \pi$

تمارين

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مرتبطة. ثم أوجد سعة $g(x)$ و ارسم دورتين لكلتا الدالتين على نفس محاور الإحداثيات. (المثالان 1 و 2)

1. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \frac{1}{2}\sin x$
2. $f(x) = \cos x$, $g(x) = -\frac{1}{3}\cos x$
3. $f(x) = \cos x$, $g(x) = 6\cos x$
4. $f(x) = \sin x$, $g(x) = -8\sin x$

1–4. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

صف كيف أن التمثيلات البيانية لـ $f(x)$ و $g(x)$ مرتبطة. ثم أوجد دورة $g(x)$، و ارسم دورة واحدة على الأقل لكلا الدالتين في نفس محور الإحداثيات. (مثال 3) **5–8. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

5. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin 4x$
6. $f(x) = \cos x$, $g(x) = \cos 2x$
7. $f(x) = \cos x$, $g(x) = \cos \frac{1}{5}x$
8. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin \frac{1}{4}x$

9. **الأصوات** يشمل نوع الكونترتالتو الرنان أعمق أصوات الغناء النسائية. حيث يمكن لبعض النساء من صاحبات الكونترتالتو الغناء بطبقة متدنية مثل E وهي أقل من الطبقة C الوسطى(E3)، إذ يبلغ تردّده تردده 165 هرتز. اكتب معادلة لدالة الـsine التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بالوسط C ولها سعة 0.2. (مثال 4) **الإجابة النموذجية $y = 0.15 \sin 330\pi t$**

اكتب معادلة لدالة الـ sin التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بالوسط C ولها سعة 0.2 . (مثال 4)

10. $f = 440, a = 0.3$
11. $f = 932, a = 0.25$
12. $f = 1245, a = 0.12$
13. $f = 623, a = 0.2$

10–13. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

حدِّد السعة، الدورة، التكرار، إزاحة الطور، الإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثِّل بيانيًا دورتين للدالة (المثالان 5 و 6) **14–19. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

14. $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
15. $y = \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$
16. $y = 0.25\cos x + 3$
17. $y = \sin 3x - 2$
18. $y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - 1$
19. $y = \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) + 4$

20. **الإجازات** متوسط عدد الحجوزات R لدى منتجع في بداية كل شهر موضحة (المثال 7)

الشهر	R	الشهر	R
يناير	200	مايو	121
فبراير	173	يونيو	175
مارس	113	يوليو	198
أبريل	87	أغسطس	168

a. اكتب معادلة دالة جيبية توضح متوسط عدد الحجوزات باستخدام x = 1 لتمثيل شهر يناير. **حوالي 115 حجزًا**

b. وفقًا لنموذجك، كم يبلغ تقريبًا عدد الحجوزات التي يمكن أن يحققها المنتجع في نوفمبر؟

20a. الإجابة النموذجية. $y = 56.5 \cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{3}\right) + 143.5$

21. **المد والجزر** يوفّر الجدول المبين أدناه بيانات المد العالي والمنخفض في خليج معين خلال يومٍ واحد في شهر يونيو. (المثال 7) **انظر الحاشية.**

المد والجزر	الارتفاع (ft)	الزمن
ارتفاع المد والجزر الأول	12.95	4:25 صباحًا
انخفاض المد والجزر الأول	2.02	10:55 صباحًا

a. حدد السعة، الدورة، إزاحة الطور، الإزاحة الرأسية لدالة جيبية توضح ذروة المد والجزر. افرض أن x توضح عدد الساعات التي يحدث فيها المد العالي أو المنخفض بعد منتصف الليل.

b. اكتب دالة جيبية لتكون نموذجًا للبيانات.

c. وفقًا لنموذجك، ماذا كان أعلى معدل للمد في 8:45 مساءً في تلك الليلة؟

22. **الأرصاد الجوية** متوسط درجات الحرارة الشهرية في سياتل، واشنطن، موضحة أدناه. (المثال 7)

الشهر	درجة الحرارة (°F)	الشهر	درجة الحرارة (°F)
يناير	29	يوليو	74
فبراير	30	أغسطس	72
مارس	39	سبتمبر	65
أبريل	48	أكتوبر	55
مايو	58	نوفمبر	45
يونيو	68	ديسمبر	34

a. حدد السعة والدورة وإزاحة الطور، والإزاحة الرأسية لدالة جيبية توضح درجات الحرارة الشهرية باستخدام x = 1 لتمثيل شهر يناير. **a–b. انظر الهامش.**

b. اكتب معادلة دالة جيبية تمثّل درجات الحرارة الشهرية.

c. وفقًا لنموذجك، ما متوسط درجة الحرارة الشهرية في سياتل في شهر فبراير؟ **حوالي 71°F**

B **حاسبة التمثيل البياني** أوجد قيم x في الفترة $-\pi < x < \pi$ التي تجعل كل معادلة أو تفاوت صحيحًا. (تلميح:استخدم دالة التقاطع.) **23–28. انظر الهامش.**

23. $-\sin x = \cos x$
24. $\sin x - \cos x = 1$
25. $\sin x + \cos x = 0$
26. $\cos x \le \sin x$
27. $\sin x \cos x > 1$
28. $\sin x \cos x \le 0$

29. $y = 1.5 \sin\left(2t - \frac{2\pi}{3}\right)$

29. **الأحصنة الخشبية الدوارة** يتحرك حصان خشبي على دائرة صعودًا وهبوطًا كلما دارت. وعندما تنتهي فترة ركوب الدوارة، عادة ما يتوقف الحصان في وضع رأسي يختلف تمامًا على النقطة التي بدأ عندها الوضع y للحصان بعد t ثانية يمكن تمثيله بـ $y = 1.5 \sin(2t + c)$. حيث لا بد من تغيير إزاحة الطور c باستمرار للتعويض عن أوضاع بدء الحركة المختلفة. إذا بلغ الحصان في جولة واحدة أقصى ارتفاع بعد $\frac{7\pi}{12}$ ثانية، أوجد المعادلة التي تمثل مكان الحصان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

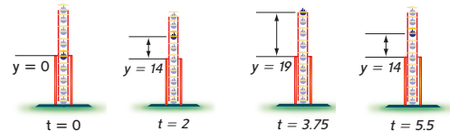
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة AL BL OL

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL قريب من المستوى	1–22, 41, 42, 44–66	63–66 .فردي 1–21	41. 42. 44–62 .زوجي 2–22
OL ضمن المستوى	1–29 .فردي. 30. 31–41 .فردي. 42. 44–66	1–22, 63–66	23–39, 41, 42, 44–62
BL أعلى من المستوى	23–66		

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 182 12/15/2016 11:40:45 PM

30. **حدائق الملاهي** المكان y لعربة الركاب بالنسبة لمركز العجلة الدوارة مقدرًا بالقدم على مدار t ثانية موضح أمامك.

مشهد جانبي لعجلة دوارة عبر الفترة الزمنية [0, 5.5]



a. أوجد الزمن t الذي تستغرقه العربة للعودة إلى y = 0 خلال دورتها المبدئية. **7.5 ثوان**

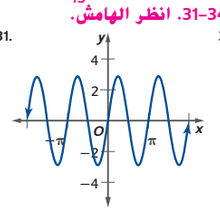
b. أوجد الفترة للعجلة الدوارة. **15 ثانية**

c. ارسم تمثيلًا بيانيًا يمثل مكان عربة الركاب خلال فترة واحدة. **انظر ملحق دورة الوحدة 3.**

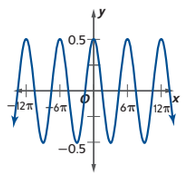
d. اكتب دالة جيبية تمثل مكان عربة الركاب بحيث تكون دالة زمنية t. **الإجابة النموذجية:** $y = 19 \sin \frac{2\pi}{15} t$

اكتب معادلة تماثل كل تمثيل بياني. **31–34. انظر الهامش.**

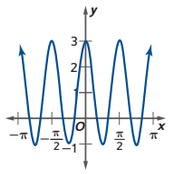
31.



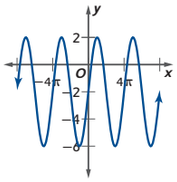
32.



33.



34.



38. **الإجابة النموذجية** $y = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{3} x$

اكتب دالة جيبية باستخدام الفترة المعطاة والسعة التي تمر خلال النقطة المعطاة. **الإجابة النموذجية** $y = 5 \cos 2x$

35. الدورة: π؛ السعة: 5؛ النقطة: $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{2}\right)$ **الإجابة النموذجية** $y = 2 \sin \frac{x}{2}$

36. الدورة: 4π؛ السعة: 2؛ النقطة: $(\pi, 2)$

37. الدورة: $\left(\frac{\pi}{2}\right)$؛ السعة: 1.5؛ النقطة: $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\right)$ **الإجابة النموذجية** $y = \frac{3}{2} \cos 4x$

38. الدورة: 3π؛ السعة: 0.5؛ النقطة: $\left(\pi, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف التغير في تمثيل دالة جيبية بيانيًا للصيغة $y = \cos x$ أو $y = \sin x$ عندما تضاعفها دالة كثيرة الحدود.

a–e. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

a. **بيانيًا** استخدم الحاسبة البيانية لعمل مخطط للتمثيل البياني لـ $y = 2x \cos x$ و $y = 2x, y = -2x$. على المستوى الإحداثي نفسه، على الفترة [−20, 20].

b. **كلاميًا** صف سلوك التمثيل البياني لـ $y = 2x \cos x$ للرسوم البيانية لـ $y = -2x$ و $y = 2x$.

c. **بيانيًا** استخدم الحاسبة البيانية لعمل مخطط للتمثيلات البيانية لـ $y = x^2 \sin x$ و $y = x^2, y = -x^2$. على المستوى الإحداثي نفسه، على الفترة [−20, 20].

d. **كلاميًا** صف سلوك التمثيل البياني لـ $y = x^2 \sin x$ للرسوم البيانية $y = -x^2$ و $y = x^2$.

e. **طريقة التحليل** خمّن سلوك التمثيل البياني للدوال الجيبية ذات الصيغة $y = \cos x$ أو $y = \sin x$ عندما تضاعفها دالة كثيرة الحدود لها الصيغة $y = f(x)$.

استخدام مهارات التفكير العليا

40. **التحدي** بدون التمثيل البياني، أوجد الإحداثيات الدقيقة للنقطة القصوى الأولى على يمين المحور الرأسي y لـ $y = 4 \sin \left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{9}\right)$. $\left(\frac{11\pi}{12}, 4\right)$

التبرير **حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. اشرح استنتاجك.**

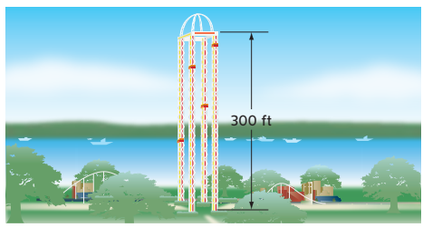
41. أي دالة جيبية من الصيغة $y = a \sin (bx + c) + d$ يمكن كتابتها أيضًا كدالة cos من الصيغة $y = a \cos (bx + c) + d$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

42. دورة $f(x) = \cos 8x$ تساوي أربع أضعاف دورة $g(x) = \cos 2x$. **خطأ؛ الإجابة النموذجية: فترة $f(x)$ هي $\frac{1}{4}$ فترة $g(x)$.**

43. **التحدي** كم عدد أصفار $y = \cos 1500x$ على الفترة $0 \le 2\pi \le x$؟ **3000**

44. **الإثبات** أثبت قاعدة تحويل المرحلة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

45. **الكتابة في الرياضيات** جولة برج الطاقة في ساندوسكي، أوهايو، مبينة أمامك. إلى جوار كل برج خيط من الأضواء يبعث نبضات ضوء متواصلة لأعلى ولأسفل كل برج بمعدل ثابت. اشرح لماذا لا يمكن لمسافة d التي تبعث الضوء بعيدًا عن الأرض على مدار زمن t أن تمثلها دالة جيبية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**



إجابات إضافية

27. لا يوجد

28. $-\frac{\pi}{2} < x < 0, \frac{\pi}{2} < x < \pi$

31. الإجابة النموذجية: $y = 3 \sin 2x$

32. الإجابة النموذجية: $y = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{3}$

33. الإجابة النموذجية: $y = 2 \cos 4x + 1$

34. الإجابة النموذجية: $y = 4 \sin \frac{x}{2} - 2$

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 183 12/15/2016 11:40:48 PM

مراجعة شاملة

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنتهاء للزاوية θ في وضع قياسي. أوجد قيم الدوال المثلثية الست لـ θ. 46–49. انظر الهامش.

46. $(-4, 4)$ **47.** $(8, -2)$ **48.** $(-5, -9)$ **49.** $(4, 5)$

حول كل قياس بالدرجات الى الراديان كمضاعف لـ π وبالعكس.

50. 25° $\frac{5\pi}{36}$ **51.** -420° $-\frac{7\pi}{3}$ **52.** $-\frac{\pi}{4}$ -45° **53.** $\frac{8\pi}{3}$ 480°

54. **العلوم** الكربون المشع عبارة عن طريقة لتقدير عمر المواد العضوية عن طريق حساب كمية الكربون 14 الموجود في المادة. عمر المادة يمكن حسابه باستخدام $A = t \cdot \frac{\ln R}{-0.693}$. حيث A هو عمر المادة بالأعوام، t هو العمر النصفي للكربون 14 أو 5700 عامًا، و R هو نسبة كمية الكربون 14 في العينة إلى كميتها الكربون 14 في الأنسجة الحية.

a. تحتوي عينة من المواد العضوية على 0.000076 جرام من الكربون 14. تحتوي عينة حية من المواد نفسها على 0.00038 جرام. كم عمر هذه العينة تقريبًا؟ حوالي 13,238 سنة

b. عينة بعينها عمرها 20,000 عامًا على الأقل. ما النسبة المئوية القصوى المتبقية من الكربون 14 في العينة؟ حوالي 8.8%

عيّن العدد الممكن للأصفار الحقيقية ونقاط التحول لكل دالة. ثم حدد جميع الأصفار الحقيقية عن طريق التحليل إلى العوامل.

55. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$ انظر الهامش.

56. $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ 4 أصفار حقيقية و3 نقاط دوران؛ 3− و1− و1 و3

57. $f(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 8x^2$ 5 أصفار حقيقية و4 نقاط دوران؛ 2− و0 و2

58. $f(x) = x^4 - 1$ 4 أصفار حقيقية و3 نقاط دوران؛ 1− و1

حدد ما إذا كانت f لها دالة عكسية. إذا كانت كذلك، فأوجد الدالة العكسية وحدد أي قيود في مجالها.

59. $f(x) = -x - 2$ نعم؛ $f^{-1}(x) = -x - 2$

60. $f(x) = \frac{1}{x+4}$ نعم؛ $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 4$.

61. $f(x) = (x-3)^2 - 7$ لا

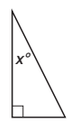
62. $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ لا

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

63. **SAT/ACT** إذا كانت $x + y = 90^\circ$ و x و y كلتاهما زاويتين غير سالبتين، وهو ما يساوي $\frac{\cos x}{\sin y}$؟ C

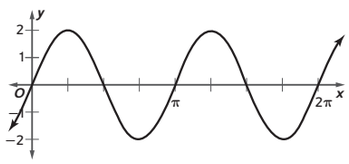
A 0
B $\frac{1}{2}$
C 1
D 1.5
E لا يمكن التحديد بالمعطيات المتوفرة.

64. **مراجعة** إذا كانت $\tan x = \frac{10}{24}$ في الشكل التالي ، فما $\sin x$ و $\cos x$؟ G



F $\sin x = \frac{26}{10}$ و $\cos x = \frac{24}{26}$
G $\sin x = \frac{10}{26}$ و $\cos x = \frac{24}{26}$
H $\sin x = \frac{26}{10}$ و $\cos x = \frac{26}{24}$
J $\sin x = \frac{26}{10}$ و $\cos x = \frac{26}{24}$

65. حدد المعادلة التي يمثلها التمثيل البياني. C



A $y = \frac{1}{2}\sin 4x$
B $y = \frac{1}{4}\sin 2x$
C $y = 2\sin 2x$
D $y = 4\sin\frac{1}{2}x$

66. **مراجعة** إذا كانت $\cos\theta = \frac{8}{17}$ وضلع الإنتهاء للزاوية يقع في الربع IV. ما القيمة الدقيقة لـ $\sin\theta$؟ H

F $-\frac{15}{8}$
G $-\frac{17}{15}$
H $-\frac{15}{17}$
J $-\frac{8}{15}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب كتابة كيفية الربط بين درس اليوم والدرس السابق حول التمثيل البياني للدوال المثلثية غير دالة الـ Sine ودالة الـ Cosine للزاوية.

إجابات إضافية

46. $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan\theta = -1, \csc\theta = \sqrt{2}, \sec\theta = -\sqrt{2}, \cot\theta = -1$

47. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{17}}{17}, \cos\theta = \frac{4\sqrt{17}}{17}, \tan\theta = -\frac{1}{4}, \csc\theta = -\sqrt{17}, \sec\theta = \frac{\sqrt{17}}{4}, \cot\theta = -4$

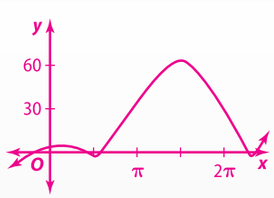
48. $\sin\theta = -\frac{9\sqrt{106}}{106}, \cos\theta = -\frac{5\sqrt{106}}{106}, \tan\theta = \frac{9}{5}, \csc\theta = -\frac{\sqrt{106}}{9}, \sec\theta = -\frac{\sqrt{106}}{5}, \cot\theta = \frac{5}{9}$

49. $\sin\theta = \frac{5\sqrt{41}}{41}, \cos\theta = \frac{4\sqrt{41}}{41}, \tan\theta = \frac{5}{4}, \csc\theta = \frac{\sqrt{41}}{5}, \sec\theta = \frac{\sqrt{41}}{4}, \cot\theta = \frac{4}{5}$

55. 3 أصفار حقيقية ونقطتا تحول؛ 4−، و 0، و 2

التدريس المتمايز BL

التوسع ارسم بيانيًا. $y = 4\cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) - (3\sin x - 3)2x$



UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 184 12/15/2016 11:40:49 PM

3-4 مختبر تقنية التمثيل البياني
مجموع منحنيات sine وفروقها

الهدف

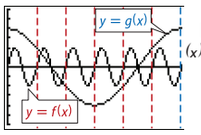
- تمثيل فترات مجموع وفروق منحنيات لـ sin بيانيًا. وفحصها.

كثيرًا ما يكون التمثيل البياني لمجموع وفروق اثنين من منحنيات لـ sin فترات مختلفة عن التمثيلات البيانية للدوال الأصلية.

النشاط 1 مجموع منحنيات لـ sine

حدد الفترة الفاصلة المشتركة التي يكمل فيها كل من $f(x) = 2 \sin 3x$ و $g(x) = 4 \cos \frac{x}{2}$ عددًا كليًا من الدورات. ومثّل بيانيًا $h(x) = f(x) + g(x)$، ثم حدد دورة الدالة.

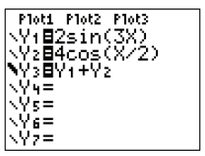
الخطوة 1 أدخل $f(x)$ لـ Y1 و$g(x)$ لـ Y2. ثم اضبط النافذة إلى أن يكمل كل تمثيل بياني دورة مكتملة أو أكثر في الفترة نفسها. وتكون $[0, 4\pi]$ إحدى الفترات الفاصلة التي يحدث فيها ذلك. في هذه الفترة، تُكمل $g(x)$ دورة كاملة، وتُكمل $f(x)$ ست دورات كاملة.

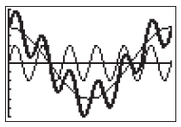


$[0, 4\pi]$ scl: π by $[-6, 6]$ scl: 1

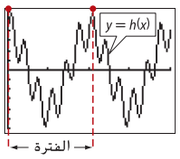
الخطوة 2 لتمثيل $h(x)$ بيانيًا مثل Y3. أسفل القائمة VARS، اختر Y-VARS. الدالة، ثم Y1 لإدخال Y1. ثم اضغط + واختر Y-VARS. الدالة، وY2 لإدخال Y2.

الخطوة 3 مثّل بيانيًا كلاً من $f(x)$ و$g(x)$ و $h(x)$ **على الشاشة** نفسها. ولتمييز التمثيل البياني لـ $h(x)$، مرّر إلى يسار علامة يساوي بجانب Y. ثم اضغط على ENTER. ثم مثّل الدوال بيانيًا باستخدام النافذة نفسها كما في الأعلى.




$[0, 4\pi]$ scl: π by $[-6, 6]$ scl: 1

الخطوة 4 عن طريق ضبط شكل المحور الأفقي x من $[0, 4\pi]$ إلى $[0, 8\pi]$ لمراقبة نمط: $h(x)$ الكامل؛ حيث يمكننا رؤية أن دورة مجموع المحورين الجيبين هي 4π.



$[0, 8\pi]$ scl: 2π by $[-6, 6]$ scl: 1

نصيحة تقنية
إخفاء التمثيلات البيانية مرر حتى علامة يساوي، ثم اضغط على enter لإخفاء التمثيل البياني.

تمارين

حدد فترة مشتركة يُكمل فيها كل من $f(x)$ و$g(x)$ عددًا مكتملاً من الدورات. ومثّل بيانيًا $a(x) = f(x) + g(x)$ و$b(x) = f(x) - g(x)$، ثم حدد دورة الدالة. **6–1. انظر في ملحق إجابات الوحدة 3.**

1. $f(x) = 4 \sin 2x$, $g(x) = -2 \cos 3x$
2. $f(x) = \sin 8x$, $g(x) = \cos 6x$
3. $f(x) = 3 \sin (x - \pi)$, $g(x) = -2 \cos 2x$
4. $f(x) = \frac{1}{2} \sin 4x$, $g(x) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
5. $f(x) = \frac{1}{4} \cos \frac{x}{2}$, $g(x) = -2 \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
6. $f(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x$, $g(x) = 3 \cos 2x$
7. **التخمين:** اشرح كيف يمكن استخدام دورات منحنيي الـ cos , sin لإيجاد دورة مجموع أو فرق هذه المنحنيات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف التمثيل البياني لمجموع وفرق منحنيات الجيب.

نصيحة للتدريس

اشرح للطلاب أن إضافة وطرح الأشكال الموجية لها تطبيقات عديدة في الحياة اليومية. ففي الفيزياء، على سبيل المثال، تتداخل الموجات الميكانيكية، مثل موجات الصوت والموجات في الماء، عندما تحتل موجتان الحيز نفسه في وقت واحد. عند إضافة سعتين من الموجتين، يحدث تداخل بنَّاء. وعند طرح السعتين، يحدث تداخل هدَّام.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الصف إلى مجموعات ثنائية مع الحرص على اختيار الطلاب أصحاب المهارات المختلفة. اطلب من المجموعات الثنائية التعاون في كل خطوة من خطوات النشاط.

تدريب اطلب من الطلبة إتمام التمرينات من 1 إلى 7.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 1 لتحديد ما إذا كان الطلاب يفهمون كيفية التمثيل البياني لمجموع وفرق اثنين من منحنيات الجيب.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص ما تعلموه حول جمع وطرح اثنين من منحنيات الجيب. اطلب من الطلاب تقديم أمثلة تبين كيفية تأثر سعة منحنى الجيب الأصلي وفترته وتكراره.

توسيع المفهوم

اطلب من الطلاب تمثيل $y = \tan x$ و $y = \sin x$ بيانيًا على شبكة إحداثيات. واطلب منهم بعدئذٍ جمع وطرح الدالتين.

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 185 12/15/2016 11:40:50 PM

الوحدة 3 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 1-3 إلى 3-4

التقويم التكويني

استخدام اختبار نصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها خطأً، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

إجابات إضافية

1. $\sin\theta = \frac{12}{13}$, $\cos\theta = \frac{5}{13}$, $\tan\theta = \frac{12}{5}$, $\csc\theta = \frac{13}{12}$, $\sec\theta = \frac{13}{5}$, $\cot\theta = \frac{5}{12}$

2. $\sin\theta = \frac{6\sqrt{85}}{85}$, $\cos\theta = \frac{7\sqrt{85}}{85}$, $\tan\theta = \frac{6}{7}$, $\csc\theta = \frac{\sqrt{85}}{6}$, $\sec\theta = \frac{\sqrt{85}}{7}$, $\cot\theta = \frac{7}{6}$

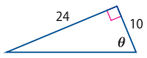
19. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{21}}{5}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{21}}{2}$, $\csc\theta = -\frac{5\sqrt{21}}{21}$, $\sec\theta = -\frac{5}{2}$, $\cot\theta = \frac{2\sqrt{21}}{21}$

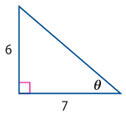
24c. الإجابة النموذجية: ستزيد فترة التذبذب لأن الكتلة m تزيد، والكسر $\frac{k}{m}$ ينخفض. فترة تذبذبات الكتلة تساوي $2\pi \div \sqrt{\frac{k}{m}}$، وهي تزيد بزيادة m.

الوحدة 3 اختبار نصف الوحدة

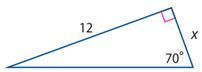
الدروس من 1-3 إلى 3-4

أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست لـ θ. (الدرس 1-3) 1-2. انظر الهامش.

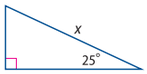
1.


2.


أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (الدرس 1-3)

3.


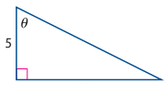
4.4

4.


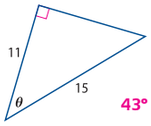
22.1

5. **الظلال** شجرة صنوبر تلقي بظلها على مسافة 7.9 قدم عند تعامد الشمس بزاوية 80° أعلى الأفق. (الدرس 1-3)
   a. أوجد ارتفاع الشجرة. نحو 45 ft.
   b. وبعدها في اليوم نفسه، شخص طوله 6 أقدام بلغ ظله 6.7 قدم. ففي أي زاوية تكون الشمس عمودية على الأفق؟ نحو 42°

أوجد قياس زاوية θ. قرّب إلى أقرب درجة، إن تطلب الأمر. (الدرس 1-3)

6.


63°

7.


43°

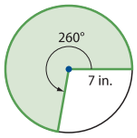
8. اكتب $\frac{2\pi}{9}$ بالدرجات. (الدرس 2-3) 40°

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم أوجد مع الرسم زاوية موجبة وزاوية سالبة مشتركة مع ضلع الانتهاء والزاوية المُعطاة. (الدرس 2-3) 9–10. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

9. $\frac{3\pi}{10}$

10. $-22°$

11. **الاختيار من متعدد:** أوجد المساحة بالتقريب للمنطقة المظللة. (الدرس 2-3) D



A $12.2\ in^2$
B $42.8\ in^2$
C $85.5\ in^2$
D $111.2\ in^2$

12. **السفر** تتحرّك سيارة بسرعة 55 ميلاً في الساعة على إطارات تقاس بـ 2.6 قدم في القطر. أوجد سرعة زاوية الإطارات بالتقريب بمقياس راديان في الدقيقة. (الدرس 2-3) 3723 rad/min

ارسم كل زاوية. ثم أوجد زاوية الإسناد الخاصة بها. (الدرس 3-3)

13. 175°

14. $\frac{21\pi}{13}$

13–14. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير. إن لم تكن محددة، فاكتب غير محددة. (الدرس 3-3)

15. $\cos 315°$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

16. $\sec\frac{3\pi}{2}$ غير محددة

17. $\sin\frac{5\pi}{3}$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. $\tan\frac{5\pi}{6}$ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست لـ θ. (الدرس 3-3)

19. $\cos\theta = -\frac{2}{5}$، حيث $\sin\theta < 0$ و $\tan\theta > 0$ انظر الهامش.

20. $\cot\theta = \frac{4}{3}$، حيث $\cos\theta > 0$ و $\sin\theta > 0$
$\sin\theta = \frac{3}{5}$, $\cos\theta = \frac{4}{5}$, $\csc\theta = \frac{5}{3}$, $\sec\theta = \frac{5}{4}$, $\tan\theta = \frac{3}{4}$

حدد السعة، والدورة، والتكرار وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم ارسم دورتين كاملتين للدالة. (الدرس 3-4)

21. $y = -3\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

22. $y = 5\cos 2x - 2$

21–22. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

23. **الاختيار من متعدد:** أي هذه الدوال لها التمثيل البياني نفسه مثل $y = 3\sin(x - \pi)$؟ (الدرس 3-4) F

F $y = 3\sin(x + \pi)$
H $y = -3\sin(x - \pi)$
G $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
J $y = -3\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

24. **النابض:** يمكن تمثيل تحرك جسم متصل بنابض يتذبذب عبر موضعه الأصلي بـ $x(t) = A\cos\omega t$؛ حيث A هي الإزاحة الأولية من موضع السكون، وω ثابت يعتمد علي النابض وكتلة الجسم المتصل بالنابض، و t هو الزمن بالثواني. (الدرس 3-4)
   a. مثِّل حركة الجسم المتصل بالنابض بيانيًا، مع إزاحة 4 سنتيمترات؛ حيث $\omega = 3$. انظر ملحق إجابات الوحدة 3
   b. ما المدة التي يستغرقها الجسم للعودة إلى الموضع الأوّلي للمرة الأولى؟ تقريبًا 2.1 s
   c. إذا كان الثابت ω يساوي $\sqrt{\frac{k}{m}}$؛ حيث k ثابت النابض، و m كتلة الجسم. كيف يمكن أن تؤثر زيادة كتلة الجسم في فترة ذبذبته؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

25. **العوامة:** إذا كان ارتفاع جهاز الإرسال الملحق بالعوامة على مستوى سطح البحر بالأقدام يُمثَّل بواسطة $h = a\sin bt + \frac{11}{2}$. وفي المياه الهائجة، يتراوح الارتفاع بين قدم واحدة و10 أقدام، مع 4 ثوانٍ بين كل دورة. أوجد قيم a و b. $a = 4.5$, $b = \frac{\pi}{2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math_Grade11_ADVM_T_C03_v2_718375.indb 186 12/15/2016 11:40:52 PM