

دوال القوة والدوال الجذرية

لماذا؟

الحالي

السابق

تستخدم الجسور المعلقة لمد الجسور لمسافات طويلة من خلال تعليق السطح الرئيس للجسر باستخدام الكابلات الفولاذية. تمثل دالة قطر الكابل التي يمكن تمثيلها بدالة أسية مقدار الوزن الذي يمكن أن يتحمله الكابل الفولاذي.

1 تمثيل دوال القوة بيانياً وتحليلها.
2 تمثيل الدوال الجذرية بيانياً وتحليلها وحل المعادلات الجذرية.

• فمت بتحليل الدوال الرئيسة ومجموعاتها من التمثيل البياني. (الدرس 1-6)

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-1 تحليل الدوال الأصلية ومجموعات التمثيلات البيانية الخاصة بها.

الدرس 2-1 تمثيل الدوال القوة بيانياً وحللها. وتمثيل الدوال الجذرية بيانياً وتحليلها وحل المعادلات الجذرية.

بعد الدرس 2-1 تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانياً وتحليلها.

مفردات جديدة

دالة القوة
power function
الدالة أحادية الحد
monomial function
الدالة الجذرية
radical function
الحل الدخيل
extraneous solution

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ بالدرس.

أسأل:

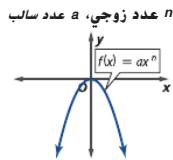
■ هل يمكن أن يكون قطر كابل من الصلب أصغر من أو يساوي 0 بوصة؟ اشرح. لا، الطول موجب دائماً.

■ ما شكل التمثيل البياني لبيانات تقارن قطر الكابل بمقدار الوزن الذي يمكن أن يتحمله؟

الإجابة النموذجية: منحنى بدون نقاط تقاطع، يزيد من اليسار إلى اليمين.

المفهوم الأساسي الدوال أحادية الحد

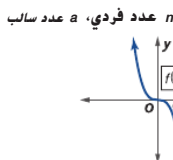
لنفترض أن $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح موجب.



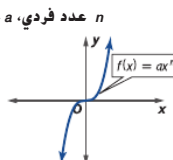
n عدد زوجي، a عدد سالب
المجال: $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحورين x و y :
 $x \in \mathbb{R}$ متصلة على
التقاطع مع المحور الرأس y
القيمة العظمى: 0
متزايدة: $(-\infty, 0)$
متناقصة: $(0, \infty)$
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$



n عدد زوجي، a عدد موجب
المجال: $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحورين x و y :
 $x \in \mathbb{R}$ متصلة على
التقاطع مع المحور الرأس y
القيمة الصغرى: 0
متزايدة: $(0, \infty)$
متناقصة: $(-\infty, 0)$
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$



n عدد فردي، a عدد سالب
المجال: $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحورين x و y :
 $x \in \mathbb{R}$ متصلة على
التقاطع مع المحور الرأس y
القيم القصوى: لا يوجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$



n عدد فردي، a عدد موجب
المجال: $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحورين x و y :
 $x \in \mathbb{R}$ متصلة على
التقاطع مع المحور الرأس y
القيم القصوى: لا يوجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

تكون الدوال أحادية الحد ذات الدرجة الزوجية زوجية أيضًا إذا كان $f(-x) = f(x)$ وبالمثل، تكون الدوال أحادية الحد ذات الدرجة الفردية فردية أيضًا. أو $f(-x) = -f(x)$

مثال 1 تحليل الدوال أحادية الحد

مثل كل دالة بيانيًا وحلليها. وضح المجال والهدى والتناظرات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

a. $f(x) = \frac{1}{2}x^4$

جد قيمة الدالة لعدة قيم x في مجالها. ثم استخدم منحنيًا سلسًا لتوصيل كل من هذه النقاط لإكمال التمثيل البياني.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	40.5	8	0.5	0	0.5	8	40.5

المجال: $(-\infty, \infty)$ ؛ الهدى: $[0, \infty)$

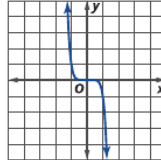
التقاطع حول المحور y : 0

السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$

تناقص: $(-\infty, 0)$ ؛ تزايد: $(0, \infty)$

b. $f(x) = -x^7$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	2,187	128	1	0	-1	-128	-2,187

المجال: $(-\infty, \infty)$ ؛ الهدى: $(-\infty, \infty)$

لتناظر حول النقطة: $(0,0)$

السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$

تناقص: $(-\infty, \infty)$

تمرين موجّه 1A-B. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

1A. $f(x) = 3x^6$

1B. $f(x) = -\frac{2}{3}x^5$

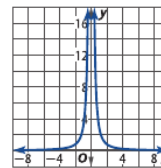
تذكر أن $f(x) = \frac{1}{x}$ أو x^{-1} غير معرفة عندما $x = 0$. وبالمثل، $f(x) = x^{-2}$ و $f(x) = x^{-3}$ ليس لهما تعريف عند $x = 0$. ونظرًا لأن دالة القوة يمكن أن تكون غير معرفة عندما تكون $n < 0$ ، فسوف تحتوي التمثيلات البيانية لهذه الدوال على انقطاعات.

مراجعة المفردات
دوال المقلوب (Reciprocal Functions)
 تُكتب الدوال المقلوبة بالصيغة $f(x) = \frac{a}{x}$

مثال 2 الدوال ذات الأسس السالبة

مثل كل دالة بيانيًا وحلليها. وضح المجال والهدى والتناظرات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

a. $f(x) = 3x^{-2}$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	$0.\bar{3}$	0.75	3	غير محدد	3	0.75	$0.\bar{3}$

المجال: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ؛ الهدى: $(0, \infty)$

نقاط التقاطع: لا توجد

السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

الاتصال: انفصال لانهازي عند $x = 0$

متزايدة: $(-\infty, 0)$ ؛ متناقصة: $(0, \infty)$

87

■ كيف يمكنك أن تستخدم الدالة التي تمثل نموذجًا للبيانات للتنبؤ بالوزن الذي يمكن أن يتحمله كابل بقطر 3 أقدام؟ **جد قيمة الدالة لقيمة مدخل تبلغ 3 أقدام.**

1 دوال القوة

الأمثلة 1-3 توضح كيفية التمثيل البياني للدوال الأسية وتحليلها مع وصف المجال والهدى ونقاط التقاطع وسلوك النهاية والاتصال ومواضع تزايد أو تناقص الدالة. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام حاسبة التمثيلات البيانية لإيجاد دالة قوة لوضع نموذج لمجموعة بيانات.

التقييم التكويني

استخدم التمرينات الواردة في الجزء "تمرين موجّه" بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 ارسم كل دالة بيانيًا وحلليها. وضح

المجال والهدى ونقاط التقاطع وسلوك النهاية والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

a. $f(x) = \frac{1}{2}x^6$

$D = (-\infty, \infty)$;

$R = [0, \infty)$

نقطة التقاطع: 0 ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ و

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ؛ متصل

لجميع الأعداد الحقيقية؛

التناقص: $(-\infty, 0)$ ؛

التزايد: $(0, \infty)$

b. $f(x) = -x^5$

$D = (-\infty, \infty)$;

$R = (-\infty, \infty)$ ؛ نقطة

التقاطع: 0 ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ و

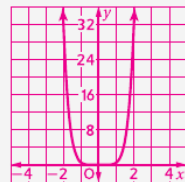
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ ؛ متصل

لجميع الأعداد الحقيقية؛

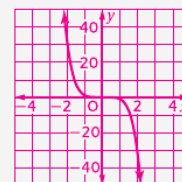
التناقص: $(-\infty, \infty)$

إجابات إضافية (مثال آخر)

1a.

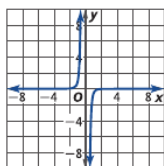


1b.



b. $f(x) = -\frac{3}{4}x^{-5}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	0.0031	0.0234	0.75	غير محدد	-0.75	-0.0234	-0.0031



المجال: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ البدي: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
نقاط التناظر: لا توجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
الاتصال: انقطاع لا نهائي عند $x = 0$
متزايدة: $(0, \infty)$ و $(-\infty, 0)$

تمرين موجّه 2A-B. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

2A. $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-4}$

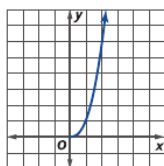
2B. $f(x) = 4x^{-3}$

نذكر أن $x^{\frac{p}{n}}$ تشير إلى الجذر النوني للعدد x ، و $x^{\frac{p}{n}}$ حيث $\frac{p}{n}$ في أبسط صورة، تشير إلى الجذر النوني n لـ x^p .
بما أن n عدد صحيح زوجي، إذن، يجب قصر المجال على القيم غير السالبة.

مثال 3 الأسس النسبية

مثّل كل دالة بيانيًا وحلّليها. وضح المجال والبدي ونقاط التناظر والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

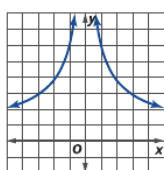
a. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$



x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	0	1	5.657	15.588	32	55.902	88.182

المجال: $[0, \infty)$ البدي: $[0, \infty)$
تقاطع المحاور: x و y
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
الاتصال: متصلة في $[0, \infty)$
متزايدة: $(0, \infty)$

b. $f(x) = 6x^{-\frac{2}{3}}$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	2.884	3.780	6	غير محدد	6	3.780	2.884

المجال: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ البدي: $(0, \infty)$
نقاط التناظر: لا توجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
الاتصال: انقطاع لا نهائي عند $x = 0$
متزايدة: $(-\infty, 0)$ متناقصة: $(0, \infty)$

تمرين موجّه 3A-B. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

3A. $f(x) = 2x^{\frac{3}{4}}$

3B. $f(x) = 10x^{\frac{5}{3}}$

مثال إضافي

2. مثّل كل دالة بيانيًا وحلّليها. وضح المجال والبدي ونقاط التناظر والسلوك النهاية والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

a. $f(x) = 2x^{-4}$

$D = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$;

$R = (0, \infty)$; لا توجد نقطة

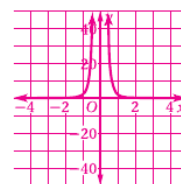
تقاطع: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$; انقطاع لا

نهائي عند النقطة $x = 0$;

التزايد: $(-\infty, 0)$; التناقص:

$(0, \infty)$



b. $f(x) = 2x^{-3}$

$D = (-\infty, 0) \cup$

$(0, \infty)$; $R = (-\infty, 0) \cup$

$(0, \infty)$; لا توجد نقطة

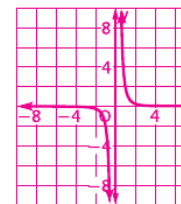
تقاطع: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$;

انقطاع لا نهائي عند النقطة

$x = 0$;

التناقص: $(-\infty, 0)$ و $(0, \infty)$



التركيز على محتوى الرياضيات

الدوال دالة القوة هي أي دالة بالصيغة

$f(x) = ax^n$ ، حيث a و n أعداد ثابتة حقيقية غير صفرية. أما الدالة أحادية الحد فهي دالة قوة يكون فيها n عددًا صحيحًا موجبًا. ويعد التمثيل البياني للدالة أحادية الحد ذات الدرجة الزوجية مائلًا من حيث المحور y . ويعد التمثيل البياني للدالة

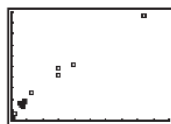
التدريس باستخدام التكنولوجيا

السبورة التفاعلية اطلب من الطلاب حل الأمثلة الموضحة على السبورة وحفظ حلولهم كملاحظات ثم نشرها على موقع الإنترنت الخاص بالفصل. وقد يساعد ذلك الطلاب في التركيز على الدرس بدلاً من نسخ الملاحظات لكل نوع من الدوال أحادية الحد.

علم الأحياء تمثل البيانات التالية معدل الأيض أثناء الراحة R بالكيلو كالوري في اليوم الواحد للكتلة m بالكيلوجرامات للعديد من الحيوانات.

<i>m</i>	0.3	0.4	0.7	0.8	0.85	2.4	2.6	5.5	6.4	6
<i>R</i>	28	35	54	66	46	135	143	331	293	292
<i>m</i>	7	7.9	8.41	8.5	13	29.3	29.8	39.5	83.6	
<i>R</i>	265	327	346	363	520	956	839	1,036	1,948	

المصدر: مجلة الجمعية الأمريكية للأنثروبولوجيا



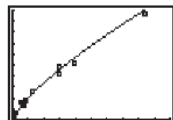
[0, 100] scl: 10 by [0, 2000] scl: 200

a. صهم مخطط انتشار للبيانات.

بذلك، اختبر نموذج انحدار أسيا.

b. اكتب دالة كثيرة الحدود لتمثيل مجموعة البيانات. قرب كل معامل إلى أقرب ألف واذكر معامل الارتباط.

يستخدم PwrReg أداة حاسبة التمثيل البياني وتقريب كل معامل إلى أقرب ألف ينتج $f(x) = 69.582x^{0.75}$. معامل الارتباط r للبيانات، 0.995 يشير إلى أن الانحدار الأسّي قد يُظهر البيانات بشكل دقيق.



[0, 100] scl: 10 by [0, 2000] scl: 200

c. استخدم المعادلة للتنبؤ بمعدل الأض في وقت الراحة لحيوان يبلغ وزنه 60 كيلوجرامًا.

يستخدم ميزة CALC على الآلة الحاسبة لإيجاد $f(60)$. قيمة $f(60)$ تساوي 1,554 تقريبًا، إذاً، معدل الأيض في وقت الراحة لحيوان وزنه 60 كيلوجرامًا يساوي 1,554 كيلو كالوري تقريبًا.

تمرین موجہ

4. **السيارات** يوضح الجدول مسافة الكبح مقدرة بالأقدام، في عدة سرعات تقدر بالميل في الساعة، لسبارة محددة تسير على طريق باس ميهيد جيداً.

السرعة	70	60	50	40	30	20	10
المسافة	204.9	150.5	104.5	66.9	37.6	16.7	4.2

A. صمم مخطط انتشار للبيانات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

B. حدد دالة أسية لتمثيل البيانات.

C. تبدأ بمسافة الكبح لسيرة تسب بسرعة قدرها 80 كيلومترا في الساعة. نحو 267.6 ft

2 الدوال الجذرية

تعبير ذو أسس نسبية يمكن كتابته بصيغة جذرية.

$$\frac{\text{صيفة جذرية}}{\sqrt[n]{x^p}} = \frac{\text{صيفة أسية}}{x^{\frac{p}{n}}}$$

تتمثل دوال القوة ذات الأسس النسبية القاعدة الأساسية للدوال الجذرية. **الدالة الجذرية** هي دالة يمكن كتابتها بالصيغة $f(x) = \sqrt[n]{x^p}$ حيث n و p عددان صحيحان موجبان أكبر من العدد 1 وليس لهما أي عوامل مشتركة. وفيما يلي بعض الأمثلة على الدوال الجذرية.

$$f(x) = 3\sqrt{5x^3}$$

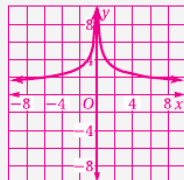
$$f(x) = -5\sqrt[3]{4x^3 - 3x^2 - 1}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x+18} + \frac{1}{2}x - 7$$

89

إجابات إضافية (أمثلة أخرى)

3b.



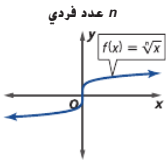
4b.



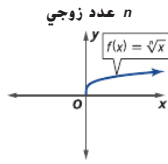
[70.2, 91.8] scl: 1.5 & [9.81, 19.19] scl: 1

المفهوم الأساسي الدوال الجذرية

لنفترض أن f دالة جذرية $f(x) = \sqrt[n]{x}$ حيث n عدد صحيح موجب.



المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$
تقاطع المحاورين x و y : 0
الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$
التناظر: نقطة الأصل
القيم القصوى: لا توجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

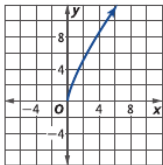


المجال والمدى: $[0, \infty)$
تقاطع المحاورين x و y : 0
الاتصال: متصلة في $[0, \infty)$
التناظر: لا يوجد
القيم القصوى: القيمة الصغرى المطلقة عند $(0, 0)$
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

مثال 5 التمثيل البياني للدوال الجذرية

مثّل كل دالة بيانيًا وحللها. وضح المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال. وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

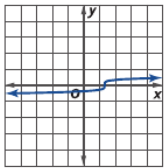
a. $f(x) = 2\sqrt{5x^3}$



x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	2.99	5.03	6.82	8.46	10

المجال والمدى: $[0, \infty)$
تقاطع المحاورين x و y : 0
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
الاتصال: متصلة في $[0, \infty)$
متزايدة: $(0, \infty)$

b. $f(x) = \frac{1}{4}\sqrt{6x-8}$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-0.48	-0.46	-0.42	-0.38	-0.29	0.33	0.40

المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحور الأفقي x : $\frac{4}{3}$
التقاطع مع المحور الرأسي y : حوالي -0.38
السلوك الطرفي: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$
متزايدة: $(-\infty, \infty)$

تمرين موجه 5A-B. انظر الهامش.

5A. $f(x) = -\sqrt{12x^2 - 5}$

5B. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[3]{2x^3 - 16}$

انتبه!

الدوال الجذرية تذكر أنه إذا كان n عددًا زوجيًا، فستكون هناك قيود على المجال والمدى.

2 الدوال الجذرية

المثال 5 يوضح كيفية التمثيل البياني للدوال الجذرية وتحليلها. مع توضيح المجال والمدى ونقاط التقاطع وسلوك النهاية والاتصال وفترات تزايد أو تناقص الدوال في الصيغة $f(x) = \sqrt[n]{x^p}$.
المثال 6 يوضح كيفية حل المعادلات الجذرية. مع استبعاد الحلول الدخيلة.

مثال إضافي

5 مثّل كل دالة بيانيًا وحللها. وضح

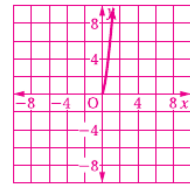
المجال والمدى ونقاط التقاطع وسلوك النهاية والاتصال. وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$f(x) = 5\sqrt{2x^3}$ D = $[0, \infty)$

التقاطع: 0 ; $R = [0, \infty)$

متصل في $(0, \infty)$

متصل في $(0, \infty)$



b. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[5]{3x-4}$

D = $(-\infty, \infty)$

R = $(-\infty, \infty)$

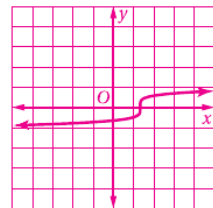
التقاطع مع المحور الأفقي x : $\frac{4}{3}$

الرأسي y : حوالي -0.6598

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

لجميع الأعداد الحقيقية; $(-\infty, \infty)$



المتعلمون بطريقة التواصل اجعل الطلاب يعملوا في مجموعات لمقارنة حل المعادلات الجذرية بحل المعادلات التربيعية. اجعل المجموعات تكتب أو تقدم عرضًا تقديميًا موجزًا عن أوجه الاختلاف والشبه في عمليات الحل.

مثال إضافي

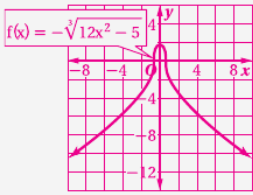
6 جـد حل كل من المعادلات التالية.

- a. $2x = \sqrt{28x + 29} - 3$ -1, 5
 b. $12 = \sqrt[3]{(x-2)^2} + 8$ 10, -6
 c. $\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-12}$ 8

نصائح للمعلمين الجدد

حلول دخيلة ذكر الطلاب بأن هناك احتمالاً لظهور حلول دخيلة نتيجة للتربيع. لذا، يجب مراجعة أي حل محتمل.

إجابات إضافية (تمرين موجه)



5A

$D = (-\infty, \infty)$,
 $R = (-\infty, \sqrt[3]{5}]$; نقاط التقاطع مع المحور الأفقي $x: \frac{\sqrt{15}}{6}$ و $-\frac{\sqrt{15}}{6}$ نقطة التقاطع مع

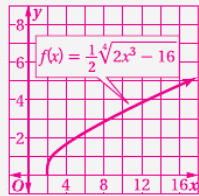
المحور الرأسي $y: \sqrt[3]{5}$;

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ و

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; متصل لجميع

الأعداد الحقيقية؛ التزايد؛

$(-\infty, 0)$ ؛ التناقص؛ $(0, \infty)$



5b

$D = [2, \infty)$, $R = [0, \infty)$

نقطة التقاطع مع المحور الأفقي

$x: \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$; متصل عند

$(2, \infty)$ ؛ التزايد؛ $(\infty, 2)$

كما هو الحال مع الدوال الجذرية، المعادلة الجذرية هي أي معادلة يكون فيها المتغير متضمنًا في الجذور. لحل معادلة جذرية، اعزل أولاً التعبير الجذري. ثم ارفع كل طرف من طرفي المعادلة إلى أس يساوي دليل الجذر للتخلص من الجذر. ينتج أحياناً عن رفع كل طرف من طرفي المعادلة إلى أس حلولاً دخيلة. أو حلولاً لا تحقق المعادلة الأصلية. من المهم التحقق من أن الحلول ليست دخيلة.

مثال 6 حل المعادلات الجذرية

حل كل من المعادلات التالية.

a. $2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$
 $2x + 2 = \sqrt{100 - 12x}$
 $4x^2 + 8x + 4 = 100 - 12x$
 $4x^2 + 20x - 96 = 0$
 $4(x^2 + 5x - 24) = 0$
 $4(x + 8)(x - 3) = 0$
 $x - 3 = 0 \quad x + 8 = 0$
 $x = -8 \quad x = 3$
 تحقق $x = -8$
 $2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$
 $-16 \stackrel{?}{=} \sqrt{100 - 12(-8)} - 2$
 $-16 \stackrel{?}{=} \sqrt{196} - 2$
 $-16 \neq 12 \quad \times$

المعادلة الأصلية

اعزل الجذر.

قم بتربيع كل طرف من طرفي المعادلة للتخلص من الجذر.

اطرح $100 - 12x$ من كل طرف.

حل.

حل.

خاصية الناتج الصفري

حل.

تحقق $x = 3$

$2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$
 $6 \stackrel{?}{=} \sqrt{100 - 12(3)} - 2$
 $6 \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - 2$
 $6 = 6 \quad \checkmark$

ثبت صحة أحد الحلول بينما الآخر لم تثبت صحته. إذا، الحل هو 3.

b. $\sqrt[3]{(x-5)^2} + 14 = 50$
 $\sqrt[3]{(x-5)^2} = 36$
 $(x-5)^2 = 46,656$
 $x - 5 = \pm 216$
 $x = 211 \text{ أو } -221$

المعادلة الأصلية

اعزل الجذر.

ارفع طرفي المعادلة إلى الأس 3 (الدليل هو 3).

خذ الجذر التربيعي لكل طرف.

اجمع 5 إلى كل طرف.

التحقق من الحلين في المعادلة الأصلية يؤكد أنهما صحيحان.

c. $\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{15-x}$
 $\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{15-x}$
 $x - 2 = 25 - 10\sqrt{15-x} + (15-x)$
 $2x - 42 = -10\sqrt{15-x}$
 $4x^2 - 168x + 1764 = 100(15-x)$
 $4x^2 - 168x + 1764 = 1500 - 100x$
 $4x^2 - 68x + 264 = 0$
 $4(x^2 - 17x + 66) = 0$
 $4(x-6)(x-11) = 0$
 $x - 11 = 0 \quad x - 6 = 0$
 $x = 11 \quad x = 6$

المعادلة الأصلية

قم بتربيع كل طرف.

اعزل الجذر.

قم بتربيع كل طرف.

استخدم خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة.

حل.

حل.

خاصية الناتج الصفري

حل.

التحقق من الحلول في المعادلة الأصلية يؤكد أن الحلين صحيحان.

تمرين موجه

6A. $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$ 1, 3 6B. $\sqrt[3]{4x+8} + 3 = 7$ 14 6C. $\sqrt{x+7} = 3 + \sqrt{2-x}$ 2

91

نصيحة دراسية
 العوامل المشتركة تذكر أنه يمكنك في بعض الأحيان تحليل المخاض المشترك قبل استخدام أي طريقة من طرق التحليل الأخرى.

انتبه!
 تربيع التعابير الجذرية انتبه أكثر عند تربيع $5 - \sqrt{15-x}$ ففي حين أنه يشابه مع طريقة "قوي" باستخدام التعابير ذات الجدين. إلا أن هناك بعض الاختلافات بينهما. تأكد من تقدير كل الحدود.

McGraw-Hill Education © محفوظة لجميع الحقوق

التعليم المتمايز

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية اجعل الطلاب يستخدموا برنامج مخطط انسيابي أو سبورة تفاعلية لإنشاء مخطط انسيابي يشرح كيفية حل معادلة جذرية. ذكر الطلاب بأنه يجب أن تشمل مخططاتهم الانسيابية على حلقة للخطوات التي يتضمنها عزل الجذور واستبعادها. ثم اجعل الطلاب يختبروا مخططاتهم الانسيابية باستخدام معادلات من تمارينات الممارسة.

3 تمارين





التقويم التكويني

استخدام التمارين 1-55 للتأكد من القيم

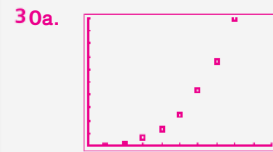
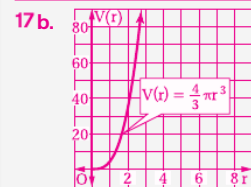
ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص
الواجبات للطلاب.

انتبه!

خطأ شائع في التمارين 30-33.

قد ينسى الطلاب مسح العناصر
المخزنة في L1 و L2 قبل إدخال
البيانات المقدمة لكل تمرين.ذكر الطلاب بأنه لكي يتم مسح
القوائم، يجب الضغط على   لنقل المؤشر على L1، ثم الضغط
على   لمسح كلتا
القائمتين.

إجابات إضافية

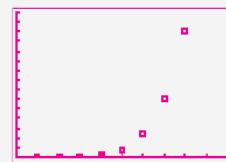


[0, 10] scl: 1 في [0, 1500] scl: 150

$$y = 3.54x^{2.89} \quad 30b$$

$$66,098.82 \text{ تقريباً} \quad 30c$$

$$31a$$



[0, 10] scl: 1 في [0, 150000] scl: 10000

$$y = 0.77x^{5.75} \quad 31b$$

$$235,906,039 \text{ تقريباً} \quad 31c$$

92 | الدرس 2-1 | دوال القوة والدوال الجذرية

مثل كل دالة بيانيًا وحلليها. وضّح المجال والبدى ونقاط التقاطع والسلوك
الطرفي والاتصال وفترات تزايد الدالة أو تناقصها. (المثالان 1 و 2)

1. $f(x) = 5x^2$ 2. $g(x) = 8x^5$ 3. $h(x) = -x^3$ 4. $f(x) = -4x^4$ 5. $g(x) = \frac{1}{3}x^9$ 6. $f(x) = \frac{5}{8}x^8$ 7. $f(x) = -\frac{1}{2}x^7$ 8. $g(x) = -\frac{1}{4}x^6$ 9. $f(x) = 2x^{-4}$ 10. $h(x) = -3x^{-7}$ 11. $f(x) = -8x^{-5}$ 12. $g(x) = 7x^{-2}$ 13. $f(x) = -\frac{2}{5}x^{-9}$ 14. $h(x) = \frac{1}{6}x^{-6}$ 15. $h(x) = \frac{3}{4}x^{-3}$ 16. $f(x) = -\frac{7}{10}x^{-8}$

17. الهندسة يتم إيجاد حجم الكرة باستخدام المعادلة $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$.حيث r هو نصف القطر. (مثال 1)

a. حدد مجال الدالة ومداها.

b. مثل الدالة بيانيًا. انظر الهامش.

$$17a. D = (0, \infty), R = (0, \infty)$$

مثل كل دالة بيانيًا وحلليها. وضّح المجال والبدى ونقاط التقاطع
والسلوك النهائي والاتصال وفترات تزايد الدالة أو تناقصها. (مثال 3)

18. $f(x) = 8x^{\frac{1}{4}}$ 19. $f(x) = -6x^{\frac{1}{5}}$ 20. $g(x) = -\frac{1}{5}x^{-\frac{1}{3}}$ 21. $f(x) = 10x^{-\frac{1}{6}}$ 22. $g(x) = -3x^{\frac{5}{4}}$ 23. $h(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{5}}$ 24. $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{4}}$ 25. $f(x) = x^{-\frac{2}{5}}$ 26. $h(x) = 7x^{\frac{5}{3}}$ 27. $h(x) = -4x^{\frac{7}{4}}$ 28. $h(x) = -5x^{-\frac{3}{2}}$ 29. $h(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{8}{5}}$

أكمل كلاً من الخطوات التالية. 30-31. انظر الهامش.

a. صمم مخطط انتشار للبيانات.

b. حدد دالة أسية لتتنبأ بالبيانات.

c. احسب قيمة كل نموذج عند $x = 30$. (المثال 4)

30.

x	y
1	4
2	22
3	85
4	190
5	370
6	650
7	1,000
8	1,500

31.

x	y
1	1
2	32
3	360
4	2,000
5	7,800
6	25,000
7	60,000
8	130,000

32. الفطس من المرتفعات في رياضة
الفطس من المرتفعات.
يؤدي الشتا فاسون ثلاث غطسات من ارتفاع
يبلغ 28 m.
يضع الحكام الفطاسين مجموعة نقاط
تبدأ من 0 إلى 10 نقاط حسب درجة
صعوبة الفطسة والقفزة والوضعية
والدخول في الماء. يوضح الجدول سرعة
الفطاس في مسافات متعددة أثناء
الفطس. (المثال 4)

a. صمم مخطط تشتت للبيانات.

b. حدد دالة أسية لتتنبأ بالبيانات.

$$f(x) = 4.42x^{0.5}$$

c. استخدم الدالة للتنبؤ بالسرعة التي سيدخل بها الفطاس إلى الماء
بعد القفز من على ارتفاع يبلغ 30 m.

حوالي 24.25 m/s

33. الفطس درجة حرارة تبريد الرياح
هي درجة الحرارة الظاهرة التي
تشعر بها على الجسم المكشوف
مع أخذ تأثير الرياح في الاعتبار.
يوضح الجدول درجة حرارة تبريد
الرياح الناتجة عن انطلاق الرياح
بسرعات متعددة عندما تكون
درجة الحرارة الفعلية 10°C
(المثال 4)

a. صمم مخطط تشتت للبيانات.

b. حدد دالة أسية لعمل نموذج
للبينات.

$$f(x) = 55.14x - 0.0797$$

c. استخدم الدالة للتنبؤ بدرجة حرارة تبريد الرياح عندما تصل سرعة
الهواء إلى 65 km/h.

حوالي 4.19°C

41-34. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

مثل كل دالة بيانيًا وحلليها. وضّح المجال والبدى ونقاط التقاطع والسلوك
الطرفي والاتصال وفترات تزايد الدالة أو تناقصها. (المثال 5)

34. $f(x) = 3\sqrt{6 + 3x}$ 35. $g(x) = -2\sqrt{1024 + 8x}$ 36. $f(x) = -\frac{3}{8}\sqrt{16x + 48} - 3$ 37. $h(x) = 4 + \sqrt{7x - 12}$ 38. $g(x) = \sqrt{(1 - 4x)^3} - 16$ 39. $f(x) = -\sqrt{(25x - 7)^2} - 49$ 40. $h(x) = \frac{1}{2}\sqrt[3]{27 - 2x} - 8$ 41. $g(x) = \sqrt{22 - x} - \sqrt{3x - 3}$

42. ميكانيكا البوانج يمكن تمثيل سرعة تدفق المياه عبر خرطوم له فوهة
باستخدام $V(P) = 12.1\sqrt{P}$ حيث V تمثل السرعة بالمتري في الثانية
و P تمثل قوة الضغط بالكيلوجرامات لكل سنتيمتر مربع. (المثال 5)

a-b. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

a. مثل بيانيًا السرعة عبر فوهة الخرطوم في صورة دالة ضغط.

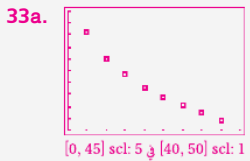
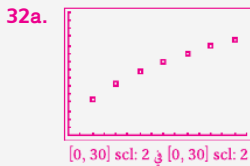
b. وضّح المجال والبدى والسلوك الطرفي واتصال الدالة وحدد ما إذا
كان تزايدًا أم تناقصًا.

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
AL	1-55, 82-103	82-99, زوجي 2-54
OL	62, 63-73, 74, 75, 77, 79, 80, 82-103	82-99, زوجي 56-80
BL	56-103	

92 | الدرس 2-1 | دوال القوة والدوال الجذرية

إجابات إضافية



56. نعم: الإجابة النموذجية: تتبع الدالة الصيغة $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح موجب.

في هذه الحالة، $a = \frac{5}{b}$ و $n = 4a$

57. نعم: الإجابة النموذجية: تتبع الدالة الصيغة $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح موجب.

في هذه الحالة، $a = -2a$ و $n = 4$

58. لا. الإجابة النموذجية: الدالة ليست دالة قوة لأن المتغير في الأس.

59. نعم: الإجابة النموذجية: تتبع الدالة الصيغة $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح موجب.

في هذه الحالة، $a = \frac{7}{3}$ و $n = ab$

60. نعم: الإجابة النموذجية: تتبع الدالة الصيغة $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح موجب.

في هذه الحالة، $a = \frac{1}{ab}$ و $n = 2b$

61. لا. الإجابة النموذجية: الدالة ليست دالة أحادية الحد لأن أس x سالب. الحجم متباين الضغط



حل كل من المتباينات فيما يلي.

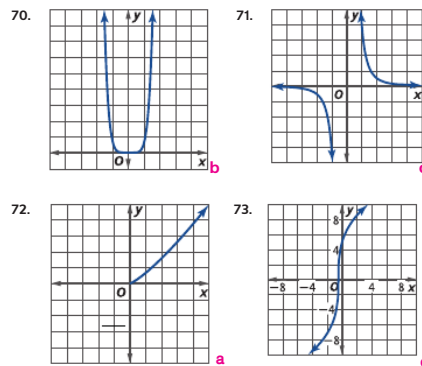
63. $\sqrt[3]{1040 + 8x} \geq 4$ $x \geq -2$ 64. $\sqrt[3]{41 - 7x} \geq -1$ $x \leq 6$
 65. $(1 - 4x)^{\frac{3}{2}} \geq 125$ $x \leq -6$ 66. $\sqrt{6 + 3x} \leq 9$ $x \leq 25$ $x \geq -2$
 67. $(19 - 4x)^{\frac{5}{3}} - 12 \leq -13x$ $x \geq 5$ 68. $(2x - 68)^{\frac{2}{3}} \geq 64$ $x \geq 290$

69. الكيمياء ينص قانون بويل على أن ضغط الغاز، عند درجة حرارة ثابتة، يتناسب عكسياً مع حجمه. تم عرض نتائج التجربة التي أجريت لاستكشاف قانون بويل.

الضغط (ضغط جوي)	الحجم (L)
3.65	1.0
2.41	1.5
1.79	2.0
1.46	2.5
1.21	3.0
1.02	3.5
0.92	4.0

- a. صمم مخطط نشأت للبيانات. انظر الهامش.
 b. حدد دالة أسية لتمثيل الضغط P كدالة حجم V .
 c. بناءً على المعلومات الواردة في عبارة المسألة، هل الدالة التي حددتها في الجزء b منطقية؟ اشرح. انظر الهامش.
 d. استخدم النموذج للتنبؤ بضغط الغاز إذا كان حجمًا 3.25. حوالي 1.12 جو
 e. استخدم النموذج للتنبؤ بضغط الغاز إذا كان حجمًا 6. حوالي 0.60 جو

طابق التمثيل البياني بالدالة المناسبة، دون استخدام الآلة الحاسبة.



a. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[3]{3x^5}$ b. $g(x) = \frac{2}{3}x^6$
 c. $h(x) = 4x^{-3}$ d. $p(x) = 5\sqrt[3]{2x + 1}$

93

43. العلوم الزراعية يُقدر صافي الطاقة NE_m اللازمة للحفاظ

على وزن جسم الباشية، بالميجا كالوري في اليوم، بهذه القاعدة $NE_m = 0.077 \sqrt[3]{m^3}$ ، حيث m تمثل كتلة وزن الحيوان بالكيلو جرام.

وكل ميجا كالوري واحد يعادل مليون سعر حراري. (المثال 6)

- a. جد صافي الطاقة اللازمة في اليوم الواحد للحفاظ على وزن ثور يصل إلى 400 كيلوجرام.
 حوالي 6.89 Mcal
 b. إذا تم توفير 0.96 ميجا كالوري من الطاقة لكل 500 جرام من الحبوب الكاملة، فما مقدار الحبوب التي يحتاجها ثور وزنه 400 كيلوجرام يوميًا للحفاظ على وزن الجسم؟ حوالي 7.18 lb

حل كل من المعادلات التالية. (المثال 6)

لا يوجد حل
 44. $4 = \sqrt{-6 - 2x} + \sqrt{31 - 3x}$ 45. $0.5x = \sqrt{4 - 3x} + 2$
 46. $-3 = \sqrt{22 - x} - \sqrt{3x - 3}$ 47. $\sqrt{(2x - 5)^3} - 10 = 17$ 7
 48. $\sqrt[4]{(4x + 164)^3} + 36 = 100$ 49. $x = \sqrt{2x - 4} + 2$ 2, 4
 50. $7 + \sqrt{(-36 - 5x)^3} = 250$ 51. $x = 5 + \sqrt{x + 1}$ 8
 52. $\sqrt{6x - 11} + 4 = \sqrt{12x + 1}$ 53. $\sqrt{4x - 40} = -20$
 لا يوجد حل
 54. $\sqrt{x + 2} - 1 = \sqrt{-2 - 2x}$ 55. $7 + \sqrt[3]{1054 - 40x} = 11$
 46. 13 48. 23⁻¹ 50. -9 52. 2, 10

حدد ما إذا كانت كل دالة أحادية الحد بشرط أن يكون a و b عددين صحيحين موجبين. اشرح استنتاجك.

56-61. انظر الهامش.
 56. $y = \frac{5}{b}x^{4a}$ 57. $G(x) = -2ax^4$
 58. $F(b) = 3ab^{5x}$ 59. $y = \frac{7}{3}t^{ab}$
 60. $H(t) = \frac{1}{ab}t^{\frac{4b}{2}}$ 61. $y = 4abx^{-2}$

62. علم الكيمياء يمكن استخدام الدالة $r = R_0(A)^{\frac{3}{2}}$ لتقريب نصف القطر النووي لعنصر بناءً على كتلته الجزيئية حيث r تمثل طول نصف القطر بالمتر و R_0 ثابت (حوالي 1.2×10^{-15} m). وأ A تمثل الكتلة الجزيئية.

العنصر	الكتلة الجزيئية
الكربون (C)	12.0
الهيليوم (He)	4.0
اليود (I)	126.9
الرصاص (Pb)	207.2
الصوديوم (Na)	?
الكبريت (S)	32.1

- a. إذا كان نصف القطر النووي لعنصر الصوديوم يبلغ حوالي 3.412×10^{-15} m، فما كتلته الجزيئية؟ 23.0
 b. نصف القطر التقريبي للعنصر يساوي 6.030×10^{-15} m. عرّف العنصر. البوتاسيوم
 c. نسبة الكتلة الجزيئية لعنصرين هي 27:8، فما نسبة أنصاف القطر النووي؟ 3:2

69c. الإجابة النموذجية: نعم؛ تقول المسألة إن الحجم يتناسب عكسياً مع الضغط، وفي دالة القوة، يكون الأس متغير الحجم -1.

AA02-052A-RD-880273

إجابات إضافية

84a. صحيحة، الإجابة النموذجية. يمكن

كتابة $f(x)$ بصيغة $\sqrt[n]{x^a}$ إذا كان b عددًا زوجيًا وكان a عددًا فرديًا. إذا $x \geq 0$ الجذر الزوجي للعدد السالب غير محدد.

84b. خطأ؛ الإجابة النموذجية: يمكن

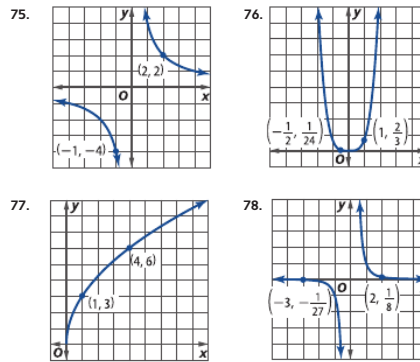
كتابة $f(x)$ بصيغة $\sqrt[n]{x^a}$ إذا كان b عددًا فرديًا وكان a زوجيًا، يكون $f(x)$ محددًا لكل x .

74. الكهرباء يمكن حساب الجهد الذي يستهلكه أي جهاز كهربائي، مثل

مشغل DVD، باستخدام $V = \sqrt{PR}$ ، حيث V تمثل الجهد وبطاس بالولت، P تمثل القدرة الكهربائية وتقاس بالوات، و R تمثل المقاومة وتقاس بالأوم. يمكن استخدام المعادلة $I = \sqrt{\frac{P}{R}}$ لحساب التيار. حيث I تمثل التيار بالأمبير.

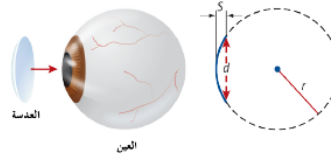
- a. إذا كان المصباح يستهلك 120 فولت ولديه مقاومة مقدارها 11 أوم، فما مقدار الطاقة التي يستهلكها المصباح؟ **1,309 أوم**
b. إذا كان مشغل DVD يعمل بتيار مقداره 10 أمبيرات ويستهلك من الطاقة 1,200 وات، فما مقدار مقاومة مشغل DVD؟ **12 أوم**
c. يعبر قانون أوم عن الجهد الكهربائي بدلالة شدة التيار والمقاومة. استخدم المعادلة المعطاة أعلاه لكتابة قانون أوم باستخدام الجهد والمقاومة وشدة التيار. **$V = IR$**

استخدم النقاط المذكورة لتحديد دالة القوة الموضحة بالتمثيل البياني.



79. البصريات تتيح العدسة اللاصقة ذات العمق المناسب الملازمة الجيدة

ونفاذ الأكسجين. يمكن حساب عمق العدسة باستخدام المعادلة $S = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ ، حيث S يمثل العمق و r يمثل نصف قطر التكور، و d يمثل القطر، وجميع الوحدات بالمليمتر.



- a. إذا كان عمق العدسة اللاصقة 1.15 mm ونصف قطر التكور 7.50 مليمترات، فما قطر العدسة اللاصقة؟ **7.98 mm**
b. إذا زاد عمق العدسة اللاصقة بمقدار 0.1 mm وقطر العدسة بساوي 8.2 mm، فما نصف قطر التكور المطلوب؟ **7.35 mm**
c. إذا كان نصف قطر التكور يبقى ثابتًا، فهل يزيد عمق العدسة اللاصقة أم ينقص إذا زاد القطر؟ **يزيد**

80. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تبحث في متوسط معدلات التغير لدوال القوة.

- a. التمثيل البياني بالنسبة إلى دوال القوة التي تكتب بالصيغة $f(x) = x^n$ مثل بيانيًا دالة لقيمة n حيث $0 < n < 1$ وقيمته n حيث $n > 1$
b. العرض الجدولي انسخ الجدول وأكمل، باستخدام تمثيلات بيانية من الجزء a لتحليل متوسط معدلات التغير للدوال حيث x تقترب من اللانهاية.

صف هذا المعدل بأنه متزايد، أو ثابت، أو متناقص.

n	$f(x)$	متوسط معدل التغير حيث $x \rightarrow \infty$
$0 < n < 1$	متناقص حيث $x \rightarrow \infty$	
	متناقص حيث $x \rightarrow \infty$	
	ثابت حيث $x \rightarrow \infty$	
$n = 1$	متزايد حيث $x \rightarrow \infty$	
$n > 1$	متزايد حيث $x \rightarrow \infty$	
	متزايد حيث $x \rightarrow \infty$	

انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

c. العرض الكلامي ضع فرضية حول متوسط معدل التغير لدالة القوة حيث x تقترب من اللانهاية في الفترات $0 < n < 1$ و $n = 1$ و $n > 1$

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

81. تحد وض أن $\sqrt{\frac{8^n \cdot 27}{4^n}} = 2^{2n+3} \sqrt{2^{n+1}}$ انظر ملحق إجابات الوحدة 2

82. الاستنتاج افترض أن $y = 2^x$

- a. صف قيمة y إذا كان $x < 0$
b. صف قيمة y إذا كان $0 < x < 1$
c. صف قيمة y إذا كان $x > 1$

d اكتب فرضية حول العلاقة بين قيمة الأساس وقيمة الأس إذا كان الأس أكبر من أو أصغر من 1. برر إجابتك. انظر ملحق إجابات الوحدة 2

83. ما قبل الكتابة مشروعك الرئيس هو أن تشرح لطلاب في السنة الأولى من المرحلة الثانوية أربع جلسات حول دوال القوة والدوال الجذرية، ضع خطة للكتابة تتناول فيها الهدف والغاير والفكرة الرئيسة والتسلسل المنطقي والإطار الزمني لإكمال العمل. راجع عمل الطلاب.

84. الاستنتاج بافتراض أن $f(x) = x^{\frac{a}{b}}$ ، حيث a و b عددان صحيحان ليس لهما عامل مشترك، حدد ما إذا كانت كل عبارة صواب أم خطأ اشرح.

- a. بما أن قيمة b زوجية وقيمة a فردية، إذن، فالدالة غير معرفة بالنسبة إلى $x < 0$.
b. بما أن قيمة a زوجية وقيمة b فردية، إذن، فالدالة غير معرفة بالنسبة إلى $x < 0$.
c. بما أن قيمة a تساوي 1، إذن، فالدالة معرّفة لجميع x .

85. الاستنتاج ضع في اعتبارك أن $f(x) = x^{\frac{1}{n}} + 5$ كيف تتوقع أن يتغير التمثيل البياني للدالة بزيادة n إذا كان n عددًا فرديًا وأكبر من أو يساوي 3؟ انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

86. الكتابة في الرياضيات استخدم الكلمات والتمثيلات البيانية والجدول والمعادلات لتوضيح العلاقة بين دوال القوة والدوال الجذرية.

راجع عمل الطلاب.

4 التقويم

كرة البلور اطلب من الطلاب أن يكتبوا من وجهة نظرهم كيف سيساعدتهم درس اليوم الذي يتناول الدوال أحادية الحد في درس الغد الذي يتناول الدوال كثيرة الحدود.

إجابات إضافية

84c. خطأ: الإجابة النموذجية: يمكن كتابة $f(x)$ بصيغة $\sqrt[n]{b \cdot x^n}$ إذا

كان b عدداً فردياً، فحينها يكون $f(x)$ محدداً لكل x . إذا كان b عدداً زوجياً، فحينها يكون $x \geq 0$ لأن الجذر الزوجي للعدد السالب يكون غير محدد.

$$88. \begin{aligned} (f+g)(x) &= x^2 - x + 9, \\ D &= (-\infty, \infty); (f-g)(x) = \\ &= x^2 - 3x - 9, D = (-\infty, \infty); \\ (f \times g)(x) &= x^3 + 7x^2 - 18x, \\ D &= (-\infty, \infty); \left(\frac{f}{g}\right)(x) \\ &= \frac{x^2 - 2x}{x + 9}, D = (-\infty, -9) \cup \\ &= (-9, \infty) \end{aligned}$$

$$89. \begin{aligned} (f+g)(x) &= \frac{x^3 + x^2 - 1}{x + 1}, \\ D &= (-\infty, -1) \cup (-1, \infty); \\ (f-g)(x) &= \\ &= \frac{-x^3 - x^2 + 2x + 1}{x + 1}, \\ D &= (-\infty, -1) \cup (-1, \infty); \\ (f \times g)(x) &= x^2 - x; \\ D &= (-\infty, -1) \cup (-1, \infty); \left(\frac{f}{g}\right) \\ (x) &= \frac{x}{x^3 + x^2 - x - 1}, \\ D &= (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty) \end{aligned}$$

$$90. \begin{aligned} (f+g)(x) &= \\ &= \frac{x^3 - 2x^2 - 35x + 3}{x - 7}, \\ D &= (-\infty, 7) \cup (7, \infty); \\ (f-g)(x) &= \\ &= \frac{x^3 - 2x^2 - 35x - 3}{x - 7}, \\ D &= (-\infty, 7) \cup (7, \infty); \\ (f \times g)(x) &= \frac{3x^2 + 15x}{x - 7}, \\ D &= (-\infty, 7) \cup (7, \infty); \\ \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{3}{x^3 - 2x^2 - 35x}, \\ D &= (-\infty, -5) \cup (-5, 0) \cup (0, 7) \\ &= (7, \infty) \end{aligned}$$

87. **الأور المالية** إذا قيمت بإيداع مبلغ قدره AED 1,000 بمعدل فائدة سنوية مركبة r ، إذا، يحسب رصيد الحساب بعد 3 أعوام بالمعادلة $B(r) = 1000(1+r)^3$. حيث تكتب r في صورة كسر عشري.

a. جد معدل لمعدل الفائدة r اللازمة لتحقيق رصيد B في الحساب بعد 3 أعوام.

b. ما معدل الفائدة الذي يحقق رصيد AED 1,100 بعد 3 أعوام؟ **3.23%**

جد $(f \circ g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f+g)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. حدد مجال كل دالة جديدة. **90-88. انظر الهامش.**

$$88. \begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2x \\ g(x) &= x + 9 \end{aligned}$$

$$89. \begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{x+1} \\ g(x) &= x^2 - 1 \end{aligned}$$

$$90. \begin{aligned} f(x) &= \frac{3}{x-7} \\ g(x) &= x^2 + 5x \end{aligned}$$

استخدم التمثيل البياني $f(x)$ لتمثيل $g(x)$ و $|f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$. **91-93. انظر ملحق إجابات الوحدة 2**

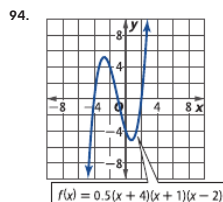
$$91. f(x) = -4x + 2$$

$$92. f(x) = \sqrt{x+3} - 6$$

$$93. f(x) = x^2 - 3x - 10$$

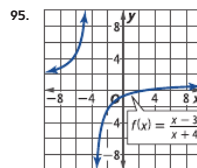
95. f تتزايد بالفترة $(-\infty, -4)$ وتتناقص بالفترة $(-4, \infty)$.

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات لأقرب 0.5 وحدة في الدالة المتزايدة أو المتناقصة أو الثابتة. ادمع إجابتك بالأرقام.



94. f تتزايد بالفترة $(-\infty, -3)$ وتتناقص

بالفترة $(-3, 1)$ وتتناقص بالفترة $(1, \infty)$.



96. f تتزايد بالفترة $(-\infty, -3.5)$ وتتناقص بالفترة $(-3.5, -2)$

وتتناقص بالفترة $(-2, 0)$ وتتناقص بالفترة $(0, \infty)$.

بسط.

$$97. \frac{\frac{1}{2} + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{2}i}$$

$$98. \frac{2 - \sqrt{2}i}{3 + \sqrt{6}i}$$

$$99. \frac{(1+i)^2}{(-3+2i)^2}$$

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

100. اختبار SAT/ACT إذا كان m و n عددين موجبين، فأى مما يلي يكافئ $\frac{2m\sqrt{18n}}{m\sqrt{2}}$ ؟

- A $3m\sqrt{n}$ D $6\sqrt{n}$
B $6m\sqrt{n}$ E $8\sqrt{n}$
C $4\sqrt{n}$

101. مراجعة إذا كانت $x^2y^3 = 10$ و $f(x, y) = 10$ ، فما قيمة $f(a, b)$ ؟

- F 50 J 320
G 100 K 640
H 160

102. مراجعة يختلف عدد الدقائق m الذي يستغرقه C من الأطفال لتناول P قطع من البيتزا طردنياً حسب عدد قطع البيتزا وعكسياً حسب عدد الأطفال. إذا كان 5 أطفال يستغرقون 30 دقيقة لتناول 10 قطع من البيتزا، فكم عدد الدقائق التي يستغرقها 15 طفلاً لتناول 50 قطعة من البيتزا؟

- A 30 C 50
B 40 D 60

103. بما أن $\sqrt{5m+2} = 3$ ، فما قيمة m ؟

- F 3 H 5
G 4 J 6

95

التعليم المتميز

امتداد اطلب من الطلاب الإشارة إلى مجموعة من القيم لـ a و b في $a = \sqrt{x+b}$ التي تكون نتيجتها دائماً حلاً حقيقياً واحداً على الأقل. عندما يكون كل من a و b عددين صحيحين موجبين أو عندما يكون a عدداً صحيحاً موجباً و b عدداً صحيحاً سالباً، تكون النتيجة دائماً حلاً حقيقياً واحداً على الأقل.

مختبر تقنية التمثيل البياني سلوك التمثيلات البيانية

2-1

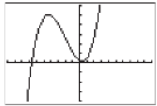


حللت السلوك الطرقي للدوال من خلال إنشاء جدول قيم وتمثيله بيانياً. فيما يتعلق بالدالة كثيرة الحدود، يمكن تحديد سلوك التمثيل البياني من خلال تحليل حدود معينة من الدالة.

النشاط التمثيل البياني للدوال كثيرة الحدود

ارسم كل تمثيل بياني وحدد السلوك الطرقي للدالة.

a. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 4x + 2$



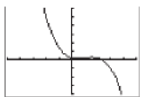
-10, 10] scl: 1 by [-40, 60] scl: 10

في التمثيل البياني لـ $f(x)$ ، يتضح أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

استخدم جدول القيم لرسم التمثيل البياني.

x	-10	-5	-2	0	2	5	10
f(x)	-358	47	26	2	26	257	1,562

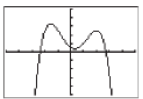
b. $g(x) = -2x^3 + 6x^2 - 4x + 2$



[-5, 5] scl: 1 by [-40, 60] scl: 10

في التمثيل البياني لـ $g(x)$ ، يتضح أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -\infty$

c. $h(x) = -x^4 + x^3 + 6x^2 - 4x + 2$



[-5, 5] scl: 1 by [-20, 20] scl: 4

في التمثيل البياني لـ $h(x)$ ، يتضح أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -\infty$

حلل النتائج

1. انظر إلى حدود كل دالة أعلاه. ما الاختلافات التي تلاحظها؟ **انظر الهامش.**
2. ما مدى تأثير هذه الاختلافات على السلوك الطرقي للرسم البياني لكل دالة؟ **انظر الهامش.**
3. ضع نصفاً لكل نوع من أنواع السلوك الطرقي المحتمل للدالة كثيرة الحدود. **ملحق إجابات الوحدة 2.**
4. اعرض مثلاً للدالة كثيرة الحدود بتمثيل بياني يقترب من اللانهاية الموجبة عندما تقترب x من اللانهاية الموجبة واللانهاية السالبة. **الإجابة النموذجية:** $f(x) = x^4$

تمارين

صف السلوك الطرقي لكل دالة دون إنشاء جدول قيم أو تصميم تمثيل بياني.

5. $f(x) = -2x^3 + 4x$
6. $f(x) = 5x^4 + 3$
7. $f(x) = -x^5 + 2x - 4$
8. $g(x) = 6x^6 - 2x^2 + 10x$
9. $g(x) = 3x - 4x^4$
10. $h(x) = 6x^2 - 3x^3 - 2x^6$

الهدف

- تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانياً وتحليل سلوكها.

نصيحة دراسية

جدول القيم تأكد من استخدام نقاط كافية للحصول على الشكل الإجمالي للتمثيل البياني.

1 التركيز

الهدف التمثيل البياني للدوال كثيرة الحدود وتحليل سلوكها.

نصيحة دراسية

إذا وجد الطلاب أن التمثيل البياني الموضح في نافذة العرض القياسية غير كافٍ، فيمكنهم الضغط على **ZOOM** 3 في نافذة التمثيل البياني للتصغير. حتى يتم عرض المزيد من التمثيل البياني.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

نظم الطلاب في مجموعات ثنائية. بقدرات مختلفة. اجعل الطلاب يفكروا في أجزاء النشاط a-c.

أسأل:

- كيف تكون المعادلة في الجزء a مشابهة للمعادلة في الجزء b؟ **كلتاها تشتملان على الحدود $6x^2 - 4x + 2$**
- كيف يكون التمثيل البياني للمعادلة في الجزء a هو نفسه التمثيل البياني للمعادلة في الجزء b؟ **كلتاها تمران عبر النقطتين (0, 2).**

■ انظر إلى المعادلة في الجزء c. هل تتوقع أن يمر التمثيل البياني الخاص بها عبر النقطتين (0, 2) أيضاً؟ **اشرح. نعم؛ فحدها الثابت 2 أيضاً.**

اجعل الطلاب يعملوا على تمارين "حلل النتائج" 1-4.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5-10.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 9 لتقويم مدى قدرة الطلاب على التمثيل البياني لدالة أحادية الحد ووصف سلوكها الطرقي.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب أن يتنبؤوا بها سيكون عليه السلوك الطرقي للتمثيل البياني لكل معادلة في النشاط إذا غيرت المعاملات الرئيسية (معاملات الحد الأكبر) العلامات. ثم اجعل الطلاب يرسموا كلا الصيغتين لكل معادلة بيانياً لمراجعة تنبؤاتهم.

إجابات إضافية

1. الإجابة النموذجية: الحدود الأولى مختلفة كلها. ويشتمل الحد الأول لـ $f(x)$ على معامل موجب ويشتمل الحد الأول لـ $g(x)$ على معامل سالب. ويشتمل $h(x)$ على حد آخر في الأمام، $-x^4$.
2. الإجابة النموذجية: من $f(x)$ إلى $g(x)$ يظهر السلوك الطرقي معكوساً. ويختلف $h(x)$ عن غيره في أنه عندما يقترب x من اللانهاية الموجبة والسالبة على حد سواء، يقترب $h(x)$ من اللانهاية السالبة.