

الدوال كثيرة الحدود 4-3

السابق: الآن: لماذا؟



- حللت الرسوم البيانية للدوال التربيعية.
- أوجد قيمة الدوال كثيرة الحدود.
- حدد الأشكال العامة للرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود.
- يمكن كتابة حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 5 ثوان بهذه الطريقة $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$ ، حيث أن v هو الحجم باللتر و t هو الوقت بالثواني. ويعتبر هذا الشكل مثالاً لدالة كثيرة الحدود.

1 التركيز

الرأسي المحاذاة

قبل الدرس 4-3 تحليل الرسوم البيانية للدوال التربيعية.

الدرس 4-3 إيجاد قيمة الدوال كثيرة الحدود. وتحديد الأشكال العامة للرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود.

بعد الدرس 4-3 استخدام بعض الأدوات مثل إيجاد العامل لتحويل المعادلات وحلها.

مفردات جديدة

كثيرة الحدود في متغير واحد (polynomial in one variable)

المعامل الرئيس

(leading coefficient)

الدالة كثيرة الحدود

(polynomial function)

دالة القوى

(power function)

الدالة الرباعية

(quartic function)

الدالة الخامسة

(quintic function)

السلوك الطرفي

(end behavior)

ممارسات رياضية
افهم المسائل وتأثير لحليها.

2 التدريس

أسئلة دائمة

هل قرأ الطلاب قسم لماذا؟ من الدرس.

أسأل:

- ما هي دورة الجهاز التنفسي؟ إجابة عينية: سلسلة تتألف من شهيق وزفير
- باستخدام الصيغة، ما هو v (0.288 لتر
- ما هي أكبر قيمة لـ t التي لها معنى لهذا النموذج؟ 5

1 الدوال كثيرة الحدود كثيرة الحدود في متغير واحد هي تعبير للشكل $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ، حيث $a_n \neq 0$ ، a_n و a_{n-1} ، a_2 ، a_1 ، a_0 هي أعداد حقيقية، و n هو عدد صحيح غير سالب.

تكتب كثيرة الحدود بصورة قياسية عندما تكون قيم الأسس مرتبة ترتيباً تنازلياً. كما أن درجة كثيرة الحدود هي قيمة أعظم أس. ويسمى معامل الحد الأول لكثيرة حدود في الصورة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	التعبير	الدرجة	المعامل الرئيس
ثابتة	12	0	12
خطية	$4x - 9$	1	4
تربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
تكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
عامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	n	a_n

المثال 1 الدرجات والمعاملات الرئيسية

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود في متغير واح. فإذا لم تكن كثيرة حدود في متغير واحد، اشرح السبب.

a. $8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$

هذه كثيرة حدود في متغير واح. أكبر أس هو 5. إذا فإن الدرجة هي 5 والمعامل الرئيس هو 8.

b. $12x^2 - 3xy + 8x$

هذه ليست كثيرة حدود في متغير واح. يوجد متغيران، x و y .

c. $3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$

هذه كثيرة حدود في متغير واح. أكبر أس هو 8. إذا فإن الدرجة هي 8 والمعامل الرئيس هو -4.

تمارين موجهة 1A-1C. انظر الهامش.

1A. $5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$ 1B. $5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$ 1C. $8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$

الدالة كثيرة الحدود هي دالة مستمرة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة الحدود في متغير واحد. على سبيل المثال، $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ هي دالة تكعيبية كثيرة الحدود. وتسمى أبسط الدوال كثيرة الحدود للشكل $f(x) = ax^b$ عندما يكون a و b عددين حقيقيين غير الصفر **دوال القوى**.

إذا كنت تعرف عنصرًا في مجال أي دالة كثيرة الحدود، يمكنك إيجاد القيمة المطابقة في المدى.

مثال من الحياة اليومية 2 أوجد قيمة الدالة كثيرة الحدود

التنفس راجع بداية الدرس. وأوجد حجم الهواء الموجود في الرئتين لمدة ثانيتين 2 في دورة التنفس.

باستبدال 2 في الدالة يمكن إيجاد $V(2)$ وهذا هو حجم الهواء في الرئتين لمدة ثانيتين في دورة التنفس.

$$\begin{aligned} V(t) &= -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t \\ V(2) &= -0.037(2)^3 + 0.152(2)^2 + 0.173(2) \\ &= -0.296 + 0.608 + 0.346 \\ &= 0.658 \text{ L} \end{aligned}$$

تمارين موجهة

2. أوجد حجم الهواء الموجود في الرئتين لمدة 4 ثوان في دورة التنفس. **0.7332 L**

يمكنك أيضًا إيجاد قيمة الدوال لتحديد المتغيرات والتعبيرات الجبرية.

المثال 3 قيم متغيرات الدوال

أوجد $f(3c - 4) - 5f(c)$ إذا كان $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

لإيجاد قيمة $f(3c - 4)$ استبدل x في $f(x)$ بـ $3c - 4$.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x - 3 \\ f(3c - 4) &= (3c - 4)^2 + 2(3c - 4) - 3 \\ &= 9c^2 - 24c + 16 + 6c - 8 - 3 \\ &= 9c^2 - 18c + 5 \end{aligned}$$

لإيجاد قيمة $5f(c)$ استبدل x بـ c في $f(x)$ ثم اضرب في 5.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x - 3 \\ 5f(c) &= 5(c^2 + 2c - 3) \\ &= 5c^2 + 10c - 15 \end{aligned}$$

أوجد الآن قيمة $f(3c - 4) - 5f(c)$.

$$\begin{aligned} f(3c - 4) - 5f(c) &= (9c^2 - 18c + 5) - (5c^2 + 10c - 15) \\ &= 9c^2 - 18c + 5 - 5c^2 - 10c + 15 \\ &= 4c^2 - 28c + 20 \end{aligned}$$

تمارين موجهة

3A. أوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$ إذا كان $g(x) = x^2 - 5x + 8$. **$37a^2 - 75a + 46$**
3B. أوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$ إذا كان $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$. **$31d^2 - 70.5d + 34.5$**

1 الدوال كثيرة الحدود

المثال 1 يوضح كيفية إيجاد الدرجة

والعامل الرئيسي للدالة في متغير واحد.

المثال 2 يوضح كيفية تقييم دالة كثيرة

حدود لتحديد قيمة معطاة. **المثال**

3 يوضح كيفية تقييم دالة كثيرة حدود

لتحديد المتغيرات والتعبيرات الجبرية.

التقييم التقويمي

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال

لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد الدرجة والعامل الرئيسي

لكل كثيرة حدود في متغير واحد.

فإذا لم تكن كثيرة حدود في متغير

واحد، اشرح السبب.

a. $7z^3 - 4z^2 + z$

الدرجة = 3، العامل

الرئيسي = 7

b. $6a^3 - 4a^2 + ab^2$

ليست في متغير واحد لأنه

يوجد متغيرين، a و b

c. $3x^5 + 2x^2 - 4 - 8x^6$

الدرجة = 6، العامل

الرئيسي = -8

2 **التنفس** انظر إلى التطبيق

في بداية الدرس. أوجد حجم

الهواء الموجود في الرئتين

لمدة 1.5 ثوان في دورة

التنفس. **0.4766 L**

3 أوجد $b(2x - 1) - 3b(x)$ إذا

كانت

$b(m) = 2m^2 + m - 1$

$2x^2 - 9x + 3$

انتبه!

منع الأخطاء وضح أن العامل

الرئيسي ليس دائمًا معامل أول حد

في كثيرة الحدود.

التدريس بالتكنولوجيا

كاميرا الوثائق اختر عدد من الطلاب لتوضيح

وشرح كيفية تقييم دالة كثيرة حدود لتحديد قيمة

معطاة.

إجابات إضافية (تمارين موجهة)

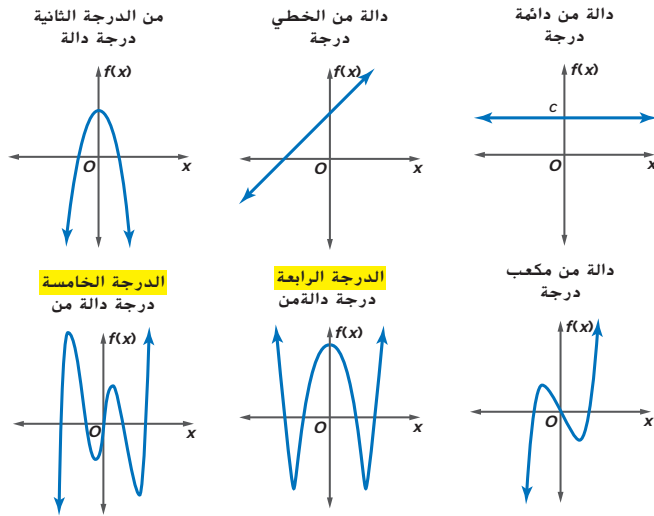
1A. ليست كثيرة حدود في متغير واحد؛ $\frac{4}{x}$

بها متغير بأس أقل من 0.

1B. الدرجة = 6، العامل الرئيسي = 5

1C. الدرجة = 6، العامل الرئيسي = -1

2 الرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود توضح الأشكال العامة للرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود الحد الأقصى لعدد المرات التي قد يتقاطع فيها الرسم البياني لكل دالة مع المحور X . وهذا هو نفس عدد درجة كثيرات الحدود.

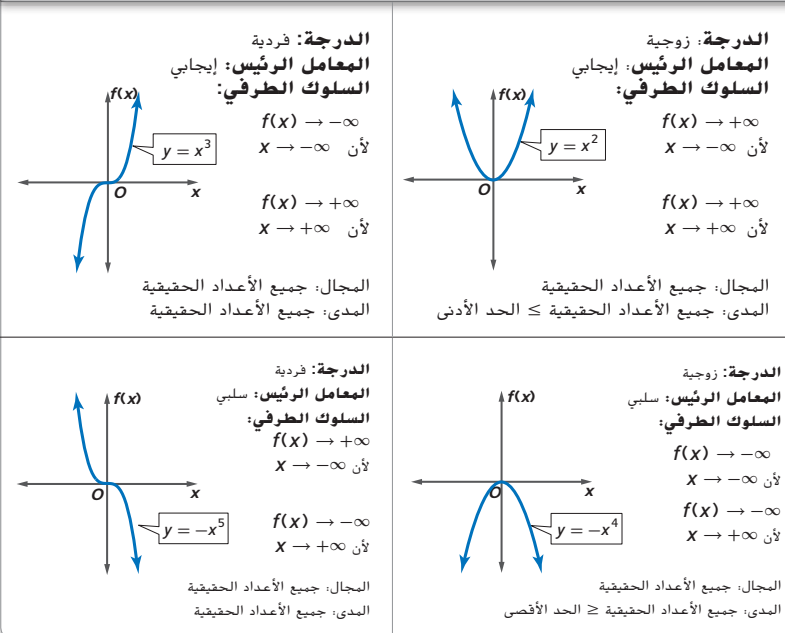


المجال في أي دالة كثيرة الحدود هو كافة الأعداد الحقيقية. **والسلوك الطرفي** هو سلوك الرسم البياني لـ $f(x)$ باعتبار أن x تقترب من اللانهاية الإيجابية ($x \rightarrow +\infty$) أو اللانهاية السلبية ($x \rightarrow -\infty$). كما أن درجة الدالة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس يحددان السلوك الطرفي للرسم البياني ومدى الدالة.

نصيحة دراسية

الفهم المعامل الرئيس والدرجة هما العاملان الوحيدان لتحديد السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود. وسواء كانت الأعداد كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا، لا يكون باقي كثيرة الحدود ذا أهمية في شكل الرسم البياني.

المفهوم الرئيس السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود



مراجعة المفردات

اللانهاية بلا نهاية أو بلا حدود

2 الرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود

المثال 4 يوضح كيفية استخدام الدرجة والمعامل الرئيس لدالة كثيرة حدود لوصف السلوك الطرفي وتحديد ما إذا كانت دالة كثيرة حدود فردية الدرجة أم زوجية الدرجة وتحديد الحد الأقصى لعدد المرات التي يتقاطع فيها الرسم البياني للدالة مع المحور X .

نصائح للمعلمين الجدد

توسيع المفهوم نظرا لأن الرسوم البيانية في هذه الصفحة تبين الحد الأقصى لعدد المرات التي قد يتقاطع فيها كل نوع من أنواع الرسوم البيانية مع المحور الأفقي X . قد يسأل بعض الطلاب عن الحد الأدنى لعدد المرات التي قد يتقاطع فيها كل نوع من أنواع الرسوم البيانية مع المحور X . فاطلب من الطلاب العمل في أزواج باستخدام الرسوم البيانية المعطاة لمناقشة هذه المسألة. ووضح للطلاب أنه بالنسبة للدوال من الدرجة الأولى يكون الحد الأدنى 1 (نفس الحد الأقصى) وبالنسبة للدوال من الدرجة الثانية يكون الحد الأدنى 0 وبالنسبة للدوال من الدرجة الرابعة يكون الحد الأدنى 0 وبالنسبة للدوال من الدرجة الخامسة يكون الحد الأدنى 1. قد يلاحظ بعض الطلاب نمط الدوال ذات الدرجة الفردية والزوجية.

تعليم الممارسات الرياضية

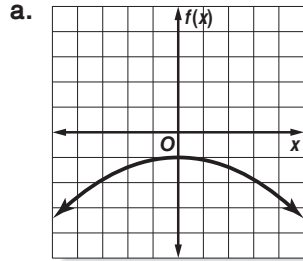
البيان يقوم الطلاب المحنكون رياضيا بتحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. كما يمكنهم شرح التطابق بين المعادلات والأوصاف اللفظية والجداول والرسوم البيانية، أو رسم المخططات ذات المزايا والعلاقات المهمة، وبيانات التمثيل البياني والبحث عن الانتظام أو الاتجاهات. وذكر الطلاب أن الدالة كثيرة الحدود هي دالة قاعدتها تؤخذ من كثيرة حدود في متغير واحد. وأن الحد الرئيسى هو الحد ذو المتغير الذي يحتوي على أكبر أس. أما المعامل الرئيسى a_n فهو معامل الحد الرئيسى. ودرجة كثيرة الحدود هي أكبر درجة n لحدودها.

المتعلمون العقلانيون دوال القوى هي دوال كثيرة حدود فردية الحد يمكن أن يكون لها أي درجة. اطلب من الطلاب دراسة الرسوم البيانية لمجموعة متنوعة من دوال القوى ووصف أوجه التشابه والاختلاف بينهما.

مثال إضافي

4 في كل رسم بياني،

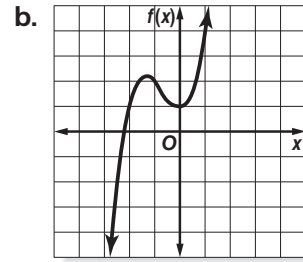
- صف السلوك الطرفي.
- حدد ما إذا كان يمثل دالة كثيرة حدود فردية أو زوجية الدرجة.
- حدد عدد الأصفار الحقيقية.



$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ لأن } x \rightarrow +\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ لأن } x \rightarrow -\infty$$

نظرا لأن السلوك الطرفي في نفس الاتجاه، فهذه دالة كثيرة حدود زوجية الدرجة. لا يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x ، لذلك فإن الدالة ليس بها صفر حقيقي.



$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ لأن } x \rightarrow +\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ لأن } x \rightarrow -\infty$$

نظرا لأن السلوك الطرفي في الاتجاه المعاكس، فهذه دالة كثيرة حدود فردية الدرجة.

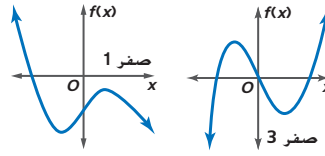
يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x في نقطة واحدة، لذلك يوجد صفر حقيقي.

يمكن تحديد عدد الأصفار الحقيقية للدالة كثيرة الحدود من خلال فحص الرسم البياني الخاص بها ولكن تذكر أن الأصفار الحقيقية تحدث عند التقاطع مع المحور x ، وبالتالي فإن عدد المرات التي يتقاطع فيها الرسم البياني مع المحور x يساوي عدد الأصفار الحقيقية.

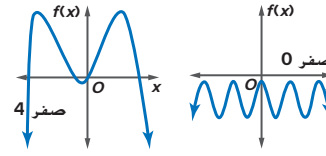
لمفهوم الرئيس أصفار الدوال زوجية وفردية الدرجة

دائما ما يكون للدوال فردية الدرجة عدداً فردياً من الأصفار الحقيقية. ودائما ما يكون للدوال زوجية الدرجة عدداً زوجياً من الأصفار الحقيقية أو لا يكون بها أصفاراً حقيقية على الإطلاق.

كثيرات حدود فردية الدرجة



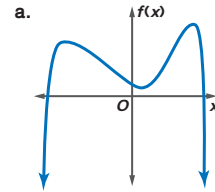
كثيرات حدود زوجية الدرجة



المثال 4 الرسوم البيانية للدوال كثيرة الحدود

في كل رسم بياني،

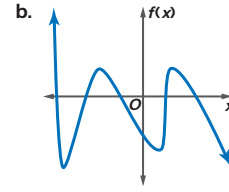
- صف السلوك الطرفي.
- وحدد ما إذا كان يمثل دالة كثيرة حدود فردية أو زوجية الدرجة.
- وحدد عدد الأصفار الحقيقية.



$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ لأن } x \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ لأن } x \rightarrow +\infty$$

نظرا لأن السلوك الطرفي في نفس الاتجاه، فإنها دالة زوجية الدرجة. يتقاطع الرسم البياني مع المحور x عند نقطتين، لذلك يوجد صفرين حقيقيين.

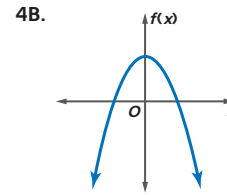
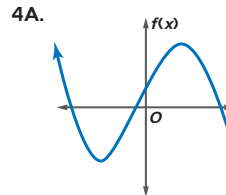


$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ لأن } x \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ لأن } x \rightarrow +\infty$$

نظرا لأن السلوك الطرفي في عكس الاتجاه، فإنها دالة فردية. يتقاطع الرسم البياني مع المحور x عند خمس نقاط، لذلك يوجد خمسة أصفار حقيقية.

تمارين موجهة 4A، 4B. انظر الهامش.



إجابات إضافية (تمارين موجهة)

4B. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$. نظرا لأن السلوك الطرفي في نفس الاتجاه، فهذه دالة زوجية الدرجة. يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x في نقطتين، لذلك يوجد صفرين حقيقيين.

4A. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$. $f(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$. نظرا لأن السلوك الطرفي في الاتجاه المعاكس، فهذه دالة فردية الدرجة. يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x في ثلاث نقاط، لذلك يوجد ثلاث أصفار حقيقية.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 12-11 للتحقق من الفهم.

استخدام التمثيل البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

إجابات إضافية

11a. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$.

$f(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$.

11b. نظرا لأن السلوك الطرفي في الاتجاه المعاكس، فهذه دالة فردية الدرجة.

11c. يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x في ثلاث نقاط، لذلك يوجد ثلاث أصفار حقيقية.

12a. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$.

$f(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$.

12b. نظرا لأن السلوك الطرفي في نفس الاتجاه، فهذه دالة زوجية الدرجة.

12c. لا يتقاطع التمثيل البياني مع المحور x ، لذلك لا توجد أصفار حقيقية.

13. ليست في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y .

14. ليست كثيرة حدود لأنه يوجد أس سلبى.

15. الدرجة = 6، المعامل الرئيسى = -12.

16. الدرجة = 7، المعامل الرئيسى = -21.

17. الدرجة = 4، المعامل الرئيسى = -5.

18. الدرجة = 5، المعامل الرئيسى = 3.

19. الدرجة = 2، المعامل الرئيسى = 3.

20. الدرجة = 2، المعامل الرئيسى = -6.

21. الدرجة = 9، المعامل الرئيسى = 2.

22. الدرجة = 8، المعامل الرئيسى = -2.

23. $p(-6) = 1227$; $p(3) = 66$.

24. $p(-6) = 546$; $p(3) = -93$.

25. $p(-6) = -156$; $p(3) = 78$.

26. $p(-6) = 2322$; $p(3) = 9$.

27. $p(-6) = 319$; $p(3) = -5$.

28. $p(-6) = 2232$; $p(3) = 153$.

تأكد من أنك فهمت.

المثال 1 حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود في متغير واحد. d . فإذا لم تكن كثيرة حدود في متغير واحد، اشرح السبب. $-10 = 7x^2 - 5x^3 + 4x - 22$ **2. ليس في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y**

1. $11x^6 - 5x^5 + 4x^2$ **3. ليس في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y**
2. $-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22$ **4. ليس في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y**
3. $14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y$ **5. ليس في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y**
4. $8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5$ **6. ليس في متغير واحد لأنه يوجد متغيران، x و y**

المثال 2 أوجد $w(5)$ و $w(-4)$ لكل دالة.

5. $w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$ **6. $w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$**
 $w(5) = 247$; $w(-4) = 104$ **$w(5) = 698$; $w(-4) = 896$**

المثال 3 إذا كان $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$ و $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$ ، أوجد كل قيمة.

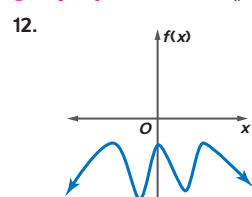
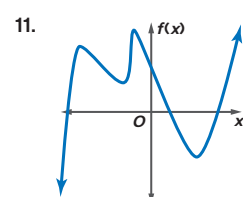
7. $c(y^3) = 4y^9 - 5y^6 + 2$ **8. $-4[d(3z)] = -108z^2 - 72z + 40$**
9. $6c(4a) + 2d(3a - 5) = 1536a^3 - 426a^2 - 144a + 82$ **10. $-3c(2b) + 6d(4b - 3) = -96b^3 + 348b^2 - 288b - 12$**

المثال 4 في كل رسم بياني،

a. صف السلوك الطرفي.

b. وحدد ما إذا كان يمثل دالة فردية أو زوجية الدرجة.

c. حدد عدد الأصفار الحقيقية. **11، 12. انظر الهامش.**



تمارين وحل مسائل

المثال 1 حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود في متغير واحد. d . فإذا لم تكن كثيرة حدود في متغير واحد، اشرح السبب. **22-13. انظر الهامش.**

13. $-6x^6 - 4x^5 + 13xy$ **14. $3a^7 - 4a^4 + \frac{3}{a}$**
15. $8x^5 - 12x^6 + 14x^3 - 9$ **16. $-12 - 8x^2 + 5x - 21x^7$**
17. $15x - 4x^3 + 3x^2 - 5x^4$ **18. $13b^3 - 9b + 3b^5 - 18$**
19. $(d + 5)(3d - 4)$ **20. $(5 - 2y)(4 + 3y)$**
21. $6x^5 - 5x^4 + 2x^9 - 3x^2$ **22. $7x^4 + 3x^7 - 2x^8 + 7$**

المثال 2 أوجد $p(-6)$ و $p(3)$ لكل دالة. **23-28. انظر الهامش.**

23. $p(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ **24. $p(x) = -3x^3 - 2x^2 + 4x - 6$**
25. $p(x) = 2x^3 + 6x^2 - 10x$ **26. $p(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 24$**
27. $p(x) = -x^3 + 3x^2 - 5$ **28. $p(x) = 2x^4 + x^3 - 4x^2$**

المثال 3 إذا كان $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$ و $d(x) = -x^3 + x + 1$ ، أوجد كل قيمة.

29. $c(3a) = 18a^2 - 12a + 3$ **30. $5d(2a) = -40a^3 + 10a + 5$** **31. $c(b^2) = 2b^4 - 4b^2 + 3$**
32. $d(4a^2) = -64a^6 + 4a^2 + 1$ **33. $d(4y - 3) = -64y^3 + 144y^2 - 104y + 25$** **34. $c(y^2 - 1) = 2y^4 - 8y^2 + 9$**

212 | الدرس 4-3 | الدوال كثيرة الحدود

واجب منزلي متباينة خيارات

المستوى	المهمة	خيار ليومين	
أساسي	13-42, 63, 66-85	13-41, 69-72 فردي	14-42, 63, 66-68, 73-85 زوجي
متوسط	13-41, 43-55 فردي, 56-63, 66-85	13-42, 69-72	55, 56, 63, 66-68, 73-85
متقدم	43-82, (83-85 اختياري)		

212 | الدرس 4-3 | الدوال كثيرة الحدود

في كل رسم بياني،

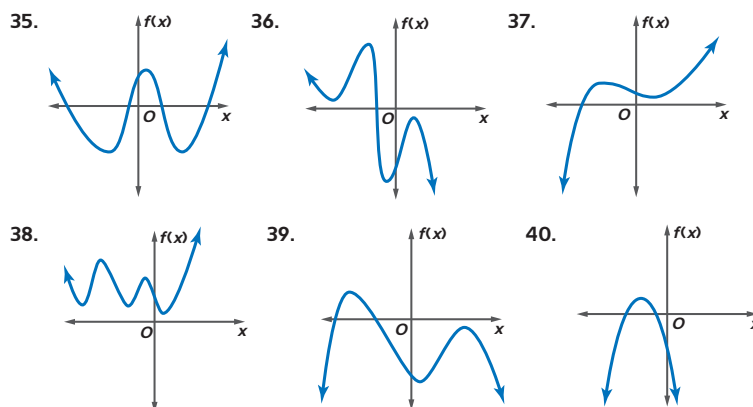
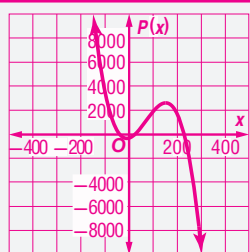
a. صف السلوك الطرفي،

b. وحدد ما إذا كان يمثل دالة فردية أو زوجية الدرجة،

c. وحدد عدد الأصفار الحقيقية. 35-40. انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.

إجابة إضافية

.42a



42B. نموذج

الإجابة:

[-500,

500], scl:

50

[-10,000,

10,000],

scl: 1000

-41.0, 42c

27.1, 228.2

228 بي لإ

42d جهاز

ميكروويف

44. $p(-2) =$

-28;

 $p(8) = 178$

41. **الفيزياء** بالنسبة لجسم متحرك له كتلة m كيلو جرامًا، يمكن معرفة الطاقة الحركية KE بالجول عن طريق الدالة $KE(v) = 0.5mv^2$ حيث أن v يمثل سرعة الجسم بالمتري في الثانية. أوجد الطاقة الحركية لمركبة صالحة لجميع الطرق وتبلغ كتلتها 171 كيلو جرامًا وتتحرك بسرعة 11 متر/ثانية. **10345.5 جول**

42. **النمذجة** قررت شركة تصنيع ميكروويف أن دالة أرباحها $P(x) = -0.0014x^3 + 0.3x^2 + 6x - 355$ حيث أن x هو عدد أجهزة الميكروويف التي تباع سنويًا.

a. قم برسم تمثيل بياني لدالة الأرباح باستخدام الآلة الحاسبة **انظر الهامش.**

b. حدد نافذة عرض منطقية لهذه الدالة.

c. قرب جميع أصفار الدالة باستخدام القائمة CALC.

d. ما هو المدى اللازم لأجهزة الميكروويف المباعة حتى تربح الشركة؟

أوجد $p(8)$ و $p(-2)$ لكل دالة. 43. $p(-2) = -16$; $p(8) = 1024$

$$43. p(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2$$

$$44. p(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 12x - 18$$

$$45. p(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{8}x^2 + 6x$$

$$46. p(x) = \frac{5}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 10$$

$$45. p(-2) =$$

$$-0.5;$$

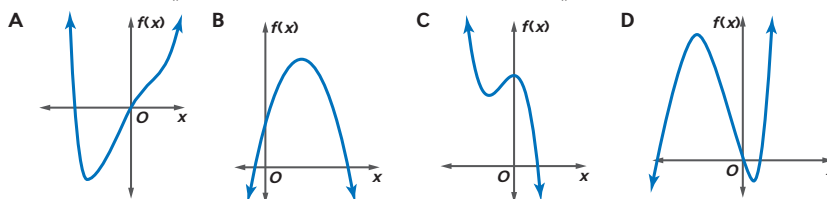
$$p(8) = 3112$$

$$46. p(-2) =$$

$$1.5;$$

$$p(8) = 304$$

استخدم الدرجة والسلوك الطرفي لمطابقة كل كثيرة حدود مع رسمها البياني.



$$47. f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x \quad \text{D}$$

$$48. f(x) = -2x^2 + 8x + 5 \quad \text{B}$$

$$49. f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x \quad \text{A}$$

$$50. f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8 \quad \text{C}$$

$$51. 3a^3 -$$

$$24a^2 +$$

$$240a + 66$$

$$52. -4a^6$$

$$- 12a^4 -$$

$$36a^2 -$$

$$72a - 48$$

إذا كان $c(x) = x^3 - 2x$ وكان $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ أوجد كل قيمة.

$$51. 3c(a - 4) + 3d(a + 5)$$

$$52. -2d(2a + 3) - 4c(a^2 + 1)$$

$$53. 5c(a^2) - 8d(6 - 3a)$$

$$54. -7d(a^3) + 6c(a^4 + 1)$$

$$53. 5a^6 - 298a^2 + 1008a - 928$$

$$54. 6a^{12} + 18a^8 - 28a^6 + 6a^4 + 42a^3 - 62$$

55. **الأعمال** يمكن كتابة أرباح شركة تصنيع ملابس بهذا الشكل $p(x) = -x^4 + 40x^2 - 144$ حيث أن x هو عدد السلع المباعة بالآلاف و $p(x)$ هو ربح الشركة بالآلاف الدولارات. **c. 2000 و 6000 قطعة**
- a. استخدم جدول القيم لرسم الدالة. **انظر الهامش.**
- b. حدد أصفار الدالة. **-6, -2, 2, 6**
- c. بين أي قيمتين يجب أن تباع الشركة القطع كي تحقق أرباحاً؟
- d. اشرح لماذا يعتبر اثنين من الأصفار فقط ضمن الجزء **c**. **انظر الهامش.**

56. **تمثيلات متعددة** اعتبر أن $g(x) = (x-2)(x+1)(x-3)(x+4)$.

- a. تحليلي حدد التقاطع مع المحور x ولـ y والجذور، والدرجة، والسلوك الطرفي لـ $g(x)$. **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.**
- b. جبري اكتب الدالة بصورة قياسية $g(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$.
- c. جدولي قم بإنشاء جدول قيم للدالة. **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.**
- d. رسم بياني ارسم رسماً بيانياً للدالة عن طريق تخطيط النقاط وربطها بمنحنى سلس. **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابات.**

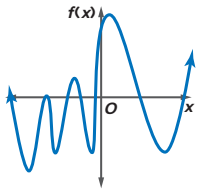
صف السلوك الطرفي للرسم البياني لكل دالة.

57. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$
58. $g(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $g(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$
59. $h(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $h(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$
60. $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $f(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$
61. $g(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $g(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$
62. $h(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $h(x) \rightarrow -\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$

57. $f(x) = -4x^7 + 8x^6 - 4x$ 59. $g(x) = 2x^5 + 6x^4$ 58. $f(x) = -5x^4 + 3x^2$ 57. $g(x) = 8x^4 + 5x^5$ 61. $f(x) = 6x - 7x^2$ 60. $h(x) = 9x^6 - 5x^7 + 3x^2$ 62.

مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات-التفكير

65. نموذج الإجابة: $f(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow -\infty$; $f(x) \rightarrow +\infty$ لأن $x \rightarrow +\infty$; فإن $f(x)$ ستصبح دالة من الدرجة الثانية ذات معامل رئيس موج **b**.



فائضة
يوجد 8 أصفار لأن الرسم البياني يتقاطع مع المحور x سبع مرات، ويوجد جذر زوجي.

هند
يوجد 7 أصفار لأن الرسم البياني يتقاطع مع المحور x سبع مرات.

63. **نقد** تحليل هند وفائضة عدد أصفار الرسم البياني على اليمين. فهل أي منها على صواب؟ اشرح تعليلك.

64. **تحدي** من $f(x)$ و $g(x)$. أي دالة بها جذور حقيقية أكثر؟ وما هي درجة هذه الدالة؟ **انظر الهامش.**

x	24	18	12	6	0	-6	-12	-18	-24
$f(x)$	5	-8	-1	7	4	-2	3	-1	-8

$$g(x) = x^4 + x^3 - 13x^2 + x + 4$$

65. **تحدي** إذا كانت $f(x)$ بها درجة 5 ومعامل رئيس موجب وكانت $g(x)$ بها درجة 3 ومعامل رئيس موجب، حدد السلوك الطرفي لـ $\frac{f(x)}{g(x)}$. اشرح تعليلك.
66. **النهاية المفتوحة** ارسم رسماً بيانياً لكثيرة حدود زوجية الدرجة بها 8 جذور حقيقية، أحدها جذر مزدوج. **انظر الهامش.**

67. **التعليل** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة. اشرح. **انظر الهامش.**

الدالة كثيرة الحدود التي بها أربعة جذور حقيقية هي كثيرة حدود من الدرجة الرابعة.

68. **الكتابة في الرياضيات** صف طبيعة السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود وكيفية تحديده. **انظر الهامش.**

68. إجابة نموذجية السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود هو ما يفعله التمثيل البياني مع اقتراب قيمة المدخلات من اللانهاية السالبة والموجبة. ويمكن تحديده عن طريق المعامل الرئيسي ودرجة كثيرة الحدود.

67. أحياناً؛ قد تكون الدالة كثيرة الحدود التي بها أربع جذور حقيقية دالة كثيرة حدود من الدرجة السادسة وبها جذرين وهميين. والدالة كثيرة الحدود التي بها أربعة جذور حقيقية هي على الأقل كثيرة حدود من الدرجة الرابعة.

تمثيلات متعددة

في التمرين 56 يستخدم الطلاب التحليل والجبر وجدول القيم التمثيل البياني لتمثيل دالة عالية الرتبة.

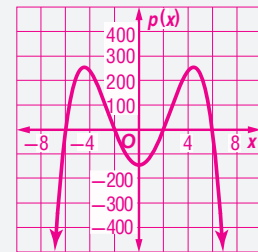
انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 63 وضح أن "الجذر المزدوج" لا يعني وجود حلين مختلفين للدالة، بل يعني وجود عاملين متطابقين في عملية الحل.

إجابات إضافية

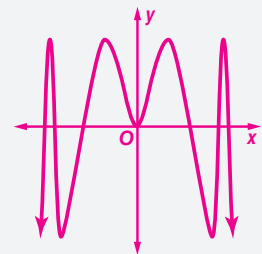
55a.

x	$p(x)$
-7	-585
-6	0
-4	240
-3	135
-2	0
0	-144
1	-105
2	0
4	240
6	0
7	-585



- 55d. إجابة نموذجية يجب عدم النظر إلى القيم السالبة لأن الشركة لن تنتج سلعة سلبية.
64. $f(x)$; $f(x)$ بها احتمال لخمس جذور أو أكثر ودرجة خامسة أو أكثر. $g(x)$ بها احتمال لأربع جذور ودرجة رابعة.

66.

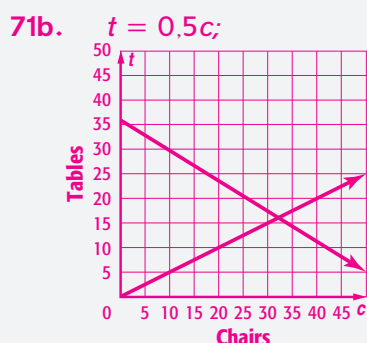
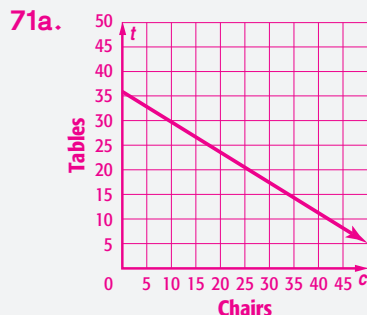


4 التقويم

بطاقة إنهاء الدرس قم بعمل

نسخ متعددة لخمس دوال كثيرة حدود مختلفة. واعط كل طالب دالة. وأثناء مغادرة الطلاب الوحدة اطلب منهم قيم الدوال لتحديد قيمة جبرية معطاة أو متغير أو تعبير جبري.

إجابات إضافية



71c. 16 طاولة و 32 كرسي

71d. إجابة نموذجية يمكن تحديده ذلك من خلال تقاطع الرسوم البيانية. نقطة التقاطع

هذه هي الكمية المثلى من الطاولات والكراسي المصنعة.

79a. $h(d) = -2d^2 + 4d + 6$

التمثيل البياني يفتح لأسفل وهو أضيق من التمثيل البياني الأصلي والرأس عند (1, 8).

79b. $h(d) = -2(d - 1.25)^2 + 12.5$

حولت التمثيل البياني لأعلى 4.5 ft ولليمين 3 in.

71. جواب موسع تقوم شركة بتصنيع الطاولات والكراسي. تبلغ تكلفة تصنيع الطاولة 40 وتبلغ تكلفة تصنيع الكرسي 25. يتوافر 1440 لإنفاقها على عملية التصنيع كل أسبوع. افرض أن t = عدد الطاولات المصنعة و c = عدد الكراسي المصنعة. **انظر الهامش.**

a. معادلة التصنيع هي $40t + 25c = 1500$. قم بإنشاء رسم بياني لهذه المعادلة.

b. تقوم الشركة دائماً بتصنيع كرسيين مع كل طاولة. اكتب معادلة وارسمها بيانياً لتمثيل هذه الحالة على نفس الرسم البياني كما هو الحال في الجزء a.

c. حدد عدد الطاولات والكراسي الذي يمكن للشركة تصنيعه كل أسبوع.

d. اشرح كيفية تحديد تلك الإجابة باستخدام الرسم البياني.

72. إذا كان $i = \sqrt{-1}$ فإن $5i(7i) =$ **H**

F 70 H -35
G 35 J -70

69. جواب مختصر قام أربعة طلاب بحل مسألة الرياضيات نفسها. وفيما يلي عمل كل طالب b. من هو صاحب الإجابة الصحيحة؟ **الطالب A**

الطالب C	الطالب A
$x^2 x^{-5} = \frac{x^2}{x^{-5}}$	$x^2 x^{-5} = \frac{x^2}{x^5}$
$= x^7, x \neq 0$	$= \frac{1}{x^3}, x \neq 0$

الطالب D	الطالب B
$x^2 x^{-5} = \frac{x^2}{x^5}$	$x^2 x^{-5} = \frac{x^2}{x^{-5}}$
$= x^3, x \neq 0$	$= x^{-7}, x \neq 0$

70. اختبار SAT/ACT ما هو المتبقي من قسمة $7x + 5$ على $x^3 - 3x + B$

A -11 D 11
B -1 E 35
C 1

مراجعة شاملة

بسط. (الدرس 4-2) 73. $\frac{6c^3 - 1 + 4a^5cd^2}{8x^4y^3 + 32x^6y^5z^2}$ 74. $\frac{3b^3c^3 - 5a^3b^2 + 2a^4c}{6abc^2}$ 75. $\frac{2x^2y^2 + 4x^4y^4z^2}{18c^5d^2 - 3c^2d^2 + 12a^5c^3d^4}$

حدد ما إذا كان كل تعبير كثير الحدود أم لا. فإذا كان كثير الحدود، حدد درجته. (الدرس 1-4)

76. $8x^2 + 5xy^3 - 6x + 4$ نعم; 4 77. $9x^4 + 12x^6 - 16$ نعم; 6 78. $3x^4 + 2x^2 - x^{-1}$ ليس كثير الحدود

79. **التصنيع** تقوم لجنة الخدمة المجتمعية بتصنيع حقائب يد قماشية وأخرى جلدية لجميع الأموال. وستقوم اللجنة بتبطين كلا النوعين من الحقائب بالقماش وستستخدم أيادي جلدية لكلا النوعين. وبالنسبة للحقائب القماشية، فإنها ستحتاج إلى 4 ياردات من القماش وباردة واحدة من الجل. وبالنسبة للحقائب الجلدية، فإنها ستحتاج إلى 3 ياردات من الجلد وباردة من القماش. وقد اشترى رئيس اللجنة 56 ياردة من الجلد و 104 ياردة من القماش. (الدرس 3-3)

a. استخدم C لتمثيل عدد الحقائب القماشية. واستخدم ℓ لتمثيل عدد الحقائب الجلدية. واكتب نظام متباينات لعدد الحقائب التي يمكن تصنيعها.

b. ارسم رسماً بيانياً يوضح منطقة الحلول. **انظر الهامش.**

c. اسرد إحداثيات رؤوس منطقة الحلول. $(0, 0), (26, 0), (20, 12), (0, 18\frac{2}{3})$

d. إذا كان النادي يخطط لبيع الحقائب ببيع 20 درهماً لكل حقيبة قماشية و 35 درهماً لكل حقيبة جلدية، اكتب دالة لمجموع الأرباح من الحقائب. $f(c, \ell) = 20c + 35\ell$

e. كيف يمكن للنادي تحقيق أقصى حد من الأرباح. **تصنيع 20 حقيبة قماشية و 12 حقيبة جلدية.**

f. ما هو الحد الأقصى للأرباح؟ **820 AED**

حل جميع المتباينات (الدرس 1-6)

لا يوجد حل 80. $|2x + 4| \leq 8$ $-6 \leq x \leq 2$ 81. $|-3x + 2| \geq 4$ $x \leq -\frac{2}{3}$ أو $x \geq 2$ 82. $|2x - 8| - 4 \leq -6$

مراجعة المهارات

حدد ما إذا كانت كل دالة بها قيمة حد أقصى أو حد أدنى أم لا. وأوجد القيمة.

83. $f(x) = 3x^2 - 8x + 4$ **الحد الأدنى: $-\frac{4}{3}$** 84. $f(x) = -4x^2 + 2x - 10$ **الحد الأقصى: -9.75** 85. $f(x) = -0.25x^2 + 4x - 5$ **الحد الأقصى: 11**

215

التدريس المتمايز

جمع وضح للطلاب أن الدوال قد يكون بها تماثل فيما يتعلق بالأصل أو المحور y . والدالة الزوجية هي الدالة التي بها $f(x) = f(-x)$. كما أن الدوال الزوجية متماثلة فيما يتعلق بالمحور y . ومن أمثلة الدوال الزوجية $f(x) = x^2$. أما الدالة الفردية هي الدالة التي بها $f(x) = -f(-x)$. كما أن الدوال الفردية متماثلة فيما يتعلق بالأصل. ومن أمثلة الدوال الفردية $f(x) = x$. اطلب من الطلاب تحديد ما إذا كانت $f(x) = x^4 - 3x^2$ و $f(x) = x^3 - 5x$ دوال زوجية أم فردية. **فردية، زوجية** اسأل الطلاب عما إذا كان من الممكن أن يكون بالدالة تماثل فيما يتعلق بالمحور x أم لا. **نعم; $f(x) = 0$ هي الدالة الوحيدة المتماثلة فيما يتعلق بالمحور x .**