

وكما هو الحال مع قسمة الأعداد الكلية، فإن قسمة اثنين من كثيرة الحدود قد ينتج عنه ناتج قسمة مع متبقي. تذكر أن $11 \div 3 = 3 + R2$ ، والتي غالبًا ما تكتب بالشكل التالي $\frac{11}{3}$. يمكن كتابة نتيجة قسمة كثيرة الحدود مع متبقي بطريقة مشابهة.

مثال اختبار معياري 3 قسمة كثيرة الحدود

أي التعبيرات يساوي $(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1}$ ؟

A $a + 10 - \frac{19}{3 - a}$ C $-a - 10 + \frac{19}{3 - a}$

B $-a + 10$ D $-a - 10 - \frac{19}{3 - a}$

اقرأ موضوع الاختبار

بما أن العامل الثاني له أس -1 ، تصبح هذه المسألة مسألة قسمة.

$$(a^2 + 7a - 11)(3 - a)^{-1} = \frac{a^2 + 7a - 11}{3 - a}$$

حل موضوع الاختبار

$$\begin{array}{r} -a - 10 \\ -a + 3 \overline{) a^2 + 7a - 11} \\ \underline{-(a + 3)} \\ 10a - 11 \\ \underline{-(10a - 30)} \\ 19 \end{array}$$

لتسهيل عملية القسمة، أعد كتابة a كـ $3 - 3 + a$.

$$\begin{array}{r} -a(-a + 3) = a^2 - 3a \\ 7a - (-3a) = 10a \\ -10(-a + 3) = 10a - 30 \\ -11 - (-30) = 19 \end{array}$$

ناتج القسمة هو $-a - 10$ والباقي هو 19.

ومن ثم $\frac{a^2 + 7a - 11}{3 - a} = -a - 10 + \frac{19}{3 - a}$ ، الإجابة هي C.

تمارين موجهة

3. أي التعبيرات يساوي $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$ ؟

F $-r - 6 + \frac{13}{1 - r}$ H $r - 6 + \frac{13}{1 - r}$

G $r + 6$ J $r + 6 - \frac{13}{1 - r}$

2 القسمة التركيبية القسمة التركيبية

هي عملية بسيطة لقسمة كثيرة الحدود على ذات الحدين. افترض أنك تريد قسمة $2x^3 - 13x^2 + 26x - 24$ على $x - 4$ باستخدام القسمة المطولة. قارن المعاملات في هذه القسمة مع تلك الموجودة في المثال 4.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ x - 4 \overline{) 2x^3 - 13x^2 + 26x - 24} \\ \underline{-(2x^3 - 8x^2)} \\ -5x^2 + 26x \\ \underline{-(5x^2 - 20x)} \\ 6x - 24 \\ \underline{-(6x - 24)} \\ 0 \end{array}$$

$$\overline{) 2x^3 - 4x^2 + 0x + 6}$$

عندما يكون هناك حد مفقود في كثيرة الحدود الموجودة في المقسوم، فيجب استخدام صفرًا لتمثيل الحد المفقود. لذا، في حالة المقسوم هنا $2x^3 - 4x^2 + 6$ ، سيتم استخدام العدد صفر كبديل للحد $-x$.

1 القسمة المطولة

المثال 1 يوضح كيفية قسمة كثيرة حدود على أحادية حد. **المثال 2** يوضح كيفية قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود باستخدام نظرية القسمة. **المثال 3** يوضح كيفية حل عنصر اختبار متعدد الخيارات يحتوي على قسمة كثيرات حدود وينتج عنه ناتج قسمة بياقي.

التقييم التقويمي

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 اختصر

$$\frac{5a^2b - 15ab^3 + 10a^3b^4}{a - 3b^2 + 2a^2b^3}$$

2 استخدم القسمة المطولة لإيجاد $(x^2 - 2x - 15) \div (x - 5)$.

$$x + 3$$

3 تمرين على اختبار معياري

أي من التعبيرات يساوي $(a^2 - 5a + 3)(2 - a)^{-1}$ ؟

D $-a + 3 - \frac{3}{2 - a}$

A $a + 3$

B $-a + 3 + \frac{3}{2 - a}$

C $-a - 3 + \frac{3}{2 - a}$

نصائح للمعلمين الجدد

إستراتيجية الامتحانات أوضح أن التعبير $3 - a$ في المثال 3 يعاد كتابته بهذا الشكل $-a + 3$ قبل بدء القسمة لكتابة البسط والمقام بترتيب تنازلي. الخطوة الأولى في القسمة المطولة تلغي الخيار أ، ويمكن للطلاب أيضًا إلغاء الخيار ب بضرب $-a + 10$ في $-a + 3$ وتوضيح أن ناتج الضرب ليس $a^2 + 7a - 11$.

المفهوم الرئيس القسمة التركيبية

- الخطوة 1** اكتب معاملات المقسوم بحيث تكون درجات الحدود مرتبة ترتيبًا تنازليًا. اكتب الثابت r للمقسوم عليه $x - r$ في المربع. اكتب المعامل الأول في الأسفل.
- الخطوة 2** اضرب المعامل الأول في r واكتب ناتج الضرب تحت المعامل الثاني.
- الخطوة 3** اجمع ناتج الضرب والمعامل الثاني.
- الخطوة 4** كرر الخطوات 2 و 3 حتى تصل إلى المجموع في العمود الأخير. تعتبر الأرقام الموجودة على طول الصف السفلي معاملات ناتج القسمة. إن قوة الحد الأول أقل من درجة المقسوم بدرجة واحدة. العدد النهائي هو الباقي.

2 القسمة المركبة

المثال 4 يبين كيفية استخدام القسمة التركيبية لقسمة كثيرة حدود على ذات حدين. **المثال 5** يوضح كيفية استخدام القسمة التركيبية لقسمة كثيرة حدود على ذات حدين عندما يكون معامل x في القاسم ليس 1.

مثال إضافي

4 استخدم القسمة التركيبية لإيجاد $(x^3 - 4x^2 + 6x - 4) \div (x - 2)$.

$$x^2 - 2x + 2$$

انتبه!

منع الأخطاء في تدريبات التمارين الموجهة ذكر الطلاب بضرورة وجود معامل 0 عن أي حد ناقص في المقسوم.

التركيز على المحتوى الرياضي

قسمة كثيرات الحدود يمكنك

استخدام القسمة التركيبية لقسمة كثيرة حدود على ذات حدين. ويجب أن تكون حدود القاسم والمقسوم بترتيب تنازلي للقوة، ويجب أن يوجد معامل 0 لأي حد ناقص. وإذا كان القاسم بصيغة $x - r$ ، اقسم كل حد في القاسم والمقسوم على معامل الحد الأول للقاسم ثم استخدم القسمة التركيبية.

مثال 4 القسمة التركيبية

استخدم القسمة التركيبية لإيجاد $(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & & & \end{array}$$

الخطوة 1 اكتب المعاملات الخاصة بالمقسوم. اكتب الثابت r في المربع. في هذه الحالة، $r = 4$. اكتب المعامل الأول، 2، في الأسفل.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & & \\ \hline & 2 & -5 & & \end{array}$$

الخطوة 2 اضرب المعامل الأول في r : $2 \cdot 4 = 8$. اكتب ناتج الضرب تحت المعامل الثاني.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & & \\ \hline & 2 & -5 & & \end{array}$$

الخطوة 3 اجمع ناتج الضرب والمعامل الثاني: $-13 + 8 = -5$.

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -13 & 26 & -24 \\ & & 8 & -20 & 24 \\ \hline & 2 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

الخطوة 4 اضرب المجموع، $-5 \times 4 = -20$ ، في r . اكتب ناتج الضرب تحت المعامل التالي. ثم اجمع: $26 + (-20) = 6$. اضرب المجموع، 6، في r : $6 \cdot 4 = 24$. اكتب ناتج الضرب تحت المعامل التالي ثم اجمع: $-24 + 24 = 0$.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 6 \\ (x) \quad x - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8x^2 + 20x - 24 \\ 2x^3 - 5x^2 + 6x \\ 2x^3 - 13x^2 + 26x - 24 \end{array}$$

تحقق اضرب ناتج القسمة في المقسوم عليه. يجب أن تكون الإجابة مساوية للمقسوم.

ناتج القسمة هو $2x^2 - 5x + 6$. الباقي هو 0.

تمارين موجهة 4A. $2x^2 - 3x + 5$ 4B. $3x^2 - 2x + 7$

استخدم القسمة التركيبية لمعرفة كل ناتج قسمة.

4A. $(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3)$

4B. $(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2)$

4C. $(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2)$

4D. $(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2)$

انتبه جيدًا!
القسمة التركيبية
تذكر أن تجمع الحدود عند القيام بالقسمة التركيبية.

4C. $4a^3 - 8a^2 + 18 - a$
 $40 + \frac{92}{a+2}$
4D. $6b^3 + 4b^2 + 8b + 28 + \frac{42}{b-2}$

التدريس بالتكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات، وحدد مسألة قسمة كثيرة حدود مختلفة لكل مجموعة. واطلب من كل مجموعة إنشاء شريط فيديو يظهر كيفية استخدام القسمة التركيبية لإيجاد ناتج القسمة. ثم انشر جميع أشرطة الفيديو على موقع مشاركة فيديو ليشاركها الطلاب.

مثال إضافي

5 استخدم القسمة التركيبية لإيجاد
 $(4y^3 - 6y^2 + 4y - 1) \div (2y - 1)$
 $2y^2 - 2y + 1$

تعليم الممارسات الرياضية

الدقة يمكن للطلاب المتقدمون في الرياضيات الحساب بدقة وكفاءة والتعبير عن الإجابات الرقمية بدرجة من الدقة تناسب سياق المسألة. فشجع الطلاب على النظر في القسمة المطولة والقسمة التركيبية وتحديد الطريقة الأسهل لهم في حالة معينة.

انتبه جيداً!

الدقة تذكر أن تقسم كل الحدود الموجودة في البسط والمقام.

مثال 5 مقسوم عليه بمعامل أول بخلاف 1

استخدم القسمة التركيبية لحل المعادلة التالية $(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div (3x + 1)$.

أعد كتابة المقسوم عليه مع معامل أساسي 1. ثم اقسّم البسط والمقام على 3.

بسط البسط والمقام.

بما أن البسط لا يحتوي على أي حد ثابت، استخدم المعامل صفر بدلاً من الحد الثابت.

$$\begin{array}{r} 1 \quad -\frac{5}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{7}{3} \quad 0 \\ -\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad -\frac{1}{3} \quad -\frac{2}{3} \\ \hline 1 \quad -2 \quad 1 \quad 2 \quad -\frac{2}{3} \end{array}$$

النتيجة هي $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x+1}$. الآن بسط الكسر.

$$\frac{2}{3x+1} = \frac{2}{3} \div \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{3} &= \frac{3x}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3x+1}{3} \\ \text{اضرب في المعكوس الضربي.} & \\ \text{بسط.} & \\ \text{الحل هو } x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x+1} & \end{aligned}$$

تحقق اقسّم باستخدام القسمة المطولة.

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + x + 2 \\ 3x+1 \overline{) 3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x} \\ \underline{(-) 3x^4 + x^3} \\ -6x^3 + x^2 \\ \underline{(-) -6x^3 - 2x^2} \\ 3x^2 + 7x \\ \underline{(-) 3x^2 + x} \\ 6x + 0 \\ \underline{(-) 6x + 2} \\ -2 \end{array}$$

النتيجة هي $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x+1}$. ✓

تمارين موجهة 5D. $2c^2 - 3c - 2$ 5C. $3b^2 + 4b - 1 + \frac{2}{5b-4}$

استخدم القسمة التركيبية لمعرفة كل ناتج قسمة.

5A. $(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div (2x + 1)$ 5B. $(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div (4y - 1)$

5C. $(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4)$ 5D. $(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div (3c - 4)$

التدريس المتمايز

إذا كان يعاني بعض الطلاب من مشاكل في الحفاظ على تركيزهم طوال تسلسل الخطوات المطلوبة في القسمة المطولة.

فإن فشجعهم على مقارنة النتائج المتوسطة مع أحد الزملاء حتى يتمكنوا من طرح الأسئلة وتحديد الأخطاء قبل إتمام المسألة كلها.

3 تمرين

التقييم التقويمي

استخدم التمارين 1-11 للتحقق من الفهم.

استخدام التمثيل البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

تعليم الممارسات الرياضية

التفكير يعي الطلاب المحنكين رياضيا الكميات وعلاقاتها في المسائل. إذ ينطوي التفكير الكمي على عادات إيجاد تمثيل متماسك للمسألة المطروحة، والنظر في الوحدات المعنية، والتطرق لمعنى الكميات وليس لكيفية حسابها فقط، والتحلي بالمعرفة والمرونة في استخدام الخواص المختلفة للعمليات والأشياء.

نصائح للمعلمين الجدد

التفكير عندما حل المسائل الرياضية باستخدام خوارزمية القسمة ينبغي تقديم المشورة للطلاب لعمل، مثال قسمة رقمية بسيط مثل $8 \div 5$ ، لمساعدتهم على تذكر كيفية كتابة الباقي كجزء من ناتج القسمة.

تأكد من أنك فهمت.

- الأمثلة 1، 2، 4، 5. $3z^3 - 15z^2 + 36z - 105 + \frac{309}{z+3}$ بسط. $6. y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10$
1. $\frac{4xy^2 - 2xy + 2x^2y}{xy} 4y + 2x - 2$ 2. $(3a^2b - 6ab + 5ab^2)(ab)^{-1} 3a + 5b - 6$
3. $(x^2 - 6x - 20) \div (x + 2) x - 8 - \frac{4}{x+2}$ 4. $(2a^2 - 4a - 8) \div (a + 1) 2a - 6 - \frac{2}{a+1}$
5. $(3z^4 - 6z^3 - 9z^2 + 3z - 6) \div (z + 3) 6. (y^5 - 3y^2 - 20) \div (y - 2)$

7. اختيار من متعدد أي التعبيرات الآتية يساوي $(x^2 + 3x - 9)(4 - x)^{-1}$ ؟ A $-x - 7 + \frac{19}{4 - x}$ B $-x - 7$ C $x + 7 - \frac{19}{4 - x}$ D $-x - 7 - \frac{19}{4 - x}$

8. $2x + 1 + \frac{3}{x+1}$ بسط. 5 مثال 9. $(18a^2 + 6a + 9) \div (3a - 2) 6a + 6 + \frac{21}{3g-2}$
10. $\frac{12b^2 + 23b + 15}{3b + 8} 4b - 3 + \frac{39}{3b + 8}$ 11. $\frac{27y^2 + 27y - 30}{9y - 6} 3y + 5$

تمارين وحل المسائل

12. $3a^2b - 2ab^2$ 13. $x + 3y - 2$ 14. $7g^2h + 3g - 2h^2$ بسط. 1 مثال 15. $\frac{24a^3b^2 - 16a^2b^3}{8ab}$ 16. $\frac{5x^2y - 10xy + 15xy^2}{5xy}$ 17. $\frac{7g^3h^2 + 3g^2h - 2gh^3}{gh}$
18. الطاقة تفعل مصابيح الفلورسنت المدمجة (CFL) من إهدار الطاقة. يمكن تقدير مقدار الطاقة المهدرة التي يتم توفيرها يوميًا في منطقة معينة من خلال $b^2 + 8b$ ، حيث أن b هو عدد المصابيح. اقسّم على b لإيجاد متوسط مقدار الطاقة الموفرة لكل مصباح فلورسنت مدمج. $-b + 8$

19. الخبز يمكن تقدير عدد قطع الكعك التي يتم إنتاجها في مصنع ما كل يوم من خلال $-w^2 + 16w + 1000$ ، حيث أن w هو عدد العُمال. اقسّم على w لإيجاد متوسط عدد قطع الكعك التي ينتجها العامل الواحد. $-w + 16 + \frac{1000}{w}$

20. $(a^2 - 8a - 26) \div (a + 2) a - 10 - \frac{6}{a+2}$ 21. $b^2 - 5b + 6 - \frac{8}{b+1}$ 22. $x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 52x + 208 + \frac{832}{x-4}$ بسط. 2 الأمثلة 2، 4، 5 23. $(b^3 - 4b^2 + b - 2) \div (b + 1)$ 24. $(x^5 - 4x^3 + 4x^2) \div (x - 4)$ 25. $(g^4 - 3g^2 - 18) \div (g - 2)$ 26. $\frac{y^3 + 11y^2 - 10y + 6}{y+2}$ 27. $\frac{6x^5 + 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x}{3x+1}$ 28. $\frac{4g^4 - 6g^3 + 3g^2 - g + 12}{4g-4}$ 29. $(2b^3 - 6b^2 + 8b) \div (2b + 2)$ 30. $(6z^6 + 3z^4 - 9z^2)(3z - 6)^{-1}$ 31. $(10y^6 + 5y^5 + 10y^3 - 20y - 15)(5y + 5)^{-1}$ 32. التعليل تم تصميم علبة على شكل مستطيل لينتج جديد بحيث تكون للأبعاد الثلاثة دائمًا علاقة خاصة بحددها المتغير x . يمكن التعبير عن حجم العلبة بـ $6x^3 + 31x^2 + 53x + 30$ ودائمًا ما يكون الارتفاع $x + 2$. ما عرض وطول العلبة؟ $2x + 3, 3x + 5$

203

خيارات واجب منزلي متباينة

المستوى	المهمة	خيار ليومين
أساسي ق.م	12-33, 43, 45-74	13-33, 49-52 فردي, 12-32 زوجي, 53-74
متوسط ص.م	13-33, 34, 35, 37-41 فردي, 42, 43, 45-74	12-33, 49-52
متقدم ق.م	34-66	

تمثيلات متعددة

في التمرين 42. يستخدم الطلاب البطاقات الجبرية والعمليات الجبرية لقسمة كثيرات الحدود.

إجابة إضافية

34b. إجابة نموذجية اجعل x هي الرقم. اضرب x في 4 لتحصل على $4x$. ثم أضف $x + 15$ إلى ناتج الضرب لتحصل على $5x + 15$. اقسم كثيرة الحدود على $x + 3$. ناتج القسمة هو 5.

33. الفيزياء يرتبط الجهد الكهربائي V بالتيار I والغدة P من خلال المعادلة $V = \frac{P}{I}$. يمكن تمثيل قدرة المولد من خلال $P(t) = t^3 + 9t^2 + 26t + 24$. إذا كان تيار المولد $I = t + 4$ فاكذب تعبيرا يمثل الجهد.

34. 8. **ترفيه** يعطي ساحر هذه التعليمات لمتطوع.

- اختر عدداً واضربه في 4.
- ثم اجمع مجموع عدديك و 15 مع ناتج الضرب الذي توصلت إليه.
- الآن اقسمه على مجموع عدديك و 3.

a. ما هو العدد الذي سينتهي إليه المتطوع في كل الأحوال؟ 5
b. اشرح العملية التي استخدمتها للوصول إلى الإجابة. انظر الهامش

35. **الأعمال** يمكن تقدير عدد اشتراكات مجلة ما التي تم بيعها من خلال $n = \frac{3500a^2}{a^2 + 100}$ حيث أن a هو مقدار المال الذي أنفقتته الشركة على الدعاية بالمشة درهم و n هو عدد الاشتراكات التي تم بيعها. a. قم بالقسمة الموضحة على a . $\frac{3500a^2}{a^2 + 100} \div \frac{35000}{a^2 + 100} = 3500 - \frac{35000}{a^2 + 100}$

b. ما العدد التقريبي للاشتراكات التي سيتم بيعها إذا أنفقت الشركة 1500AED على الإعلانات؟

حول 2423 اشتراكات

$$\begin{array}{lll} 36. (x^4 - y^4) \div (x - y) & 37. (28c^3d^2 - 21cd^2) \div (14cd) & 38. (a^3b^2 - a^2b + 2b)(-ab)^{-1} \\ 39. \frac{n^3 + 3n^2 - 5n - 4}{n + 4} & 40. \frac{p^3 + 2p^2 - 7p - 21}{p + 3} & 41. \frac{3z^5 + 5z^4 + z + 5}{z + 2} \end{array}$$

42. **تمثيلات متعددة** لديك مستطيل بمساحة $2x^2 + 7x + 3$ وطول $2x + 1$. **انظر الهامش.**

a. التمثيل المادي استخدم مربعات الجبر لتمثيل هذه الحالة. استخدم النموذج لإيجاد العرض.

b. التمثيل الرمزي اكتب تعبيراً لتمثل النموذج.

c. التمثيل العددي حل هذه المسألة جبرياً باستخدام القسمة التركيبية أو المطولة. هل يتطابق التمثيل المادي مع التمثيل الجبري؟

45. نموذج الإجابة: درجة ناتج القسمة زائد درجة المقسوم عليه يساوي درجة المقسوم. كثيرة الحدود.

مهارات التفكير العليا مسائل استخدم مهارات-التفكير

48. نموذج الإجابة: من تحليل الأخطاء تقوم شادية وجمال بقسمة $2x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ على $x - 3$. زعم شادية أن الباقي هو 26. بينما يعتقد جمال أن الباقي هو 100. هل أحدهما صحيح؟ اشرح تفليكم. **نموذج إجابة: شادية؛ حيث قام $x + 3$ جمال بالفعل بالقسمة على**

44. **تحدي** إذا قسمت كثيرة الحدود على ذات الحدين والباقي كان صفر، فماذا يعني ذلك بالنسبة للعلاقة بين ذات الحدين وكثيرة الحدود؟ **يعتبر ذات الحدين عاملاً لكثيرة الحدود.**

45. **التعليق** راجع أي من مسائل القسمة في هذا الدرس. ما العلاقة بين درجات المقسوم، والمقسوم عليه، و ناتج القسمة؟

46. **النهاية المفتوحة** اكتب حاصل قسمة لاثنتين من كثيرة الحدود بحيث يكون الباقي 3.

47. **الحجج** حدد ناتج قسمة لا ينتمي للثلاثة الآخرين. اشرح تفليكم.

48. **الكتابة في الرياضيات** استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس لكتابة تعليمات التجميع باستخدام قسمة كثيرة الحدود لعمل غلاف من الورق لكتابك.

تعليم الممارسات الرياضية

الحجج يتمكن الطلاب المحنكون رياضيا من فهم واستخدام الافتراضات والتعريفات المذكورة والنتائج المحددة سابقا في بناء الحجج. حيث يقدمون تخمينات ويبنون تطورا منطقيا للبيانات لاستكشاف حقيقة هذه التخمينات. كما أنهم قادرون على تحليل الأوضاع عن طريق تقسيمها إلى حالات، بالجمع إلى أنهم قادرون على التعرف على الأمثلة المضادة واستخدامها.

4 التقويم

ذكر المصطلح الرياضي اطلب من الطلاب شرح كيفية استخدام القسمة التركيبية لقسمة كثيرة حدود على ذات حدين. واطلب منهم إثبات الطريقة باستخدام كثيرة الحدود $3x^3 - 4x^2 + 5x^2 - 7$ وذات الحدين $x - 2$.

إجابات إضافية

36. $(x^2 + y^2)(x + y)$

37. $\frac{4c^2d - 3d}{2}$

38. $-a^2b + a - \frac{2}{a}$

39. $n^2 - n - 1$

40. $p^2 - p - 4 - \frac{9}{p+3}$

41. $3z^4 - z^3 + 2z^2 - 4z + 9 - \frac{13}{z+2}$

42a.

x^2	x	x	x
x^2	x	x	x
x	1	1	1

العرض هو $x + 3$.

42b. $2x^2 + 7x + 3 \div (2x + 1)$

42c. $\frac{-\frac{1}{2}}{1 \quad 3 \quad 0}$
نعم

تمرين على نموذج اختبار

49. يقوم مكتب بتوظيف عدد x امرأة و 3 رجال. ما هي نسبة العدد الإجمالي للموظفين لعدد النساء؟ **A**

A $\frac{x+3}{x}$
B $\frac{x}{x+3}$

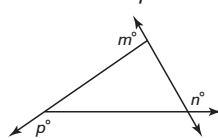
C $\frac{3}{x}$
D $\frac{x}{3}$

50. SAT/ACT أي كثيرة الحدود لديها درجة 3؟ **K**

F $x^3 + x^2 - 2x^4$
G $-2x^2 - 3x + 4$
H $3x - 3$

J $x^2 + x + 12^3$
K $1 + x + x^3$

51. جواب شبكي في الشكل أدناه، $m + n + p = ?$ **360**



52. $(-4x^2 + 2x + 3) - 3(2x^2 - 5x + 1) = ?$ **C**

A $2x^2$
B $-10x^2$

C $-10x^2 + 17x$
D $2x^2 + 17x$

مراجعة شاملة

بسط. (الدرس 1-4) 53. $3x^3 + 2x^2 + x + 4$ 54. $2y^3 + 3y^2 - 9y + 8$ 56. $2c^3 - 3c^2d - 2cd^2 + 3d^3$

53. $(5x^3 + 2x^2 - 3x + 4) - (2x^3 - 4x)$ 54. $(2y^3 - 3y + 8) + (3y^2 - 6y)$ 55. $4a(2a - 3) + 3a(5a - 4)$ **23a^2 - 24a**

56. $(c + d)(c - d)(2c - 3d)$ 57. $(xy)^2(2xy^2z)^3$ **$8x^5y^8z^3$** 58. $(3ab^2)^{-2}(2a^2b)^2$ **$\frac{4a^2}{9b^2}$**

حدد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات يعد معكوسًا للآخر. (الدرس 3-6)

59. $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} \frac{3}{13} & -\frac{1}{18} \\ -\frac{1}{26} & -\frac{2}{13} \end{bmatrix}$
لا

60. $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{20} \\ -\frac{1}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix}$
لا

61. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$
نعم

حل كل منظومة من المعادلات. (الدرس 3-1)

62. $4x - 7y = -9$ $(-4, -1)$
 $5x + 2y = -22$

63. $8y - 2x = 38$ $(-4, 3)$
 $5x - 3y = -27$

64. $3x + 8y = 24$ **لا يوجد حل**
 $-16y - 6x = 48$

حل كل متباينة. (الدرس 1-5)

65. $3x - 6 \leq -14$ **$x \leq -\frac{8}{3}$**

66. $6 - 4x \leq 2$ **$x \geq 1$**

67. $-6x + 3 \geq 3x - 16$ **$x \leq \frac{19}{9}$**

68. **الأعمال** يمكن لمنسق الحقائق أن يقوم بقص العشب في 30 دقيقة، والانتهاء من تنسيق حديقة صغيرة في 90 دقيقة. ويعمل لمدة 10 ساعات على الأكثر يوميًا. خمسة أيام في الأسبوع. كما يحصل على 35AED مقابل قص العشب و 125AED مقابل تنسيق الحديقة. ولا يمكنه تنسيق أكثر من 3 حدائق في اليوم الواحد. أوجد عدد مرات قص العشب وعدد الحقائق التي قام بتنسيقها في الأسبوع والتي من شأنها تعزيز دخله. ثم أوجد الحد الأقصى للدخل. (الدرس 3-3)

513800AED؛ حديقة، و 55 مرة لقص العشب

مراجعة المهارات

أوجد القيمة إذا كان $f(x) = 4x + 3$, $g(x) = -x^2$, و $h(x) = -2x^2 - 2x + 4$.

69. $f(-6)$ **-21**

70. $g(-8)$ **-64**

71. $h(3)$ **-20**

72. $f(c)$ **$4c + 3$**

73. $g(3d)$ **$-9d^2$**

74. $h(2b + 1)$ **$-8b^2 - 12b$**

205

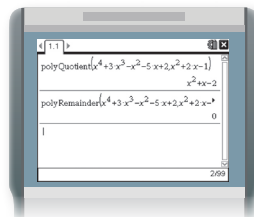
التدريس المتمايز

توسع القسمة على كثيرات الحدود ذات الكسور والجذور تتطلب الانتباه للتفاصيل والحسابات الدقيقة. اطلب من الطلاب قسمة $(x - \sqrt{2})$ قسما سويا $x^4 - 6x^2 + 8$ **$x^3 + \sqrt{2}x^2 - 4x - 4\sqrt{2}$**

التمثيل البياني لمختبر التكنولوجيا: قسمة كثيرات الحدود

القسمة المطولة والقسمة التركيبية بديلان
لقسمة كثيرات الحدود بالفواسم الخطية. إذ يمكنك استخدام
حاسبة رسوم بيانية مزودة بنظام الجبر-الكمبيوتر (CAS)
لقسمة كثيرات الحدود بأي مقسوم عليه.

النشاط 1 قسمة كثيرات الحدود دون وجود باقي



استخدم نظام CAS لإيجاد $(x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2) \div (x^2 + 2x - 1)$.

الخطوة 1 أضف صفحة حاسبة جديدة.

الخطوة 2 من القائمة، اختر الجبر. ثم أدوات كثيرة الحدود ناتج قسمة كثيرات الحدود.

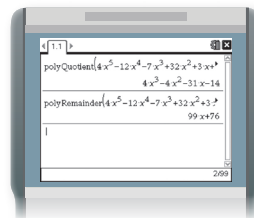
الخطوة 3 اكتب المقسوم، وفاصلة، والمقسوم عليه.

يشير نظام CAS إلى أن $(x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2) \div (x^2 + 2x - 1)$
هي $x^2 + x - 2$.

الخطوة 4 للتحقق من عدم وجود باقي، اختر باقي كثيرات الحدود من قائمة الجبر، أدوات
كثيرة الحدود ثم اكتب المقسوم، وفاصلة، والمقسوم عليه.

في 1 النشاط الأول، لم يكن هناك باقي. ولكن في الكثير من الحالات يكون هناك باقي.

النشاط 2 قسمة كثيرات الحدود مع وجود باقي



استخدم نظام CAS لإيجاد $(4x^5 - 12x^4 - 7x^3 + 32x^2 + 3x + 20) \div (x^2 - 2x + 4)$.

الخطوة 1 أضف صفحة حاسبة جديدة.

الخطوة 2 من القائمة، اختر الجبر. ثم أدوات كثيرة الحدود ناتج قسمة كثيرات الحدود.

الخطوة 3 اكتب المقسوم، وفاصلة، والمقسوم عليه. يشير نظام CAS إلى أن

$$(4x^5 - 12x^4 - 7x^3 + 32x^2 + 3x + 20) \div (x^2 - 2x + 4)$$

$$4x^3 - 4x^2 - 31x + 14$$

نريد أن نحدد ما إذا كان هناك باقي أم لا.

الخطوة 4 استخدم خيار باقي كثيرة الحدود من قائمة الجبر، أدوات كثيرة الحدود لتحديد الباقي.
اكتب المقسوم، وفاصلة، والمقسوم عليه.

الباقي $99x + 76$.

$$(4x^5 - 12x^4 - 7x^3 + 32x^2 + 3x + 20) \div (x^2 - 2x + 4), \text{ إذا,}$$

$$4x^3 - 4x^2 - 31x - 14 + \frac{99x + 76}{x^2 - 2x + 4}$$

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة رسوم بيانية
مزودة بنظام CAS لقسمة كثيرات
الحدود.

المواد

- حاسبة رسوم بيانية مزودة بتكنولوجيا CAS

نصيحة تدريسية

- في بعض الأحيان يتعذر عرض المعادلات الطويلة على شاشة واحدة. فاستخدم السهم الأيمن لتحريك الشاشة إلى اليمين.
- ذكر الطلاب بأنه لا يمكنهم تعديل الخط بعد الضغط على **enter** (**دخول**). ومع ذلك يمكنك استخدام **ctrl V** و **ctrl C** لنسخ ولصق المعادلة ثم إجراء التعديلات.
- في الخطوة 2 من التمرين 3 يمكن للطلاب استخدام القسمة المطولة أو نظام CAS للقسمة.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الوحدة إلى أزواج. واعمل على النشاط 1 و 2 كفصل كامل. ثم اطلب من الطلاب العمل مع زملائهم لإتمام النشاط 3.

تدريب اطلب من الطلاب استكمال التمارين 1-5.

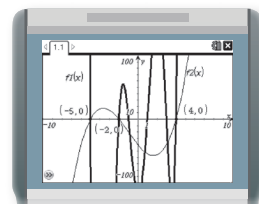
3 التقويم

التقويم التكويني

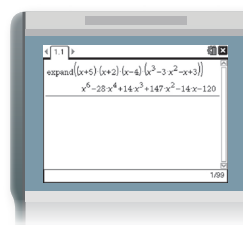
استخدم التمرين 6 والتمرين 7 لتقييم قدرة كل طالب على قسمة كثيرات الحدود.

من الحسي إلى المعنوي

اطلب من الطلاب تلخيص ما تعلموه عن قسمة كثيرات الحدود.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-100, 100]$ scl: 10



يمكنك أيضًا استخدام حاسبة رسوم بيانية لتحديد جذور كثيرات الحدود حتى تتمكن من القسمة عن طريق القسمة التركيبية.

النشاط 3 القسمة باستخدام القسمة التركيبية

استخدم نظام CAS لإيجاد $(x^6 - 28x^4 + 14x^3 + 147x^2 - 14x - 120) \div (x^3 + 3x^2 - 18x - 40)$.

الخطوة 1 اكتب المقسوم بهذا الشكل $f1(x)$ واكتب المقسوم عليه بهذا الشكل $f2(x)$

على نفس صفحة الحاسبة. واستخدم أداة نقاط التقاطع من قائمة النقاط والخطوط لمعرفة أين يكون للرسوم البيانية نفس التقاطع مع المحور x .

الخطوة 2 استخدم الجذور من الخطوة الأولى كمقسوم عليه للقسمة التركيبية 1.

-5	1	0	-28	14	147	-14	-120
		-5	25	15	-145	-10	120
	1	-5	-3	29	2	-24	0
-2	1	-5	-3	29	2	-24	
		-2	14	-22	-14	24	
	1	-7	11	7	-12	0	
4	1	-7	11	7	-12		
		4	-12	-4	12		
	1	-3	-1	3	0		

الخطوة 3 استخدم وظيفة فك للتأكد من أن $x^3 - 3x^2 - x + 3$ هو ناتج القسمة عندما تكون -5 ، -2 ، و 4 جذور.

إذًا، $(x^6 - 28x^4 + 14x^3 + 147x^2 - 14x - 120) \div (x^3 + 3x^2 - 18x - 40)$ هو $x^3 - 3x^2 - x + 3$.

$$5. x^3 - 8 - \frac{24x}{2x^3 + 2x^2 - 4x - 2}$$

تمارين

أوجد كل ناتج قسمة.

- $(2x^4 + x^3 - 8x^2 + 17x - 12) \div (x^2 + 2x - 3)$
- $(x^4 + 7x^3 + 8x^2 + x - 12) \div (x^2 + 3x - 4)$
- $(9x^5 - 9x^3 - 5x^2 + 5) \div (9x^3 - 5)$
- $(x^5 - 8x^4 + 10x^3 + 14x^2 + 61x - 30) \div (x^2 - 5x + 3)$
- $(2x^6 + 2x^5 - 4x^4 - 18x^3 - 16x^2 + 8x + 16) \div (2x^3 + 2x^2 - 4x - 2)$
- $(6x^6 - 2x^5 - 14x^4 + 10x^3 - 4x^2 - 28x - 5) \div (3x^3 - x^2 - 7x - 1)$
- استخدم القسمة التركيبية لإيجاد $(x^6 - 7x^5 - 21x^4 + 175x^3 + 56x^2 - 924x + 720) \div (x^3 - 5x^2 - 12x + 36)$.