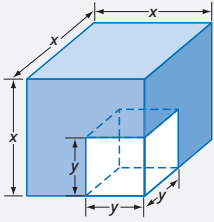


4-5 حل المعادلات كثيرة الحدود

سابقاً الآن لماذا؟



- لقد قيمت بحل المعادلات التربيعية
- 1 حل عوامل كثيرات الحدود.
- 2 حل معادلات كثيرات الحدود باستخدام تحليل العوامل.
- تم اقتطاع مكعب صغير من مكعب أكبر. حجم الشكل المتبقي معطى و يجب تحديد أبعاد كل مكعب. يمكن فعل ذلك عن طريق تحليل عوامل كثيرة الحدود المكعبة $x^3 - y^3$.

1 التركيز

الأفقية المحاذاة

قبل الدرس 4-5 حل المعادلات التربيعية عن طريق إيجاد العامل.

الدرس 4-5 إيجاد عوامل كثيرات الحدود

حل المعادلات كثيرة الحدود عن طريق إيجاد العامل.

بعد الدرس 4-5 استخدام بعض الأدوات مثل إيجاد العامل لتحويل المعادلات وحلها.

مفردات جديدة
كثيرات الحدود الأولية (prime polynomials)
الشكل التربيعي (quadratic form)

تدريبات رياضية
نموذج الرياضيات

1 حل كثيرات الحدود في الدرس 4-3، تعلمنا أنه يمكن تحليل عوامل التربيعيات بالمثل كأعداد الكلية. بينما عواملها هي كثيرات حدود أخرى. كمثال التربيعيات، يمكن تحليل عوامل بعض كثيرات الحدود المربعة باستخدام قواعد خاصة.

| النظرية الرئيسية المجموع والفرق بين المكعبات | |
|--|---------------------|
| حالة عامة | أسلوب تحليل العوامل |
| $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ | حاصل جمع مكعبين |
| $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ | الفرق بين مكعبين |

كثيرات الحدود التي لا يمكن تحليلها تسمى **كثيرات الحدود الأولية**.

المثال 1 المجموع والفرق بين المكعبات

قم بتحليل عوامل كل كثيرة حدود. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولي.

a. $16x^4 + 54xy^3$

$16x^4 + 54xy^3 = 2x(8x^3 + 27y^3)$

حل العامل المشترك الأكبر.

$27y^3$ و $8x^3$ كلاهما مكعبات كاملة، لذا يمكننا تحليل عوامل مجموع المكعبين.

$8x^3 + 27y^3 = (2x)^3 + (3y)^3$ $(2x)^3 = 8x^3$; $(3y)^3 = 27y^3$

$= (2x + 3y)[(2x)^2 - (2x)(3y) + (3y)^2]$ مجموع المكعبين

$= (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ قم بالتنسيق.

$16x^4 + 54xy^3 = 2x(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ استبدل العامل المشترك الأكبر.

b. $9y^3 + 5x^3$

المصطلح الأول هو مكعب كامل، ولكن المصطلح الثاني ليس مكعب كامل. لذلك، لا يمكن تحليل عوامل كثيرة الحدود باستخدام طريقة مجموع المكعبات. كما أنه لا يمكن تحليل عوامل كثيرة الحدود باستخدام الأساليب التربيعية أو طريقة العامل المشترك الأكبر. وبالتالي، فإنها كثيرة حدود أولية.

تدريبات موجهة

1A. $5y^4 - 320yz^3$

1B. $-54w^4 - 250wz^3$

1A. $5y(y - 4z)(y^2 + 4yz + 16z^2)$ 1B. $-2w(3w + 5z)(9w^2 - 15wz + 25z^2)$

2 التدريس

أسئلة داعمة

هل قرأ الطلاب قسم **لماذا؟** من الدرس.

أسأل:

ما هي صيغة حجم المكعب؟
 $V = x^3$

ما هو حجم المكعب الأكبر إذا كان $x = 5$ بوصة؟ 125 in^3

ما هو الفرق في حجم المكعبين إذا كان $y = 2$ بوصة؟ 117 in^3

1 تحليل كثيرات الحدود إلى العوامل الأولية

المثال 1 يوضح كيفية إيجاد عامل مجموع أو فرق مكعبين. **المثال 2** يوضح كيفية استخدام التجميع لإيجاد عامل كثيرة حدود. **المثال 3** يوضح كيفية إيجاد عامل مجموعات من المكعبات والمربعات.

التقييم التقويمي

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد عامل كل كثيرة حدود. إذا تعذر إيجاد عامل كثيرة الحدود، اكتب كلمة أولية.

a. $400 - x^3$ الحد الأول

مكعب كامل على
عكس الحد الثاني. إذا،
فهي كثيرة حدود أولية.

b. $24x^5 + 3x^2y^3$
 $3x^2(2x + y)(4x - 2xy + y^2)$

a. $x^3 + 5x^2 - 2x - 10$
 $(x + 5)(x^2 - 2)$

b. $a^2 + 3ay + 2ay^2 + 6y^3$
 $(a + 3y)(a + 2y^2)$

انتبه!

منع الأخطاء وضح للطلاب أنه غالباً ما يكون من الصعب أن ندرك أن التجميع يمكن استخدامه لإيجاد عامل كثيرة حدود. وشدد على أنه ينبغي النظر فقط في هذه الطريقة عند محاولة إيجاد عامل كثيرة حدود ذات أربعة حدود أو أكثر.

منع الأخطاء شدد على أهمية فحص كل عامل للتأكد من أنه عامل أولي قبل البت في التجميع الأخير للعوامل التي تم إيجادها.

يلخص الجدول أدناه أساليب العوامل المشتركة الأكثر استخداماً مع كثيرات الحدود. وقتنا نقوم بتحليل عوامل لكثيرة حدود، ابحث عن العامل المشترك أولاً. ثم حدد إذا ما كان من الممكن تحليل العوامل كثيرة الحدود الناتجة مرة أخرى باستخدام واحد أو أكثر من الطرق الموضحة بالأسفل.

| ملخص النظرية أساليب تحليل العوامل | | |
|--|---|---------------|
| حالة عامة | أسلوب تحليل العوامل | عدد المصطلحات |
| $4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$ | العامل المشترك الأكبر | أي عدد |
| $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ | الفرق بين مربعين حاصل جمع مكعبين الفرق بين مكعبين | اثنان |
| $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ | ثلاثيات الحدود ذوو المربع الكامل | ثلاثة |
| $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$ | ثلاثيات الحدود العامة | |
| $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$ | التجميع | أربعة أو أكثر |

المثال 2 تحليل العوامل بالتجميع

قم بتحليل عوامل كل كثيرة حدود. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولي.

a. $8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$

$$\begin{aligned} &8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy \\ &= (8ax + 4bx + 4cx) + (6ay + 3by + 3cy) \\ &= 4x(2a + b + c) + 3y(2a + b + c) \\ &= (4x + 3y)(2a + b + c) \end{aligned}$$

التعبير الأصلي
قم بالتجميع لإيجاد العامل المشترك الأكبر
حلل العامل المشترك الأكبر
خاصية التوزيع

b. $20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$

$$\begin{aligned} &20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz \\ &= (20fy + 15gy - 10hy) + (-16fz - 12gz + 8hz) \\ &= 5y(4f + 3g - 2h) - 4z(4f + 3g - 2h) \\ &= (5y - 4z)(4f + 3g - 2h) \end{aligned}$$

التعبير الأصلي
قم بالتجميع لإيجاد العامل المشترك الأكبر
حلل العامل المشترك الأكبر
خاصية التوزيع

تدريبات موجهة

2A. $30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$ $(6x - y^2)(5a - 4b + c)$

2B. $13ax + 18bz - 15by - 14az - 32bx + 9ay$ أولي

تحليل العوامل بالتجميع هي الطريقة الوحيدة التي يمكن استخدامها لتحليل عوامل كثيرات الحدود ذوي أربعة مصطلحات أو أكثر. بالنسبة لكثيرات الحدود ذوي المصطلحات أو ثلاثة مصطلحات، فقد يصبح من السهل تحليلها وفقاً لواحدة من الأنماط الموضحة بالأعلى.

عند تحليل عوامل مصطلحين حيث الأس قيمته 6 أو أكثر، ابدأ بتحليل المربعات الكاملة قبل تحليل المكعبات الكاملة.

229



رابط تاريخ الرياضيات
صوفي جيرمان
(1776-1831)

علمت صوفي جيرمان الرياضيات نفسها بنفسها عن طريق كتب من مكتبة أبيها خلال الثورة الفرنسية عندما كانت محجوزة لدواعي الأمان. قامت جيرمان باكتشاف الهياكل $x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy)$ ، والذي تم تسميته على اسمها.

نصيحة للدراسة

مراجعة الإجابات
قم بضرب العوامل للتأكد من إجابتك.

المثال 3 اجمع بين المكعبات و المربعات

قم بتحليل عوامل كل كثيرة حدود. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل ، اكتب أولي.

a. $x^6 - y^6$

يمكن اعتبار كثيرة الحدود هذه هي الفرق بين مربعين أو الفرق بين مكعبين. يجب دائماً أن يحسب الفرق بين المربعين قبل حساب الفرق بين المكعبين من أجل تحليل عوامل أسهل.

$$x^6 - y^6 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$$

الفرق بين المربعين

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

مجموع المكعبين والفرق بين المكعبين

b. $a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

بوجود ستة مصطلحات ، قم بالتحليل باستخدام التجميع أولاً.

$$a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$$

$$= (a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3) + (-b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3)$$

قم بالتجميع لإيجاد العامل المشترك الأكبر

$$= a^3(x^2 - 6x + 9) - b^3(x^2 - 6x + 9)$$

حل العامل المشترك الأكبر

$$= (a^3 - b^3)(x^2 - 6x + 9)$$

خاصية التوزي

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x^2 - 6x + 9)$$

الفرق بين المكعبات

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x - 3)^2$$

المربعات الكاملة

تدريبات موجهة

3A. $a^6 + b^6 (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ 3B. $x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$

3B. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + 2)^2$

نصيحة للدراسة
تجميع ستة مصطلحات أو أكثر
قم بتجميع المصطلحات التي
لها أكثر القيم المشتركة.

مثال إضافي

3 أوجد عامل كل كثيرة حدود. إذا تعذر إيجاد عامل كثيرة الحدود، اكتب كلمة أولية.

a. $x^2y^3 - 3xy^3 + 2y^3 + x^2z^3 - 3xz^3 + 2z^3$
 $(x - 2) \cdot (x - 1)(y + z)(y^2 - yz + z^2)$

b. $64x^6 - y^6 (2x - y) \cdot (4x^2 + 2xy + y^2)$
 $(2x + y) \cdot (4x^2 - 2xy + y^2)$

2 حل المعادلات كثيرة الحدود

المثال 4 يوضح كيفية حل معادلة كثيرة حدود عن طريق إيجاد العامل. **المثال** 5 يوضح كيفية كتابة بعض التعبيرات بصيغة تربيعية. **المثال** 6 يوضح كيفية إعادة معادلات كثيرة حدود عالية الدرجة من أجل حل المعادلة باستخدام خاصية ناتج الضرب يساوي صفر.

مثال إضافي

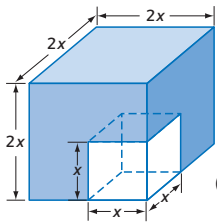
4 **الهندسة** راجع المثال 4. وحدد أبعاد المكعبات إذا كان طول المكعب الأصغر نصف طول المكعب الأكبر، وحجم الجسم هو 23,625 سنتمتر مكعب. **المكعب الأكبر:** 30 سنتمتر المكعب الأصغر: 15 سنتمتر

التركيز على المحتوى الرياضي

حل المعادلات كثيرة الحدود إذا أمكن كتابة كثيرة حدود كناتج ضرب عوامل خطية وتربيعية، يمكن إيجاد أصفار كثيرة الحدود هذه. حدد كل العوامل التي تساوي 0 وحل المعادلات الناتجة عن ذلك.

2 **حل المعادلات كثيرة الحدود** في الوحدة الرابع ، تعلمنا كيفية حل المعادلات التربيعية عن طريق تحليل العوامل و باستخدام خاصية الحاصل الصغري. يمكنك تمديد هذه الأساليب لحل المعادلات كثيرة الحدود ذو الدرجات الأعلى.

المثال 4 عالم من الحياة اليومية حل الدالات كثيرة الحدود عن طريق تحليل العوامل



الهندسة ارجع إلى بداية الدرس. إذا كان طول المكعب الصغير نصف طول المكعب الكبير وكان حجم الشكل 7000 CM^3 ، ما هي أبعاد المكعبات؟

بما أن طول المكعب الأصغر نصف طول المكعب الأكبر ، إذا يمكن تمثيل أطوالهما بـ $2x$ و x ، على الترتيب، حجم الشكل يساوي حجم المكعب الأكبر ناقص حجم المكعب الأصغر.

$$(2x)^3 - x^3 = 7000$$

$$8x^3 - x^3 = 7000$$

$$7x^3 = 7000$$

$$x^3 = 1000$$

$$x^3 - 1000 = 0$$

$$(x - 10)(x^2 + 10x + 100) = 0$$

$$x - 10 = 0 \quad \text{or} \quad x^2 + 10x + 100 = 0$$

$$x = 10 \quad \quad \quad x = -5 \pm 5i\sqrt{3}$$

حجم الشكل
 $(2x)^3 = 8x^3$
 اطرح.
 اقسّم.
 اطرح 1000 من كل جانب
 الفرق بين المكعبات
 خاصية الحاصل الصغري

حيث أن 10 هو العدد الحقيقي الوحيد ، فإن أطوال المكعبات هي 10 cm و 20 cm.

تدريبات موجهة

4. أوجد أبعاد المكعبات إذا كان طول المكعب الأصغر هو ثلث طول المكعب الأكبر ، و يبلغ حجم الشكل 3250 cm^3 . **5 cm و 15 cm**

230 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

التدريس المتميز

بعض الطلاب بحاجة إلى تصور لمساعدتهم على حل المسائل مثل المثال 4 والمثال الإضافي 4.

هذا قد يساعدهم على بناء نماذج من الورق المقوى للأشكال.

إذا كان

فإن

230 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

في بعض الحالات ، يمكنك إعادة كتابة كثيرة الحدود في x على شكل $au^2 + bu + c$. على سبيل المثال ، بفرض $u = x^2$ ، التعبير $u^2 + 12u + 32$ يمكن كتابته كالتالي $(x^2)^2 + 12(x^2) + 32$ أو $u^2 + 12u + 32$. هذا هو التعبير الجديد ولكن المكافئ ويسمى أنه في **شكل تربيعي**.

النظرية الرئيسية الشكل التربيعي

الكلمات يمكن كتابة التعبير في الشكل التربيعي كالتالي $au^2 + bu + c$ لأي أعداد a, b, c ، حيث $a \neq 0$ ، u هو تعبير في x . إن التعبير $au^2 + bu + c$ يسمى الشكل التربيعي للتعبير الأصلي.

$$12x^6 + 8x^6 + 1 = 3(2x^3)^2 + 2(2x^3)^2 + 1$$

مثال

نصيحة للدراسة

الشكل التربيعي عند كتابة كثيرة الحدود في الشكل التربيعي ، اختر التعبير الذي يساوي u بفحص المصطلحات باستخدام المتغيرات . اعط انتباه خاص للأسس في تلك المصطلحات . ليس كل كثيرة حدود يمكن كتابتها في الشكل التربيعي .

المثال 5 الشكل التربيعي

اكتب كل تعبير في الشكل التربيعي ، إذا أمكن .

a. $150n^8 + 40n^4 - 15$

$$150n^8 + 40n^4 - 15 = 6(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15 \quad (5n^4)^2 = 25n^8$$

b. $y^8 + 12y^3 + 8$

لا يمكن كتابة هذا في الشكل التربيعي حيث $y^8 \neq (y^3)^2$

تدريبات موجهة

5A. $x^4 + 5x + 6$

5B. $8x^4 + 12x^2 + 18$

لا يمكن كتابتها في الشكل التربيعي

$$2(2x^2)^2 + 6(2x^2) + 18$$

يمكنك استخدام شكل تربيعي لحل المعادلات ذوي الدرجات الأكبر .

المثال 6 حل المعادلات في الشكل التربيعي

حل $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$

المعادلة الأصلية $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$

$$2(3x^2)^2 - 7(3x^2) + 3 = 0$$

افرض $u = 3x^2$ $2u^2 - 7u + 3 = 0$

حل. $(2u - 1)(u - 3) = 0$

خاصية الحاصل الصغري $u = \frac{1}{2}$ أو $u = 3$

بـ $3x^2$ استبدل $3x^2 = \frac{1}{2}$ $3x^2 = 3$

اقسم على 3. $x^2 = \frac{1}{6}$ $x^2 = 1$

استخدم الجذر التربيعي $x = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$ $x = \pm 1$

حلول المعادلة هي $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ ، 1 ، $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ ، 1 .

تدريبات موجهة 6A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}$ 6B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$

6A. $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

6B. $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$

التدريس بالتكنولوجيا

تسجيل الفيديو سجّل لنفسك أثناء عملك على مثال يوضح كيفية حل معادلة كثيرة حدود عن طريق كتابتها أولاً بصيغة تربيعية . ثم انشر الفيديو على للطلاب للاستعانة به كمرجع خارج الوحدة

أمثلة إضافية

5 اكتب كل تعبير بصيغة تربيعية . إن أمكن .

a. $2x^6 - x^3 + 9$

$$2(x^3)^2 - (x^3) + 9$$

b. $1 - 2x^3 - x^4$

يمكن كتابة هذا التعبير

بصيغة تربيعية لأن

$$x^4 \neq (x^3)^2$$

6 حل $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

$$-5, -2, 2, 5$$

انتبه!

المفاهيم الخاطئة

الشائعة يمكن للطلاب عن طريق الخطأ في المثال 5 استنتاج

ضرورة أن يكون بالمتغيرات قوى

زوجية من أجل كتابة التعبير

بصيغة تربيعية . فوضّح أن العلاقة

بين قوى حدين تشير إلى ما إذا

كان التعبير يمكن كتابته بصيغة

تربيعية أم لا . على سبيل المثال ،

$$x^4 - 9x^2 + 3$$

يمكن كتابته بهذه

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 - 9\left(\frac{1}{x^2}\right) + 3$$

الصورة 3

لأن قوة الحد x ضعف قوة الحد

$$\frac{1}{x^2}$$

3 تمرين

التقييم التقويمي

استخدم التمارين 19-1 للتحقق من الفهم.

استخدام التمثيل البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

إجابات إضافية

$$36. (x^2)^2 + 12(x^2) - 8$$

$$37. -15(x^2)^2 + 18(x^2) - 4$$

$$38. 2(2x^3)^2 + 3(2x^3) + 7$$

39. نكمهم ريغ

$$40. (3x^4)^2 - 7(3x^4) + 12$$

$$41. 4(2x^5)^2 + 1(2x^5) + 6$$

$$42. \pm i\sqrt{5}, \pm i$$

$$43. \pm\sqrt{5}, \pm i\sqrt{2}$$

$$44. \pm\sqrt{2}, \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$45. \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}, \pm\frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$46. \pm\sqrt{2}, \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$47. \pm\frac{\sqrt{6}}{6}, \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$49. (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)$$

$$50. (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$51. x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$$

$$52. x^2y^2(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

$$53. (5x + 4y + 5z)(3a - 2b + c)$$

$$54. (6x^2 - 5y^3 + 2z^2)(a^2 - 4b^2 + 3c^2)$$

$$55. x(x + 3)(x - 3)(3x + 2)(2x - 5)$$

$$56. x^2(x + 5)(x - 5)(4x - 3)(5x + 2)$$

$$58. \pm\frac{1}{2}, \pm i\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$59. \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}, \pm i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$60. \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$61. \pm\frac{1}{3}, \pm i\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$62. \pm\frac{1}{2}, \pm\sqrt{2}$$

$$63. 3, -3, \pm i\frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$64. 1, -2, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, 1 \pm i\sqrt{3}$$

$$65. -1, 3, \frac{-3 \pm 3i\sqrt{3}}{2}, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

تأكد من فهمك.

المثال 1-3

حلل العوامل بالكامل. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولية.

$$1. 3ax + 2ay - az + 3bx + 2by - bz \quad 2. 2kx + 4mx - 2nx - 3ky - 6my + 3ny \quad (2x - 3y) \cdot (k + 2m - n)$$

$$3. 2x^3 + 5y^3 \quad 4. 16g^3 + 2h^3 \quad 2(2g + h)(4g^2 - 2gh + h^2)$$

$$5. 12qw^3 - 12q^4 \quad 6. 3w^2 + 5x^2 - 6y^2 + 2z^2 + 7a^2 - 9b^2 \quad 12q(w - q)(w^2 + qw + q^2)$$

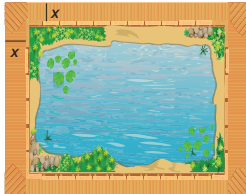
$$7. a^6x^2 - b^6x^2 \quad 8. x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3 \quad x^2(a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (6x - y)(b + 2c + 3d) \quad 8. (x + y)(x^2 - xy + y^2) \cdot (y - 4)^2$$

$$9. 8c^3 - 125d^3 \quad 10. 6bx + 12cx + 18dx - by - 2cy - 3dy \quad (2c - 5d)(4c^2 + 10cd + 25d^2)$$

المثال 4 حل كل معادلة.

$$11. x^4 - 19x^2 + 48 = 0 \quad 4, -4, \pm\sqrt{3} \quad 12. x^3 - 64 = 0 \quad 4, -2 \pm 2i\sqrt{3}$$

$$13. x^3 + 27 = 0 \quad -3, \frac{3 \pm 3i\sqrt{3}}{2} \quad 14. x^4 - 33x^2 + 200 = 0 \quad 5, -5, \pm 2\sqrt{2}$$



15. **المثابرة** يبلغ عرض ممر خشبي x feet تم بناؤه حول بركة ماء مستطيلة. يبلغ عرض بركة الماء 30 feet و يبلغ طولها 40 feet. تبلغ المساحة المجتمعة لبركة الماء و الممر الخشبي. 2000 square feet. ما هو عرض الممر الخشبي؟ 5 ft

المثال 5 اكتب كل تعبير في الشكل التربيعي، إذا أمكن.

$$16. 4x^6 - 2x^3 + 8 \quad (2x^3)^2 - 1(2x^3) + 8 \quad 17. 25y^6 - 5y^2 + 20 \quad \text{غير ممكن}$$

المثال 6 حل كل معادلة.

$$18. x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad 2, -2, \sqrt{2}, -\sqrt{2} \quad 19. y^4 - 18y^2 + 72 = 0 \quad \sqrt{6}, -\sqrt{6}, 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}$$

التدريبات وحل المسائل

المثال 1-3

حلل العوامل بالكامل. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولية.

$$20. (2c - 3d) \cdot (4c^2 + 6cd + 9d^2) \quad 21. 64x^4 + xy^3 \quad 22. a^8 - a^2b^6 \quad 21. x(4x + y) \cdot (16x^2 - 4xy + y^2)$$

$$23. x^6y^3 + y^9 \quad 24. 18x^6 + 5y^6 \quad 25. w^3 - 2y^3 \quad 22. a^2(a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$26. gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2 \quad (x + y)(x - y)(6f + g - 3h) \quad 23. y^3(x^2 + y^2) \cdot (x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

$$27. 12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2 \quad (6x^2 - 5y^2)(2a - 3b + 4c) \quad 23. y^3(x^2 + y^2) \cdot (x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

$$28. a^3x^2 - 16a^3x + 64a^3 - b^3x^2 + 16b^3x - 64b^3 \quad (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x - 8)^2 \quad (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(x + 5)^2$$

$$29. 8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^2y^3 + 200x^3 - 10xy^3 \quad 30. 3, -3, \pm i\sqrt{10} \quad 31. 6, -6, \pm 2i\sqrt{5} \quad 32. \pm\sqrt{11}, \pm 2i$$

المثال 4 حل كل معادلة.

$$30. x^4 + x^2 - 90 = 0 \quad 31. x^4 - 16x^2 - 720 = 0 \quad 32. x^4 - 7x^2 - 44 = 0$$

$$33. x^4 + 6x^2 - 91 = 0 \quad 34. x^3 + 216 = 0 \quad 35. 64x^3 + 1 = 0 \quad \frac{1}{4}, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{8}$$

المثال 5 اكتب كل تعبير في الشكل التربيعي، إذا أمكن.

$$36. x^4 + 12x^2 - 8 \quad 37. -15x^4 + 18x^2 - 4 \quad 38. 8x^6 + 6x^3 + 7 \quad 33. \pm\sqrt{7}, \pm i\sqrt{13}$$

$$39. 5x^6 - 2x^2 + 8 \quad 40. 9x^8 - 21x^4 + 12 \quad 41. 16x^{10} + 2x^5 + 6 \quad 34. -6, 3 \pm 3i\sqrt{3}$$

المثال 6 حل كل معادلة.

$$42. x^4 + 6x^2 + 5 = 0 \quad 43. x^4 - 3x^2 - 10 = 0 \quad 44. 4x^4 - 14x^2 + 12 = 0$$

$$45. 9x^4 - 27x^2 + 20 = 0 \quad 46. 4x^4 - 5x^2 - 6 = 0 \quad 47. 24x^4 + 14x^2 - 3 = 0$$

232 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

خيارات واجب منزلي متباينة

| المستوى | المهمة | خيار ليومين |
|-------------|----------------------------------|--|
| أساسي (ق.م) | 99-81, 47-20 | 87-84, 47-21, 46-20 زوجي, 99-88, 83-81, 81-84 فردي |
| متوسط (ض.م) | 75-70, 69-21 فردي, 99-81, 78, 77 | 87-84, 47-20, 83-81, 78, 74-70, 57, 48, 99-88 |
| متقدم (ق.م) | 96-48 (اختياري: 99-97) | |

232 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

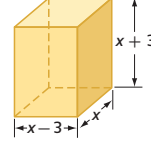
تعليم الممارسات الرياضية

المثابرة يبدأ الطلاب المحنكون رياضيا بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط الدخول إلى حلها. ثم يقوموا بتحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف وطرح التخمينات حول شكل ومعنى الحل والتخطيط لمسار الحل بدلا من القفز إلى محاولة الحل.

48. **عالم الغابة** دخلت سلالة من الحيوانات إلى جزيرة صغيرة. اعتبر أن تعداد تلك السلالة يتم تمثيلها بـ $P(t) = -t^4 + 9t^2 + 400$ حيث t هو الوقت بعدد الأعوام. حدد إذا كان التعداد يساوي صفر. **Syr**

قم بالتحليل بالكامل. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولية. **49-56. انظر الهامش.**

49. $x^4 - 625$ 50. $x^6 - 64$ 51. $x^5 - 16x$ 52. $8x^5y^2 - 27x^2y^5$
53. $15ax - 10bx + 5cx + 12ay - 8by + 4cy + 15az - 10bz + 5cz$
54. $6a^2x^2 - 24b^2x^2 + 18c^2x^2 - 5a^2y^3 + 20b^2y^3 - 15c^2y^3 + 2a^2z^2 - 8b^2z^2 + 6c^2z^2$
55. $6x^5 - 11x^4 - 10x^3 - 54x^3 + 99x^2 + 90x$
56. $20x^6 - 7x^5 - 6x^4 - 500x^4 + 175x^3 + 150x^2$



57. **الهندسة** يبلغ حجم الشكل الموجود على اليمين 440 cm³. أوجد قيمة x والطول وارتفاع العرض. **$x = 8; 5, 8, 11$**

حل كل معادلة. **58-65. انظر الهامش.**

58. $8x^4 + 10x^2 - 3 = 0$ 59. $6x^4 - 5x^2 - 4 = 0$
60. $20x^4 - 53x^2 + 18 = 0$ 61. $18x^4 + 43x^2 - 5 = 0$
62. $8x^4 - 18x^2 + 4 = 0$ 63. $3x^4 - 22x^2 - 45 = 0$
64. $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ 65. $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$ 66. $-5, \frac{1}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}, \frac{5 \pm 5\sqrt{3}}{2}$
66. $8x^6 + 999x^3 = 125$ 67. $4x^4 - 4x^2 - x^2 + 1 = 0$ $-1, 1, \pm \frac{1}{2}$
68. $x^6 - 9x^4 - x^2 + 9 = 0$ $\pm 3, \pm 1, \pm i$ 69. $x^4 + 8x^2 + 15 = 0$ $\pm i\sqrt{5}, \pm i\sqrt{3}$

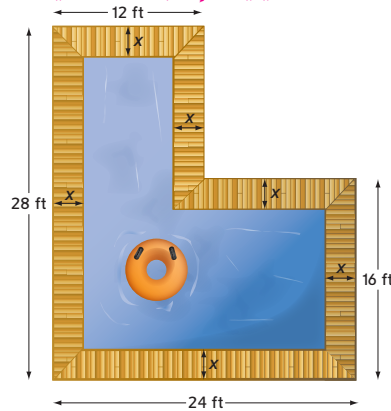
70. **كن منطقيًا** المنشور المستطيل له أبعاد $x - 2$, $x - 4$, و $x - 6$ له حجم يساوي $40x$ وحدات مكعبة. **a. $x^3 - 12x^2 + 44x - 48 = 40x$**

a. اكتب معادلة كثيرة حدود باستخدام قاعدة الحجم.

b. استخدم تحليل العوامل لحل x . **$12, \pm 2i$**

c. هل أي من قيم x تعتبر غير منطقية؟ وضح. **لأنها أعداد تخيلية الإجابة النموذجية: ± 2**

d. ما هي أبعاد المنشور؟ **10 و 8 و 6**



71. **تصميم حمام سباحة** تريد خولة بناء حمام سباحة متبعة الرسم التخطيطي الموضح على اليسار. سيكون حمام السباحة محاط بمر جانبي له عرض منتظم.

a. إذا كانت المساحة الكلية لحمام

السباحة 336 ft²، فما هي x ؟ **2 ft**

b. إذا تم مضاعفة قيمة x ، فكم ستكون

المساحة الجديدة لحمام السباحة؟ **176 ft²**

c. إذا أصبحت قيمة x النصف، فكم ستكون

المساحة الجديدة لحمام السباحة؟ **428 ft²**

إجابات إضافية

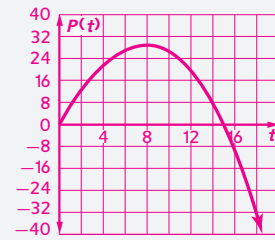
b.72

إجابة نموذجية: اطرَح
8000 من كل جانب.
ثم اضرب كل جانب في
1000 لإزالة الكسور
العشرية. أوجد عامل
 $-12t$ ، ثم أوجد عامل
ثلاثية الحدود الباقية.

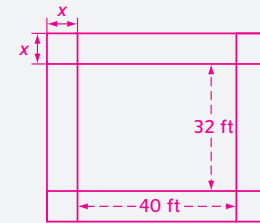
c.72

إجابة نموذجية: 15 و 0
معقولين، و-35 ليس معقولاً
لأن الوقت لا يكون سالباً.

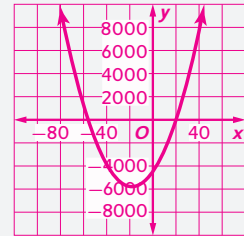
72d.



78a.



78c.



نصائح للمعلمين الجدد

البيان اسأل الطلاب عن سبب عدم صحة الجملة الواردة في التمرين 81.
 $a^2 + b^2 = (a + b)^2$ ووضح للطلاب أنه عن توسيع التعبير $(a + b)^2$ تصبح الجملة
 $a^2 + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ وهذه جملة غير صحيحة.

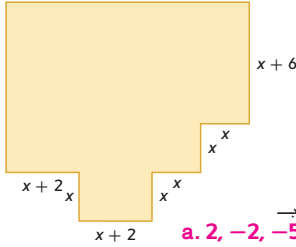
72. **علوم الأحياء** أثناء إجراء تجربة علمية، يمكن تمثيل عدد خلايا بـ $P(t) = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000$ ، حيث t هو الزمن بالساعات و P هو عدد الخلايا. يريد عبد العزيز أن يحدد المرات التي يتواجد فيها 8000 خلية.

a. حل t باستخدام تحليل العوامل. $15, 0, -35$

b. ما هي الطريقة التي استخدمتها في التحليل؟ b و c و d . انظر الهامش.

c. ما هي قيم t المنطقية و الغير منطقية؟ وضح.

d. ارسم تمثيل بياني لـ $0 \leq t \leq 20$ باستخدام الآلة الحاسبة.



73. **بناء منزل** يريد والد شمس تصميم مسرح منزلي بالقبو وفقاً للرسم التخطيطي الموضح على اليسار.

a. اكتب الدالة في مصطلحات x لمساحة القبو. $f(x) = 8x^2 + 34x + 24$

b. إذا كانت مساحة القبو 1366 ft^2 فما هي x ؟ $11 ft$

74. **علوم الأحياء** يمكن تمثيل المتطوعات في تجربة علمية بـ $f(t) = t^3 + 5t^2 - 4t - 20$ ، حيث t هو الزمن بالأيام. $a. 2, -2, -5$

a. استخدم تحليل العوامل بالتجميع لتحديد قيم t حيث $f(t) = 0$.

b. كم عدد المرات التي يصل فيها التعداد إلى صفر؟ **يومان ، -يومان ، و -خمسة أيام**

c. هل أي من قيم t غير منطقية؟ وضح. **الإجابة النموذجية: 2- و -5 هي إجابات غير منطقية لأن الزمن لا يمكن أن يكون بقيمة سالبة.**

قم بالتحليل بالكامل. إذا كانت كثيرة الحدود غير قابلة للتحليل، اكتب أولية.

$$75. x^6 - 4x^4 - 8x^4 + 32x^2 + 16x^2 - 64 (x+2)^3(x-2)^3$$

$$76. y^9 - y^6 - 2y^6 + 2y^3 + y^3 - 1 (y-1)^3(y^2+y+1)^3$$

$$77. x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 (x+y)^3(x-y)^3$$

78. **كن منطقيًا** تبلغ أبعاد سياج حظيرة المواشي التي يمتلكها عبد الله حاليًا، 32 feet في 40 feet. يريد عبد الله أن يقوم بتوسعة المساحة بمقدار 4.5 مرات المساحة الحالية عن طريق زيادة الطول والعرض بنفس المقدار. **a. c. انظر الهامش.**

a. ارسم رسم تخطيطي لتمثيل الموقف.

b. اكتب معادلة كثيرة الحدود لمساحة السياج الجديد. ثم حل المعادلة عن طريق تحليل العوامل. $4x^2 + 144x + 1280 = 5760$; $x = -56$ أو 20

c. ارسم تمثيل بياني للدالة.

الإجابة النموذجية: -56 هي إجابة غير منطقية لأن

الطول لا يمكن أن يكون بقيمة سالبة. **d. ما هو الحل غير الملائم؟ وضح.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

79. **تحدي** قم بتحليل عوامل $36x^{2n} + 12x^n + 1$. $(6x^n + 1)^2$

80. **تحدي** حل $6x - 11\sqrt{3x} + 12 = 0$. $\frac{16}{3}, \frac{3}{4}$

81. **التحليل** أوجد مثال بالدليل للعبارة $a^2 + b^2 = (a + b)^2$. **الإجابة النموذجية: $a = 1, b = -1$**

82. **قضية مفتوحة** إن الشكل المكعب لمعادلة هو $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. اكتب معادلة في الدرجة 6 يمكن أن تكتب في الشكل المكعب. **الإجابة النموذجية: $12x^6 + 6x^4 + 8x^2 + 4 = 12(x^2)^3 + 6(x^2)^2 + 8(x^2) + 4$**

83. **الكتابة في الرياضيات** وضح كيف يمكن للتمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود أن تساعدك لتحليل عوامل لكثيرة الحدود. **الإجابة النموذجية: يمكن تحديد العوامل باستخدام قراءات x على التمثيل البياني. تمثل قراءة x التي تساوي 5 العامل $(x-5)$.**

234 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

تعليم الممارسات الرياضية

البيان يبدأ الطلاب المحنكون رياضياً بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط الدخول إلى حلها. ويقوموا بتحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. ثم يتحققوا من إجاباتهم على المسائل باستخدام طريقة مختلفة، ويسألوا أنفسهم باستمرار، "هل هذا منطقي؟"

234 | الدرس 4-5 | حل المعادلات كثيرة الحدود

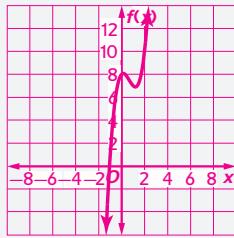
4 التقويم

تسمية الرياضيات

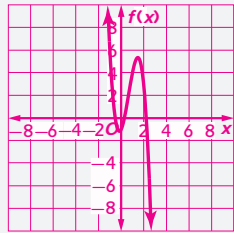
ورقيتين بهما قطع صغيرة من الورق:
إحداهما تحتوي على معادلات كثيرة
حدود يمكن حلها عن طريق إيجاد
العامل، والأخرى تحتوي على معادلات
كثيرة حدود في صورة تربيعية. ثم اطلب
من كل طالب اختيار معادلة واحدة من
كل حقبة ثم يحل كلتا المعادلتين.

إجابات إضافية

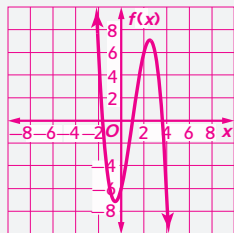
88. حد أقصى نسبي عند $x \approx 0.1$; حد
أدنى نسبي عند $x \approx 1.2$



89. حد أقصى نسبي عند $x \approx 1.5$; حد
أدنى نسبي عند $x \approx 0.1$



90. حد أقصى نسبي عند $x \approx 2.5$; حد
أدنى نسبي عند $x \approx -0.5$



91. الدرجة = 4; العامل الرئيسي = 5

92. الدرجة = 5; العامل
الرئيسي = -2

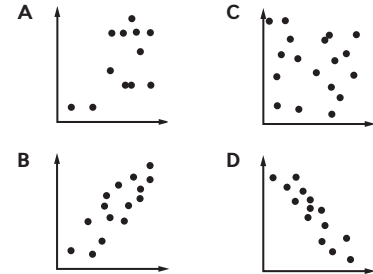
93. الدرجة = 7; العامل
الرئيسي = -1

94. انظر الوحدة 4 ملحق الحلول.

تدريب الإختبار المعياري

84. جواب مختصر وضعت رفاقات مرقمة من
1 إلى 6 في حقبة وتم سحبها لتحديد أي من
المهام الستة سوف تكلف إلى ستة أشخاص. ما
هي احتمالية أن تكون الرفاقات المرقمة
5 و 6 هي آخر الرفاقات المسحوبة؟ $\frac{1}{15}$

85. علم الإحصاء أي من التالي يمثل ارتباط
سالب؟ D



86. أي من التالي هو الوصف الأدق لترجمة التمثيل
البياني $y = (x + 4)^2 - 3$ للتمثيل البياني لـ
 $y = (x - 1)^2 + 3$ ؟ J

F أسفل 1 و إلى اليمين 3
G أسفل 6 و إلى اليسار 5
H أعلى 1 و إلى اليسار 3
J أعلى 6 و إلى اليمين 5

87. اختبار SAT/ACT الفرق الموجب بين k و
 $\frac{1}{12}$ هو نفس الفرق الموجب
بين $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ أي من التالي هي
قيمة k؟ D

A $\frac{1}{60}$ D $\frac{13}{60}$
B $\frac{1}{20}$ E $\frac{37}{60}$
C $\frac{1}{15}$

مراجعة شاملة

ارسم التمثيل البياني لكل دالة كثيرة حدود. قم بتقدير إحداثيات x حيث يحدث الحد الأقصى النسبي والحد الأدنى النسبي. (الدرس 4-4) 88-90. انظر الهامش.

88. $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x + 8$ 89. $f(x) = -3x^3 + 6x^2 + 2x - 1$ 90. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4x - 6$

اذكر الدرجة و المعامل الرائد لكل كثيرة حدود في متغير واحد. إذا لم تكن
كثيرة حدود في متغير واحد، وضح لماذا. (الدرس 3-4) 91-93. انظر الهامش.

91. $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 5x^4 - 8x$ 92. $f(x) = -2x^5 + 5x^4 + 3x^2 + 9$ 93. $f(x) = -x^4 - 3x^3 + 2x^6 - x^7$

94. الوظائف ذات الدوام الجزئي يتحصل حمدان على 10AED / الساعة مقابل قص الحشائش و 12AED / الساعة مقابل
كنس الأوراق. لا يستطيع حمدان العمل لأكثر من 15 ساعة في الأسبوع. ارسم التمثيل البياني لمتباينتين يستطيع أن يستخدمهم
حمدان لتحديد كم عدد الساعات التي يحتاجها للعمل في كل مهمة إذا كان يريد أن
يربح 120AED في الأسبوع. (الدرس 3-2) انظر الهامش.



95. التزحلق على الجليد ذهب جميع أفراد نادي التزحلق وعددهم 28 إلى رحلة. تكلف النادي
إجمالي 478AED مقابل معدات التزحلق. فكم عدد الزلاجات والواح التزلج التي
استأجروها؟ (الدرس 3-2) 18 زلاجة و 10 ألواح تزلج

96. الهندسة ضلوع الزاوية هي أجزاء من الخطين المثلثين في المثلثات
 $9 = 3y - 2x$ و $-7 = 2y + 3x$ قبة رأس الزاوية هي النقطة التي
يتقابل فيها الضلعين. أوجد إحداثيات قبة رأس الزاوية.
(الدرس 3-1) $(-3, 1)$

مراجعة المهارات

اقسم. 97. $x + 2 - \frac{10}{x+4}$ 98. $x + 3.5 - \frac{13.5}{2x+1}$ 99. $8x^2 - 12x + 24 - \frac{42}{x+2}$

97. $(x^2 + 6x - 2) \div (x + 4)$ 98. $(2x^2 + 8x - 10) \div (2x + 1)$ 99. $(8x^3 + 4x^2 + 6) \div (x + 2)$
235

التدريس المتميز

توسع ارسم مثلثاً قائم الزاوية على السبورة. وتحت المثلث اكتب "المساحة:
 $6x^2 + zy + 2xz + 3xy$.. واطلب من الطلاب إيجاد ذوات الحدين مع إجمالي عدد المعاملات
لقاعدة وارتفاع هذا المثلث. (إرشاد: صيغة مساحة المثلث هي $A = \frac{1}{2}bh$)
هناك إجابتين مختلفتين: القاعدة: $(2z + 6x)$, الارتفاع: $(2x + y)$; أو القاعدة: $(3x + z)$,
الارتفاع: $(2y + 4x)$.



تجربة تكنولوجيا الرسوم البيانية تطابقات كثيرة الحدود

4-5

التوسع

1 التركيز

الهدف إثبات تطابقات كثيرات الحدود.

المواد

- حاسبة رسوم بيانية مزودة بتكنولوجيا CAS

نصيحة تدريسية

- يمكن أيضا استخدام برنامج جداول البيانات لإتمام النشاط 1.
- عند إدخال الصيغ في جدول البيانات سيطلب منك بيان ما إذا كان x و y مراجع أعمدة أم مراجع متغيرة. فأشر إلى أنها مراجع متغيرة.
- في بعض الأحيان يتعذر عرض المعادلة بأكملها على شاشة CAS واحدة. فاستخدم السهم الأيمن لتحريك الشاشة إلى اليمين.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسم الوحدة إلى أزواج. واعمل على النشاط 1 و 2 كفصل كامل. ثم اطلب من الطلاب العمل مع زملائهم لإتمام النشاط 3 والنشاط 4 والتمرين 1.

أسأل:

- بعد النشاط 2 اسأل الطلاب عما إذا كان اختصار أي من جانبي المعادلة له أهمية عن الجانب الآخر. لا

تدريب اطلب من الطلاب استكمال التمارين 2-5.

التطابق هو معادلة مكتوبة بأية أرقام تستبدل المتغيرات. ومن ثم، **فالتطابق كثير الحدود** هو معادلة متعددة الحدود صحيحة لأي قيم تقوم مقام المتغيرات.

يمكنك استخدام جدول أو جدول بيانات على الحاسبة البيانية الخاصة بك لتحديد ما إذا كانت المعادلة كثيرة الحدود تطابق أم لا.

نشاط 1 استخدام جدول

حدد ما إذا كان $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ يعد تطابقاً أم لا.

| x | y | $x^3 - y^3$ | $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ |
|---|----|-------------|---------------------------|
| 1 | 10 | -999 | -999 |
| 2 | 15 | -3367 | -3367 |
| 3 | 20 | -7973 | -7973 |
| 4 | 25 | -15561 | -15561 |
| 5 | 30 | -26875 | -26875 |

الخطوة 1 أضف صفحة قوائم و جداول بيانات. قم بتسمية العمود A x والعمود B y . اكتب القيم في العمود A و B.

الخطوة 2 حرك المؤشر لصف الصيغة في العمود C واكتب $x^3 - y^3$. في العمود D، اكتب $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$.

بغض النظر عن القيم التي تم إدخالها لـ x و y في العمود A و B، فالقيم الموجودة في العمود C و D متطابقة. وبالتالي، قد تكون معادلة تطابق.

إذا كنت تريد أن تثبت أن المعادلة هي تطابق، فأنت بحاجة لإظهار صحتها بالنسبة لجميع قيم المتغيرات.

المفهوم الأساسي التحقق من التطابقات من خلال تحويل طرف واحد

الخطوة 1 قم بتبسيط طرف واحد من المعادلة حتى يكون طرفي المعادلة متماثلين. غالباً ما يكون أسهل العمل مع الطرف الأكثر تعقيداً من المعادلة.

الخطوة 2 قم بتحويل هذا التعبير إلى شكل من الطرف الأكثر بساطة.

نشاط 2 تحويل طرف واحد

أثبت أن $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ يعتبر تطابقاً.

$$(x + y)^2 \stackrel{?}{=} x^2 + 2xy + y^2$$

المعادلة الأصلية

$$(x + y)(x + y) \stackrel{?}{=} x^2 + 2xy + y^2$$

اكتب $(x + y)^2$ كامليين.

$$x^2 + xy + xy + y^2 \stackrel{?}{=} x^2 + 2xy + y^2$$

طريقة FOIL

$$x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 \checkmark$$

قم بالتبسيط.

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

ومن ثم، فقد تم التحقق من التطابق.

236 | امتداد 4-5 | تجربة التكنولوجيا البيانية: تطابقات متعددة الحدود

3 التقويم

التقييم التقويمي

استخدم التمارين 6-8 لتقييم قدرة كل طالب على إثبات التطابق.

من الحسي إلى المعنوي

اطلب من الطلاب إثبات التطابق $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ دون استخدام التكنولوجيا.

يمكنك أيضًا استخدام TI-Nspire مع النظام الجبري بالحاسب الآلي (CAS) لإثبات التطابق.

نشاط 3 استخدام CAS

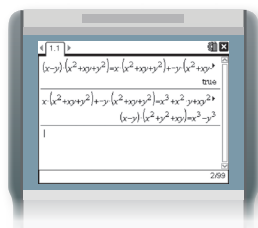
أثبت أن $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ يعتبر تطابقًا.

الخطوة 1 أضف صفحة حاسبة جديدة من على TI-Nspire. قم بتبسيط الطرف الأيمن من المعادلة بخطوة واحدة في المرة.

الخطوة 2 أدخل الطرف الأيمن للمعادلة ثم بعد ذلك قم بتوزيعه.

الخطوة 3 اضرب التالي. سيقوم نظام CAS بخطوة التبسيط النهائية.

الخطوة النهائية التي تظهر على شاشة CAS هي النتائج الموجودة في $x^3 - y^3$. ومن ثم، فقد تم إثبات التطابق.



كما يمكنك أيضًا إثبات تطابقتها من خلال تحويل كل طرف من المعادلة.

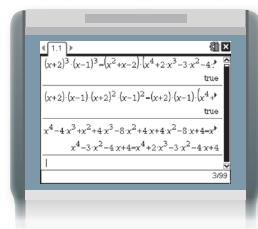
نشاط 4 استخدام CAS لتحويل كل تطابق

أثبت أن $(x + 2)^3(x - 1)^3 = (x^2 + x - 2)(x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4)$ يعتبر تطابقًا.

أضف صفحة حاسبة جديدة. قم بتبسيط الطرف الأيمن والأيسر في وقت واحد.

سيوضح CAS ما إذا كانت التغيرات حقيقية، وإلا فسيقوم بتبسيطها لك.

سيقوم نظام CAS بخطوة التبسيط النهائية. التطابق $(x + 2)^3(x - 1)^3 = (x^2 + x - 2)(x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4)$ تم إثباته.



حلل

1. حدد ما إذا كان $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ قد يكون تطابق أم لا. 1-8. انظر الوحدة 4 ملحق الإجابة.

تمارين

استخدم CAS لإثبات كل تطابق.

- $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
- $p^4 - q^4 = (p - q)(p + q)(p^2 + q^2)$
- $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$
- $g^6 + h^6 = (g^2 + h^2)(g^4 - g^2h^2 + h^4)$
- $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$
- $u^6 - w^6 = (u + w)(u - w)(u^2 + vw + w^2)(u^2 - vw + w^2)$
- $(x + 1)^2(x - 4)^3 = (x^2 - 3x - 4)(x^3 - 7x^2 + 8x + 16)$

237