

4-6 نظريات الباقي والعامل

سابقاً الآن لماذا؟



- لقد استخدمت خاصية التوزيع والتحليل للعوامل لتبسيط التعبيرات الجبرية.
- قيم الدوال باستخدام التعويض المركب.
- حدد ما إذا متعدد الحدود عاملاً لمستخدم الحدود أم لا باستخدام التعويض المركب.
- يمكن تمثيل عدد طلاب الجامعات من الإمارات الذين يدرسون في الخارج بواسطة الدالة $S(x) = 0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$, حيث يكون x هو عدد الأعوام منذ عام 1993 و $S(x)$ هو عدد الطلاب بالآلاف. يمكنك استخدام هذه الدالة لتقدير عدد الطلاب الإماراتيين الذين يدرسون في الخارج عام 2018 من خلال تقييم الدالة لـ $x = 25$. يوجد طريقة أخرى يمكنك استخدامها وهي التعويض المركب.

1 التركيز

الأفقية المحاذة

قبل الدرس 5-6 استخدام خاصية التوزيع وإيجاد العامل لاختصار التعبيرات الجبرية.

الدرس 5-6 إيجاد قيمة الدوال باستخدام التعويض التركيبي. حدد ما إذا كانت ذات الحدين عاملاً لكثيرة حدود باستخدام التعويض التركيبي.

بعد الدرس 5-6 استخدام بعض الأدوات مثل إيجاد العامل لتحويل المعادلات وحلها.

مفردات

جديدة
التعويض المركب
(synthetic substitution)
كثير حدود منخفض
(depressed polynomial)

تمارين رياضية
ابحث عن التركيبة
واستغند منها.

1 التعويض المركب يمكن استخدام القسمة المركبة للعثور على قيمة دالة. فكر في الدالة كثيرة الحدود $f(x) = -3x^2 + 5x + 4$ اقم كثيرة الحدود على $x - 3$

الطريقة 1 القسمة المطولة

$$\begin{array}{r} -3x - 4 \\ x - 3 \overline{) -3x^2 + 5x + 4} \\ \underline{-3x^2 + 9x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 12} \\ -8 \end{array}$$

الطريقة 2 القسمة المركبة

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & -3 & 5 & 4 & \\ & & -9 & -12 & \\ \hline & -3 & -4 & -8 & \end{array}$$

قارن باقي -8 مع $f(3)$.

$$\begin{aligned} f(3) &= -3(3)^2 + 5(3) + 4 \\ &= -27 + 15 + 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

استبدل x بـ 3.

قم بالتبسيط.

قم بالتبسيط.

لاحظ أن قيمة $f(3)$ هي نفسها الباقي عندما يتم قسمة كثير الحدود على $x - 3$. يوضح هذا **نظرية الباقي**.

المفهوم الرئيسي نظرية الباقي

| الكلمات | إذا متعدد حدود $P(x)$ تم قسمة على $x - r$. فسيكون الباقي ثابت، $P(r)$ و الباقي. بالإضافة إلى للمقسوم عليه ناتج القسمة عدد مرات يساوي المقسوم |
|---------|---|
| | $P(x) = (x - r) \cdot Q(x) + P(r)$ |
| مثال | عندما يكون $Q(x)$ متعدد حدود بدرجة واحدة أقل من $P(x)$. $x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$ |

تطبيق نظرية الباقي باستخدام القسمة المركبة لتقييم دالة يسمى **التعويض المركب**. هو وسيلة سهلة للعثور على قيمة دالة. وخصوصاً إذا كانت درجة متعدد الحدود أكبر من 2.

2 التدريس

أسئلة دائمة

هل قرأ الطلاب قسم **لماذا؟** من الدرس.

أسأل:

- ما هي قيمة x إذا أردت تقدير عدد الطلاب في عام 1994؟ **1**
- هل تتوقع أن العدد الفعلي للطلاب في عام 2013 سيتناسب مع العدد المتوقع للدالة؟ اشرح. **لا؛ إجابة نموذجية: المعادلة هي نموذج يستند إلى البيانات المتاحة.**
- هل النموذج أكثر دقة للأعوام التالية مباشرة لعام 1993 أم للأعوام اللاحقة؟ اشرح. **إجابة نموذجية: يتطابق النموذج بشكل وثيق مع البيانات الفعلية للأعوام التالية مباشرة لعام 1993.**

مثال 1 التعويض المركب

إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$ ، فأوجد $f(4)$.

الطريقة 1 التعويض المركب

من خلال نظرية الباقي، ينبغي أن يكون الباقي $f(4)$ عندما يتم قسمة متعدد الحدود على $x - 4$.

| | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|
| 4 | 3 | -2 | 0 | 5 | 2 |
| | | 12 | 40 | 160 | 660 |
| | 3 | 10 | 40 | 165 | 662 |

ولعدم وجود مصطلح x^2 يوضع الصفر في هذا الموضع كيدل.

الباقي هو 662. وعليه، فمن خلال استخدام التعويض المركب، $f(4) = 662$.

الطريقة 2 التعويض المباشر

استبدل x بـ 4.

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$$

$$f(4) = 3(4)^4 - 2(4)^3 + 5(4) + 2$$

$$= 768 - 128 + 20 + 2 \text{ or } 662$$

وعليه، فمن خلال استخدام التعويض المباشر، $f(4) = 662$. كلا الطريقتين لهما نفس النتيجة.

تمرين موجه

1A. ناك اذ $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$ دجوأف $f(3)$. 19

1B. ناك اذ $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$ دجوأف $g(-1)$. -6

يمكن استخدام التعويض المركب في الحالات التي ينطوي فيها التعويض المباشر على حسابات معقدة.

مثال من واقع الحياة 2 إيجاد قيم الدوال

الكلية ارجع إلى بداية الدرس. كم عدد طلاب الجامعات الإماراتيين الذين سيدرسون بالخارج في عام 2018؟

استخدم التعويض المركب لقسم 77.54 $0.02x^4 - 0.52x^3 + 4.03x^2 + 0.09x + 77.54$ على $x - 20$.

| | | | | | |
|----|------|-------|------|-------|---------|
| 25 | 0.02 | -0.52 | 4.03 | 0.09 | 77.54 |
| | | 0.5 | -0.5 | 88.25 | 2208.5 |
| | 0.02 | -0.02 | 3.53 | 88.34 | 2286.04 |

في عام 2018، سيكون حوالي 2,286,040 من طلاب الجامعات الإماراتيين يدرسون بالخارج.

تمرين موجه

2. الكلية الدالة $C(x) = 2.46x^3 - 22.37x^2 + 53.81x + 548.24$ يمكن استخدامها لتقريب العدد، بالآلاف بالنسبة لطلاب الجامعات الدوليين في الإمارات العربية المتحدة x أعوام منذ 2000. كم عدد طلاب الجامعات الدوليين المتوقع أن يدرسوا في الإمارات في عام 2015؟ 4,624,640

1 التعويض المركب

المثال 1 يوضح كيفية استخدام

التعويض التركيبي لتقييم الدالة. المثال

2 يوضح كيفية استخدام التعويض

التركيبي لحل مسألة من الحياة اليومية.

التقييم التقويمي

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال

لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

نصائح للمعلمين الجدد

البناء على المعرفة السابقة في

الدرس 2-5 تعلم الطلاب القسمة

التركيبة. وفي هذا الدرس سيستخدم

الطلاب القسمة التركيبية لتقييم الدالة

وإيجاد عوامل كثيرات الحدود.

أمثلة إضافية

1 إذا كانت

$$f(x) = 2x^4 - 5x^2 + 8x - 7$$

أوجد $f(6)$. 2453

2

الكلية انظر إلى التطبيق في بداية

الدرس. كم عدد طلاب الجامعات

الأمريكية الذين سيدرسون في

الخارج عام 2011؟

حوالي 451,760

نصائح للمعلمين الجدد

السرعة يعتمد جزء كبير من هذا

الدرس بشكل كبير على القسمة

التركيبة. فقبل الانتهاء من مناقشة

المثال 1، كن على يقين من أن الطلاب

يفهمون الطريقة. ثم اطلب من طالب أن

يتطوع لشرح خطوات التعويض التركيبي

المبين في الطريقة 1 من المثال 1. وادع

الطلاب لمناقشة أي مسألة تقابلهم في

هذه التقنية.

2 عوامل كثيرات الحدود

المثال 3 يوضح كيفية استخدام نظرية العامل لتوضيح أن ذات الحدين هي عامل لكثيرية الحدود كما يوضح كيفية إيجاد العوامل المتبقية لكثيرات الحدود.

مثال إضافي

3 حدد ما إذا كان $x - 3$ عاملاً لـ $x^3 + 4x^2 - 15x - 18$. ثم أوجد العوامل الباقية لكثيرية الحدود.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 4 & -15 & -18 \\ & & 3 & 21 & 18 \\ \hline & 1 & 7 & 6 & 0 \end{array}$$

إذًا، $x^3 + 4x^2 - 15x - 18 = (x - 3)(x^2 + 7x + 6)$. بما أن $x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$ ، فإن $x^3 + 4x^2 - 15x - 18 = (x - 3)(x + 1)(x + 6)$.

التركيز على المحتوى الرياضي

نظرية العامل تقول نظرية الباقي أن قيمة $f(a)$ هي نفس قيمة الباقي عند قسمة كثيرة الحدود على $x - a$. ونظرية العامل هي حالة خاصة من نظرية الباقي. فهي تقول: إذا كانت $f(a)$ لها القيمة 0، فإن $x - a$ هو عامل كثيرة الحدود.

انتبه!

منع الأخطاء وضح أن نظرية العامل لا تعني بالأعداد التي يتم تجربتها. وسيتم عرض تقنيات تحديد العوامل المحتملة لاحقاً في هذا الوحدة.

التدريس بالتكنولوجيا

المهذونة اطلب من الطلاب كتابة مدخل مدونة لشرح وثيقة الصلة بين نظرية الباقي ونظرية العامل، واطلب منهم وصف كيف أن نظرية العامل هي حالة خاصة من نظرية الباقي.

انتبه جيداً

التعويض المركب
تذكر أن التعويض المركب يتم استخدامه لقسمة متعدد الحدود على $(x - a)$. إذا كان متعدد الحدود $(x - a)$ فاستخدم الحدود $(x + a)$ فاستخدم $-a$.

2 عوامل متعدد الحدود تهرن القسمة المركبة أدناه على أن ناتج القسمة لـ $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$ و $2x^2 - 9x + 10$ هو $x + 3$.

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & -3 & -17 & 30 \\ & & -6 & 27 & -30 \\ \hline & 2 & -9 & 10 & 0 \end{array}$$

عند قسمة متعدد الحدود على طرف واحد من عوامل متعددة الحدود، فيسمى ناتج القسمة متعدد حدود منخفض. **متعدد الحدود المنخفض** لديه درجة واحدة أقل من متعدد الحدود الأصلي. من نتائج القسمة، وباستخدام نظرية الباقي، يمكننا أن نصيغ العبارة التالية.

تذكير جمع المقسوم عليه مرات الحاصل متساوي توزيعات الأرباح

$$2x^3 - 3x^2 - 17x + 30 = (2x^2 - 9x + 10) \cdot (x + 3) + 0$$

ولأن الباقي $f(-3) = 0$ ، هذا يعني أن $x + 3$ هو عامل $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$. يوضح هذا أن **نظرية العامل**، هي حالة خاصة من نظرية الباقي.

المفهوم الأساسي نظرية العامل

أحادي الحدود $x - r$ هو عامل لمتعدد الحدود $P(x)$ إذا كان فقط $P(r) = 0$.

يمكن استخدام نظرية العامل لتحديد ما إذا كان متعدد الحدود هو عامل متعدد الحدود أم لا. ويمكن أيضًا أن تستخدم لتحديد جميع عوامل متعدد الحدود.

مثال 3 استخدام نظرية العامل

حدد ما إذا كان $x - 5$ هو عامل $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$. ثم أوجد العوامل المتبقية لمتعدد الحدود.

أحادي الحدود $x - 5$ هو عامل لمتعدد الحدود إذا كان 5 هو الصفر للدالة متعددة الحدود ذات الصلة. استخدام نظرية العامل والقسمة المركبة.

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -7 & 7 & 15 \\ & & 5 & -10 & -15 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

ولأن الباقي هو $x - 5$ ، 0 هو عامل متعدد الحدود. متعدد الحدود $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ يمكن تحليله لعوامل كـ $(x - 5)(x^2 - 2x - 3)$. متعدد الحدود $x^2 - 2x - 3$ هو متعدد حدود منخفض. تحقق من ما إذا كان متعدد الحدود هذا يمكن تحليله لعوامل أم لا.

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) \quad \text{حلل لعوامل ثلاثي الحدود.}$$

$$\text{لذا } x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = (x - 5)(x + 1)(x - 3).$$

يمكنك التحقق من إجابتك عن طريق ضرب العوامل ومعرفة ما إذا كنت ستجد متعدد الحدود الأولي.

تمرين موجه

3. برهن أن $x - 2$ هو عامل $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$. ثم أوجد العوامل المتبقية لمتعدد الحدود. **انظر الوحدة ملحق الإجابة 4.**

التدريس المتميز

تمكّن الطلاب من وصف شيئين أو ثلاثة عن هذا الدرس الذي وجدوا صعوبة في فهمه.

ينبغي لهم تناول كل بند من خلال كتابة التفسيرات التي من شأنها مساعدتهم على مراجعة المواد في وقت لاحق.

3 تمرين

التقييم التقويمي

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من الفهم.

استخدام التمثيل البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

تعليم الممارسات الرياضية

التفكير يعي الطلاب المحنكين رياضيا الكميات وعلاقاتها في المسائل. إذ ينطوي التفكير الكمي على عادات إيجاد تمثيل متناسك للمسألة المطروحة، والنظر في الوحدات المعنية، والتطرق لمعنى الكميات وليس لكيفية حسابها فقط، والتحلي بالمعرفة والمرونة في استخدام الخواص المختلفة للعمليات والأشياء.

انتبه!

المفاهيم الخاطئة الشائعة

ذكر الطلاب بأنه لا يمكن إيجاد عامل كل كثيرات الحدود. وشدد على أن العوامل تشير إلى مكان تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x . فإذا لم يتقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور x فإنه لا يمكن إيجاد عامل الدالة. ولكي يرى الطلاب مثالا لدالة لا يمكن إيجاد العامل لها، يمكنهم رسم هذه الدالة $f(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 2$.

إجابة إضافية

28a. إجابة عينة: لا، التمثيل البياني للدالة له حد أقصى نسبي عند حوالي $x = 8$ أو عام 2008. ثم قيم انخفاض المبيعات. فمن غير المرجح أن تنخفض المبيعات بشكل مستمر.

تحقق من فهمك

مثال 1

استخدم التعويض المركب لإيجاد $f(-2)$ و $f(4)$ لكل دالة.

1. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ **58; -20**
2. $f(x) = x^4 + 8x^3 + x^2 - 4x - 10$ **758; -46**

مثال 2

3. **الطبيعة** يمكن تشكيل عدد تقريبي لأزواج العقاب الأمريكي الأصل بواسطة الدالة $P(x) = -0.16x^3 + 15.83x^2 - 154.15x + 1147.97$ ، حيث يكون x هو عدد الأعوام منذ 1970. ما هو عدد أزواج العقاب الأصل المتوقع في 2018؟ **12,526**

مثال 3

بخصوص متعدد الحدود وأحد عوامله، أوجد العوامل المتبقية لمتعدد الحدود.

4. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$; $x - 1$ **$x - 2, x - 3$**
5. $x^3 + x^2 - 16x - 16$; $x + 1$ **$x + 4, x - 4$**
6. $3x^3 + 10x^2 - x - 12$; $x - 1$ **$x + 3, 3x + 4$**
7. $2x^3 - 5x^2 - 28x + 15$; $x + 3$ **$x - 5, 2x - 1$**

التمرين وحل المسائل

مثال 1

استخدم التعويض المركب لإيجاد $f(2)$ و $f(-5)$ لكل دالة.

8. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ **-59; 11**
9. $f(x) = x^2 - 8x + 6$ **71; -6**
10. $f(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 12$ **1707; 62**
11. $f(x) = 2x^3 - 8x^2 - 2x + 5$ **-435; -15**
12. $f(x) = x^3 - 5x + 2$ **-98; 0**
13. $f(x) = x^5 + 8x^3 + 2x - 15$ **-4150; 85**
14. $f(x) = x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 10$ **13,190; 2**
15. $f(x) = x^4 - 6x - 8$ **647; -4**

مثال 2

16. **الثقافة المالية** يمكن تقدير تكلفة استهلاك وقود سيارة محددة بالميل لكل غالون من خلال $f(x) = 0.00000056x^4 - 0.000018x^3 - 0.016x^2 + 1.38x - 0.38$ ، حيث x يمثل سرعة السيارة بالميل لكل ساعة. تحديد تكلفة استهلاك الوقود عندما تسير السيارة لمسافة 40، 50 و 60 ميلا كل ساعة. **29.5 mpg; 29.87 mpg; 28.19 mpg**

مثال 3

بخصوص متعدد الحدود وأحد عوامله، أوجد العوامل المتبقية لمتعدد الحدود. **21. $x + 6, 2x + 7$ 23. $x + 1, x^2 + 2x + 3$**

17. $x^3 - 3x + 2$; $x + 2$ **$(x - 1)^2$**
18. $x^4 + 2x^3 - 8x - 16$; $x + 2$ **$x - 2, x^2 + 2x + 4$**
19. $x^3 - x^2 - 10x - 8$; $x + 2$ **$x - 4, x + 1$**
20. $x^3 - x^2 - 5x - 3$; $x - 3$ **$(x + 1)^2$**
21. $2x^3 + 17x^2 + 23x - 42$; $x - 1$
22. $2x^3 + 7x^2 - 53x - 28$; $x - 4$ **$x + 7, 2x + 1$**
23. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$; $x - 1$
24. $x^3 + 2x^2 - x - 2$; $x + 2$ **$x - 1, x + 1$**
25. $6x^3 - 25x^2 + 2x + 8$; $2x + 1$
26. $16x^5 - 32x^4 - 81x + 162$; $2x - 3$ **$x - 2, 2x + 3, 4x^2 + 9$**

27. **رياضة ركوب الزوارق** زورق يسبح ضد الأمواج يسرع من وضعية الانطلاق. لنفترض سرعة الزورق بالقدم في الثانية بواسطة الدالة $f(t) = -0.04t^4 + 0.8t^3 + 0.5t^2 - t$ ، حيث t يكون الزمن بالثواني.

a. أوجد سرعة الزورق في الثانية الواحدة والثانيتين و 3 ثوان.

b. يستغرق الزورق 6 ثوان للسير بين اثنين من العوامات في حين أنه يسرع. استخدم التعويض المركب لإيجاد $f(6)$ اشرح ماذا يعني هذا.

132.96 ft/s; وهذا يعني أن الزورق يسير بسرعة 132.96 ft/s عندما يعبر العوامة الثانية.

28. **البرهان** يمكن تشكيل مبيعات الشركة، بملايين الدراهم، لمستهلك الإلكترونيات بواسطة

$S(x) = -1.2x^3 + 18x^2 + 26.4x + 678$ ، حيث x هو عدد الأعوام

منذ 2005. **a. 2.1513 مليون درهماً 1074 مليون درهماً**

b. هل تعتقد أن هذا النموذج مفيد في تقدير المبيعات في المستقبل؟ اشرح. **راجع الهامش.**

241

خيارات واجب منزلي متباينة

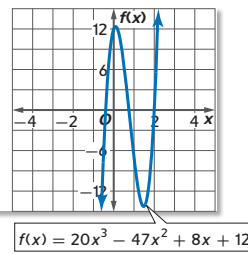
| المستوى | المهمة | خيار ليومين |
|------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| أساسي ق.م | 43, 41, 39, 36, 26-8, 63-44 | 26-8 زوجي, 41, 39, 36, 63-48, 43 |
| متوسط ص.م | 35-9 فردى, 39, 36, 63-44, 43, 41 | 47-44, 26-8, 41, 39, 36, 63-48, 43 |
| متقدم ق.م | 57-27 (اختياري: 63-58) | |

تعليم الممارسات الرياضية

المثابرة يبدأ الطلاب المحنكون رياضياً بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط الدخول إلى حلها. ثم يقوموا بتحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف وطرح التخمينات حول شكل ومعنى الحل والتخطيط لمسار الحل بدلاً من الانتقال مباشرة إلى محاولة الحل.

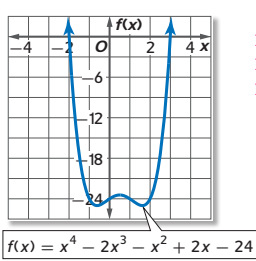
40. بما أن عامل $x - a$ لـ $f(x)$ إذاً $f(a)$ لديه عامل $(a - a)$ or 0 . ولأن عامل $f(a) = 0$ الآن افترض $f(a) = 0$ أن $f(a) = 0$ إذا كان $f(a) = 0$ ثم إن نظرية الباقي تنص على أن الباقي هو 0 عندما $f(x)$ يتم قسمته على $x - a$. وهذا يعني أن $x - a$ هو عامل $f(x)$. وهذا يثبت نظرية العامل.

$$x - 2, \\ 4x - 3, \\ 5x + 2$$



30.

$$x + 2, \\ x - 3, \\ x^2 - x + 4$$



29.

31. تمثيلات متعددة في هذه المسألة. سوف تفكر في الدالة

$$f(x) = -9x^5 + 104x^4 - 249x^3 - 456x^2 + 828x + 432. \quad 31a-d. \text{ انظر الوحدة ملحق الإجابة 4.}$$

- جبري إذا كان $x - 6$ هو عامل الدالة. فأوجد متعدد الحدود المنخفض.
- عرض جدولي قم بعمل جدول لقيم $-5 \leq x \leq 6$ لمتعدد الحدود المنخفض.
- تحليلي ما هي النتائج التي يمكن أن تتم حول مواقع الأصفار الأخرى استناداً إلى الجدول؟ إشرح البرهان.
- بياني ارسم بيانياً الدالة الأصلية لتأكيد الاستنتاجات لديك.

ثبات أوجد قيم k بحيث يكون كل باقي هو 3.

$$32. (x^2 - x + k) \div (x - 1) \quad 3 \quad 33. (x^2 + kx - 17) \div (x - 2) \quad 8 \\ 34. (x^2 + 5x + 7) \div (x + k) \quad 1, 4 \quad 35. (x^3 + 4x^2 + x + k) \div (x + 2) \quad -3$$

مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

34. نموذج 36. النهاية المفتوحة اكتب دالة متعددة الحدود تحتوي على جذر مزدوج من 1 وجذر مزدوج من -5. ارسم الدالة إجابة: يمكن وضع الصفر باستخدام نظرية الباقي و جدول القيم من خلال تحديد متى يتساوي الناتج أو الباقي مع الصفر. على سبيل المثال، إذا ترك $f(6)$ باقياً لـ $f(7)$ و 2 ترك باقياً لـ -1 ، فأنت تعرف أنه يوجد صفر بين $x = 6$ و $x = 7$.

$$37. (x^2 - 4)^2 - (x^2 - 4) - 2 = 0 \quad \pm\sqrt{6}, \pm\sqrt{3} \quad 38. (x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 12 = 0 \quad -1, 0, 1$$

39. البرهان متعدد الحدود $f(x)$ يتم قسمته على $x - c$ ما الذي يمكنك استخلاصه إذا كان:

- الباقي هو 0؟ $x - c$ هو عامل $f(x)$.
- الباقي هو 1؟ $x - c$ ليس عامل $f(x)$.
- ناتج القسمة هو 1 والباقي هو 0؟ $f(x) = x - c$.

40. تحدي راجع تعريف نظرية العامل. قدم دليلاً للنظرية.

41. النهاية المفتوحة اكتب دالة تكعيبية تحتوي على باقي من 8 لـ $f(2)$ و باقي من -5 لـ $f(3)$. نموذج إجابة: $f(x) = -x^3 + x^2 + x + 10$.

42. تحدي برهن أن الدالة التربيعية $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ سوف تكون دائماً صفراً منطقياً عندما يتم تعيين الأرقام -6، و 1، -2، 3، 4، و e وتكون جميع الأرقام المستخدمة. انظر الوحدة ملحق الإجابة 4.

43. الكتابة في الرياضيات إشرح كيف يمكن وضع أصفار الدالة باستخدام نظرية الباقي وعمل جدول القيم للإدخال المختلفة و قارن عدد من الباقي.

4 التقويم

تذكرة الخروج من الوحدة اطلب
من الطلاب شرح الصلة بين التعويض
التركيبى والقسمة التركيبية.

إجابات إضافية

51a. -1.5 (حد أقصى), 0.5 (حد أدنى),
2.5 (حد أقصى)

51b. 3.5, 3.75, 4

51d. {كل الأعداد الحقيقية};
 $R = \{y \mid y \leq 4.5\}$

52a. -2 (حد أقصى), 0 (حد أدنى),
3 (حد أقصى), 3.5 (حد أدنى)

52b. -3.75, -1, 1.5, 3.25, 3.7

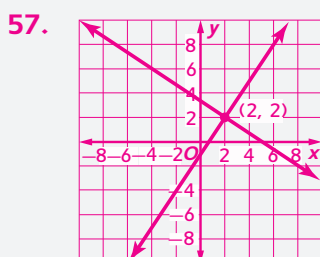
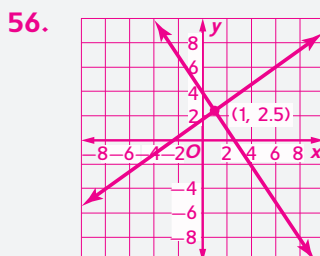
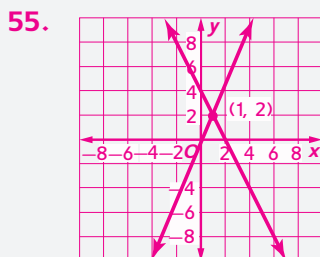
52c. 5

52d. {كل الأعداد الحقيقية};
 $R = \{كل الأعداد الحقيقية\}$

53a. -3 (حد أدنى), -1 (حد أقصى),
1 (حد أدنى)

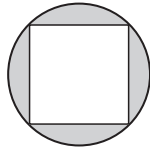
53b. -0.25, 3

53d. {كل الأعداد الحقيقية};
 $R = \{y \mid y \geq -4.5\}$



44. $27x^3 + y^3 = B$

- A $(3x + y)(3x + y)(3x + y)$
B $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$
C $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$
D $(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$



45. الإجابة الشبكية في
الشكل، مربع بطرف واحد
طول $2\sqrt{2}$ المخطوط
في دائرة. مساحة
الدائرة هي $k\pi$. ما القيمة
الفعليّة لـ k ؟ 4

تمرين على نموذج اختبار

46. ما هو الناتج للأرقام المركبة
 $H (4 + i)(4 - i)$ ؟

- F 15 H 17
G $16 - i$ J $17 - 8i$

47. SAT/ACT مقياس أكبر زاوية لمثلث 14 أصغر

مرتين من مقياس أصغر زاوية. مقياس ثالث زاوية
هو أكبر مرتين من مقياس أصغر زاوية. ما هو
مقياس أصغر زاوية؟ B

- A 46 D 52
B 48 E 82
C 50

المراجعة المبرنة

قم بحل كل معادلة. (الدرس 4-5)

48. $x^4 - 4x^2 - 21 = 0$ $\pm\sqrt{7}, \pm i\sqrt{3}$

49. $x^4 - 6x^2 = 27$ $\pm 3, \pm i\sqrt{3}$

50. $4x^4 - 8x^2 - 96 = 0$ $\pm\sqrt{6}, \pm 2i$

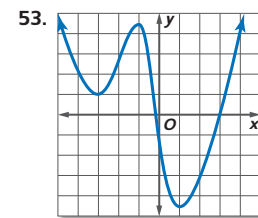
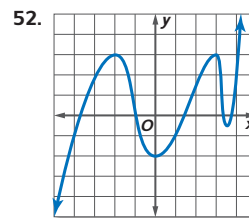
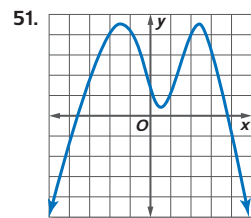
أكمل كلّاً مما يلي. (الدرس 4-4)

a. قدر إحداثي $-x$ لكل نقطة تحول وحدد ما إذا كانت تلك
الإحداثيات تمثل الحد الأقصى المرتبط أو الحد الأدنى المرتبط أم لا.

b. قدر كل إحداثي $-x$ لكل صفر.

c. حدد أصغر درجة ممكنة للدالة.

d. حدد مجال المدى الدالة. 51-53. راجع الهامش.



54. أمان الطرق السريعة يمكن للمهندسين استخدام الصيغة $d = 0.05v^2 + 1.1v$ لتقدير
الحد الأدنى للتوقف d بالقدم لسيارة تسير v ميلاً كل ساعة. إذا كانت سيارة
قادرة على التوقف بعد 125 قدماً، فما هي أقصى سرعة لها في السير
عندما يقوم السائق بسحب الفرامل؟ (الدرس 4-6) حوالي 40.2 mph

قم بالحل من خلال الرسم البياني. (الدرس 1-3) 55-57. راجع الهامش.

55. $y = 3x - 1$
 $y = -2x + 4$

56. $3x + 2y = 8$
 $-4x + 6y = 11$

57. $5x - 2y = 6$
 $3x - 2y = 2$

مراجعة المهارات

إذا كان $c(x) = x^2 - 2x$ و $d(x) = 3x^2 - 6x + 4$ ، فأوجد كل قيمة. 58. $-2a^2 + 32a - 76$ 59. $4a^2 - 8a + 16$

58. $c(a + 2) - d(a - 4)$

59. $c(a - 3) + d(a + 1)$

60. $c(-3a) + d(a + 4)$ $12a^2 + 24a + 28$

61. $3d(3a) - 2c(-a)$
 $79a^2 - 58a + 12$

62. $c(a) + 5d(2a)$
 $61a^2 - 62a + 20$

63. $-2d(2a + 3) - 4c(a^2 + 1)$
 $-4a^4 - 24a^2 - 48a - 22$

243

وسائل تعليمية مختلفة

توسع وضع للطلاب أنهم على علم بكيفية استخدام التعويض لإيجاد $f(4)$ عندما تكون
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$; $f(4) = 4^3 - 6(4)^2 + 9(4) - 7 = 64 - 96 + 36 - 7 = -3$
وغالباً ما يتطلب هذه الطريقة آلة حاسبة. فأخبر الطلاب بأنك ستوضح لهم طريقة تقييم كثيرة الحدود
التي لا يجب حساب القوى بها باستخدام ما يعرف بالصيغة التكرارية لكثيرة الحدود. في هذه الحالة،
أعد كتابة $(x - 6)x + 9$ لأن $x^3 - 6x^2 + 9x - 7$.
إذا $f(4) = [(4 - 6) \cdot 4 + 9] \cdot 4 - 7 = (-2 \cdot 4 + 9) \cdot 4 - 7 = 1 \cdot 4 - 7 = -3$