

الجذور والأصفار

4-7

السابق: الآن: لماذا؟



الدالة $g(x) = 1.384x^4 - 0.003x^3 + 0.28x^2 - 0.078x + 1.365$ يمكن استخدامها لتمثيل نموذج متوسط سعر غالون البنزين في عام معينة إذا كان x هو عدد الأعوام منذ 1990. لإيجاد متوسط سعر البنزين في عام معينة، يمكنك استخدام جذور المعادلة كثيرة الحدود ذات الصلة.

1 حدد عدد ونوع جذور المعادلة متعددة الحدود.
2 أوجد أصفار كل دالة كثيرة الحدود.

• يمكنك استخدام الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية.

1 التركيز

المحاذاة الرأسية

قبل الدرس 4-7، استخدام أرقام مركبة لوصف حلول المعادلات الرباعية.

الدرس 4-7 تحديد عدد ونوع الجذور في المعادلة كثيرة الحدود. قم بإيجاد الأصفار للدالة متعددة الجذور.

بعد الدرس 4-7، استخدام الأدوات بما فيها التحليل إلى عوامل لتحويل وحل المعادلات.

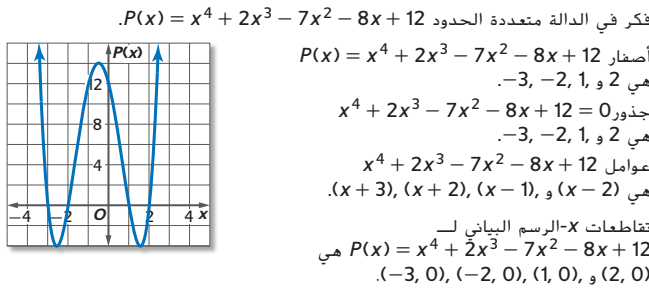
المهارسات الرياضية
حضور إلى الدقة
(Attend to precision)

1 الأنواع المركبة من الجذور لقد علمت مسبقاً أن صفر المعادلة $f(x)$ هو أي قيمة C مثل $f(C) = 0$. عندما يتم رسم الدالة بيانياً، فتكون الأصفار الحقيقية للدالة هي تقاطعات x -لرسم البياني.

المفهوم الرئيس الأصفار والعوامل والجذور والتقاطعات

الكلمات افترض أن $P(x) = a_nx^n + \dots + a_1x + a_0$ هي دالة متعددة الحدود. إذاً، فالتعبيرات التالية متعادلة.

- C هو الصفر الخاص بـ $P(x)$.
- C هو جذر أو حل لـ $P(x) = 0$.
- $x - C$ هو عامل لـ $a_nx^n + \dots + a_1x + a_0$.
- إذا كان C هو عدداً حقيقياً، فإن $(C, 0)$ هو تقاطع x -لرسم البياني $P(x)$.



عند حل معادلة متعددة الحدود بدرجة أكبر من الصفر، قد يكون هناك واحد أو أكثر من الجذور الحقيقية أو لا يوجد أي جذور حقيقية (الجذور هي أرقام تخيلية). لأن الأعداد الحقيقية والأرقام التخيلية على حد سواء تنتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة، فجميع المعادلات متعددة الحدود بدرجة أكبر من الصفر بها جذر واحد على الأقل في مجموعة الأعداد المركبة. هذه هي النظرية الأساسية لعلم الجبر.

المفهوم الرئيس النظرية الأساسية لعلم الجبر

كل معادلة كثيرة الحدود بدرجة أكبر من الصفر لها جذر واحد على الأقل في مجموعة من الأرقام المركبة.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من التلاميذ قراءة قسم لماذا؟ من الدرس.

أسأل:

■ وفقاً للمعادلة، ما هو متوسط سعر جالون الغاز في عام 1990؟ حوالي 1.37AED

■ هل المعادلة المعطاة ستكون صحيحة بالنسبة للقيم السالبة لـ x ؟ من الممكن أن القيم السالبة لـ x تقابل السنوات قبل 1990.

1 الأنواع المركبة للجذور

المثال 1 يبين كيفية تحديد عدد ونوع الجذور في معادلة متعددة الحدود.

المثال 2 يبين كيفية تحديد العدد الممكن للأصفار الإيجابية الحقيقية والأصفار السلبية الحقيقية والأصفار التخيلية في دالة متعددة الحدود.

التقويم المرحلي

استخدم التمرينات الإرشادية الموجودة بعد كل مثال لتقييم فهم التلاميذ للمفاهيم.

مثال إضافي

1 قم بحل كل معادلة. وضح عدد ونوع الجذور.

- a. $x^2 + 2x - 48 = 0$
هذا معادلات له 0، جذران حقيقيين 6 و -8.
- b. $y^4 - 256 = 0$
هذا معادلات له حقيقتان و 4 شيء -4، جذور 4i، أثناء تخيلي جذور و 4i.

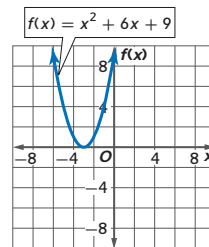
التركيز على المحتوى الرياضي المحتوى الرياضي

الأصفار الأصفار الحقيقية للدالة متعددة الحدود f هي X هي تقاطعات التمثيل البياني f . وهي أيضًا حلول حقيقية للمعادلة متعددة الحدود $f(x) = 0$. الدالة متعددة الحدود لا يمكن أن تحتوي على أصفار أكثر من ترتيبها.

مثال 1 تحديد عدد الجذور ونوعها

قم بحل كل معادلة. ضع عدد الجذور وأنواعها.

a. $x^2 + 6x + 9 = 0$
المعادلة الأصلية:
 $x^2 + 6x + 9 = 0$
العامل:
 $(x + 3)^2 = 0$
خذ جذر كل طرف:
 $x + 3 = 0$
قم بالحل لـ x :
 $x = -3$

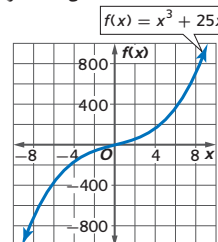


حيث أن $(x + 3)$ يعادل مرتين العامل $x^2 + 6x + 9$ ، -3 فهو جذر مزدوج. لذا، فلدى المعادلة جذرًا مكررًا حقيقيًا واحدًا، -3 .

التحقق الرسم البياني للمعادلة بمس محور x على

$x = -3$. لأن -3 هو جذر مزدوج، فلا يتقاطع الرسم البياني والمحور. ✓

b. $x^3 + 25x = 0$
المعادلة الأصلية:
 $x^3 + 25x = 0$
العامل:
 $x(x^2 + 25) = 0$
 $x = 0$ أو $x^2 + 25 = 0$
 $x^2 = -25$
 $x = \pm \sqrt{-25}$ or $\pm 5i$



هذه المعادلة لها جذر واحد حقيقي، 0، وجذرين تخيلين، $5i$ و $-5i$.

تحقق يتقاطع الرسم البياني لهذه المعادلة مع المحور x

في موضع واحد فقط، $x = 0$. ✓

تمرين موجه وليخذه 2 يقيده 1A. $0, i\sqrt{2}, -i\sqrt{2}$ ؛ 1B. $x^4 - 16 = 0$ ؛ 1C. $-1, 2, -5$ ؛ 1D. $\frac{1}{3}, i\sqrt{3}, -i\sqrt{3}$ ؛ 1E. $2, i\sqrt{3}, -i\sqrt{3}$ ؛ 1F. $1, 2, 3$ ؛ 1G. $1, 2, 3, 4$ ؛ 1H. $1, 2, 3, 4, 5$ ؛ 1I. $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ؛ 1J. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ؛ 1K. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ؛ 1L. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ؛ 1M. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ؛ 1N. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ ؛ 1O. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ ؛ 1P. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13$ ؛ 1Q. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14$ ؛ 1R. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$ ؛ 1S. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$ ؛ 1T. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17$ ؛ 1U. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$ ؛ 1V. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$ ؛ 1W. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$ ؛ 1X. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21$ ؛ 1Y. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22$ ؛ 1Z. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23$ ؛ 1AA. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$ ؛ 1AB. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25$ ؛ 1AC. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26$ ؛ 1AD. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27$ ؛ 1AE. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28$ ؛ 1AF. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29$ ؛ 1AG. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30$ ؛ 1AH. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31$ ؛ 1AI. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32$ ؛ 1AJ. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33$ ؛ 1AK. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34$ ؛ 1AL. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35$ ؛ 1AM. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$ ؛ 1AN. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37$ ؛ 1AO. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38$ ؛ 1AP. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39$ ؛ 1AQ. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40$ ؛ 1AR. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41$ ؛ 1AS. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42$ ؛ 1AT. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43$ ؛ 1AU. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44$ ؛ 1AV. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45$ ؛ 1AW. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46$ ؛ 1AX. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47$ ؛ 1AY. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48$ ؛ 1AZ. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49$ ؛ 1BA. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50$ ؛ 1BB. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51$ ؛ 1BC. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52$ ؛ 1BD. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53$ ؛ 1BE. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54$ ؛ 1BF. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55$ ؛ 1BG. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56$ ؛ 1BH. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57$ ؛ 1BI. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58$ ؛ 1BJ. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59$ ؛ 1BK. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60$ ؛ 1BL. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61$ ؛ 1BM. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62$ ؛ 1BN. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63$ ؛ 1BO. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64$ ؛ 1BP. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65$ ؛ 1BQ. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66$ ؛ 1BR. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67$ ؛ 1BS. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68$ ؛ 1BT. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69$ ؛ 1BU. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70$ ؛ 1BV. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71$ ؛ 1BW. $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67$

المفهوم الرئيس قانون الإشارات لديكارت

- بفرض أن $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ بأن تكون دالة متعددة الحدود بمعاملات حقيقية. إذا
- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة لـ $P(x)$ هو نفس عدد التغيرات في إشارة معاملات هذه المصطلحات أو أقل من ذلك من خلال عدد زوجي، و
 - عدد الأصفار الحقيقية السالبة لـ $P(x)$ هو نفس عدد التغيرات في إشارة معاملات هذه المصطلحات، $P(-x)$ أو أقل من ذلك من خلال عدد زوجي.

صيحة دراسية

نظر في الأصل إذا
ن صفر المعادلة موجود
في الأصل، فيتم تخفيض
بالي عدد الأصفار الموجبة
حقيقية، والأصفار الحقيقية
سالبة، والأصفار التخيلية
سبب عدد المرات التي يكون
بها 0 هو صفر الدالة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

السبورة التفاعلية اكتب

دالة متعددة الحدود على السبورة. بين للتلاميذ كيفية تطبيق قاعدة الإشارات لديكارت بتسليط الضوء على كل تغيير في العلامات في المعاملات.

مثال 2 إيجاد أعداد الأصفار الموجبة والسالبة

اذكر العدد الممكن من الأصفار الحقيقية الموجبة، والأصفار الحقيقية السالبة، والأصفار التخيلية لـ $f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$.

حيث أن $f(x)$ به درجة 6، فهو لديه ستة أصفار، إما حقيقية أو تخيلية. استخدم قانون ديكارت للإشارات لتحديد العدد الممكن ونوع الأصفار الحقيقية.

قم بإحصاء عدد التغيرات في إشارة المعاملات لـ $f(x)$.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$$

+ إلى + + إلى - - إلى - - إلى + + إلى - - إلى + + إلى +

هناك 4 تغيرات في الإشارة، لذلك هناك 4 أو 2 أو 0 من الأصفار الحقيقية الموجبة.

قم بإحصاء عدد التغيرات في إشارة المعاملات لـ $f(-x)$.

$$f(-x) = (-x)^6 + 3(-x)^5 - 4(-x)^4 - 6(-x)^3 + (-x)^2 - 8(-x) + 5$$

$$= x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 8x + 5$$

+ إلى - - إلى - - إلى + + إلى + + إلى + + إلى + + إلى +

هناك تغييرين في الإشارة، لذلك هناك 2 أو 0 من الأصفار الحقيقية السالبة. قم بعمل رسم بياني من التوليفات الممكنة من الأصفار الحقيقية والتخيلية.

مجموع عدد الأصفار	عدد الأصفار التخيلية.	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة
$4 + 2 + 0 = 6$	0	2	4
$4 + 0 + 2 = 6$	2	0	4
$2 + 2 + 2 = 6$	2	2	2
$2 + 0 + 4 = 6$	4	0	2
$0 + 2 + 4 = 6$	4	2	0
$0 + 0 + 6 = 6$	6	0	0

تمرين موجه

2. اذكر العدد الممكن من الأصفار الحقيقية الموجبة، والأصفار الحقيقية السالبة، والأصفار التخيلية لـ $h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$. 0، 1، 2، 4، 3، 0، 2

2 أوجد الأصفار

يمكنك استخدام الاستراتيجيات والنظريات المختلفة التي تعلمتها لإيجاد جميع أصفار الدالة.

مثال إضافي

2 حدد العدد الممكن للأصفار

الحقيقية الإيجابية والأصفار

الحقيقية السالبة والأصفار

التخيلية لـ

$$p(x) = -x^6 + 4x^3 - 2x^2$$

1. $-x - 1$ الدالة لها إما 2 أو 0

أصفار إيجابية و2 أو 0 أصفار

سالبة و6 أو 4 أو 2 أصفار تخيلية.

انتبه

المفاهيم الخاطئة الشائعة

وضح للتلاميذ طريقة تحديد عدد الأصفار التخيلية لدالة متعددة الحدود. في المثال 2، الدالة متعددة الحدود هي من الترتيب 6، لذلك فهي لها 6 أصفار حقيقية بحد أقصى. أنت تجد أعداد الأصفار الحقيقية الإيجابية والسالبة، وتطرح مجموع هذه الأعداد من 6 لتجد عدد الأصفار التخيلية. ذكر التلاميذ أن الأصفار التخيلية تكون في أزواج مترافقة، لذلك فإن عدد الأصفار التخيلية يجب أن يكون عددا زوجيا.

مثال 3 استخدام التعويض المركب للعثور على أصفار

أوجد أصفار $f(x) = x^4 - 18x^2 + 12x + 80$

الخطوة 1 حدد العدد الإجمالي للأصفار.

لأن $f(x)$ به 4، فالدالة بها 4 أصفار.

الخطوة 2 حدد نوع الأصفار.

وضح عدد التغيرات في الإشارة لـ $f(x)$ و $f(-x)$.

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 12x + 80 \quad f(-x) = x^4 - 18x^2 - 12x + 80$$

نعم لا نعم لا نعم لا

بسبب وجود تغييرين في الإشارة للمعاملات $f(x)$ ، فلدي الدالة 2 أو 0 من الأصفار الحقيقية الموجبة. بسبب وجود تغييرين في الإشارة للمعاملات $f(-x)$ ، فلدي الدالة 2 أو 0 من الأصفار الحقيقية السالبة. لذا، $f(x)$ يحتوي على 4 من الأصفار الحقيقية، أو 2 من الأصفار الحقيقية أو 2 من الأصفار التخيلية، أو 4 من الأصفار التخيلية.

x	1	0	-18	12	80
-3	1	-3	-9	39	-37
-2	1	-2	-14	40	0
-1	1	-1	-17	29	51
0	1	0	-18	12	80
1	1	1	-17	-5	75
2	1	2	-14	-2	76

الخطوة 3 حدد الأصفار الحقيقية.

اسرد بعض القيم الممكنة، ومن ثم استخدم التعويض المركب لتقييم $f(x)$ للقيم الحقيقية x .

يظهر كل صف معاملات متعدد الحدود المنخفض والباقي.

من الجدول، يمكننا أن نرى أن صفراً واحداً يكون على $x = -2$ وبما أن هناك 2 من الأصفار الحقيقية السالبة، فاستخدم التعويض المركب مع دالة متعددة الحدود منخفضة $f(x) = x^3 - 2x^2 - 14x + 40$ لإيجاد الصفر السالب الثاني.

x	1	-2	-14	40
-4	1	-6	10	0
-5	1	-7	21	-65
-6	1	-8	34	-164

الصفر السالب الثاني يوجد على $x = -4$.

ولأن متعدد الحدود المنخفض

$$x^2 - 6x + 10$$

فاستخدم الصيغة لإيجاد

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

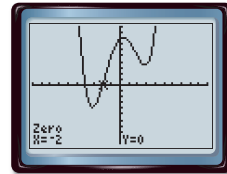
استبدل a بـ 1، b بـ -6، و c بـ 10.

$$= 3 \pm i$$

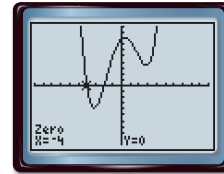
قم بالتبسيط.

لدي الدالة أصفاراً على $3 + i$ ، $3 - i$ ، -4 ، و -2 .

ارسم بياناً الدالة على آلة حاسبة بيانية. يتقاطع الرسم البياني مع محور x مرتين. لذا فهناك صفرين حقيقيين. استخدم دالة الصفر ضمن قائمة CALC لتحديد موضع كل صفر. الصفران الحقيقيان هما -2 و -4 .



-10, 101 scl: 1 by [-100, 100] scl: 10



10, 101 scl: 1 by [-100, 100] scl: 10

تمرين موجه

3. أوجد جميع أصفار $h(x) = x^3 + 2x^2 + 9x + 18$. $-2, 3i, -3i$

نصيحة دراسية

اختيار للأصفار إذا لم تكن القيمة صفراً لمتعدد الحدود. فلن يكون صفراً لمتعدد حدود منخفض أيضاً. لذلك لا حاجة لأن يتم التحقق مرة أخرى.

نصيحة دراسية

تحديد موضع الأصفار ارجع إلى الدرس 2-4 عن كيفية استخدام قائمة CALC لتحديد موضع الصفر على الحاسبة لديك.

2 إيجاد الأصفار

المثال 3 يوضح كيفية إيجاد الأصفار لدالة متعددة الحدود باستخدام الإحلال التكراري. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام الأصفار لكتابة دالة متعددة الحدود.

مثال إضافي

3 أوجد جميع الأصفار لـ $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 4$.
 $-1, 1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}$

وسائل تعليمية مختلفة

يقوم التلاميذ أحياناً بأخطاء في تمارينات الرياضيات لأنهم لا يستطيعون قراءة الكتابة اليدوية الخاصة بهم.

أكد خلال هذا المنهج على أهمية الكتابة بخط واضح. من السهل جداً الخطأ في قراءة المعاملات والأسس، أو الخطأ في قراءة حرف i على أنه الرقم 1.

مثال إضافي

4 اكتب دالة متعددة الحدود من أقل درجة بمعاملات مدمجة، والتي أصفارها تشمل 4 و $4-i$ والتي $f(x) = x^3 - 12x^2 + 49x - 68$

مراجعة المفردات

ترافقات مركبة عدديتان مركبان للشكل $a + bi$ و $a - bi$

في الوحدة 4، تعلمت أن ناتج الترافقات المركبة هو عدد حقيقي دائمًا وأن الجذور المركبة تأتي دائمًا في أزواج مترافقة. على سبيل المثال، إذا كان جذر $4 + 6i$ و $0 = x^2 - 8x + 52$ ، فالجذر الآخر هو $4 - 6i$.

وهذا ينطبق على أصفار الدوال متعددة الحدود أيضًا. للحصول على أي دالة متعددة الحدود بمعاملات حقيقية، إذا كان العدد التخيلي هو صفر تلك الدالة، فترافقه سيكون أيضًا صفر. وهذا ما يُسمى بـ **نظرية الترافقات المركبة**.

المفهوم الرئيس نظرية الترافقات المركبة

الكلمات افترض أن a و b أرقامًا حقيقية، و $b \neq 0$. إذا كان $a + bi$ هو جذر دالة كثيرة الحدود مع معاملات حقيقية، ثم $a - bi$ هو أيضًا صفر للدالة.

مثال إذا كان $3 + 4i$ هو صفر $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$ فإن $3 - 4i$ هو أيضًا صفر الدالة.

عندما تجد كل من أصفار الدالة كثيرة الحدود ويطلب منك تحديد الدالة، فقم بتحويل الأصفار إلى عوامل ثم اضرب جميع العوامل معًا. والنتيجة هي دالة كثيرة الحدود.

مثال 4 استخدام الأصفار لكتابة دالة كثيرة الحدود

اكتب دالة كثيرة الحدود بدرجة أقل مع معاملات الصحيحة، والأصفار تشمل -1 و $i - 5$.

الحل إذا كان $i - 5$ صفرًا، فإن $5 + i$ أيضًا صفر وفقًا لنظرية الترافقات المركبة. لذا، $x + 1$ ، $x - (5 + i)$ و $x - (5 - i)$ عوامل كثيرة الحدود.

التخطيط اكتب دالة متعددة الحدود كناتج لعواملها.

$$P(x) = (x + 1)[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$$

الفهم اضرب العوامل لإيجاد دالة كثيرة الحدود.

$$P(x) = (x + 1)[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$$

اكتب المعادلة.

$$= (x + 1)[(x - 5) + i][(x - 5) - i]$$

أعد تجميع المصطلحات.

$$= (x + 1)[(x - 5)^2 - i^2]$$

اختلاف المربعات

$$= (x + 1)[(x^2 - 10x + 25 - (-1))]$$

مصطلحات المربع.

$$= (x + 1)(x^2 - 10x + 26)$$

قم بالتبسيط.

$$= x^3 - 10x^2 + 26x + x^2 - 10x + 26$$

اضرب.

$$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$$

ادمج المصطلحات المتشابهة.

تحقق لأن هناك 3 أصفار. فيجب أن تكون درجة الدالة كثيرة الحدود 3. لذلك $P(x) = x^3 - 9x^2 + 16x + 26$ هي دالة كثيرة الحدود بدرجة أقل مع المعاملات الصحيحة وأصفار $5 + i$ و $5 - i$ و -1 .

تمرين موجه

4. اكتب دالة كثيرة الحدود بأقل درجة مع معاملات صحيحة، بها أصفار تشمل -1 و $1 + 2i$.

$$f(x) = x^3 - x^2 + 3x + 5$$

تدريس الممارسات الرياضية

الحجج التلاميذ المتفوقون في الرياضيات يفهمون ويستخدمون الافتراضات والتعريفات والنتائج المحققة سابقاً في بناء البراهين. إنهم ينشئون التخمينات ويبينون تطوراً منطقياً من البيانات لاستكشاف حقيقة التخمينات الخاصة بهم. ويكونون قادرين على تحليل الحلول بتحويلها إلى حالات، ويمكنهم التعرف على واستخدام الأمثلة المقابلة.

23.8. 53c;

نموذج
إجابة: وفقاً
للمنموذج،
فقاعة
الموسيقى
لن تكسب
أي أموال
بعد عام
2026.

ارسم شكلاً بيانياً لكل دالة باستخدام أصفارها. انظر الوحدة 4 ملحق الإجابة.

46. $f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

47. $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2$

48. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$

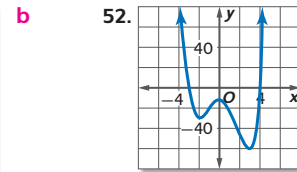
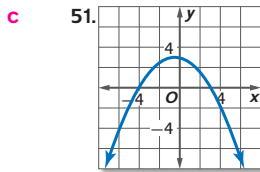
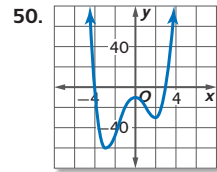
49. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$

صل كل رسم بياني بالأصفار المعطاة.

a. $-3, 4, i, -i$

b. $-4, 3$

c. $-4, 3, i, -i$



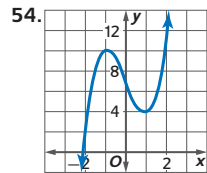
53. **حفلات** يمكن تشكيل مقدار المال الذي تم إنفاقه في قاعة الموسيقى هوشي في 2003 حتى 2010 بواسطة $M(x) = -2.03x^3 + 50.1x^2 - 214x + 4020$ حيث يكون x عدد الأعوام منذ 2003.

a. كم عدد الأصفار الحقيقية الموجبة، والأصفار الحقيقية السالبة، والأصفار التخيلية؟ **0 أو 2؛ 1 أو 3**

b. ارسم بيانياً الدالة باستخدام الحاسبة الخاصة بك. **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابة.**

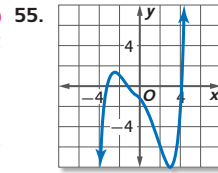
c. قم بتقريب جميع الأصفار الحقيقية إلى أقرب عشرة. ما هو المغزى من كل صفر في سياق الوضع؟

c حدد العدد الممكن من الأصفار الحقيقية الموجبة، والأصفار الحقيقية السالبة، والأصفار التخيلية لكل دالة. اشرح البرهان.



درجة: 3

0 موجب، 1 سالب، 2 تخيلي؛ نموذج إجابة: لا يتقاطع الرسم البياني مع محور x ، ويتقاطع مع محور x مرة واحدة. ولأن درجة كثيرة الحدود هي 3، فهناك 1-3 أو 2 من الأصفار التخيلية.



درجة: 5

1 موجب، 2 سالب، 2 تخيلي؛ نموذج إجابة: يتقاطع الرسم البياني مع محور x الموجب مرة واحدة ويتقاطع مع محور x السالب مرتين. ولأن درجة كثيرة الحدود هي 5، فهناك 3-5 أو 2 من الأصفار التخيلية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العالي

56. **النهاية المفتوحة** ارسم شكلاً بيانياً لدالة كثيرة الحدود بـ: **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابة a-c.**

a. 3 أصفار حقيقية، 2 من الأصفار التخيلية. b. 4 أصفار حقيقية. c. 2 من الأصفار التخيلية.

57. **تحدي** اكتب معادلة في شكل عوامل لدالة كثيرة الحدود بدرجة 5 مع 2 من الأصفار التخيلية، وصفر واحد غير صحيح، و 2 من الأصفار غير النسبية. اشرح. **راجع الهامش**

58. **أدلة** حدد أي معادلة ليست مثل غيرها. اشرح. **راجع الهامش**

$r^4 + 1 = 0$

$r^3 + 1 = 0$

$r^2 - 1 = 0$

$r^3 - 8 = 0$

59. **الاستدلال** قدم مثلاً مضاداً لكل عبارة.

a. لدى جميع الدوال كثيرة الحدود بدرجة أكبر من 2 ما لا يقل عن جذر واحد حقيقي سالب. **نموذج إجابة:** $f(x) = x^4 + 4x^2 + 4$

b. لدى جميع الدوال كثيرة الحدود بدرجة أكبر من 2 ما لا يقل عن جذر واحد حقيقي موجب. **نموذج إجابة:** $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$

60. **الكتابة في الرياضيات** اشرح لصديق كيف ستستخدم قانون ديكارت للإشارات لتحديد عدد من الجذور الحقيقية الموجبة الممكنة وعدد من الجذور السالبة الممكنة لدالة كثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 5x - 12$. **انظر الوحدة 4 ملحق الإجابة.**

4 التقويم

التقويم التكويني

ألكرة البلورية اطلب من التلاميذ كتابة ما تعلموه اليوم عن المتسلسلة الأساسية للجبر وقاعدة ديكارت للعلامات سوف تساعدكم على التعرف على جميع الأصفار المنطقية للدالة متعددة الحدود في درس الغد.

الإجابات الإضافية

57. الإجابة النموذجية:

$$f(x) = (x + 2i)$$

$$(x + \sqrt{5})(5 + 3x)(2i - x)$$

$$(x - \sqrt{5}) \text{ استخدام تقارن للتخيلي}$$

و قيمة المنطقية.

$$58. r^4 + 1 = 0; \text{ إجابة نموذجية:}$$

المعادلة لها حلول تخيلية وجميع

المعادلات الأخرى لها حلول حقيقية.

$$65. f(-8) = -1638; f(4) = 342$$

$$66. f(-8) = 21,808; f(4) = 1192$$

$$67. f(-8) = -63,940; f(4) = 1868$$

$$74. \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2},$$

$$\pm \frac{1}{4}, \pm \frac{3}{4}$$

$$75. \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm \frac{1}{5}, \pm \frac{2}{5},$$

$$\pm \frac{4}{5}, \pm \frac{8}{5}$$

$$76. 7 \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{7}{2} \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{7}{3},$$

$$\pm \frac{1}{6}, \pm \frac{7}{6}$$

تمرين على نموذج اختبار

61. استخدم الرسم البياني للدالة كثيرة الحدود

أدناه. وهي ليست عاملاً لمتعدد الحدود

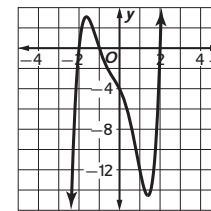
$$C \quad x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x - 4$$

$$A \quad x - 2$$

$$B \quad x + 2$$

$$C \quad x - 1$$

$$D \quad x + 1$$



62. إجابة قصيرة نافذة على شكل

مثلث متساوي الأضلاع. يبلغ كل جانب من المثلث

8 أقدام طولاً. وتنقسم النافذة لنصفين من خلال

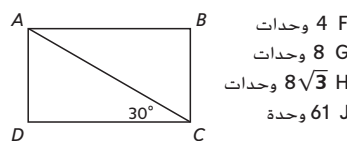
داعم من قمة الرأس إلى منتصف

جانب المثلث المقابل لقمة الرأس. تقريبا ما طول

هذا الداعم؟ **6.9 قدماً**

63. هندسة في المستطيل $ABCD$ هو 8

وحدات طولاً. ما طول \overline{AB} ؟ **H**



وحدات 4 F

وحدات 8 G

وحدات $8\sqrt{3}$ H

وحدة 61 J

64. اختبار SAT/ACT تبلغ المساحة الإجمالية

للمستطيل $25a^4 - 16b^2$ وحدة مربع. أي العوامل

التي يمكن أن تمثل الطول والعرض؟ **B**

A $(5a^2 + 4b)$ وحدات و $(5a^2 + 4b)$ وحدات

B $(5a^2 + 4b)$ وحدات و $(5a^2 - 4b)$ وحدات

C $(5a^2 - 4b)$ وحدات و $(5a^2 - 4b)$ وحدات

D $(5a - 4b)$ وحدات و $(5a - 4b)$ وحدات

E $(5a + 4b)$ وحدات و $(5a - 4b)$ وحدات

المراجعة المبرنة

استخدم التعويض المركب لإيجاد $f(4)$ و $f(-8)$ لكل دالة. (الدرس 4-6)

$$65. f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 3x + 2 \quad 66. f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x \quad 67. f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x^2 - 4$$

حلل لعوامل بشكل كامل. إذا كان كثير الحدود ليس به عوامل، فاكتب الرئيس. (الدرس 4-5)

$$68. x^6 - y^6 \quad (x + y)(x^2 - xy + y^2) \cdot (x - y) \quad 69. a^6 + b^6 \quad (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$$

$$70. 4x^2y + 8xy + 16y - 3x^2z - 6xz - 12z \quad 71. 5a^3 - 30a^2 + 40a + 2a^2b - 12ab + 16b$$

$$(x^2 + 2x + 4)(4y - 3z) \quad (a - 4)(a - 2)(5a + 2b)$$

أوجد معدل التغيير لكل مجموعة من البيانات. (الدرس 2-3)

72.

الوقت (اليوم)	3	6	9	12	15
الارتفاع (mm)	12	24	36	48	60

4 mm/sec

الوقت (h)	2	4	6	8
المسافة (mi)	35	70	105	140

17.5 mi/hr

c.	الوقت (s)	12	16	20	24	28
	الحجم (cm ³)	45	60	75	90	105

3.75 cm³/sec

3.75 cm³/sec

d.	(N) الجهد	32	40	48	56	64
	(J) العمل	48	60	72	84	96

1.5 J/N

1.5 J/N

73. تسليمة يقدر أحمد أنه سيحتاج 50 كرات التنس لكل لاعب يشترك في نادي التنس و 150 على الأقل إضافية بشكل

احتياطي. اكتب متباينة تعبر عن الوضع. (الدرس 1-5) $t \geq 50p + 150$

مراجعة المهارات

أوجد كافة القيم الممكنة لـ $\pm \frac{b}{a}$ لكل مجموعة استبدال. 74-76. راجع الهامش.

$$74. a = \{1, 2, 4\}; b = \{1, 2, 3, 6\} \quad 75. a = \{1, 5\}; b = \{1, 2, 4, 8\} \quad 76. a = \{1, 2, 3, 6\}; b = \{1, 7\}$$

وسائل تعليمية مختلفة

توسع اشرح للتلاميذ أنه إذا $(x - r)^k$ هو عامل في متعددة الحدود $f(x)$ فإن r هو صفر في الدالة متعددة الحدود $f(x)$ و k هو ترتيب العامل الناتج r . من هذا يقال أن r لها تكرار هو k . عندما يكون $k = 1$ نقول أن الصفر له تكرار 1 ويسمى عادة صفرًا بسيطًا. استخدم المثال التالي لشرح التكرار والأصفار البسيطة: $f(x) = x^3(x - 2)^3(x + 1)$. الدالة متعددة الحدود لها 3 أصفار: $x = -1$ (صفر بسيط)، $x = 0$ بتكرار 3، و $x = 2$ بتكرار 3. حَقِّز الطلاب لإيجاد الأصفار وتعدداتها لكثيرة الحدود $f(x) = (x^6 - x^4)(x + 1)$. متعددة الحدود هذه لها 3 أصفار: $x = 1$ والذي هو صفر بسيط، $x = 0$ بتكرار 4، و $x = -1$ بتكرار 2.

1 التركيز

الهدف استخدام الحاسبة البيانية لتحليل الدوال متعددة الحدود.

المواد

■ الحاسبة البيانية

نصيحة تدريسية

- عند إيجاد الأصفار، سيكون على التلاميذ القيام بالخطوة 2 مرتين لإيجاد صفرين. في الجزء b، سوف يحتاجون إلى القيام بالخطوة 2 ثلاث مرات.
- شجع التلاميذ على وضع حالة النافذة من أجل مطابقة الأمثلة التي في النشاط.
- تم تقريب الأرقام إلى أقرب رقمين عشريين في هذا المختبر.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قم بتقسيم الوحدة إلى ثنائيات. اطلب من التلاميذ أن يعملوا مع زملائهم لإنهاء النشاط.

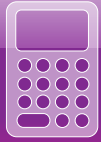
تدريب أطلب من التلاميذ إكمال التمرينات 1-7.

التقويم التكويني

استخدم التمرين 8 لتقييم قدرة كل تلميذ على تحليل الحدود المتعددة.

من الحسي إلى المعنوي

اطلب من التلاميذ أن يلاحظوا ما تعلموه عن تحليل الدوال متعددة الحدود.



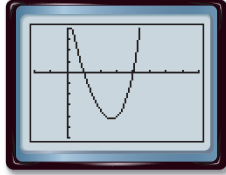
مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني تحليل الدوال كثيرة الحدود

يمكنك استخدام تكنولوجيا التمثيل البياني لمساعدتك على تحديد الأصفار الحقيقية، والنقاط العظمى والصغرى، وعدد الأصفار ونوعها، والتقاطع مع المحور y، وتناظر الدوال كثيرة الحدود.

نشاط حدد خصائص كثيرة الحدود

مثل الدالة بيانيًا. حدد الأصفار الحقيقية، والنقاط العظمى والصغرى، وعدد الأصفار ونوعها، والتقاطع مع المحور y، والتناظر.

a. $g(x) = 3x^4 - 15x^3 + 87x^2 - 375x + 300$



[-2, 8] scl: 1 by [-300, 200] scl: 50

الخطوة 1 مثل المعادلة بيانيًا.

الخطوة 2 استخدم [2nd] [CALC] صفر لإيجاد الأصفار الحقيقية حيث $x = 1$ و $x = 4$.

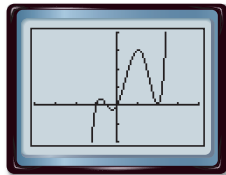
الخطوة 3 استخدم [2nd] [CALC] حد الأدنى لإيجاد النسبة الصغرى عند نقطة (2.68, -214.11). لا يوجد نقطة نسبية عظمى.

الخطوة 4 $g(x)$ درجتها 4 ويمكن أن يكون لها 4 أصفار بحد أقصى. وجد صفرين حقيقيين من خلال التمثيل البياني. فإما أن يكون الصفران الآخران أصفارًا مزدوجة أو أصفارًا وهمية.

الخطوة 5 استخدم [2nd] [CALC] 0 تمهيد لإيجاد التقاطع مع المحور y. 300.

الخطوة 6 يمر خط التناظر عبر الرأس. ومعادلتها $x = 2.68$.

b. $f(x) = 2x^5 - 5x^4 - 3x^3 + 8x^2 + 4x$



[-4, 4] scl: 1 by [-4, 8] scl: 2

الخطوة 1 مثل المعادلة بيانيًا.

الخطوة 2 حدد موقع الأصفار الحقيقية عند $x = -1$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 0$ و $x = 2$.

الخطوة 3 أوجد النسبة العظمى عند (1.04, 6.02) و (-0.81, 0.75) والنسبة الصغرى عند (2, 0) و (-0.24, -0.48).

الخطوة 4 $f(x)$ درجتها 5 ويمكن أن يكون لها 5 أصفار. وجد أربعة أصفار من خلال التمثيل البياني. فإما أن يكون الصفر الآخر صفرًا مزدوجًا أو صفرًا وهميًا. في هذه الحالة، يوجد صفر مزدوج عند $x = 2$.

الخطوة 5 التقاطع مع المحور y هو 0 حيث التمثيل البياني يمر من خلال الأصل.

الخطوة 6 لا يوجد تناظر.

التمارين

مثل الدالة بيانيًا. حدد الأصفار الحقيقية، والنقاط العظمى والصغرى، وعدد الأصفار ونوعها، والتقاطع مع المحور y، والتناظر. 1-8. انظر ملحق إجابة الوحدة 4.

1. $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$
2. $g(x) = x^4 - 3x^2 - 4$
3. $k(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2$
4. $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 16x$
5. $g(x) = 3x^5 - 18x^4 + 27x^3$
6. $k(x) = x^4 - 8x^2 + 15$
7. $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 8x$
8. $g(x) = x^5 + 3x^4 - 10x^2$

252 | تمهيد 4-7 | مختبر تكنولوجيا التمثيل البياني: تحليل الدوال كثيرة الحدود