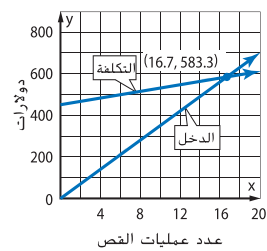


حل أنظمة المعادلات

الدخل مقابل التكلفة



لماذا؟

الآن

السابق

● قيمت بالتمثيل البياني وحل المعادلات الخطية.

● حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني.

● افتراض طارق 450 دولار لبدء أعمال قص الحدايق. ويدفع مبلغ 35 دولار لكل عشب ومبلغ 8 دولار تكاليف تشغيلية لكل عملية قص. يُمكن استخدام نظام معادلات لتحديد نقطة التعادل. إن **نقطة التعادل** هي نقطة يكون عندها الدخل مساويا للتكلفة.

2

التركيز

محاذاة رأسية

قبل درس I-I قم بالتمثيل البياني وحل المعادلات الخطية

درس I-I حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني. حل أنظمة المعادلات الخطية جبريًا.

بعد درس I-I حل أنظمة المتباينات الخطية.

مفردات جديدة

نقطة التعادل

break-even point

نظام المعادلات

system of equations

متسق

consistent

غير متسق

inconsistent

مستقل

independent

تابع

independent

طريقة التعويض

substitution method

طريقة الحذف

elimination method

2 التعليم

أسئلة دأمة

اطلب من الطلاب قراءة الجزء لماذا؟ من الدرس.

السؤال:

■ ما هي مقطع Y للخط الذي يعبر عن تكلفة طارق؟ (0, 450)

■ ماذا تمثل هذه النقطة؟

يعتبر التكلفة المبدئية لطارق \$450. سيكون عليها دفع هذا المبلغ حتى إذا لم يقص أي حديقة.

■ ماذا سيحدث إذا قص طارق 17 حديقة أو أكثر؟ يحقق ربحًا.

ممارسات رياضية
فكر تجريدًا وكميًا.
توخي الدقة.

حل الأنظمة باستخدام التمثيل البياني نظام المعادلات هو معادلتين أو أكثر تستخدم نفس المتغيرات. لحل نظام معادلات به متغيران، أوجد الزوج المرتب الذي يحقق جميع المعادلات.

لحل نظام معادلات باستخدام جدول، أولاً اكتب كل معادلة في صورة معادلة الميل - المقطع. ثم عوض القيم المختلفة عن المحور X وحل للحصول على قيم المحور Y المقابلة. لتسهيل الاستخدام، اختر 0 وأقيم أولى للمحور X.

$$y_1 = -2x + 8$$

$$y_2 = 4x - 7$$

المحور x	المحور y ₁	المحور y ₂	الفرق
0	8	-7	15
1	6	-3	9
2	4	1	3
3	2	5	-3

نظرًا لأن الفرق بين قيم المحور Y أقرب إلى 0 عند $x = 1$ منها عند $x = 0$ ، فيجب تجربة قيمة أكبر من 1 بعد ذلك.

لأن الفرق بين قيم Y غيرت الإشارة من $x = 2$ إلى $x = 3$ ، فيجب تجربة قيمة بين ذلك.

الحل بين 2 و3.

مثال | حل باستخدام جدول

حل نظام المعادلات.

$$3x + 2y = -2$$

$$-4x + 5y = -28$$

$$3x + 2y = -2 \rightarrow y = -1.5x - 1$$

$$-4x + 5y = -28 \rightarrow y = 0.8x - 5.6$$

اكتب كل معادلة

في صورة معادلة الميل - المقطع.

x	y ₁	y ₂	(x, y ₁)	(x, y ₂)
0	-1	-5.6	(0, -1)	(0, -5.6)
1	-2.5	-4.8	(1, -2.5)	(1, -4.8)
2	-4	-4	(2, -4)	(2, -4)

استخدم جدولًا لإيجاد حل يُناسب كلتا المعادلتين.

حل النظام هو (2, -4).

تمارين موجهة

IA. $2x - 5y = 11$

$-3x + 4y = -13$ (3, -1)

IB. $4x + 3y = -17$

$-7x - 2y = 20$ (-2, -3)

طريقة أخرى لحل نظام المعادلات هو القيام بالتمثيل البياني للمعادلات على نفس مستوى الإحداثي تمثل نقطة المقطع الحل.

مثال 2 الحل باستخدام التمثيل البياني

حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني

$$2y + 5x = -16 \quad 2x - y = -1$$

اكتب كل معادلة في صورة معادلة الميل - المقطع.

$$2x - y = -1 \rightarrow y = 2x + 1$$

$$2y + 5x = -16 \rightarrow y = -2.5x - 8$$

تظهر التمثيلات البيانية للمستقيمتين لتتقاطع في $(-2, -3)$.

تحقق عوض عن الإحداثيات في كل معادلة أصلية.

$$2y + 5x = -16 \quad 2x - y = -1$$

$$2(-3) + 5(-2) \stackrel{?}{=} -16 \quad 2(-2) - (-3) \stackrel{?}{=} -1$$

$$-16 = -16 \quad -1 = -1 \quad \checkmark$$

حل النظام هو $(-2, -3)$.

تمارين موجهة

$$2A. \quad 4x + 3y = 12 \\ -6x + 4y = -1 \quad (1.5, 2)$$

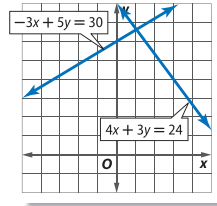
$$2B. \quad -3y + 8x = 36 \\ 6x + y = -21 \quad (-4, 3)$$

يمكن تصنيف أنظمة المعادلات حسب عدد الحلول. يكون النظام **متسقاً** إذا احتوى على حل واحد على الأقل **وغير متسق** إذا لم يحتوي على أي حل. إذا احتوى على حل واحد فقط، يكون **مستقلاً**. وإذا احتوى على عدد غير محدود من الحلول يكون **تابعاً**.

مثال 3 صنف الأنظمة

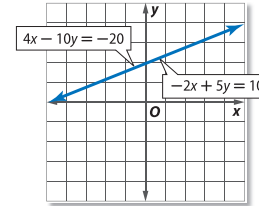
مثل بيانياً كل نظام معادلات وصفه من حيث كونه مستقلاً، غير مستقلاً، متسق أو غير متسق.

$$A. \quad 4x + 3y = 24 \\ -3x + 5y = 30$$



تتقاطع التمثيلات البيانية للمستقيمتين في نقطة واحدة، ولذلك يوجد حل واحد. النظام متسق ومستقل.

$$B. \quad -2x + 5y = 10 \\ 4x - 10y = -20$$



لأن المعادلات متعادلة، فإن تمثيلاتها البيانية تكون نفس المستقيمة. النظام متسق وتابع.

تمارين موجهة 3A-3B. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

$$A3. \quad 6x - 4y = 15 \\ -6x + 4y = 18$$

$$3B. \quad -4x + 5y = -17 \\ -4x - 2y = 15$$

حل الأنظمة بالتمثيل البياني

مثال 1 يوضح كيفية حل نظام المعادلات باستكمال الجدول. **مثال 2** يوضح كيفية حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني. **مثال 3** يوضح كيفية تصنيف أنظمة المعادلات الخطية إلى مستقلة ومتسقة، تابعة ومتسقة، أو غير متسقة.

التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حل نظام المعادلات باستكمال الجدول.

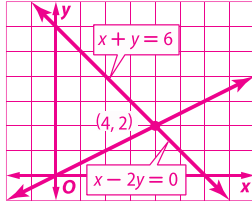
$$(3, 0) \quad x + y = 3$$

$$-2x + y = -6$$

2 حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

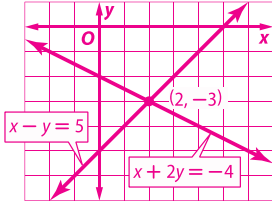
$$(4, 2) \quad x - 2y = 0$$

$$x + y = 6$$



3 مثل نظام المعادلات بيانياً وصفه باعتباراه متسق ومستقل، متسق وتابع، أو غير متسق.

$$a. \quad x - y = 5 \\ x + 2y = -4$$



متسقة ومستقلة

(تستكمل في الصفحة التالية)

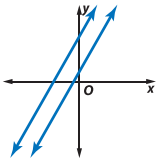
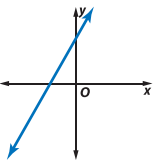
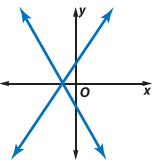
نصيحة دراسية

التحقق من الحلول تحقق دائماً إذا كانت القيم صالحة لكلا المعادلتين الأصليتين.

نصيحة دراسية

الميل وتصنيف الأنظمة إذا كانت المعادلات لها ميل مختلف، فسيكون النظام متسقاً ومستقلاً.

العلاقة بين التمثيل البياني وحلول نظام ملخصة أدناه.

مفهوم ملخص صفات الأنظمة الخطية		
غير متسق	متسق وتابع	متسق ومستقل
		
متسقيات متوازية: لا يوجد حل	نفس المستقيم: حلول كثيرة بلا حدود	مستقيمتان متقاطعتان: حل واحد

2 حل أنظمة باستخدام الجبر تُستخدم طرق جبرية لإيجاد حلول أنظمة المعادلات. أحد الطرق الجبرية تُسمى **طريقة التعويض**.

مفهوم أساسي طريقة التعويض	
خطوة 1	حل معادلة واحدة لإيجاد متغير واحد.
خطوة 2	عوض المقدار الناتج في المعادلة الأخرى لاستبدال المتغير. وبعد ذلك، حل المعادلة.
خطوة 3	عوض لإيجاد المتغير الآخر.

يُمكن استخدام أنظمة المعادلات لحل الكثير من مسائل الحياة اليومية بما في ذلك التي تضمن قيوداً مثلت من خلال دالتين مختلفتين أو أكثر.

مثال 4 من الحياة اليومية استخدم طريقة التعويض

أعمال لدى أليجاندرو شركة دعم الحاسب الآلي. يفترض أن تكلفة إدارة شركته يمكن أن تُمثل من خلال $y = 48x + 500$ ، حيث أن x يمثل عدد العملاء. يفترض أيضاً أن دخله يمكن تمثيله من خلال $y = 65x - 145$. كم عدد العملاء الذين يحتاجهم أليجاندرو من أجل الوصول إلى نقطة التعادل؟ كم ستكون أرباحه إذا كان لديه 60 عميلاً؟

$$\text{معادلة الدخل} \quad y = 65x - 145$$

$$\text{تعويض } 48x + 500 \text{ عن } y. \quad 48x + 500 = 65x - 145$$

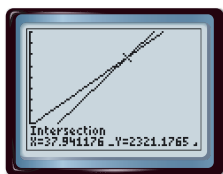
$$\text{طرح } 48x \text{ من كل طرف.} \quad 500 = 17x - 145$$

$$\text{أضف } 145 \text{ إلى كل طرف.} \quad 645 = 17x$$

$$\text{اقسم كل طرف على } 17. \quad 37.9 \approx x$$

بحاجة أليجاندرو 38 عميلاً للوصول إلى نقطة التعادل. إذا حصل على 60 عميلاً، يصبح دخله $145 - 65(60)$ أو 3755 دولار. وتبلغ التكاليف $500 + 48(60)$ أو 3380 دولار. وبذلك تبلغ أرباحه $3755 - 3380$ أو 375 دولار.

تحقق يمكنك استخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني للتحقق من الحل. نقطة التعادل هي أقرب إلى (37.9, 2321.2). استخدم الدالة **CALC** لإيجاد التكلفة والدخل لـ 60 عميلاً.

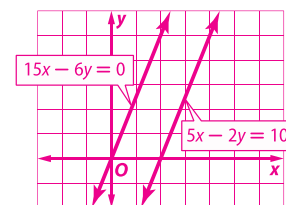


[0, 65] scl: 5 by [0, 3000] scl: 300

مثال اضافي

$$b. 15x - 6y = 0$$

$$5x - 2y = 10$$



غير متسق

2 حل الأنظمة جبرياً

مثال 4 يوضح كيفية حل نظام المعادلات الخطية باستخدام الطريقة الجبرية للتعويض.

الأمثلة 5-6 توضح كيفية حل نظام المعادلات الخطية باستخدام الطريقة الجبرية للحذف.

مثال اضافي

4 الأثاث يصنع متجر لانشستر للصناعات الخشبية والأثاث نوعين من كراسي الحدائق الخشبية. يباع الكرسي المتأرجح بسعر \$265، ويباع الكرسي الخشبي بمسند القدمين بسعر \$320. توضح السجلات أن مكسب هذه التجارة في الشهر الماضي كان \$13,930 عن بيع 48 كرسي حدائق. كم عدد الكراسي المتأرجحة المباعة؟ **26**

انتبه للآتي!

الخطوط المتوازية قم بتذكير الطلاب بأن الرسومات البيانية للمعادلات ذات نفس الميل وتقاطعات مختلفة، تُعرف بالخطوط المتوازية.

التعليم باستخدام

نظام جواب الطلاب اكتب نظام المعادلات على السبورة. اطلب من الطلاب تحديد عدد حلول هذا النظام بالتمثيل البياني. اطلب منهم الإجابة A في حالة عدم وجود حل، B للحل الواحد، أو C لعدد لا نهائي من الحلول. ناقش أجوبة الطلاب مع الصف.

تمارين موجهة

استخدم التعويض لحل كل نظام معادلات.

4A. $5x - 3y = 23$
 $2x + y = 7$ (4, -1)

B4. $x - 7y = 11$
 $5x + 4y = -23$ (-3, -2)

C4. $-6x - y = 27$
 $3x + 8y = 9$ (-5, 3)

يمكنك استخدام طريقة الحذف لحل نظام عندما يكون لدى أحد المتغيرات نفس المعامل في كلتا المعادلتين.

مفهوم أساسي طريقة الحذف

خطوة 1 ضرب إحدى المعادلتين أو كليهما في عدد للحصول على معادلتين يحتويان على حدود متقابلة.

خطوة 2 جمع المعادلات، مع حذف متغير واحد. وبعد ذلك، حل المعادلة.

خطوة 3 التعويض لإيجاد المتغير الآخر.

يمكن حذف المتغيرات من خلال الجمع أو الطرح.

مثال 5 حل باستخدام الحذف

استخدم طريقة الحذف لحل نظام المعادلات.

لاحظ أن الحل باستخدام التعويض قد يحتوي على كسور.

$5x + 3y = -19$
 $8x + 3y = -25$

خطوة 1 ضرب معادلة واحدة في -1، لتحتوي المعادلتان على $3y$ و $-3y$.

$8x + 3y = -25$ ضرب في -1. $-8x - 3y = 25$

خطوة 2 جمع المعادلات لحذف متغير واحد.

معادلة 1 $5x + 3y = -19$
 معادلة 2 $(-1) \times 8x + 3y = -25$
 جمع المعادلات. $-3x = 6$
 اقسم كل طرف على -3. $x = -2$

خطوة 3 عوض -2 عن x في أي معادلة أصلية.

معادلة 2 $8x + 3y = -25$
 $8(-2) + 3y = -25$
 ضرب. $-16 + 3y = -25$
 أضف 16 إلى كل طرف. $3y = -9$
 اقسم كل طرف على 3. $y = -3$

الحل هو $(-2, -3)$.

تمارين موجهة

5A. $4x - 3y = -22$
 $2x + 3y = 16$ (-1, 6)

5B. $6x - 5y = -8$
 $4x - 5y = -12$ (2, 4)

5C. $2x - 9y = 34$
 $-2x + 6y = -28$ (8, -2)

وفي بعض الأحيان، لا يؤدي جمع المعادلات أو طرحها إلى حذف أي متغير. يمكنك استخدام الضرب والمضاعفات المشتركة الصغرى للحصول على معامل مشترك.

نصيحة دراسية

تذكر أنه عندما تجمع أو تطرح معادلة واحدة من أخرى أن تجمع أو تطرح كل حد. بما في ذلك الثابت في الطرف الآخر بعد علامة المساواة.

مراجعة المفردات

مضاعف مشترك أصغر عدد أصغر يكون مضاعفا مشتركا لعددتين أو أكثر

مثال إضافي

5 استخدم طريقة الحذف لحل نظام المعادلات.

$x + 2y = 10$

$x + y = 6$

(2, 4)

انتبه للآتي!

تجنب الأخطاء في المثال 4، انصح الطلاب بمراجعة إجاباتهم عند التوصل إلى حل والرجوع إلى معطيات المسألة الأصلية.

تعليم الممارسات الرياضية

المثابرة يقوم الطلاب المتميزون في الرياضيات بمراقبة تقدمهم وتقييمه مع تغيير المقرر إذا لزم الأمر. ذكر الطلاب بأنهم يقومون بجمع أو طرح معادلة وليس حدًا واحدًا.

التعليم باستخدام التكنولوجيا

العروض المرئية اختر اثنين من الطلاب لمشاركة عملهم مع الفصل. اختر طلابًا قاموا بحل نظام المعادلات بطرق مختلفة (الحل بمتغيرات مختلفة).

مثال 6 اختبار معياري لا يوجد حل وحلول لا نهائية

حل نظام المعادلات.

$$5x + 3y = 52$$

$$15x + 9y = 54$$

- A (3, 1) B (8, 4) C لا يوجد حل D حلول لا نهائية

اقرأ المسألة

لقد أعطيت نظام معادلتين خطيتين ويُطلب منك إيجاد حل.

حل المسألة

لا يوجد متغير يحتوي على معامل مشترك. معاملات المتغير y : 3 و 9 والمضاعف المشترك الأصغر لهما هو 9. ومن ثم اضرب كل معادلة في قيمة تجعل معامل y يساوي 9.

$$\begin{array}{r} 5x + 3y = 52 \\ 15x + 9y = 54 \\ \hline (-) 15x + 9y = 54 \\ \hline 0 = 102 \end{array}$$

طرح المعادلات.

بما أن $0 = 102$ ليس صحيحا، فإن هذا النظام لا يوجد له حل.

الإجابة الصحيحة هي C.

تمارين موجهة

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 9y = 15 \end{array}$$

6. حل نظام المعادلات.

- F (-2, 3) G (7, 3) H لا يوجد حل J حلول لا نهائية

يُخلص ما يلي الطرق المختلفة لحل الأنظمة.

تلخيص المفاهيم حل أنظمة المعادلات

الوقت المثالي لاستخدامها	الطريقة
الجدول	لتقدير الحل، نظرا لأن الجدول قد لا يوفر حلا دقيقا
التمثيل البياني	لتقدير الحل، نظرا لأن التمثيل البياني عادة لا يعطي حلا دقيقا
التعويض	إذا كان أحد المتغيرات في كل معادلة يحتوي على معامل 1 أو -1
الحذف باستخدام الجمع	إذا كان أحد المتغيرات يحتوي على معاملات معكوسة في كلتا المعادلتين
الحذف باستخدام الطرح	إذا كان أحد المتغيرات يحتوي على نفس المعامل في كلتا المعادلتين
الحذف باستخدام الضرب	إذا لم تكن المعاملات 1 أو -1 ولم يمكن حذف المتغيرات ببساطة عن طريق جمع أو طرح المعادلات

نصيحة لراسية

جمع المعادلات وطرحها إذا جمعت أو طرحت معادلتين في نظام وكانت النتيجة معادلة ليست صحيحة على الإطلاق، فإن النظام غير متسق. عندما تجمع أو تطرح معادلتين في نظام وتكون النتيجة معادلة صحيحة دائما، فإن النظام تابع.

مثال اضافي

6 تمرين الاختبار المعياري

قم بحل نظام المعادلات.

$$2x + 4y = 12$$

$$-5x - 10y = -30$$

A (2, 3)

B (6, 0)

C لا يوجد حل

D حلول لا نهائية

نصائح للمعلمين الجدد

التفكير قم بتذكير الطلاب بقضاء بعض الوقت في تخطيط استراتيجية حل المسألة قبل البدء بالحسابات. انصح الطلاب بسهولة حذف متغير عن الآخر عند استخدام هذه الطريقة.

التركيز على المحتوى الرياضي

حل نظام المعادلات إذا كان معاملات أحد المتغيرات في المعادلة متساوية أو متضادة، يكون من السهل حذف هذا المتغير بجمع أو طرح المعادلات المعطاة. ويكون الاختيار الأفضل استخدام طريقة التعويض في حالة اختلاف الحالة عما سبق. يتم حل نظام المعادلات بكلاً من طريقتي التعويض والحذف. سوف تصل لنفس الحل عند استخدام أيًا من الطريقتين.

نصائح للمعلمين الجدد

الطرح قم بتذكير الطلاب بأنه إذا تشابهت المعاملات للمتغير في اثنتين من المعادلات، يمكن حذفه بالطرح.



مثال لتاريخ الحساب

نينا كارلوفنا باري (1901-1961)
عالمية حساب روسية، وتعتبر نينا كارلوفنا باري رائدة علم الحساب في جامعة موسكو الحكومية. كما هو موضح أعلاه، وتشتهر بكتبتها في الجبر العالي ونظرية متسلسلة.

التدريس المتمايز

التعليم المنطقي اطلب من الطلاب تلخيص الطرق الجبرية المختلفة لحل نظام المعادلات بطريقة جملة إذا - فإن مع إعطاء الأمثلة. نموذج: إذا كان متغير أحد المعادلات له محدد بقيمة 1 (مثل $5x + y = 13$ أو $x + 3y = 9$)، إذا عليك اختيار طريقة التعويض.

حل كل نظام معادلات باستخدام جدول.

مثال 1

$$\begin{aligned} 1. y &= 3x - 4 \\ y &= -2x + 11 \end{aligned} \quad (3, 5)$$

$$\begin{aligned} 2. 4x - y &= 1 \\ 5x + 2y &= 24 \end{aligned} \quad (2, 7)$$

حل كل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

مثال 2

$$\begin{aligned} 3. y &= -3x + 6 \\ 2y &= 10x - 36 \end{aligned} \quad (3, -3)$$

$$\begin{aligned} 4. y &= -x - 9 \\ 3y &= 5x + 5 \end{aligned} \quad (-4, -5)$$

$$\begin{aligned} 5. y &= 0.5x + 4 \\ 3y &= 4x - 3 \end{aligned} \quad (6, 7)$$

$$\begin{aligned} 6. -3y &= 4x + 11 \\ 2x + 3y &= -7 \end{aligned} \quad (-2, -1)$$

$$\begin{aligned} 7. 4x + 5y &= -41 \\ 3y - 5x &= 5 \end{aligned} \quad (-4, -5)$$

$$\begin{aligned} 8. 8x - y &= 50 \\ x + 4y &= -2 \end{aligned} \quad (6, -2)$$

صور رقمية
متجر عبر الإنترنت 0.15 دولار لكل صورة + 2.70 دولار للشحن
متجر محلي
0.25 دولار لكل صورة



9. **تصميم** اطلع على الجدول على الجانب الأيسر. $A. y = 0.15x + 2.70, y = 0.25x$

A. اكتب معادلات تمثل تكلفة الصور الرقمية المطبوعة في كل متجر.

B. تحت أي شروط تكون تكلفة الصور الرقمية المطبوعة متساوية في كلا المتجرين؟ **6.75 دولار مقابل 27 صورة**

C. ما هو الوقت المثالي لاستخدام صور EZ الرقمية عبر الإنترنت وما هو الوقت المثالي لاستخدام المتجر المحلي؟

مثال 3

مثل بيانيًا كل نظام معادلات وصفه من حيث كونه مستقلاً، غير مستقل، متسق أو غير متسق. **10-12 انظر الهامش.**

$$\begin{aligned} 10. y + 4x &= 12 \\ 3y &= 8 - 12x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11. -2x - 3y &= 9 \\ 4x + 6y &= -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12. 9x - 2y &= 11 \\ 5x + 4y &= 13 \end{aligned}$$

حل كل نظام معادلات باستخدام التعويض.

مثال 4

$$\begin{aligned} 13. x + 5y &= 3 \\ 3x - 2y &= -8 \end{aligned} \quad (-2, 1)$$

$$\begin{aligned} 14. y &= 2x - 10 \\ y &= -4x + 8 \end{aligned} \quad (3, -4)$$

$$\begin{aligned} 15. 2a + 8b &= -8 \\ 3a - 5b &= 22 \end{aligned} \quad (4, -2)$$

$$\begin{aligned} 16. a - 3b &= -22 \\ 4a + 2b &= -4 \end{aligned} \quad (-4, 6)$$

$$\begin{aligned} 17. 6x - 7y &= 23 \\ 8x + 4y &= 44 \end{aligned} \quad (5, 1)$$

$$\begin{aligned} 18. 9c - 3d &= -33 \\ 6c + 5d &= -8 \end{aligned} \quad (-3, 2)$$

حل كل نظام معادلات باستخدام الحذف.

مثال 5-6

$$\begin{aligned} 19. -6w - 8z &= -44 \\ 3w + 6z &= 36 \end{aligned} \quad (-2, 7)$$

$$\begin{aligned} 20. 4x - 3y &= 29 \\ 4x + 3y &= 35 \end{aligned} \quad (8, 1)$$

$$\begin{aligned} 21. 3a + 5b &= -27 \\ 4a + 10b &= -46 \end{aligned} \quad (-4, -3)$$

$$\begin{aligned} 22. 8a - 3b &= -11 \\ 5a + 2b &= -3 \end{aligned} \quad (-1, 1)$$

$$\begin{aligned} 23. 5a + 15b &= -24 \\ -2a - 6b &= 28 \end{aligned} \quad \text{لا يوجد حل}$$

$$\begin{aligned} 24. 6x - 4y &= 30 \\ 12x + 5y &= -18 \end{aligned} \quad (1, -6)$$

25. **اختيار من متعدد** ما هو حل النظام الخطي؟ B

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 2 \\ 4x - 2y &= 12 \end{aligned}$$

A (8, -10)

B (2, -2)

C (-10, 14)

D لا يوجد حل

3 الممارسة

التقويم التكويني

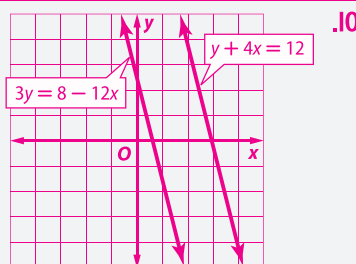
استخدم التدريبات 25-1 للتأكد من الفهم.

استخدم الجدول أسفل الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

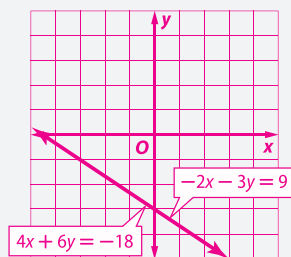
تعليم الممارسات الرياضية

نماذج يمكن للطلاب المتميزين في الرياضيات تطبيق الرياضيات في حل المسائل التي يواجهونها في الحياة اليومية، تحليل العلاقات الرياضية لوضع الاقتراحات، وتفسير نتائجهم الرياضية في سياق الموقف.

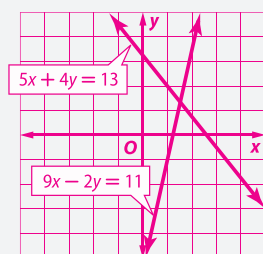
إجابات إضافية



غير متسق



متسق، تابع



متسق، مستقل

خيارات الفروض المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
ق م ابتدائي	58-26، 76، 97-78	58-26 زوجي، 76، 80-78، 97-85
ض م أساسي	67-27، 76-68، 97-81	84-81، 58-26
ف م متقدم	94-59، (اختياري: 97-95)	97-85، 80-78، 76-59

حل كل نظام معادلات باستخدام جدول.

مثال 1

26. $y = 5x + 3$
 $y = x - 9$ **(-3, -12)**
27. $3x - 4y = 16$
 $-6x + 5y = -29$ **(4, -1)**
28. $2x - 5 = y$
 $-3x + 4y = 0$ **(4, 3)**

العنصر	التكلفة	سعر البيع
T-Shirt	\$6	\$10
Hat	\$4	\$7

29. **جامع التبرعات** لزيادة أموال الذي المدرسي الجديد، يبيع موزعي المجموعة التيشترات مع قبعات. يتم عرض سعر تكلفة ومبيعات كل صنف. أنفق الموزعين إجمالي 2,000 دولار على التيشترات والقبعات، وباعوا كل البضاعة، وحصلوا على 3375 دولار. كم عدد التيشترات التي باعوها؟ **250 تيشرت**

حل كل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

مثال 2

30. $-3x + 2y = -6$
 $-5x + 10y = 30$ **(6, 6)**
31. $4x + 3y = -24$
 $8x - 2y = -16$ **(-3, -4)**
32. $6x - 5y = 17$
 $6x + 2y = 31$ **(4.5, 2)**
33. $-3x - 8y = 12$
 $12x + 32y = -48$
34. $y - 3x = -29$
 $9x - 6y = 102$ **(8, -5)**
35. $-10x + 4y = 7$
 $2x - 5y = 7$ **(-1.5, -2)**

36. **تصميم** حصلت جيرييلين على كوبون بمبلغ 10 دولار وكوبون خصم 15% من المتجر المفضل لها. ويتبنى المتجر سياسة استخدام كوبون واحد فقط لكل عملية شراء. متى يكون من الأفضل لجيرييلين استخدام كوبون بمبلغ 10 دولار، ومتى يكون الأفضل لها استخدام كوبون خصم 15%؟

كوبون 10 دولار لشراء مشتريات أقل من 66.67 دولار وكوبون خصم 15% لشراء مشتريات أكثر من 66.67 دولار

مثّل بيانيًا كل نظام معادلات وصفه من حيث كونه مستقلاً، غير مستقل، متسق أو غير متسق. **42-37. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.**

مثال 3

37. $y = 3x - 4$
 $y = 6x - 8$
38. $y = 2x - 1$
 $y = 2x + 6$
39. $2x + 5y = 10$
 $-4x - 10y = 20$
40. $x - 6y = 12$
 $3x + 18y = 14$
41. $-5x - 6y = 13$
 $12y + 10x = -26$
42. $8y - 3x = 15$
 $-16y + 6x = -30$

حل كل نظام معادلات باستخدام التعويض.

مثال 4

43. $9y + 3x = 18$ **حل**
 $-3y - x = -6$ **لا نهائية**
44. $5x - 20y = 70$
 $6x + 5y = -32$ **(-2, -4)**
45. $-4x - 16y = -96$
 $7x + 3y = 68$ **(8, 4)**
46. $-4a - 5b = 14$
 $9a + 3b = -48$ **(-6, 2)**
47. $-9c - 4d = 31$
 $6c + 6d = -24$ **(-3, -1)**
48. $8f + 3g = 12$
 $-32f - 12g = 48$ **لا يوجد حل**

49. **التنس** في المتنزه، يوجد 38 شخصاً يلعبون التنس. بعضهم يلعبون زوجياً، والآخرين يلعبون فردياً. يوجد 13 مباراة لازالت مستمرة، تتطلب المباراة الزوجية 4 لاعبين، وتتطلب المباراة الفردية لاعبين اثنين.

- A. اكتب نظام معادلتين يمثلان عدد المباريات الفردية والزوجية التي لازالت مستمرة. **$x + y = 13$ و $4x + 2y = 38$**
- B. كم عدد المباريات من كل نوع مازالت مستمرة؟ **6 مباريات زوجية و 7 مباريات فردية**

حل كل نظام معادلات باستخدام الحذف.

مثال 5-6

50. $8x + y = 27$
 $-3x + 4y = 3$ **(3, 3)**
51. $2a - 5b = -20$
 $2a + 5b = 20$ **(0, 4)**
52. $6j + 4k = -46$
 $2j + 4k = -26$ **(-5, -4)**
53. $3x - 8y = 24$
 $-12x + 32y = 96$
54. $5a - 2b = -19$
 $8a + 5b = -55$ **(-5, -3)**
55. $r - 6t = 44$
 $9r + 12t = 0$ **(8, -6)**
56. $6d + 5f = -32$
 $5d - 9f = 26$ **(-2, -4)**
57. $11u = 5v + 35$
 $8v = -6u + 62$ **(5, 4)**
58. $-1.2c + 3.4d = 6$ **حل**
 $6c = -30 + 17d$ **نهائية**

المتابعة

استكشف الطلاب حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني والحلول الجبرية.

السؤال:

■ ما فائدة استخدام الإستراتيجيات المختلفة في حل أنظمة المعادلات؟ **نموذج الإجابة:** يمكنك استخدام الإستراتيجية الأكثر كفاءة. على سبيل المثال، إذا كان المطلوب حل تقديري، يمكن استخدام التمثيل البياني. يمكنك استخدام الطرق الجبرية للحصول على الحل الدقيق.

إجابات إضافية

69a. نموذج الإجابة للرجال باستخدام

(0, 10) و (44, 9.69)

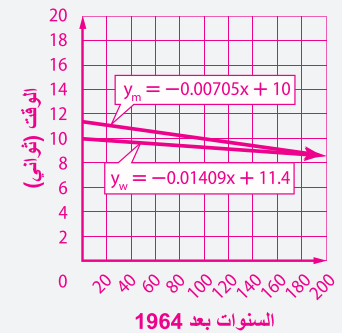
 $y_m = -0.00705x + 10$ ؛ نموذج

الإجابة للنساء باستخدام

(0, 11.4) و (44, 10.78)

 $y_w = -0.01409x + 11.4$

69b



بناءً على هذه المعطيات، سيلحق أداء السيدات بأداء الرجال بعد 198 سنة من سنة 1964 أو في سنة 2162. سوف تكون السنة الأولمبية القادمة سنة 2164، هذا التوقع ليس واقعي. من غير المرجح أن تساوي أوقات النساء أوقات الرجال لأنه من غير المعقول أن تستمر الأوقات في الزيادة والنقصان إلى مالا نهاية.

استخدم آلة حاسبة لتمثيل البياني لحل كل نظام معادلات. قم بتقريب معاملات المقطع إلى أقرب جزء من مائة.

59. $12y = 5x - 15$
 $4.2y + 6.1x = 11$
(2.07, -0.39)

60. $-3.8x + 2.9y = 19$
 $6.6x - 5.4y = -23$
(-26.01, -27.54)

61. $5.8x - 6.3y = 18$
 $-4.3x + 8.8y = 32$ **(15.03, 10.98)**

حل كل نظام المعادلات.

62. $11p + 3q = 6$
 $-0.75q - 2.75p = -1.5$
حلول لا نهائية

63. $8r - 5t = -60$
 $6r + 3t = -18$ **(-5, 4)**

64. $10t + 4v = 13$
 $-4t - 7v = 11$ **(2.5, -3)**

65. $6w = 12 - 4x$
 $6x = -9w + 18$
حلول لا نهائية

66. $\frac{3}{2}y + z = 3$
 $-y - \frac{2}{3}z = -2$
حلول لا نهائية

67. $\frac{5}{2}a - \frac{3}{4}b = 46$
 $-\frac{7}{8}a - 3b = 10$ **(16, -8)**

68. **تجديف** تستطيع أليسون التجديف بالركب حتى ميلا واحدا ضد التيار في 24 دقيقة. تستطيع التجديف نفس المسافة مع التيار في 13 دقيقة. افترض أن كلا من سرعة التجديف وسرعة التيار ثابتة. **a. 3.56 ميل في الساعة؛ 1.06 ميل في الساعة**

a. اوجد سرعة تجديف أليسون وسرعة التيار.

b. إذا أرادت أليسون مقابلة أصدقائها على بعد 3 أميال ضد التيار بعد ساعة من الآن. هل ستصل هناك في موعدها؟ اشرح. **لا، ستصل متأخرة 12 دقيقة**

69. **تصميم** يظهر الجدول أوقات الفوز بالثانية لسباق 100 متر في أولمبياد 1964 و2008.

سنوات منذ 1964، x	وقت الميدالية الذهبية للرجال	وقت الميدالية الذهبية للنساء
0	10.0	11.4
4	9.90	11.0
8	10.14	11.07
12	10.06	11.08
16	10.25	11.06
20	9.99	10.97
24	9.92	10.54
28	9.96	10.82
32	9.84	10.94
36	9.87	10.75
40	9.85	10.93
44	9.69	10.78

A. اكتب معادلات تمثل أوقات الفوز للرجال والنساء منذ 1964. افترض أن كلا الرقمين يستمران في نفس الاتجاه.

B. ارسم التمثيل البياني للمعادلتين. افترض أن أداء النساء يلحق بأداء الرجال. هل تعتقد أن توقعك مبررا؟ اشرح.

70. **وظائف** حصل ليفي على عرض عمل يحصل فيه على راتب 800 دولار شهريا بالإضافة إلى عمولة 2% من إجمالي أسعار السيارات التي يبيعها. وفي وظيفته الحالية، يحصل على راتب 1200 دولار، شهريا بالإضافة إلى عمولة 1.5% من إجمالي مبيعاته. ما المقدار الذي يجب أن يبيعه شهريا لكي تكون الوظيفة الجديدة عرضا جيدا؟ **أكثر من 80,000 دولار.**

شاحنة صغيرة	بالغين	طلاب	إجمالي التكلفة
A	2	5	77 دولار
B	2	7	95 دولار

71. **سفر** ذهبت مجموعة من الشباب في رحلة إلى منتزه. وسافروا في شاحنتين صغيرتين. عدد الأشخاص في كل شاحنة صغيرة وإجمالي تكلفة التسجيل موجود في الجدول. اوجد سعر البالغين وسعر الطلاب للتسجيل **بالغ: 16 دولار؛ طالب: 9 دولار**

التمثيلات المتعددة

في تمرين 75، يستخدم الطلاب جدول القيم والرسم البياني على المستوى الإحداثي لإيجاد الحلول لأنظمة المعادلات وشرح النتائج.

تعليم الممارسات الرياضية

النقد يستطيع الطلاب المتميزون في الرياضيات أيضاً المقارنة بين فاعلية حجتين منطقيتين والتفريق بين التفكير المنطقي السليم والمعيب وتوضيح الخلل إن وجد.

إجابات إضافية

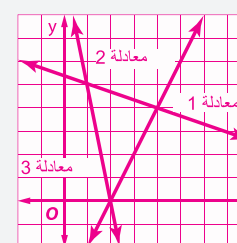
75a

المعادلة 2	المعادلة 1
y	x
-4	0
-2	1
0	2
2	3
4	4

المعادلة 3	y	x
10	0	
5	1	
0	2	
-5	3	
-10	4	

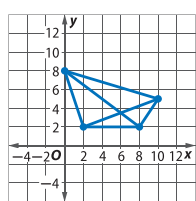
75b تتقاطع كل من المعادلة 1 و 2 في (4, 4)، تتقاطع كل من المعادلة 2 و 3 في (2, 0)، وتتقاطع كل من المعادلة 1 و 3 في (1, 5)، لا يوجد الحل يحقق الثلاث معادلات.

75c



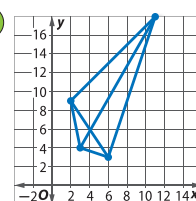
علم الهندسة أوجد النقطة التي تتقاطع عندها أقطار رباعي الأضلاع.

72.



(6, 3.5)

73



(53/13, 153/26)

74. انتخابات في انتخاب مجلس الطلاب. حصل المرشح أ على نسبة 55% من إجمالي الأصوات. بينما حصل المرشح ب على 1541 صوت. إذا حصل المرشح ج على نسبة 40% من الأصوات التي حصل عليها المرشح أ. كم عدد الأصوات التي أدلى بها؟ 6700 صوت

75. تمثيلات متعددة في هذه المسألة. ستكتشف أنظمة المعادلات الخطية الثلاثة والمتغيران. A - D. انظر الهامش.

$$\begin{aligned} 3y + x &= 16 \\ y - 2x &= -4 \\ y + 5x &= 10 \end{aligned}$$

a. جدولي ارسم جدولا بشأن قيم x وقيم y لكل معادلة.

b. تحليلي أي من القيم المذكورة في الجدول تشير إلى المقاطع؟ هل يوجد حل يناسب الثلاثة معادلات؟

c. التمثيل البياني مثل المعادلات الثلاثة بيانياً على مستوى إحداثي واحد.

d. شفهي ما هي الشروط التي يجب مراعاتها في نظام الثلاث معادلات التي بها المتغيران للوصول إلى حل؟ ما هي الشروط التي لا ينتج عنها حل؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

76. نقد تعمل جلوريا وسيريتا على حل نظام $6x - 4y = 26$ و $-3x + 4y = -17$. هل أي منهما صحيحاً؟ اشرح تحليلك.

سيريتا

$$\begin{aligned} 6x - 4y &= 26 \\ -3x + 4y &= -17 \\ \hline 3x &= -9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6(-3) - 4y &= 26 \\ -18 - 4y &= 26 \\ -4y &= 44 \\ y &= -11 \end{aligned}$$

الحل هو $(-3, -11)$.

جلوريا

$$\begin{aligned} 6x - 4y &= 26 \\ -3x + 4y &= -17 \\ \hline 3x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6(3) - 4y &= 26 \\ 18 - 4y &= 26 \\ -4y &= 8 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

الحل هو $(3, -2)$.

78. الإجابة النموذجية:

دائماً؛ A و B هما نفس الخط B متواز مع C ، ولذلك A مواز أيضاً إلى C . نظراً لأن C و D هما متسقان ومستقلان، فإن C غير مواز إلى D وهكذا، يتقاطع مع D . لأن A و C متوازيان، فإن A لا يمكن أن يكونا متوازيين

إلى D ، ومن ثم A يجب أن يقاطع D ويجب أن يكونا متسقين وتابعين مع D .

77. تحذّر أوجد قيمة كلا من a و b ليكون للنظام الحالي الحل $(b - 1, b - 2)$. $a \neq 0, b = \pm 3$

$$\begin{aligned} -8ax + 4ay &= -12a \\ 2bx - by &= 9 \end{aligned}$$

78. التعليل إذا كانت a متسقة وتابعة مع b ، و b غير متسقة مع c ، وتكون c متسقة ومستقلة مع d ، فستكون a أحياناً، أو دائماً، أو لن تكون أبداً متسقة ومستقلة مع d . اشرح تحليلك.

79. نهاية مفتوحة اكتب نظاماً من المعادلات يكون فيه معادلة واحدة مطلوب ضربها في 3 والأخرى مطلوب ضربها في 4 لحل النظام باستخدام الحذف. وبعد ذلك حل نظامك.

انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

80. الكتابة في الرياضيات لماذا يكون التعويض أحياناً أكثر إفادة من الحذف. والعكس صحيح؟ انظر الهامش.

80. نموذج الإجابة: استخدام التعويض يكون أفضل عندما يكون لأحد المتغيرات معامل بقيمة 1 أو يمكن تقليل المعامل إلى 1 دون تحويل باقي المعاملات إلى كسور. بخلاف ذلك، يفضل استخدام الحذف لأنه سيجنب استخدام الكسور في حل النظام.

75d إذا تقاطع الثلاثة خطوط في نفس النقطة، فيوجد حل للنظام. لا يوجد حل للنظام إذا تقاطعت الخطوط في ثلاث نقاط مختلفة، أو توازى خطين أو ثلاثة.

4 التقييم

تحديد المهارة الرياضية اطلب من الطلاب الكتابة على قطعة من الورق أو إخبارك أي من التعويض أو الحذف أفضل في حل نظام المعادلات.

$$2m - n = 2$$

$$2m + 3n = 22$$



83. علم الهندسة أي مجموعة من الأبعاد تتطابق مع مثلث يشبه ذلك الموجود على اليسار؟ **J**

- F** وحدة، وحدتان، 3 وحدات
G 7 وحدات، 11 وحدة، 12 وحدة
H 10 وحدات، 23 وحدة، 24 وحدة
J 20 وحدة، 48 وحدة، 52 وحدة

84. ستقوم شركة لتأجير الشاحنات بتأجير شاحنة متحركة مقابل 100 دولار بالإضافة إلى 0.10 دولار مقابل كل ميل يتم قيادتها. أي معادلة يمكن استخدامها لإيجاد C ، وتكلفة إيجار الشاحنة المتحركة وقيادتها إلى m ميل؟ **B**

- A** $C = 0.1(100 + m)$
B $C = 100 + 0.1m$
C $C = 100m + 0.1$
D $C = 100(m + 0.1)$

تمارين اختبار معياري

81. جواب مختصر حول لأبسط صورة $3y(4x + 6y - 5)$.
 $12xy + 18y^2 - 15y$

82. SAT/ACT أي مما يلي يُعد أفضل وصف للتمثيل البياني للمعادلات؟ **A**

$$4y = 3x + 8$$

$$-6x = -8y + 24$$

- A** المستقيمتان متوازيتان.
B المستقيمتان متعامدتان.
C يكون للمستقيمتان نفس المقطع مع المحور الأفقي x .
D يكون للمستقيمتان نفس المقطع مع المحور الرأسي y .
E تكون المستقيمتان هي نفسها.

مراجعة شاملة

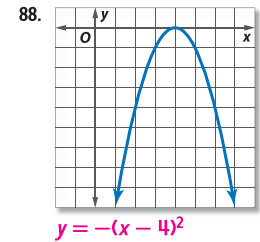
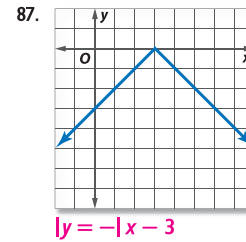
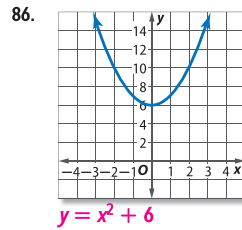
85. الصناعات الحرفية تباع بريسلا حيوانات محتطة في معرض فنون محلي. وتبلغ تكلفة الحيوانات الصغيرة المحتطة 10 دولارات و15 دولار للحيوانات الكبيرة. ولتغطية نفقاتها، يجب أن تباع على الأقل بما يساوي 350 دولار من الحيوانات. (درس 2-8)

A اكتب متباينة لهذا الموقف. $10s + 15\ell \geq 350$

B مثل المتباينة بيانياً. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

C إذا باعت 10 حيوانات صغيرة و15 حيواناً كبيراً، هل ستغطي النفقات؟ **لا**

اكتب معادلة لكل دالة. (درس 7-2)



حل كل معادلة. تحقق من حلك (درس 3-1)

89. $2p = 14$ **7**

90. $-14 + n = -6$ **8**

91. $7a - 3a + 2a - a = 16$ **3.2**

92. $x + 9x - 6x + 4x = 20$ **2.5**

93. $27 = -9(y + 5) + 6(y + 8)$ **-8**

94. $-7(p + 7) + 3(p - 4) = -17$ **-11**

مراجعة المهارات

حدد ما إذا كانت النقطة الناتجة تناسب كل متباينة.

95. $4x + 5y \leq 15$; (2, -2) **نعم**

96. $3x + 5y \geq 8$; (1, 1) **نعم**

97. $6x + 9y < -1$; (0, 0) **لا**

التدريس المتميز

توسع اذكر مثال لنظام معادلات له عدد حلول لا نهائي. نموذج الإجابة: $2x + 2y = 6$ و $x + y = 3$