

إيجاد الحل الأمثل عن طريق البرمجة الخطية

لماذا؟

الآن

السابق



- شركة إلكترونيات تنتج مشغلات صوت رقمية و هواتف. وتظهر إشارة على لوحة إعلانات الشركة.

- أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة فوق المنطقة.

- لقد قمت بحل نظام المتباينات الخطية بواسطة التمثيل البياني.

إذا كان يجب إنتاج 2000 منتج على الأقل كل ورديّة، فكم عدد العناصر التي يجب إنتاجها من كل نوع لتقليل التكاليف؟

تواجه الشركة حدود، أو قيود، على الإنتاج بسبب طلبات العملاء والشحن، وإنتاجية المصنع. يمكن استخدام نظام المتباينات لتمثيل تلك القيود.

أوجد الحل الأمثل لمسائل الحياة اليومية باستخدام البرمجة الخطية.

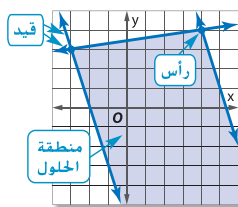
إبقاء التكاليف منخفضة: نستطيع أن نفعل ذلك!

هدفنا: الإنتاج لكل ورديّة			
الوحدة	الحد الأدنى	الحد الأقصى	التكلفة لكل وحدة
مشغل صوت	600	1500	\$55
هاتف	800	1700	\$ 95

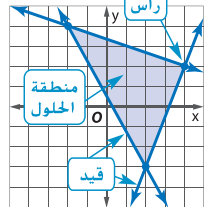
قيمة عظمى وقيمة صغرى تحدثت المواقف الصعبة في الأعمال التي تأمل أن ترفع الأرباح أو تقلل التكاليف، ويجب أخذ العديد من القيود بعين الاعتبار. يمكن التعامل مع هذه الموضوعات باستخدام نظام من المتباينات في البرمجة الخطية.

البرمجة الخطية هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى والصغرى للدالة عن طريق نظام المتباينات وكل متباينة تمثل قيد. **بعد تمثيل** النظام بيانيًا والتعويض بـ **منطقة الحلول** الممكنة في الدالة، يمكنك تحديد القيم العظمى والصغرى.

مفهوم أساسي منطقة الحلول الممكنة



إذا كانت منطقة الحلول الممكنة مفتوحة وممتدة، فإنها تكون **غير محدودة**. ويكون للمناطق غير المحدودة قيمة عظمى أو قيمة صغرى.



منطقة الحلول الممكنة محصورة، أو **محدودة**، بقيود. القيمة العظمى والصغرى للدالة المتصلة دائمًا تظهر عند رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

مفردات جديدة

البرمجة الخطية
Linear programming
منطقة الحلول
Feasible region
محدود Bounded
غير محدود Unbounded
الحل الأمثل Optimize

ممارسات رياضية
صنع نموذج بالرياضيات.
أبحث و عبر عن الإنتظامية في الاستدلالات المتكررة.

التركيز

محاذاة رأسية

قبل درس 3-1 حل أنظمة المتباينات الخطية باستخدام التمثيل البياني.

درس 3-1 إيجاد القيم العظمى والصغرى للدالة في منطقة ما. إيجاد الحل الأمثل لمسائل من الحياة اليومية باستخدام البرمجة الخطية.

بعد درس 3-1 إنشاء أنظمة معادلات بها أكثر من مجهولين.

2 التعليم

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة الجزء **لماذا؟** جزء من درس.

السؤال:

■ كم تبلغ نفقة إنتاج 1000 مشغل صوتي؟ **\$55,000**

■ هل أرخص إنتاج مشغل صوتي أم هاتف؟ **مشغل صوتي**

■ هل تنتج الشركة 2000 مشغل صوتي لكل ورديّة؟ اشرح لا، حيث أن أقصى عدد ممكن إنتاجه من المشغلات الصوتية هو 1500.

القيم العظمى والصغرى

أمثلة 1 و 2 تعرض كيف يتم إيجاد القيم العظمى والصغرى للدالة لمنطقة محدودة أو غير محدودة.

التقييم التكويني

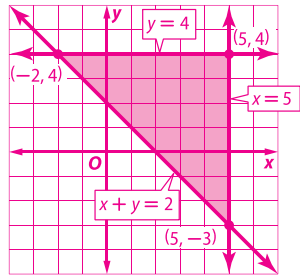
استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 ارسم تمثيل بياني لنظام المتباينة التالي.

سم إحداثيات رؤوس منطقة الحلول.
أوجد القيمة العظمى والصغرى للدالة
في هذه المنطقة.

$$\begin{aligned} x &\leq 5 & x + y &\geq 2 \\ y &\leq 4 & f(x, y) &= 3x - 2y \end{aligned}$$



القيمة العظمى عند $(5, -3) = 21$ ؛ الصغرى عند $(-2, 4) = -14$

2 ارسم تمثيل بياني لنظام المتباينة التالية.
سم إحداثيات رؤوس منطقة الحلول.
أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة في هذه المنطقة.

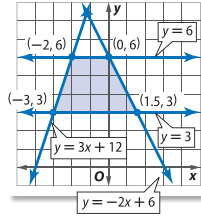
$$\begin{aligned} -x + 2y &\leq 2 \\ x - 2y &\leq 4 \\ x + y &\geq -2 \\ f(x, y) &= 2x + 3y \end{aligned}$$

انظر الهامش أسفل الرسم البياني.
القيمة العظمى: لا يوجد، الصغرى عند $(0, -2) = -6$

مثال 1 منطقة محدودة

مثل بيانيًا نظام المتباينات. سم الإحداثيات لرؤوس منطقة الحلول الممكنة. أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.

$$\begin{aligned} 3 &\leq y \leq 6 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\leq -2x + 6 \\ f(x, y) &= 4x - 2y \end{aligned}$$



الخطوة 1 قم بالتمثيل البياني للمتباينات وحدد الرؤوس.

الخطوة 2 قيم الدالة عند كل رأس.

$f(x, y)$	$4x - 2y$	(x, y)
-18	$4(-3) - 2(3)$	$(-3, 3)$
0	$4(1.5) - 2(3)$	$(1.5, 3)$
-12	$4(0) - 2(6)$	$(0, 6)$
-20	$4(-2) - 2(6)$	$(-2, 6)$

← عظمى

← صغرى

القيمة العظمى 0 عند $(1.5, 3)$. القيمة الصغرى -20 عند $(-2, 6)$.

تدريبات موجهة AI، BI. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

$$\begin{aligned} \text{IA. } -2 &\leq x \leq 6 \\ 1 &\leq y \leq 5 \\ y &\leq x + 3 \\ f(x, y) &= -5x + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IB. } -6 &\leq y \leq -2 \\ y &\leq -x + 2 \\ y &\leq 2x + 2 \\ f(x, y) &= 6x + 4y \end{aligned}$$

عندما لا يكون نظام المتباينات منطقة مغلقة، يعتبر غير محدود.

مثال 2 منطقة غير محدودة

مثل بيانيًا مجموعة المتباينات. سم الإحداثيات لرؤوس منطقة الحلول الممكنة. أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.

$$\begin{aligned} 2y + 3x &\geq -12 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\geq 3x - 6 \\ f(x, y) &= 9x - 6y \end{aligned}$$

قيم الدالة عند كل رأس.

$f(x, y)$	$9x - 6y$	(x, y)
-36	$9(-4) - 6(0)$	$(-4, 0)$
36	$9(0) - 6(-6)$	$(0, -6)$

القيمة العظمى هي 36 عند $(0, -6)$. لا يوجد قيمة صغرى. لاحظ أن نقطة أخرى في منطقة الحلول الممكنة، $(0, 8)$ ، تعطي قيمة -48، التي تقل عن 36.

تدريبات موجهة 2A، 2B. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

$$\begin{aligned} \text{2A. } y &\leq 8 \\ y &\geq -x + 4 \\ y &\leq -x + 10 \\ f(x, y) &= -6x + 8y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2B. } y &\geq x - 9 \\ y &\leq -4x + 16 \\ y &\geq -4x - 4 \\ f(x, y) &= 10x + 7y \end{aligned}$$

53

قراءة الرياضيات

رمز دالة

الرمز $f(x, y)$ يستخدم لتمثيل دالة لها متغيران، x و y . إنها تقرأ f من x و y .

إنتبه!

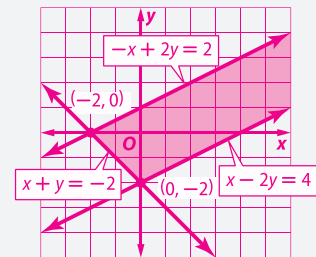
دقة: لا تفترض أنه لا يوجد قيمة عظمى إذا كانت منطقة الحلول الممكنة غير محدودة فوق الرؤوس. نقاط الاختبار مطلوبة لتحديد إذا كان هناك قيمة عظمى أو صغرى.

تعليم الممارسات الرياضية

الدقة الطلاب الماهرون في الرياضيات حريصون على تحديد وحدات القياس، وتسمية المحاور لتوضيح التوافق مع الكميات في المسألة. يحسبون بدقة وكفاءة ويعبرون عن إجاباتهم الرقمية بدرجة من الدقة تتناسب مع سياق المسألة. شجع الطلاب على اختبار جميع النقاط الممكنة قبل تحديد القيم العظمى أو الصغرى.

إجابة إضافية (مثال إضافي)

2.



2 إيجاد الحل الأمثل إيجاد الحل الأمثل يعني أن تسعى لإيجاد السعر أو الكمية الأفضل لتقليل التكاليف إلى أدنى حد أو زيادة الأرباح إلى أقصى حد. هذا دائماً يتحقق باستخدام البرمجة الخطية.

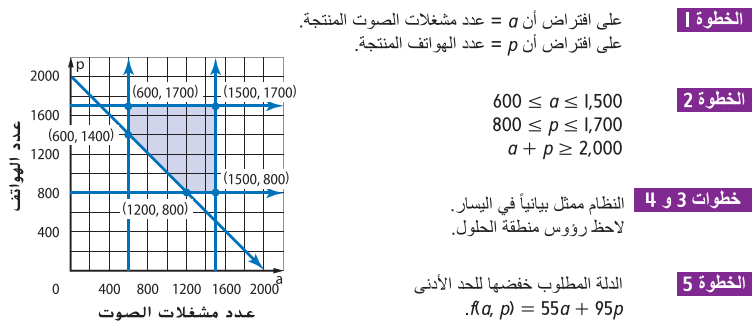
مفهوم أساسي إيجاد الحل الأمثل عن طريق البرمجة الخطية

- الخطوة 1** عرف المتغيرات.
- الخطوة 2** اكتب مجموعة من المتباينات.
- الخطوة 3** مثل بيانياً مجموعة من المتباينات.
- الخطوة 4** أوجد إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة.
- الخطوة 5** اكتب دالة خطية لتصل للحد الأقصى أو الأدنى.
- الخطوة 6** عوض بإحداثيات الرؤوس في الدالة.
- الخطوة 7** اختر النتيجة الأعلى أو الأقل. حل المسألة.

عندما نستخدم مجموعة من المتباينات لنصف القيود في مشاكل الحياة اليومية، دائماً تكون حلول الأعداد الكائية فقط ذات معنى.

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد الحل الأمثل عن طريق البرمجة الخطية

الأعمال راجع التطبيق في بداية الدرس. حدد عدد الأجهزة من كل نوع التي يجب إنتاجها في كل ورديّة.



إنتج 1200 مشغل صوت و 800 هاتف لخفض التكاليف للحد الأدنى.

تدريبات موجهة

3. حلّ كل أسبوع علي يستطيع أن يصنع من 10 إلى 25 عقد و من 15 إلى 40 زوج من الأقراط. إذا حقق أرباح \$3 في كل زوج من الأقراط و \$5 في كل عقد، وخطط لبيع على الأقل 30 قطعة من المجوهرات، كيف يستطيع أن يصل بالأرباح إلى أقصى حد؟ **40 قرط و 25 عقد.**



وظيفة من الحياة اليومية

مدير عمليات
إدارة العمليات هي مجال من إدارة الأعمال يهتم بإنتاج البضائع والخدمات، ويتضمن مسئولية التأكد من أن عمليات الإدارة تكون فعالة و مؤثرة. يفضل درجة ماجستير في إدارة الأعمال وخبرة في العمليات .

نصيحة دراسية

المعقولة تحقق من معقولة الحلول بالتفكير في سياق المسألة.

2 إيجاد الحل الأمثل

مثال 3 يعرض كيف يتم استخدام البرمجة الخطية لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 تهذيب الحدائق شركة لتهذيب الحدائق

لديها. طواقم تجز العشب وتقليم الشجيرات. تحدد الشركة في جدولها ساعة واحدة لأعمال الجز وثلاث ساعات للتقليم. وكل طاقم مسؤول عن عمليتي تقليم في اليوم بحد أقصى. وكل طاقم لديه تسع ساعات عمل في اليوم بحد أقصى. وفي المتوسط، تكون تكلفة الجز \$40، وتكلفة التقليم \$120. أوجد تركيبة جز العشب وتقليم الشجيرات التي ستزيد من الدخل الذي تحصل عليه الشركة يومياً لكل طاقم عمل لديها.

ثلاث عمليات جز و عمليتي تقليم أو تسع عمليات جز بدون أي عمليات تقليم.

التركيز على محتوى الرياضيات

البرمجة الخطية إن عملية إيجاد القيم العظمى أو الصغرى للدالة لمنطقة ما محددة بالمتباينات الخطية تسمى برمجة خطية. تُعد البرمجة الخطية أداة مفيدة للغاية لحل العديد من مسائل الحياة اليومية.

كن حذراً!

تجنب الأخطاء عند استخدام البرمجة الخطية لحل مسائل الحياة اليومية، من المهم أن يتبع الطلاب الخطوات السبعة في صفحة 156. شجع الطلاب على عرض عملهم وتسمية كل خطوة أثناء قيامهم بحل المسألة.

التدريس المتمايز

ض م

ق م

إذا وجد الطلاب مشكلة في العلاقة بين المناطق للرسم البياني لنظام المتباينات،

ف اطلب من الطلاب استخدام أقلام خشبية بألوان مختلفة لتظليل المناطق المختلفة للرسم البياني المحدد بواسطة المتباينات في مسألة البرمجة الخطية. يجب أن يساعد هذا الطلاب على توضيح العلاقة بين المناطق المختلفة في الرسومات البيانية.

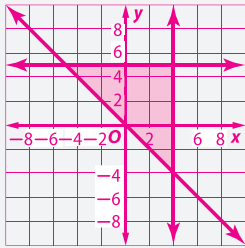
3 ممارسة

التقويم التكويني

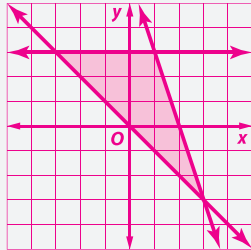
استخدام تمرينات 7- للتأكد من الفهم.

استخدام المخطط أسفل الصفحة التالية لإعداد المهام لطلابك.

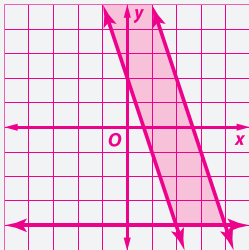
إجابات إضافية



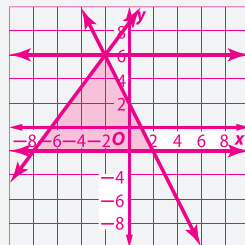
العظمى = 28، الصغرى = -35؛
(-5, 5)، (4, -4)، (4, 5)



العظمى = 20، الصغرى = -12؛
(1, 3)، (3, -3)، (-3, 3)



موجودة، والصغرى = -52؛
(2, -4)، (4, -4)، القيمة العظمى غير



العظمى = 36، الصغرى = -30؛
(2, -2)، (-8, -2)، (-2, 6)

تأكد من فهمك

مثل بيانياً كل نظام من المتباينات. سم إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة. 6- أنظر إلى الهامش.

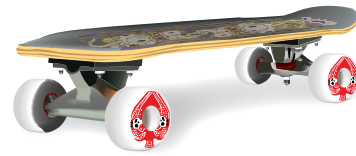
أمثلة 2-1

1. $y \leq 5$
 $x \leq 4$
 $y \geq -x$
 $f(x, y) = 5x - 2y$
2. $y \leq -3x + 6$
 $-y \leq x$
 $y \leq 3$
 $f(x, y) = 8x + 4y$
3. $y \geq -3x + 2$
 $9x + 3y \leq 24$
 $y \geq -4$
 $f(x, y) = 2x + 14y$
4. $-2 \leq y \leq 6$
 $3y \leq 4x + 26$
 $y \leq -2x + 2$
 $f(x, y) = -3x - 6y$
5. $-3 \leq y \leq 7$
 $4y \geq 4x - 8$
 $6y + 3x \leq 24$
 $f(x, y) = -12x + 9y$
6. $y \leq 2x + 6$
 $y \geq 2x - 8$
 $y \geq -2x - 18$
 $f(x, y) = 5x - 4y$

7. دقة مجموع عدد ساعات عمل العاملين المتاحة لكل يوم للإنتاج في مصنع لوحات التزلج 85 ساعة. يوجد 40 ساعة متوفرة للإنتهاء من الأسطح وضبط الجودة كل يوم. الجدول التالي يوضح عدد الساعات المطلوبة في كل قسم لنوعين من ألواح التزلج.

مثال 3

وقت صناعة لوحة تزلج	نوع اللوح	وقت الإنتاج
انتهاء أسطح/ ضبط الجودة	أسطح عادية	1.5 ساعات
	لوحات مميزة	1 ساعة



a. اكتب نظام المتباينات لتمثيل الموقف.

b. ارسم التمثيل البياني الموضح لمنطقة الحلول. أنظر ملحق إجابة الوحدة 1.

c. اذكر إحداثيات رؤوس منطقة الحلول. (0, 0)، (0, 20)، (80, 0)

d. إذا كان الربح في لوحة عادية \$50 و الربح في لوحة مميزة \$65، أكتب دالة للربح الإجمالي للوحات التزلج.

$$f(c, g) = 65c + 50g$$

e. حدد العدد المطلوب تصنيعه من كل نوع من لوحات التزلج للحصول على الحد الأقصى للربح. ما هو الحد الأقصى للربح؟ 80 لوحات مميزة، 0 لوحات عادية؛ \$5200

تمرين وحل مسائل

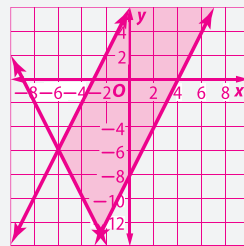
تمرين إضافي في صفحة R3.

مثل بيانياً كل نظام من المتباينات. سم الإحداثيات لرؤوس منطقة الحلول الممكنة. أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة. 8-13. أنظر ملحق إجابة الوحدة 1.

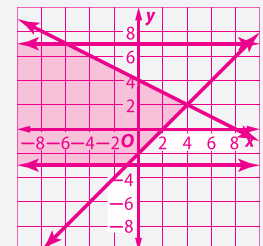
أمثلة 2-1

8. $1 \leq y \leq 4$
 $4y - 6x \geq -32$
 $2y \geq -x + 4$
 $f(x, y) = -6x + 3y$
9. $2 \geq x \geq -3$
 $y \geq -2x - 6$
 $4y \leq 2x + 32$
 $f(x, y) = -4x - 9y$
10. $-2 \leq x \leq 4$
 $5 \leq y \leq 8$
 $2x + 3y \leq 26$
 $f(x, y) = 8x - 10y$
11. $-8 \leq y \leq -2$
 $y \leq x$
 $y \leq -3x + 10$
 $f(x, y) = 5x + 14y$
12. $x + 4y \geq 2$
 $2x + 4y \leq 24$
 $2 \leq x \leq 6$
 $f(x, y) = 6x + 7y$
13. $3 \leq y \leq 7$
 $2y + x \leq 8$
 $y - 2x \leq 23$
 $f(x, y) = -3x + 5y$

55



والعظمى = 39.5؛
(-6, -6)، (-2.5, -13)، لا توجد قيمة صغرى،



موجودة، والصغرى = -30؛
(4, 2)، (-1, -3)، (-6, 7)؛ القيمة العظمى غير

مثل بيانياً كل نظام من المتباينات. سمي الإحداثيات لرؤوس منطقة الحلول الممكنة. أوجد القيم العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة. **22-14. أنظر إلى الهامش.**

14. $-9 \leq x \leq -3$
 $-9 \leq y \leq -5$
 $3y + 12x \leq -75$
 $f(x, y) = 20x + 8y$
15. $x \geq -8$
 $3x + 6y \leq 36$
 $2y + 12 \geq 3x$
 $f(x, y) = 10x - 6y$
16. $y \geq |x - 2|$
 $y \leq 8$
 $8y + 5x \leq 49$
 $f(x, y) = -5x - 15y$
17. $x \geq -6$
 $y + x \leq -1$
 $2x + 3y \geq -9$
 $f(x, y) = -10x - 12y$
18. $-5 \geq y \geq -17$
 $y \leq 3x + 19$
 $y \leq -4x + 15$
 $f(x, y) = 8x - 3y$
19. $-8 \leq x \leq 16$
 $y \geq 2x - 10$
 $2y + x \leq 80$
 $f(x, y) = 12x + 15y$
20. $y \leq x + 4$
 $y \geq x - 4$
 $y \leq -x + 10$
 $y \geq -x - 10$
 $f(x, y) = -10x + 9y$
21. $-4 \leq x \leq 8$
 $-8 \leq y \leq 6$
 $y \geq x - 6$
 $4y + 7x \leq 31$
 $f(x, y) = 12x + 8y$
22. $y \geq |x + 1| - 2$
 $0 \leq y \leq 6$
 $-6 \leq x \leq 2$
 $x + 3y \leq 14$
 $f(x, y) = 5x + 4y$

23. **الطبخ** مخبز أحمد يصنع نوعين من الكيك: كيك أصفر، يباع بـ \$ 25، كيك الفراولة، يباع بـ \$ 35. وكلا النوعين من الكيك لهما نفس الحجم، ولكن تحتاج الكيكة الصفراء في الزينة والتجميع ساعتين، بينما كيكة الفراولة تحتاج 3 ساعات. يوجد 450 ساعة عمل متاحة للإنتاج. كم عدد الكيكات التي يجب إنتاجها من كل نوع حتى يصل الربح للحد الأقصى؟ **225 كيك صفراء، 0 كيك فراولة.**

24. **أعمال** يطبع مدير وكالة سفر كراسات وإعلانات للإعلان عن تخفيضات مميزة في أماكن العطلات خلال شهر الصيف. كل كراسة تكلف \$0.08 للطباعة، و كل إعلان يكلف \$0.04 للطباعة. الكراسة تحتاج 3 صفحات، والإعلان يحتاج صفحتين. المدير لا يريد أن يستخدم أكثر من 600 صفحة، ويحتاج على الأقل 50 كراسة و 150 إعلان. كم عدد ما يجب طبعه للوصول بالتكلفة للحد الأدنى؟ **50 كراسة، 150 إعلان**

25. **دقة** أحمد لديه 20 يوم لطلاء منازل لعبة والمظلات على قدر استطاعته. يمكن طلاء المظلات بمعدل 2.5 يومياً 2.5 لكل يوم، ويمكن طلاء المظلات بمعدل 2 يومياً. لديه 45 مبنى يحتاج للطلاء.

A. اكتب مجموعة من المتباينات تمثل الطرق الممكنة لأحمد التي بها يستطيع طلاء المباني.
 $a \geq 0, b \geq 0, a + b \leq 45, 4a + 5b \leq 200$

B. قم بالتمثيل البياني موضعاً منطقة الحلول الممكنة واكتب إحداثيات رؤوس منطقة الحلول.
انظر ملحق إجابة الوحدة أ.

C. إذا كانت الأرباح \$26 لكل مظلة و \$ 30 لكل منزل ألعاب، فما عدد الوحدات التي يجب عليه طلاؤها من كل منهما؟
25 مظلة، 20 منزل ألعاب.

D. ما هي القيمة العظمى للربح؟ **\$ 1250**

26. **صناعة السينما** موظفي المسرح المحلي يعملون 8 ساعات في المناوبة من الظهر إلى 8 مساءً أو من 4 مساءً حتى منتصف الليل. الجدول اللاحق يوضح عدد الموظفين المطلوبين والأجر المقابل لهم. أوجد عدد موظفي مناوبات الصباح والمساء الذي يجب أن يعمل لتقليل التكاليف إلى الحد الأدنى. ما هو الحد الأدنى من التكلفة؟ **8 موظفين من موظفي المناوبات الصباحية و 6 موظفين من موظفي المناوبات المسائية \$776**

الوقت	من الظهر إلى 4 مساءً	4 مساءً إلى 8 مساءً	8 مساءً إلى منتصف الليل
عدد الموظفين المطلوبين	على الأقل 5	على الأقل 14	6
المعدل لكل ساعة	\$ 5.50	\$ 7.50	\$ 7.50

نصائح للمعلمين الجدد

نصيحة لحل المسائل ذكر الطلاب أن القيمة العظمى أو الصغرى لا توجد تلقائياً عند أصغر/أكبر إحداثي (x, y) . لكن تعتمد القيمة العظمى/الصغرى على $f(x, y)$.

تعليم الممارسات الرياضية

الدقة الطلاب الماهرون في الرياضيات حريصون على تحديد للغاية وحدات القياس وتسمية المحاور لتوضيح التوافق مع الكميات في المسألة. يحسبون بدقة وكفاءة ويعبرون عن إجاباتهم الرقمية بدرجة من الدقة مناسبة لسياق المسألة.

إجابات إضافية

22-14. انظر الوحدة 3 الملحق

للمسومات البيانية.

14. $(-9, -9)$ ، $(-4, -9)$ ، $(-5, -5)$ ،
 $(-9, -5)$ ؛ العظمى = -140 ،
 الصغرى = -252

15. $(6, 3)$ ، $(-8, 10)$ ، $(-8, -18)$ ؛
 العظمى = 42 ، الصغرى = -140

16. $(2, 0)$ ، $(5, 3)$ ، $(-3, 8)$ ، $(-6, 8)$ ؛
 العظمى = -10 ، الصغرى = -105

17. $(-6, 1)$ ، $(-7, 6)$ ، $(6, 5)$ ؛
 العظمى = 48 ، الصغرى = 0

18. $(5, -5)$ ، $(-17, 8)$ ، $(-17, -12)$ ،
 $(-8, -5)$ ؛ العظمى = 115 ،
 الصغرى = -49

19. $(-8, 44)$ ، $(16, 32)$ ، $(16, -26)$ ،
 $(16, 22)$ ؛ العظمى = 672 ،
 الصغرى = -486

20. $(3, 7)$ ، $(7, 3)$ ، $(-3, -7)$ ،
 $(-7, -3)$ ؛ العظمى = 43 ،
 الصغرى = -43

21. $(5, -1)$ ، $(1, 6)$ ، $(-2, -8)$ ،
 $(-4, 6)$ ، $(-4, -8)$ ؛
 العظمى = 60 ، الصغرى = -112

22. $(-4, 6)$ ، $(2, 4)$ ، $(2, 1)$ ، $(1, 0)$ ،
 $(-3, 0)$ ، $(-6, 3)$ ، $(-6, 6)$ ؛
 العظمى = 26 ، الصغرى = -18

خيارات الفروض المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
ق م ابتدائي	8-24، 29-55	9-23 فردي، 34-37
ض م أساسي	9-23 فردي، 25-29، 31-55	8-24، 34-37
ف م متقدم	25-49، (اختياري: 50-55)	

إجابة إضافية

27c. لا، إذا تمت زيادة الأرباح إلى الحد الأقصى، لن تقوم الشركة بتوصيل أي طرود كبيرة وسيكون على العملاء الذين لديهم طرود كبيرة للشحن اختيار شركة شحن أخرى.

أعمال 27 **C** كل عربة من قطار الشحن يمكن أن تحمل 4200 رطل من الحمولة و لها سعة 480 قدم مكعب. خدمة الشحن تستعمل نوعان من الطرود : صغير - الذي يزن 25 رطل و 3 قدم مكعب للواحد، وكبير - الذي يزن 50 رطل و 5 قدم مكعب للواحد. خدمة الشحن تكلفتها \$5 لكل طرد صغير و \$8 لكل طرد كبير.

a. اوجد عدد كل نوع من الطرود التي يجب وضعها في عربة القطار للوصول للحد الأقصى من الربح.
160 طرد صغير، 0 طرد كبير

b. ما هو الربح الأقصى لكل عربة قطار؟ **\$ 800**

c. في هذا الموقف، هل الوصول للحد الأقصى من الأرباح هو بالضرورة أفضل شيء تقوم به الشركة؟ اشرح ذلك. **انظر الهامش.**

28. إعادة الإنتاج مصنع إعادة الإنتاج يتعامل في البلاستيك المستعمل في أوعية الطعام أو الشراب. المصنع يعالج حتى 1200 طن من البلاستيك كل أسبوع. على الأقل 300 طن يجب أن تعالج من أوعية الطعام، بينما على الأقل 450 طن يجب أن تعالج من أوعية الشراب. الربح \$ 17.50 لكل طن من أوعية الطعام المعالج و \$20 لكل طن من أوعية الشراب المعالج. ما هو الربح لو أن المصنع قام بزيادة المعالجة لأقصى حد؟ **\$23,250**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

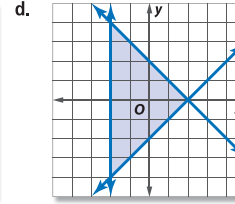
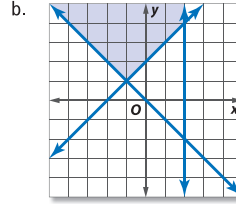
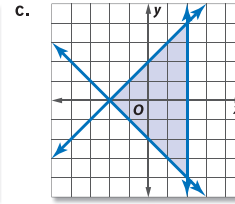
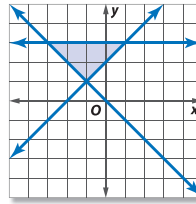
29. نهاية مفتوحة كون نظام من المتباينات التي تكون منطقة محدودة في مساحة 20 وحدة² و تقع فقط في الربع الرابع.

30. نموذج إجابة: $-6 \geq y \geq -2$ ، $4 \leq x \leq 9$

31. أوجد مساحة المنطقة المحدودة المتكونة بواسطة القيود التالية: $y \geq |x| - 3$ ، $y \leq -|x| + 3$ و $x \geq |y|$ وحدة²

32. المجادلات عرف مجموعة من المتباينات التي لا تكون مماثلة للثلاثة الأخرى. اشرح استنتاجاتك.

a. 33. نموذج إجابة : برغم أن المنطقة محدودة، توجد قيم عظمى متعددة عند A وجميع النقاط عند حدود منطقة الحلول الممكنة التي تحتوي كل من A وB. هذا يحدث لأن حدود المنطقة لها نفس الميل مثل الدالة.



32. حدد إذا كانت الجمل التالية بعض الأحيان، دائما، أو أبدا صحيحة. اشرح استنتاجاتك.

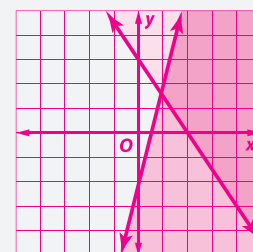
المنطقة غير المحدودة لن يكون لها القيمة العظمى والصغرى.

33. الكتابة في الرياضيات بعد تحديد منطقة حلول محدودة، لاحظ أيمن أن الرؤوس $A(-3, 4)$ و $B(5, 2)$ تعطي نفس القيمة العظمى لـ $f(x, y) = 16y + 4x$. خالد أكد أن القيود تم رسمها بيانيا بشكل صحيح وأن الرؤوس صحيحة. ثم قال إن هاتين النقطتين ليستا القيم العظمى الوحيدة في منطقة الحلول الممكنة. اشرح كيف يمكن أن يحدث ذلك.

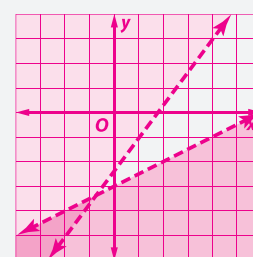
4 التقييم

أخبار أمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدتهم دروس أمس في مواد اليوم الجديدة

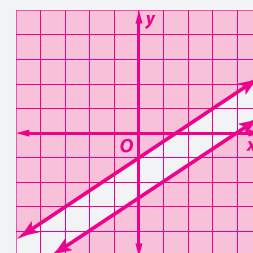
إجابات إضافية



38.



39.



40.

لا يوجد حل

تمارين اختبار معياري

36. SAT/ACT في لعبة تلعبها منى، يجب أن تسحب بطاقة من مجموعة من 26 بطاقة، كل بطاقة عليها حرف واحد من حروف الأبجدية، و ترمي زهر. ما احتمال سحب منى لحرف من اسمها ورمي رقم فردي. **C**

$$\begin{array}{ll} \text{F } \frac{2}{3} & \text{J } \frac{1}{26} \\ \text{G } \frac{1}{13} & \text{K } \frac{1}{52} \\ \text{H } \frac{3}{52} & \end{array}$$

37. هندسة أي من مما يلي يمثل أفضل وصف للرسم البياني $y = 3x - 5$ و $4y = 12x + 16$ ؟ **D**

- A** الخطوط لها نفس المقطع y .
B الخطوط لها نفس المقطع x .
C الخطوط متعامدة.
D الخطوط متوازية.

34. عملت أماني 350 ساعة خلال فصل الصيف وربحت \$2978.50. ربحت \$6.85 عندما عملت بمتجر فيديو وربحت عندما عملت في العمارة الداخلية. على افتراض أن x يمثل عدد الساعات التي عملتها في متجر الفيديو و y تمثل عدد الساعات التي عملتها كمقيمة. أي مجموعة من المعادلات تمثل هذا الموقف؟ **B**

- A** $x + y = 350$
 $11x + 6.85y = 2978.50$
B $x + y = 350$
 $6.85x + 11y = 2978.50$
C $x + y = 2978.50$
 $6.85x + 11y = 350$
D $x + y = 2978.50$
 $11x + 6.85y = 350$

35. جواب مختصر عائلة مكونة من أربعة أفراد ذهبوا للخارج للعشاء. فاتورتهم، شاملة الضرائب، كانت \$60. تركوا بقتيش 17% من إجمالي تكلفة الفاتورة. ما التكلفة الكلية للعشاء بالبقشيش؟ **\$ 70.20**

مراجعة شاملة

حل كل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني. (درس 2-3) 38-40. انظر الهامش.

38. $3x + 2y \geq 6$
 $4x - y \geq 2$
 39. $4x - 3y < 7$
 $2y - x < -6$
 40. $3y \leq 2x - 8$
 $y \geq \frac{2}{3}x - 1$

41. أعمال في العام الماضي دفع فريق الشطرنج \$7 لكل قبة و \$15 لكل قميص بتكلفة كلية تساوي \$330. في هذا العام أنفقوا \$360 لشراء نفس العدد من القبعات و القمصان لأن القبعات تكلف \$8 والقمصان تكلف \$16. اكتب وحل نظام معادلتين يمثل عدد القبعات والقمصان المشتراه كل عام. (درس 1-3) $7x + 15y = 330$ ، $8x + 16y = 360$ ؛ قبعات: 15، قمصان: 15

اكتب معادلة في شكل الميل والمقطع للخط الذي يستوفي كل مجموعة الشروط. (درس 4-2)

42. يمر بالنقطتين (5, 1) و (8, -4) $y = -\frac{5}{3}x + \frac{28}{3}$
 43. يمر بالنقطتين (3, 2) و (-3, 5) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

أوجد المقطع x والمقطع y للتمثيل البياني لكل معادلة. ثم مثل المعادلة بيانيًا. (درس 2-2)

44. $5x + 3y = 15$ 3; 5
 45. $2x - 6y = 12$ 6; -2
 46. $3x - 4y - 10 = 0$ $\frac{10}{3}$; $-\frac{5}{2}$
 47. $2x + 5y - 10 = 0$ 5; 2
 48. $y = x$ 0; 0
 49. $y = 4x - 2$ $\frac{1}{2}$; -2

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل عبارة إذا كانت $x = -1$ ، $y = 3$ ، و $z = 7$.

50. $x + y + z$ 9
 51. $2x - y + 2z$ 9
 52. $-x + 4y - 3z$ -8
 53. $4x + 2y - z$ -5
 54. $5x - y + 4z$ 20
 55. $-3x - 3y + 3z$ 15

58

التدريس المتمايز

ف م

ض م

توسع البرمجة الخطية هي عدسة ضخمة للنظر في تمارين الأعمال الفعالة. اطلب من الطلاب تنفيذ عمل يشبه المذكور في التمارين. يجب أن يحدد الطلاب تكاليفهم ومكاسبهم للأعمال التجارية المختارة ويجب أن يحلوا المعلومات لتحديد أقصى خيارات الربح. اجعل المهمة أكثر واقعية من خلال جعل الطلاب يتابعون عملهم التجاري الذي يحصلون منه على مصلحة شخصية ويقدرّون هوامش الربح باستخدام الإنترنت كمصدر.