

# العمليات باستخدام المصفوفة

أذا ..

حالياً ..

لماذا؟ ..

● لقد نظمت البيانات في مصفوفة

● تحليل البيانات في المصفوفة

● لدى شركة كوستال سيلز ثلاثة مواقع في فلوريدا. وتوضح المصفوفات أدناه متوسط الأجور اليومية والمبيعات السنوية لكافة الممثلين.

مبتدئ	ميامي	تامبا	تالاهاسي
مساعدة	الأجور	المبيعات	الأجور
زميل	المبيعات	الأجور	المبيعات
145,000	900	122,000	1050
225,000	2400	145,500	1800
290,000	2700	160,000	1800

2 تنفيذ العمليات الجبرية باستخدام المصفوفة

**تحليل البيانات** يمكن تحليل البيانات المنظمة في مصفوفة وتفسيرها. كما يلزم تحليل إضافي في بعض الأحيان. أما في الأوقات الأخرى، فتكون البيانات دون معنى.

**مفردات جديدة**  
الثابت القياسي (scalar)  
الضرب في ثابت قياسي (scalar multiplication)

**مثال | من واقع الحياة اليومية** تحليل البيانات باستخدام المصفوفة

**أعمال** يود المدير في موقع ميامي استخدام المصفوفة لتحليل الممثلين.

مبتدئ	الأجور	المبيعات
مساعدة	145,000	900
زميل	225,000	2400
	290,000	2700

A. أضف العناصر في كل عمود وفسر النتائج.

مجموع العمود الأول هو 6000. وهذا هو إجمالي متوسط الرواتب اليومية لأنواع الموظفين الثلاثة. مجموع العمود الثاني هو 660000. وهذا هو متوسط إجمالي المبيعات السنوية للموظفين.

B. يرغب المدير في تحديد متوسط الرواتب لكافة الموظفين في موقع ميامي. ومن ثم، يقرر تقسيم إجمالي العمود الأول على ثلاثة، عدد المناصب المختلفة. فما هو المتوسط؟

يكون المتوسط  $6000 \div 3$  أو 2000.

C. هل هذا متوسط دقيق؟ فسر ذلك.

إذا كان هناك نفس الرقم لكل نوع من الممثلين، فسيكون المتوسط دقيقاً. أما إذا كان الرقم لنوع من الممثلين أكبر من الآخرين، فلن يكون المتوسط دقيقاً وسيلزم الترجيح وفقاً لذلك.

D. هل سيعمل جمع الصفوف على تقديم بيانات مفيدة للمدير؟

لا، فحاصل جمع أحد الصفوف يتضمن شكلين مختلفين من البيانات، الأجور والرواتب.

**تمارين موجهة**

**انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

A. **السكان** يعرض الجدول بيانات تعداد السكان في الولايات المتحدة.

A. نظم البيانات في مصفوفة.

B. اجمع العناصر في الأعمدة وفسر النتائج.

C. اجمع العناصر في الصفوف وفسر النتائج.

D. هل الوصول إلى متوسط الصفوف أو الأعمدة يقدم أي بيانات مفيدة؟

العمر	ذكر	أنثى
19-0	7.1	6.6
39-20	6.8	5.9
59-40	3.2	2.2
60+	1.1	1.4

## التركيز

محاضرة رئيسية

قبل درس 5-1 رتب البيانات في المصفوفات.

درس 5-1 حلل البيانات في المصفوفات قم بعملية جبرية بالمصفوفات

بعد الدرس 5-1 استخدم المصفوفات لحل نظام المعادلات

## 2 التعليم

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة الجزء **لماذا؟** من الدرس.

السؤال:

■ ما هو إجمالي الأجور للزملاء في تامبا في اليوم المتوسط؟ **\$1800**

■ ماهو موقع إجمالي البيع للممثلين المتدربين في كل مصفوفة؟ **الصف 1، العمود 2**

**2 عمليات جبرية** يمكن تنفيذ العديد من عمليات الجبر على البيانات المنظمة في المصفوفات. ويمكن جمع المصفوفات أو طرحها فقط إذا كانت لها نفس الأبعاد.

### المفهوم الأساسي جمع وطرح المصفوفات

لجمع أو طرح مصفوفتين بنفس الأبعاد، اجمع أو اطرح العناصر المتناظرة فيهما.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$$

مثال

### مثال 2 جمع وطرح المصفوفات

أوجد قيمة ما يأتي في  $C = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$

a.  $A + B$

$$A + B = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$$

تعويض

$$= \begin{bmatrix} 16 + (-4) & 2 + (-1) \\ -9 + (-3) & 8 + (-7) \end{bmatrix}$$

اجمع العناصر المقابلة.

$$= \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ -12 & 1 \end{bmatrix}$$

حول لأبسط صورة.

b.  $B - C$

$$B - C = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

تعويض

بما أن أبعاد  $B$  و  $C$  مختلفة، فلا يمكنك طرح المصفوفتين.

c.  $B - A$

$$B - A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$$

التعويض

$$= \begin{bmatrix} -4 - 16 & -1 - 2 \\ -3 - (-9) & -7 - 8 \end{bmatrix}$$

اطرح العناصر المقابلة.

$$= \begin{bmatrix} -20 & -3 \\ 6 & -15 \end{bmatrix}$$

حول لأبسط صورة.

$$\begin{bmatrix} -13 & 5 & 9 \\ -11 & -1 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -8 & -17 \\ 2 & -17 \end{bmatrix}$$

تمرين موجه

$$2A. \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$2B. \begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$$

$$2C. \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 2 \\ 10 & -6 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

مستحيل

### نصيحة دراسية

العناصر المقابلة تكون العناصر مقابلة، عندما تكون في نفس الموضع بالضبط من كل مصفوفة.

## تحليل البيانات

المثال | يبين كيف تستخدم المصفوفات لتحليل البيانات باستخدام عمليات الصفوف والعواميد.

### التقييم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

### مثال اضافي

الكلية فاطمة تريد ان تلتحق بواحدة من

ثلاث جامعات في ايوا في السنة المقبلة.

لقد جمعت معلومات عن الرسوم (T)،

الغرف والمجالس (R/B)، والتسجيل (E)

للجامعات.

جامعات ولاية ايوا

T-\$6160, R/B-\$5958, E=26,160

جامعة ايوا

T-\$6293, R/B-\$7250, E=30,409

جامعة ولاية ايوا الشمالية

T-\$5352, R/B-\$6280, E=12,609

a. رتب البيانات كمصفوفة، بأعمدة

بترتيب الرسوم، الغرف والمجالس،

والتسجيل

$$\begin{matrix} & T & R/B & E \\ \text{ISU} & 6160 & 5958 & 26,160 \\ \text{UI} & 6293 & 7250 & 30,409 \\ \text{UNI} & 5352 & 6280 & 12,609 \end{matrix}$$

b. أوجد متوسط العناصر في العمود ا.

وفسر النتيجة متوسط الرسوم في

الثلاث جامعات هو \$5935.

c. هل جمع البيانات في الصفوف

سيعطي بيانات لها معنى؟

اشرح. لا، أول عنصران في

الصف بالدولار والثالث هو عدد

الناس.

d. هل جمع العناصر في العمود الثالث

سيعطي بيانات لها معنى؟ نعم،

مجموع العناصر في العمود الثالث

سيكون مجموع التسجيل في الثلاث

جامعات.

## التركيز على المحتوى الرياضي

المصفوفات تعد المصفوفة طريقة لتنظيم

البيانات. كل عنصر في المصفوفة له غرض

معين. كي تتساوى المصفوفات، يجب أن يكن

لهم نفس الأبعاد، وكل عنصر في مصفوفة

واحدة يجب أن يساوي العنصر المقابل في

المصفوفة الأخرى.

## 2 عمليات جبرية

مثال 2 يبين كيفية جمع أو طرح مصفوفتين.  
مثال 3 يبين كيفية ضرب المصفوفة في ثابت قياسي.  
المثال 4 و 5 يبين كيفية الجمع بين عمليات المصفوفات.

### أمثلة إضافية

2. أوجد  $A + B$  لو  $A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

و  $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ .

b. أوجد  $A - B$  إذا  $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$

و  $B = \begin{bmatrix} -6 & 7 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$  بما أن الأبعاد

مختلفة، هذه المصفوفات لا يمكن طرحها.

c. أوجد  $B - A$  إذا  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

و  $B = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ .

3. إذا كان  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ، أوجد  $2A$ .

$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$

### نصائح للمدرسين الجدد

البناء على المعرفة السابقة وضح أن ضرب المصفوفات في ثابت قياسي يشبه استخدام خاصية التوزيع لضرب  $3(x + y)$ .

يمكنك ضرب أي مصفوفة في ثابت يسمى **الثابت القياسي**. وعند القيام بهذا، فأنت تضرب كل عنصر على حدة في قيمة الثابت. وتسمى هذه العملية باسم **الضرب في ثابت قياسي**.

### المفهوم الأساسي الضرب في ثابت قياسي

لضرب مصفوفة في ثابت قياسي  $k$ ، اضرب كل عنصر فيها في  $k$ .

$$kA = k \cdot A$$

$$k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

**قراءة الرياضيات**  
الثابت القياسي فكر في الثابت القياسي كعامل لمتغير إلا أنه يكون حذف للمصفوفة.

### مثال 3 ضرب مصفوفة في ثابت قياسي

إذا كانت  $R = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$ ، فما هي قيمة  $5R$ .

$$5R = 5 \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5(-12) & 5(8) & 5(6) \\ 5(-16) & 5(4) & 5(19) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -60 & 40 & 30 \\ -80 & 20 & 95 \end{bmatrix}$$

وزع الثابت القياسي.

اضرب.

### تمرين مؤجل

3. إذا كانت  $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فما هي قيمة  $-4T$   $\begin{bmatrix} -32 & 0 & -12 & 8 \\ 4 & 16 & 8 & -36 \end{bmatrix}$ .

تنطبق العديد من خصائص الأعداد الحقيقية على المصفوفات. وفيما يلي ملخص لهذه الخصائص.

### المفهوم الأساسي خصائص عمليات المصفوفة

بالنسبة لأي مصفوفات  $A$  و  $B$  و  $C$  يتم تحديد حاصل جمعهم وضربهم، لأي ثابت قياسي  $k$ ، تكون الخصائص التالية صحيحة.

$$A + B = B + A$$

خاصية التبديل في الجمع

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

خاصية التجميع في الجمع

$$k(A + B) = kA + kB$$

خاصية توزيع الثابت القياسي على اليسار

$$(A + B)k = kA + kB$$

خاصية توزيع الثابت القياسي على اليمين

كذلك، يمكن تنفيذ عملية متعددة الخطوات على المصفوفات. ويكون ترتيب هذه العمليات بنفس الترتيب مع الأعداد الحقيقية.

## التركيز على المحتوى الرياضي

جمع وطرح المصفوفات لجمع أو طرح المصفوفات

، يجب أن يكون لهم نفس الأبعاد. لجمع أو طرح مصفوفتين، ببساطة قم بجمع أو طرح العناصر المقابلة في المصفوفات. تنطبق خاصيات التجميع والتبديل على جمع المصفوفات.

### انتبه للآتي!

**توضيح المفاهيم الخاطئة** لمساعدة الطلاب في فهم لماذا يجب أن يكون للمصفوفات نفس الأبعاد كي يتم جمعها أو طرحها، اقترح عليهم تجربة جمع مصفوفة  $3 \times 2$  مع مصفوفة  $2 \times 3$ .

## أمثلة إضافية

4 إذا كان  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و

$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، أوجد  $4A - 3B$ .

$$\begin{bmatrix} 14 & 9 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

5 عمل شركة صغيرة تصنع مكاتب وخزائن غير مكتملة. كل عنصر يستلزم معدات مختلفة كيفما يبدو في المصفوفات.

مكتب	خزينة
طويل قصير	طويل قصير
مسامير	مسامير
براغي	براغي

الشركة لديها طلبات بـ 3 مكاتب و 4 خزائن. عبر عن مجموعة ما تحتاجه الشركة من معدات في المصفوفة الواحدة.

$$\begin{bmatrix} 46 & 50 \\ 36 & 28 \end{bmatrix}$$

## نصائح للمدرسين الجدد

التفكير جمع أو طرح المصفوفات يمكن أن يكون تحدي بالنسبة إلى الطلاب. شجع الطلاب على تطوير استراتيجيات لتمكينهم من تتبع مكانهم في المصفوفة. قد يجد الطلاب أنه من المفيد رسم دائرة حول العناصر التي يتم جمعها أو طرحها، أو استخدام رموز الألوان، أو الإشارة بالأصبع إلى العنصرين وقت الحساب.

## إجابة إضافية (تمارين موجهة)

5.

	المبيعات	الأجور
مبتدئ	741,000	97,890,000
مساعد	1,560,000	131,430,000
زميل	1,638,000	156,130,000

## مثال 4 العمليات متعددة الخطوات

إذا كانت  $A = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، فما هي قيمة  $-4B - 3A$ .

$$-4B - 3A = -4 \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4(-4) & -4(-8) \\ -4(2) & -4(-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3(-9) & 3(12) \\ 3(2) & 3(-6) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 32 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -27 & 36 \\ 6 & -18 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 - (-27) & 32 - 36 \\ -8 - 6 & 12 - (-18) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 43 & -4 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$$

## تمرين موجه

$$4. إذا كانت  $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ ، فما هي قيمة  $-6B + 7A$ .$$

يمكن استخدام المصفوفات في العديد من التطبيقات التجارية.



## وظيفة من الحياة اليومية

المخطط المالي يستخدم المخططون الماليون عادة المصفوفات لتنظيم ووصف البيانات التي يستخدمونها. ويجب أن يحصل المخططون الماليون على درجة البكالوريوس. كما أنهم يحصلون عادة على درجة في المحاسبة أو التمويل أو العلوم الاقتصادية أو الأعمال أو التسويق أو التجارة.

## نصيحة دراسية

العناصر المقلبة عند تمثيل الكميات باستخدام مصفوفات متعددة، تأكد من أن العناصر المقابلة تمثل كميات مقابلة.

## تمارين موجهة

5. استخدم البيانات أعلاه لحساب متوسط المبيعات والرواتب السنوية للشركة بافتراض أن السنة تتضمن 260 يوم عمل. انظر الهامش.

## مثال 5 من الحياة اليومية استخدام العمليات متعددة الخطوات مع المصفوفات

أعمال راجع التطبيق في بداية هذا الدرس. عبر عن متوسط الأجور والمبيعات للشركة بالكامل لمدة 5 أيام.

لحساب مبيعات 5 أيام للشركة بالكامل، يلزم ضرب كل مصفوفة في 5 وجمع الإجمالي.

$$5 \begin{bmatrix} 900 & 145,000 \\ 2400 & 225,000 \\ 2700 & 290,000 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 900 & 122,000 \\ 1800 & 145,500 \\ 1800 & 160,000 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1050 & 109,500 \\ 1800 & 135,000 \\ 1800 & 150,500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4500 & 725,000 \\ 12,000 & 1,125,000 \\ 13,500 & 1,450,000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4500 & 610,000 \\ 9000 & 727,500 \\ 9000 & 800,000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5250 & 547,500 \\ 9000 & 675,000 \\ 9000 & 752,500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14,250 & 1,882,500 \\ 30,000 & 2,527,500 \\ 31,500 & 3,002,500 \end{bmatrix}$$

توضح المصفوفة النهائية متوسط مبيعات ورواتب الأسبوع لكافة ممثلي الشركة.

## التدريس المتمايز

المتعلمون البصريون/اللغويون قد يجد الطلاب أنه من المفيد التحدث بهدوء أو بصوت منخفض في أنفسهم عند حل المصفوفات. يمكنهم مثلاً ذكر «صف في عمود» لتذكير أنفسهم بكيفية كتابة أبعاد المصفوفة عند الضرب، في ثابت قياسي، قد يجد الطلاب أنه من المفيد أن يقولوا مثلاً قالوا، مثلاً، "5 في 1 تساوي 5" و "5 في 3 تساوي 15" بهذه الطريقة، يستخدم الطلاب أكثر من حاسة للتأكد من العمليات الحسابية



### 3 ممارسة

#### التقييم التكويني

استخدم التمرين 1-2 للتأكد من الفهم

استخدم المخطط في نهاية هذه الصفحة لتخصيص مهام للطلاب

#### تعليم

#### الممارسات الرياضية

النماذج الطلاب الماهرون في الرياضيات يمكنهم تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المسائل التي تنشأ في الحياة اليومية، وتحليل العلاقات رياضياً للتوصل إلى استنتاجات، وتفسير اجاباتهم الرياضية في سياق الموقف

#### اجابات إضافية

2.  $\begin{bmatrix} 13 & -5 & 71 \end{bmatrix}$

3. مستحيل

4.  $\begin{bmatrix} -2 & -18 \\ 11 & 13 \end{bmatrix}$  5.  $\begin{bmatrix} 7 & 31 & -14 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix}$

6.  $\begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 42 & -24 \\ -12 & -18 & 21 \end{bmatrix}$

7.  $\begin{bmatrix} -90 & 54 & -12 & -18 \\ -36 & 66 & -84 & 12 \\ -24 & 48 & 60 & -162 \end{bmatrix}$

8.  $\begin{bmatrix} 20 & 4 \\ -14 & 38 \end{bmatrix}$  9.  $\begin{bmatrix} 50 & 36 \\ -87 & 41 \end{bmatrix}$

10. مستحيل

11.  $\begin{bmatrix} -24 & 29 \\ -38 & -7 \end{bmatrix}$

13a.  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

B1. الإجابة النموذجية: المدينة: المجموع هو 168. ومع ذلك، تعتبر هذه القيمة غير ذات صلة لأنها مجموع خمسة أنواع مختلفة من البيانات. الطريق السريع: المجموع هو 200. ومع ذلك، تعتبر هذه القيمة غير ذات صلة لأنها مجموع خمسة أنواع مختلفة من البيانات.

المركبة	سيارة دفع رباعي	ميني فان	سيدان	كوميكت	APV
المدينة	23	21	21	42	61
الطريق السريع	25	24	32	49	70

المصدر: Auto Hoppers

$\begin{bmatrix} 23 & 21 & 21 & 42 & 61 \\ 25 & 24 & 32 & 49 & 70 \end{bmatrix}$

A. نظم مسافات الغاز بالميل في مصفوفة.

B. اجمع العناصر في كل صف وفسر النتائج.

C. اجمع العناصر في كل عمود وفسر النتائج.

نفذ العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيل.

2.  $\begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -7 & 1 \end{bmatrix}$

4.  $\begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

3.  $\begin{bmatrix} 9 & -8 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 \end{bmatrix}$

5.  $\begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$

نفذ العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيل.

6.  $3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$

7.  $-6 \begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix}$

استخدم المصفوفات A و B و C و D لإيجاد ما يلي.

A =  $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$

B =  $\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

C =  $\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$

D =  $\begin{bmatrix} 9 & 6 & 0 \\ -2 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 72 \\ 74 \\ 83 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 85 \\ 75 \\ 96 \end{bmatrix}$

الاختبار 2:

الاختبار 1:

8.  $4B - 2A$

9.  $-8C + 3A$

10.  $-5B - 2D$

11.  $-4C - 5B$

12B  $\begin{bmatrix} 157 \\ 149 \\ 179 \end{bmatrix}$

12. الدرجات أجرى كل من جيرالدو وأوليفيا وسامي اختبارين في صف الرياضيات. ويوضح الجدول درجات الاختبار لكل طالب.

الطالب	الاختبار 1	الاختبار 2
جيرالدو	85	72
أوليفيا	75	74
سامي	96	83

A. اكتب مصفوفة للمعلومات من كل اختبار.

B. اعثر على مجموع نتائج الاختبارين وعبر عنها في مصفوفة.

C. عبر عن الفرق في النتائج بين الاختبار 1 والاختبار 2 في مصفوفة.

B13. الإجابة النموذجية: العلامة ج، تم منحها أعلى تصنيف ممكن للتكلفة والراحة وتصنيف مرتفع للمظهر كما أنها ستدوم لفترة طويلة إلى حد ما.

#### التمرين وحل المسائل

13. الأذنية قامت إحدى شركات خدمة المستهلك بتصنيف مختلف الأذنية حسب التكلفة ومستوى الراحة والمظهر وطول العمر باستخدام مقياس من 1 إلى 5، حيث 1 منخفض و5 مرتفع.

A13. انظر الهامش.

A. اكتب مصفوفة  $4 \times 4$  لتنظيم هذه المعلومات.

B. أي حذاء ستشتريه وفقاً لهذه المعلومات، ولماذا؟

C. هل الوصول إلى مجموع الصفوف أو الأعمدة يقدم أي بيانات مفيدة؟ اشرح استدلالك.

نفذ العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيل.

14.  $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -15 & -1 \end{bmatrix}$

14.  $\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$

15.  $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -2 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 12 & 2 \end{bmatrix}$

C13. الإجابة النموذجية: نعم، حساب مجموع الصفوف ثم المتوسط يعتبر طريقة سهلة لمقارنة البيانات.

73

### خيارات الفروض المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
ابتدائي (م)	21-31، 32، 34-52	20-31 زوجي، 32، 34-52
أساسي (م)	27-32، 34-52	32-22، 34-36، 41-52
متقدم (م)	49-52 (اختياري)	

## إجابات إضافية

$$16a. \begin{bmatrix} \$0.95 & \$1.00 & \$1.05 \\ \$0.75 & \$0.80 & \$0.85 \\ \$0.75 & \$0.80 & \$0.85 \\ \$1.00 & \$1.10 & \$1.20 \end{bmatrix}$$

16b. 1.1

$$16c. \begin{bmatrix} \$1.05 & \$1.10 & \$1.16 \\ \$0.83 & \$0.88 & \$0.94 \\ \$0.83 & \$0.88 & \$0.94 \\ \$1.10 & \$1.21 & \$1.32 \end{bmatrix}$$

$$16d. \begin{bmatrix} \$0.10 & \$0.10 & \$0.11 \\ \$0.08 & \$0.08 & \$0.09 \\ \$0.08 & \$0.08 & \$0.09 \\ \$0.10 & \$0.11 & \$0.12 \end{bmatrix}$$

نموذج إجابة: هذه المصفوفة تمثل زيادة السعر لكل عنصر

$$17. \begin{bmatrix} -33 & -26 \\ 25 & 75 \end{bmatrix}$$

$$18. \begin{bmatrix} 80 & 50 & -18 \\ -7 & -133 & 131 \end{bmatrix}$$

19. مستحيل

$$20. \begin{bmatrix} -22 & -57 \\ 62 & 118 \end{bmatrix}$$

$$21a. \begin{bmatrix} 10,000 \\ 5000 \\ 5000 \end{bmatrix} \text{ A: المكتبة}$$

$$\begin{bmatrix} 15,000 \\ 10,000 \\ 2500 \end{bmatrix} \text{ B: المكتبة}$$

$$\begin{bmatrix} 4000 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix} \text{ C: المكتبة}$$

$$21b. \begin{bmatrix} 29,000 \\ 15,700 \\ 8300 \end{bmatrix} \quad 21c. \begin{bmatrix} 6000 \\ 4300 \\ 4200 \end{bmatrix}$$

$$21d. \begin{bmatrix} 25,000 \\ 15,000 \\ 7500 \end{bmatrix} \text{ يمثل المجموع الحجم المجمع لمكتبتين}$$

$$22. \begin{bmatrix} 2 & 28.4 \\ -40 & 41.4 \end{bmatrix} \quad 23. \begin{bmatrix} 5 & 24 \\ -167 & -10 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$24. \begin{bmatrix} -54 & 18 & 24 \\ 15 & 9 & -36 \\ 0 & -9x & 3y \end{bmatrix}$$

$$25. \begin{bmatrix} -8a & 32b & 8c - 8b \\ -104 & 80 & -40c \end{bmatrix}$$

المثالان 3-4

16. أعمال فيما يلي قائمة المشروبات من مطعم وجبات سريعة على اليمين. وقد قرر مالك المتجر زيادة كافة الأسعار بنسبة 10%. **A-D. انظر الهامش.**

A. اكتب مصفوفة C تعرض الأسعار الحالية.

B. ما هو الثابت القياسي الذي يمكن استخدامه لتحديد مصفوفة N لعرض الأسعار الجديدة؟

C. احسب N.

D. ما قيمة C - N؟ ماذا يمثل هذا في هذا الموقف؟

استخدم المصفوفات A و B و C و D لإيجاد ما يلي.

20-17. انظر الهامش.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ -3 & -17 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 1 & -9 & 15 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -2 & -8 & 0 \\ 4 & 13 & 1 \end{bmatrix}$$

$$17. -3B + 2A$$

$$18. 9C - 4D$$

$$19. 2C + 11A$$

$$20. 7A - 2B$$

21. **النماذج** تتضمن المكتبة A عشرة آلاف قصة و 5000 سيرة ذاتية و 5000 كتاب أطفال. والمكتبة B بها 15,000 قصة و 10,000 سيرة ذاتية و 2500 كتاب أطفال. والمكتبة C بها 4000 قصة و 700 سيرة ذاتية و 800 كتاب أطفال. **A-D. انظر الهامش.**

A. عبر عن عدد الكتب في كل مكتبة باستخدام مصفوفة. قم بتسمية المصفوفات A و B و C.

B. احسب إجمالي عدد كل نوع كتب في كافة المكتبات الثلاث. عبر عن النتائج كمصفوفة.

C. ما عدد الكتب الزائدة من كل نوع في المكتبة A عن المكتبة C؟

D. احسب A + B. هل للمصفوفة معنى في هذا الموقف؟ فسر ذلك.

نفذ العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيل. **27-22. انظر الهامش.**

$$22. -2 \begin{bmatrix} -9.2 & -8.4 \\ 5.6 & -4.3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 4.1 & -2.9 \\ 7.2 & -8.2 \end{bmatrix} \quad 23. -\frac{3}{4} \begin{bmatrix} 12 & -16 \\ 15 & 8 \end{bmatrix} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 21 & 18 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$24. -3 \begin{bmatrix} 18 & -6 & -8 \\ -5 & -3 & 12 \\ 0 & 3x & -y \end{bmatrix} \quad 25. 8 \begin{bmatrix} -a & 4b & c-b \\ -13 & 10 & -5c \end{bmatrix}$$

$$26. -4 \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -8 \\ 3x \\ -9 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 4 \\ x-6 \\ 12 \end{bmatrix} \quad 27. -5 \left( \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} \right)$$

28C. تعني القيمة السالبة أن المدينة كانت أدنى من الثلوج في تساقط الثلوج للشهر، في حين تعني القيمة الموجبة أن تساقط الثلوج في المدينة أعلى من الطبيعي للشهر. الإجابة النموذجية: كان تساقط الثلوج في كافة المدن أدنى من الطبيعي في شهر يناير. في حين كان تساقط الثلوج في جراند رابيدز وبوفالو أعلى من الطبيعي في فبراير.

28. الطقس يوضح الجدول تساقط الثلج بالبوصة. **A28, B. انظر الهامش.**

A. عبر عن بيانات تساقط الثلج الطبيعية وبيانات 2007 في مصفوفتين  $3 \times 4$ .

B. اشرح مصفوفة البيانات الطبيعية من مصفوفة بيانات 2007. وماذا يمثل الفرق في سياق الموقف؟

C. اشرح معنى الأرقام الموجبة والسالبة في مصفوفة الفرق. وما هي الاتجاهات التي تراها في البيانات؟

المدينة	تساقط الثلوج الطبيعي			تساقط الثلوج في 2007		
	يناير	فبراير	مارس	يناير	فبراير	مارس
جراند رابيدز	21.1	12.2	9.0	15.4	33.6	13.6
بوسطن	13.3	11.3	8.3	1.0	4.6	10.2
بوفالو	26.1	17.8	12.4	15.5	33.5	5.4
بيتسبرغ	12.3	8.5	7.9	11.3	14.0	9.3

المصدر: خدمة الطقس الوطنية

$$\begin{bmatrix} 15.4 & 33.6 & 13.6 \\ 1.0 & 4.6 & 10.2 \\ 15.5 & 33.5 & 5.4 \\ 11.3 & 14.0 & 9.3 \end{bmatrix} \text{ جراند رابيدز}$$

$$28b. \begin{bmatrix} -5.7 & 21.4 & 4.6 \\ -12.3 & -6.7 & 1.9 \\ -10.6 & 15.7 & -7.0 \\ -1.0 & 5.5 & 1.4 \end{bmatrix} \text{ جراند رابيدز}$$

المصفوفة تمثل الفرق بين العادي لكل مدينة والشهر.

$$26. \begin{bmatrix} -16 \\ 4x + 14 \\ -75 \end{bmatrix} \quad 27. \begin{bmatrix} -40 & 50 \\ -25 & 75 \end{bmatrix}$$

28a. مارس فبراير يناير

$$\begin{bmatrix} 21.1 & 12.2 & 9.0 \\ 13.3 & 11.3 & 8.3 \\ 26.1 & 17.8 & 12.4 \\ 12.3 & 8.5 & 7.9 \end{bmatrix} \text{ جراند رابيدز}$$

29. **النماذج** يوضح الجدول بعض الأرقام العالمية للسباحة الحرة للنساء على المستوى العالمي والأولمبي والأمريكي.

المسافة (م)	العالمي	الأولمبي	الأمريكي
50	24.13 ث	24.13 ث	24.63 ث
100	53.52 ث	53.52 ث	53.99 ث
200	1:56.54 دقيقة	1:57.65 دقيقة	1:57.41 دقيقة
800	8:16.22 دقيقة	8:19.67 دقيقة	8:16.22 دقيقة

المصدر: السباحة في الولايات المتحدة

**B29. في سباق 50 مترًا، كان أسرع وقت أمريكي متأخرًا بفارق 0.5 ثانية عن الرقم القياسي العالمي. في سباق 100 متر، كان أسرع وقت أمريكي متأخرًا بمدة 0.47 ثانية عن الرقم القياسي العالمي.**

**في سباق 200 متر، كان أسرع وقت أمريكي متأخرًا بمدة 0.87 ثانية عن الرقم القياسي العالمي.**

**في سباق 800 متر، كان الرقم القياسي مسجلًا باسم أمريكي.**

A. أوجد الفرق بين الأرقام القياسية الأمريكية والعالمية وعبر عنها باستخدام مصفوفة.

B. ما هو معنى كل صف في العمود؟

C. ما المسابقات التي سجل فيها أسرع الأوقات في الأولمبياد؟ **50 مترًا و100 متر**

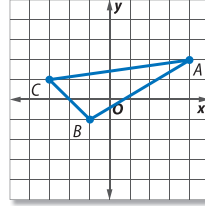
30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستحقق باستخدام المصفوفات لعرض التغييرات.

A. الجبر تمثل المصفوفة  $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$  مثلثًا رؤوسه عند  $(-3, 8)$  و  $(-4, 6)$  و  $(0, 1)$ . اكتب مصفوفة لعرض  $\triangle ABC$ . **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

B. هندسي اضرب المصفوفة التي كتبتها في 2. ثم ارسم الشكل الذي تمثله المصفوفة الجديدة. **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

C. تحليلي كيف تقارن الأرقام؟ خمن نتيجة ضرب المصفوفة في 0.5. وتحقق من التخمين.

**يتشابه المثلث الجديد مع الأصلي، مع أضلاع ضعف طول الأصل. وسيكون حاصل ضرب المصفوفة في 0.5 رقمًا مماثلًا للأصل مع أضلاع نصف الطول.**



**مسائل مهارات التفكير العليا** استخدم مهارات التفكير العليا

31. **إثبات** برهن أن جمع المصفوفات تبديلي لمصفوفات  $2 \times 2$ . **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

32. **إثبات** برهن أن جمع المصفوفات تجميعي لمصفوفات  $2 \times 2$ . **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

33. **تحديد** احسب عناصر C إذا كان:

$$3A - 4B + 6C = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

34. **الاستدلال** حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أحيانًا أو دائمًا أو غير صحيحة أبدًا للمصفوفتين A و B. **واشرح الاستدلال. A-E. انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

A. إذا كانت  $A + B$  موجودة، فإن  $A - B$  موجودة.

B. إذا كان k عددًا حقيقيًا، فإن  $kA$  و  $kB$  موجودة.

C. إذا كانت القيمة  $A - B$  غير موجودة، فإن  $B - A$  غير موجودة.

D. إذا كانت A و B بهما نفس عدد العناصر، فإن  $A + B$  موجودة.

E. إذا كانت  $kA$  موجودة، و  $kB$  موجودة، فإن  $kA + kB$  موجودة.

35. **نهائية مفتوحة** قدم مثالًا على المصفوفات A و B إذا كانت  $4B - 3A = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ . **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

36. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيفية حساب  $4D - 3C$  لأي مصفوفتين، C و D باستخدام نفس الأبعاد. **انظر الوحدة | ملحق الإجابات.**

## التعليم باستخدام التكنولوجيا

سجل بالفيديو قسم الصف إلى مجموعات. اطلب من كل مجموعة تقم بتصوير فيديو يبين كيفية العمليات على المصفوفات: الجمع أو الطرح أو الضرب في ثابت قياسي

$$\begin{bmatrix} 0.5 \text{ s} \\ 0.47 \text{ s} \\ 0.87 \text{ s} \\ 0 \text{ s} \end{bmatrix}$$

## 4 التقييم

أخبار أمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدتهم مفاهيم الأمس ساعدتهم في درس اليوم في جمع وطرح المصفوفات.

### تمارين اختبار معياري

39. SAT/ACT حل لحساب  $x$  و  $y$ .

$$x + 3y = 16$$

$$7 - x = 12$$

F  $x = -5, y = 7$

J  $x = 5, y = 7$

G  $x = 7, y = 3$

K  $x = -5, y = 3$

H  $x = 7, y = 5$

40. الاحتمالية يعرض متجر بيتزا محلي 5 إضافات مختلفة من اللحوم و 6 من الخضروات. حاليًا، عليك اتخاذ قرار للحصول على اثنين من إضافات الخضروات وواحدة من اللحم. فما عدد الأنواع المختلفة التي يمكنها طلبها من البيتزا؟

A 60

C 120

B 75

D 150

37. ما حل نظام المعادلات؟

$$0.06p + 4q = 0.88$$

$$p - q = -2.25$$

A  $(-0.912, -1.338)$

B  $(0.912, -3.162)$

C  $(-2, 0.25)$

D  $(-2, -4.25)$

38. إجابة مختصرة  $A = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  إذا كان  $A + B$  أوجد

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

### مراجعة شاملة

حل كل نظام معادلات. (الدرس 4-1)

41.  $2x + 3y - z = -1$

$$5x + y + 4z = 30$$

$$-8x - 2y + 5z = -2 \quad (3, -1, 4)$$

42.  $3x - 4y + 6z = 26$

$$5x + 3y + 2z = 5$$

$$-2x + 5y - 3z = -9 \quad (-2, 1, 6)$$

43.  $5x + 2y - 4z = 22 \quad (4, -3, -2)$

$$6x + 3y + 5z = 5$$

$$-2x - 4y + z = 2$$

الكعكة	رقائق الشوكولاتة	زبدة الفول السوداني
التكلفة	0.19 دولار	0.13 دولار
السعر	0.44 دولار	0.39 دولار

44. التعبئة يبيع مصنع الكعك رقائق الشوكولاتة وكعك زبدة الفول السوداني

في عبوات مجمعة تتضمن بين ست واثني عشر كعكة. ويجب أن تتضمن كل عبوة ثلاثة أنواع من الكعك على الأقل. فما عدد كل نوع من الكعك الواجب تواجده في كل عبوة لتحقيق أقصى ربح؟ (الدرس 3-1)

3 رقائق شوكولاتة و 9 زبدة فول سوداني

حل كل نظام متباينات باستخدام التمثيل البياني. (الدرس 2-1) 45-47. انظر الوحدة 1 ملحق الإجابات.

45.  $x - 2y > -4$

$$y < -2x - 3$$

46.  $y \geq -4x + 6$

$$3y < 2x + 9$$

47.  $4x + 2y > 8$

$$4y - 3x \leq 12$$

الولايات التي بها معظم الرياضيين في المدارس الثانوية	الرياضيون
تكساس	763,967
كاليفورنيا	735,497
نيويورك	350,349
إلينوي	?

48. كنس الأوراق يمكن أن يربح الطالب 20 دولار بجانب 5 دولارات إضافية

لكل كيس نقايات يملؤه بالكامل بالأوراق. اكتب وحل المعادلة لتحديد عدد الأكياس التي يحتاج الطالب لملئها ليربح 100 دولار. (الدرس 4-2)

$$16 + 20x = 100 \quad \text{كيسا}$$

49. الرياضة يزيد عدد الطلاب الرياضيين في نيويورك عن إلينوي بمقدار 15,991.

اكتب وحل معادلة لحساب عدد الطلاب الرياضيين في إلينوي. (الدرس 3-1)  $350,349 - x = 15,991; 334,358$

### مراجعة المهارات

بسط كل تعبير. 50.  $18x - 24y$  51.  $-10a - b$

50.  $4(2x - 3y) + 2(5x - 6y)$

51.  $-3(2a - 5b) - 4(4b + a)$

52.  $-7(x - y) + 5(y - x) - 12x + 12y$

76

### التدريس المتمايز ف م

توسع المصفوفة التالية تبين مجموع النقود في ستة بنوك.

$$\begin{bmatrix} 586 & 1255 \\ 9833 & 476 \\ 2981 & 1045 \end{bmatrix}$$

ما مضاعف العدد الذي ينبغي استخدامه لإنتاج مصفوفة حاصل الضرب التي تمثل القيمة في كل حساب بعد سنة إذا كان معدل الفائدة 5%؟ 1.05