

التركيز

محاذاة رأسية

قبل درس 6-1 اضرب المصفوفات في عدد سلمي.

درس 6-1 اضرب المصفوفات. استخدم صفات ضرب المصفوف.

بعد درس 6-1 استخدم المصفوفات لحل أنظمة المعادلات.

2 التعليم

أسئلة مُسَقَّلة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ من الدرس.

اسأل:

- الجدول يوضح أن فاطمة
أحرزت سبعة أهداف ثلاثية النقاط سنة
2005. كم نقطة أحرزتها بالأهداف ثلاثية
النقاط؟ 21
- هدف المجال يساوي نقطتين. كم عدد إجمالي
النقاط التي أحرزتها فاطمة في أهداف المال
من 2005 إلى 2009؟
لاحظ أن فاطمة لم تشارك في موسم
2007؟ 1546



النوع	2005	2006	2008	2009
رمية أثناء اللعب	197	249	184	143
رمية أثناء اللعب	7	8	4	1
ثلاث نقاط	102	158	117	65

المصدر: WNBA

قيم النقاط

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 197 & 249 & 184 & 143 \\ 7 & 8 & 4 & 1 \\ 102 & 158 & 117 & 65 \end{bmatrix}$$

يوضح الجدول ملخص نتائج، ليزا ليزلي، التي حققت أعلى نقاط في دوري كرة السلة الأمريكية في التاريخ، أثناء المواسم التي سجلت فيها أعلى نقاط. ويمكن تلخيص عدد الرميات التي سجلتها في مصفوفة الرميات B . كما يمكن تنظيم قيم النقاط لكل نوع من الرميات في مصفوفة قيم النقاط P .

ويمكنك استخدام ضرب المصفوفة لحساب النقاط المسجلة أثناء كل موسم.

- لقد ضربت المصفوفات في ثابت قياسي
- ضرب المصفوفات
- استخدام خصائص ضرب المصفوفات

2

ضرب المصفوفات يمكنك ضرب مصفوفتين A و B فقط إذا كان عدد الأعمدة في A مساوياً لعدد الصفوف في B . وعند ضرب المصفوفتين $A_m \times r$ و $B_r \times f$ ، فإن المصفوفة الناتجة AB تكون مصفوفة $m \times f$.

$$\begin{array}{c} A \quad B \\ m \times r \quad r \times f \\ \text{نفس} \\ \text{أبعاد } AB \end{array} = \begin{array}{c} AB \\ m \times f \end{array}$$

مثال | أبعاد نتائج المصفوفة

حدد ما إذا تم تحديد ناتج المصفوفة وإن كان الأمر كذلك، فاذكر أبعاد الناتج.

a. $A_{3 \times 4}$ و $B_{4 \times 2}$

$$\begin{array}{c} A \quad B \\ 3 \times 4 \quad 4 \times 2 \\ \text{نفس} \\ \text{أبعاد } AB \end{array} = \begin{array}{c} AB \\ 3 \times 2 \end{array}$$

الأبعاد الداخلية متساوية، لذا، تم تحديد الناتج. وأبعاده هي 3×2 .

B. $A_{5 \times 3}$ و $B_{5 \times 4}$

$$\begin{array}{c} A \quad B \\ 5 \times 3 \quad 5 \times 4 \\ \text{نفس} \\ \text{أبعاد } AB \end{array}$$

الأبعاد الداخلية غير متساوية، لذا، لم يتم تحديد الناتج.

تمرين موجه

1A. $A_{4 \times 6}$ و $B_{6 \times 2}$ 4×2

1B. $A_{3 \times 2}$ و $B_{3 \times 2}$ **لم يتم تحديدها**

يمكن حساب حاصل المصفوفتين عبر ضرب الأعمدة والصفوف.

المفهوم الأساسي ضرب المصفوفات

الكلمات: العنصر في الصف رقم m والعمود رقم r من المصفوفة AB هو حاصل جمع نواتج العناصر المقابلة في الصف m من المصفوفة A والعمود r من المصفوفة B .

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix}$$

مثال 2 ضرب المصفوفات المربعة

$$X = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \text{ و } Y = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$XY = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

الخطوة 1 اضرب الأعداد في الصف الأول من X في الأعداد في العمود الأول من Y ، واجمع النواتج وضع النتيجة في الصف الأول والعمود الأول من XY .

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5) + (-3)(3) & 6(-4) + (-3)(3) \\ -10(-5) + (-2)(3) & -10(-4) + (-2)(3) \end{bmatrix}$$

خطوة 2 اتبع نفس الإجراءات الموضحة في الخطوة 1 باستخدام الأرقام في أول صف وثاني عمود. واكتب النتيجة في الصف الأول والعمود الثاني.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5) + (-3)(3) & 6(-4) + (-3)(3) \\ -10(-5) + (-2)(3) & -10(-4) + (-2)(3) \end{bmatrix}$$

الخطوة 3 اتبع نفس الإجراءات باستخدام الأرقام في ثاني صف وأول عمود. واكتب النتيجة في الصف الثاني والعمود الأول.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5) + (-3)(3) & 6(-4) + (-3)(3) \\ -10(-5) + (-2)(3) & -10(-4) + (-2)(3) \end{bmatrix}$$

الخطوة 4 يتم القيام بنفس الإجراءات للأرقام في الصف الثاني والعمود الثاني.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5) + (-3)(3) & 6(-4) + (-3)(3) \\ -10(-5) + (-2)(3) & -10(-4) + (-2)(3) \end{bmatrix}$$

الخطوة 5 قم بخول لأبسط صورة مصفوفة الناتج.

$$\begin{bmatrix} 6(-5) + (-3)(3) & 6(-4) + (-3)(3) \\ -10(-5) + (-2)(3) & -10(-4) + (-2)(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -39 & -33 \\ 44 & 34 \end{bmatrix}$$

تمرين موجه

$$2. \text{ احسب } UV \text{ إذا كان } U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \text{ و } V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

78

اضرب المصفوفات

مثال 1 يعرض كيف يتم تحديد أبعاد منتجات المصفوف. **مثال 2** يعرض كيف يتم إيجاد منتج مصفوفين مربعين. **مثال 3** يعرض كيف يتم حل مشكلة في العالم الحقيقي من خلال ضرب مصفوفين في بعدين مختلفين.

تقييم تركيبي

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد ما إذا كان كل منتج مصفوفة قد تم تحديده أم لا. إذا كان الأمر كذلك، اذكر أبعاد المنتج

a. $B_{4 \times 2} \times A_{3 \times 4}$ منتج المصفوفة قد تم تحديده. الأبعاد هي 3×2 .

b. $A_{3 \times 2} \times B_{4 \times 3}$ لم يتم تحديد منتج المصفوفة.

2 أوجد RS إذا كان $R = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و

$$S = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

احذر!

تفادي الأخطاء شجع الطلاب على عرض كل عملهم أثناء ضرب المصفوفات. هذا سيجب لهم إيجاد أخطاء الحساب إن وجدت.

التدريس المتمايز

إذا يحتاج الطلاب إلى المزيد من التدريبات على المصفوفات

ثم اطلب منهم استخدام ترتيب مقاعد الصف لتشكيل مصفوفات لكل مكتب لكل طالب كنصر. اطلب من الطلاب أن ينفذوا 24 بطاقة كبيرة تعرض قيم عناصر مصفوفتين. شكل مصفوفتين $A_{4 \times 3}$ و $B_{3 \times 4}$ بمقاعد الطلاب وأعط كل طالب يجلس في هذه "المصفوفات" بطاقة تعرض العنصر في هذا المكان. اطلب من الطلاب نمذجة ضرب المصفوفة $AB = C$. ابدأ برسم مصفوفة 4×4 فارغة على اللوحة. لكل عنصر على المصفوفة C ، اطلب من الطلاب السير بين المنتجات، وعد المجموعات، ثم كتابة النتائج في الأماكن الصحيحة للمصفوفة على اللوحة.

مثال إضافي

3 الشطرنج ثلاث فرق تتنافس في الجولة الأخيرة لنادي مسابقات الشطرنج. تحصل كل من الفرق الفائزة على 3 نقاط، ولكل انسحاب للفرق نقطة واحدة. أي فريق فاز في الجولة؟

الفرق	الفائز	المنسحب
أزرق	5	4
أحمر	6	3
أخضر	4	5

فاز الفريق الأحمر بالجولة بإجمالي 21 نقطة.

درس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل فيديو اطلب من الطلاب كتابة أغنية لمساعدتهم على تذكر خطوات ضرب المصفوفة. ثم سجل عرضهم بالفيديو وضعه في موقع مشاركة الفيديو الخاص بك. يُمكن أن تُغني هذه الأغاني على أنغام "حبيبي كليمنيس".

صف عامود، صف عامود.

اضربهم خط تلو خط

ضفهم ليشكلوا مصفوفة

والآن، إنك تقوم بها بشكل جيد فحسب.

مثال 3 واقعي ضرب المصفوفات

فعالية السباحة في أحد فعاليات السباحة المحددة، تم منح الفائز بالمركز الأول 7 نقاط مقابل 4 نقاط للثاني ونقطتين للثالث. احسب إجمالي عدد النقاط لكل مدرسة. وما هي المدرسة التي فازت بالفعالية؟

المدرسة	المركز الأول	المركز الثاني	المركز الثالث
سنترال	4	7	3
فرانكلين	8	9	1
هايس	10	5	3
لنكولن	3	3	6

افهم يمكن حساب النتائج النهائية عبر ضرب نتائج السباحة لكل مدرسة في النقاط الممنوحة لكل مركز أول وثاني وثالث.

النظام اكتب نتائج السباقات والنقاط الممنوحة في شكل مصفوفة. وقم بإعداد المصفوفات بحيث يكون عدد الصفوف في مصفوفة النقاط مساوياً لعدد الأعمدة في مصفوفة النتائج.

$$R = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

حل اضرب المصفوفات.

$$RP = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4(7) + 7(4) + 3(2) \\ 8(7) + 9(4) + 1(2) \\ 10(7) + 5(4) + 3(2) \\ 3(7) + 3(4) + 6(2) \end{bmatrix}$$

اضرب الأعمدة في الصفوف.

$$= \begin{bmatrix} 62 \\ 94 \\ 96 \\ 45 \end{bmatrix}$$

حول لأبسط صورة.

توضح مصفوفة النتائج نتائج سنترال وفرانكلين وهايس ولنكولن على التوالي. وقد فازت هايس بفعالية السباحة بإجمالي نقاط قدره 96 نقطة.

تحقق R هي مصفوفة 4×3 و P هي مصفوفة 3×1 ، لذا، يجب أن يكون الناتج مصفوفة 4×1 .

تمرين موجه

3. كرة سلة راجع بداية هذا الدرس. واستخدم ضرب المصفوفة لتحديد الموسم الذي سجلت فيه ليزا أعلى عدد من النقاط. ما عدد النقاط التي سجلتها هذا الموسم؟ 2006: 680 نقطة

2 خصائص الضرب

تذكر أن خصائص الأعداد الحقيقية تسري أيضاً على جمع المصفوفات. ومع ذلك، فإن بعض هذه الخصائص لا تسري دائماً على ضرب المصفوفات.

تعليمات متنوعة ف م

تمديد اكتب المسائل التالية على اللوحة: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$

اطلب من الطلاب إيجاد كل منتج. ثم توقع المنتج $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$. اطلب منهم الضرب للتأكد من توقعهم.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

2. صفات ضربية

مثال 4 يعرض الصفات المجمع للضرب التي لا تحمل ضرب المصفوفة. مثال 5 يعرض كيف تستخدم الصفة التوزيعية مع المصفوفات.

أمثلة إضافية

4 أوجد كل حاصل ضرب إذا كانت

$$K = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \text{ و}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

a. $KL = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -9 & -4 \end{bmatrix}$

b. $LK = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 2 \\ -15 & 2 & 8 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

5 أوجد كل حاصل ضرب إذا

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix},$$

و $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$

a. $A(B + C) = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

b. $AB + AC = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

نصائح للمعلمين الجدد

البناء على المعرفة السابقة اطلب من الطلاب مقارنة العملية الواردة في المثال 5 مع الإجراءات التي استخدموها سابقاً عند تطبيق خاصية التوزيع على الأعداد الحقيقية والتعبيرات الجبرية.

مثال 4

اختبار الخاصية التجميعية

احسب كل ناتج إذا كان $G = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ و $H = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$.

GH .A

استبدال $GH = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2 - 6 - 5 & 3 - 24 - 35 \\ 8 + 4 + 0 & 12 + 16 + 0 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} -9 & -56 \\ 12 & 28 \end{bmatrix}$$

HG .B

استبدال $HG = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

لاحظ أن $HG \neq GH$. $HG = \begin{bmatrix} 2 + 12 & 6 - 6 & -10 + 0 \\ -2 - 32 & -6 + 16 & 10 + 0 \\ 1 + 28 & 3 - 14 & -5 + 0 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 14 & 0 & -10 \\ -34 & 10 & 10 \\ 29 & -11 & -5 \end{bmatrix}$

تمرين موجه

4. حدد ما إذا كان $AB = BA$ أم لا عندما $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$.

4. $AB = \begin{bmatrix} -8 & 19 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$

و $BA = \begin{bmatrix} 18 & -9 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$
إذاً، $AB \neq BA$.

نصيحة دراسية

البرهان والأمثلة المضادة لتوضيح أن خاصية ليست دائماً صحيحة، عليك العثور على مثال واحد مضاد.

مثال 4 وضح أن الخاصية التجميعية للضرب لا تسري على ضرب المصفوفات. من المهم للغاية ترتيب ضرب المصفوفة.

مثال 5

اختبار الخاصية التوزيعية

احسب كل ناتج إذا كان $J = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ و $K = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $L = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$.

JK + L .a

استبدال $JK + L = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \right)$

جمع $= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

ضرب $\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 1 & -11 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} -2 + 8 & 2 + 12 \\ 5 - 4 & -5 - 6 \end{bmatrix}$

JK + JL .b

$$JK + JL = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2(3) + 4(-1) & 2(2) + 4(3) \\ -5(3) + (-2)(-1) & -5(2) + (-2)(3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(-4) + 4(3) & 2(-1) + 4(0) \\ -5(-4) + (-2)(3) & -5(-1) + (-2)(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 16 \\ -13 & -16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 14 & 5 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 1 & -11 \end{bmatrix} \text{ لاحظ أن } JK + L = JK + JL.$$

تمرين موجه

5. استخدم المصفوفات $T = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ و $S = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ و $R = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ لتحديد ما إذا كانت $(S + T)R = SR + TR$.

5. $(S + T)R =$

و $\begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix}$

$SR + TR = \begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix}$

لذا، $(S + T)R = SR + TR$.

التركيز على المحتوى الرياضي

ضرب المصفوفات قبل ضرب مصفوفتين، ينبغي لك تحديد إذا كان حاصل ضرب المصفوفة محدد أم لا. يمكن ضرب مصفوفتين فقط إذا كان عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

3 تمرين

تقييم تركيبي

استخدم التمارين 14-14 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

فهم المسائل يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط البدء لحلها. ويحللون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف ويأتون بفرضيات حول شكل الحل ومعناه ويخططون مساراً للحل بدلاً من الانتقال ببساطة إلى محاولة الحل.

إجابات إضافية

$$12a. \begin{bmatrix} 35 & 28 \\ 32 & 17 \\ 18 & 12 \end{bmatrix}$$

$$13. \begin{bmatrix} 53 & -87 \\ -2 & -60 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 62 & -33 \\ 28 & -69 \end{bmatrix}; \text{ لا}$$

$$14. \text{نعم} \quad X(YZ) = \begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix} \text{ و } (XY)Z = \begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix}$$

يفترض المثال السابق أن الخاصية التوزيعية تسري على ضرب المصفوفات. وفيما يلي بعض خصائص ضرب المصفوفات.

المفهوم الأساسي خصائص ضرب المصفوفات

بالنسبة لأي مصفوفات A و B و C يتم تحديد ناتج ضرب المصفوفات، وأي ثابت قياسي k ، تكون الخصائص التالية صحيحة.

$$\begin{aligned} (AB)C &= A(BC) & \text{خاصية التجميع في ضرب المصفوفات} \\ k(AB) &= (kA)B = A(kB) & \text{خاصية التجميع في الضرب القياسي} \\ C(A+B) &= CA+CB & \text{خاصية التوزيع على اليسار} \\ (A+B)C &= AC+BC & \text{خاصية التوزيع على اليمين} \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

مثال 1

حدد ما إذا تم تحديد ناتج المصفوفة وإن كان الأمر كذلك، فاذكر أبعاد الناتج.

$$1. A_{2 \times 4} \cdot B_{4 \times 3} \quad 2. C_{5 \times 4} \cdot D_{5 \times 4} \quad 3. E_{8 \times 6} \cdot F_{6 \times 10}$$

المثالان 3-2

احسب كل ناتج إن أمكن.

$$\begin{aligned} 4. \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} & \quad 5. \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \\ 6. \begin{bmatrix} 9 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} & \quad 7. \begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -10 & 1 \end{bmatrix} \\ 8. \begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} & \quad 9. \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix} \\ 10. \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix} & \quad 11. \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 8 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -7 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

كوينز جيم		
التمارين الرياضية	التمارين الرياضية	التمارين الرياضية
28	35	حصة بحصة
17	32	تصريح لعدد II فصل
12	18	تصريح غير محدود

12. بناء المعنى يوضح الجدول لعدد الأشخاص المسجلين للتمارين الرياضية للربع الأول من السنة.

A. انظر الهامش.

يفرض كوينز جيم رسوم التسجيل التالية:
فصل بفصل 165 دولار، تصريح لعدد II فصل 110 دولار، تصريح غير محدود 239 دولار.

A. اكتب مصفوفة رسوم التسجيل ومصفوفة عدد الطلاب.

B. احسب إجمالي المبلغ الذي تحصل عليه صالة لعبة من التمارين الرياضية وعمليات التسجيل. 22,955 دولار

$$\text{المثالان 5-4} \quad \text{استخدم } X = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \text{ و } Y = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} \text{ و } Z = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} \text{ لتحديد ما إذا}$$

كانت المعادلات التالية صحيحة أم لا للمصفوفات المحددة. 14، 13. انظر الهامش.

$$13. XY = YX$$

$$14. X(YZ) = (XY)Z$$

مثال 1

حدد ما إذا تم تحديد ناتج المصفوفة وإن كان الأمر كذلك، فاذكر أبعاد الناتج.

15. $P_{2 \times 3} \cdot Q_{3 \times 4}$ **2 × 4**

16. $A_{5 \times 5} \cdot B_{5 \times 5}$ **5 × 5**

17. $M_{3 \times 1} \cdot N_{2 \times 3}$ **غير محدد**

18. $X_{2 \times 6} \cdot Y_{6 \times 3}$ **2 × 3**

19. $J_{2 \times 1} \cdot K_{2 \times 1}$ **غير محدد**

20. $S_{5 \times 2} \cdot T_{2 \times 4}$ **5 × 4**

احسب كل ناتج إن أمكن.

المثالان 3-2

21. $\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix}$ **[26]**

22. $\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} 12 & -42 \\ -6 & 21 \end{bmatrix}$**

23. $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} -75 & 9 \\ -17 & -5 \end{bmatrix}$**

24. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 44 & -19 \end{bmatrix}$**

25. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 6 \\ -4 & -10 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & -9 \end{bmatrix}$

26. $\begin{bmatrix} -6 & 4 & -9 \\ 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} -70 \\ 58 \end{bmatrix}$**

غير محدد

27. $\begin{bmatrix} 2 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} -40 & 64 \\ 22 & 1 \end{bmatrix}$**

28. $\begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & -1 \end{bmatrix}$ **$\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ -24 & -8 \end{bmatrix}$**

29. **السفر.** تمتلك عائلة وولف ثلاثة عروض للإقامة بالسرير والإفطار في منطقة قضاء العطلة. وتتمثل في غرفة بسرير واحد بقيمة 220 دولار لكل ليلة وغرفة بسريرين بقيمة 250 لكل ليلة وجناح بقيمة 360 دولار لكل ليلة.

الغرف المتوفرة في الإقامة بسرير وإفطار لعائلة وولف			
سرير وإفطار	فردية	ثنائية	جناح
1	3	2	2
2	2	3	1
3	4	3	0

a. اكتب مصفوفة لعدد كل نوع غرفة في كل عرض إقامة بسرير وإفطار. ثم اكتب مصفوفة الغرف والتكاليف.

انظر الهامش.

b. اكتب مصفوفة إجمالي الإيرادات اليومية بافتراض أن كافة الغرف مؤجرة.

B29 $\begin{bmatrix} \$1880 \\ \$1550 \\ \$1630 \end{bmatrix}$

c. ما هو إجمالي الإيرادات اليومية من كافة العروض الثلاثة

للإقامة بسرير وإفطار، بافتراض أن كافة الغرف مؤجرة؟ **5060 دولار**

المثالان 5-4 استخدم $P = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $Q = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$ و $R = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ و $k = 2$ لتحديد ما إذا

كانت المعادلات التالية صحيحة أم لا للمصفوفات المحددة. **33-30. انظر الهامش.**

30. $k(PQ) = P(kQ)$

31. $PQR = RQP$

32. $PR + QR = (P + Q)R$

33. $R(P + Q) = PR + QR$

سعر البيع	سعر الشراء	الزهور
3.00 دولار	1.67 دولار	الوردة
2.25 دولار	1.03 دولار	الترجس
4.50 دولار	2.59 دولار	الأوركيد

B 34. بناء المعنى يبيع مجلس الطلاب الزهور في عيد الأم. وقد اشترى 200 وردة، و150 زهرة ترجس و100 زهرة أوركيد بأسعار الشراء المعروضة. وقد باعوا كافة الزهور بأسعار البيع الموضحة.

a. نظم البيانات في مصفوفتين واستخدم ضرب المصفوفات لحساب إجمالي المبلغ المنفق على الزهور. **747.50 دولار**

b. اكتب المصفوفتين، واستخدم ضرب المصفوفات لحساب إجمالي المبلغ الذي حصل عليه الطلاب من بيع الزهور. **1387.50 دولار**

c. استخدم عمليات المصفوفة لحساب مقدار النقود التي حققها مجلس الطلاب من هذا المشروع. **640 دولار**

انتبه!

تفادي الأخطاء في التطبيقات التي تضم حواصل ضرب المصفوفات، حتى إذا كان يمكن عكس ترتيب المصفوفات، لن يكون حاصل الضرب منطقيًا إلا في اتجاه واحد فقط.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم واستخدام الفرضيات والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا في إنشاء الفرضيات. ويبررون استنتاجاتهم، وينقلونها للآخرين.

إجابات إضافية

29a. $I = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 220 \\ 250 \\ 360 \end{bmatrix}$

30. $k(PQ) = \begin{bmatrix} 52 & 42 \\ 4 & -12 \end{bmatrix}$ نعم

و $P(kQ) = \begin{bmatrix} 52 & 42 \\ 4 & -12 \end{bmatrix}$.

31. $PQR = \begin{bmatrix} -22 & 240 \\ 44 & -12 \end{bmatrix}$ لا ; $QRP = \begin{bmatrix} 34 & -40 \\ -220 & -44 \end{bmatrix}$.

و $RQP = \begin{bmatrix} 34 & -40 \\ -220 & -44 \end{bmatrix}$.

32. $PR + QR = \begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix}$ نعم

و $(P + Q)R = \begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix}$.

33. $R(P + Q) = \begin{bmatrix} 34 & -6 \\ -64 & -30 \end{bmatrix}$ لا ; $PR + QR = \begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix}$.

و $PR + QR = \begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix}$.

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين
أساسي ق م	33-15، 48-46، 65-50	33-15، 48-46، 65-50
Core ض م	33-15، 48-46، 65-50 34، 43-35، 48-44	33-15، 48-46، 65-50، 34
متقدم ف م	62-34، (اختياري: 65-63)	

إجابات إضافية

$$35a. \begin{bmatrix} 27 & 49 \\ 35 & 36 \\ 9 & 56 \\ 15 & 62 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1000 \\ 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51,500 \\ 53,000 \\ 37,000 \\ 46,000 \end{bmatrix};$$

Westin

$$37. \begin{bmatrix} -10 - 4.5y & 36.75 \\ 2x + 4 + 3y^2 & -6x - 4.5y - 12 \\ 3.6y + 26 & -83.4 \end{bmatrix}$$

السيارات التي يباعها كل موظف		
موظف المبيعات	سيارات جديدة	سيارات مستعملة
ميسون	27	49
ويسن	35	36
جالاجر	9	56
ستادلر	15	62

35. **مبيعات السيارات** يتضمن معرض سيارات أربعة موظفي مبيعات. وفي نهاية العام، يحصل كل موظف مبيعات على مكافآت بقيمة 1000 دولار عن كل سيارة جديدة يبيعها و 500 دولار عن كل سيارة مستعملة يبيعها.

A. استخدم مصفوفة لتحديد موظف المبيعات الذي حقق أكبر مبلغ من المال. **انظر الهامش.**

B. ما هو إجمالي المبلغ الذي أنفقه معرض السيارات على مكافآت موظفي المبيعات هذه السنة؟ **187,500 دولار**

$$\text{استخدم المصفوفات } Z = \begin{bmatrix} -3 \\ x + y \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} -5 & -1.5 \\ x + 2 & y \\ 13 & 1.2 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

مما يلي. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب غير محدد.

36. XY غير محدد 37. YX غير محدد 38. ZY غير محدد 39. YZ غير محدد 40. $(YX)Z$ غير محدد 41. $(XZ)X$ غير محدد 42. $X(ZZ)$ غير محدد 43. $(XX)Z$ غير محدد

التكبير والتصغير البصري	6 ميجابيكسل	7 ميجابيكسل	10 ميجابيكسل
3 إلى 4	189.99 دولار	249.99 دولار	349.99 دولار
5 إلى 6	199.99 دولار	289.99 دولار	399.99 دولار
10 إلى 12	299.99 دولار	399.99 دولار	499.99 دولار

B. **انظر ملحق إجابة فصل 3.**

الباقات				الحجم (السعر)
A	B	C	D	
10	10	8	0	4×5 (7 دولار)
4	4	4	4	5×7 (10 دولار)
2	2	2	2	8×10 (14 دولار)
1	1	0	0	11×14 (45 دولار)
1	0	0	0	16×20 (95 دولار)
88	56	16	0	المحافظ (8 مقابل 13 دولار)

44. **الكاميرات** تعتمد أسعار الكاميرات الرقمية على خصائص مثل التكبير والتصغير البصري والرقمي والميجابيكسل.

a. تم عرض خصم 20% على الكاميرات 10 ميجابيكسل و 10% على الموديلات الأخرى. اكتب مصفوفة التكاليف.

b. اكتب مصفوفة جديدة تسمح بضريبة مبيعات 6.25% على الأسعار بعد الخصم.

c. وضح الفروق في هاتين المصفوفتين. **ضريبة المبيعات**

A45

A: 421 دولار،
B: 274 دولار،
C: 150 دولار،
D: 68 دولار

45. **أعمال** لدى استوديو كانغي باقات متوفرة للصورة المميزة.

a. استخدم المصفوفات لتحديد إجمالي تكاليف كل باقة.

b. يعرض الاستوديو خصم لأول العملاء بقيمة 15% على أي باقة. احسب سعر أول العملاء لكل باقة.

A: 357.85 دولار، B: 232.90 دولار،
C: 127.50 دولار، D: 57.80 دولار

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

46. **الاستدلال** إذا كانت أبعاد مصفوفة النتائج AB هي 5×8 ، وأبعاد A هي 5×6 ، فما هي أبعاد المصفوفة B ؟ **6×8**

47. **البراهين** وضح أن كل خاصية للمصفوفات صحيحة لكافة المصفوفات 2×2 .

a. خاصية التوزيع القياسي. **a-d. انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.**

b. خاصية توزيع المصفوفة

c. خاصية التجميع في الضرب

d. خاصية التجميع في الضرب القياسي

48. **مفتوحة النهاية** اكتب مصفوفتين A و B بحيث $AB = BA$.

49. **تحذير** احسب القيم الناقصة في $\begin{bmatrix} 11 & 10 \\ 29 & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & a \\ d & c \end{bmatrix}$

$a = 2, b = 1, c = 3, d = 4$

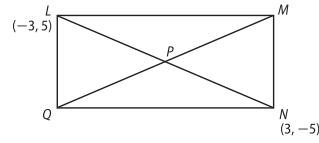
50. **الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات حول ليزا ليزلي الموجودة في بداية الدرس لشرح كيف يمكن استخدام المصفوفات في إحصائيات الرياضيات. وضح مصفوفة تمثل إجمالي عدد النقاط التي سجلتها أثناء مسيرتها ومثال على رياضة تستخدم في قيم نقاط مختلفة في النتائج. **انظر الوحدة 3 ملحق الإجابات.**

4 التقييم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من الطلاب أن يكتبوا على قطع ورق ما إذا كان يمكن ضرب مصفوفة 3×4 في مصفوفة 2×3 . اطلب منهم توضيح إجاباتهم.

تمارين اختبار معياري

53. الهندسة تتقاطع أقطار المستطيل $LMNQ$ في النقطة P .



فأي مما يلي يمثل النقطة P ؟ **H**

F (2, 2)

H (0, 0)

G (1, 1)

J (-1, -1)

54. SAT/ACT ما هي أبعاد المصفوفة الناتجة عن الضرب المبين؟ **D**

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

A 1×4

D 4×1

B 3×3

E 4×3

C 3×1

51. الإجابة الموزعة المتوسط الحسابي لقيمة r ، w ، x ، و y هو 8، ومتوسط x و y هو 4. فما هو متوسط r و w ؟ **12**

52. ذهب كل من كارلا وميكو وكايلا للتسوق للاستعداد للكلية. ويعرض الجدول أدناه مشترياتهم وإجمالي المبالغ المنفقة.

الشخص	القميص	السروال	الحذاء	إجمالي المبلغ المنفق
كارلا	3	4	2	149.79 دولار
ميكو	5	3	3	183.19 دولار
كايلا	6	5	1	181.14 دولار

افترض أن كافة القمصان كانت بنفس السعر وكافة السراويل بنفس السعر وكذلك كافة الأحذية بنفس السعر. فماذا كان سعر كل سلعة؟ **A**

A القميص 12.95 دولار، السروال 15.99 دولار، الحذاء 23.49 دولار

B القميص 15.99 دولار، السروال 12.95 دولار، الحذاء 23.49 دولار

C القميص 15.99 دولار، السروال 23.49 دولار، الحذاء 12.95 دولار

D القميص 23.49 دولار، السروال 15.99 دولار، الحذاء 12.95 دولار

55-57. انظر ملحق إجابة فصل 1.

مراجعة شاملة

نفذ العمليات الموضحة، إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيل. (الدرس 3-5)

55. $4 \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

56. $5 \left(2 \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \right)$

57. $-4 \left(\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -6 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \right)$

حل كل نظام معادلات. (الدرس 3-4)

58. $2x - 4y + 3z = -3$

59. $-4x - 2y + 9z = -29$

60. $-7x + 8y - z = 43$

$-7x + 5y - 4z = 11$

$10x - 12y + 7z = 51$

$3x - 2y + 5z = -43$

$x - y - 2z = -21$ **(-2, 5, 7)**

$3x + 5y - 14z = 25$ **(8, 3, 1)**

$2x - 4y + 6z = -50$ **(-3, 2, -6)**

61. الطب يوضح المخطط أدناه مقدار ما ينفقه

الأمريكيون على زيارات الطبيب في بعض السنوات الأخيرة وتوقع لسنة 2014. (الدرس 2-5)

a. احسب معادلة الميل للبيانات بدون القيمة المتوقعة.

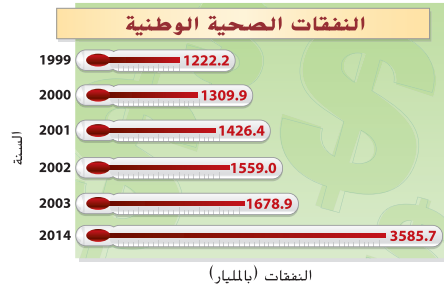
الإجابة النموذجية: $y = 116.25x - 231,176.97$

b. استخدم المعادلة لتوقع مصاريف سنة 2014.

الإجابة النموذجية: 2950.53 دولار

c. قارن توقعك بذلك المحدد في المخطط. تكون القيمة المتوقعة للمعادلة أقل بصورة كبيرة من تلك المحددة في المخطط.

62. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها ترتيب حروف الكلمة نماذج؟ (الدرس 0-4) **40320**



مراجعة المهارات

وضح التحول في كل وظيفة، ثم ارسم مخطط للوظيفة.

63. $f(x) = |x - 4| + 3$

64. $f(x) = 2|x + 3| - 5$

65. $f(x) = (x + 2)^2 - 6$

84



استكشف الطلاب المصفوفات وعمليات المصفوفات.

اسأل:

- ما هي مزايا استخدام المصفوفات لحل المسائل؟ الإجابة النموذجية: تقدم طريقة مريحة لتنظيم البيانات؛ ويمكن استخدامها لاختصار الترميز؛ ويمكن استخدام التكنولوجيا لإنشاء عمليات المصفوفات بسرعة.

تجربة تكنولوجيا التمثيل البياني العمليات باستخدام المصفوفات

6-1

استكشاف

يمكن استخدام حاسبة التمثيل البياني لحساب العمليات التي تحتوي على مصفوفات.

نشاط 1 إجراء العمليات

استخدم A ، B ، و C لإيجاد التالي.

$$A = \begin{bmatrix} 1.7 & -3.2 \\ -5.8 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.9 & 0.3 \\ -7.1 & 2.6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5.6 & -6.1 & 2.1 \\ -8.2 & 7.6 & 0.2 \end{bmatrix}$$

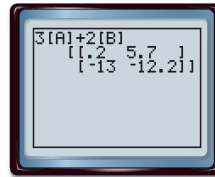
a. $3A + 2B$

ابدأ بإدخال المصفوفة A على حاسبة التمثيل البياني.

ضربات المفاتيح: $\text{[MATRIX]} \rightarrow \text{[2]} \text{[ENTER]} \text{[2]} \text{[2nd]} \text{[ENTER]}$

$\text{[ENTER]} \text{[3.2]} \text{[ENTER]} \text{[1.7]} \text{[ENTER]}$

$0.4 \text{[ENTER]} \text{[(-)]} \text{[5.8]} \text{[ENTER]} \text{[2nd]} \text{[QUIT]}$



أدخل المصفوفة B على حاسبة التمثيل البياني مستخدماً ضغطات مشابهة. بعد ذلك، قم بحل العمليات المشار إليها.

اضغط على: $\text{[MATRIX]} \text{[ENTER]} + 2 \text{[2nd]} \text{[MATRIX]} \text{[2nd]} \text{[3]} \text{[ENTER]} \text{[ENTER]}$

$$3A + 2B \text{ تساوي } \begin{bmatrix} 5.7 & 0.2 \\ -12.2 & -13 \end{bmatrix}$$

1. $\begin{bmatrix} -29.36 & 69.57 \\ 161.26 & 47.23 \end{bmatrix}$

b. $4C + 3A$

أدخل المصفوفة C إلى حاسبة التمثيل البياني. قم بحل العمليات المشار إليها. لاحظ أن الحاسبة تعرض رسالة خطأ عندما لا تسمح الأبعاد بحل العمليات.

2. $\begin{bmatrix} -51.2 & 27.7 \\ 55.8 & -57.6 \end{bmatrix}$ 5. $\begin{bmatrix} -170.4 & -18.3 \\ 213.32 & -19.3 \end{bmatrix}$ 6. $\begin{bmatrix} -373.16 & 85.63 \\ -221.58 & -378.09 \end{bmatrix}$

التمارين

استخدم A ، B ، و C ، و D لإيجاد التالي. إن لم تكن المصفوفة موجودة، فاكتب مستحيلة.

$$A = \begin{bmatrix} -9.0 & 4.5 \\ 9.4 & -7.4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5.9 & 1.9 \\ 5.0 & 2.9 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.9 & 5.5 & 7.0 \\ 0.5 & -9.9 & 7.6 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 8.0 & 8.5 \\ -5.9 & -1.2 \\ 8.9 & 0.7 \end{bmatrix}$$

1. $CD + 4A$

2. $-2B + 7A$

3. $4(DC)$ انظر الهامش.

4. $6B + DC$ مستحيلة

5. $2(AB) - 3B + 5A$

6. $-3(CD) + 4(BA) + 7A$

(يُتبع في الصفحة التالية)

التركيز

الهدف استخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني لاستكشاف العمليات باستخدام المصفوفات.

المواد لكل تلميذا

TI-83/84 Plus أو آلة حاسبة للتمثيل البياني أخرى

نصائح تدريس

قبل بدء النشاط، اطلب من التلاميذ توضيح خصائص التجميع والتبديل والمحايد والمعكوس للأرقام الحقيقية.

2 التعليم

العمل من خلال مجموعات متعاونة

اطلب من التلاميذ العمل في مجموعتين أو ثلاثة لإكمال النشاطات 1 و 2 وتمارين 14-1.

قبل بدء نشاط 1، اطلب من كل مجموعة استكشاف قائمة المصفوفة على الآلة الحاسبة للتمثيل البياني عن طريق الضغط على [2nd] [مصفوفة].

اطلب من كل مجموعة ذكر الفوائد والسلبيات من استخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني لحل عمليات باستخدام مصفوفات.

إجابة إضافية

3. $\begin{bmatrix} 481.2 & -129.8 & -48.6 \\ -212.96 & 207.24 & -2.68 \\ 290.16 & -337.04 & 12.48 \end{bmatrix}$

3 التقييم

تقويم تكويني

استخدم تمرين 6 لتقويم ما إذا كان التلاميذ يمكنهم حل العمليات باستخدام مصفوفات باستخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني.

من المحدد إلى المطلق

بعد إكمال التلاميذ تمرين 11، اشرح وجود مصفوفة محايدة I لضرب ذلك بخصوص مصفوفة $AI = A$. اطلب من التلاميذ استخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني لإيجاد مصفوفة I تناسب $AI = A$.

إجابات إضافية

9. $(AB)C$ و $A(BC)$ كلاهما يساوي

$$\begin{bmatrix} -498 & 136 \\ 197 & -52 \end{bmatrix}; \text{جميع}$$

خاصية ضرب مصفوفة.

10. $A(3B)$ و $(3A)B$ و $3(AB)$ جميعهم

$$\text{يساوي} \begin{bmatrix} -138 & 6 \\ 3 & 57 \end{bmatrix};$$

خاصية تجميع ضرب قياسي.

11. بخصوص $A + O$ ليكون معرفاً، O يجب أن تكون مصفوفة 2×2 . إذا،

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \text{إدخال } O \text{ كمصفوفة}$$

D في الآلة الحاسبة للتمثيل البياني.

$A + D$ و A كلاهما يساوي

$$\begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}; \text{إذا، } A + O = A.$$

12. $A + E = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$; E تساوي إلى O . إذا، A و E هم معكوسات جمعية.

13. المعكوس الجمعي لمصفوفة B هو

$$\begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \text{ ولمصفوفة } C \text{ هو} \\ \begin{bmatrix} -11 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

14. عينة إجابة: المصفوفة ومعكوسها الجمعي يحتويان على نفس الأبعاد، ولكن العناصر المتقابلة تحتوي على رموز مضادة. المعكوس

$$\text{الجمعي إلى} \begin{bmatrix} w & -x \\ -y & z \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} -w & x \\ y & -z \end{bmatrix}$$

نشاط 2 استكشاف خواص العمليات التي تحتوي على المصفوفات

استخدم A ، و B ، و C لإيجاد "11"

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3 & 11 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$A + B$ and $B + A$.a

$$\begin{bmatrix} [B]+[A] \\ \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [A]+[B] \\ \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

أوجد قيمة $A + B$.
ثم أوجد قيمة $B + A$.

$$\cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \text{ و } A + B \text{ و } B + A \text{ كلاهما يساويان}$$

$(A + B) + C$ و $A + (B + C)$.b

$$\begin{bmatrix} [A]+[B]+[C] \\ \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ([A]+[B])+[C] \\ \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

أوجد $(A + B) + C$.
ثم أوجد $A + (B + C)$.

$$\cdot \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \text{ و } (A + B) + C \text{ و } A + (B + C) \text{ كلاهما تساويان}$$

حلل النتائج

ما الخاصية الموضحة في كل جزء من نشاط 2؟

7. الجزء a خاصية التبديل في الجمع

8. الجزء b خاصية التجميع في الجمع

أوجد حاصل ضرب كل مجموعة. ما سبب تشابههم أو اختلافهم؟ ما الخاصية الموضحة؟ 9-14. انظر الهامش.

9. $(AB)C$, $A(BC)$

10. $3(AB)$, $(3A)B$, $A(3B)$

11. المصفوفة الصفرية O هي مصفوفة $m \times n$ جميع عناصرها تساوي صفر. إن كانت $A + O$ معرفة، فأثبت أن خاصية المحايد الجمعي للمصفوفتين. $A + O = A$.

12. تكون المصفوفتان معكوسان جعياً لبعضهما إن كان مجموعهما يساوي مصفوفة صفرية. أوجد المصفوفة E بحيث تكون $A + E$ معكوسان جعياً لبعضهما. ثم أثبت أن $A + E = O$.

13. أوجد المعكوس الجمعي للمصفوفة B والمصفوفة C .

14. تحد ما الذي يمكن ملاحظته بشأن المصفوفة ومعكوسها الجمعي؟ أوجد المعكوس الجمعي لما يلي $\begin{bmatrix} w & -x \\ -y & z \end{bmatrix}$.