الدرس 1–8 حلّ نظم المعادلات باستخدام معكوس المصفوفات

..السابق	..الآن	..لماذا؟
• تعلمت حلّ نظم المعادلات الخطية جبرياً.	1 إيجاد معكوس مصفوفة من رتبة 2 × 2. 2 كتابة وحل معادلات مصفوفة لنظام معادلات.	• يقدم متجر مريم للشطائر ثلاث خيارات للغداء كما هو مبين على اليسار. ولتحديد تكلفة كل بند، يمكنك حل معادلة المصفوفة التالية والتي تمثل فيها w تكلفة الشطيرة، بينما تمثل s تكلفة الطبق الجانبي، وتمثل d تكلفة المشروب.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 16.50 \\ 30.75 \end{bmatrix}$$

المفردات الجديدة
المصفوفة المحايدة identity matrix
مصفوفة مربعة square matrix
معكوس المصفوفة inverse matrix
معادلة المصفوفة matrix equation
مصفوفة متغيرات variable matrix
مصفوفة ثوابت constant matrix

ممارسات رياضية
استخدم الأدوات المناسبة استراتيجيا.

1 المصفوفات المحايدة ومعكوس المصفوفات

تذكر أنه في الأعداد الحقيقية، يكون العددان معكوسان ضربيان لبعضهما إن كان حاصل ضربهما يساوي المحايد الضربي، 1. وبالمثل، بالنسبة للمصفوفات، فإن **المصفوفة المحايدة** هي **مصفوفة مربعة** والتي عند ضربها في مصفوفة أخرى، يساوي حاصل ضربها ذات تلك المصفوفة. **المصفوفة المربعة** هي مصفوفة لها نفس عدد الصفوف والأعمدة.

المصفوفة المحايدة 3 × 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المحايدة 2 × 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مفهوم أساسي المصفوفة المحايدة للضرب

التعريف المصفوفة المحايدة للضرب I هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس، من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين، تساوي 1، وبقية العناصر تساوي 0. لأي مصفوفة مربعة A لها نفس أبعاد I، $A \cdot I = I \cdot A = A$.

الرموز إن كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ فإن $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ بحيث

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

تكون أي مصفوفتين من رتبة n × n **معكوسان** لبعضهما البعض إن كان حاصل ضربهما يساوي المصفوفة المحايدة. إن كان للمصفوفة A معكوس يُرمز له بالرمز A^{-1}، فإن $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$.

96

1 التركيز

محاذاة عمودية

قبل درس 1–8 حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام الجبر.

درس 1–8 أوجد معكوس مصفوفة 2 × 2. اكتب وحل معادلات المصفوفة بخصوص نظام المعدلات.

بعد درس 1–8 استخدم مصفوفات موسعة لحل أنظمة المعادلات.

2 التعليم

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** في الدرس.

سؤال:

- ما الذي يُمثله الرقم 3 في المصفوفة الأولى؟ يوجد ثلاثة جوانب في غداء عائلة.
- ما هي أبعاد المنتج من مصفوفة 3 × 3 ومصفوفة 3 × 1؟ 3 × 1
- قوم منتج المصفوفات $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix}$. $w + 2s$

مثال 1 التحقق من وجود معكوس للمصفوفات

حدد ما إن كان للمصفوفات في كل زوج معكوس أم لا.

a. $A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

إن كانت A وB معكوسان للمصفوفات، فإن $A \cdot B = B \cdot A = I$.

$A \cdot B = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$ كتابة معادلة

$= \begin{bmatrix} -1+1 & 2-2 \\ -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} & 1-1 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ضرب المصفوفات

بما أن $A \cdot B \neq I$، فهما ليسا معكوسان للمصفوفات.

b. $F = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$

إن كانت F وG معكوسان للمصفوفات، فإن $F \cdot G = G \cdot F = I$.

$F \cdot G = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$ كتابة معادلة

$= \begin{bmatrix} \frac{9}{4}-\frac{5}{4} & \frac{15}{8}-\frac{15}{8} \\ -\frac{6}{4}+\frac{6}{4} & -\frac{10}{8}+\frac{18}{8} \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ضرب المصفوفات

$G \cdot F = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ كتابة معادلة

$= \begin{bmatrix} \frac{9}{4}-\frac{10}{8} & -\frac{15}{4}+\frac{30}{8} \\ \frac{3}{4}-\frac{6}{8} & -\frac{5}{4}+\frac{18}{8} \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ضرب المصفوفات

بما أن $F \cdot G = G \cdot F = I$، F وG معكوسان للمصفوفات.

تمارين موجهة

1. حدد ما إن كانت $Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$ أو $X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ معكوسان لبعضهما البعض.

نصيحة دراسية

بنية بما أن ضرب المصفوفات ليس تبديلياً، فمن الضروري التحقق من حاصل الضرب في كلا الاتجاهين.

بعض المصفوفات ليس لها معكوس. بإمكانك تحديد ما إن كان لمصفوفة ما معكوس من عدمه باستخدام المحددات.

مفهوم أساسي معكوس مصفوفة من رتبة 2 × 2

معكوس المصفوفة $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$، حيث $ad - bc \neq 0$.

لاحظ أن $ad - bc$ هو قيمة المحدد A. لذا، إن كانت قيمة محدد المصفوفة تساوي 0 فلا يمكن أن يكون للمصفوفة معكوس.

1 المصفوفات المحايدة والعكسية

مثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت مصفوفتان عكسيتان. **مثال 2** يظهر كيفية إيجاد المعكوس.

تقويم تكويني

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمصطلحات.

مثال إضافي

1 حدد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات هو معكوسا للزوج الآخر.

a. $X = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ نعم، هما معكوسان.

b. $P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ و $Q = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ لا هما ليس معكوسان.

تدريس التمارين الرياضية

البنية طلاب متفوقون رياضيا يهتموا للغاية بفهم النمط أو البنية. يمكنهم أيضا الرجوع إلى مُراجعة ومنظور إزاحة. شجع الطلاب على اختبار جميع الحالات الممكنة عند التحقق من الجمل.

درس باستخدام التكنولوجيا

مدونة اطلب من الطلاب كتابة مدخلات تشرح ما الذي تعنيه عندما تكون مصفوفة المعامِلات لنظام المعادلات لا تحتوي على معكوس. تأكد من استخدام الطلاب الأمثلة في شرحهم.

مثال إضافي

2 أوجد المعكوس من كل مصفوفة، إن وجد.

a. $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -4 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b. $T = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

لا يوجد معكوس.

2 معادلات مصفوفة

مثال 3 وضح كيفية كتابة نظام معادلات لتمثيل موقف من الحياة اليومية وبعد ذلك استخدم معادلة مصفوفة للنظام.

مثال 2 أوجد معكوس المصفوفة.

أوجد المعكوس لكل من المصفوفات التالية، إن وجد.

a. $P = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

إيجاد المحدد. $\quad \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7 - (-10)$ أو 3

بما أن المحدد لا يساوي 0، P^{-1} موجودة.

تعريف معكوس المصفوفة $\quad P^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$a = 7, b = -5, c = 2, d = -1 \quad = \frac{1}{7(-1) - (-2)(5)}\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

بالتبسيط. $\quad = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{7}{3} \end{bmatrix}$

التحقق أوجد حاصل ضرب المصفوفات. إن كان حاصل الضرب يساوي I، فهي إذاً معكوسات.

$$\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{7}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{3} + \frac{10}{3} & \frac{35}{3} - \frac{35}{3} \\ -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} & \frac{10}{3} - \frac{7}{3} \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \checkmark$$

b. $Q = \begin{bmatrix} -8 & -6 \\ 12 & 9 \end{bmatrix}$

إيجاد المحدد. $\quad \begin{vmatrix} -8 & -6 \\ 12 & 9 \end{vmatrix} = -72 - (-72) = 0$

بما أن المحدد يساوي 0، Q^{-1} غير موجودة.

تمارين موجهة

2A. $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} \frac{4}{19} & \frac{7}{19} \\ \frac{1}{19} & -\frac{3}{19} \end{bmatrix}$

2B. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{-1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

تاريخ الرياضيات
سيري كوا (1642–1708)
الشهير باسم الحسابي الحكيم. حيث كان سيري كوا هو أول من وضع نظرية المحددات.

2 معادلات المصفوفة

يمكن استخدام المصفوفات لتمثيل وحل نظم المعادلات. بإمكانك كتابة **معادلة مصفوفة** لحل نظام المعادلات أدناه.

$$\begin{matrix} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x - 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

اكتب الطرف الأيسر من معادلة المصفوفة كحاصل ضرب مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات. اكتب الطرف الأيمن كمصفوفة ثوابت.

$$\begin{matrix} A & \cdot & X & = & B \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات
متغيرات النظام فقط

مصفوفة الثوابت
ثوابت النظام فقط

التدريس المتمايز ض م

المتعلمون المنطقيون اطلب من كل تلميذ كتابة مقارنة بين معكوس مصفوفة للمعكوسات الضربية والجمعية لرقم.

CH01.indb 98 8/23/2016 2:13:50 AM

نصيحة دراسية

المعكوس لا يمكنك استعمال هذه الطريقة لحل نظم المعادلات إلا إذا كانت A لها معكوس. إن لم يكن لدى A معكوس. فعندها لن يكون للنظام حل أو سيكون له عدد لا نهائي من الحلول.

ثم قم بحلّ معادلة المصفوفة بنفس الطريقة التي قد تحل بها أي معادلة أخرى.

$AX = B$	بكتابة المعادلة.	$ax = b$
$A^{-1}AX = A^{-1}B$	بضرب كل طرف في المعكوس للمعامل، إن وجد.	$\left(\frac{1}{a}\right)ax = \left(\frac{1}{a}\right)b$
$IX = A^{-1}B$	$\left(\frac{1}{a}\right)a = 1, A^{-1}A = I$	$1x = \frac{b}{a}$
$X = A^{-1}B$	$1x = x, IX = X$	$x = \frac{b}{a}$

لاحظ أن حل معادلة المصفوفة هو حاصل ضرب معكوس مصفوفة المعاملات ومصفوفة الثوابت.

مثال 3 من الحياة اليومية حلّ نظام معادلات

رابط من الحياة اليومية

ارتفع متوسط أسعار الوقود خمسة أضعاف من 0.70$ للغالون في عام 1977 إلى 3.50$ للغالون في عام 2007.

المصدر: وزارة الطاقة الأمريكية

سفر توقفت عائشة مرتين لتعبئة سيارتها بالوقود خلال رحلة بسيارتها. وكان سعر البنزين في أول محطة للوقود توقفت بها 3.75$ للغالون. بينما كان سعره في الثانية 3.50$ للغالون. فإن كان إجمالي ما اشترته عائشة 24.2 غالون وما أنفقته هو 88.05$. فما كمية الوقود التي اشترتها عائشة في كل محطة؟

نظام المعادلات الذي يمثل الموقف هو كالتالي.

$$x + y = 24.2$$
$$3.75x + 3.50y = 88.05$$

معادلة المصفوفة هي.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.75 & 3.50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.2 \\ 88.05 \end{bmatrix}.$$

الخطوة الأولى أوجد معكوس مصفوفة المعاملات التالية.

$$A^{-1} = \frac{1}{3.50 - 3.75}\begin{bmatrix} 3.50 & -1 \\ -3.75 & 1 \end{bmatrix} \text{ أو } -\frac{1}{0.25}\begin{bmatrix} 3.50 & -1 \\ -3.75 & 1 \end{bmatrix}$$

الخطوة الثانية اضرب كل طرف من طرفي معادلة المصفوفة في معكوس المصفوفة.

$$-\frac{1}{0.25}\begin{bmatrix} 3.50 & -1 \\ -3.75 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.75 & 3.50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{0.25}\begin{bmatrix} 3.50 & -1 \\ -3.75 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 24.2 \\ 88.05 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -\frac{1}{0.25}\begin{bmatrix} -3.35 \\ -2.70 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.4 \\ 10.8 \end{bmatrix}$$

الحل هو (13.4, 10.8). حيث x تمثل كمية الوقود التي اشترتها عائشة في محطة الوقود الأولى. بينما y تمثل كمية الوقود التي اشترتها في محطة الوقود الثانية.

التحقق بإمكانك التحقق من إجابتك باستخدام المعكوسات.

أدخل $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.75 & 3.50 \end{bmatrix}$ باعتبارها المصفوفة A.

أدخل $\begin{bmatrix} 24.2 \\ 88.05 \end{bmatrix}$ باعتبارها المصفوفة B.

اضرب معكوس A في B.

تمارين موجهة

3. قصص مصورة أحمد وسلمى عادا للتو من متجر للقصص المصورة يبيع قصصا مصورة جديدة ومستعملة. أنفق أحمد 11.25$ على شراء 3 قصص جديدة و4 قصص مستعملة. بينما أنفقت سلمى 15.75$ على شراء 10 قصص مستعملة و3 قصص جديدة. فإن كانت إحدى أنواع القصص المصورة تُباع بنفس الثمن كجديدة ومستعملة. فما هو سعر القصة المصورة الجديدة بالدولار؟ **2.75 $**

مثال إضافي

3 تكاليف الإيجار نادي بوستر لمدرسة نورث الثانوية يخطط إلى نزهة. تفرض شركة الإيجار 15 دولارا لإيجار ماكينة الفشار و18 دولارا لإيجار مُبرد المياه. يُنفق النادي 261 دولارا مقابل إجمالي 15 بندا. كم عدد ما تم إيجاره؟ 3 ماكينات فشار، 12 مبرد مياه

التركيز على المحتوى الرياضي

حل نظام معادلات باستخدام A^{-1} إذا كان نظام المعادلات يحتوي على حل فريد، فإن الحل يكون من خلال $X = A^{-1}B$، حيث A هي مصفوفة المعاملات، B هي مصفوفة ثابتة، و X هي مصفوفة متغير. إذا لم يوجد حلا، أو يوجد الكثير من الحلول دون حدود للنظام، فإن مصفوفة المعاملات لا تحتوي على معكوس أو ليست لها معكوس.

3 تمرين

تقويم تكويني

استخدام تمارين 1–12 للتحقق من الفهم.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

المواظبة يبدأ الطلاب المميزون في الرياضيات بالشرح لأنفسهم معنى المسألة والبحث عن نقاط مدخلات لحلهم. يضعون فرضيات حول تكوين ومعنى حلهم ويخططون طريقة حل بدلا من الانتقال إلى محاولة الحل.

إجابات إضافية

5. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{1}{3} & -2 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{5}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

8. لا يوجد

17. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

18. $\begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$

19. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{5}{3} & 1 \end{bmatrix}$

20. $\begin{bmatrix} \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{6}{7} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$

21. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{5}{6} \end{bmatrix}$

22. $\begin{bmatrix} -2 & -\frac{9}{4} \\ -1 & -\frac{5}{4} \end{bmatrix}$

23. $\begin{bmatrix} \frac{9}{74} & \frac{5}{74} \\ -\frac{2}{37} & \frac{3}{37} \end{bmatrix}$

24. $\begin{bmatrix} -\frac{4}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{7}{18} & \frac{2}{9} \end{bmatrix}$

25. $\begin{bmatrix} \frac{7}{22} & \frac{4}{11} \\ \frac{4}{11} & \frac{3}{11} \end{bmatrix}$

تحقق من مدى فهمك.

مثال 1 **حدد ما إن كان للمصفوفات في كل زوج معكوس أم لا.**

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ **لا**

2. $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ **لا**

3. $F = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ **نعم**

4. $H = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ **لا**

مثال 2 **أوجد معكوس كل من المصفوفات التالية، إن وجد.** **5–8. انظر الهامش.**

5. $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

مثال 3 **استخدم معادلة المصفوفة لحلّ نظم المعادلات التالية.**

9. $-2x + y = 9$, $x + y = 3$ **(-2, 5)**

10. $4x - 2y = 22$, $6x + 9y = -3$ **(4, -3)**

11. $-2x + y = -4$, $3x + y = 1$ **(1, -2)**

12. **مال** لدى عمر 25 قطعة نقدية من الأرباع والدايمات. فإذا كان إجمالي قيمة جميع القطع 4$. فكم عدد الأرباع وكم عدد الدايمات لدى عمر؟ **10 أرباع و15 دايماً.**

تمارين وحل مسائل

تمارين إضافية في صفحة R3.

مثال 1 **حدد ما إن كان كل زوج من المصفوفات التالية معكوسان لبعضهما أم لا.**

13. $K = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ **لا**

14. $M = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ **لا**

15. $P = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{2}{3} & 5 \end{bmatrix}$ **لا**

16. $R = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ **لا**

مثال 2 **أوجد معكوس كل من المصفوفات التالية، إن وجد.** **17–25. انظر الهامش.**

17. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

18. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

19. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

20. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}$

21. $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

22. $\begin{bmatrix} -5 & 9 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$

23. $\begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

24. $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

25. $\begin{bmatrix} -6 & 8 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

مثال 3

26. **خبز** تعد أسماء حلوى تزيين ملونة لتزيين إحدى الكعكات. وكي تحصل على الدرجة المطلوبة من اللون البنفسجي، فهي بحاجة إلى إضافة 22 ملليلتر من لون طعام تركيزه 44%. فإن كان لدى المتجر لون طعام أحمر تركيزه 25% ولون طعام أزرق تركيزه 55%. فكم عدد الملليلترات التي يجب مزجها من لوني الطعام الأحمر والأزرق لصنع الكمية اللازمة من اللون البنفسجي؟

26. 6 مل من اللون الأحمر و19 مل من اللون الأزرق

مثابرة **استخدم معادلة المصفوفة لحلّ نظم المعادلات التالية.**

27. $-x + y = 4$, $-x + y = -4$ **لا يوجد حل**

28. $-x + y = 3$, $-2x + y = 6$ $\mathbf{(-3, 0)}$

29. $x + y = 4$, $-4x + y = 9$ $\mathbf{(-1, 5)}$

30. $3x + y = 3$, $5x + 3y = 6$ $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$

31. $y - x = 5$, $2y - 2x = 8$ **لا يوجد حل**

32. $4x + 2y = 6$, $6x - 3y = 9$ $\mathbf{(1.5, 0)}$

33. $1.6y - 0.2x = 1$, $0.4y - 0.1x = 0.5$ $\mathbf{(-5, 0)}$

34. $4y - x = -2$, $3y - x = 6$ $\mathbf{(-30, -8)}$

35. $2y - 4x = 3$, $4x - 3y = -6$ $\left(\frac{3}{4}, 3\right)$

خيارات الواجب المتمايز

مستوى	واجب	خيار يومان	
AL أساسي	13-36، 38، 40-56	13-35 فرصة، 43-46	14-38 زوجي، 40-42، 47-56
OL لب	13-37 فرصة، 38، 40-56	13-35، 43-46	37، 38، 40-42، 47-56
BL متقدم	37-53، (اختياري: 54-56)		

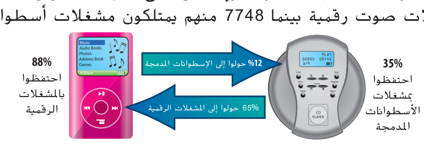
36. تعداد السكان يبين الرسم البياني نسبة الهجرة السنوية بين المدينة وضواحيها.


a. اكتب مصفوفة لتمثيل التحولات في تعداد سكان المدينة وتعداد سكان الضواحي. **انظر ملحق الإجابة للوحدة 3.**

b. يعيش حالياً 16275 نسمة في المدينة بينما يعيش 17552 نسمة في الضواحي. بافتراض استمرار التوجهات على حالها، تنبأ بعدد من سيعيشون في الضواحي العام القادم. **نحو 17839 نسمة**

c. استخدم معكوس المصفوفة من الجزء b لإيجاد عدد من كانوا يعيشون في المدينة العام الماضي. **نحو 16,587 نسمة**

B 37. موسيقى يبين المخطط التوجهات في امتلاك مشغلات الصوت الرقمية ومشغلات الأسطوانات المدمجة المحمولة على مدار الخمس أعوام الماضية في مدينة "سنترال". فإن كان جميع سكان مدينة "سنترال" يمتلكون إما مشغلات صوت رقمية أو مشغلات أسطوانات مدمجة محمولة. وإذا كان لدى مدينة "سنترال تعداد سكان ثابت يبلغ 25000 نسمة، منهم 17252 يمتلكون مشغلات صوت رقمية بينما 7748 منهم يمتلكون مشغلات أسطوانات مدمجة محمولة.



a. اكتب مصفوفة لتمثيل التحولات في ملكيات المشغلات. **انظر ملحق الإجابة للوحدة 3.**

b. بافتراض استمرار تلك التوجهات على حالها. تنبأ بعدد من سيمتلكون مشغلات صوت رقمية العام القادم. **نحو 20,218 نسمة**

c. استخدم معكوس المصفوفة من الجزء **b** لإيجاد عدد من كانوا يمتلكون مشغلات صوت رقمية العام الماضي. **نحو 4357 نسمة**

42. الإجابة النموذجية: بعض النظم في متغيرين يسهل حلها باستخدام الطرق الجبرية مثل الجمع أو الحذف. بينما قد يسهل حل النظم الأكثر تعقيداً باستخدام المصفوفات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

C 38. نقد يضع باسم وإيمان معادلات مصفوفة للنظام $5x + 7y = 19$ و$3y + 4x = 10$. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ فسر استدلالك.

باسم	إيمان
$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$

باسم؛ وضعت إيمان 3 كمعامل لـ x في المعادلة الثانية بدلاً من 4.

39. تحدٍ صف كيف تبدو معادلة مصفوفة ذات عدد حلول لا نهائية.

40. استدلال حدد ما إن كانت العبارات التالية صحيحة **دائماً**، أو **أحياناً**، أو ليست صحيحة **مطلقاً**. فسر استدلالك.

للمصفوفة المربعة معكوس ضربي.

أحياناً؛ الإجابة النموذجية: يكون للمصفوفة المربعة معكوس ضربي إن كان محددها لا يساوي 0.

41. نهاية مفتوحة اكتب معادلة مصفوفة ليس لها حل.

42. الكتابة في الرياضيات متى قد تفضل حل نظام معادلات باستخدام الطرق الجبرية، ومتى قد تفضل حله باستخدام المصفوفات؟ فسّر إجابتك.

39. يجب أن يتكون النظام من معادلتين متشابهتين أو إحداهما مضاعفات الأخرى.

41. الإجابة النموذجية: $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \end{bmatrix}$**؛ أي مصفوفة محددها يساوي 0، مثل** $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

تدريس الممارسات الرياضية

حلل الطلاب المتميزون في الرياضيات قادرون أيضا على مقارنة كفائة حجتين منطقيتين، ميز المنطق الصحيح أو حلل من ذلك أيهما معيبا وإذا كان يوجد عيبا في حجة اشرح ما هو.

CH01.indd 101 8/23/2016 2:13:54 AM

4 التقييم

الاستفادة اطلب من الطلاب شرح كيفية استخدام معادلات مصفوفية لحل أنظمة من معادلتين في متغيران.

تمارين اختبار معياري

43. يبيع متجر لبنة قراطيس لبنة بثلاثة أحجام: الصغيرة، وسعرها 0.89$؛ والمتوسطة، وسعرها 1.19$؛ والكبيرة، وسعرها 1.39$. فإن باع فيصل 52 قرطاساً في أحد الأيام، وكانت مبيعاته من الحجم المتوسط تزيد بسبعة قراطيس عما باعه من الحجم الصغير، وإن كان إجمالي مبيعاته هو 58.98$، فكم عدد قراطيس الحجم المتوسط التي باعها؟ **C**

A 11 **B** 17 **C** 24 **D** 36

44. يبين المخطط تعبيراً تقييمياً لقيم x المختلفة.

x	x^2+x+1
1	3
2	7
3	13
4	21

فإن استنتج طالب أنه بالنسبة لجميع قيم x، فإن x^2+x+1 ينتج عنها أرقام أولية، فأي قيمة من قيم x تعد مثالاً مضاداً لإثبات خطأ هذا الاستنتاج؟ **J**

F -4 **G** -3 **H** 2 **J** 4

45. إجابات قصيرة ما هو حلّ نظام المعادلات $6a + 8b = 5$ و$10a - 12b = 2$؟ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

46. SAT/ACT يصوت الطلبة في مدرسة العاصمة الثانوية كل عام لاختيار موضوع الحفل السنوي. فإن أخذ موضوع "ليلة تحت النجوم" 225 صوتاً، بينما أخذ موضوع "أفضل أوقات حياتي" 480 صوتاً. وإن كان 40% من الفتيات قد صوتوا لصالح موضوع "ليلة تحت النجوم" بينما صوت 75% من الفتيان لصالح موضوع "أفضل أوقات حياتي" فكم عدد من صوتوا من الفتيات والفتيان؟ **C**

A 176 فتى و351 فتاة

B 395 فتى و310 فتيات

C 380 فتى و325 فتاة

D 705 فتى و325 فتاة

E 854 فتى و176 فتاة

مراجعة شاملة

أوجد قيمة المحددات التالية. (درس 1–7)

47. $\begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 6 & -9 \end{vmatrix}$ -54

48. $\begin{vmatrix} 9 & -7 \\ -5 & -3 \end{vmatrix}$ -62

49. $\begin{vmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -4 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & 9 \end{vmatrix}$ 551

أوجد كل حاصل ضرب، إن أمكن. (درس 1–6)

50. $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ **50.** $\begin{bmatrix} 34 & 10 \\ -21 & -5 \end{bmatrix}$

51. $\begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ **51.** $\begin{bmatrix} -22 \\ -7 \end{bmatrix}$

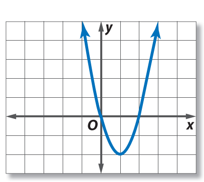
52. $\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ **مستحيل**

53. منتجات ألبان تنتج مزرعة عائلة زايد لمنتجات الألبان 200 غالون كحد أقصى من الحليب منزوع وكامل الدسم يومياً لإيصالها للمخابز والمطاعم الكبرى. فإن كان الزبائن الدائمون يحتاجون على الأقل 15 غالوناً من الحليب منزوع الدسم و21 غالوناً من الحليب كامل الدسم يومياً. وإن كان هامش الربح في غالون الحليب منزوع الدسم هو 0.82$ بينما كان هامش الربح في غالون الحليب كامل الدسم هو 0.75$. فكم عدد الغالونات التي يجب أن تنتجها المزرعة يومياً من كل نوع لتعظيم الأرباح؟ (درس 1–4) **179 غالون من الحليب منزوع الدسم و21 غالون من الحليب كامل الدسم**

مراجعة المهارات

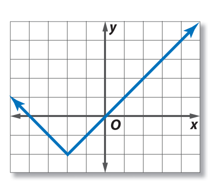
حدد نوع الدالة التي يمثلها كل تمثيل بياني.

54.



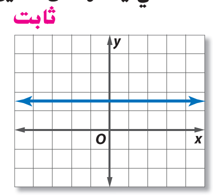
تربيعية

55.



قيمة مطلقة

56. **ثابت**



التدريس المتمايز BL

تمديد اكتب النظام التالي على اللوح.

$$-3x + y = 5$$
$$-4x - 2y = 20$$

اطلب من الطلاب استخدام أربعة طرق مختلفة (التمثيل البياني، وعن طريق اليد، وقاعدة كرامر، والمصفوفات العكسية) لحل النظام. ثم اطلب منهم مقارنة وتوضيح تباين الطرق باستخدام معايير مثل سهولة الاستخدام والسرعة. الحل للنظام هو $(-3, -4)$.

CH01.indb 102 8/23/2016 2:13:56 AM

استكشاف 8-1 معمل تكنولوجيا التمثيل البياني المصفوفات الإضافية

من خلال استخدام حاسبة تمثيل بياني، يمكنك حل نظام معادلات خطية باستخدام دالة MATRIX. تحتوي **المصفوفة الإضافية** على مصفوفة المعامل المزودة بعمود إضافي يحتوي على حدود ثابتة. يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لاختصار المصفوفة الإضافية حتى يسهل تحديد حل نظام المعادلات.

مثال

اكتب مصفوفة إضافية لأنظمة المعادلات التالية. وقم فيما بعد بحل النظام باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

$2x + y + z = 1$
$3x + 2y + 3z = 12$
$4x + y + 2z = -1$

الخطوة 1 اكتب المصفوفة الإضافية وأدخلها في حاسبة.

المصفوفة الإضافية $B = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 12 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right]$.

ابدأ بإدخال المصفوفة.

ضربات المفاتيح 2nd [MATRIX] ▶ ▶ ENTER 3 ENTER 4 ENTER 2 ENTER 1 ENTER
1 ENTER 1 ENTER 3 ENTER 2 ENTER 3 ENTER 12 ENTER
4 ENTER 1 ENTER 2 ENTER + 1 ENTER

الخطوة 2 ابحث عن شكل نسق الصف المخفض (rref) باستخدام حاسبة الرسم البياني.

ضربات المفاتيح: 2nd [MATRIX] 2nd [B] ALPHA ▶ [MATRIX] 2nd [QUIT]
ENTER) ENTER

ادرس مصفوفة النسق المخفضة. الأعمدة الثلاثة الأولى هي نفسها المصفوفة المحايدة 3×3. يمثل الصف الأول $x = -4$، ويمثل الصف الثاني $y = 3$، ويمثل الصف الثالث $z = 6$. الحل هو $(-4, 3, 6)$.

التمارين

اكتب مصفوفة إضافية لكل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حل باستخدام حاسبة التمثيل البياني. 1-6. انظر ملحق إجابة الوحدة 1.

1. $3x + 2y = -4$
   $4x + 7y = 13$

2. $2x + y = 6$
   $6x - 2y = 0$

3. $2x + 2y = -4$
   $7x + 3y = 10$

4. $4x + 6y = 0$
   $8x - 2y = 7$

5. $6x - 4y + 2z = -4$
   $2x - 2y + 6z = 10$
   $2x + 2y + 2z = -2$

6. $5x - 5y + 5z = 10$
   $5x - 5z = 5$
   $5y + 10z = 0$

1 التركيز

الهدف استخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني والمصفوفة الموسعة لنظام معادلات لحل النظام.

2 التعليم

العمل من خلال مجموعات متعاونة

ضع الطلاب في مجموعتين، مع الدمج بين القدرات. ثم اطلب من المجموعات استخدام آلاتهم الحاسبة لإكمال خطوات 1 و2 من المثال وتمرين 1.

- وضح إذا كان أحد المتغيرات غير موجود في المعادلة في نظام المعادلات، ومن ثم يكون المعامل هو صفر.
- من أجل تحديد مصفوفة موسعة صحيحة في تمرين 6، قد يجد الطلاب من المفيد إعادة كتابة المعادلة، لإيضاح 0 كمعامل للمتغيرات المفقودة في المعادلات الثانية والثالثة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال تمارين 2–6.

3 التقييم

تقويم تكويني

استخدم تمرين 6 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون كيفية حل نظام معادلات باستخدام آلة حاسبة للتمثيل البياني.

من المحدد إلى المطلق

اسأل الطلاب ما هي الطريقة التي يفضلونها لحل أنظمة معادلتين في متغيران، طريقة الآلة حاسبة للتمثيل البياني الموضحة في هذا الدعم، أم الطريقة المقدمة في درس 3–8. اطلب منهم اختيار الطرق الفضلة لديهم لحل أنظمة المعادلات. اطلب منهم شرح سبب اختياراتهم.

CH01.indb 103 8/23/2016 2:13:58 AM

الوحدة 1 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

أنظمة المعادلات والمتباينات (الدروس 1-1 و1-2)

- في طريقة الاستبدال، يتم حل معادلة واحدة لمتغير والتعويض لإيجاد قيمة المتغير الآخر. وفي طريقة الحذف، يتم حذف متغير واحد عن طريق جمع أو طرح المعادلات.
- يتم إيجاد حل نظام المتباينات عن طريق تمثيل المتباينات بالرسم البياني وتحديد تقاطع الرسوم البيانية.

البرمجة الخطية (الدرس 1-3)

- البرمجة الخطية عبارة عن طريقة لإيجاد القيم العظمى والصغرى لدالة في نظام متباينات محددة مع كل متباينة تمثل قيدًا.

أنظمة المعادلات في ثلاثة متغيرات (الدرس 1-4)

- يمكن حل نظام معادلات في ثلاثة متغيرات جبريًا باستخدام طريقة التعويض أو طريقة الحذف.

العمليات باستخدام المصفوفات (الدرسان 1-5 و1-6)

- يمكن جمع أو طرح المصفوفات. إذا كانت تشتمل على نفس الأبعاد، اجمع أو اطرح العناصر المقابلة.
- يمكن ضرب مصفوفتين فقط إذا كان عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

حل نظم المعادلات باستخدام قاعدة كرامر (الدرس 1-7)

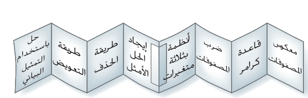
- إذا كان المحدّد غير صفري، فإن النظام يشتمل على حل فريد، أما إذا كان المحدّد يساوي 0، فإما أن النظام لا يشتمل على حل أو حلول لانهائية.

حل نظم المعادلات باستخدام معكوس المصفوفات (الدرس 1-8)

- المصفوفة المحايدة هي مصفوفة مربعة جميع عناصر القطر الرئيس 1 وأصفار في المواضع الأخرى.
- تكون المصفوفة معكوسًا للأخرى، إذا كان حاصل ضربهما هو المصفوفة المحايدة.
- لحل معادلة مصفوفة، اوجد معكوس مصفوفة المعاملات. وبعد ذلك، اضرب كل طرف من المعادلة في معكوس مصفوفة المعاملات.

FOLDABLES منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

محدود	غير متسقة
نقطة التعادل	مستقلة
مصفوفة المعاملات	معكوس المصفوفة
متسقة	المصفوفة
مصفوفة الثوابت	معادلة المصفوفة
قاعدة كرامر	إيجاد الحل الأمثل
تابعة	ثلاثي مرتب
محدّد	ثابت قياسي
قاعدة القطر	الضرب في ثابت قياسي
الأبعاد	طريقة التعويض
طريقة الحذف	غير محدود
المنطقة الحلول الممكنة	مصفوفة المتغيرات
المصفوفة المحايدة	

مراجعة المفردات

اختر المصطلح من أعلاه لإكمال كل جملة.

1. تُعرف منطقة الحلول الممكنة المفتوحة والممتدة بأنها **غير محدودة**
2. لكي يتم **إيجاد الحل الأمثل** فإن هذا يعني طلب أفضل سعر أو ربح باستخدام البرمجة الخطية.
3. تُعرف المصفوفة المشتملة على ثوابت في نظام المعادلات باسم **مصفوفة الثابت**.
4. يمكن ضرب مصفوفة في ثابت يُسمى **ثابت قياسي**
5. **أبعاد** مصفوفة مشتملة 4 صفوف و3 أعمدة 4 × 3.
6. يكون نظام المعادلات **متسق** إذا كان يشتمل على حل واحد على الأقل.
7. المصفوفة **المحايدة** عبارة عن مصفوفة مربع تساوي نفس المصفوفة في حالة ضربها في مصفوفة أخرى.
8. إن **نقطة التعادل** هي النقطة التي يساوي فيها الدخل التكلفة.
9. يكون نظام المعادلات **غير متسق** إذا لم يكن مشتملاً على أي حلول.
10. إذا كان حاصل ضرب مصفوفتين هو المحايدة، فإنهما **معكوسان**.

التقويم التكويني

مفردات رئيسة صفحة المراجع بعد كل كلمة تعني المكان الذي عُرف فيه ذلك المصطلح لأول مرة. إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة على الأسئلة 1-10، ذكّرهم بأنهم يستطيعون استخدام صفحات المراجع هذه لتنشيط ذاكرتهم بخصوص تلك المصطلحات.

FOLDABLES منظم الدراسة

مطوية® دينا زايك

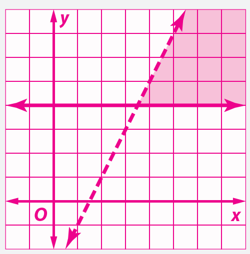
اطلب من الطلاب الاطلاع على الوحدة لتتأكد من وجود الأمثلة المضمنة فيه في مطوياتهم. اقترح أن يُحافظ الطلاب على مطوياتهم في أيديهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. وضح لهم إمكانية استعمال المطويات كأداة للمراجعة السريعة عند دراسة اختبار الوحدة.

مراجعة درس تلو الآخر

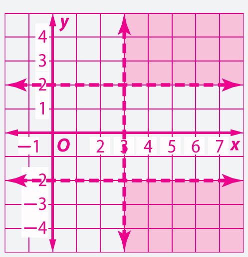
دعم إذا كانت الأمثلة المذكورة غير كافية لمُراجعة الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، ذكر الطلاب بأن مراجع الدرس توضح لهم مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

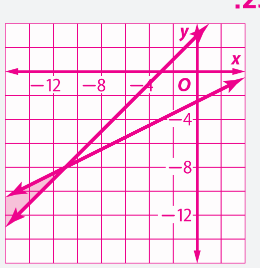
.21



.22



.23



المراجعة درس تلو الآخر

1-1 حل أنظمة المعادلات

قم بحل كل نظام من أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني.

11. $3x + 4y = 8$ **(0, 2)**
$x - 3y = -6$

12. $x + \frac{8}{3}y = 12$
$\frac{1}{2}x + \frac{4}{3}y = 6$

13. $y - 3x = 13$ **(−3, 4)**
$y = \frac{1}{3}x + 5$

14. $6x - 14y = 5$
$3x - 7y = 5$

15. رعاية الحدائق يقوم كلٌ من جمال وحسان بقص الحدائق. ويفرض جمال رسم خدمة بمبلغ $30 و$10 لكل ساعة. ويفرض حسان رسم خدمة بمبلغ $10 و$15 لكل ساعة. بعد كم ساعة سيحصل جمال وحسان على نفس المبلغ؟ **4 ساعات**

قم بحل كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام التعويض أو الحذف. **18. (1.75- ,5.25)**

16. $x + y = 6$ **(2, 4)**
$3x - 2y = -2$

17. $5x - 2y = 4$ **(−2, −7)**
$-2y + x = 12$

18. $x + y = 3.5$
$x - y = 7$

19. $3y - 5x = 0$ **(3, 5)**
$2y - 4x = -2$

20. المستلزمات المدرسية في متجر مستلزمات مكتبية، اشترت إيمان 3 مفكرات و5 أقلام حبر بمبلغ $13.75. إذا كانت المفكرة تكلف مبلغ $1.25 كزيادة على تكلفة قلم الحبر. فكم تبلغ تكلفة المفكرة؟ كم تبلغ تكلفة القلم الحبر؟ **المفكرة: $2.50; القلم الحبر: $1.25**

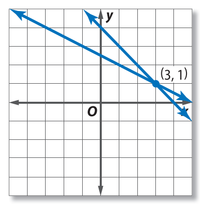
المثال 1

قم بحل نظام المعادلات بالرسم البياني.

$x + y = 4$

$x + 2y = 5$

مثل المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي.
حل النظام هو (3, 1).



12. العديد من الحلول لا نهاية لها
14. لا يوجد حل

المثال 2

قم بحل نظام المعادلات باستخدام التعويض أو الحذف.

$3x + 2y = 1$

$y = -x + 1$

عوض بـ $-x + 1$ عن y في المعادلة الأولى. ثم قم بالحل لإيجاد y.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 1 \\ 3x + 2(-x + 1) &= 1 \\ 3x - 2x + 2 &= 1 \\ x + 2 &= 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -x + 1 \\ &= -(-1) + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

الحل هو (−1, 2).

1-2 حل أنظمة المتباينات بالرسم البياني

قم بحل كل نظام من أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني.

21. $y < 2x - 3$
$y \geq 4$

22. $|y| > 2$
$x > 3$

23. $y \geq x + 3$
$2y \leq x - 5$

24. $y > x + 1$
$x < -2$

25. المجوهرات تقوم زينب بتصنيع المجوهرات لبيعها في متجر ملابس أمها. ولا تقضي من وقتها سوى 3 ساعات في صناعة المجوهرات في أيام السبت. وتستغرق 15 دقيقة في إعداد مستلزماتها و25 دقيقة في تصنيع كل قلادة. ارسم رسمًا بيانيًا يمثل هذا. **21–25. انظر الهامش.**

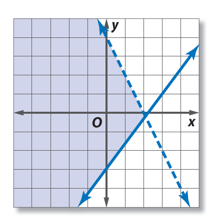
المثال 3

قم بحل نظام المتباينات بالتمثيل البياني.

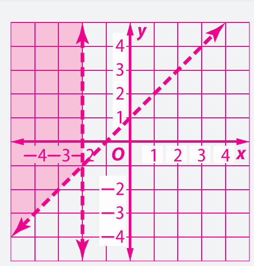
$y \geq \frac{3}{2}x - 3$

$y < 4 - 2x$

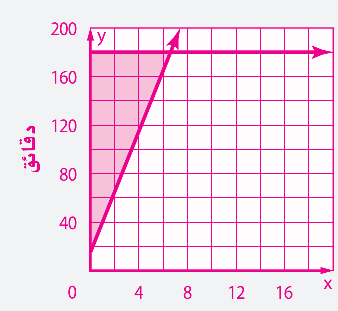
يتمثل حل النظام في المنطقة التي تحقق تستوفي كلتا المتباينتين. وحل هذا النظام عبارة عن المنطقة المظللة.



.24



.25



الوحدة 1 دليل الدراسة والمراجعة تابع

1-3 إيجاد الحل الأمثل عن طريق البرمجة الخطية

26. **الزهور** يستطيع بائع زهور القيام بترتيب كبير في 18 دقيقة أو ترتيب بسيط في 10 دقائق.
ويقوم بعدد ترتيبات بسيطة تعادل ضعف الترتيبات الكبيرة على الأقل. ويستطيع بائع الزهور العمل لمدة 40 ساعة فقط في الأسبوع. يبلغ ربح الترتيبات البسيطة $10 وربح الترتيبات الكبيرة $25. أوجد عدد ونوع الترتيبات التي يجب أن يقدمها بائع الزهور لزيادة الربح. **126 ترتيبًا بسيطًا و63 ترتيبًا كبيرًا**

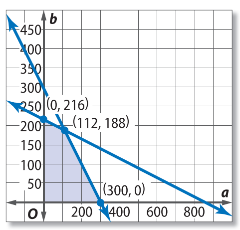
27. **التصنيع** تقوم شركة تصنيع أحذية بتصنيع أحذية كرة القدم في الهواء الطلق وداخل القاعة. وهناك عملية من خطوتين لنوعي الأحذية هذين. ويتطلب كل زوج أحذية للعب في الهواء الطلق استغراق ساعتين في الخطوة واحد وساعة واحدة في الخطوة اثنين. وينتج ربحًا قدره $20. ويتطلب كل زوج أحذية للعب داخل القاعة استغراق ساعة واحدة في الخطوة و3 ساعات في الخطوة اثنين. وينتج ربحًا قدره $15. يتوفر لدى الشركة 40 ساعة عمل يوميًا للخطوة واحد و60 ساعة للخطوة اثنين. ما أقصى ربح لشركة التصنيع؟ ما مجموعة الأحذية الخاصة بهذا الربح؟
$480; 12 في الهواء الطلق، 16 داخل القاعة

المثال 4

يزرع بستاني أنواع أعشاب في حديقة تبلغ مساحتها 5184 بوصة مربعة. ويتطلب العشب A توفر مساحة 6 بوصات مربعة، ويتطلب العشب B توفر مساحة 24 بوصة مربعة. ولن يزرع البستاني أكثر من 300 نبات. إذا كان يمكن بيع العشب A بمبلغ $8 وبيع العشب B بمبلغ $12، فكم العدد الذي يجب بيعه من كل عشب لزيادة الدخل؟

على افتراض أن a = عدد من العشب A وb = عدد العشب B.

$a \geq 0, b \geq 0$
و$6a + 24b \leq 5184$
و$a + b \leq 300$



قم بتمثيل المتباينات بالرسم البياني. رؤوس منطقة الحلول الممكنة هي $(0, 0)$ و$(300, 0)$ و$(0, 216)$ و$(112, 188)$
دالة الربح هي $f(a, b) = 8a + 12b$.

تحدث القيمة العظمى البالغة $3152 عند $(112, 188)$. ولذلك، يجب على البستاني زرع 112 من العشب A، و188 من العشب B.

1-4 أنظمة المعادلات في ثلاثة متغيرات

قم بحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

28. $a - 4b + c = 3$
$b - 3c = 10$
$3b - 8c = 24$
(−23, −8, −6)

29. $2x - z = 14$
$3x - y + 5z = 0$
$4x + 2y + 3z = -2$
(5, −5, −4)

30. **المتنزهات** ذهب أحمد ومحمد وحسن إلى أحد المتنزهات. واشتروا وجبات خفيفة من نفس البائع. ووجباتهم الخفيفة والمبلغ الذي تم دفعه مقابلها مسجلة في الجدول. كم بلغت تكلفة كل وجبة خفيفة؟

الاسم	الشطائر	الفشار	الصودا	السعر
أحمد	1	2	3	$15.25
محمد	2	0	3	$14.00
حسن	1	2	1	$10.25

الشطيرة: $3.25; الفشار: $2.25; الصودا: $2.50

المثال 5

قم بحل نظام المعادلات.

$$x + y + 2z = 6$$
$$2x + 5z = 12$$
$$x + 2y + 3z = 9$$

$2x + 2y + 4z = 12$ — المعادلة 1 × 2
$(-)\ x + 2y + 3z = 9$ — المعادلة 3
$x + z = 3$ — الطرح

قم بحل نظام المعادلتين.

$2x + 5z = 12$ — المعادلة 2
$(-)\ 2x + 2z = 6$ — $2 \times (x + z = 3)$
$3z = 6$ — اطرح
$z = 2$ — قم بقسمة كل طرف على 3

عوّض بـ 2 مكان z في إحدى المعادلات المشتملة على متغيرين، وقم بالحل لإيجاد y. وبعد ذلك، عوّض بـ 2 مكان z والقيمة التي حصلت عليها مكان y في معادلة من النظام الأصلي لإيجاد x.

الحل هو $(1, 1, 2)$.

إجابات إضافية

.33a سعر الشراء: $\begin{bmatrix} 15 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}$;

.33b سعر البيع: $\begin{bmatrix} 35 \\ 55 \\ 85 \end{bmatrix}$;

.33c $\begin{bmatrix} 35 \\ 55 \\ 85 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \\ 55 \end{bmatrix}$

1-5 العمليات باستخدام المصفوفات

قم بإجراء العمليات المُشار إليها. إذا لم تكن المصفوفة موجودة، فاكتب مستحيل.

31. $3\left(\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}\right)$ $\begin{bmatrix} -3 & 27 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$

32. $\begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 11 \\ -8 \end{bmatrix}$

33. **البيع بالتجزئة** تشتري سلسلة دبي مول القمصان، وبناطيل الجينز، والأحذية من الشركة المصنعة، وتضيف إليها المبلغ الإضافي لسعر التكلفة، ثم تبيعها. يعرض الجدول سعر الشراء وسعر البيع.

الصنف	سعر الشراء	سعر البيع
القمصان	$15	$35
بناطيل الجينز	$25	$55
الأحذية	$30	$85

A. اكتب مصفوفة لسعر الشراء. **A–C. انظر الهامش.**

B. اكتب مصفوفة لسعر البيع.

C. استخدم عمليات المصفوفات لإيجاد ربح قميص واحد، وزوج واحد من بناطيل الجينز، وزوج أحذية واحد.

المثال 6

أوجد $2A + 3B$ إذا كان

$A = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$.

$2B = 2\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$

$3A = 3\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 27 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$2B + 3A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 27 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 29 & 11 \\ 9 & 20 \end{bmatrix}$

المثال 7

أوجد $3C - 5D$ إذا كان $C = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$ و $D = [8 \quad 9]$.

$3C - 5D = 3\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix} - 5[8 \quad 9]$.

نظرًا لأن الأبعاد مختلفة، لا يمكنك طرح المصفوفات.

1-6 مصفوفات الضرب

أوجد حاصل ضرب كل مصفوفة، إن أمكن.

34. $[3 \quad -7] \cdot \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \end{bmatrix}$ $[62]$

35. $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -12 & 17 \\ 82 & 26 \end{bmatrix}$

36. $\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 0 & -3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 8 & -5 \\ 12 & 0 & 9 \\ 4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$ **غير محدد**

37. **البقالة** اشترت بسمة 1 جالون من الحليب، وتفاحتين، و4 وجبات عشاء مجمدة، وعلبة واحدة من الحبوب. تعرض المصفوفة التالية أسعار كل عنصر، على التوالي.

$[\$2.59 \quad \$0.49 \quad \$5.25 \quad \$3.99]$

استخدم ضرب المصفوفة لإيجاد المبلغ الإجمالي للأموال التي أنفقتها بسمة في متجر البقالة. **$28.56**

المثال 8

ابحث عن XY إذا كان .

$X = \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$.

$XY = \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ اكتب معادلة

$= \begin{bmatrix} (0)8 + (-6)(-1) \\ (3)8 + 5(-1) \end{bmatrix}$ اضرب الأعمدة في الصفوف

$= \begin{bmatrix} 6 \\ 19 \end{bmatrix}$ حوّل لأبسط صورة

الوحدة 1 دليل الدراسة والمراجعة تابع

1-7 حل أنظمة المعادلات باستخدام قاعدة كرامر

أوجد قيمة كل محدِّد.

38. $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -3 \end{vmatrix}$ **−34**

39. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ **−44**

استخدم قاعدة كرامر لحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

40. $3x - y = 0$
$5x + 2y = 22$ **(2, 6)**

41. $5x + 2y = 4$
$3x + 4y + 2z = 6$
$7x + 3y + 4z = 29$ **(2, −3, 6)**

42. **المجوهرات** دفعت إسراء مبلغ $98.25 مقابل 3 قلائد وزوجين من الأقراط. ودفعت أسماء مبلغ $133.50 مقابل قلادتين و4 أزواج من الأقراط. استخدم قاعدة كرامر لمعرفة تكلفة القلادة الواحدة وتكلفة زوج واحد من الأقراط.

القلادة: $15.75؛ زوج أقراط: $25.50

المثال 9

أوجد قيمة $\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$.

$\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 4(5) - (-6)(2)$ تعريف المحدِّد

$= 20 + 12$ أو 32 قم بالتحوّل لأبسط صورة.

المثال 10

استخدم قاعدة كرامر لحل $2a + 6b = -1$ و$a + 8b = 2$.

$b = \dfrac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}}$ قاعدة كرامر $a = \dfrac{\begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}}$

$= \dfrac{4 + 1}{16 - 6}$ قم بتقييم كل محدِّد. $= \dfrac{-8 - 12}{16 - 6}$

$= \dfrac{5}{10}$ أو $\dfrac{1}{2}$ قم بالتحويل لأبسط صورة $= \dfrac{-20}{10}$ أو -2

الحل $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

1-8 حل أنظمة المعادلات باستخدام معكوس المصفوفات

اعثر على معكوس كل مصفوفة، إن وُجِد.

43. $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

44. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -13 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 13 & 5 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$

45. $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$ **لا يوجد أي معكوس**

استخدم معادلة مصفوفة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

46. $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ **(8, −12)**

47. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ **(1 ,2)**

48. **الأغذية الصحية** تبيع سناء المكسرات والزبيب بالرطل. واشترت صفاء رطلين من المكسرات ورطلين من الزبيب بمبلغ $23.50. واشترى خالد 3 أرطال من المكسرات ورطلاً واحدًا من الزبيب بمبلغ $22.25. كم تبلغ تكلفة رطل المكسرات ورطل الزبيب؟ **المكسرات: $5.25 لكل رطل؛ الزبيب: $6.50 لكل رطل**

المثال 11

قم بحل $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 36 \end{bmatrix}$.

الخطوة 1 أوجد معكوس مصفوفة المعامل.

$A^{-1} = \dfrac{1}{-12 - (-15)}\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ أو $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

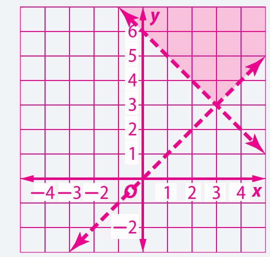
الخطوة 2 اضرب كل طرف في المصفوفة المعكوسة.

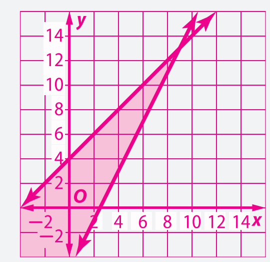
$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 \\ 36 \end{bmatrix}$$

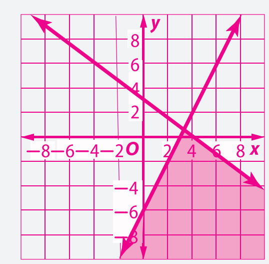
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 90 \\ 27 \end{bmatrix}$$

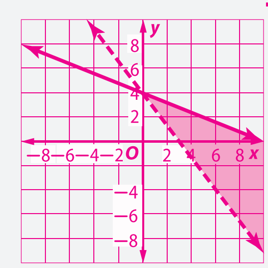
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 9 \end{bmatrix}$$

إجابات إضافية (اختبار تمارين)

.6


.7


.8


.9


12. $\begin{bmatrix} -12a - 8 \\ 12 \\ 5 \end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix} -6 & -12 \\ -28 & 4 \end{bmatrix}$

14. $\begin{bmatrix} 6 \\ -19 \\ -5 \end{bmatrix}$

15. مستحيل

CH01.indb 108 8/23/2016 2:14:10 AM

الوحدة 1 اختبار تمرين

قم بحل كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام الاستبدال أو الاستبعاد. .2 $\left(-\frac{2}{3}, -1\right)$

1. $y = x + 4$
   $x + y = -12$ **(−8, −4)**

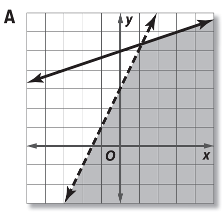
2. $3x + 5y = -7$
   $6x - 4y = 0$

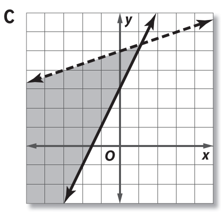
3. $5x + 2y = 4$
   $3y - 4x = -40$ **(4, −8)**

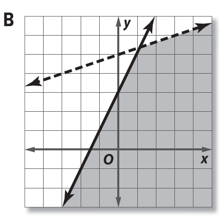
4. $8x - 3y = -13$
   $-3x + 5y = 1$ **(1– ,2 –)**

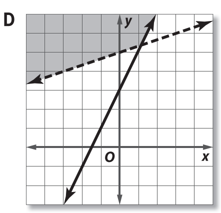
.5 **اختيار من متعدد** ما الرسم البياني الذي يوضح حل نظام المتباينات؟ **B**

$$y \leq 2x + 3$$
$$y < \frac{1}{3}x + 5$$

A


C


B


D


6–9. انظر الهامش.

قم بحل كل نظام من متباينات بالرسم البياني.

6. $x + y > 6$
   $x - y < 0$

7. $y \geq 2x - 5$
   $y \leq x + 4$

8. $3x + 4y \leq 12$
   $6x - 3y \geq 18$

9. $5y + 2x \leq 20$
   $4x + 3y > 12$

.10 **الصالونات** تعمل ماجدة العشري فني أظافر. وتخصص 20 دقيقة لصباغة الأظافر و45 دقيقة للباديكير في يوم عملها لمدة 7 ساعات. لا يمكن جدولة أكثر من 5 عمليات باديكير كل يوم. تبلغ الأسعار 18$ لصباغة الأظافر و45$ للباديكير. كم عدد عمليات صباغة الأظافر والباديكير التي يجب على السيدة العشري جدولتها لزيادة دخلها اليومي؟ وما أقصى دخل يومي لها؟ **9 عمليات لصباغة أظافر و5 عمليات باديكير؛ 387$**

.11 **كرة القدم** في الجامعة احتل عبد الرحمن يوسف من دبي المركز الثاني في تصويت كأس الجامعات بشكل عام. ويتم منح اللاعبين 3 نقاط لكل صوت في المركز الأول. ونقطتين لكل صوت في المركز الثاني. ونقطة واحدة مقابل كل صوت في المركز الثالث. وحصل عبد الرحمن على إجمالي 490 صوتًا للمركز الأول والثاني والثالث، بإجمالي 878 نقطة. إذا كان لديه أكثر من 4 أضعاف أصوات المركز الثاني والمركز الثالث. فما عدد الأصوات التي حصل عليها لكل مركز؟ **45 الأول، 298 الثاني، 147 الثالث**

قم بإجراء العمليات المُشار إليها. إذا لم تكن المصفوفة موجودة، فاكتب مستحيل. **12–15. انظر الهامش.**

12. $-3\begin{bmatrix} 4a \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$

14. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} -5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

.16 **اختيار من متعدد** ما قيمة

$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{vmatrix}$? **F**

F -44

H $\frac{1}{44}$

G $-\frac{1}{44}$

J 44

اعثر على معكوس كل مصفوفة، إن وُجد.

17. $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

18. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

19. $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ **لا يوجد أي معكوس.**

20. $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ **لا يوجد أي معكوس.**

استخدم قاعدة كرامر لحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

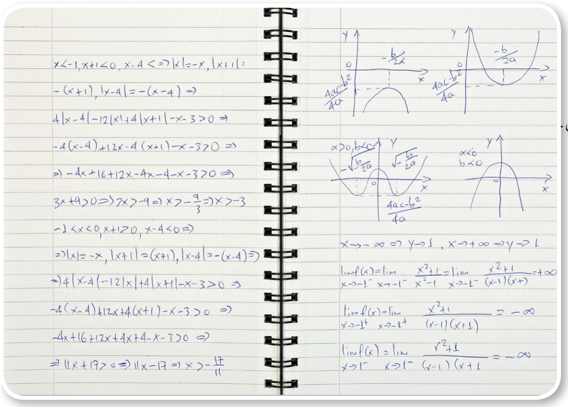
21. $2x - y = -9$ **(−5 ,2)**
    $x + 2y = 8$

22. $x - y + 2z = 0$ **(2 ,4, −1)**
    $3x + z = 11$
    $-x + 2y = 0$

الوحدة 1 الإعداد للاختبارات المعيارية

الأسئلة ذات الإجابات المختصرة

تتطلب الأسئلة ذات الإجابات المختصرة منك تقديم حل للمسألة، إلى جانب طريقة، و/أو شرح، و/أو تبرير يتم استخدامه للتوصل إلى الحل.



استراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات المختصرة

يتم تصنيف الأسئلة ذات الإجابات المختصرة عادةً باستخدام **قاعدة**، أو دليل تسجيل. فيما يلي مثال على قاعدة تسجيل الأسئلة ذات الإجابات المختصرة.

قاعدة التسجيل

المعايير	النتيجة
الرصيد الكامل: الإجابة صحيحة، وتم تقديم شرح كامل يوضح كل خطوة.	2
الرصيد الجزئي: • الإجابة صحيحة ولكن الشرح غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن الشرح صحيح.	1
لا يوجد رصيد: إما أنه لم يتم تقديم إحدى الإجابات أو أن الإجابة غير ذات مغزى.	0

وفي حل الأسئلة ذات الإجابات المختصرة، تذكر ...

- شرح استدلالك أو ذكر نهجك في حل المسألة.
- إظهار عملك بالكامل أو خطوات منه.
- تحديد إجابتك إذا كان هناك متسع من الوقت.

مثال اختبار معياري

اقرأ المسألة. حدد ما يلزمك معرفته. واستخدم فيما بعد المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

تفرض الشركة A رسمًا شهريًا بمبلغ $14.50 بالإضافة إلى $0.05 لكل دقيقة لخدمة الهاتف الخلوي. وتفرض الشركة B مبلغ $20.00 لكل شهر بالإضافة إلى $0.04 لكل دقيقة. فما عدد الدقائق التي ستكون فيها التكلفة الشهرية الإجمالية نفس الشيء بالنسبة للشركتين؟

اقرأ المسألة بعناية. يتم منحك معلومات عن شركتي الهاتف الخلوي المختلفتين والتكلفة الشهرية لكلٍّ منهما. ونظرًا لأن الموقف ينطوي على مبلغ ثابت وسعر متغير، يمكنك إعداد وحل نظام معادلات.

مثال لجواب من نقطتين:

قم بإعداد وحل نظام معادلات.

الرسم الموحد + السعر × الدقائق = التكاليف الإجمالية

التكاليف الإجمالية = y، الدقائق المستخدمة = x.

$y = 14.5 + 0.05x$ (الشركة A)

$y = 20 + 0.04x$ (الشركة B)

110

1 التركيز

الهدف استخدام استراتيجية حل الأسئلة ذات الإجابات المختصرة لحل تمارين الاختبارات المعيارية.

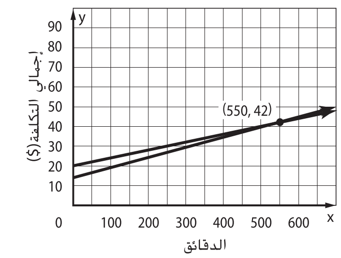
2 التعليم

أسئلة داعمة

سؤال:

- ما هو الفارق بين سؤال مختصر الإجابة وسؤال الاختيار من متعدد؟ نموذج إجابة: لا يقدم سؤال الإجابة المختصرة قائمة إجابات محتملة للاختيار من بينهم. يجب كتابة الإجابة.
- هل حصلت من قبل على رصيد جزئي لإجابة سؤال الإجابة المختصرة؟ وإذا كان كذلك، وضح كيفية تحديد الرصيد. نموذج إجابة: إعطاء رقما صحيحا ولكن مسمى خطأ، إعطاء إجابة ولكن لا توضح شرح أو خطوات في الحل

قم بحل النظام بواسطة الرسم البياني.



الحل هو (550, 42). ولذلك، إذا كان العميل في كل شركة يستخدم 550 دقيقة، فإن التكلفة الشهرية تبلغ $42.

تم ذكر الخطوات، والعمليات الحسابية، والاستدلال بوضوح. كما أن الطالب يتوصل إلى الإجابة الصحيحة. وبالتالي، فإن هذا الجواب يستحق نقطتين كاملتين.

3. إجابة نموذجية: $4.75b + 6.5p \le 50,\ b \ge 2,\ p \ge 2$؛ راجع الرسوم البيانية للطلاب؛ 4 فرشات و4 أقلام رصاص، 5 فرشات و4 أقلام رصاص، 6 فرشات و3 أقلام رصاص

التمارين

اقرأ كل مسألة. واستخدم فيما بعد المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. اقترض أحمد ومحمد مبلغ $1400 لبدء عمل قص الحدائق. ويحددان لعملائهما تكلفة قدرها $45 لكل حديقة. ويكسبون مبلغ $10.50 في النفقات التشغيلية مع كل حديقة يقومان بقصها. فكم عدد الحدائق التي يجب عليهما قصها للبدء في جني ربح؟ **41**

2. تم رسم دائرة بنصف قطر r حول مربع. ما النسبة الدقيقة لمساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟ $\frac{\pi}{2}$

3. يستطيع السيد وائل إنفاق ما لا يزيد على مبلغ $50 على المستلزمات الفنية. تبلغ تكلفة كل عبوة من عبوات فرشات الطلاء $4.75، وتبلغ تكلفة كل علبة من علب أقلام الرصاص الملونة $6.50. إنه يريد شراء عبوتين من كل مستلزم من المستلزمات على الأقل.
اكتب نظام متباينات، وقم بتخطيط المنطقة الممكنة على شبكة إحداثية. قدّم ثلاثة حلول مختلفة للنظام.

4. تبيع منال قلائد محفورة عبر الإنترنت. وتشتري 50 قلادة بمبلغ $400، وتكلفها كل عملية حفر خاصة مبلغ $3 إضافيًا. إذا فرضت تكلفة $20 لكل قلادة، فكم عدد القلائد التي يجب عليها بيعها لكسب ربح بمبلغ $225 على الأقل؟ **39**

5. باع مركز توزيع سيارات 7378 سيارة خلال عام 2011. ومَثل هذا العدد زيادة نسبتها 8.5% مقارنةً بعدد السيارات المباعة خلال عام 2010. فما الزيادة في عدد السيارات المباعة خلال عام 2011؟ **578**

6. تبلغ نسبة جانبي مثلثين 3:5. إذا كانت مساحة المثلث الكبير 600 سنتيمتر مربع، فما مساحة المثلث الصغير؟ **$216\ cm^2$**

7. امتلك ريان مبلغ $35 في حساب وفورات، وبدأ في إضافة مبلغ $25 أسبوعيًا. وفي الوقت نفسه، امتلكت أخته عائشة مبلغ $365 في حسابها، وبدأت في إنفاق $30 أسبوعيًا. بعد كم أسبوع سيمتلك ريان وعائشة نفس المبلغ في حسابي وفوراتهما؟ **6 أسابيع**

8. يريد مخطط مدن تشييد رصيف مشاة بشكل قطري في حديقة مستطيلة الشكل.
ويبلغ مقاس هذه الحديقة 140 قدمًا في 225 قدمًا. وسيكلف تشييد رصيف المشاة مبلغ $30 لكل قدم. فكم ستبلغ التكلفة الإجمالية لرصيف المشاة؟ **$7950**

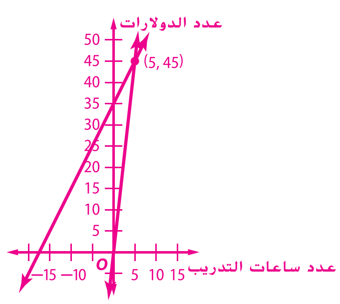
مثال إضافي

اقترض صامويل 35 دولارا لشراء آلة حاسبة للتمثيل البياني مستعملة. يفرض 9 دولارا في الساعة لتدريس آخرين بخصوص كيفية استخدام الآلة الحاسبة للتمثيل البياني. يُدرس فقط لعميل واحد لمدة ساعة واحدة يوميا في المكتبة العامة. يُنفق 2 دولار لإيقاف السيارة عند المكتبة. كم عدد ساعات التدريس الواجبة للحصول على ربح؟

استعد وحل نظام المعادلات.
إذا كان x = عدد ساعات التدريس،
وإذا كان y = عدد الدولارات.

إجمالي الدخل	إجمالي التكلفة
$9x = y$	$2x + 35 = y$

حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني:



الحل هو (5، 45). هذه هي نقطة التعادل. إذا درس صامويل أكثر من 5 ساعات، سيحصل على ربح.

3 التقويم

استخدام تمارين 1–8 للتحقق من فهم الطلاب

تشخيص أخطاء الطلاب

ادرس إجابات الطلاب عن كل عنصر. قد توضح توجهات الصف الأخطاء الشائعة والمفاهيم الخاطئة.

.1 A إساءة تفسير الكلمة الرئيسة بخصوص العملية
B صحيح
C إساءة تفسير الكلمة الرئيسة بخصوص العملية
D عكس المصفوفتين

.2 F جمع عناصر بدلا من الضرب
G صحيح
H تخمين
J لم يفهم عندما عُرف ضرب مصفوفة

.3 A صحيح
B لا يستخدم خاصية التوزيع بصورة صحيحة
C لا يستخدم خاصية التوزيع بصورة صحيحة
D تخمين

.4 F إيجاد خاطئ لمجموع حاصل ضرب الأقطار
G إيجاد خاطئ لمجموع حاصل ضرب الأقطار
H إيجاد خاطئ لمجموع حاصل ضرب الأقطار
J صحيح

.5 A إيجاد عدد البندورة المُباعة
B استخدام معادلة مصفوفة خاطئة
C استخدام معادلة مصفوفة خاطئة
D صحيح

.6 F صحيح
G عكس الصفوف مع الأعمدة
H عد العناصر بدلا من الأعمدة
J تخمين

.7 A عدم عكس رمز متباينة عند إجراء عملية ضرب أو قسمة على سالب
B تخمين
C طرح 6– 7 قبل إيجاد قيمة عبارة قيمة مطلقة
D صحيح

الوحدة 1

تمارين اختبار معياري

تراكمي، الفصول من 1 إلى 3

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. املأ فيها بعد الإجابة الصحيحة في مستند الإجابات الذي يقدمه لك المدرس أو على ورقة.

.1 تعرض المصفوفة L متوسط درجة الحرارة المنخفضة. بالفهرنهايت، كل شهر يعيش فيه فوزي. تعرض المصفوفة H متوسط درجة الحرارة العالية الشهرية.

$$L = \begin{bmatrix} 24.1 & 27.7 & 35.9 \\ 44.1 & 53.6 & 62.2 \\ 66.4 & 64.9 & 57.9 \\ 46.4 & 37.3 & 28.4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 39.9 & 45.2 & 55.3 \\ 65.1 & 74.0 & 82.3 \\ 85.9 & 84.6 & 78.1 \\ 66.9 & 54.5 & 44.3 \end{bmatrix}$$

ما العملية التي تستخدمها لإيجاد الفرق بين متوسط درجة الحرارة المرتفعة ومتوسط درجة الحرارة المنخفضة كل شهر؟ **B**

A $L + H$ **C** $H \times L$
B $H - L$ **D** $L - H$

.2 أوجد $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot [3 \quad 1]$، إن أمكن. **B**

A $[-3]$ **C** $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$
B $[11]$ **D** غير محدد

.3 ما المعادلة المساوية لـ

$4x - 3(2x + 7) = 5x$? **A**

A $-2x - 21 = 5x$ **C** $-2x + 21 = 5x$
B $-2x + 7 = 5x$ **D** $6x - 7 = 5x$

نصيحة تلقي الاختبار

السؤال 2 نتيجة مصفوفة 1 في 2 ومصفوفة 2 في 1 هي مصفوفة 1 في 1. ولذلك، يمكن استبعاد اختيارات الإجابات **H** و**J**.

.4 المثلث DEF له الرؤوس $D(-2, 6)$، $E(5, 3)$، و$F(8, -7)$. قيِّم العامل المحدد أدناه لإيجاد مساحة المثلث. **D**

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 8 & -7 & 1 \end{vmatrix}$$

A 54.5 square units
B 58 square units
C 60 square units
D 61.5 square units

.5 بفرض أن كاندال يبيع التفاح والطماطم في سوق المزارعين. إذا باع 280 ثمرة في الصباح وربح \$65.20. فكم عدد التفاح الذي باعه؟ **D**

الثمرة	التكلفة
التفاح	\$0.25
الطماطم	\$0.20

A 96 **C** 168
B 126 **D** 184

.6 ما أبعاد $D = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 9 & 2 \\ 1 & 0 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$? **A**

A 4×2
B 2×4
C 4×8
D 8×4

.7 ما مجموعة حل $-6 \leq |x + 7| - 2$? **D**

A $\{x \mid -15 \leq x \leq 1\}$
B $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
C $\{x \mid x \leq -1$ أو $x \geq 3\}$
D $\{x \mid x \leq -15$ أو $x \geq 1\}$

الإجابة على ورقة التمارين

اطلب من التلاميذ حل اختبار معياري من خلال تسجيل إجاباتهم على ورق تسجيل التمارين.

خيار الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 4 حدد للتلاميذ التمارين في صفحة 217 كنشاط منزلي لتقييم ما إذا كانوا يمتلكون المهارات القبلية المطلوبة للوحدة التالي.

إجابة إضافية

10ب. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.1 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 2.75 \end{bmatrix}$

جواب مختصر/جواب شبكي

سجِّل إجاباتك في مستند الإجابات الذي يقدمه لك المدرس أو على ورقة.

8. هل تشتمل المصفوفة B على معكوس؟ اشرح لماذا نعم ولماذا لا.

$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$

إجابة نموذجية: لا. محدِّد المصفوفة هو 0، لذا فإنه لا يشتمل على معكوس.

9. جواب شبكي قم بتقييم محدِّد $W = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. **1**

10. تمتلك فايزة 14 ربعًا ودايمًا. والقيمة الإجمالية لجميع العملات تساوي 2.75$. استخدم هذه المعلومات للإجابة عن كل سؤال.

A. على افتراض أن d يمثل عدد الدايمات التي تمتلكها فايزة، وعلى افتراض أن q يمثل عدد الأرباع. اكتب نظام المعادلات لتمثيل الموقف. $d + q = 14;\ 0.1d + 0.25q = 2.75$

B. اكتب معادلة مصفوفة يمكن استخدامها لحل d وq. **انظر الهامش.**

C. قم بحل معادلة المصفوفة باستخدام المعكوسات. كم عدد الدايمات والأرباع التي تمتلكها فايزة؟
5 دايمات، 9 أرباع

11. جواب شبكيّ تستخدم نورا شبكة إحداثية لتصميم أرضية جديدة للفناء الخلفي الخاص بها. وتم تمثيل الأرضية بتقاطع $y \le 20$، و$x \le 16$، و$y \ge 0$، و$x \ge 0$، و$32 + y \le -x$. إذا كانت كل وحدة في الشبكة الإحداثية تمثل 1 قدم، فما مساحة الأرضية؟ عبِّر عن إجابتك بالقدم المربع. **312**

12. ما إحداثيات التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y للرسم البياني $2y = 4x + 3$ ؟

$\left(-\frac{3}{4}, 0\right); \left(0, \frac{3}{2}\right)$

جواب مفصل

قم بتسجيل إجاباتك على ورقة. ووضح عملك.

13. افترض أن تهاني تخبز الكعك والفطائر المستديرة لبيع المخبوزات. وتستهلك كل صينية من الكعك 5 أكواب من الدقيق وكوبين من السكر. وتستهلك كل صينية من الفطائر المستديرة 5 أكواب من الدقيق وكوبًا واحدًا من السكر. ويتوفر لديها 40 كوبًا من الدقيق و15 كوبًا من السكر للخبز. وستكسب تهاني ربحًا قدره 12$ لكل صينية كعك يتم بيعها وربحًا قدره 8$ لكل صينية فطائر مستديرة يتم بيعها.

a. على افتراض أن x تمثل عدد صينيات الكعك المخبوزة، وعلى افتراض أن y تمثل عدد صينيات الفطائر المستديرة المخبوزة. اكتب نظام المتباينات لتمثيل العدد المختلف للصينيات التي تستطيع تهاني خبزها.
$x \ge 0,\ y \ge 0,\ 5x + 5y \le 40,\ 2x + y \le 15$

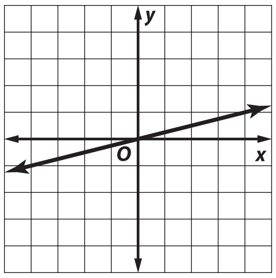
b. وضح بالرسم البياني نظام المتباينات لإظهار المنطقة الممكنة. سجِّل إحداثيات قمم المنطقة الممكنة. **انظر الرسوم البيانية للطلاب؛ (0، 0)، (0، 8)، (7.5، 0)، (7، 1).**

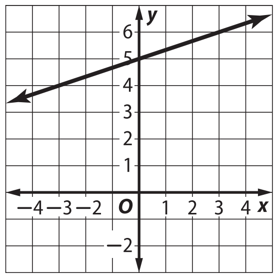
c. اكتب دالة ربح لبيع x صينية كعك وy صينية فطائر مستديرة. $P = 12x + 8y$

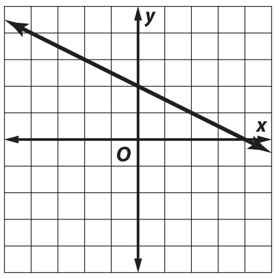
d. ما عدد صينيات الكعك والفطائر المستديرة التي يجب على تهاني خبزها لزيادة الربح؟ وكم سيبلغ الربح الإجمالي؟

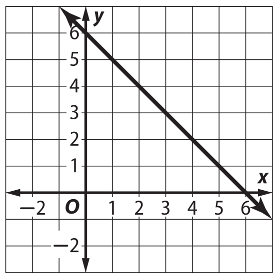
7 صواني من الكعك وصينية واحدة من الفطائر المستديرة؛ 92$

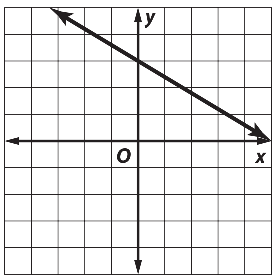
Get Ready for Chapter 1

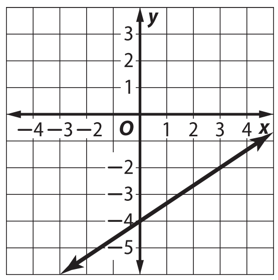
1.


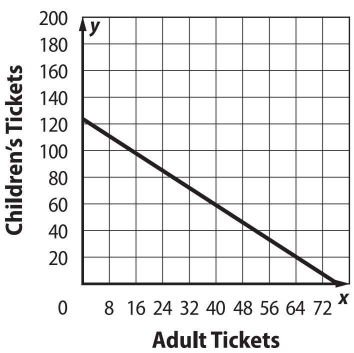
2.


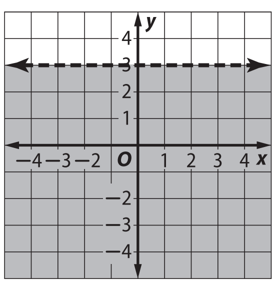
3.


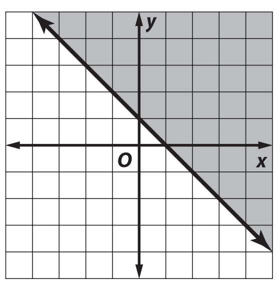
4.


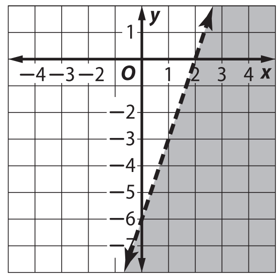
5.


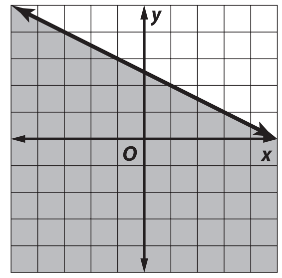
6.


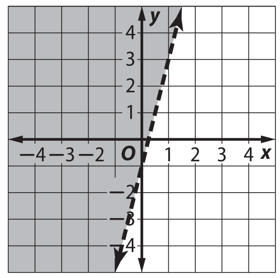
7b.


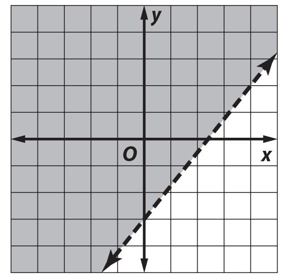
8.


9.


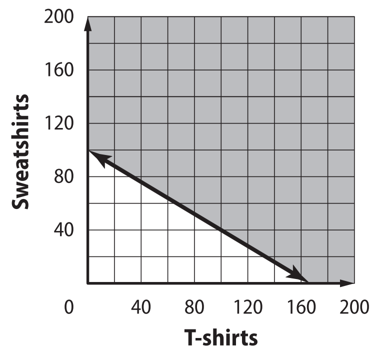
10.


11.


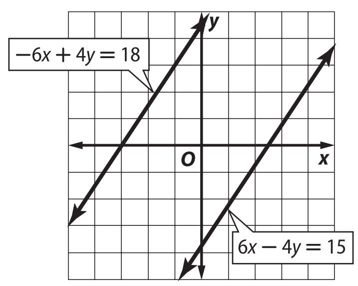
12.


13.


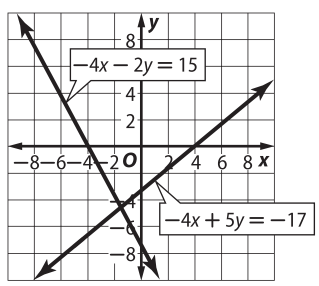
14. $15t + 25w \geq 2500$



Lesson 1-1 (Guided Practice)

3A.


inconsistent

3B.


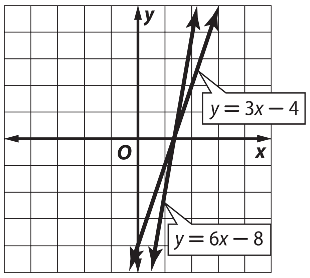
consistent, independent

0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: UAE	Component: ALG_2	PDF Pass
Vendor: MPS	Grade: 10	

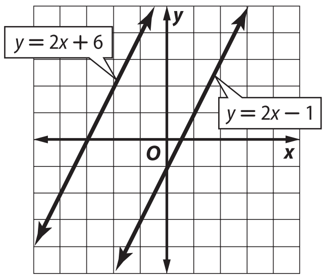
Lesson 1-1

37.



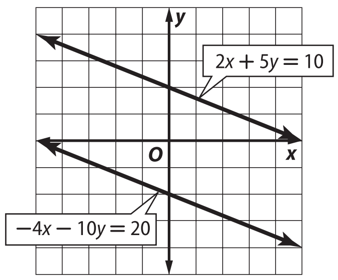
consistent and independent

38.



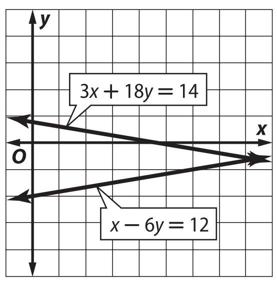
inconsistent

39.



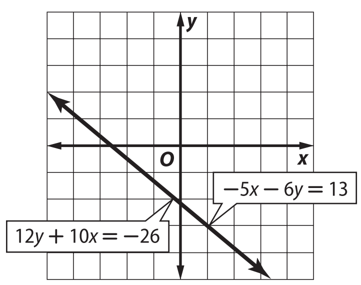
inconsistent

40.



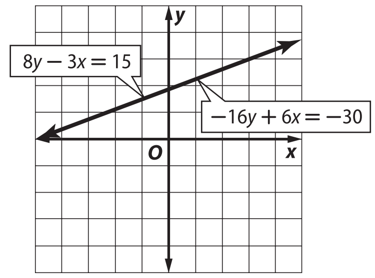
consistent and independent

41.



consistent and dependent

42.



consistent and dependent

79. Sample answer:

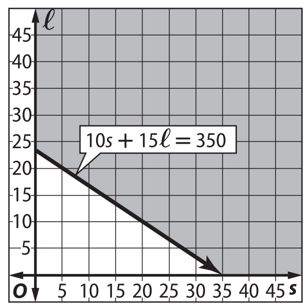
$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 21 \\ 3x - 2y &= 10 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} 3(4x + 5y &= 21) \\ 4(3x - 2y &= 10) \end{aligned} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} 12x + 15y &= 63 \\ (-)\ 12x - 8y &= 40 \\ \hline 23y &= 23 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x + 5(1) &= 21 \\ 4x + 5 &= 21 \\ 4x &= 16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

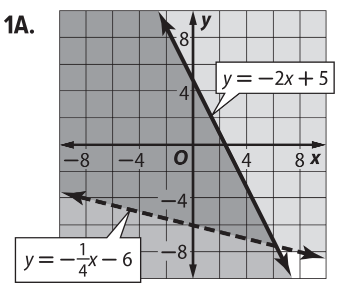
The solution is (4, 1).

85b.

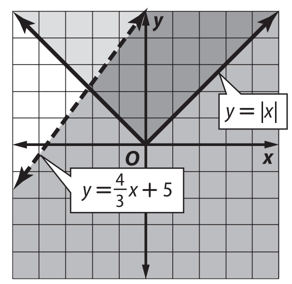


Lesson 1-2 (Guided Practice)

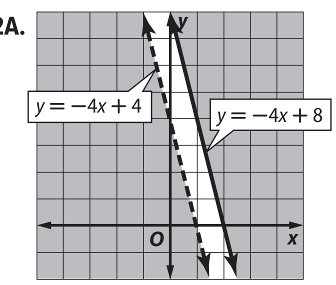
1A.

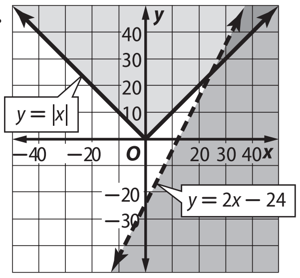


1B.

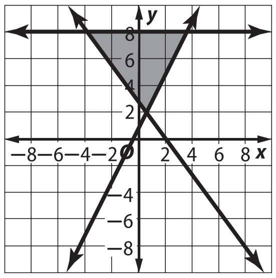


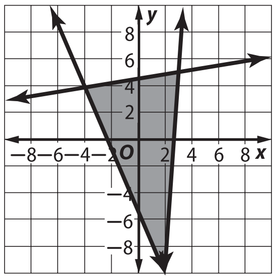
2A.

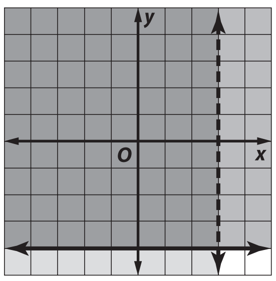


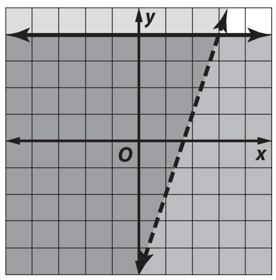
2B.


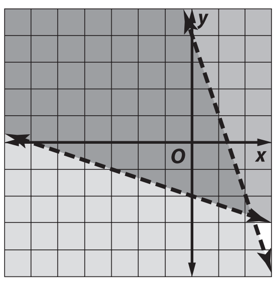
Lesson 1-2

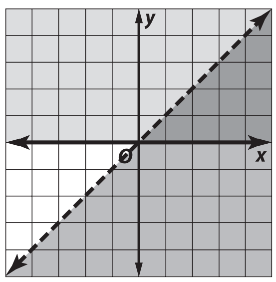
5.


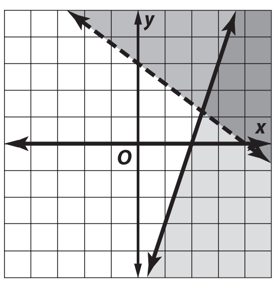
6.


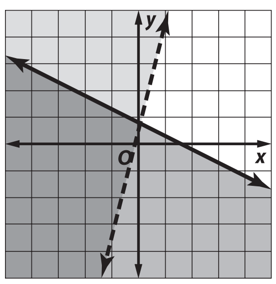
7.


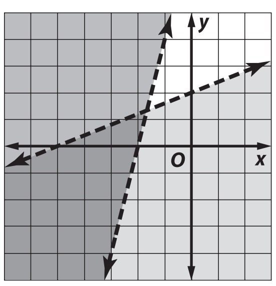
8.


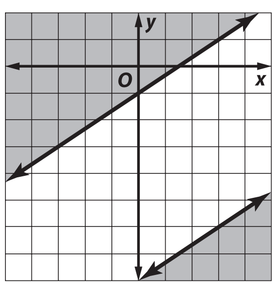
9.


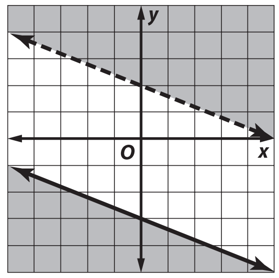
10.


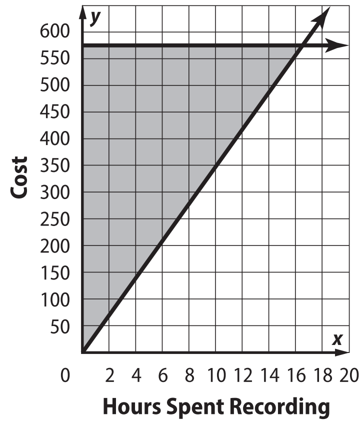
11.


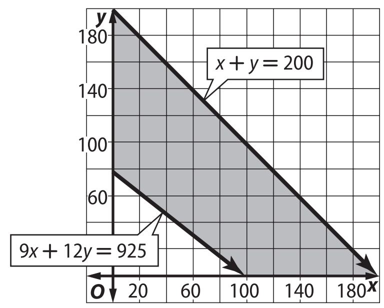
12.


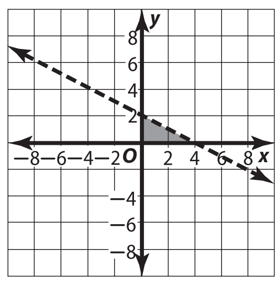
13.


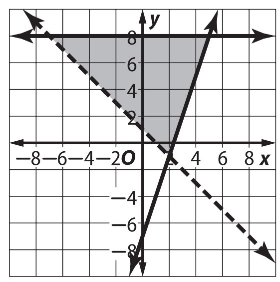
14.


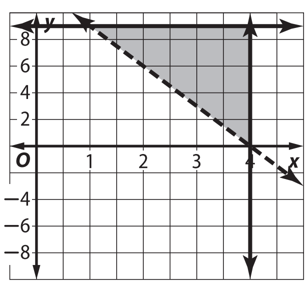
15.


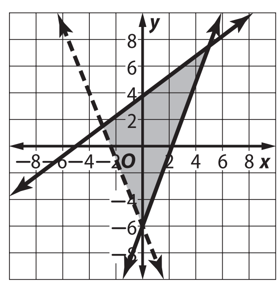
16.


17.


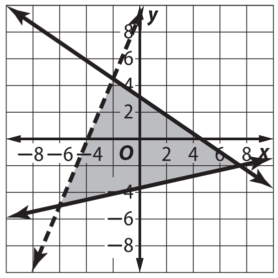
18.


19.


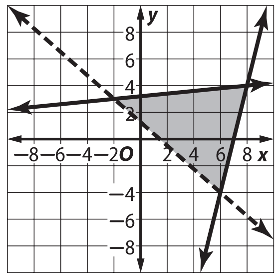
20.


21.


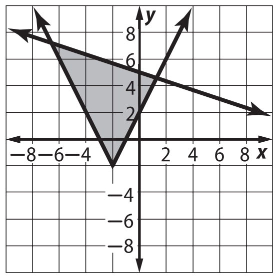
22.



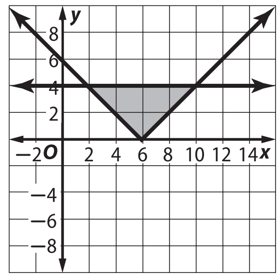
23.



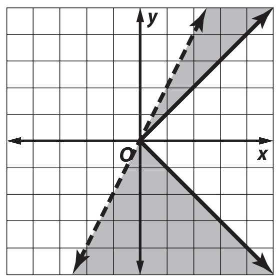
28.



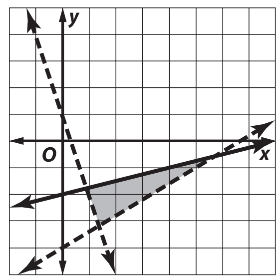
29.



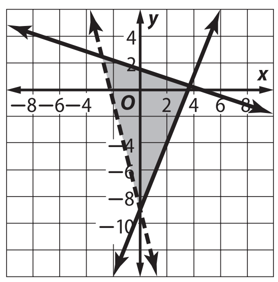
30.



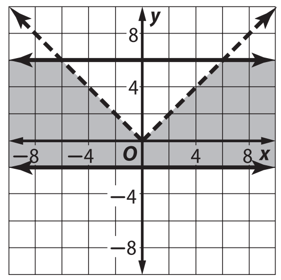
31.



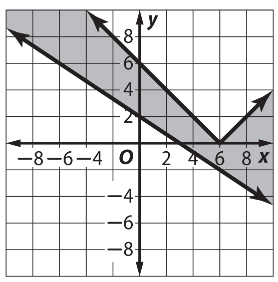
32.



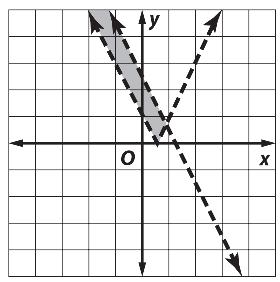
33.



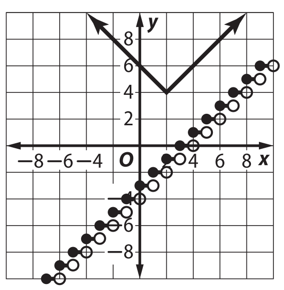
34.



35.

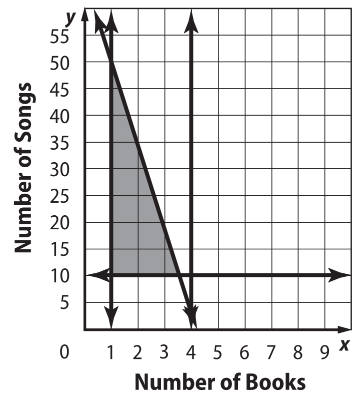


36.

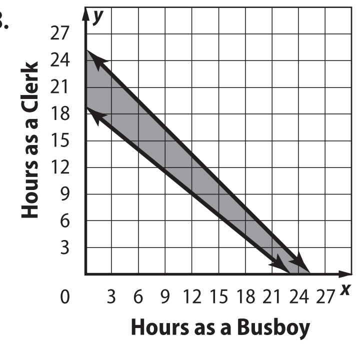


no solution

37.



38.

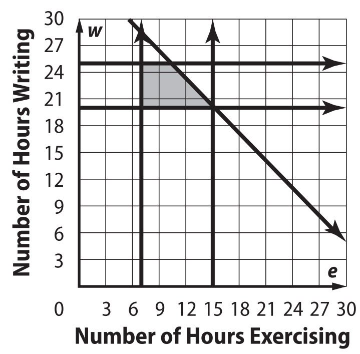


39. Let w = the number of hours writing, and let e = the number of hours exercising.

$w + e \leq 35$

$7 \leq e \leq 15$

$20 \leq w \leq 25$

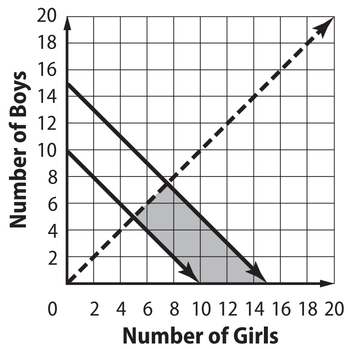


40. $(0, 2), \left(5\frac{1}{3}, -1\frac{1}{3}\right), \left(4\frac{4}{17}, 3\frac{1}{17}\right)$ $(2.8, -6.4)$

41. $(-6, -2), \left(-3\frac{13}{17}, 6\frac{16}{17}\right), \left(9\frac{1}{7}, 3\frac{5}{7}\right), (0.8, -8.8)$

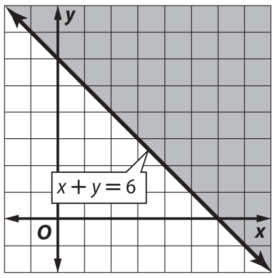
42. $(-4, 6), (-3, 8), (4.8, -7.6), \left(1\frac{1}{7}, -9\frac{3}{7}\right)$

44a. $10 \le g + b \le 15$; $g > b$; $g \ge 0$; $b \ge 0$;

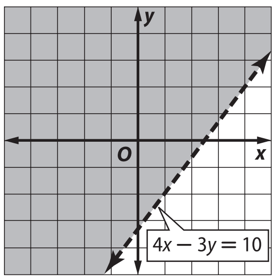


50. Sample answer: Determine whether the point falls in the shaded area of the graphs and/or determine whether the values satisfy each inequality.

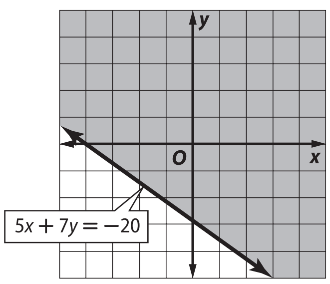
56.



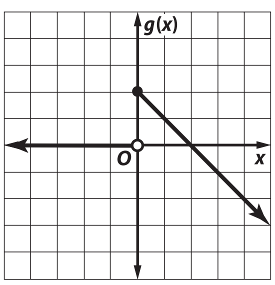
57.



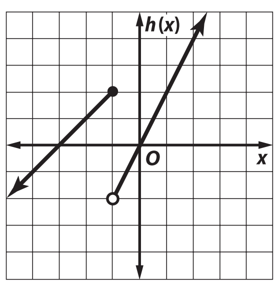
58.



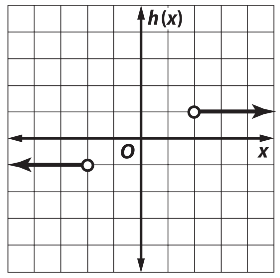
59. D = {all real numbers}, R = $\{g(x) \mid g(x) \le 2\}$



60. D = {all real numbers}, R = {all real numbers}

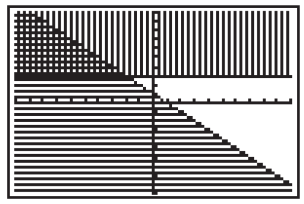


61. D = $\{x \mid x < -2$ or $x > 2\}$, R = $\{-1, 1\}$



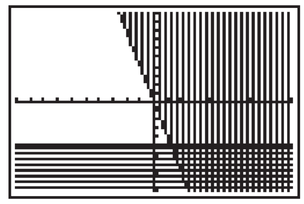
Extend 1-2

1.



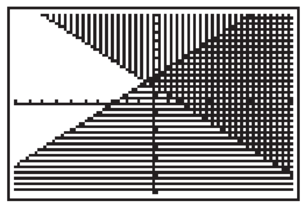
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

2.



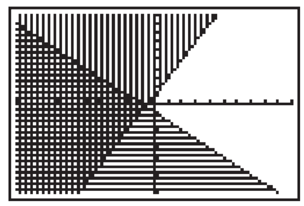
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

3.



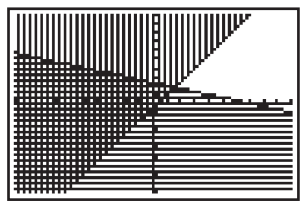
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

4.



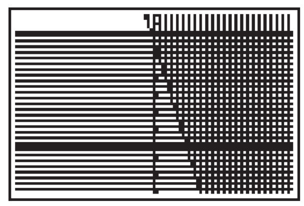
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

5.



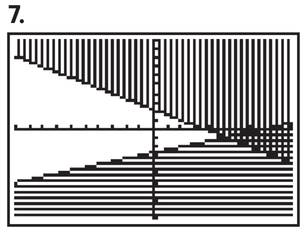
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

6.



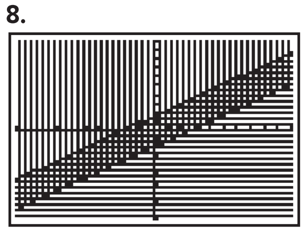
[−10, 10] scl: 1 by [−5, 15] scl: 1

7.



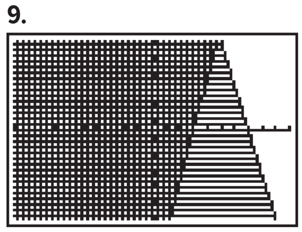
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

8.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

9.



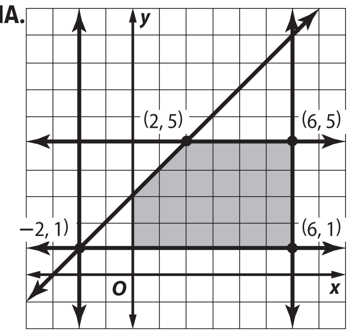
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: UAE	Component: ALG_2	PDF Pass
Vendor: MPS	Grade: 10	

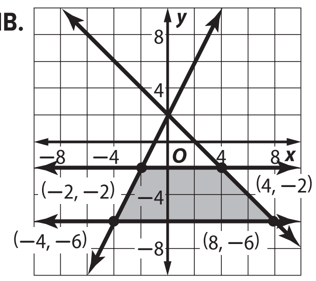
Lesson 1-3 (Guided Practice)

1A.



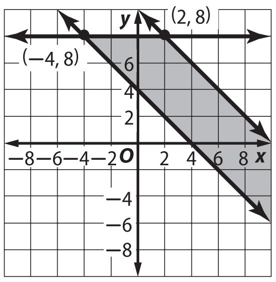
min at (6, 1) = −28;
max at (0, 3) = 12

1B.



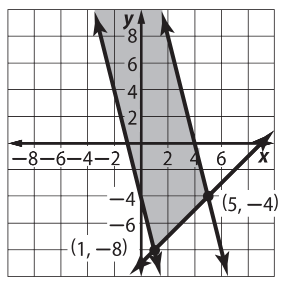
min at (−4, −6) = −48;
max at (8, −6) = 24

2A.



max at (−4, 8) = 88; no min

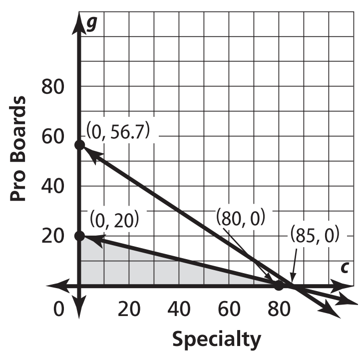
2B.



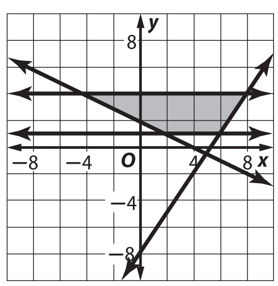
min at (1, −8) = −46; no max

Lesson 1-3

7b.

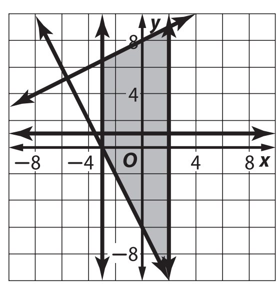


8.



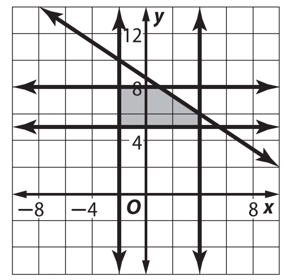
(8, 4), (6, 1), (2, 1), (−4, 4);
max = 36, min = −36

9.



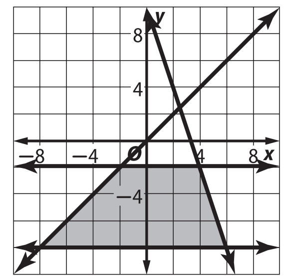
(2, −10), (−3, 0), (−3, 6.5),
(2, 9); max = 82, min = −89

10



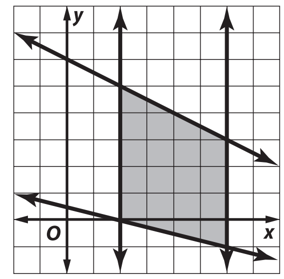
(1, 8), (4, 6), (4, 5),
(−2, 5), (−2, 8);
max = −18, min = −96

11.



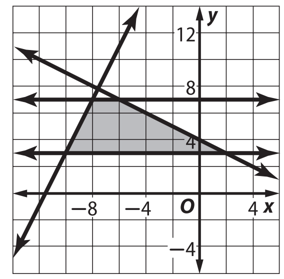
(6, −8), (4, −2),
(−2, −2), (−8, −8);
max = −8, min = −152

12.



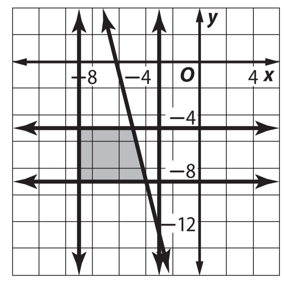
(2, 0), (6, −1), (6, 3), (2, 5);
max = 57, min = 12

13.

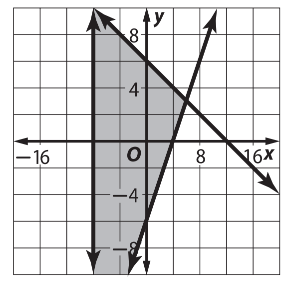


(−10, 3), (2, 3), (−6, 7),
(−8, 7); max = 59, min = 9

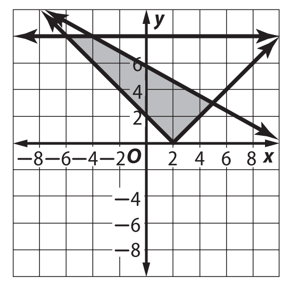
14.



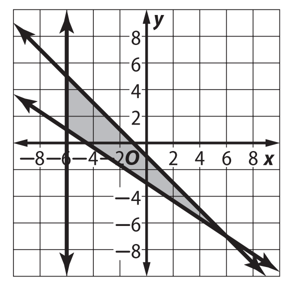
15.



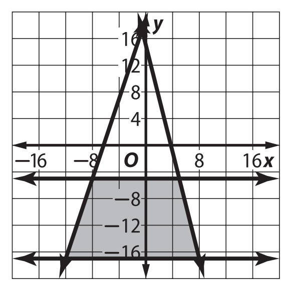
16.



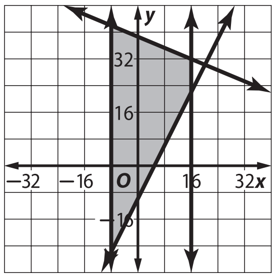
17.



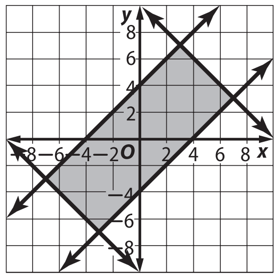
18.



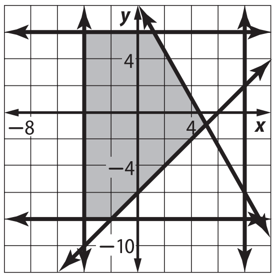
19.



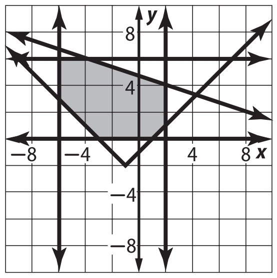
20.



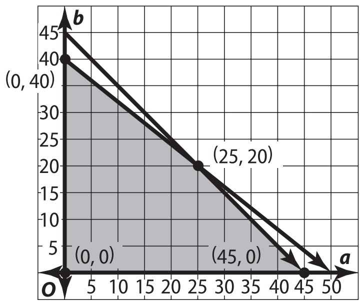
21.



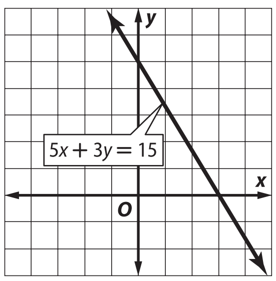
22.



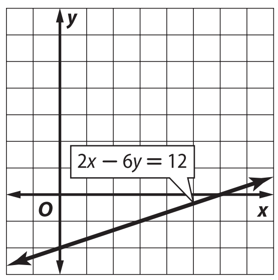
25b.



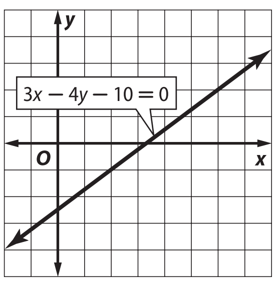
44.



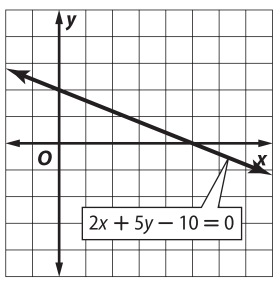
45.



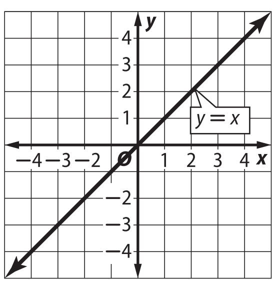
46.



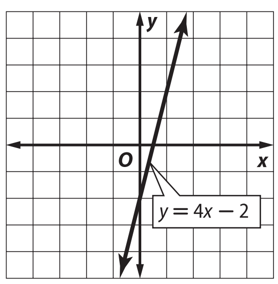
47.



48.



49.



Lesson 1-4

26. Sample answer:

$a + b = (rx + ty + vz) + (rx - ty + vz)$

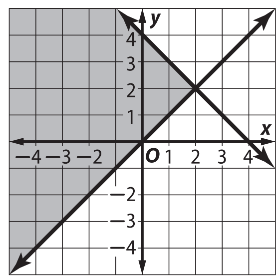
Replace a with $rx + ty + vz$, and b with $rx - ty + vz$.

$a + b = 2rx + 2vz$	Simplify.
$a + (-a) = 2rx + 2vz$	Replace b with $-a$.
$0 = 2rx + 2vz$	Simplify.
$0 = rx + vz$	Divide each side by 2.
$rx + ty + vz = a$	Given
$ty + (rx + vz) = a$	Commutative and Associative Properties of Addition
$ty + 0 = a$	Substitution
$ty = a$	Simplify.

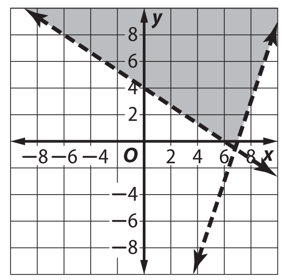
29. Sample answer: First, combine two of the original equations using elimination to form a new equation with three variables. Next, combine a different pair of the original equations using elimination to eliminate the same variable and form a second equation with three variables. Do the same thing with a third pair of the original equations. You now have a system of three equations with three variables. Follow the same procedure you learned in this section. Once you find the three variables, you need to use them to find the eliminated variable.

Mid-Chapter Quiz

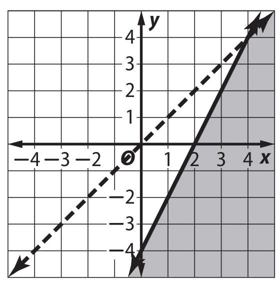
5.



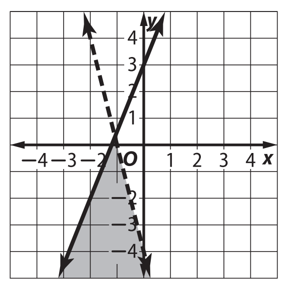
6.



7.

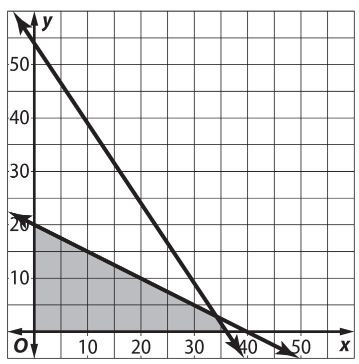


8.



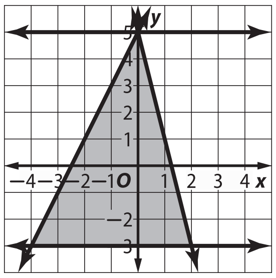
15a. $c \geq 0$; $t \geq 0$; $3c + 2t \leq 108$; $0.5c + t \leq 20$

15b.

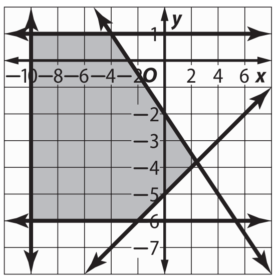


15c. 34 chairs and 3 tables will give a maximum profit of $955

17. vertices: (−4, −3), (0, 5), (2, −3); max: $f(2, -3) = 17$; min: $f(0, 5) = -15$



18. vertices: (−10, 1), (−4, 1), (2.4, −3.8), (−2, −6), (−10, −6); max: $f(2.4, -3.8) = 1$; min: $f(-10, -6) = -26$



Lesson 1-5 (Guided Practice)

1A.

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cc} \text{Male} & \text{Female} \end{array} \\ \begin{array}{r} 0\text{–}19 \\ 20\text{–}39 \\ 40\text{–}59 \\ 60+ \end{array} & \begin{bmatrix} 7.1 & 6.6 \\ 6.8 & 5.9 \\ 3.2 & 2.2 \\ 1.1 & 1.4 \end{bmatrix} \end{array}$$

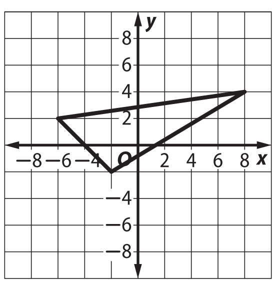
1B. Column 1: 18.2 million Hispanic males in the U.S.; Column 2: 16.1 million Hispanic females in the U.S.

1C. Row 1: 13.7 million Hispanics aged 0–19 in the U.S.; Row 2: 12.7 million Hispanics aged 20–39 in the U.S.; Row 3: 5.4 million Hispanics aged 40–59 in the U.S.; Row 4: 2.5 million Hispanics aged 60+ in the U.S.

1D. Sample answer: The average of the columns or the rows would not be meaningful.

Lesson 1-5

30a. $\begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$



30b. $\begin{bmatrix} 8 & -2 & -6 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

31. To show that the Commutative Property of Matrix Addition is true for 2 × 2 matrices, let $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$. Show that $A + B = B + A$.

$A + B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$	Substitution
$= \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} e+a & f+b \\ g+c & h+d \end{bmatrix}$	Commutative Property of Addition for Real Numbers
$= \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= B + A$	Substitution

32.

$(A + B) + C = \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix}$	Substitution
$= \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} a+e+j & b+f+k \\ c+g+m & d+h+n \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} a+(e+j) & b+(f+k) \\ c+(g+m) & d+(h+n) \end{bmatrix}$	Associative Property of Addition
$= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e+j & f+k \\ g+m & h+n \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix}\right)$	Definition of matrix addition
$= A + (B + C)$	Substitution

34a. Always; if $A + B$ exists, A and B have the same dimensions. If A and B have the same dimensions, then $A - B$ exists.

34b. Always; if k is a real number, then by the definition of scalar multiplication, $kA = \begin{bmatrix} -3k & -4k \\ 8k & 6k \end{bmatrix}$ and $kB = \begin{bmatrix} 5k & -k \\ 2k & -4k \end{bmatrix}$.

34c. Always; if $A - B$ does not exist, then A and B must have different dimensions. If A and B have different dimensions, then $A + B$ does not exist.

34d. Sometimes; matrices must have the same dimensions for their sum to exist.

34e. Sometimes; matrices must have the same dimensions for their sum to exist.

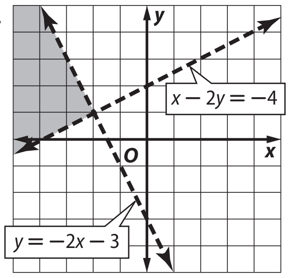
35. Sample Answer: $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

36. Sample answer: First, multiply every element in D by 4. Then, multiply every element in C by 3. Finally, subtract the elements in $3C$ from the corresponding elements in $4D$. The result is a matrix equivalent to $4D - 3C$.

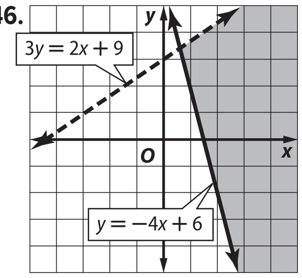
0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: UAE | Component: ALG_2 | PDF Pass
Vendor: MPS | Grade: 10

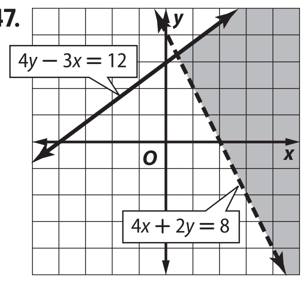
45.



46.



47.



Lesson 1-6

39. $\begin{bmatrix} -1.5x - 1.5y + 15 \\ y^2 + xy - 3x - 6 \\ 1.2x + 1.2y - 39 \end{bmatrix}$

40. $\begin{bmatrix} 36.75x + 50.25y + 30 \\ -6x^2 - 18x - 10.5xy - 13.5y^2 - 12y - 12 \\ -83.4x - 94.2y - 78 \end{bmatrix}$

43. $\begin{bmatrix} 15x + 69y - 12 \\ -18y^2 + 42.75y - 18xy + 20.25x \end{bmatrix}$

44a. $\begin{bmatrix} \$170.99 & \$224.99 & \$279.99 \\ \$179.99 & \$260.99 & \$319.99 \\ \$269.99 & \$359.99 & \$399.99 \end{bmatrix}$

44b. $\begin{bmatrix} \$181.68 & \$239.05 & \$297.49 \\ \$191.24 & \$277.30 & \$339.99 \\ \$286.86 & \$382.49 & \$424.99 \end{bmatrix}$

47a.

$c(A + B) = c\left(\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}\right)$	Substitution
$= c\begin{bmatrix} a + w & b + x \\ d + y & e + z \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} ca + cw & cb + cx \\ cd + cy & ce + cz \end{bmatrix}$	Definition of scalar multiplication
$= \begin{bmatrix} ca & cb \\ cd & ce \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cw & cx \\ cy & cz \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= cA + cB$	Substitution

47b.

$C(A + B) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix}\right)$	Substitution
$= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e + j & f + k \\ g + m & h + n \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= \begin{bmatrix} a(e + j) + b(g + m) & a(f + k) + b(h + n) \\ c(e + j) + d(g + m) & c(f + k) + d(h + n) \end{bmatrix}$	Definition of matrix multiplication
$= \begin{bmatrix} ea + ja + gb + mb & fa + ka + hb + nb \\ ec + jc + gd + md & fc + kc + hd + nd \end{bmatrix}$	Distributive Property
$= \begin{bmatrix} ea + gb + ja + mb & fa + hb + ka + nb \\ ec + gd + jc + md & fc + hd + kc + nd \end{bmatrix}$	Commutative Property of Addition
$= \begin{bmatrix} ea + gb & fa + hb \\ ec + gd & fc + hd \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ja + mb & ka + nb \\ jc + md & kc + nd \end{bmatrix}$	Definition of matrix addition
$= CA + CB$	Definition of matrix multiplication

$$\begin{aligned}
(A+B)C &= \left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} && \text{Substitution} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix addition} \\
&= \begin{bmatrix} (a_{11}+b_{11})c_{11}+(a_{12}+b_{12})c_{21} & (a_{11}+b_{11})c_{12}+(a_{12}+b_{12})c_{22} \\ (a_{21}+b_{21})c_{11}+(a_{22}+b_{22})c_{21} & (a_{21}+b_{21})c_{12}+(a_{22}+b_{22})c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}c_{11}+b_{11}c_{11}+a_{12}c_{21}+b_{12}c_{21} & a_{11}c_{12}+b_{11}c_{12}+a_{12}c_{22}+b_{12}c_{22} \\ a_{21}c_{11}+b_{21}c_{11}+a_{22}c_{21}+b_{22}c_{21} & a_{21}c_{12}+b_{21}c_{12}+a_{22}c_{22}+b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Distributive Property} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}c_{11}+a_{12}c_{21}+b_{11}c_{11}+b_{12}c_{21} & a_{11}c_{12}+a_{12}c_{22}+b_{11}c_{12}+b_{12}c_{22} \\ a_{21}c_{11}+a_{22}c_{21}+b_{21}c_{11}+b_{22}c_{21} & a_{21}c_{12}+a_{22}c_{22}+b_{21}c_{12}+b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Commutative Property of Addition} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}c_{11}+a_{12}c_{21} & a_{11}c_{12}+a_{12}c_{22} \\ a_{21}c_{11}+a_{22}c_{21} & a_{21}c_{12}+a_{22}c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}c_{11}+b_{12}c_{21} & b_{11}c_{12}+b_{12}c_{22} \\ b_{21}c_{11}+b_{22}c_{21} & b_{21}c_{12}+b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix addition} \\
&= AC+BC && \text{Definition of matrix multiplication}
\end{aligned}$$

47c.

$$\begin{aligned}
(AB)C &= \left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} && \text{Substitution} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21})c_{11}+(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22})c_{21} & (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21})c_{12}+(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22})c_{22} \\ (a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21})c_{11}+(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})c_{21} & (a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21})c_{12}+(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}c_{11}+a_{12}b_{21}c_{11}+a_{11}b_{12}c_{21}+a_{12}b_{22}c_{21} & a_{11}b_{11}c_{12}+a_{12}b_{21}c_{12}+a_{11}b_{12}c_{22}+a_{12}b_{22}c_{22} \\ a_{21}b_{11}c_{11}+a_{22}b_{21}c_{11}+a_{21}b_{12}c_{21}+a_{22}b_{22}c_{21} & a_{21}b_{11}c_{12}+a_{22}b_{21}c_{12}+a_{21}b_{12}c_{22}+a_{22}b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Distributive Property} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}c_{11}+a_{11}b_{12}c_{21}+a_{12}b_{21}c_{11}+a_{12}b_{22}c_{21} & a_{11}b_{11}c_{12}+a_{11}b_{12}c_{22}+a_{12}b_{21}c_{12}+a_{12}b_{22}c_{22} \\ a_{21}b_{11}c_{11}+a_{21}b_{12}c_{21}+a_{22}b_{21}c_{11}+a_{22}b_{22}c_{21} & a_{21}b_{11}c_{12}+a_{21}b_{12}c_{22}+a_{22}b_{21}c_{12}+a_{22}b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Commutative Property of Addition} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11}(b_{11}c_{11}+b_{12}c_{21})+a_{12}(b_{21}c_{11}+b_{22}c_{21}) & a_{11}(b_{11}c_{12}+b_{12}c_{22})+a_{12}(b_{21}c_{12}+b_{22}c_{22}) \\ a_{21}(b_{11}c_{11}+b_{12}c_{21})+a_{22}(b_{21}c_{11}+b_{22}c_{21}) & a_{21}(b_{11}c_{12}+b_{12}c_{22})+a_{22}(b_{21}c_{12}+b_{22}c_{22}) \end{bmatrix} && \text{Distributive Property} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11}c_{11}+b_{12}c_{21} & b_{11}c_{12}+b_{12}c_{22} \\ b_{21}c_{11}+b_{22}c_{21} & b_{21}c_{12}+b_{22}c_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}\right) && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= A(BC) && \text{Substitution}
\end{aligned}$$

47d.

$$\begin{aligned}
c(AB) &= c\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\right) && \text{Substitution} \\
&= c\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} c(a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}) & c(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}) \\ c(a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}) & c(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}) \end{bmatrix} && \text{Definition of scalar multiplication} \\
&= \begin{bmatrix} ca_{11}b_{11}+ca_{12}b_{21} & ca_{11}b_{12}+ca_{12}b_{22} \\ ca_{21}b_{11}+ca_{22}b_{21} & ca_{21}b_{12}+ca_{22}b_{22} \end{bmatrix} && \text{Distributive Property} \\
&= \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} \\ ca_{21} & ca_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of matrix multiplication} \\
&= c\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} && \text{Definition of scalar multiplication} \\
&= (cA)B && \text{Substitution}
\end{aligned}$$

0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: **UAE**	Component: **ALG_2**	**PDF Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **10**	

$c(AB) = c\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}\right)$	Substitution
$= c\begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$	Definition of matrix multiplication
$= \begin{bmatrix} c(a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}) & c(a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}) \\ c(a_{21}b_{11} + a_{22}b_{11}) & c(a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}) \end{bmatrix}$	Definition of scalar multiplication
$= \begin{bmatrix} ca_{11}b_{11} + ca_{12}b_{21} & ca_{11}b_{12} + ca_{12}b_{22} \\ ca_{21}b_{11} + ca_{22}b_{21} & ca_{21}b_{12} + ca_{22}b_{22} \end{bmatrix}$	Distributive Property
$= \begin{bmatrix} a_{11}cb_{11} + a_{12}cb_{21} & a_{11}cb_{12} + a_{12}cb_{22} \\ a_{21}cb_{11} + a_{22}cb_{21} & a_{21}cb_{12} + a_{22}cb_{22} \end{bmatrix}$	Commutative Property
$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} cb_{11} & cb_{12} \\ cb_{21} & cb_{22} \end{bmatrix}$	Definition of matrix multiplication
$= A(cB)$	Substitution

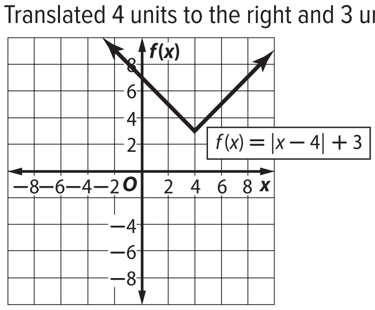
50. Sports statistics are often listed in columns and matrices. In this case, you can find the total number of points scored by multiplying the point value matrix, which does not change, by the scoring matrix, which changes after each season. The total number of points for her career can be found by multiplying the scoring matrix S by the point matrix P. Basketball and wrestling use different point values in scoring.

55. $\begin{bmatrix} 42 & -24 \\ -42 & -31 \end{bmatrix}$

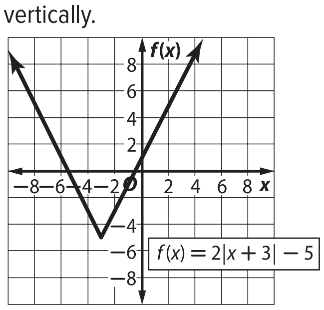
56. $\begin{bmatrix} -5 & -20 \\ -100 & -30 \end{bmatrix}$

57. $\begin{bmatrix} -80 & -44 \\ 68 & 4 \end{bmatrix}$

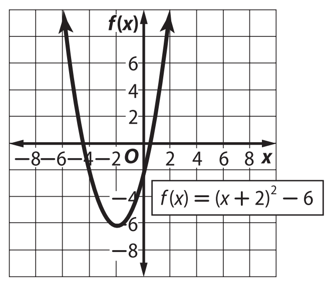
63. Translated 4 units to the right and 3 units up.



64. Translated 3 units to the left and 5 units down and stretched vertically.



65. Translated 2 units to the left and 6 units down.



Lesson 1-7

56a. $\begin{vmatrix} a & b \\ f & g \end{vmatrix} = ag - bf$; If $ag - bf = 0$, then $ag = bf$.

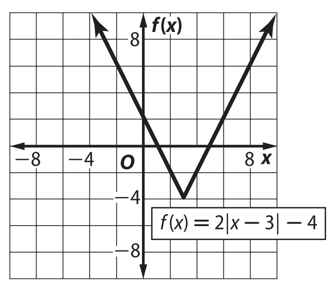
56b. Sample answer: $x + 3y = 8$ and $2x + 6y = 12$; The system is dependent or inconsistent depending on the values of m and n.

60a. Sample answer: $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

60b. Sample answer: $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

60c. Sample answer: $\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$

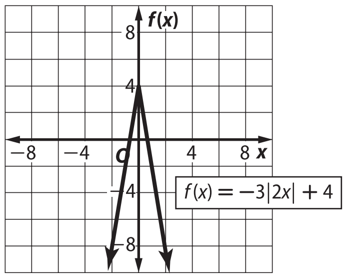
70.



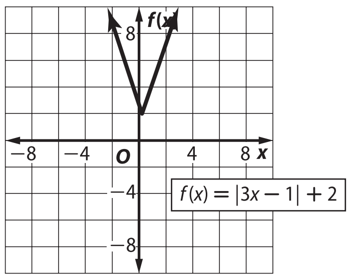
0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: **UAE**	Component: **ALG_2**	**PDF Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **10**	

71.



72.



Lesson 1-8

36a. $\begin{array}{r c} & \text{From} \\ & \begin{array}{cc}\text{city} & \text{suburbs}\end{array} \\ \begin{array}{r}\text{To city} \\ \text{Suburbs}\end{array} & \begin{bmatrix} 0.95 & 0.03 \\ 0.05 & 0.97 \end{bmatrix} \end{array}$

37a. $\begin{array}{r c} & \text{From} \\ & \begin{array}{cc}\text{CD} & \text{MP3}\end{array} \\ \begin{array}{r}\text{To CD} \\ \text{Mp3}\end{array} & \begin{bmatrix} 0.35 & 0.12 \\ 0.65 & 0.88 \end{bmatrix} \end{array}$

Extend 1-8

1. $\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 7 & 13 \end{array}\right]$; $\left(-\frac{54}{13}, \frac{55}{13}\right)$

2. $\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 6 \\ 6 & -2 & 0 \end{array}\right]$; (1.2, 3.6)

3. $\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 2 & -4 \\ 7 & 3 & 10 \end{array}\right]$; (4, −6)

4. $\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 6 & 0 \\ 8 & -2 & 7 \end{array}\right]$; $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$

5. $\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 6 & 10 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \end{array}\right]$; (−2, −1, 2)

6. $\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & -5 & 5 & 10 \\ 5 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 5 & 10 & 0 \end{array}\right]$; (1.25, −0.5, 0.25)

0085A_0085L_ALG2_T_C01_AA_718362.indd July 27, 2016 4:04 PM

Program: UAE	Component: ALG_2	PDF Pass
Vendor: MPS	Grade: 10	