

## معدل التغير والميل

لماذا؟

الحالي

السابق

- 1 إيجاد معدل التغير
- 2 إيجاد ميل مستقيم

بين الجدول إحداثي المسافة التي قطعها السيارة على فترات زمنية مختلفة. قسّم المسافة  $d$  أو  $t = \frac{d}{t}$  بين المسافة والزمن والمسافة.

الوقت (بالدقائق)	المسافة (بالميل)
1	68
2.5	170
3	204
4.5	306
5	340

**معدل التغير** **معدل التغير** هو نسبة تغيّر الكمية في المتوسط. مقارنة بالتغير في شيء آخر. إذا كان  $x$  متغيراً مستقلاً و  $y$  متغيراً تابعاً، يكون معدل التغير  $\frac{dy}{dx}$  التغير في  $y$  ينشأ عن ذلك نسبة التغيّر  $\frac{dy}{dx}$ .

**مثال 1 من الحياة اليومية: معدل التغير الثابت**

الزمن (بالدقائق)	درجة الحرارة (°C)
0	133.6
2	139.4
5	133.1
8	120.8
12	118.1

**الكيمياء:** بين الجدول درجة حرارة محلول بعد إزالته من مصدر الحرارة. جد معدل التغير في درجة حرارة المحلول.

استخدم الزوجين المرتين (2, 139.4) و (5, 133.1).

معدل التغير =  $\frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$

$\frac{\text{التغير في درجة الحرارة}}{\text{التغير في الزمن}}$

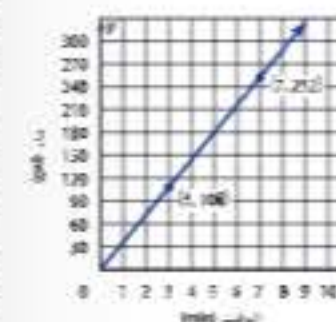
$$\frac{133.1 - 139.4}{5 - 2} = \frac{-6.3}{3} = -\frac{2.1}{1}$$

$$-\frac{2.1}{1} = -2.1$$

معدل التغير هو  $-2.1$  وهذا يعني أن درجة الحرارة تنخفض بمعدل  $2.1^\circ\text{C}$  كل دقيقة.

**تمرين موجّه**

3. **الاستخدام:** بين التمثيل البياني على اليسار عدد كرات الماء في حمام سباحة بينما يتم ملؤه. قسّم قسماً هو المعدل الذي يتم ملؤه حمام السباحة؟  $36 \text{ ft/min}$



McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أو توزيع هذا الكتاب أو أي جزء منه.

## 1 التركيز

### الرأسية المحاذية

قبل الدرس 2-3 رسم العلاقات الخطية بيانياً.

الدرس 2-3 إيجاد معدل التغير وحديد ميل الخط.

بعد الدرس 2-3 تحديد وتمثيل الدوال الخطية. بما فيها الدوال التربيعية.

## 2 التدريس

### أسئلة تعزيزية

اطلب من الطلاب قراءة قسم "لماذا؟" من الدرس.

أسأل:

■ ماذا تمثل المتغيرات  $t$ ,  $d$ , و  $t$ ؟ يمثل  $t$  البعد و  $d$  المسافة و  $t$  الوقت.

■ كم عدد الأميال التي تقطعها السيارة في أول ثلاثة ساعات؟  $204 \text{ mi}$

■ ما هو معدل سفر السيارة في أول ثلاثة ساعات؟  $68 \text{ mi/h}$



## مختبر الجبر جذور المعادلات وأصفار الدالة

يسمى حل إحدى المعادلات جذر المعادلة.

**مثال تحديد الجذور**

جد جذر  $0 = 5x - 10$ .

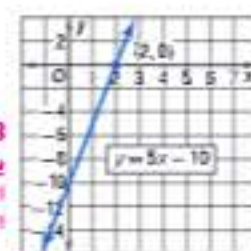
$0 = 5x - 10$	المعادلة الأصلية
$10 = 5x$	أجمع 10 مع كل طرف.
$2 = x$	اقسم 5 على كل طرف.

جذر المعادلة يساوي 2.

يمكنك كذلك إيجاد جذر معادلة عن طريق إيجاد صفر الدالة المرتبطة بها. صفر قيم  $x$  التي تجعل  $f(x) = 0$  أصفار الدالة  $f$ .

المعادلة الخطية	المعادلة الخطية المرتبطة بها
$0 = 5x - 10$	$f(x) = 5x - 10$ أو $y = 5x - 10$

صفر الدالة هو المحور  $x$  بالتمثيل البياني الخاص بها. بما أن التمثيل البياني لـ  $y = 5x - 10$  يتقاطع مع المحور  $x$  عند 2، يكون صفر الدالة هو 2.



3. **خاتمة:** المحور  $y$  يمثل صفر الدالة. ويكون المحور  $x$  هو الصفر الوحيد.

1. **جذر وحل**  $0 = 4x + 10$  هو  $-2.5$ ، لأنه قيمة  $x$  التي تجعل المعادلة عبارة صحيحة. يكون صفر  $f(x) = 4x + 10$  هو  $-2.5$  لأنه قيمة  $x$  التي تجعل  $f(x) = 0$ .

**التمارين**

1. استخدم  $0 = 4x + 10$  و  $f(x) = 4x + 10$  لتفسير بين الجذور وأصفار.

2. اربط حلول المعادلات وأصفار  $x$  بالتمثيل البياني. **حل المعادلة يساوي المحور  $x$  بالتمثيل البياني للدالة المرتبطة بها.**

حدد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة. اشرح استنتاجك.

3. لدى الدالة المثلثة بيانياً على التين سفين،  $-1$  و  $-2$ .

4. جذر  $-15$  is  $0 = 6x + 9$  صحيحة؛ جذر المعادلة هو حلها.

5.  $f(0)$  هو صفر للدالة  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 12$ ؛ **خاتمة:**  $18$  هو صفر الدالة لأنه قيمة  $x$  التي تجعل  $f(x) = 0$ .

6. **جميع التبرعات:** تملك الدالة  $y = 2x - 150$  الأموال الخمسة  $y$  عندما يتسلم جامعو التبرعات مبلغ  $x$  مشروب غازي في سيارة كره سلة. جد الصفر ولم يوصف ماذا يعني في سياق هذه الحالة كون رابطته بين صفر الدالة وجذر  $0 = 2x - 150$ ؛ **بعد بيع 75 مشروباً غازياً، يكون جامعو التبرعات قد كسبوا 0 درهم. يساوي صفر الدالة جذر المعادلة لأنه عبارة عن قيمة  $x$  عندما تكون  $y = 0$ .**

### من الحسني إلى المعنوي

اطلب من الطلاب تلخيص ما تعلموه عن المصطلحات الرياضية: مثل الجذور والحلول والأصفار. باستخدام الكلمات اليومية. ثم اطلب منهم إعطاء أمثلة.

## 1 التركيز

**الهدف:** التمييز بين الجذور والحلول والأصفار.

### نصيحة تدريسية

ابدأ الدرس بسؤال الطلاب عن معرفتهم لأي كلمات لها أكثر من معنى متعبداً على كيفية استخدامهم. على سبيل المثال، كلمة "جملة" تعني مجموعة كلمات تشرح فكرة كاملة أو حكم محكمة يقرر عقاباً على جريمة تم ارتكابها.

## 2 التدريس

### العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الوحدة إلى مجموعات من طالبين أو ثلاثة طلاب. لمرج القدرات. اطلب من كل مجموعة قراءة جذور المعادلات وأصفار الدوال.

وضّح للطلاب أنه في حالة إمكانية ربط الكلمة التي يحاولون تعلمها بشئ مألوف لهم، سيكون من السهل تذكر معنى الكلمة الجديدة. فعند ربط المصطلحات الرياضية بأشياء يومية، يستطيع الطلبة استعادة معانيها بسهولة أكثر.

**تمرين:** اطلب من الطلاب استكمال التمارين 1-5.

## 3 التقويم

### التقويم التكويني

استخدم التدريب 6 لتقويم قدرة الطلاب على التمييز بين جذور المعادلات وأصفار الدوال.



## 2 الميل

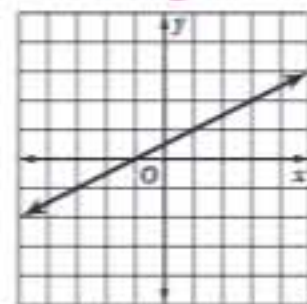
المثالان 3 و4 يتطلبان من الطلاب إيجاد ميل خط.

### أمثلة إضافية

3 جـ ميل الخط الذي يمر بالنقطتين  $(-1, 4)$  و  $(1, -2)$ .

$$m = \frac{-2 - 4}{1 - (-1)} = \frac{-6}{2} = -3$$

4 جـ ميل الخط المرسوم.



### نصيحة دراسية

الميل دائمًا ما يتم عكس اتجاه الميل بأنه الاتجاه على اليمين حيث يكون الاتجاه هو الاتجاه في إحداثيات  $x$  والنسبة هو الاتجاه في إحداثيات  $y$ .

### المفهوم الأساسي ميل المستقيم

الشرح ميل مستقيم هو عكس التغير في الإحداثيات  $y$  إلى التغير في الإحداثيات  $x$ .

الرموز يمكننا إيجاد ميل المستقيم  $m$  المار بـ  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  بالمعادلة  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  حيث  $x_2 \neq x_1$ .

### مثال 3 إيجاد الميل باستخدام الإحداثيات

جـ ميل الخط الذي يمر بالنقطة  $(-4, 3)$  والنقطة  $(2, 5)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - (-4)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

تمرين موجّه

جـ ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

3A.  $(1, -3)$  و  $(3, 5)$  4 3B.  $(-8, 11)$  و  $(24, -9)$

### نصيحة دراسية

الميل ثابت يكون ميل المستقيم هو عكس التغير في الإحداثيات  $y$  إلى التغير في الإحداثيات  $x$ .

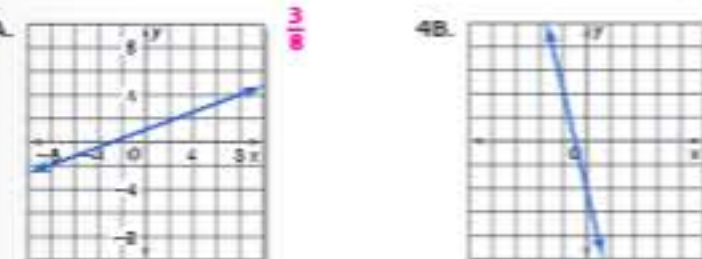
جـ ميل المستقيم المار على اليمين.

ير المستقيم بالنقطتين  $(-2, 0)$  و  $(0, -3)$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 0}{0 - (-2)} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

تمرين موجّه

جـ ميل كل مستقيم.

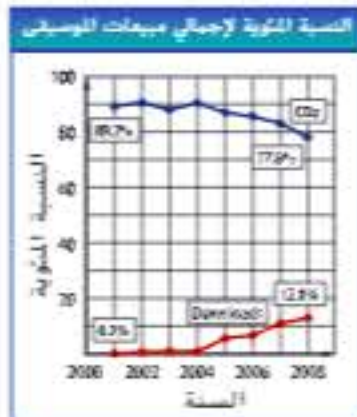


### نصيحة دراسية

الكميات المستقلة غالبًا ما تكون معدل التغير على مدى فترة زمنية محددة.

### مثال 2 من الحياة اليومية معدل التغير

الموسيقى أراجع إلى التمثيل البياني على اليسار. جـ معدل تغير التسمية الموسيقية لإجمالي مبيعات الموسيقى لكل من الأسطوانات المدمجة والتسجيلات من 2001 إلى 2008. قارن المعدلات.



$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$

$$\text{معدل التغير في التسمية الموسيقية} = \frac{77.9 - 87.7}{2008 - 2001} = \frac{-9.8}{7} \approx -1.4$$

$$\text{معدل التغير في التسمية الموسيقية} = \frac{22.1 - 12.3}{2008 - 2001} = \frac{9.8}{7} \approx 1.4$$

التسجيلات.

معدل التغير = التغير في  $y$  / التغير في  $x$

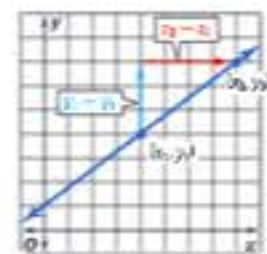
$$\text{معدل التغير في التسمية الموسيقية} = \frac{22.1 - 12.3}{2008 - 2001} = \frac{9.8}{7} \approx 1.4$$

انخفضت نسبة مبيعات الموسيقى على الأسطوانات المدمجة بمعدل قدره 1.03% سنويًا. في حين ارتفعت نسبة مبيعات الموسيقى التي تم تنزيلها بمعدل بلغ 1.8% سنويًا.

جامعة الولاية: زيادة يبلغ حوالي 803 متقدمين في السنة.

جامعة المركزية: زيادة يبلغ حوالي 177 متقدمًا في السنة.

2. التعليم في عام 2002، تخدم 23,142 طائفة لالتحاق بجامعة الولاية. وتخدم 34,089 طائفة لالتحاق بالجامعة المركزية. وفي عام 2010، تخدم 29,563 طائفة لالتحاق بجامعة الولاية. وتخدم 30,107 طائفة لالتحاق بالجامعة المركزية. جـ معدل التغير في المتقدمين للجامعات من 2002 إلى 2010.



2 الميل ميل مستقيم هو نسبة التغير في إحداثيات  $y$  إلى التغير المقابل في إحداثيات  $x$ . ويكون الميل هو نفسه معدل التغير.

التمرين أن مستقيما يمر بالنقطتين  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$ .

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في إحداثيات } y}{\text{التغير في إحداثيات } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## 1 معدل التغير

المثالان 1 و2 يتطلبان إيجاد معدل التغير في مواقف الحياة اليومية.

### التقويم التكويني

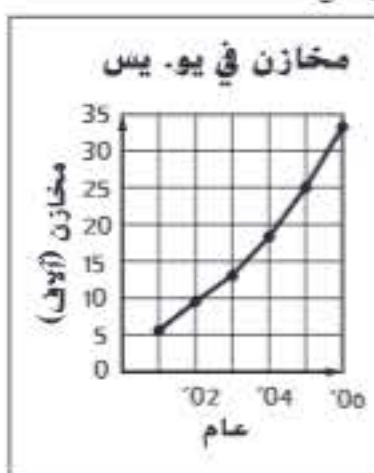
استخدم التباين الموجبة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

### أمثلة إضافية

1 القبول بالجامعة في عام 2004، قدّم 56,878 طالب في جامعة كاليفورنيا. وفي عام 2006، قدّم 60,291 طالب.

جـ معدل تغيير عدد الطلاب المتقدمين للقبول من عام 2004 وحتى 2006. 1706.5 طالب كل عام

2 الأعمال أراجع الرسم التالي الذي يعرض بيانات عن سلسلة مطاعم تيمبو بسرعة في الولايات المتحدة أثناء فترة الرسم. وجـ معدل تغيير عدد المتاجر من عام 2001 وحتى 2006.



بين 2000 و2006، زاد عدد المتاجر في الولايات المتحدة بمعدل متوسط 5.4(1000) أو 5400 متجر كل عام.

### التركيز على المحتوى الرياضي

الميل تقاس شدة انحدار الخط بـميله. ويمكن إيجاد ميل خط غير رأسي عن طريق تحديد نقطتين على الخط وقسمة الفارق في إحداثيات  $y$  على الفارق في إحداثيات  $x$ . وميل الخط الرأسي هو 0. وميل الخط الرأسي غير معروف.

### التدريس المتمايز

كان بعض الطلاب يواجهون صعوبة في تذكر ما إذا كان الخط الرأسي أو الأفقي له ميل 0.




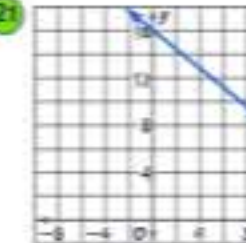
يمكنهم تذكر أن الخط الرأسي له ميل 0 عن طريق ربط الحرف "ر" في كلمة رأسي بالحرف "0" في كلمة صفر (0).



اليوم	الليلة	الثلاثاء	الأربعاء
الوقت	8:00 صباحاً	8:00 صباحاً	8:00 صباحاً
درجة الحرارة (°C)	38.0	39.0	37.7

- a. ما معدل التغير في درجة حرارة تيسر من الساعة 8:00 صباحاً يوم الإثنين إلى الساعة 8:00 صباحاً يوم الثلاثاء؟  $-0.125^\circ/\text{h}$  . 11b  
 b. ما معدل التغير في درجة حرارة تيسر من الساعة 8:00 صباحاً يوم الثلاثاء إلى الساعة 8:00 صباحاً يوم الأربعاء؟ هل إجابتك مستقيمة؟ ماذا تعني علامة المعدل؟  $0.15^\circ/\text{h}$   
 c. خلال أي 12 ساعة كان معدل التغير في درجة حرارة تيسر هو الأكبر؟ **الثلاثاء الساعة 8:00 صباحاً - الثلاثاء الساعة 8:00 مساءً**

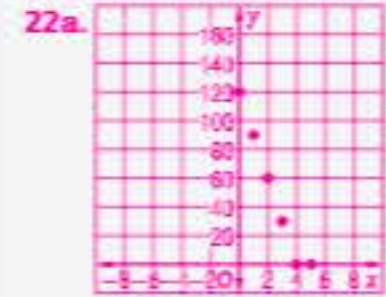
- جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. عبّر عن الإجابة في صورة كسر في أبسط صورة.  
 12.  $(-2, 10), (5, 6)$   $-\frac{5}{7}$  13.  $(-9, -10), (0, 3)$   $\frac{14}{9}$  14.  $(-15, 3.5), (4.5, 6)$   $\frac{5}{12}$   
 15.  $(-4.5, 9.5), (-1, 2.5)$   $-2$  16.  $(-8, -0.5), (-4, 5)$   $\frac{11}{8}$  17.  $(-0, -2), (-15, 5.5)$   $\frac{5}{3}$

- حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني.  
 18.  2  
 19.  5  
 20.  -5  
 21.  -2

الارتفاع (m)	الزمن (s)
120	0
90	1
60	2
30	3
0	4
0	5

22. التغير يظهر الجدول مخططاً على إحداثيات مائة في فترات زمنية متساوية. **أ. انظر التماسك.**  
 a. ما الميل الذي يمثل الوقت على المحاور؟  $30 \text{ m/s}$   
 b. ما معدل التغير في طول المسار بين 1 و 3 ثوانٍ؟  $24 \text{ m/s}$   
 c. ما معدل التغير في طول المسار بين 0 و 5 ثوانٍ؟  $24 \text{ m/s}$   
 d. ما التكتل الأخرى لمعدل التغير في هذه الحالة؟ **السرعة أو السرعة المتجهة**

- حدد معدل التغير لكل معادلة.  
 23.  $6y = 8x - 40$   $\frac{4}{3}$  24.  $-2y - 10x = 41$   $-8$  25.  $12x - 4y + 5 = 18$  3  
 26.  $20x + 85y = 120$   $-\frac{4}{17}$  27.  $\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}y = 15$   $\frac{6}{5}$  28.  $\frac{1}{6}y + \frac{3}{8}x = 24$   $-\frac{9}{4}$



الاتظام جد معدل التغير لكل مجموعة من البيانات.

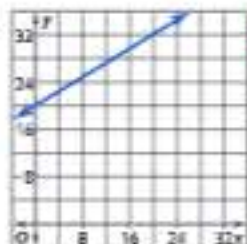
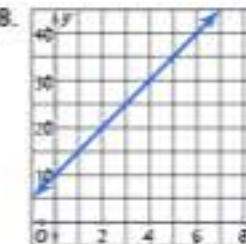
الزمن (بالدقيقة)	2	4	6	8	10	10 <sup>-1</sup>
المسافة (بالمتر)	12	24	36	48	60	60

2.  $3.2 \text{ cm}^3/\text{ثانية}$

الزمن (بالثواني)	5	10	15	20	25
الحجم (cm <sup>3</sup> )	16	32	48	64	80

3. كاميرات بين التمثيل البياني عدد الكاميرات الرقمية للتصوير الثالث والكاميرات السينمائية التي تباعها متاجر Yellow Camera Stores في السنوات الأخيرة.  
 a. جد معدل التغير في عدد الكاميرات الرقمية البعده من 2004 إلى 2009. **نحو 11,000 كل عام**  
 b. جد معدل التغير في عدد الكاميرات السينمائية البعده من 2004 إلى 2009. **نحو -5000 كل عام**  
 c. ماذا تمثل علامتا كل معدل تغير؟  
**ويشير المعدل الإيجابي في الجزء a زيادة في مبيعات الكاميرات الرقمية. ويشير المعدل السلبي في الجزء b انخفاضاً في مبيعات الكاميرات السينمائية.**

- جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.  
 4.  $(3, 2), (8, 12)$  2 5.  $(-1, 4), (3, -8)$  -3 6.  $(-2, -5), (-7, 10)$  -3

- حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني.  
 7.  2  
 8.  8

9. جد معدل التغير لكل مجموعة من البيانات.

الزمن (بالأيام)	3	6	9	12	15
الارتفاع (mm)	20	40	60	80	100

10.  $\frac{8}{11} \text{ AED/kg}$

الوزن (kg)	11	22	33	44	55
التكلفة (AED)	8	16	24	32	40

## خيارات واجب منزلي متباينة

المستوى	المهمة	خيار ليومين
أساسي	9-21, 36, 38-57	9-21, 41-44
متوسط	9-29, 30, 31-35, 36, 38-57	9-21, 41-44
متقدم	30-54, (اختياري) 55-57	

## 3 التمرين

### التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-8 للتحقق من الفهم.

استخدام التمثيل البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص المهام لطلابك.

### تدريس الممارسات الرياضية

**الاتظام** يلاحظ الطلاب المحنكين رياضياً تكرار العمليات الحسابية، ويبحثون عن الطرق العامة والاختصارات على حد سواء. وأثناء عملهم على حل المسألة يُبقي الطلاب نظرتهم على العملية عند التطرق إلى التفاصيل.

