

## الدوال التربيعية

## المفردات الأساسية

تعلمت في الدرس السابق عن الدوال غير الخطية. ونعد الدالة التربيعية نوعاً خاصاً للدالة غير الخطية. **والدالة التربيعية** هي عبارة عن دالة تكون فيها القوة الأكبر للمتغير هي 2. ويتخذ تمثيلها البياني شكل "U". ويكون مفتوحاً لأعلى أو لأسفل.

أكمل خريطة المفاهيم عن طريق تحديد ما إذا كان الحقائق حول الدوال التربيعية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، فقدم الحقيقة الصحيحة.

دالة تكون فيها القوة الأكبر للمتغير هي 2. **صحيحة**

## الدوال التربيعية

التمثيل البياني للدالة التربيعية يفتح أحياناً لأعلى. **صحيحة**

التمثيل البياني يكون عبارة عن خط مستقيم. **خاطئة، يأخذ التمثيل البياني شكل "U".**

التمثيل البياني يفتح دائماً لأسفل. **خاطئة، يمكن فتح التمثيل البياني لأعلى أو لأسفل.**

## الربط بالحياة اليومية

ركل حسن كرة قدم في الهواء مباشرة. ويمكن إيجاد الارتفاع  $h$  بالتر للكرة بعد  $t$  ثوانٍ باستخدام المعادلة  $h = -8t^2 + 16t + 2$ . ما ارتفاع الكرة بعد 1.5 ثانية؟ **8 أمتار**

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| ① المشاهدة في حل المسائل  | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات   |
| ② التفكير بطريقة تدرجية   | ⑥ مراجعة الدقة              |
| ③ بناء فرضية              | ⑦ الاستنادة من الخبرة       |
| ④ استخدام نماذج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاج المنطقي |

## السؤال الأساسي

كيف نَصوغ نماذج للعلاقات بين الكميات؟

## المفردات

الدالة التربيعية (quadratic function)

الممارسات الرياضية

1, 2, 4, 7

## التركيز تضيق النطاق

الهدف تمثيل الدوال التربيعية  $y = -ax^2 + b$  بيانياً.

## الترابط المنطقي الربط داخل الصفوف وبينها

## السابق

حدد الطلاب الدوال ما إذا كانت خطية أم غير خطية.

## الحالي

يمثل الطلاب الدوال التربيعية بيانياً ويحللون النماذج البيانية للدوال التربيعية.

## التالي

سيستخدم الطلاب التكنولوجيا لتحليل مجموعات الدوال التربيعية.

## الدقة اتباع المفاهيم والتمرس والتطبيقات

انظر مخطط مستويات الصعوبة في الصفحة 339.

المشاركة الاستكشاف الشرح التوضيح التقييم

## 1 بدء الدرس

## أفكار يمكن استخدامها

قد ترغب بدء الدرس باستخدام مجموعة كاملة أو مجموعة صغيرة أو نشاط "فكر-اعمل في ثنائيات-شارك" أو نشاط حر.



استشارات ثنائية **LA AL** مجموعات ثنائية لإكمال خريطة المفاهيم، وكتابة تعريف للدالة التربيعية بكلمات من عندهم. اطلب من كل ثنائي تبادل التعريفات الخاصة بهما مع مجموعة ثنائية أخرى ومناقشة أي اختلافات. **1, 2, 4**

## الإستراتيجية البديلة

اطلب من الطلاب تمثيل الدوال  $y = x^2 + 1$  و  $y = x^2 + 2$  و  $y = x^2 - 1$  بيانياً، ثم اجعلهم يجيبوا عما يلي:

- قارن وقابل بين التمثيلين البيانيين. **الإجابة النموذجية: التمثيلان البيانيان لهما الشكل نفسه ولكن تختلف النقطة الصفرى لكليهما.**
- بدون التمثيل بيانياً، صف التمثيل البياني للدالة  $y = x^2 - 2$ . **الإجابة النموذجية: الشكل هو نفسه والنقطة الصفرى تكون عند (0, -2).**



## 2 تدريس المفهوم

اطرح الأسئلة الداعمة لكل مثال للتمييز بين خيارات التدريس.

### أمثلة

#### 1. التمثيل البياني للدوال التربيعية.

- ما الطريقة التي يمكنك استخدامها لتمثيل الدالة  $y = x^2$  بيانياً؟ أنشئ جدول دالة. ثم عيّن الأزواج المرتبة على مستوى إحداثي.
- كيف تقوم بتربيع عدد؟ اضربه في نفسه.
- ما ناتج  $(-2)^2$ ؟ 4
- من دون التمثيل بيانياً، هل التمثيل البياني للدالة مفتوح لأعلى أم لأسفل؟ اشرح. لأعلى؛ معامل  $x$  قيمته موجبة.
- ما النقطة الصغرى للتمثيل البياني؟  $(0, 0)$
- لماذا من المهم استخدام أعداد مختلفة بالنسبة لـ  $x$ ؟ الإجابة النموذجية: للحصول على نظرة جيدة على التمثيل البياني ومتى يغير التمثيل البياني الاتجاه

هل تريد مثلاً آخر؟

مثل بيانياً  $y = 5x^2$ . انظر ملحق الإجابات.

#### 2. التمثيل البياني للدوال التربيعية.

- لماذا من المفيد استخدام جدول قيم لتمثيل المعادلة بيانياً؟ الإجابة النموذجية: مفيد في أنه يساعد على تنظيم القيم المدخلة والمخرجة في صورة أزواج مرتبة لتمثيلها بيانياً.
- ما قيمة  $-x^2$  عندما يكون  $x = -2$ ؟ -4
- هل التمثيل البياني للدالة مفتوح لأعلى أم لأسفل؟ اشرح. لأسفل، معامل  $x$  قيمته سالبة.
- هل توجد قيمة صغرى أو عظمى للتمثيل البياني؟ اشرح. بما أن التمثيل البياني يُفتح لأسفل، فإن له قيمة عظمى.
- ما القيمة العظمى للتمثيل البياني؟ 4 عند  $x = 0$

هل تريد مثلاً آخر؟

مثل بيانياً  $y = -x^2 - 2$ . انظر ملحق الإجابات.

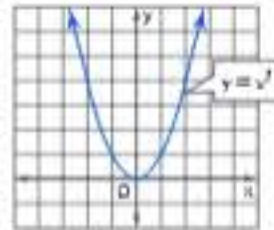
### الدوال التربيعية

يمكن كتابة الدالة التربيعية في الصورة  $y = ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 0$ . التمثيل البياني للدالة التربيعية يسمى قطع مكافئ. ويُفتح التمثيل البياني لأعلى إذا كان معامل المتغير الذي يكون مربّعاً موجباً، ولأسفل إذا كان سالباً.

#### أمثلة

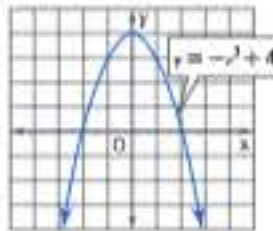
##### 1. مثل بيانياً $y = x^2$

لتمثيل الدالة التربيعية، أنشئ جدول قيم. وعيّن الأزواج المرتبة. وصل النقاط. يستحسن تنظيم.



x	$x^2$	y	(x, y)
-2	$(-2)^2 = 4$	4	(-2, 4)
-1	$(-1)^2 = 1$	1	(-1, 1)
0	$(0)^2 = 0$	0	(0, 0)
1	$(1)^2 = 1$	1	(1, 1)
2	$(2)^2 = 4$	4	(2, 4)

##### 2. مثل بيانياً $y = -x^2 + 4$



x	$-x^2 + 4$	y	(x, y)
-2	$-(-2)^2 + 4 = 0$	0	(-2, 0)
-1	$-(-1)^2 + 4 = 3$	3	(-1, 3)
0	$-(0)^2 + 4 = 4$	4	(0, 4)
1	$-(1)^2 + 4 = 3$	3	(1, 3)
2	$-(2)^2 + 4 = 0$	0	(2, 0)

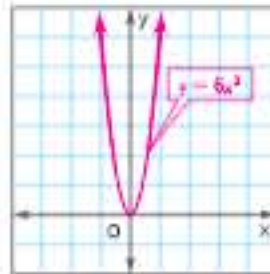
#### التفكير والتفكير

هل من الممكن أن تكون الدالة متزايدة ومتناقصة معاً؟ اشرح أفكارك.

نعم، الإجابة النموذجية: التمثيل البياني للدالة التربيعية يتزايد ويتناقص.

تأكد من فهمك (أوجد حلاً للمسألة التالية لتأكد أنك فهمت).

##### a. مثل بيانياً $y = 6x^2$





## أمثلة

## 3. استخدام الدوال التربيعية.

- **AL** هل التمثيل البياني للدالة خطي أم غير خطي؟ غير خطي
- كيف علمت أن التمثيل البياني غير خطي؟ المعادلة عبارة عن معادلة تربيعية والتمثيل البياني غير خطي.
- **OL** ما المسافة التي قطعها سيارة السباق بعد ثانية واحدة؟ 4 m
- ثانيتين؟ 16 m 4 ثواني؟ 64 m
- ما البدة التي استغرقتها السيارة للتسارع عندما قطعت 200 متر؟ حوالي 7 ثواني
- **BL** لماذا لا تستخدم أعداداً سالبة لهذا التمثيل البياني؟ الزمن لا يمكن أن يكون سالباً

هل تريد مثلاً آخر؟

- الدالة  $d = 16t^2$  تمثل المسافة  $d$  بالمتري التي يقطعها لاعب القفز بالمظلات في  $t$  ثوانٍ. مثل المعادلة بيانياً. ثم استخدم التمثيل البياني لإيجاد كم من الوقت سيستغرقه لاعب القفز بالمظلات للهبوط لمسافة 400 متر. 5 s
- انظر إجابات الملحق للتمثيل البياني.

## 4. استخدام الدوال التربيعية.

- **AL** ما الطريقة التي يمكنك استخدامها لتمثيل الدالة بيانياً؟ أنشئ جدول دالة. ثم عيّن الأزواج المرتبة على مستوى إحداثي.
- هل التمثيل البياني للدالة خطي أم غير خطي؟ غير خطي
- **OL** هل القيم السالبة المدخلة تكون منطقية في هذه الحالة؟ اشرح. لا؛ لا يمكن أن يكون لديك مسافة سالبة.
- ما قيمة  $x$  المقابلة على التمثيل البياني لقيمة  $y$  التي تساوي 1,000 حوالي 40
- **BL** افترض أنك على ارتفاع 1,200 في الهواء. كم تبلغ المسافة، تقريباً، التي يمكنك رؤيتها؟ الإجابة النموذجية: حوالي 42 m

هل تريد مثلاً آخر؟

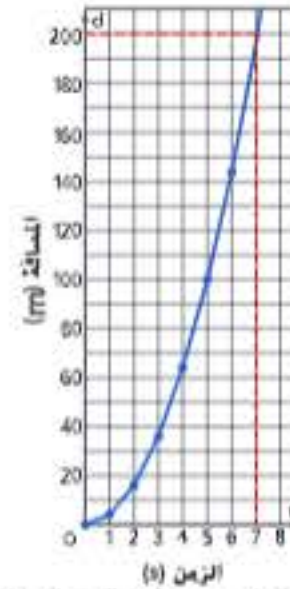
- المعادلة  $d = 16.065t^2$  تصف المسافة  $d$  بالمتري التي تسقط خلالها حجارة من منحدر خلال  $t$  ثوانٍ. مثل هذه الدالة بيانياً. ثم استخدم التمثيل البياني لتقدير كم سيستغرق الأمر لتسقط الحجارة 200 متر. حوالي 3.5 s
- انظر ملحق الإجابات للتمثيل البياني.

الدوال

## أمثلة



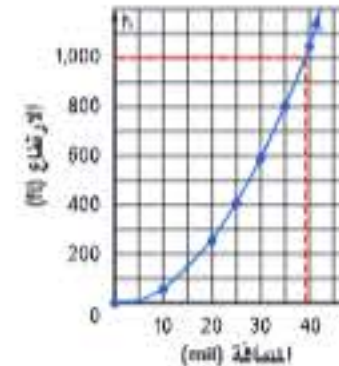
3. الدالة  $d = 4t^2$  تمثل المسافة  $d$  بالمتري التي سوف تقطعها سيارة سباق خلال  $t$  ثوانٍ بتسارع ثابت يساوي 8 أمتار في الثانية. مثل الدالة بيانياً. ثم استخدم التمثيل البياني لإيجاد الوقت الذي سوف تستغرقه سيارة السباق لقطع 200 متر.
- الزمن لا يمكن أن يكون سالباً. لذا استخدم القيم الموجبة فقط لـ  $t$ .



$t$	$d = 4t^2$	$(t, d)$
0	$4(0)^2 = 0$	(0, 0)
1	$4(1)^2 = 4$	(1, 4)
2	$4(2)^2 = 16$	(2, 16)
3	$4(3)^2 = 36$	(3, 36)
4	$4(4)^2 = 64$	(4, 64)
5	$4(5)^2 = 100$	(5, 100)
6	$4(6)^2 = 144$	(6, 144)

حدد 200 على المحور الرأسي. تحرك إلى التمثيل البياني وحدد قيمة الزمن المقابلة. سوف تقطع السيارة 200 متر بعد حوالي 7 ثواني.

4. الدالة  $h = 0.66d^2$  تمثل المسافة  $d$  بالمتري التي يمكنك رؤيتها من ارتفاع  $h$  بالقدم. مثل هذه الدالة بيانياً لتقدير كم تبعد المسافة التي يمكنك رؤيتها من منطاد الهواء الساخن على ارتفاع 1,000 قدم في الهواء.
- المسافة لا يمكن أن تكون سالبة. لذا استخدم القيم الموجبة فقط لـ  $d$ .



$d$	$h = 0.66d^2$	$(d, h)$
0	$0.66(0)^2 = 0$	(0, 0)
10	$0.66(10)^2 = 66$	(10, 66)
20	$0.66(20)^2 = 264$	(20, 264)
25	$0.66(25)^2 = 412.5$	(25, 412.5)
30	$0.66(30)^2 = 594$	(30, 594)
35	$0.66(35)^2 = 808.5$	(35, 808.5)
40	$0.66(40)^2 = 1,056$	(40, 1,056)

على ارتفاع 1,000 قدم، يمكنك رؤية 39 ميلاً تقريباً.



## تمرين موجّه

التقويم التكويني استخدم هذه التمارين لتقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في هذا الدرس.

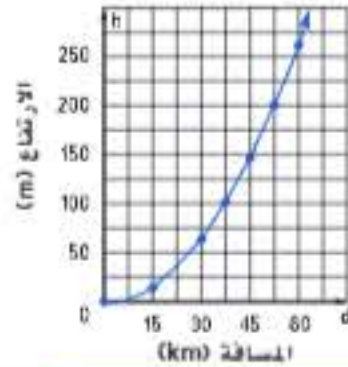
إذا كان بعض طلابك غير مستعدين للواجبات، فاستخدم الأنشطة المتمايزة الواردة أدناه.



**LA AL** الرؤوس البرقية تعمل معًا وزّع الطلاب إلى فرق تعلّم مكونة من 3 أو 4 طلاب. يُخصّص لكل طالب عدد من 1 إلى 4. يحلّ كل فريق التمارين من 1 إلى 3، مع التأكد من فهم كل عضو في الفريق للخطوات المتخذة في الحل. استدع عددًا معينًا من فريق واحد لعرض حل الفريق على التمرين 1. كرر ذلك مع التمرينين المتبقّيين. 1

**LA BL** مناقشات ثنائية كلّف الطلاب بالعمل في مجموعات ثنائية لإعداد خريطة مفاهيم عن الدوال التربيعية. يجب أن يقوموا بتوضيح معلومات حول التمثيلات البيانية والمعادلات وأي شيء آخر يمكنهم إيجادها في بحثهم. اعرض خرائط المفاهيم حول غرفة الصف الدراسي، وأطلب من الطلاب التجميع، ومناقشة أي اختلافات في خرائط المفاهيم. 1, 2, 6

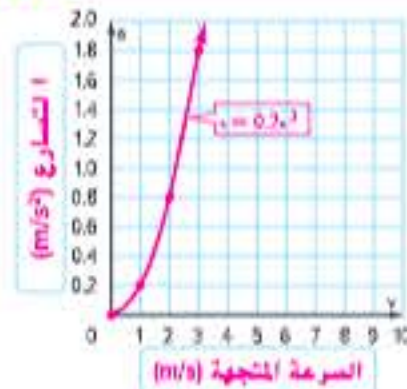
تأكد من فهمك أوجد حلًا للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.



b. منصة الملاحظة الخارجية لبرج "إبرة القش" في سياتل، واشنطن، ترتفع 160 مترًا فوق مستوى الأرض. استخدم التمثيل البياني لتقدير كم بعد المسافة التي يمكنك رؤيتها من منصة الملاحظة.

b. حوالي 45 km

## تمرين موجّه

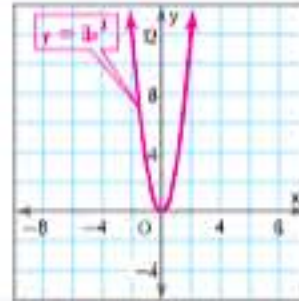


1. نعر الدالة  $a = 0.2v^2$  عن تسارع لعبة في المهرجان. حيث  $a$  هو التسارع نحو مركز الجولة بالمتر في الثانية لكل ثانية و  $v$  هي السرعة المتجهة بالمتر في الثانية. مثل الدالة بيانيًا. ثم استخدم تمثيلك البياني لتقدير السرعة المتجهة للعبة عند تسارع مقداره متر واحد في الثانية لكل ثانية. (التمرين 3 و 14)

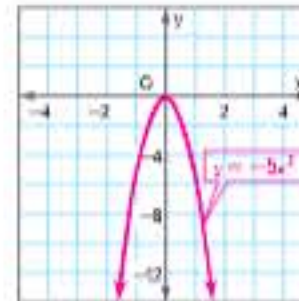
الإجابة النموذجية: حوالي 2.2 m/s

مثل كل دالة بيانيًا. (التمرين 1 و 2)

$$2. y = 3x^2$$



$$3. y = -5x^2$$



قيم نفسك!

ما مدى فهمك للدوال التربيعية؟  
ضع علامة في المربع المناسب.



4. الاستفادة من السؤال الأساسي متى يكون التمثيل البياني

للدالة التربيعية مفتوحًا لأعلى أو لأسفل؟

الإجابة النموذجية: يُفتح التمثيل البياني

لأعلى إذا كان معامل المتغير الذي يكون مربعًا.

موجبًا، ولأسفل إذا كان سالبًا.

## 3 التمرين والتطبيق

## تمارين ذاتية وتمارين إضافية

أعدت صفحات التمارين الذاتية لتكون الواجب المنزلي، ويمكن استخدام صفحات التمارين الإضافية لتقوية الطلاب أو كواجب لليوم الثاني.

## مستويات الصعوبة

تتقدم مستويات التمارين من 1 إلى 3، حيث يشير المستوى 1 إلى أقل مستوى من الصعوبة.

## التمارين

12-14	5-11, 19-21	1-4, 15-18	
			المستوى 3
			المستوى 2
			المستوى 1

## الواجبات المقترحة

يمكنك استخدام الجدول أدناه الذي يحتوي على تمارين لكل مستويات الصعوبة لتحديد التمارين الملائمة لاحتياجات طلابك.

## خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

AL	قريب من المستوى	1-4, 5-11, 13, 14, 20, 21
OL	ضمن المستوى	1, 3, 5-11, 13, 14, 20, 21
BL	أعلى من المستوى	5-14, 20, 21

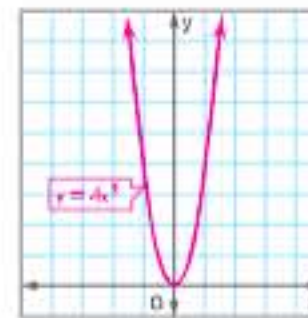
انتبه!

**خطأ شائع** إذا رسم الطلاب تمثيلاً بيانياً لقطع مكافئ في الاتجاه الخاطئ، فذكرهم بأنه يفتح لأعلى إذا كان معامل  $x^2$  قيمته موجبة ولأسفل إذا كانت قيمته سالبة.

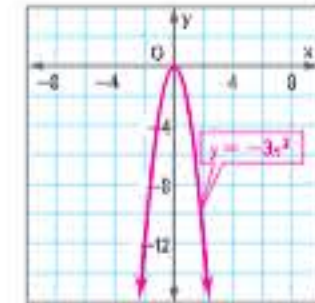
## تمارين ذاتية

مثل كل دالة بيانياً. (التمرين 1، 2)

1.  $y = 4x^2$

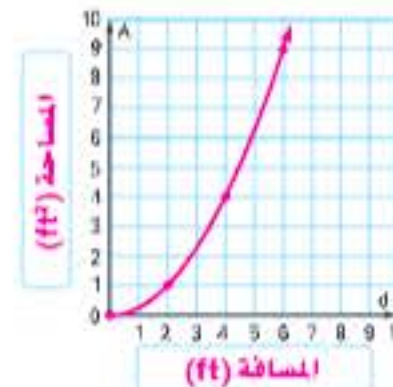


2.  $y = -3x^2$



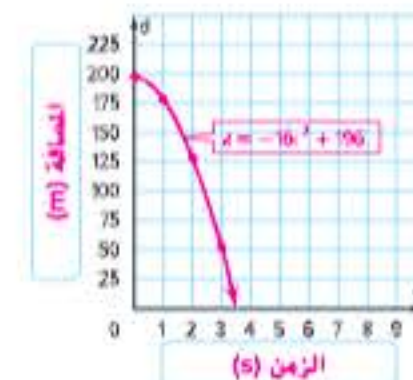
4. المساحة  $A$  بالقدم المربع لعلم يقف من جهاز إسقاط (بروجكتر) على شاشة الفيلم، يمكن تمثيلها بالمعادلة  $A = 0.25d^2$ ، حيث  $d$  تمثل المسافة من جهاز الإسقاط إلى شاشة الفيلم. مثل هذه الدالة بيانياً. ثم استخدم تمثيلك البياني لتقدير المسافة من جهاز الإسقاط إلى الشاشة إذا كانت مساحة الفيلم 7 أقدام مربعة.

حوالي 5.2 ft (التمرين 3، 4)



5. عملة نقدية تسقط من على جسر من ارتفاع 196 متراً. الدالة  $d = -16t^2 + 196$  تمثل المسافة  $d$  بالمتري التي تبعها العملة النقدية من سطح المياه في الزمن  $t$  ثوانٍ. مثل هذه الدالة بيانياً. ثم استخدم تمثيلك البياني لتقدير الزمن الذي سوف تستغرقه العملة النقدية للوصول إلى المياه. (التمرين 3، 4)

حوالي 3.5 s



5. نحتاج حصة إلى قص إطار مستطيل لمساحة في سجل القصاصات الخاص بنا. ويساوي القسم داخل الإطار  $x$  سنتيمترات طويلاً و  $(12 - x)$  سنتيمترات عرضاً.

$$A = 12x - x^2$$

a. اكتب دالة لتمثيل مساحة  $A$  القسم بداخل الإطار.

b. الأبعاد التي يجب أن يكون عليها القسم لاحتواء المساحة القصوى بداخل الإطار؟

6 cm في 6 cm

(إرشاد: مثل الدالة بيانياً وأوجد الإحداثي  $x$  للنقطة عند قمة التمثيل البياني).



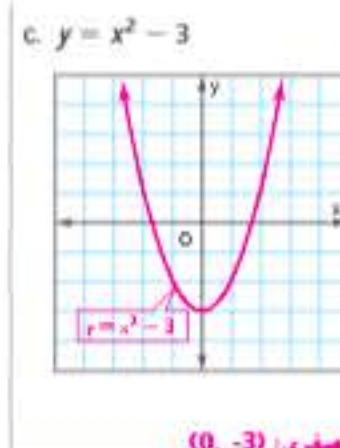
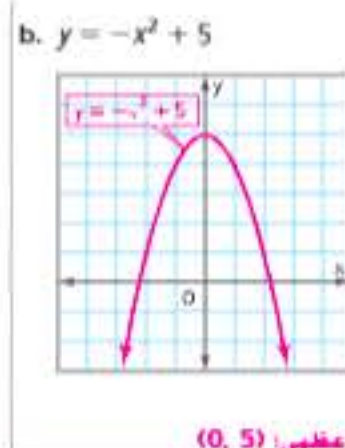
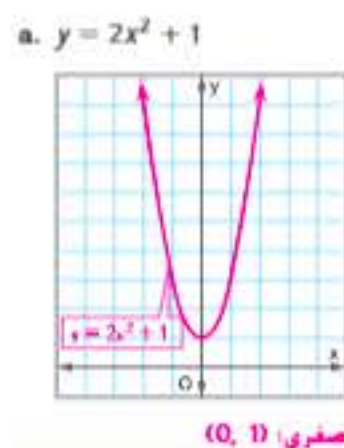
## الممارسات الرياضية

التمرين (التمارين)	التركيز على
12	1 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
14	3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
13, 19	4 استخدام نماذج الرياضيات.
6-11	7 محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

تعد ممارسات الرياضيات 1 و 3 و 4 جوانب من التفكير الرياضي يتم التركيز عليها في كل درس. يُمنح الطلاب الفرص لبذل الجهد الكافي في حل المسائل والتعبير عن استنتاجاتهم وتطبيق الرياضيات في مواقف من الحياة اليومية.

## مسائل مهارات التفكير العليا

12. **المثابرة في حل المسائل** التمثيلات البيانية للدوال التربيعية قد يكون لها قيمة عليا واحدة فقط، تسمى قيمة عظمى، أو قيمة دنيا واحدة فقط، تسمى قيمة صغرى. مثل كل معادلة تربيعية بيانية، حدد ما إذا كان كل تمثيل بياني له قيمة عظمى أو صغرى، إذا كان بها أي منهما حدد إحداثيات كل نقطة.



13. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب معادلة الدالة التربيعية التي تفتح لأعلى ولها قيمة صغرى عند  $(-3.5, 0)$ . **الإجابة النموذجية:**  $y = x^2 - 3.5$

14. **الاستدلال الاستقرائي** المعادلة  $y = ax^2 + bx + c$  تمثل دالة تربيعية.

ما الذي يمثل الثابت  $c$ ؟ اشرح. **المقطع من المحور  $y$ :** **الإجابة النموذجية:**

عندما يتقاطع التمثيل البياني المحور  $y$ ،  $x = 0$ . عوض بـ 0 عن  $x$  في المعادلة، و  $y = c$ . إذا  $c$  يمثل المقطع من المحور  $y$ .

## بطاقة

### التحقق من استيعاب الطلاب

اطلب من الطلاب توضيح الخطوات التي سوف يستخدمونها لتمثيل دالة تربيعية بيانية. **راجع عمل الطلاب.**

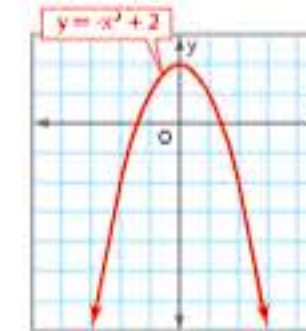
## تمرين إضافي

مثل كل دالة بيانياً.

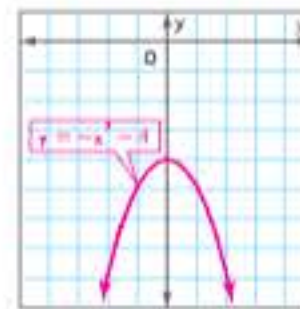
15.  $y = -x^2 + 2$

التمرين الإضافي

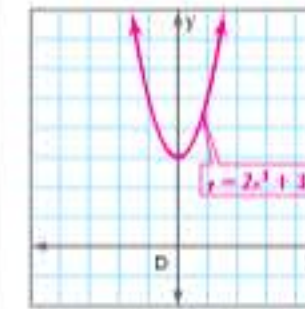
x	$-x^2 + 2$	y	(x, y)
-2	$-(-2)^2 + 2$	-2	(-2, -2)
-1	$-(-1)^2 + 2$	1	(-1, 1)
0	$-(0)^2 + 2$	2	(0, 2)
1	$-(1)^2 + 2$	1	(1, 1)
2	$-(2)^2 + 2$	-2	(2, -2)



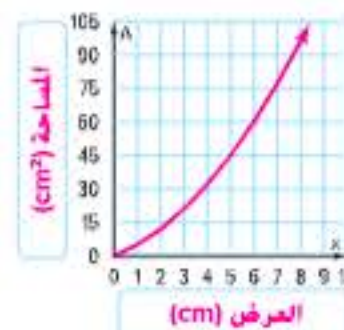
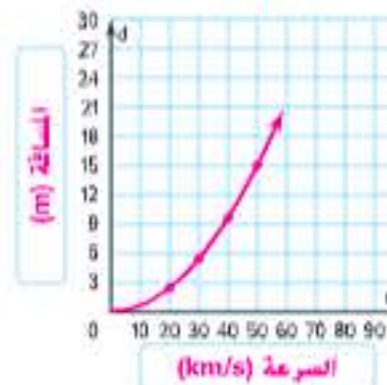
16.  $y = -x^2 - 4$



17.  $y = 2x^2 + 3$



18. نعتبر الدالة  $d = 0.006s^2$  عن مسافة الكبح  $d$  بالمتر لسيارة تتحرك بسرعة 5 بالكيلومتر في الثانية. مثل هذه الدالة بيانياً. لم استخدم شيفت البياني لتقدير سرعة السيارة إذا كانت مسافة الكبح بها هي 12 متراً. حوالي **45 km/s**.



19. استخدام نماذج الرياضيات لصنع حلقة لوحة مذكرات من الفم. ويبلغ عرض اللوحة  $x$  سنتيمترات وطولها  $(x + 4)$  سنتيمترات.

a. اكتب دالة تعبر عن مساحة لوح المذكرات  $A$ .

$$A = x^2 + 4x$$

b. مثل الدالة بيانياً.

c. إذا كان عرض لوحة المذكرات يساوي 8 سنتيمترات، فما مساحتها؟ **96 cm^2**



## انطلق! تمرين على الاختبار

يُعد التمرينان 20 و 21 الطلاب لتفكير أكثر دقة يتطلبه التقويم.

20. تتطلب فقرة الاختبار هذه من الطلاب تحليل مسائل معقدة من الحياة اليومية وحلها باستخدام أدوات ونماذج رياضية.

عميق المعرفة	عميق المعرفة 3
الممارسات الرياضية	م. ر. 1. م. ر. 4

### معايير رصد الدرجات

نقطتان	ينجح الطلاب في استكمال الجدول والتمثيل البياني للدالة وإيجاد الزمن.
نقطة واحدة	ينجح الطلاب في استكمال الجدول والتمثيل البياني للدالة ولكن يفشلون في إيجاد الزمن، أو ينجحون في استكمال الجدول ولكن يفشلون في تمثيل الدالة بيانياً، أو يستكملون الجدول بشكل خاطئ، ولكن يكون التمثيل البياني والزمن صحيحين وفقاً للقيم في الجدول.

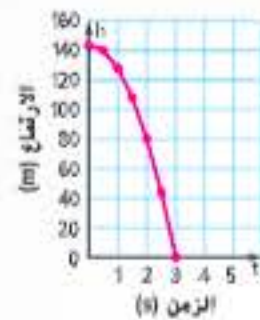
21. تُلزم فقرة الاختبار هذه الطلاب أن يفكروا بطريقة تجريدية وكتبية عند حل المسائل.

عميق المعرفة	عميق المعرفة 1
الممارسات الرياضية	م. ر. 1

### معايير رصد الدرجات

نقطة واحدة	يجيب الطلاب عن كل جزء إجابة صحيحة.
------------	------------------------------------

## انطلق! تمرين على الاختبار

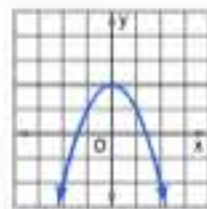


20. ارتفاع حجارة سقطت من جسر طوله 144 متراً، يمكن تمثيلها بالدالة  $h = -16t^2 + 144$ ، حيث  $t$  هو الزمن بالثانية و  $h$  هو ارتفاع الحجرة فوق النهر. أكمل جدول القيم أدناه ومثل الدالة بيانياً على المستوى الإحداثي.

الزمن، $t$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
الارتفاع، $h$	144	140	128	108	80	44	0

كم من الوقت ستمتدق الحجرة للوصول إلى النهر؟

3 s



21. قامت حنده برسم تمثيل بياني لدالة تربيعية كما هو موضح. حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة.

- a. التقاطع مع المحور  $y$  هو  $(0, 2)$ . ☐ صحيحة ☐ خاطئة
- b. يفتح التمثيل البياني لأسفل. ☐ صحيحة ☐ خاطئة
- c. إذا معامل  $x^2$  موجب. ☐ صحيحة ☐ خاطئة
- d. التمثيل البياني يمثل الدالة  $y = -x^2 + 2$ . ☐ صحيحة ☐ خاطئة

### مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل تعبير.

22.  $2^4 = 16$       23.  $6^4 = 1,296$       24.  $8^3 = 512$       25.  $3^5 = 243$

26.  $3^3 = 27$       27.  $4^2 = 16$       28.  $5^4 = 625$       29.  $6^2 = 36$

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان  $a = 2$  و  $b = -3$  و  $c = 6$ .

30.  $a+b-c = -7$       31.  $c-a+b = 1$       32.  $a \times c = 12$       33.  $\frac{c}{a} = 3$



## التركيز تضيق النطاق

**الهدف** استخدام حاسبة التمثيل البياني لتمثيل مجموعات الدوال غير الخطية بيانياً.

## الترابط المنطقي الربط داخل الصنوف وبينها

التالي

الحالي

يستخدم الطلاب حاسبات التمثيل البياني لتمثيل مجموعات الدوال غير الخطية بيانياً. يوصف التمثيلات البيانية التوعية.

## الدقة اتباع المفاهيم والتعمق والتطبيقات

انظر مخطط مستويات الصعوبة في الصفحة 345.

المشاركة الاستكشاف الشرح التوضيح التقييم

## 1 بدء النشاط في الاستكشاف

صُمم النشاطان 1 و 2 ليستخدمهما كنشاط للمجموعة بأكملها. وصُمم النشاط 1 لتقديم إرشادات للطلاب أكثر من النشاط 2.

**المواد:** حاسبات تمثيل بياني

## نشاط عملي 1

**LA AL** اختيار المميزين استطاع طلاب الصف التعرف من منهم على علم بتمثيل الدوال بيانياً. وعلى أولئك الطلاب (المميزين) الانتشار في غرفة الصف الدراسي. وقسم بقية الطلاب إلى فرق. وقسم الفرق بحيث يتعاون كل عضو فيها مع طالب متميز مختلف. إن أمكن. واطلب من الطلاب المتميزين قيادة العمل في النشاط 1. وعندما ينتهي النشاط. يعود الطلاب إلى فرقهم ويقارنون بين الحلول. ويناقش الطلاب بعدئذ طريقة الطلاب المتميزين المختلفة في شرح الخطوات. **1, 3, 4, 5**

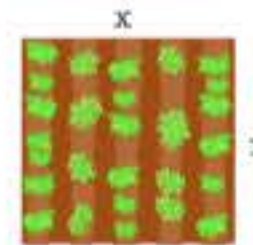
الدوال

## مختبر الاستكشاف 2

تقنية التمثيل البياني: مجموعات الدوال غير الخطية

المهارات الرياضية  
1, 3, 7

**الاستكشاف** ما أوجه التشابه بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟ ما أوجه الاختلاف بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟



حرية تحفر حديقة حصراوات وتريد أن تعرف كم المساء المطلوب شراء. المعادلة  $y = x^2$  تمثل مساحة الحديقة المبيدة. بالنظر المربع.

## نشاط عملي 1

تتمتع مجموعات الدوال غير الخطية بأن لها خصائص مشتركة تمتد إلى الدالة الأصلية. والدالة الأصلية. أو الدالة الأسية. لمجموعة الدوال التربيعية هي  $y = x^2$ . يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف مجموعات الدوال التربيعية.

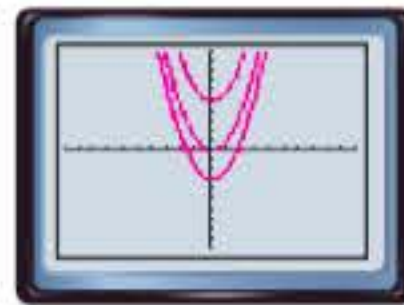
مثل بيانياً  $y = x^2 + 5$ ,  $y = x^2$ , و  $y = x^2 - 3$  في الشاشة ذاتها.

**الخطوة 1** احذف أي معادلات موجودة من الشاشة  $Y=$  عن طريق الضغط على **CLEAR** **Y=**

**الخطوة 2** أدخل كل معادلة. اضغط على

**X,T,θ,n**  **$x^2$**  **ENTER**, **X,T,θ,n**  **$x^2$**  **+** **5** **ENTER**, **X,T,θ,n**  **$x^2$**  **-** **3** **ENTER**

**الخطوة 3** اضغط على **ZOOM** **6**



اصح شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الطارئة المبيد.

كيف ترتبط المعادلات الثلاث؟

**الإجابة النموذجية:** تشتمل المعادلات الثلاث على  $x^2$ . ومع

ذلك، العدد الذي يُجمع إلى أو يُطرح من  $x^2$  مختلف.

كيف ترتبط التمثيلات البيانية للمعادلات الثلاث.

**الإجابة النموذجية:** تظهر التمثيلات البيانية الثلاثة في الشكل "U". ومع ذلك، تقع

رؤوس التمثيلات البيانية عند نقاط مختلفة.

## نشاط عملي 2

**LA AL** **مراجعة ثنائية** اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإكمال الخطوات من 1 إلى 4 في النشاط 2. يجب أن يكمل أحد الزميلين الخطوتين الفرديتين، بينما يكمل الآخر الخطوتين الزوجيتين. بعد أن يدون كل ثنائي نتائجهما ويحفظا نتائج التمثيل البياني، اطلب منهما مشاركة الحل ومناقشته والتحقق منه مع مجموعة ثنائية أخرى. 1, 5

**LA BL** **مراجعة ثنائية** اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإكمال الخطوات من 1 إلى 4 في النشاط 2. يجب أن يكمل أحد الزميلين الخطوة الأولى بينما يوجهه الآخر. ويتبادل الطالبان الأدوار في الخطوة التالية. يستمر الطلاب في تبادل الأدوار لبقية الخطوات. بعد إكمال كل خطوتين، تتحقق المجموعات الثنائية من حلولها مع بعضها البعض وتجري أي تعديلات ضرورية. 1, 5

## نشاط عملي 2

**الدالة الأسية** هي دالة غير خطية يكون فيها الأساس عبارة عن ثابت والأس عبارة عن متغير مستقل.  $x$  الدالة الأصلية للدالة الأسية مبينة أدناه.

$$y = 2^x$$

الأس هو متغير

الأسس هو ثابت

نوع معين من البكتيريا يتضاعف في كل ساعة. الدالة  $y = 2^x$  تمثل العدد الإجمالي للبكتيريا  $y$  في نهاية كل ساعة  $x$ . مثل الدالة بيانياً. ثم أوجد عدد البكتيريا في نهاية 5 ساعات.

**الخطوة 1** احذف أي معادلات موجودة من الشاشة  $Y=$  عن طريق الضغط على  $\text{CLEAR}$  -  $Y=$ .

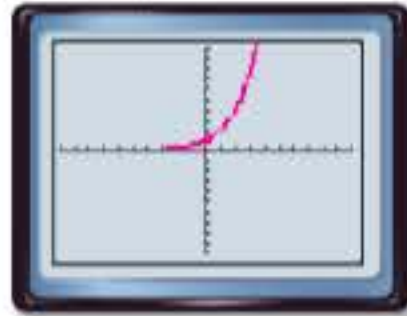
**الخطوة 2** أدخل المعادلة. اضغط على

$$Y= 2^{\wedge} X, T, 0, n$$

**الخطوة 3** مثل المعادلة بيانياً في نافذة العرض القياسية.

اضغط على  $\text{ZOOM}$  6

اصنع شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبينة.



صف الدالة عن طريق تحليل التمثيل البياني.  
**الإجابة النموذجية: الدالة هي دالة غير خطية متزايدة.**

**الخطوة 4** استخدم حاسبة TABLE. اضغط على  $\text{GRAPH}$   $\text{2nd}$ . ما قيمة  $y$  التي تتقابل مع

قيمة  $x$  التي تساوي 32؟

إذًا، يوجد 32 بكتيريا في نهاية 5 ساعات.



## 2 نشاط تعاوني

تم إعداد أقسام الاستكشاف والتحليل والتفكير بهدف استخدامها كبهيات استكشاف لمجموعات صغيرة. تم إعداد قسم الابتكار بهدف استخدامه كتبارين مستقلة.

### مستويات الصعوبة

تتقدم مستويات التبارين من 1 إلى 3، حيث يشير المستوى 1 إلى أقل مستوى من الصعوبة.

التبارين			
10, 11	5-9	1-4	
			المستوى 3
			المستوى 2
			المستوى 1

### استكشاف



**LA AL** **نشاط جماعي-فردى** تعاون مع طلاب الصف الدراسي بأكمله لإكمال التمرين 1، بينما تقوم أنت أو طالب مشطوع باستعراض كيفية استخدام حاسبة التمثيل البياني لتمثيل حل التمرين 1 بيانياً. ثم كلف الطلاب بإكمال التبارين من 2 إلى 4 كل بمفرده. **1, 5**

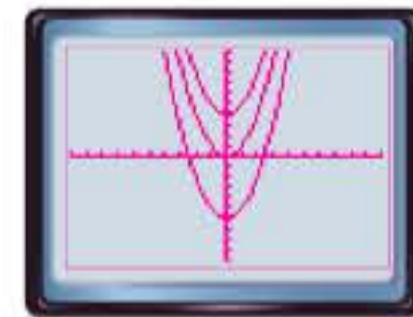
**LA BL** **فكر - اعمل في ثنائيات - اكتب** كلف الطلاب بالعمل مع زميل لإكمال التبارين من 1 إلى 4. أتح للطلاب وقتاً لمناقشة السؤال في كل تمرين. بعد أن ينهي الطلاب المناقشة في مجموعات ثنائية، اطلب من كل طالب كتابة إجابته عن السؤال. وإذا كان الوقت يسمح، فاطلب من متطوعين تقديم إجاباتهم وكيف أثر زميلاهم على هذه الإجابة. **1, 5**

### استكشاف



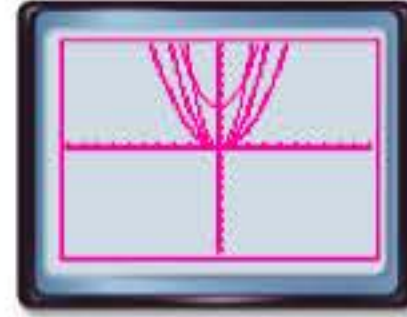
تعاون مع زميلك.

1. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل المعادلة بيانياً:  $y = x^2 + 4$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^2 - 6$  انسخ شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبينة.



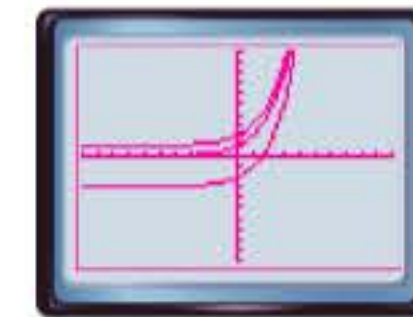
كيف يؤثر تغيير قيمة  $c$  في المعادلة  $y = x^2 + c$  على التمثيل البياني؟  
تغيير قيمة  $c$  سيغير الموضع الرأسى للتمثيل البياني.

2. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل المعادلة بيانياً:  $y = 2x^2$ ,  $y = 0.5x^2$ ,  $y = x^2$  انسخ شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبينة.



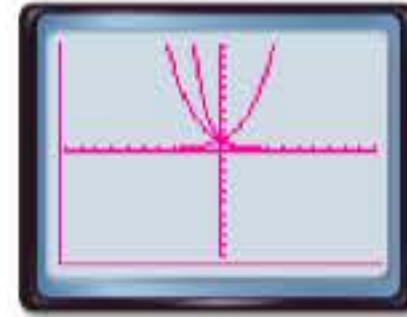
كيف يؤثر تغيير قيمة  $a$  في المعادلة  $y = ax^2$  على التمثيل البياني؟  
تغيير قيمة  $a$  سيغير عرض التمثيل البياني.

3. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل المعادلة بيانياً:  $y = 2^x - 3$ ,  $y = 2^x$ ,  $y = 2^x + 1$  انسخ شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبينة.



كيف يؤثر تغيير قيمة  $c$  في المعادلة  $y = 2^x + c$  على التمثيل البياني؟  
تغيير قيمة  $c$  سيغير الموضع الرأسى للتمثيل البياني.

4. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل المعادلة بيانياً:  $y = 2^x$ ,  $y = 0.5^x$ ,  $y = 0.25^x$  انسخ شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبينة.



كيف يؤثر تغيير قيمة  $a$  إلى كسر في المعادلة  $y = a^x$  على التمثيل البياني؟  
تغيير قيمة  $a$  إلى كسر سيغير ميل التمثيل البياني لأسفل.



**LA AL** مشاركة سريعة كلّف الطلاب بإكمال التمارين من 5 إلى 9 كل بمفرده. قل "سريفا 5" بحيث يمكن للطلاب الوقوف سريفا من مقاعدكم واحد تلو الآخر لمشاركة إجاباتهم. يكتب الطلاب الجالسون إجاباتهم على قطعة ورقية بعد إجماع طلاب الصف الدراسي. تابع ذلك النشاط حتى استكمال كل التمارين. **1, 5**

**LA BL** مناقشات ثنائية اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لحل التمارين من 5 إلى 9. اجعل كل مجموعة ثنائية تتبادل حلولها مع مجموعة أخرى ويناقشوا عند ظهور أي اختلافات. **1, 5**

### الابتكار

**LA BL** تبادل مسألة اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية. بحيث يكتب كل زميل مسألة كلامية من الحياة اليومية تتطلب استخدام تقنية حاسبة التمثيل البياني. دعهم يتبادلوا المسألة الكلامية مع زملائهم ليحل كل منهم مسألة كلامية خاصة بغيره. **1, 4, 5**

**الاستكشاف** يجب أن يكون الطلاب قادرين على الإجابة عن السؤال "ما أوجه التشابه بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟" ما أوجه الاختلاف بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟" تحقق من استيعاب الطلاب وقدم لهم التوجيهات إذا لزم الأمر.

### التحليل والتفكير



**+** تحديد البنية تعاون مع زميلك لإكمال الجدول. من دون تمثيل بياني. حدد أي التمثيل البياني هو الأوسع.

أي تمثيل بياني هو الأوسع؟	المعادلة 2	المعادلة 1
$y = x^2$	$y = x^2$	$y = 5x^2$
$y = \frac{1}{3}x^2$	$y = 3x^2$	$y = \frac{1}{3}x^2$
$y = 2^x$	$y = 4^x$	$y = 2^x$
$y = 0.75^x$	$y = 0.75^x$	$y = 0.25^x$

9. أنشأ والدًا حديجة حساب ادخار لابنتها عند ولادتها مع إيداع AED 100 في الحساب. ويحقق الحساب مزاولة سنوية بنسبة 3%. يمكن تمثيل الرصيد  $y$  في الحساب بالدالة  $y = 100(1.03)^x$  حيث  $x$  هو عدد الأعوام.

a. مثل الدالة بيانياً على حاسبة التمثيل البياني الخاصة بك. اسخ شاشة الحاسبة لديك على الشاشة الفارغة المبيت.

البرشاد: استخدم المحاور  $x$  من -50 إلى 50 والمحاور  $y$  من 0 إلى 500. استخدم حاسبة TABLE. كم سيكون

السلع في الحساب بعد 13 عامًا؟ **AED 46.85**

c. صف الدالة عن طريق تحليل التمثيل البياني.

الإجابة النموذجية: الدالة هي دالة غير خطية متزايدة.



### الابتكار



10. استخدام نماذج الرياضيات اكتب معادلة الدالة التربيعية التي تكون أوسع من  $y = \frac{2}{3}x^2$ . اشرح كيف عرفت أنها أوسع.

الإجابة النموذجية:  $y = \frac{1}{3}x^2$ ; قيمة القيمة المطلقة للمعامل

هي عدد أصغر. إذا التمثيل البياني يكون أوسع.

11. **الاستكشاف** ما أوجه التشابه بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟ ما أوجه الاختلاف بين مجموعات الدوال غير الخطية والدالة الأصلية؟

الإجابة النموذجية: يكون شكل التمثيل البياني هو نفسه بالنسبة لمجموعة الدوال غير

الخطية. وقد يتغير موقع المحاور من دالة لأخرى. ومن الممكن أن يتغير العرض و/أو

الاتجاه كذلك.