

3-3 التغير العكسي



- المسابق:**
- قمت بحل مسائل
 - مشتتلة على التغير الطردي.
- الحالي:**
- 1 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها.
 - 2 تمثيل التغيرات العكسية بيانياً.
- لماذا؟**
- الوقت الذي يستغرقه العداء لإتمام السباق يتناسب عكسياً مع متوسط وتيرة تقدمه. ويتناقص الوقت الذي يستغرقه العداء كلما ازدادت وتيرة تقدمه. إذاً تتناسب هاتان الكميتان عكسياً.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

بعد الدرس 3-3 حل المعادلات الجذرية.

الدرس 3-3 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها. تمثيل التغيرات العكسية بيانياً.

بعد الدرس 3-3 تحديد الدوال النسبية واستخدامها.

المفردات الجديدة
تغير عكسي
inverse variation
قاعدة ناتج الضرب
product rule

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل
والتجارة في حلها.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا كان العداء يحقق متوسط وتيرة تقدم 5 كيلو مترات في الساعة، فكم يستغرق من الوقت لتقطع مسافة 10 كيلو مترات؟ **ساعتان**
- إذا كان العداء يحقق متوسط وتيرة تقدم 6 كيلو مترات في الساعة، فكم يستغرق من الوقت لتقطع مسافة 10 كيلو مترات؟ **ساعة و 40 دقيقة**
- في كلتا الحالتين، ما العدد الذي لا يتغير؟ **المسافة، 10 كيلو مترات**

1 تحديد التغير العكسي واستخدامه يمكن تمثيل التغير العكسي بالمعادلة $xy = k$ أو $y = \frac{k}{x}$.

المفهوم الأساسي التغير العكسي

y يتغير عكسياً مع x إذا وجد ثابت ما غير صفري k بحيث يكون $xy = k$ أو $y = \frac{k}{x}$ حيث $x, y \neq 0$.

في التغير العكسي، يبقى ناتج ضرب الخمتين ثابتاً. تذكر أن العلاقة التي تأتي بالصيغة $y = kx$ عبارة عن تغير طردي. الثابت k يطلق عليه ثابت التغير أو ثابت التناسب.

مثال 1 تحديد التغير العكسي والتغير الطردي

حدد إذا ما كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

a.	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>1</td><td>16</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td></tr> </table>	x	y	1	16	2	8	4	4
x	y								
1	16								
2	8								
4	4								
b.	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> </table>	x	y	1	3	2	6	3	9
x	y								
1	3								
2	6								
3	9								

في أي تغير عكسي، xy يساوي الثابت k . أوجد xy لكل زوج مرتب في الجدول المبين.

$1 \times 16 = 16$ $2 \times 8 = 16$ $4 \times 4 = 16$

ناتج الضرب ثابت. إذاً الجدول يمثل تغيراً عكسياً.

جدول الغيم يمثل التغير الطردي $y = 3x$.

اكتب المعادلة. $2xy = 10$
أقسم كل طرف على 2. $xy = 5$
نمثل المعادلة تغيراً عكسياً.

تمرين موجّه

- 1A.

x	1	2	5
y	10	5	2
- 1B. $-2x = y$

يمكنك استخدام $xy = k$ لكتابة معادلة تغير عكسي تربط بين x و y .

مثال 2 كتابة التغير العكسي

افترض أن y يتغير عكسياً مع x . إذا كان $y = 18$ عندما يكون $x = 2$. فكتب معادلة تغير عكسي تربط بين x و y .

$$\begin{aligned} xy &= k & \text{معادلة تغير عكسي} \\ 2(18) &= k & y = 18 \text{ و } x = 2 \\ 36 &= k & \text{بسط} \end{aligned}$$

ثابت التغير هو 36. إذا، المعادلة التي تربط بين x و y هي $xy = 36$ أو $y = \frac{36}{x}$.

تقويم موجّه

2. افترض أن y يتغير عكسياً مع x . إذا كان $y = 5$ عندما يكون $x = -4$. فكتب معادلة تغير عكسي تربط بين x و y .

إذا كان (x_1, y_1) و (x_2, y_2) حلين لتغير عكسي، فإن $x_1 y_1 = k$ و $x_2 y_2 = k$.

$$x_1 y_1 = k \quad \text{و} \quad x_2 y_2 = k$$

مؤشّر يساوي k عن k .

$$x_1 y_1 = x_2 y_2$$

المعادلة $x_1 y_1 = x_2 y_2$ تُسمى قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية.

المفهوم الأساسي قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي

الشرح إذا كان (x_1, y_1) و (x_2, y_2) حلين لتغير عكسي، فإن ناتجا ضرب $x_1 y_1$ و $x_2 y_2$ متساويين.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \quad \text{أو} \quad x_1 y_1 = x_2 y_2$$

مثال 3 الحل لإيجاد x أو y

افترض أن y يتغير عكسياً مع x . إذا كان $y = 3$ عندما يكون $x = 12$. فأوجد x عندما يكون $y = 4$.

$$\begin{aligned} x_1 y_1 &= x_2 y_2 & \text{قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي} \\ 12 \times 3 &= x_2 \times 4 & x_1 = 12, y_1 = 3, y_2 = 4 \\ 36 &= x_2 \times 4 & \text{بسط} \\ \frac{36}{4} &= x_2 & \text{اقسم كل طرف على 4} \\ 9 &= x_2 & \text{بسط} \end{aligned}$$

إذا، عندما يكون $y = 4$ ، يكون $x = 9$.

تقويم موجّه

3. إذا كان y يتغير عكسياً مع x و $y = 4$ عندما يكون $x = -8$. فأوجد y عندما يكون $x = -4$.

يمكن استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغير العكسي لكتابة معادلة بفرض حل مسائل من الحياة اليومية.

1 تحديد التغيرات العكسية واستخدامها

المثال 1 توضيح كيفية تحديد التغيرات العكسية والطردية. **المثال 2** توضيح كيفية كتابة معادلة تغيرات عكسية للربط بين x و y . **المثال 3** توضيح كيفية استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية لإيجاد قيمة x أو y . **المثال 4** توضيح كيفية استخدام قاعدة ناتج الضرب للتغيرات العكسية لنمذجة موقف من الحياة اليومية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدّد إذا ما كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

a.	<table><tr><td>x</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	x	6	8	10	y	3	4	5
x	6	8	10						
y	3	4	5						

التغير الطردي: $y = \frac{1}{2}x$.

b.	x	1	2	3
	y	12	6	4

التغير العكسي: xy عبارة عن ثابت.

c. $-2xy = 20$ التغير العكسي؛ xy عبارة عن ثابت.

d. $x = 0.5y$ التغير الطردي؛ يمكن كتابة المعادلة في شكل $y = kx$.

2 افترض أن y يتغير عكسياً مثل x . إذا كان $y = 5$ عندما يكون $x = 3$. اكتب معادلة التغير العكسي التي تربط بين x و y . $y = \frac{15}{x}$ أو $xy = 15$.

3 افترض أن y يتغير عكسياً مثل x . إذا كان $y = 5$ عندما $x = 12$. أوجد x عندما يكون $y = 15$.

قراءة في الرياضيات
معادلات التغير بالنسبة لمعادلات التغير الطردي. تقول إن y يتغير طردياً مع x . وبالنسبة لمعادلات التغير العكسي، تقول إن y يتغير عكسياً مع x .

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اختر طالباً للعمل على مثال أمام الفصل. أعط الطلاب القيمة x والقيمة y . اطلب من الطلاب إيجاد ثابت التغير مع الأخذ في الاعتبار أن y يتغير عكسياً مع x .

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام التغير العكسي

الفيزياء التصادم 8 لقرص الهوكي يتناسب عكسياً مع كتلته m . افترض أن قرص هوكي كتلته 164 جراماً تم ضربه بحيث يتسارع بمعدل 122 m/s^2 . أوجد تسارع قرص كتلته 158 جراماً إذا ضرب بنفس القدر من القوة.

القرص	الكتلة	التسارع
1	164 g	122 m/s^2
2	158 g	a_2

أشتر جدولاً لتنظيم المعلومات.
لكن، $m_1 = 164$ ، $a_1 = 122$ ، و $m_2 = 158$ ، $a_2 = ?$
حل لإيجاد a_2 .
استخدم قاعدة ناتج الضرب لكتابة معادلة: $m_1 a_1 = m_2 a_2$
 $164 \times 122 = 158 a_2$
 $20,008 = 158 a_2$
 $126.6 \approx a_2$
قرص هوكي كتلته 158 جراماً يكون له تسارع بمعدل 126.6 m/s^2 .

تكوين موجّه

4. السباق إذا كان عبد العزيز يركض بمتوسط 8 كيلومترات في الساعة، وأبني السباح في 0.39 ساعة، وأبني مارن السباح في 0.35 ساعة، فما متوسط وشرة تقدم مارن؟

2 تمثيل التغير العكسي بيانياً لا يكون التمثيل البياني للتغير العكسي خطاً مستقيماً مثل التمثيل البياني للتغير الخطي.

مثال 5 تمثيل التغير العكسي بيانياً

مثّل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها $y = 8$ عندما يكون $x = 3$.

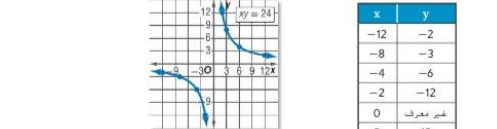
الخطوة 1 اكتب معادلة تغير عكسي.

معادلة تغير عكسي $xy = k$
 $3(8) = k$ $x = 3$, $y = 8$
 $24 = k$ بسط.

معادلة التغير العكسي هي $xy = 24$ أو $y = \frac{24}{x}$.

الخطوة 2 اختر قيمة لكل من x و y بحيث يكون ناتج ضربهما 24.

الخطوة 3 عيّن كل نقطة وارسم منحنى منتظماً يصلها ببعض.



لاحظ أنه بما أن y غير معرف عندما يكون $x = 0$ ، فإنه لن توجد نقطة على التمثيل البياني عندما يكون $x = 0$. ونفس الشيء البياني قطعاً وانداً.

تكوين موجّه

5. مثّل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها $y = 16$ عندما يكون $x = 4$.



الربط بالحياة اليومية
قرص الهوكي القياسي يكون شبعته 2.5 سنتيمتر وطوره 7.6 سنتيمتر. وتتراوح كتلته بين 156 و 170 جراماً تقريبا.

المصدر: كتاب دوري الهوكي الوطني للموسم

مثال إضافي

4 العلوم الطبيعية

عندما تتم موازنة شخصين على أرجوحة، فإن مسافتيهما من مركز الأرجوحة تتناسب عكسياً مع وزنيهما. ما المسافة التي يجب أن يبعدها الشخص البالغ وزنه 47 كيلوجراماً من مركز الأرجوحة للموازنة مع الشخص البالغ وزنه 29 كيلو جراماً والذي يبعد 1.06 متر من المركز؟ 0.65 m

2 التمثيل البياني للتغيرات

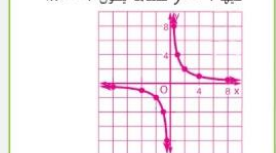
العكسية

المثال 5 توضيح كيفية رسم تمثيل بياني لتغير عكسي يحتوي على قيم سالبة من x .

مثال إضافي

5

مثّل معادلة تغير عكسي بيانياً، والتي فيها $y = 1$ عندما يكون $x = 4$.



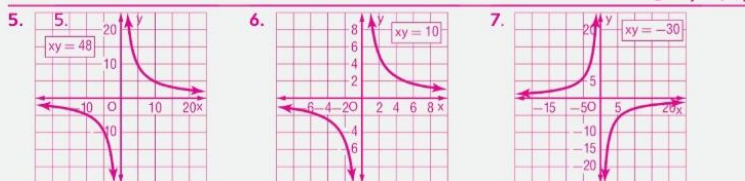
التركيز على محتوى الرياضيات

التغير العكسي عندما يظل ناتج ضرب الكميتين ثابتاً. فإن الكميات تشكل تغيراً عكسياً. ويزيادة إحدى الكميتين، فإن الأخرى تقل. طالما $k > 0$ ، ناتج الضرب غير الصفري للكميتين xy يُطلق عليه ثابت التغير k .

تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج المنطقي يفكر الطلاب المحترفون في الرياضيات في المسائل التناظرية ويجربون أشكالاً أبسط من المسألة الأصلية ليكتسبوا رؤية نافذة نحو حل المسألة. وضّح أن إجراء إنشاء جدول قيم وتمثيل النقاط بيانياً هو نفس الإجراء لأنواع المختلفة من الدوال.

إجابات إضافية



3 تمرين

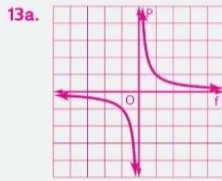
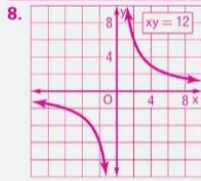
التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-13 للتحقق من استيعاب الطلاب.
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

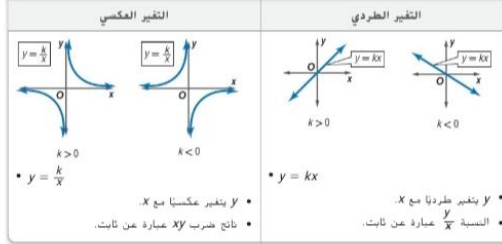
ملاحظات لحل التمرين

ورق المربعات للتمارين 5-8 و 13 و 22-27 و 51 وسيحتاج الطلاب إلى ورق مربعات.

إجابات إضافية



ملخص المفهوم التغير الطردي و التغير العكسي



التحقق من فهمك

حدد ما إذا كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيراً عكسياً أم تغيراً طردياً. اشرح.

مثال 1

1.

x	1	4	8	12
y	2	8	16	24

2.

x	1	2	3	4
y	24	12	8	6

3. $xy = 4$

4. $y = \frac{x}{10}$

المثالان 2 و 5 افترض أن y يتغير عكسياً مع x . اكتب معادلة تغير عكسي تربط بين x و y . ثم مثل المعادلة بيانياً.

6. $y = 2$ عندما يكون $x = 5$

5. $y = 8$ عندما يكون $x = 6$

8. $y = -1$ عندما يكون $x = -12$

7. $y = 3$ عندما يكون $x = -10$

أوجد الحل. افترض أن y يتغير عكسياً مع x .

9. إذا كان $y = 8$ عندما يكون $x = 4$. فأوجد x عندما يكون $y = 2$.

10. إذا كان $y = 7$ عندما يكون $x = 6$. فأوجد y عندما يكون $x = -21$.

11. إذا كان $y = -5$ عندما يكون $x = 9$. فأوجد y عندما يكون $x = 6$.

12. السياق الوقت المستغرق لإكمال مسار سباق العربات الصغيرة يتناسب عكسياً مع متوسط سرعة العربة الصغيرة. فإذا كان أحد المتسابقين متوسط سرعته 22.3 متراً في الثانية وأكمل المسار في 30 ثانية. وأكمل متسابق آخر المسار في 25 ثانية. فما متوسط سرعة المتسابق الثاني؟

13. البصريات عندما لا تكون الرؤية واضحة لدى الشخص. فإن طبيب العيون يمكنه أن يصف له عدسات لتصحيح الحالة. قوة العدسة P . بوحدات تسمى ديوبتر. تساوي 1 مضموناً على البعد البؤري f . بالأمتر. للعدسة.

a. مثل التغير العكسي $P = \frac{1}{f}$ بيانياً.

b. أوجد قوى عدسات بعدها البؤري 0.2 + إلى -0.4 متر.

التدريس المتميز BL

إذا كان يحتاج الطلاب إلى تحدٍ في هذا الدرس.

عندما افترض دعامة ورافعة وأوزاناً من مدرس علوم لإعادة إنشاء المثال الإضافي 4 أو التمرين 44. وبعد بعض التجارب. اطلب من الطلاب حساب المكان الذي يتم فيه وضع الأوزان على الرافعة للموازنة.

التحريين وحل المسائل

مثال 1

حدد ما إذا كان كل جدول أو معادلة تمثل تغيرًا عكسيًا أم تغيرًا طرديًا. اشرح.

14.

x	y
1	30
2	15
5	6
6	5

15.

x	y
2	-6
3	-9
4	-12
5	-15

16.

x	y
-4	-2
-2	-1
2	1
4	2

17.

x	y
-5	8
-2	20
4	-10
8	-5

18. $5x - y = 0$

19. $xy = \frac{1}{4}$

20. $x = 14y$

21. $\frac{y}{x} = 9$

المثالان 5 و 2

- افترض أن y يتغير عكسيًا مع x . اكتب معادلة تغير عكسي تربط بين x و y . ثم مثل المعادلة بيانيًا.
22. $y = 2$ عندما يكون $x = 20$ 23. $y = 18$ عندما يكون $x = 4$ 24. $y = -6$ عندما يكون $x = -3$
25. $y = -4$ عندما يكون $x = -3$ 26. $y = -4$ عندما يكون $x = 16$ 27. $y = 12$ عندما يكون $x = -9$

مثال 3

- أوجد الحل. افترض أن y يتغير عكسيًا مع x .
28. إذا كان $y = 12$ عندما يكون $x = 3$. فأوجد x عندما يكون $y = 6$.
29. إذا كان $y = 5$ عندما يكون $x = 6$. فأوجد x عندما يكون $y = 2$.
30. إذا كان $y = 4$ عندما يكون $x = 14$. فأوجد x عندما يكون $y = -5$.
31. إذا كان $y = 9$ عندما يكون $x = 9$. فأوجد y عندما يكون $x = -27$.
32. إذا كان $y = 15$ عندما يكون $x = -2$. فأوجد y عندما يكون $x = 3$.
33. إذا كان $y = -8$ عندما يكون $x = -12$. فأوجد y عندما يكون $x = 10$.

مثال 4

34. علوم الأرض: يتغير مستوى الماء في النهر عكسيًا مع درجة حرارة الجو. عندما تكون درجة حرارة الجو 32° مئوية، يكون مستوى الماء 3.35 أمتار. فإذا كانت درجة حرارة الجو 43° ، فما مستوى الماء في النهر؟
35. الموسيقى: يتغير تردد الوتر البهتر في البيانو عكسيًا مع طول الوتر عند تطبيق ضغط متساو. فإذا كان يوجد وتر طوله 420 ملليمترًا بهتر بتردد 523 دورة في الثانية، فبأي تردد سيهتر وتر طوله 707 ملليمترًا؟

حدد إذا ما كانت كل حالة هي مثال للتغير العكسي أو التغير الطردي. برر استنتاجك.

36. يمكن أن يشتري نادي المسرح 10 قطع بسعر AED 2 لكل قطعة أو 5 قطع بسعر AED 4 لكل قطعة.
37. اشترت عائلة ربع عصائر ليمون بسعر AED 1.50 للعصير الواحد.
38. تجني أمان AED 14 نظير مجالسة الأطفال لمدة ساعتين، و AED 21 نظير مجالسة الأطفال لمدة 3 ساعات.
39. قطع معدنية للعبة فيديو تم تقسيمها بالتساوي على مجموعة من الأصدقاء.

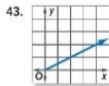
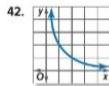
حدد إذا كان كل جدول أو تمثيل بياني يعبر عن تغير عكسي أم تغير طردي. اشرح.

40.

x	y
5	1
8	1.6
11	2.2

41.

x	y
-3	-7
-2	-10.5
4	5.25



خيارات الواجب المنزلي المتميزة

الثقة	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	14-35, 52, 54-74	52, 54-56, 61-74 زوجي 14-34
OL أساسي	44, 45-49, 50-52, 54-74 فردي 15-43	36-52, 54-56, 61-74
BL متقدم	36-70, (اختياري: 71-74)	

تدريس ممارسات في الرياضيات

التفكير النقدي: يقرأ الطلاب المحترفون في الرياضيات افتراضات الآخرين ويحددون ما إذا كانت منطقية. في التحريين 52، وضع أن زوجًا فرديًا للضيقين x و y يمكن أن يمثل تغيرًا طرديًا أو غير طردي. في هذه المسألة، x و y يمكن أن يتغيرا طرديًا.

إجابات إضافية

14. عكسي: $xy = 30$
15. طردي: $y = -3x$
16. طردي: $y = -\frac{1}{2}x$
17. عكسي: $xy = -40$
18. طردي: $y = 5x$
19. عكسي: $xy = \frac{1}{4}$
20. طردي: $y = kx$
21. طردي: $y = 9x$
36. عكسي: تكلفة كل باروكة مضروبًا في عدد الباروكات يساوي إجمالي المبلغ الذي يمكنهم دفعه، AED 20.
37. طردي: عدد الليمونات مضروبًا في تكلفة كل ليمونة يساوي التكلفة الإجمالية. لذا، النسبة الإجمالية التكلفة
38. طردي: عدد الساعات مضروبًا في معدل كل ساعة يساوي إجمالي الدفع. نسبة إجمالي المبلغ هو ثابت AED 1.50.
39. طردي: عدد الساعات مضروبًا في معدل كل ساعة يساوي إجمالي الدفع. نسبة إجمالي المبلغ هو ثابت AED 7.
39. عكسي: عدد الأصدقاء مضروبًا في عدد قطع النقود الرمزية لكل فرد يساوي ثابت 30.
40. طردي: $y = 0.2x$
41. عكسي: $xy = 21$
42. عكسي: $xy = 2$
43. طردي: $y = \frac{1}{2}x$
55. الإجابة النموذجية: يعتبر قانون القوة الجاذبية لنوتون مثالًا على التغير العكسي الذي يعمل على نمذجة مواقف من الحياة اليومية. قوة الجاذبية التي تُبذل في جسمين هي نسبة عكسية لترتيب المسافات بين الجسمين. القوة المبدولة في الجسمين مضروبة في ترتيب المسافة بين الجسمين تساوي ثابت الجاذبية مضروبًا في كتلة الجسمين.

إجابة إضافية

56. يمكن كتابة التغير الطردي في شكل $y = kx$ حيث k هو ثابت التناسب. التمثيل البياني لتغير طردي هو مستقيم خلال نقطة الأصل مع الميل k . التغير العكسي مكتوب في شكل $y = \frac{k}{x}$ التمثيل البياني عبارة عن منحنى من جزئين (قطع زائد).

44. **العلوم الفيزيائية** عندما يتوازن شخصان على أرجوحة، تكون المسافتان من مركز الأرجوحة متناسبتين عكسياً مع وزن الشخصين. فإذا كان شخص وزنه 53.5 كيلوجراماً يجلس على بعد 1.8 متر من مركز الأرجوحة، فما المسافة التي يجب على شخص وزنه 56.7 كيلوجراماً أن يجلس عندها بعيداً عن المركز لموازنة الأرجوحة؟

أوجد الحل. افترض أن y يتغير عكسياً مع x .

45. إذا كان $y = 9.2$ عندما يكون $x = 6$ ، فأوجد x عندما يكون $y = 3$.

46. إذا كان $y = 3.8$ عندما يكون $x = 15$ ، فأوجد x عندما يكون $y = 0.3$.

47. إذا كان $y = \frac{1}{5}$ عندما يكون $x = -20$ ، فأوجد y عندما يكون $x = -\frac{8}{5}$.

48. إذا كان $y = -6.3$ عندما يكون $x = \frac{2}{3}$ ، فأوجد y عندما يكون $x = 8$.

49. **السياحة** اشترى كل من بدر وخميس عضوية ارتفاع بحمام سياحة، وبالنسبة لكليهما، يتناسب متوسط التكلفة في اليوم عكسياً مع عدد الأيام التي يذهبان فيها إلى حمام السياحة. فإذا ذهب بدر إلى حمام السياحة 25 يوماً بمتوسط تكلفة 5.60 AED في اليوم، وذهب خميس إلى حمام السياحة 35 يوماً بمتوسط التكلفة في اليوم بالنسبة لخميس؟

50. **العلوم الفيزيائية** مقدار القوة المطلوبة للقيام بتمرين معين من العمل لتحريك جسم ما يتناسب عكسياً مع المسافة التي يتم تحريك الجسم فيها. افترض أن 90 N من القوة مطلوبة لتحريك جسم ما 10 أمتار، فأوجد القوة المطلوبة لتحريك جسم آخر 15 متراً إذا كان ينطوي على نفس القدر من العمل.

51. **القيادة** يجب أن تترنر بثينة على القيادة 40 ساعة مع أحد والديها أو أولياء أمورهما قبل السماح لها بإجراء اختبار للحصول على رخصة القيادة الخاصة بها. وهي تنوي الترنر بنفس عدد الساعات من كل أسبوع.

a. ليكن h يمثلًا لعدد الساعات في الأسبوع التي ستترنر فيها بثينة، أنشئ جدولاً بين عدد الأسابيع w التي سوف تحتاجها للترنر بالنسبة للقيام التالية لـ 1, 2, 4, 5, 8, 10.

b. اشرح كيف يتغير عدد الأسابيع كلما ازداد عدد الساعات في الأسبوع.

c. اكتب معادلة توضح العلاقة بين h و w ومثلها بيانياً.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **التفكير النقدي** وجد أحمد وأمين معادلة يتغير فيها x و y عكسياً، ويكون $y = 10$ عندما يكون $x = 5$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.

أمين	أحمد
$k = xy$	$k = \frac{y}{x}$
$= (5/10) \text{ or } 50$	$= \frac{10}{2}$
$y = \frac{50}{x}$	$y = 5x$

53. **التحدي** افترض أن f يتغير عكسياً مع g ، و g يتغير عكسياً مع h . ما العلاقة بين f و h ؟

54. **التبرير** هل $xy = -k$ تمثل تغيراً عكسياً عندما يكون $k \neq 0$ ؟ اشرح.

55. **مسألة غير محددة الإجابة** اذكر حالة أو ظاهرة من الحياة اليومية يمكن تشبيهها بمعادلة تغير عكسي. استخدم المصطلحات الصحيحة لشرح مثالك وتفسير لماذا تعد هذه الحالة تغيراً عكسياً.

56. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين التغير الطردي والتغير العكسي. قم بتضمين وصف للعلاقة بين الميل والتمثيل البياني للتغير الطردي والعكسي.

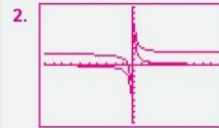
4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات قم بإعداد حقيبتين ورقيتين تحتويان على بطاقات ورقية، واحدة تحتوي على قيمة لـ x لكل بطاقة، والقيمة الأخرى y لكل بطاقة. اطلب من كل طالب تحديد القيمتين x و y واكتب معادلة تغير عكسي تربط بين y و x .

إجابات إضافية

61. موجب؛ يعني كلما ذاكرت، حصلت على درجة أفضل في الاختبار.

الإجابات الإضافية (الاستكشاف 4 - 3)

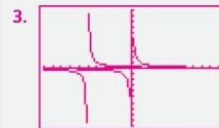


$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

التمثيلان البيانيان لهما الشكل نفسه، ولكن التمثيل البياني

$$y = \frac{1}{x} + 2 \text{ هو } y = \frac{1}{x}$$

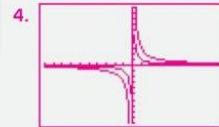
الوحدات أعلى التمثيل البياني $y = \frac{1}{x}$.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

التمثيلان البيانيان لهما الشكل نفسه، ولكن التمثيل البياني لـ

$$y = \frac{1}{x+5} \text{ هو } y = \frac{1}{x} \text{ على يسار التمثيل البياني لـ } y = \frac{1}{x}$$



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

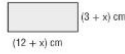
التمثيل البياني لـ $y = \frac{3}{x}$ أبعد من المحاور مقارنة بالتمثيل البياني لـ $y = \frac{1}{x}$.

تدريب على الاختبار العملي

59. التخط حارب صورة ثعبان طوله متر واحد بجانب جدار من الطوب. عندما قام بتحريض الصور، بلغ طول الثعبان ذي المتر طولا ستنيترين وارتفاع الجدار 4.5 ستنيترات. فماذا كان الارتفاع العملي للجدار الطوبي؟

- A 2.25 cm
B 22.5 cm
C 225 cm
D 2250 cm

60. الإجابة القصيرة أوجد مساحة المستطيل.



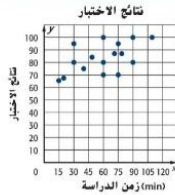
57. باعتبار وجود قوة ثابتة وأن تسارع جسم ما يتغير عكسياً مع كتلته، افترض أن هذه القوة الثابتة تطبق على جسم ما كتلته 6 كيلوجرامات وتنتج عنها تسارع معدله 10 m/s^2 . فإذا طبقت نفس القوة على جسم آخر كتلته 12 كيلوجراماً، فماذا سيكون معدل التسارع الناتج؟

- A 4 m/s^2
B 5 m/s^2
C 6 m/s^2
D 7 m/s^2

58. إذا حصلت حياة على متوسط 56% في أول سعة اختبارات لها، فعلام ينبغي أن تحصل في اختبارها الثاني ليكون المتوسط 60% بالنسبة للاختبارات اللاحقة؟

- F 82%
G 88%
H 98%
J 100%

مراجعة شاملة



61. اختبارات حدد إذا ما كان التمثيل البياني على اليسار يعبر عن ارتباط موجب، أم سالب، أم لا يعبر عن أي ارتباط، وإذا وجد ارتباط، فوضح مدلوله.

افترض أن y يتغير طردياً مع x .

62. إذا كان $y = 2.5$ عندما يكون $x = 0.5$ ، فأوجد y عندما يكون $x = 20$.

63. إذا كان $y = -6.6$ عندما يكون $x = 9.9$ ، فأوجد y عندما يكون $x = 6.6$.

64. إذا كان $y = 2.6$ عندما يكون $x = 0.25$ ، فأوجد y عندما يكون $x = 1.125$.

65. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 0.6$ ، فأوجد x عندما يكون $y = 12$.

66. المعرفة المالية باع يحصل على AED 32,000 في العام زائد 5% من قيمة البيعات التي يحققها. فما قيمة البيعات المطلوبة لكي يحصل على دخل سنوي أكبر من AED 45,000؟

مراجعة البهارات

بسط. افترض أن جميع المقامات لا تساوي الصفر.

67. $\frac{7^8}{7^6}$

68. $\frac{x^8 y^{12}}{x^2 y^7}$

69. $\frac{5pq^7}{10p^6q^3}$

70. $\left(\frac{2c^3d}{7z^2}\right)^3$

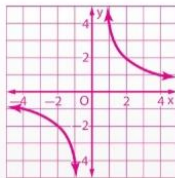
71. $\left(\frac{4a^2b}{2c^3}\right)^2$

72. $y^0(y^5)(y^{-9})$

73. $\frac{(4m^{-3}n^5)^0}{mn}$

74. $\frac{(3x^2y^3)^0}{(21x^3y^2)^0}$

التدريس المتمايز



التوسع اكتب $k = 4$ على اللوحة. اطلب من الطلاب كتابة ورسم تمثيل بياني لمعادلة تغير عكسي تستخدم 4 على أنها ثابت تغير. $xy = 4$



مختبر تقنية التمثيل البياني

مجموعة الدوال النسبية

3-4

مختبر تقنية التمثيل البياني

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحليل كيف يؤثر تغيير المعاملين a و b في صيغة $y = \frac{a}{x-b} + c$ على التمثيلات البيانية لمجموعة الدوال النسبية.

1 التركيز

الهدف استكشاف مجموعات الدوال النسبية باستخدام تكنولوجيا التمثيل البياني.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

نصائح للتدريس

- دع الطلاب باستخدام **ZOOM** 6 لعرض التمثيلات البيانية في نافذة العرض القياسية.
- في الجزئين b و c ، يجب على الطلاب مسح القوائم $Y=$ للقيام. يمكنهم استخدام **CLEAR**.
- استخدم **TRACE** و **↓** أو **↑** لعرض المعادلة الخاصة بالتمثيل البياني.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

نظم الفصل في مجموعات ثنائية. تابع النشاط. اطلب من الطلاب التعاون مع زملائهم لإكمال التمرين 1.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 2 إلى 4.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 2 إلى 4 لتقويم قدرة كل طالب على التنبؤ بأوجه التشابه والاختلاف في الدوال النسبية.

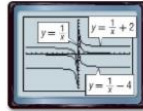
من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب التلخيص باستخدام التكنولوجيا لاستكشاف مجموعات الدوال النسبية.

النشاط تغيير المعاملات

مسّك كل مجموعة من المعادلات بيانيًا على الشاشة نفسها في نافذة العرض القياسية. صف أي أوجه تشابه واختلاف بين التمثيلات البيانية.

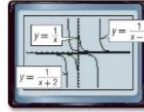
a. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x} + 2$, $y = \frac{1}{x} - 4$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

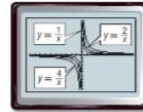
أدخل المعادلات في الشاشة $Y=$ ومكّنها بيانيًا في نافذة العرض القياسية. التمثيل البياني لهذا الشكل نفسه. كل تمثيل بياني يقترب من المحور y على كلا الجانبين. ولكن يختلف التمثيل البياني في الموضع الرأسي.

b. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x+2}$, $y = \frac{1}{x-4}$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

c. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{4}{x}$



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

تقترب جميع التمثيلات البيانية من المحور x والمحور y من كلا الجانبين. ولكن تختلف التمثيلات البيانية من حيث الموضع الأفقي.

تقترب جميع التمثيلات البيانية من المحور x والمحور y من كلا الجانبين. ولكن تختلف التمثيلات البيانية من حيث الشكل.

النموذج والتحليل

1. كيف يؤثر a و b و c على التمثيل البياني لـ $y = \frac{a}{x-b} + c$ ؟ اذكر أمثلة.

تفحص كل زوج من المعادلات وتوقع أوجه التشابه والاختلاف من حيث التمثيل البياني لكل منهما. استخدم الحاسبة البيانية للتحقق من توقعاتك. اكتب جملة واحدة أو جملتين تقارن بهما التمثيلين البيانيين.

2. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x} + 2$

3. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x+5}$

4. $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{3}{x}$

إجابة إضافية

- قيمة c تؤثر على الموضع الرأسي للتمثيل البياني. قيمة b تؤثر على الموضع الأفقي للتمثيل البياني. قيمة a تؤثر على التمثيل البياني. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \frac{1}{x} + 5$ هو 5 وحدات فوق المحور x . التمثيل البياني لـ $y = \frac{1}{x+5}$ هو 5 وحدات على يسار المحور y . التمثيل البياني لـ $y = \frac{5}{x}$ أبعد من المحاور مقارنة بالتمثيل البياني $y = \frac{1}{x}$.