

## 1 الهدف

### التخطيط الرئيسي

**قبل الدرس 4-6** استخدام المتباينات لإجراء مقارنات في مثلث واحد.

**الدرس 4-6** تطبيق نظرية المفصلة أو معكوسها لإجراء مقارنات في مثلثين وإثبات علاقات المثلثات.

**بعد الدرس 4-6** وضع تخمينات بخصوص الزوايا والمستقيمتين والمضلعات والدوائر والأشكال ثلاثية الأبعاد وتحديد صلاحية التخمينات.

## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

**اطرح السؤال التالي:**

- هل  $\angle A$  أكبر عندما تكون السيارة أعلى أم عندما تكون أكثر انخفاضاً؟ **أكثر انخفاضاً**
- هل  $\overline{BC}$  أطول عندما تكون السيارة أعلى أم عندما تكون أكثر انخفاضاً؟ **أكثر انخفاضاً**
- ساقا المثلثات متطابقتان دائماً، لكن كيف تتغير  $m\angle ACB$  و  $m\angle ABC$ ؟ **نصبح أصغر.**

# 4-6 المتباينات في مثلثين

لماذا؟

الحالي

السابق



**1 نظرية المفصلة** تعد الملاحظة في المثال أعلاه صحيحة لأي نوع من أنواع المثلثات. وهي تصور النظريات التالية.

### النظريات المتباينات في مثلثين

**4.13 نظرية المفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكانت الزاوية المحصورة للمثلث الأول أكبر من الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

**مثال:** إذا كان  $m\angle A > m\angle F$  و  $\overline{AB} \cong \overline{FG}$ ،  $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ ، فإن  $\overline{BC} > \overline{GH}$ .

**4.14 عكس نظرية المفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول تكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

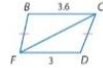
**مثال:** إذا كان  $\overline{PQ} > \overline{JK}$  و  $\overline{PL} \cong \overline{JK}$ ،  $\overline{KL} \cong \overline{OR}$ ، فإن  $m\angle R > m\angle L$ .

سوف تُثبت النظرية 4.14 في تمرين 28.

### مثال 1 استخدام نظرية المفصلة وعكسها

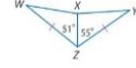
قارن بين القياسات المعطاة.

a.  $WX$  و  $XY$



وفي  $\triangle BCF$  و  $\triangle DCF$ ، يكون  $\overline{BF} \cong \overline{DC}$  و  $\overline{BC} > \overline{FD}$  و  $\overline{FC} \cong \overline{CF}$ .  
المفصلة وعكسها.  $\angle BFC > \angle DCF$ .

b.  $m\angle RCD$  و  $m\angle BFC$



في  $\triangle WXC$  و  $\triangle XYZ$ ، يكون  $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$  و  $\angle WXC > \angle YZX$  و  $\overline{XC} \cong \overline{XZ}$ .  
بتطبيق نظرية  $m\angle WZX < m\angle YZX$ ، فإن  $WX < XY$ .

**ممارسات في الرياضيات**  
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

## 1 نظرية المثلثات

يوضح المثالان 1 و 2 كيفية استخدام نظرية المثلثات لإنشاء مثلثات متماثلة من مثلثين. يوضح المثال 3 كيفية استخدام المتباينات لإثبات علاقات المثلث.

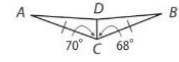
### التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للبيانات.

### مثال إضافي

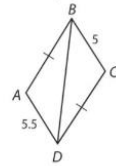
1 قارن بين القياسات المعطاة.

a.  $AD$  و  $BD$



يبوجب نظرية المثلثات،  
 $AD > BD$

b.  $m\angle ABD$  و  $m\angle BDC$

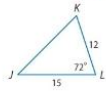


يبوجب معكوس نظرية المثلثات،  
 $m\angle ABD > m\angle BDC$

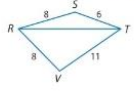
تمرين موجه

قارن بين القياسات المعطاة.

1A.  $JK$  و  $MQ$   $JK > MQ$



1B.  $m\angle SRT$  و  $m\angle VRT$   $m\angle SRT < m\angle VRT$



### البرهان نظرية المثلثات

المعطيات:  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEF$  يكون  
 $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ ,  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$   
 $m\angle C > m\angle F$

المطلوب:  $DE > AB$

البرهان:

نعلم أن  $m\angle F > m\angle C$  ونعلم أيضًا أن  $\overline{BC} \cong \overline{EF}$  و  $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

إرسم شعاعًا مساعدًا  $\overline{FP}$  بحيث يكون  $m\angle DFP = m\angle C$  و  $\overline{FP} \cong \overline{BC}$  يؤدي ذلك إلى حالتين.

الحالة 1 تقع  $P$  على  $\overline{DE}$ .

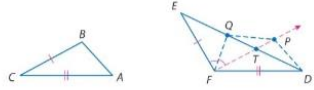
إذا  $\triangle CBA \cong \triangle FPD$  بتطبيق مسألة SAS. إذا  $PD = BA$  بتطبيق CPCTC وتعريف القطع المتطابقة.



بتطبيق مسألة جمع القطع المستقيمة،  $DE = EP + PD$  وأيضًا  $DE > PD$  حسب تعريف المتباينة، لذلك  $DE > AB$  بالتعويض.

الحالة 2 لا تقع  $P$  على  $\overline{DE}$ .

ثم افترض أن  $\overline{EP}$  و  $\overline{FD}$  يكون عند النقطة  $T$ . وارسم القطعة مستقيمة مساعدة أخرى  $\overline{PQ}$  بحيث يقع  $Q$  على  $\overline{DE}$  و  $\overline{EP} \cong \overline{PQ}$  و  $\angle EPQ \cong \angle QFP$ . أرسم بعد ذلك القطعتين المستقيمتين الساعدين  $\overline{PQ}$  و  $\overline{PD}$ .



بما أن  $\overline{BC} \cong \overline{FP}$  و  $\overline{AC} \cong \overline{FD}$  و  $m\angle C > m\angle F$  بتطبيق خاصية التعدي، أيضًا يتطابق  $\overline{AB}$  مع نفسه بتطبيق خاصية الانعكاس. إذا  $\triangle EPQ \cong \triangle PFP$  بتطبيق مسألة SAS. بتطبيق CPCTC (أو  $\overline{EQ} \cong \overline{PQ}$  أو  $\overline{EQ} = \overline{PQ}$ ). أيضًا  $\triangle FPD \cong \triangle CBA$  بتطبيق مسألة SAS. إذا  $\overline{PD} \cong \overline{BA}$  بتطبيق CPCTC و  $PD = BA$ .

في  $\triangle OPD$  يكون  $QD + PQ > PD$  بتطبيق نظرية متباينة المثلث بتطبيق التعويض. نجد أن  $ED > PD$  و  $ED > PD$  و  $ED = QD + EQ$  و  $ED > QD + EQ$  بتطبيق مسألة جمع القطع المستقيمة، فإن  $ED > PD$  باستخدام التعويض،  $ED > AB$  أو  $ED > BA$ .

### التدريس المتمايز

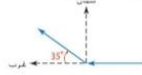
المتعلمون أصحاب النمط المنطقي/نمط الرياضيات أبلغ الطلاب أن نظريات المتباينات في هذا الدرس منطقية تمامًا. ولذلك يستطيع الطلاب الاعتماد على مهارات الاستنتاج لتذكرها. شجّع الطلاب على مراجعة النظريتين بحثًا عن أوجه الشبه. اشرح أن الطلاب يستطيعون ببساطة أن يتذكروا أن الضلع الأطول سيكون دائمًا في مقابل الزاوية الأكبر والضلع الأقصر سيكون دائمًا في مقابل الزاوية الأصغر. كما أن كلتا النظريتين تتضمنان مثلثين بزاوية محصورة بين ضلعين متطابقين.

يمكنك استخدام نظرية المثلثة لحل مسائل من واقع الحياة.

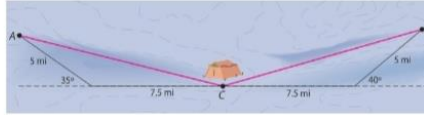
## مثال من الحياة اليومية 2 استخدام نظرية المثلثة

**الترجل** على الجليد غادرت مجموعتان من متزلجي الجليد من المعسكر الأساسي نفسه. قطعت المجموعة A مسافة 7.5 أميال في اتجاه الغرب ثم تحولت  $35^\circ$  في الاتجاه الشمالي الغربي وقطعت 5 أميال. وقطعت المجموعة B مسافة 7.5 أميال في اتجاه الشرق ثم تحولت  $40^\circ$  في الاتجاه الشمالي الشرقي وقطعت 5 أميال. عند هذه النقطة، أي من المجموعتين قطعت مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي؟ اشرح استنتاجك.

لاستخدام مجموعة الاتجاهات المعطاة في هذه المسألة، ستحتاج إلى تحديد أي من مجموعتي التزلج على الجليد قطعت مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي. ثم تفسير التحول بـ  $35^\circ$  باتجاه الشمال الغربي بشكل صحيح كما هو موضح.



**التخطيط** صمم رسماً تخطيطياً لهذه الحالة.



تشكل المسارات التي سلكتها المجموعتان وخط العودة المستقيم مثلثين. قطعت كل مجموعة 7.5 أميال ثم حولت اتجاهها وقطعت 5 أميال.

استخدم الأضلاع المخطئة لحساب قياس الزاويتين المحصورتين. ثم طبق نظرية المثلثة لمقارنة المسافة التي قطعها كل مجموعة بعيداً عن المعسكر الرئيسي.

**الحل** قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي سلكته المجموعة A يساوي  $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ . قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي سلكته المجموعة B يساوي  $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ . بما أن  $145^\circ > 140^\circ$ ، فإن  $AC > BC$  بتطبيق نظرية المثلثة. إذاً قطعت المجموعة A مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي.

**التحقق** تحولت المجموعة B بـ  $5^\circ$  أكثر من المجموعة A عند عودتها إلى المعسكر الرئيسي. لذا يجب أن تكون المجموعة B أقرب إلى المعسكر من المجموعة A. وبذلك يجب أن تكون المجموعة A على مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي. ✓

**تمرين موجه**

**2A. التزلج** غادرت مجموعتان من التزلجين المنتجع نفسه. وقطعت المجموعة A مسافة 4 أميال في اتجاه الشرق ثم تحولت  $70^\circ$  في الاتجاه الشمالي الشرقي وقطعت 3 أميال. وقطعت المجموعة B مسافة 4 أميال في اتجاه الغرب ثم تحولت  $75^\circ$  في الاتجاه الشمالي الغربي وقطعت 3 أميال. عند هذه النقطة، أي المجموعتين قطعت مسافة أبعد عن المنتجع؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

**2B. التزلج** في المسألة 2A افترض أنه بدلاً مما سبق قطعت المجموعة A مسافة 4 أميال غرباً ثم تحولت  $45^\circ$  في الاتجاه الشمالي الغربي وسارت 3 أميال. أي المجموعتين ستكون أقرب إلى المنتجع؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

إذا كانت الزاوية المحصورة لأحد المثلثين أكبر من الزاوية المحصورة للمثلث الآخر، فإننا نستخدم مكن نظرية المثلثة.

255



**الربط بالحياة اليومية**  
يوجد أكثر من 225,000 ميلًا من مسارات الجليد المبهدة والمحددة في أمريكا الشمالية. **المصدر:** الجمعية الدولية لتسقي مركبات التزلج على الجليد

**نصيحة في حل المسائل**  
**تصميم رسو تخطيطي** صمم رسماً تخطيطياً لمساعدتك في رؤية المسألة الموصوفة بالكلمات وتفسيرها بشكل صحيح.

صور: جاري وولف © مجموعة للنشر التعليمية: McGraw-Hill Education

## التركيز على محتوى الرياضيات

**التنظيم** ضع علامات المطابقة والرموز البعيدة الأخرى على الأشكال قبل كتابة برهان للمساعدة في تنظيم كل معلومات المعطيات وتفسير عملية كتابة البرهان. كما تساعد مراحل التخطيط هذه على توضيح العلاقات القائمة بالفعل وتلك التي سيتم إثباتها.

### اقتبه!

**نظرية المثلثة** لاستخدام نظرية المثلثة أو معكوسها، يجب أن تكون الزاوية بين الضلعين المتطابقين.

## مثال إضافي

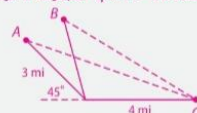
**2 الصحة** يستخدم الأطباء اختبار رفع ساق مستقيمة لتحديد مقدار الألم الذي يشعر به الشخص في ظهره. يستلقي المريض مستوياً على طاولة الفحص ويرفع الطبيب كل ساق إلى أن يشعر المريض بالألم في ظهره. يستطيع تادر أن يتحمل رفع الطبيب لمسافة اليمنى بزاوية  $35^\circ$  وساقه اليسرى بزاوية  $65^\circ$  من الطاولة، ما الساق التي يستطيع تادر أن يرفعها بمستوى أعلى فوق الطاولة؟ **ساقه اليسرى**

## إجابات إضافية (تمرين موجه)

**2A. المجموعة A**، يبلغ قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي قطعت المجموعة A  $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ . يبلغ الزاوية المحصورة للمسار الذي قطعت المجموعة B  $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ . بما أن  $110^\circ > 105^\circ$ ، بموجب نظرية المثلثة  $AC > BC$ ، إذاً المجموعة A أبعد.



**2B. المجموعة B**، يبلغ قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي قطعت المجموعة A  $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ . يبلغ الزاوية المحصورة للمسار الذي قطعت المجموعة B  $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ . بما أن  $135^\circ > 75^\circ$ ، بموجب نظرية المثلثة  $AC > BC$ ، إذاً المجموعة B أقرب إلى المنتجع.



255

### مثال 3 تطبيق الجبر على العلاقات بين المثلثات

**الجبر** احسب القيم المحتملة لـ  $x$ .

**الملاحظة 1** من خلال الرسم التخطيطي، نعلم أن  $\overline{JH} \cong \overline{GH}$ ,  $\overline{EH} \cong \overline{EH}$  و  $\angle E > \angle G$ .

عكس نظرية المثلثات:  $m\angle JHE > m\angle EHG$

التعويض:  $6x + 15 > 65$

الحل لإيجاد قيمة  $x$ :  $x > 8\frac{1}{3}$

**الملاحظة 2** استخدم حقيقة أن قياس أي زاوية في المثلث أقل من 180 لكتابة متباينة ثانية.

التعويض:  $m\angle JHE < 180$

الحل لإيجاد قيمة  $x$ :  $6x + 15 < 180$

الحل:  $x < 27.5$

**الملاحظة 3** اكتب  $8\frac{1}{3} < x < 27.5$  في صورة المتباينة المركبة  $8\frac{1}{3} < x < 27.5$ .

**تقريب موجه**

3. احسب القيم المحتملة للمتغير  $x$ .

$-0.4 < x < 9$

**نصيحة دراسية**

استخدام حقائق إضافية عند حساب المدى للقيم المحتملة لـ  $x$ . قد تحتاج إلى استخدام إحدى الحقائق التالية:

- قياس أي زاوية يكون دائماً أكبر من 0 وأصغر من 180
- قياس أي قطعة مستقيمة يكون دائماً أكبر من 0.

### مثال إضافي

**3 الجبر** احسب مدى القيم المحتملة لـ  $a$ .

$-\frac{5}{3} < a < 14$

### 2 إثبات العلاقات في مثلثين

يوضح المثالان 4 و 5 كيفية استخدام نظرية المثلثات وعكسها لإثبات علاقات المثلث.

### مثال إضافي

**4 المعطيات:**  $JK = HL$

$m\angle JKH + m\angle HKL < m\angle JHK + m\angle KHL$

**المطلوب إثباته:**  $JH < KL$

**البرهان:**

**العبارة (الهيرويات)**

1.  $JK = HL$  (معطى)

2.  $HK = HK$  (خاصية الانعكاس)

3.  $m\angle JKH + m\angle HKL < m\angle JHK + m\angle KHL$  (معطى)

4.  $m\angle HKL = m\angle JHK$  (الزوايا الداخلية المتبادلة  $\cong$ )

5.  $m\angle JKH + m\angle JHK < m\angle JHK + m\angle KHL$  (التعويض)

6.  $m\angle JKH < m\angle KHL$  (خاصية الطرح في المتباينة)

7.  $JH < KL$  (نظرية المثلثات)

### مثال 4 إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية المثلثات

اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

المطلوب:  $EB > ED$

البرهان:

العبارة	التبرير
1. $\overline{AB} \cong \overline{AD}$	1. المعطيات
2. $\overline{AE} \cong \overline{AE}$	2. خاصية الانعكاس
3. $m\angle EAB = m\angle EAD + m\angle DAB$	3. مسملة جمع الزوايا
4. $m\angle EAB > m\angle EAD$	4. تعريف المتباينة
5. $EB > ED$	5. نظرية المثلثات

**تقريب موجه**

4. اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب:  $RS > TQ$

4. **المعطيات:**  $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

**المطلوب:**  $RS > TQ$

**البرهان:**

**العبارة (الهيرويات)**

1.  $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$  (المعطيات)

2.  $\overline{QS} \cong \overline{QS}$  (خاصية الانعكاس)

3.  $\angle 1$  هي زاوية خارجية لـ  $\triangle QST$ .

4.  $m\angle 1 > m\angle 2$  (إذا  $\angle$  خارجي لـ  $\triangle$ ، فيكون إذا قياسها أكبر من قياس كلا الزاويتين غير المجاورتين المتقابلتين لها).

5.  $RS > TQ$  (متباينة SAS)







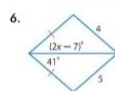
5. الأراجيح يتغير وضع الأرجوحة وقتاً لمدى قوة دفعها.  
 a. أي من أزواج القطع المستقيمة التالية يكون متطابقاً؟  
 b. هل قياس  $\angle A$  أكثر أم قِليل  $\angle D$ ؟ اشرح. **انظر الهامش.**

مثال 2

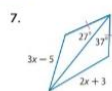
5a.  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ,  
 $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

مثال 3 احسب مدى التيم المحتملة للمتغير  $x$ .

$\frac{5}{3} < x < 8$

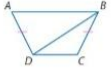


$\frac{7}{2} < x < 24$

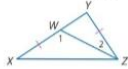


المثالان 4-5: الفرضيات اكتب برهاناً من عمودين: 8-9. **انظر الهامش.**

8.  $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ ,  
 $DC < AB$   
 المطلوب:  $m\angle CBD < m\angle ADB$



9.  $\triangle YZX$ ,  $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$   
 $\overline{ZX} > \overline{YW}$   
 المطلوب:  $\angle 1 > \angle 2$

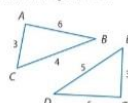


## التحريين وحل المسائل

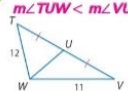
مثال 1

قارن بين القياسات المعطاة.

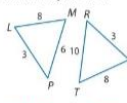
10.  $m\angle BAC$  و  $m\angle DGE$



المطلوب:  $m\angle BAC < m\angle DGE$   
 13.  $m\angle TUW$  و  $m\angle VUV$   
**المطلوب:  $m\angle TUW < m\angle VUV$**

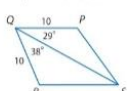


11.  $m\angle MLP$  و  $m\angle TSR$

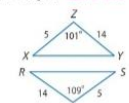


المطلوب:  $m\angle MLP < m\angle TSR$

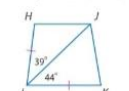
14.  $PS$  و  $SR$   $PS < SR$



12.  $SR$  و  $XY$   $SR > XY$



15.  $JK$  و  $HJ$   $JK > HJ$



مثال 2

16. **التخييم** أقام حسن ومارن معسكراً في حديقة وطنية في الصباح. قرر حسن السير إلى الشلال. لذا غادر المعسكر وسار 5 أميال باتجاه الشرق ثم تحول 15° إلى الجنوب الشرقي وسار ميلين آخرين. وغادر مارن المعسكر وسار 5 أميال إلى الغرب، ثم تحول 35° باتجاه الشمال الغربي وسار ميلين إلى البحيرة للسياحة.  
 a. عند وصولهما إلى وجهتهما، من منهما أقرب إلى المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسماً تخطيطياً.  
 b. افترض أنه بدلاً من تحول مارن 35° باتجاه الشمال الغربي، تحول 10° باتجاه الجنوب الغربي. من سيكون على مسافة أبعد عن المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسماً تخطيطياً.

## خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	9-26, 39, 41-58	39, 41, 42, 47-58 زوجي 10-26
OL أساسي	9-29 30, 31-39 41-58 خردى	27-37, 41, 42, 47-58
BL متقدم	27-55, (56-58 اختياري)	

## تدريس الممارسات في الرياضيات

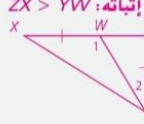
**الفرضيات** يفهم الطلاب المتوقفون في الرياضيات الافتراضات المذكورة والتعريفات والنتائج المثبتة سابقاً ويستخدمونها في وضع فرضيات. في التمارين من 8 إلى 9 ومن 23 إلى 26، شجّع الطلاب على مراجعة النظريات المعروضة في هذه الوحدة أثناء التخطيط لبراهينهم.

## إجابات إضافية

5b.  $\angle D$ ، الإجابة النموذجية: بما أن  $EF > BC$ ، فوفقاً لمعكوس نظرية المماسلة،  $m\angle D > m\angle A$ .

8. **المعطيات:**  $\triangle YZX$ ,  $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

**المطلوب إثباته:**  $ZX > YW$

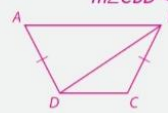


## العبارة (المبررات)

1.  $\triangle YZX$ ,  $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$  (معطى)
2.  $\overline{ZW} \cong \overline{ZW}$  (خاصية الانعكاس)
3.  $\angle 1$  زاوية خارجية للمثلث  $\triangle YZW$  (تعريف  $\angle$  الخارجية)
4.  $m\angle 1 > m\angle 2$  (نظرية متباينة الزاوية الخارجية)
5.  $ZX > YW$  (متباينة SAS)

9. **المعطيات**  $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ ,  $DC < AB$

**المطلوب إثباته:**  $m\angle CBD < m\angle ADB$



## العبارة (المبررات)

1.  $\overline{AD} \cong \overline{CB}$  (معطى)
2.  $\overline{DB} \cong \overline{DB}$  (خاصية الانعكاس)
3.  $DC < AB$  (معطى)
4.  $m\angle CBD < m\angle ADB$  (متباينة SSS)

- مثال 3 احسب مدى القيمة المحتملة للمتغير  $x$ .
17.  $x < 6 > 2$
18.  $x < 33 > -4.5$

19.  $x < 21 > -20$
20.  $x > 7$

21. الإجابة:  $\overline{RS}$   
 النموذجية:  
 نظرًا لأن ارتفاع  
 الارتفاع هو  
 نفسه وطول  
 ذراع الارتفاع  
 ثابت، إذا وقتًا  
 لنظرية المثلثات،  
 فالضلع المقابل  
 للزاوية الأصغر  
 هو الضلع  
 الأصغر، بما أن  
 $29^\circ < 52^\circ$ ، إذا  
 $\overline{RS} < \overline{MN}$

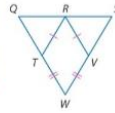
22. الخزائن تركت كل من سمية وسندية خزانتهما مفتوحتين كما هو موضح في الرسم التخطيطي. من صاحبة الخزنة التي تشكل زاوية أكبر؟ اشرح استنتاجك.



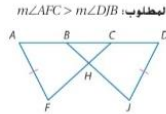
المثالان 4-5: الفرضيات اكتب برهانًا من عمودين. 23-26. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

22. سمية، الإجابة النموذجية: بما أن طول فتحتي الخزائتين وطول بابهما متساويين، استخدم عكس نظرية المثلثات لتحديد أنه، بما أن  $17 \text{ in.} > 12 \text{ in.}$ ، فإن زاوية فتح خزنة سمية أكبر من زاوية فتح خزنة سندية.

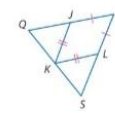
23. المثلثات:  $\overline{VR} \cong \overline{RT}$ ,  $\overline{VV} \cong \overline{WT}$ ,  $m\angle SRV > m\angle QRT$ . المطلوب:  $WS > WO$



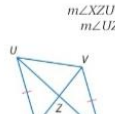
24. المثلثات:  $\overline{AT} \cong \overline{DJ}$ ,  $\overline{TC} \cong \overline{JB}$ ,  $AB > DC$ . المطلوب:  $m\angle AFC > m\angle DJB$



23. المثلثات:  $\overline{LK} \cong \overline{RL}$ ,  $\overline{RL} \cong \overline{RJ}$ . المطلوب:  $RS > QR$



25. المثلثات:  $\overline{XU} \cong \overline{VW}$ ,  $\overline{VW} > \overline{XW}$ ,  $\overline{XU} \parallel \overline{VW}$ . المطلوب:  $m\angle XZU > m\angle UZV$



27 **تمرين رياضي** يقوم خلف بتدريبات تكوير عضلة الذراع الأمامية بالارتكاز على الركبة كجزء من تدريبات التكوين.



a. هل المسافة بين نقطة خلف وكنته أكبر في الوضع 1 أم في الوضع 2 ؟ برر إجابتك باستخدام القياسات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

b. هل قياس الزاوية التي يشكلها مرفق خلف أكبر في الوضع 1 أم في الوضع 2 ؟ اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

28. البرهان استخدم برهاناً غير مباشر لإثبات نظرية المتباينة SSS (النظرية 6.14).

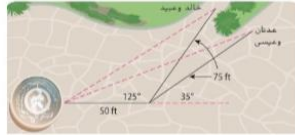


المطلوب:  $m\angle S > m\angle W$ . **انظر الهامش.**

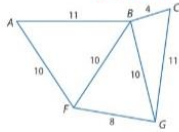
29. البرهان إذا كان  $\overline{PQ} \cong \overline{PR}$  و  $SR > SQ$ ، فاكذب برهاناً من عمودين لإثبات أن  $m\angle 1 < m\angle 2$ . **انظر الهامش.**



30. **البحث عن الكثر:** شارك كل من عبيد وعدنان وعيسى وخالد في لعبة البحث عن الكثر كجزء من درس الجغرافيا. تظهر هذه الخريطة أن المسار التالي لحل اللغز بعد 50 قدماً في اتجاه الشرق ثم 75 قدماً براوية  $35^\circ$  باتجاه الشمال الشرقي من نقطة البداية، وهي النافورة الموجودة في فناء المدرسة. عندما استعدوا للدوران والسير 75 قدماً براوية  $35^\circ$  في اتجاه الشرق الشمالي، اختلصوا حول اختيار الطريق. لذا افترضوا وسلكوا الطريقين الموضحين في الرسم التخطيطي أدناه.



a. أي ثنائي منها اختار الطريق الصحيح؟ وضح استنتاجك.  
b. أي ثنائي منها هو الأقرب إلى النافورة عندما يتوقف؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**



**الاستنتاج المنطقي** استخدم الشكل الظاهر على اليسار لكتابة متباينة تتعلق بزوايا المعطاة أو قياسات القطعة المستقيمة.

31.  $CB < AB$ ,  $CB \cong AB$ .

32.  $m\angle FBG < m\angle BFA$ ,  $m\angle FBG \cong m\angle BFA$ .

33.  $m\angle BGC < m\angle FBA$ ,  $m\angle FBG \cong m\angle BFA$ .

260 | الدرس 4-6 | المتباينات في مثلثين

## تدريس الممارسات في الرياضيات

**الاستنتاج المنطقي** يبحث الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن نقاط التوصل إلى حل. إنهم يخططون مساراً للحل بدلاً من القفز ببساطة إلى محاولة الحل. في التمارين من 31 إلى 33، شجّع الطلاب على استخدام علاقات الضلع-الزاوية في تحليل الشكل المعروض.

### إجابات إضافية

28. البرهان غير المباشر

الخطوة 1: افترض أن

$$m\angle S \leq m\angle W$$

الخطوة 2: إذا كانت

$$m\angle S \leq m\angle W \text{، فإن } m\angle S < m\angle W \text{ أو } m\angle S = m\angle W$$

الحالة 1: إذا كانت

$$m\angle S < m\angle W \text{، فإن } RT < UV$$

بوجب متباينة SAS.

الحالة 2: إذا كانت

$$m\angle S = m\angle W \text{، فإن } \triangle RST \cong \triangle UVW \text{ بوجب SAS.}$$

و  $\overline{RT} \cong \overline{UV}$  بوجب CPCTC. لهذا

$$RT = UV$$

الخطوة 3: كلتا الحالتين

تتعارضان مع المعطى  $RT > UV$ .

لهذا، لا بد أن يكون الافتراض خطأً.

والاستنتاج:  $m\angle S > m\angle W$  لا بد أن يكون صحيحاً.

29. **الجميل (المبررات)**

1.  $\overline{PR} \cong \overline{PQ}$  (معطى)

$$\angle PRQ \cong \angle PQR$$

(نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين)

$$m\angle PRQ = m\angle 1 + m\angle 4$$

$$m\angle PQR = m\angle 2 + m\angle 3$$

(مسألة جمع الضلع)

$$m\angle PRQ = m\angle PQR$$

(تعريف  $\cong$ )

$$m\angle 1 + m\angle 4 = m\angle 2 + m\angle 3$$

(التعويض)

$$m\angle 4 > m\angle 3$$

(معطى)

$$m\angle 4 > m\angle 3$$

(نظرية العلاقة بين الزاوية والضلع)

$$m\angle 4 = m\angle 3 + x$$

(تعريف المتباينة)

$$m\angle 1 + m\angle 4 = m\angle 4$$

$$m\angle 2 + m\angle 3 = (m\angle 3 + x)$$

(خاصية الطرح)

$$m\angle 1 = m\angle 2 - x$$

(الطرح)

$$m\angle 1 + x = m\angle 2$$

(خاصية الجمع)

$$m\angle 1 < m\angle 2$$

(تعريف المتباينة)

260 | الدرس 4-6 | المتباينات في مثلثين

**التوسع** قسّم الطلاب إلى مجموعات من 2. اجعل كل طالب يضع تصميمًا للعبة يتسبّل له 4 أضلاع ولكل ضلع طول مختلف. ينبغي تحديد اسم نصف الأطوال والزوايا فقط. اجعل الطلاب يتبادلوا تصميماتهم ويحددوا ما إذا كانت الأطوال التي ليس عليها اسم أكبر من الأطوال المعطاة أم أقل.



### تدريس الممارسات في الرياضيات

**الدقة** يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات استخدام تعريفات واضحة خلال مناقشاتهم مع الآخرين وفي استنتاجاتهم الخاصة. في التمرين 41. شجّع الطلاب على مراجعة البصطلحات المستخدمة في هذا التمرين.

### إجابات إضافية

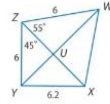
**30b.** خالد وعبيد: الإجابة النموذجية: شكل خالد وعبيد مسارا يصنع زاوية قياسها  $125^\circ$  بينما شكل عدنان وعيسى زاوية قياسها  $145^\circ$ .

**38.** في  $\triangle JNL$  و  $\triangle JKL$ ، المبعطى أن  $m\angle JLN > m\angle KJL$  و  $KJ \cong JN$  و  $JL \cong JL$ ، إذا، وفقا لمعكوس نظرية المفضلة،  $LN > LK$  في  $\triangle LKN$ ، المفضلة،  $LN > LK$  مما يعني أن  $m\angle LKN > m\angle LNK$ .

**39.** الباب: عند فتح الباب، تزداد فتحة الباب مع زيادة الزاوية التي تشكلها المفصلة. عند غلق الباب، تقل فتحة الباب مع انخفاض الزاوية التي تشكلها المفصلة. يتشابه هذا مع الضلع المقابل لزاوية في مثلث، لأنه مع زيادة الضلع المقابل لزاوية، يزيد قياس الزاوية أيضا. مع انخفاض الضلع، تنخفض الزاوية أيضا.



**40.** قائمة أو متفرجة: الإجابة النموذجية: إذا كانت  $RT = RS$ ، فالمثلث متساوي الساقين، والوسيط أيضا عمودي على  $\overline{TS}$ . يعني ذلك أن كلا المثلثين المتشكّلين من الوسيط  $\triangle RQS$  و  $\triangle RQT$ ، فأنها الزاوية. إذا كانت  $RT > RS$ ، فهذا يعني أن  $m\angle RQT > m\angle RQS$ . بما أنه زوج خطي وقياس مجموع الزوايا يجب أن يكون  $180$  على الأقل، يجب أن تكون  $m\angle RQT$  أكبر من  $90$  و  $\triangle RQT$  منفرج الزاوية.



استخدم الشكل الظاهر على اليسار لكتابة متباينة تتعلق بزوايا المعطاة أو قياسات القطعة.

$$34. \angle ZUY > \angle ZYW \quad m\angle ZUY > m\angle ZYW$$

$$35. WU > YU \quad WU > YU$$

$$36. WX > XY \quad WX > XY$$

**37.** التمثيلات المتعددة في هذه البسطة، ستكتشف خواص المثلثات.

a. هندسيًا ارسم مضلعًا ثلاثي الأضلاع ورياضي الأضلاع وخصائص الأضلاع. اجعل اسم المضلع ثلاثي الأضلاع  $ABC$ . والمضلع رباعي الأضلاع  $FGHJ$  وخصائص الأضلاع  $PQRST$ . استخدم المنقلة لقياس كل زاوية وتسميتها.

b. جدوليًا املح الجدول التالي وأكمله.

عدد الأضلاع	قياسات الزاوية	مجموع الزوايا
3	$m\angle A = 59$ $m\angle B = 76$	180
4	$m\angle F = 90$ $m\angle G = 90$	360
5	$m\angle P = 105$ $m\angle Q = 100$ $m\angle R = 96$	540

**37c.** الإجابة النموذجية:

مجموع زوايا المضلع يساوي  $180$  مضروبًا في أقل من عدد أضلاع المضلع بمقدار اثنين.

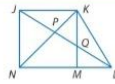
c. لتفصيلًا اكتب تخطيطًا حول العلاقة بين عدد أضلاع المضلع ومجموع قياسات زوايا المضلع.

d. منطقيًا ما نوع الاستنتاج الذي استخدمته في الجزء c؟ اشرح.

e. جبريًا اكتب تعبيرًا جبريًا لمجموع قياسات زوايا مضلع له عدد  $n$  من الأضلاع:  $(n - 2)180$

**37d.** الاستدلال الاستقرائي: الإجابة النموذجية: بما أنني استخدمت نمطًا لتحديد العلاقة، فيكون الاستدلال الذي استخدمته استقرائيًا.

### مسائل مهارات التفكير العليا



**38.** التحدي إذا كان  $JN \perp QM$  و  $m\angle JLN > m\angle KJL$ ، فما الأكبر،  $m\angle LKN$  أم  $m\angle LNK$ ؟ وضح استنتاجك.

**38-42.** انظر الهامش.

**39.** مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالاً من الحياة اليومية لأداة تستخدم مفصلة. صمم رسمين تكون فيهما المفصلة المثبتة في الأداة في موضعين مختلفين. استخدم الرسومات لشرح سبب تسمية نظرية 7.13 بنظرية المفصلة.

**40.** التحدي المعطيات  $\triangle RST$  مع المتوسط  $\overline{RQ}$ . إذا كان  $RT$  أكبر من أو يساوي  $RS$ ، فما التصنيفات المتاحة لـ  $\triangle RQT$ ؟ اشرح استنتاجك.



**41.** الدقة إذا كان  $\overline{BD}$  متوسطًا و  $AB < BC$ ، إذا  $\angle BDC$  تكون دائمًا أو... أحيانًا أو لا تكون أبدًا زاوية حادة. اشرح.

**42.** الكتابة في الرياضيات قارن وبين الفرق بين نظرية المفضلة ومسلمة SAS في نطاق المثلثات.

**SAS** لتطابق المثلث. إذا كانت الزوايا المحصورة المتناظرة متطابقة، فالمثلثان متطابقان. باستخدام نظرية المفصلة، إذا كانت إحدى الزوايا المحصورة أكبر من الزاوية المتناظرة في المثلث الآخر، فالضلع المقابل للزاوية الأكبر أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر في المثلث الآخر.

**41.** أيضًا بناء على معكوس نظرية المفصلة،  $\angle ADB < \angle BDC$  و  $\angle ADB < \angle BDC$  تشكلان زوجًا خطيًا. إذا  $m\angle ADB + m\angle BDC = 180$ ، بما أن  $m\angle BDC > m\angle ADB$ ، يجب أن تكون  $m\angle BDC$  أكبر من  $90$  ويجب أن تكون  $m\angle ADB$  أصغر من  $90$ . إذا بموجب تعريف الزوايا المنفرجة والحادة،  $m\angle BDC$  منفرجة دائمًا و  $m\angle ADB$  حادة دائمًا.

**42.** تتطلب كل من مسلمة SAS لتطابق المثلث ونظرية المفصلة أن يكون لديك زوجان من الأضلاع المتناظرة المتطابقة وتضع الزاوية المحصورة في اعتبارك. باستخدام مسلمة

## 4 التقويم

**تعيين مصطلح الرياضيات** اختر أو ابتكر أمثلة لبراهين باستخدام نظرية المفضلة ومكسوسها. في كل مثال، اسبح للطلاب بأن يقدموا عبارات ومبررات بالترتيب الضروري لاستكمال البرهان.

### إجابات إضافية

50. افترض أن تكلفة رحلة ميساء

البحرية هي  $x$  وتكلفة الرحلة الأخرى هي  $y$ .

**الخطوة 1** المعطيات:

$$x + y > 500$$

المطلوب إثباته:

$$y > 2500 \text{ أو } x > 25$$

برهان غير مباشر:

افترض أن  $x \leq 250$  و  $y \leq 250$ .

**الخطوة 2** إذا كانت  $x \leq 250$

و  $y \leq 250$ . إذا  $x + y \leq 250 + 250$

هذا  $x + y \leq 500$  و هذا

تناقض لأننا نعلم أن  $x + y > 500$ .

**الخطوة 3** بما أن افترض أن

$x \leq 30$  و  $y \leq 30$  يؤدي إلى تناقض مع

حقيقة معروفة، لا بد أن يكون الافتراض

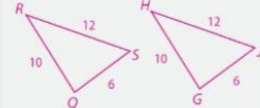
خطأً. ولهذا، لا بد أن يكون الاستنتاج بأن

$x > 30$  أو  $y > 30$  صحيحاً. ولهذا، لا

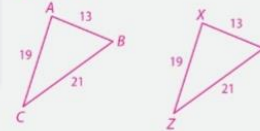
بد أن رحلة واحدة على الأقل قد تكلفت

أكثر من AED 250.

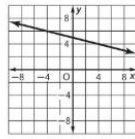
$$51. x = 8$$



$$52. x = 2$$



### تمرين على الاختبار المعياري



45. الجبر ما الدالة الخطية التي نصف التمثيل البياني F؟

$$y = -\frac{1}{4}x + 5 \text{ F}$$

$$y = -\frac{1}{4}x - 5 \text{ G}$$

$$y = \frac{1}{4}x + 5 \text{ H}$$

$$y = \frac{1}{4}x - 5 \text{ J}$$

46. SAT/ACT إذا كان ضلع المربع يساوي  $x + 3$

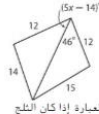
$$\text{A } x^2 + 1$$

$$\text{B } x\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$\text{C } 2x + 6$$

$$\text{D } x^2\sqrt{2} + 6$$

$$\text{E } x^2 + 9$$



43. إجابة مختصرة اكتب متباينة لوصف مدى القيم المحتملة للتغير  $x$ .

$$2.8 < x < 12$$

44. أي من العبارات التالية معكوس العبارة إذا كان الثلج يتساقط، فإن خليفة برندي حذاء الثلج؟

- A إذا ارتدى خليفة حذاء الثلج، فإن الثلج يتساقط.  
B إذا لم يتساقط الثلج، فإن خليفة لا يرتدي حذاءه الشتوي.  
C إذا لم يتساقط الثلج، فإن خليفة يرتدي حذاءه الشتوي.  
D إذا لم يتساقط الثلج أبداً، فإن خليفة لا يرتدي حذاءه الشتوي.

### مراجعة شاملة

احسب مدى قياس الضلع الثالث ليثبت تم إعطاء قياسي ضلعيه الآخرين.

$$47. 3.2 \text{ cm}, 4.4 \text{ cm}$$

$$12 \text{ cm} < n < 7.6 \text{ cm}$$

$$48. 5 \text{ ft}, 10 \text{ ft}$$

$$5 \text{ ft} < n < 15 \text{ ft}$$

$$49. 3 \text{ m}, 9 \text{ m}$$

$$6 \text{ m} < n < 12 \text{ m}$$

50. الجولات البحرية سألت ميا صديقتها ميساء عن تكلفة الرحلة البحرية التي قامت بها هي وأقرب صديقاتها بعد التخرج. لم تذكر ميساء تكلفة الفرد، ولكنها ذكرت إجمالي التكلفة التي تجاوزت AED 500. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن تكلفة الفرد كانت أكبر من AED 250. **انظر الهامش.**

ارسم شكلاً واذكر اسمه لتمثيل المثلثات المتطابقة. أوجد قيمة  $x$ . 51-52. **انظر الهامش.**

$$51. \triangle ORS \cong \triangle GHJ, RS = 12, \text{ و } QR = 10, \text{ و } OS = 6, \text{ و } HJ = 2x - 4.$$

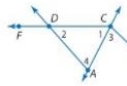
$$52. \triangle ABC \cong \triangle XYZ, AB = 13, \text{ و } AC = 19, \text{ و } BC = 21, \text{ و } XY = 3x + 7.$$

استخدم الشكل على اليسار.

53. ما اسم رأس  $\angle A$ ؟

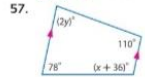
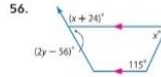
54. ما الاسم الآخر لـ  $\angle 2$ ؟

55. ما الاسم الآخر لـ  $\angle BCA$ ؟



### مراجعة المهارات

أوجد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك. 56-58. **انظر الهامش.**



262 | الدرس 4-6 | المتباينات في مثلثين

56.  $x = 65$  بموجب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية،  $y = 73.5$  بموجب نظرية التكمال

57.  $x = 66$  بموجب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية،  $y = 35$  بموجب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

58.  $x = 27$  بموجب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية،  $y = 22 \frac{2}{3}$  بموجب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

262 | الدرس 4-6 | المتباينات في مثلثين

## 4 دليل الدراسة والمراجعة

### دليل الدراسة

#### المفاهيم الأساسية

##### القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات

- القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات هي المنصفات العمودية ومنصفات الزوايا والنواسط والارتفاعات.
- تُسمى نقاط تقاطع كل من القطع المستقيمة الخاصة في المثلث بنقاط الالتقاء.
- نقاط الالتقاء في المثلث هي مراكز الدائرة المحيطة ومراكز الدائرة الداخلية والنقاط المركزية وملئى الارتفاعات.

##### البرهان غير المباشر

- كتابة برهان غير مباشر،
- 1. افتراض أن الاستنتاج خاطئ.
- 2. وضح أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.
- 3. بما أن الاستنتاج خاطئ يؤدي إلى عبارة غير صحيحة، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي صحيحاً.

##### متباينات المثلث

- تقابل الزاوية الأكبر في المثلث الضلع الأكبر، وتقابل الزاوية الأصغر الضلع الأصغر.
- مجموع طولي أي ضلعين من أضلاع المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.
- **متباينة SAS (نظرية المتصلة)**، في أي مثلثين، إذا تطابق ضلعان، فقياس الزاوية المحصورة يحدد أي من المثلثين لديه الضلع الثالث الأكبر.
- **متباينة SSS**، في أي مثلثين، إذا تطابق ضلعان متناظران في كل من المثلثين، فطول الضلع الثالث يحدد أي من المثلثين يحتوي على الزاوية المحصورة ذات القياس الأكبر.

#### المطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



#### المفردات الأساسية

- ارتفاع (altitude)
- نقطة مركزية (centroid)
- مركز الدائرة المحيطة (circumcenter)
- مستقيمتان متلاقيتان (concurrent lines)
- مركز الدائرة الداخلية (incenter)
- برهان غير مباشر (indirect proof)
- تبرير غير مباشر (indirect reasoning)
- متوسط (median)
- ملتقى الارتفاعات (orthocenter)
- منصف عمودي (perpendicular bisector)
- نقطة الالتقاء (point of concurrency)
- برهان بالتناقض (proof by contradiction)

#### مراجعة المفردات

- حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة، إذا كانت خاطئة، فاستبدل المصطلح الموضوع تحته خط لعمل عبارة صحيحة.
1. تتقاطع ارتفاعات المثلث عند النقطة المركزية. **خطأ، ملتقى ارتفاعات المثلث**
2. تُسمى نقطة التواء متوسطات المثلث بمركز الدائرة الداخلية. **خطأ، منتصفات الزاوية**
3. نقطة الالتقاء هي نقطة تقاطع ثلاثة خطوط أو أكثر. **صحيحة**
4. مركز الدائرة المحيطة للمثلث يساوي البعد عن رؤوس المثلث. **صحيحة**
5. لإيجاد النقطة المركزية للمثلث، يتم أولاً إنشاء منصفات الزاوية. **خطأ، المتوسط**
6. المنصفات العمودية لمثلث هي مستقيمتان متلاقيتان. **صحيحة**
7. لعمل برهان بالتناقض، تفترض أولاً أن ما تحاول إثباته صحيح. **خطأ، خاطئ**
8. يستخدم البرهان بالتناقض الاستنتاج غير المباشر. **صحيحة**
9. يربط متوسط المثلث نقطة منتصف أحد أضلاع المثلث بنقطة منتصف ضلع آخر في المثلث. **خطأ، الرأس المقابل لهذا الضلع**
10. مركز الدائرة الداخلية هو نقطة تتقاطع فيها منصفات زاوية المثلث. **صحيحة**

### التقويم التكويني

#### المفردات الوظيفية

الصفحة بعد كل كلمة إلى المكان الذي ذكر فيه المصطلح لأول مرة. إذا واجه الطلاب صعوبة في استكمال التمارين من 1 إلى 10، فذكرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكرتهم بشأن مفردات المصطلحات.

#### مطويات منظّم الدراسة

##### مطويات ديناميك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا المفاهيم الأساسية إلى علامة تبويب الدرس الملائم في مطوياتهم، اقترح على الطلاب الاحتفاظ بمطوياتهم بجانبهم أثناء إنجاز صفحات دليل الدراسة والمراجعة. وبين لهم أن المطويات تمثل أداة مراجعة سريعة للمذاكرة لاختبار الوحدة.



### إجابة إضافية

25. افترض أن تكلفة قرص DVD واحد

هي  $x$  وتكلفة القرص الآخر هي  $y$ .

المعطيات:  $x + y > 50$

المطلوب إثباته:

$x > 25$  أو  $y > 25$

برهان غير مباشر:

**الخطوة 1** افترض أن

$x \leq 25$  و  $y \leq 25$ .

**الخطوة 2** إذا كانت  $x \leq 25$

و  $y \leq 25$  فإن  $x + y \leq 25 + 25$

أو  $x + y \leq 50$ . هذا

تناقض لأننا نعلم أن  $x + y > 50$ .

**الخطوة 3** بما أن افترض

$x \leq 25$  و  $y \leq 25$  يؤدي إلى

تناقض مع حقيقة معروفة. لا بد أن

يكون الافتراض خاطئاً. ولهذا، لا بد

أن يكون الاستنتاج بأن  $x > 25$

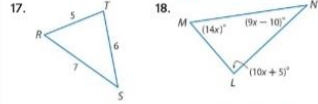
أو  $y > 25$  صحيحاً. ولهذا، لا بد أن

قرص DVD واحداً على الأقل قد

تكلف أكثر من AED 25.

### 4-3 المتباينات في مثلث واحد

صنّف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر. **17-18. انظر الهامش.**



19. **الأحياء المجاورة** تعيش كل من ياسمين وسهيلة ووفاء عند تقاطعات ثلاثة طرق وهذا يشكل المثلث الموضح. إذا أرادت الفتيات قضاء فترة ما بعد الظهر معاً، هل الطريق الأقصر لياسمين هو الذهاب إلى سهيلة وأخذها إلى بيت وفاء، أم الطريق الأقصر لسهيلة هو الذهاب إلى وفاء ثم الذهاب إلى بيت ياسمين؟ **الطريق الأقصر هو ذهاب سهيلة إلى وفاء ثم ذهابهما إلى بيت ياسمين.**



### 4-4 البرهان غير المباشر

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

20.  $m\angle A < m\angle B$   $m\angle A \geq m\angle B$

21. **انظر الهامش.**  $\triangle FGH \cong \triangle MNO$

22. **انظر الهامش.** هو مثلث قائم الزاوية  $\triangle KLM$

23. إذا كان  $3y < 12$  فإن  $y < 4$   $y \geq 4$

24. اكتب برهاناً غير مباشر يثبت أن الزاويتين المتتامتين لا تكون أي منهما زاوية قائمة. **24-25. انظر الهامش.**

25. **الأفلام** اشترى سالم أسطوانات DVD بتكلفة تجاوزت AED 50 استخدم الاستنتاج غير المباشر لإثبات أن تكلفة إحدى أسطوانات (DVD) التي اشترها تجاوزت AED 25.

### مثال 4

اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان غير المباشر لكل عبارة.

a.  $\overline{XY} \not\cong \overline{JK}$

$\overline{XY} \cong \overline{JK}$

b. إذا كان  $3x < 18$  فإن  $x < 6$

استنتاج العبارة الشرطية هو  $x < 6$ .

بني الاستنتاج هو  $x \geq 6$ .

c.  $\angle 2$  هي زاوية حادة.

إذا كان افترض أن  $\angle 2$  زاوية حادة خاطئة، فلماذا أن يكون افترض أن  $\angle 2$  زاوية غير حادة صحيحاً هذا يعني أن افترض  $\angle 2$  زاوية منفرجة أو زاوية قائمة يجب أن يكون صحيحاً.



إجابات إضافية

28. افترض أن  $x$  هي طول الضلع الثالث.  $2 \text{ ft} < x < 12 \text{ ft}$ .  
29. افترض أن  $x$  هي طول الضلع الثالث.  $6.5 \text{ cm} < x < 14.5 \text{ cm}$ .  
30. المسافة أكبر من ميل وأقل من 5 أميال.

إجابة إضافية (تمرين على الاختبار)

5. المعطيات:  $5x + 7 \geq 52$

المطلوب إثباته:  $x \geq 9$

البرهان:

الخطوة 1: افترض أن  $x < 9$ .

الخطوة 2: اصنع جدولاً لعدة احتمالات لقيمة  $x$ .

$x$	8	7	0	-2
$5x + 7$	47	42	7	-3

عندما تكون  $x < 9$ ,  $5x + 7 < 52$ .

الخطوة 3: يؤدي الافتراض إلى تناقض مع المعلومات المعطاة بأن  $5x + 7 \geq 52$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن  $x < 9$  لا بد أن يكون خاطئاً والاستنتاج الأصلي أن  $x \geq 9$  صحيحاً.

4-5 متباينة المثلث

هل يُمكن تكوين مثلث باستخدام الأطوال المعطاة؟ وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

26. 5, 6, 9 نعم 27. 3, 4, 8 لا  $3 + 4 < 8$

احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياس ضلعيه الآخرين.

28. 5 ft, 7 ft. انظر الهامش. 29. 10.5 cm, 4 cm

30. الدراجات: يتود يوسف دراجته لزيارة سعيد. ونظراً لإغلاق الطريق السريع، فلا بد أن يسير ميلين في الطريق الرئيسي والدوران لسير 3 أميال إضافية في الطريق رقم 5. إذا رسمنا مثلثاً يحتوي على رأسين إحدهما ليوسف والأخرى لبنت سعيد، احسب مدى المسافة المحتملة بين يوسف وبنت سعيد عند السير مباشرة في الطريق السريع. انظر الهامش.

المثال 5

هل يُمكن تكوين مثلث بالأطوال 7 و 10 و 9 أقدام؟ وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

تحقق من كل متباينة:

$$7 + 10 > 9 \quad 7 + 9 > 10 \quad 10 + 9 > 7$$

$$17 > 9 \quad 16 > 10 \quad 19 > 7$$

بما أن مجموع كل زوج من أطوال الأضلاع أكبر من طول الضلع الثالث، فإن الأضلاع ذات الأطوال 7 و 10 و 9 أقدام ستكون مثلثاً.

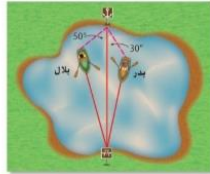
4-6 المتباينات في مثلثين

قارن بين القياسات المعطاة.

31.  $m\angle ABC$ ,  $m\angle DEF$  32.  $QT$  و  $RS$   $QT > RS$

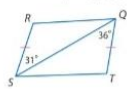
33. الزوايا: يقوم كل من بدر وبلال بالتجديف حول بركة.

وينجها إلى نفس النقطة. هذه أول تجربة لهما في التجديف، لذا خرجوا عن المسار كما هو موضح في الرسم التخطيطي. بعد دقيقتين، قاموا بالتجديف لمسافة 50 ياردة. من منهم الأقرب إلى وجهته؟ **بدر**



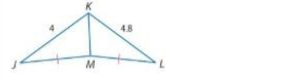
المثال 6

قارن بين القياسات المعطاة.



a.  $RQ$  و  $ST$   
In  $\triangle RQS$  و  $\triangle STQ$ ,  $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$  و  $\angle RQS \cong \angle STQ$ .  
بحسب نظرية الضلع والزاوية،  $m\angle SQT < m\angle RSQ$ . إذاً  $RO < ST$ .

b.  $m\angle JKM$  و  $m\angle LKM$   
In  $\triangle JKM$  و  $\triangle LKM$ ,  $\overline{JM} \cong \overline{KM}$  و  $\overline{KM} \cong \overline{KM}$ .  
بحسب معكس نظرية الضلع،  $\angle LKM > \angle JKM$ .



إجابة إضافية (تمرين على الاختبار)

23. المعطيات:  $\overline{RO}$  تنصف  $\angle SRT$ .

المطلوب إثباته:  $m\angle SQR > m\angle SRQ$



البرهان:

البيانات (المبررات)

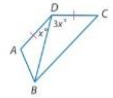
- $\overline{RO}$  ينصف  $\angle SRT$ . (معطى)
- $\angle SRQ \cong \angle QRT$ . (تعريف النصف)
- $m\angle QRS = m\angle QRT$ . (تعريف  $\cong$ )
- $m\angle SQR = m\angle T + m\angle QRT$ . (نظرية الزاوية الخارجية)
- $m\angle SQR > m\angle QRT$ . (تعريف المتباينة)
- $m\angle SQR > m\angle SRQ$ . (التعويض)

# 4 تدريب على الاختبار



- النقطة  $H$  هي مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle ABC$ . أوجد قياس كل مما يلي:
- $BD$  8.5
  - $DH$  7
  - $m\angle DHG$  120
  - $m\angle HAC$  32
  - $m\angle HBC$  12

15.  $AB$  و  $BC$   $AB < BC$



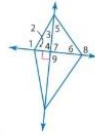
اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان غير المباشر لكل عبارة. 17. 4. ليس عاملاً لـ  $n$ .

17. إذا كان 8 هو عامل  $n$ ، إذا 4 هو عامل  $n$ .

18.  $m\angle M \leq m\angle N$   $m\angle M > m\angle N$

19. إذا كان  $3a + 7 \leq 28$ ، إذا  $a \leq 7$ ،  $a > 7$

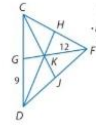
استخدم الشكل لتحديد أكبر الزوايا قياساً.



اجسب طول الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الآخرين.

- 10 ft, 16 ft  $6 \text{ ft} < x < 26 \text{ ft}$
- 23 m, 39 m  $16 \text{ m} < x < 62 \text{ m}$

1. الجداول تريد شجرة زراعة حوض للزهور داخل منطقة مثلثة محددة بثلاثة ممرات. ما نقطة الالتقاء المرتبطة بالمثلثات التي ستستخدمها لمركز الدائرة الأكبر الذي سيتناسب وضعه داخل المثلث؟ مركز الدائرة الداخلية (incenter)



في  $\triangle CDF$ ،  $K$  هو النقطة المركزية.  $DK = 16$  و  $KH = 8$ . أوجد طول كل مما يلي.

- $KH$  8
- $CD$  18
- $FG$  14

5. الإثبات اكتب إثباتاً غير مباشر.

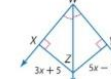
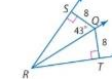
المعطيات:  $5x + 7 \geq 52$  انظر الهامش.

المطلوب:  $x \geq 9$

أوجد قياس كل مما يلي.

6.  $m\angle TQR$  43

7.  $XZ$  23



8. الجغرافيا تبعد تونوا من راوند ماوتن نفس المسافة التي تبعد عنها من وورم سيرينغز. والمسافة التي تفصل تونوا عن مدينة هونور هي نفس المسافة التي تبعد عنها عن مدينة بيتي. حدد المسافة الأكبر: راوند ماوتن إلى هونور أم من وورم سيرينغز إلى بيتي. من وورم سيرينغز إلى بيتي



9. الاختبار من متعدد إذا كان قياس ضلعين في مثلث هو 3.1 أقدام و 4.6 أقدام، فما قياس الضلع الثالث؟

- 1.6 أقدام
- 7.5 أقدام
- 8 أقدام
- دعما

# 4 التحضير للاختبارات المعيارية

## 1 التركيز

**الهدف** تعلم إستراتيجية استبعاد الإجابات غير المنطقية للمساعدة في حل أسئلة الاختيار من متعدد.

## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

- اطرح السؤال التالي:  
■ اشرح كيف يمكن أن يساعد استبعاد الإجابات غير المنطقية في حل أسئلة الاختيار من متعدد. **الإجابة النموذجية:** يساعد استبعاد الإجابات غير المنطقية في تضيق اختيارات الإجابة.
- ما بعض الأسئلة الأخرى التي يمكنك أن تطرحها عن المعلومات التي يتطلبها السؤال؟ **الإجابة النموذجية:** يمكنك أثناء قراءة السؤال أن تحدد المطلوب منك حله، سواء كانت الإجابة الصحيحة عددًا كليًا أو كسرًا أو عددًا عشريًا، وما الوحدات التي ينبغي أن يحتوي عليها الحل (إذا كان ينبغي ذلك).

- ما بعض الأمثلة في هذه الوحدة التي يمكنك فيها استبعاد الإجابات العددية الكبيرة أو الصغيرة بشدة؟ **الإجابة النموذجية:** عند حل مسألة، إذا كانت الإجابة التي تسعى لإيجادها هي قياس زاوية مثلث أكبر من أو تساوي 180° أو تجعل مجموع قياسات زاوية المثلث أكبر من 180°، ينبغي أن تستبعد ذلك الاختيار من الإجابة.

### استبعاد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية لتحديد الإجابة الصحيحة عند حل بنود اختبار الاختيار من متعدد.

#### إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

##### الخطوة 1

اقرأ نص المسألة بعناية لتحديد ما المطلوب منك إيجاده بدقة.

- ما المطلوب حله؟
- هل الإجابة الصحيحة عدد صحيح، أم كسر أم رقم عشري؟
- هل يجب عليّ استخدام رسمًا بيانيًا أم جدولًا؟
- ما الوحدات (إن وجدت) التي ستنتسبها الإجابة الصحيحة؟

##### الخطوة 2

أمن النظر في كل اختبار إجابة ممكنة، وقوّمه لمعرفة مدى صحته.

- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- حدد أي خيارات إجابة تكون غير صحيحة بشكل واضح واستبعدها.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تكون بتنسيق سليم.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تشمل وحدات صحيحة.

##### الخطوة 3

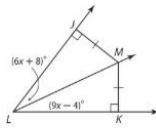
حل المسألة واختَر الإجابة الصحيحة من الإجابات المتبقية. تحقق من إجابتك.



### مثال على الاختبار المعياري

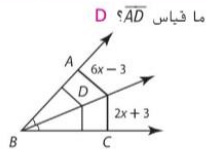
**اقرأ المسألة.** حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لتحلها.

ما قياس  $\angle KLM$ ؟



- A 32
- B 44
- C 78
- D 94

### مثال إضافي



- A -8  
B -2  
C 2  
D 7

### 3 التقويم

استخدم التمارين من 1 إلى 5 لتقويم استيعاب الطلاب.

اقرأ المسألة وادرس الشكل بعناية. المثلث  $KLM$  قائم الزاوية. بما أن مجموع الزوايا الداخلية للمثلث هي  $180^\circ$ ، إذا يجب أن يكون  $m\angle KLM + m\angle LMK + m\angle LKM = 180^\circ$ . وبما أن  $m\angle KLM = 90^\circ$ ، وبما أن  $m\angle LMK = 90^\circ$ ، فإن  $m\angle LKM = 0^\circ$ . هذا مستحيل، لذلك لا بد أن تكون الإجابة الصحيحة A أو B أو C.

حل المسألة. وفقاً لعكس نظرية منتصف الزاوية، إذا كانت هناك نقطة داخل زاوية معينة وتقع على مسافة واحدة من جانبي الزاوية، فإن النقطة تقع على منتصف الزاوية. النقطة  $M$  تقع على مسافة واحدة من الشعاعين  $LK$  و  $LM$ ، لذا فهي تقع على منتصف  $KLM$ . لذلك يجب أن تكون  $KLM$  متساوية الساقين.  $KLM$ ، تكون متساوية وحلها  $x$ .

$$6x + 8 = 9x - 4$$

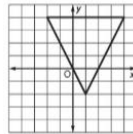
$$-3x = -12$$

$$x = 4$$

لذا فإن قياس  $KLM$  هو  $4^\circ$  أو  $32^\circ$ . الإجابة الصحيحة هي A.

### تمارين

3. ما إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث أدناه؟ C



- A  $(-\frac{3}{4}, -1)$  C  $(1, \frac{5}{2})$   
B  $(-\frac{4}{3}, 1)$  D  $(1, \frac{9}{4})$

4. إذا كان  $\triangle ABC$  متساوي الساقين و  $m\angle A = 94^\circ$ ، فأي مما يلي ينبغي أن يكون صحيحاً؟ J

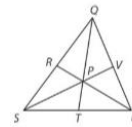
- F  $m\angle B = 94$   
G  $m\angle B = 47$   
H  $AB = BC$   
J  $AB = AC$

5. أي مما يلي لا يمكن أن يمثل أبعاد مثلث؟ B

- A 1.9, 3.2, 4 C 3, 7.2, 7.5  
B 1.6, 3, 4.6 D 2.6, 4.5, 6

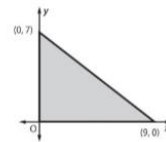
اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. النقطة  $P$  هي النقطة المركزية للمثلث  $QUS$ . إذا كان  $QP = 14$ ، فما طول  $QT$ ؟ D



- A 7 cm C 18 cm  
B 12 cm D 21 cm

2. ما المساحة بالوحدات المربعة للمثلث الموضح أدناه؟ H



- F 8 H 315  
G 27.4 J 63

# 4 تدريب على الاختبار المعياري

**تشخيص أخطاء الطلاب**  
قم بإجراء مسح لإجابات الطلاب على كل عنصر. قد تشير الاتجاهات السائدة في الصف إلى أخطاء شائعة ومناهيم خاطئة.

1. A خطأ حسابي
- B خطأ حسابي
- C خطأ حسابي
- D إجابة صحيحة

- f. 2. تخمين
- G تخمين
- H تخمين
- J إجابة صحيحة

3. A يتوصل إلى النتيجة
- B يتوصل إلى النتيجة
- C يتوصل إلى النتيجة
- D إجابة صحيحة

4. F إجابة صحيحة
- G تخمين
- H تخمين
- J تخمين

5. A قانون خطأ
- B إجابة صحيحة
- C ميل خاطئ
- D ميل خاطئ

6. F إجابة صحيحة
- G تخمين
- H تخمين
- J ترتيب معكوس

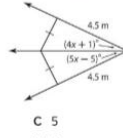
7. A نسي حالة الزاوية الحادة
- B إجابة صحيحة
- C نسي حالة الزاوية القائمة
- D تخمين

8. F مصنفة حسب الزوايا المعطاة فقط
- G تعريف خاطئ
- H إجابة صحيحة
- J تخمين من الشكل

## اختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

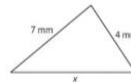
1. أوجد حل  $x$ .



- A 3
- B 4

- C 5
- D 6

2. أي مما يلي لا يمكن أن يمثل قيمة  $x$ ؟



- F 8 mm
- G 9 mm

- H 10 mm
- J 11 mm

3. يزعم أيوب أنك إذا كنت تعيش في أبو ظبي، فإنك تعيش بمدينة العين. أي افتراض قد تحتاجه للوصول إلى برهان غير مباشر لهذا الزعم؟

- A لنفرض أن شخصاً ما يعيش في مدينة العين ولكن ليس في إمارة أبو ظبي.
- B لنفرض أن شخصاً ما يعيش في مدينة العين وإمارة أبو ظبي.
- C لنفرض أن شخصاً ما يعيش في إمارة أبو ظبي وفي مدينة العين.
- D لنفرض أن شخصاً ما يعيش في إمارة أبو ظبي، ولكن ليس في مدينة العين.

4. أي مما يلي يصف أقصر مسافة من إحدى رؤوس مثلث إلى الضلع المقابل؟

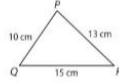
- F الارتفاع
- G قطر الدائرة
- H المتوسط
- J قطعة مستقيمة

5. بدأ رشيد جز الأشعاب لتفرض أن  $x$  يمثل عدد الأسابيع بعد بدء رشيد جز الأشعاب، و  $y$  يمثل عدد العملاء. استخدم التخططين (3, 4) و (9, 6) لإيجاد معادلة مستقيم يمكن أن يتم استخدامها للتنبؤ بعدد العملاء الموجودين لدى رشيد بحلول نهاية أسبوع معين.

- A  $y = \frac{1}{3}x$
- C  $y = \frac{2}{3}x + 2$
- B  $y = \frac{1}{3}x + 3$
- D  $y = \frac{2}{3}x$

6. ما العلاقة الصحيحة بين قياسات زوايا  $\triangle PQR$ ؟

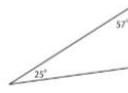
- F  $m\angle R < m\angle Q < m\angle P$
- G  $m\angle R < m\angle P < m\angle Q$
- H  $m\angle Q < m\angle P < m\angle R$
- J  $m\angle P < m\angle Q < m\angle R$



7. أي الافتراض قد تحتاجه من أجل بدء برهان غير مباشر للعبارة؟

- A الزاوية  $S$  ليست منفرجة.
- B  $\angle S$  هي زاوية قائمة.
- C  $\angle S$  هي زاوية منفرجة.
- D  $\angle S$  هي زاوية حادة.

8. صنف المثلث أدناه وفقاً لقياسات زواياه.



- F حاد
- G متساوي الزوايا
- H منفرج
- J قائم الزاوية

## نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 يجب أن يكون مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث.

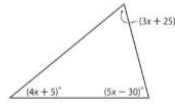


### ورقة إجابات التمارين

اطلب من الطلاب محاكاة الاختبار المعيارى بتسجيل إجاباتهم في ورقة تسجيل التمارين.

13. عمر وعلى يأخذان مجموعة من الخبسين للتمزق في الغابات. غادرت مجموعة عمر المعسكر وسارت ميلين باتجاه الشرق. ثم تحولت بـ  $20^\circ$  إلى الجنوب الشرقي وسارت 4 أميال أخرى. غادرت مجموعة على المعسكر وسارت ميلين باتجاه الغرب. ثم تحولت  $30^\circ$  إلى الشمال الغربي وسارت 4 أميال أخرى. كم عدد الدرجات إلى الجنوب الشرقي التي احتاج عمر أن يتحولها لكي تكون مجموعته ومجموعة على على نفس البسافة من المعسكر بعد جولتين من التمر؟ **30°**

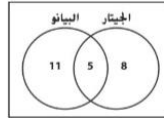
14. إجابة شكية أوجد قيمة  $x$  في المثلث أدناه. **15**



### الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

15. ارجع إلى الشكل للإجابة على كل سؤال.



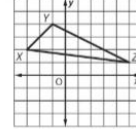
- a. كم عدد الطلاب الذين يعرفون على الجيتار؟ **13**  
 b. كم عدد الطلاب الذين يعرفون على البيانو؟ **16**  
 c. كم عدد الطلاب الذين يعرفون على كل من البيانو والجيتار؟ **5**

### الإجابة المختصرة/الإجابة الشكية

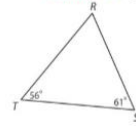
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

9. إجابة شكية إذا كان قياس ضلعين من مثلث 9 سنتيمترات و 15 سنتيمترا. فما أقل قياس محتمل للضلع الثالث بالسنتيمترات إذا كان القياس عددا صحيحا؟ **7**

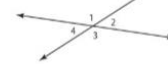
10. ما إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث أدناه؟  **$(-\frac{2}{3}, \frac{6}{5})$**



11. صنف أضلاع المثلث أدناه بالترتيب من الأقصر إلى الأطول.  **$RS, RT, ST$**

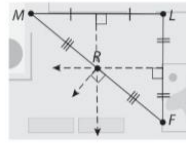


12. لتفرض أن مستقيمين يتقاطعان في مستوى إحداثي معين لتكوين أربع زوايا.



ما الذي تعرفه حول أزواج الزوايا المجاورة التي تكونت؟ اشرح. **يكونان زاويتان متكاملتين. يكون كل زوج من الزوايا المجاورة زوجا خطيا.**

15.



37. البرهان:

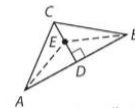
البيانات (المبررات)

1.  $\overline{CA} \cong \overline{CB}, \overline{AD} \cong \overline{BD}$  (معطى)
2.  $\overline{CD} \cong \overline{CD}$  (نطاق القطع المستقيمة انعكاسي)
3.  $\triangle ACD \cong \triangle BCD$  (SSS)
4.  $\angle ACD \cong \angle BCD$  (CPCTC)
5.  $\overline{CE} \cong \overline{CE}$  (نطاق القطع المستقيمة انعكاسي)
6.  $\triangle CEA \cong \triangle CEB$  (SAS)
7.  $\overline{AE} \cong \overline{BE}$  (CPCTC)
8. E نقطة منتصف  $\overline{AB}$  (تعريف نقطة المنتصف)
9.  $\angle CEA \cong \angle CEB$  (CPCTC)
10.  $\angle CEB$  و  $\angle CEA$  تشكلان زوجاً خطياً. (تعريف الزوج الخطي)
11.  $\angle CEB$  و  $\angle CEA$  متكاملتان. (نظرية التكامل)
12.  $m\angle CEA + m\angle CEB = 180$  (تعريف التكامل)
13.  $m\angle CEA + m\angle CEA = 180$  (خاصية التعويض)
14.  $2m\angle CEA = 180$  (خاصية التعويض)
15.  $m\angle CEA = 90$  (خاصية القسمة)
16.  $\angle CEB$  و  $\angle CEA$  زاويتان قائمتان. (تعريف الزاوية القائمة)
17.  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$  (تعريف  $\perp$ )
18.  $\overline{CD}$  منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AB}$  (تعريف المنتصف  $\perp$ )
19. C و D تقعان على منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AB}$ . (تعريف نقطة على مستقيم)

38. البرهان:

البيانات (المبررات)

1.  $\triangle ABC$ ، منتصفات الزوايا  $\overline{AD}$  و  $\overline{BE}$ ، و  $\overline{AB} \perp \overline{KQ}$ ،  $\overline{CF} \perp \overline{KP}$ ، و  $\overline{BE} \perp \overline{AD}$  (معطى)
2.  $\overline{AC} \perp \overline{KR}$  (معطى)
3.  $KP = KQ$ ،  $KQ = KR$ ،  $KP = KR$  (أي نقطة على منتصف  $\angle$  تقع على مسافة متساوية من ضلعي الزاوية). (خاصية الانتفال)



39. المعطيات:  $\overline{CD}$  هو منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AB}$ .

E نقطة على  $\overline{CD}$ .

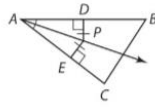
المطلوب إثباته:  $EA = EB$

**البرهان:**  $\overline{CD}$  منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AB}$ . حسب تعريف المنتصف، D نقطة منتصف  $\overline{AB}$ . ولهذا،  $\overline{AD} \cong \overline{BD}$ . حسب نظرية نقطة المنتصف،  $\angle CDA$  و  $\angle CDB$  زاويتان قائمتان حسب تعريف التعامد. بما أن كل الزوايا القائمة متطابقة، فإن  $\angle CDA \cong \angle CDB$ . بما أن E نقطة على  $\overline{CD}$ ، فإن  $\angle EDA$  و  $\angle EDB$  زاويتان قائمتان ومتطابقتان. حسب خاصية الانعكاس، فإن  $\overline{ED} \cong \overline{ED}$ . ولهذا  $\triangle EDA \cong \triangle EDB$  (SAS). بموجب CPCTC، وحسب تعريف التطابق، فإن  $EA = EB$ .

40. المعطيات:  $\angle BAC$

P تقع داخل  $\angle BAC$ ؛

$PD = PE$



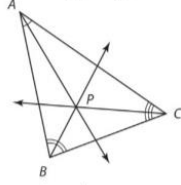
المطلوب إثباته:  $\overline{AP}$  هو منتصف  $\angle BAC$ .

البرهان: تقع النقطة P داخل  $\angle BAC$

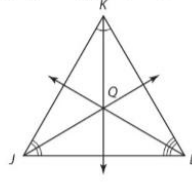
في  $\triangle BAC$  و  $PD = PE$ . حسب تعريف التطابق،

مستقيم نقاس بطول القطعة المستقيمة العمودية من النقطة على المستقيم.  $\angle ADP$  و  $\angle AEP$  زاويتان قائمتان حسب تعريف المستقيبات العمودية و  $\triangle ADP$  و  $\triangle AEP$  مثلثان قائما الزاوية حسب تعريف الزوايا القائمة. بموجب خاصية الانعكاس،  $\overline{AP} \cong \overline{AP}$ . لهذا،  $\triangle ADP \cong \triangle AEP$  حسب  $\angle DAP \cong \angle EAP$  LH. بسبب CPCTC، و  $\overline{AP}$  هو منتصف الزاوية  $\angle BAC$  حسب تعريف منتصف الزاوية.

50. أحياناً، إذا كان المثلث متساوي الأضلاع، فهذا صحيح، لكن إذا كان المثلث متساوي الساقين أو مختلف الأضلاع، فالعبارة خطأ.



$AP \neq BP \neq CP$ .



$JQ = KQ = LQ$

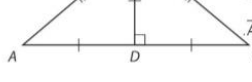
دائماً 51.

المعطيات:  $\triangle ABC$  مثلث متساوي

الساقين بالساقين

$\overline{BD}$  و  $\overline{BC}$  و  $\overline{AB}$

منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AC}$



المطلوب إثباته:  $\overline{BD}$  منتصف

الزاوية  $\angle ABC$ .

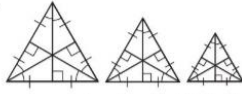
البرهان:

البيانات (المبررات)

1.  $\triangle ABC$  متساوي الساقين بالساقين  $\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$ . (معطى)
2.  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$  (تعريف  $\triangle$  متساوي الساقين)
3.  $\overline{BD}$  منتصف  $\perp$  لـ  $\overline{AC}$ . (معطى)
4. D نقطة منتصف  $\overline{AC}$ . (تعريف منتصف القطعة المستقيمة)
5.  $\overline{DC} \cong \overline{AD}$  (تعريف نقطة المنتصف)
6.  $\overline{BD} \cong \overline{BD}$  (خاصية الانعكاس)
7.  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  (SSS)
8.  $\angle ABD \cong \angle CBD$  (CPCTC)
9.  $\overline{BD}$  منتصف الزاوية  $\angle ABC$ . (تعريف منتصف  $\angle$ )

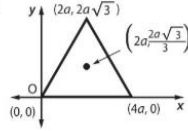
## الدرس 4-2

33a.



33b. الإجابة النموذجية: نقاط التلاقي الأربع في مثلث متساوي الأضلاع جميعها نقطة واحدة.

33c.



36. البرهان: ميل  $\overline{AR} = \frac{3c}{3b+3a} = \frac{c}{b+a}$  ميل  $\overline{BS} = \frac{6c}{6b-3a} = \frac{2c}{2b-a}$  ميل  $\overline{CQ} = \frac{3c}{3b-6a} = \frac{c}{b-2a}$  ميل  $\overline{AR}$  يحتويه المستقيم  $y = \left(\frac{c}{b+a}\right)x$  ميل  $\overline{BS}$  يحتويه المستقيم  $y = \frac{2c}{2b-a}(x-3a)$  ميل  $\overline{CQ}$  يحتويه المستقيم  $y = \frac{c}{b-2a}(x-6a)$  لإيجاد إحداثيات  $P$  أوجد نقطة تقاطع الوسيطين  $\overline{BS}$  و  $\overline{CQ}$ .

$$\begin{aligned} y &= \frac{2c}{2b-a}(x-3a) \text{ و } y = \frac{c}{b-2a}(x-6a) \\ \frac{2c}{2b-a}(x-3a) &= \frac{c}{b-2a}(x-6a) \\ 2c(x-3a)(b-2a) &= c(x-6a)(2b-a) \\ 2c(bx-2ax-3ab+6a^2) &= c(2bx-ax-12ab+6a^2) \\ 2bcx-4acx-6abc+12a^2c &= 2bcx-ax-12abc+6a^2c \\ -3acx &= -6abc-6a^2c \\ x &= 2b+2a \end{aligned}$$

أوجد قيمة  $y$ .

$$\begin{aligned} y &= \frac{2c}{2b-a}(x-3a) = \frac{2c}{2b-a}(2b+2a-3a) = \frac{2c(2b-a)}{2b-a} = 2c \\ \text{إذا إحداثيات } P \text{ هي } (2b+2a, 2c) \text{، وآلآن أوضح أن تقع على } \overline{AR} \\ y &= \left(\frac{c}{b+a}\right)(2b+2a) = \frac{2c(b+a)}{b+a} = 2c. \end{aligned}$$

وبهذا تتقاطع الوسيطات الثلاث عند النقطة نفسها.

أوجد أطوال  $\overline{CP}$  و  $\overline{CQ}$  و  $\overline{BP}$  و  $\overline{BS}$  و  $\overline{AP}$  و  $\overline{AR}$  باستخدام قانون المسافة.

$$\begin{aligned} AR &= \sqrt{((3b+3a)-0)^2 + (3c-0)^2} \\ &= \sqrt{(3(b+a))^2 + (3c)^2} \\ &= \sqrt{9(b+a)^2 + c^2} \\ &= 3\sqrt{(b+a)^2 + c^2} \end{aligned}$$

52. البرهان:

العبارة (البيرويات)

- المستوى  $Y$  منتصف عمودي  $\overline{DC}$ . (معطى)
- $\angle DBA \cong \angle CBA$  و زاويتان قائمتان  $\angle DB \cong \angle CB$  (تعريف المنصف  $\perp$ )
- $\angle DBA \cong \angle CBA$  (الزوايا القائمة متطابقة)
- $\overline{AB} \cong \overline{AB}$  (خاصية الانعكاس)
- $\triangle DBA \cong \triangle CBA$  (SAS)
- $\angle ADB \cong \angle ACB$  (CPCTC)

53. البرهان:

العبارة (البيرويات)

- المستوى  $Z$  منتصف الزاوية  $\angle KJH$ ,  $\angle KJH \cong \angle HJM$  (معطى)
- $\angle KJM \cong \angle HJM$  (تعريف منتصف الزاوية)
- $\overline{JM} \cong \overline{JM}$  (خاصية الانعكاس)
- $\triangle KJM \cong \triangle HJM$  (SAS)
- $\overline{MH} \cong \overline{MK}$  (CPCTC)

68. البرهان:

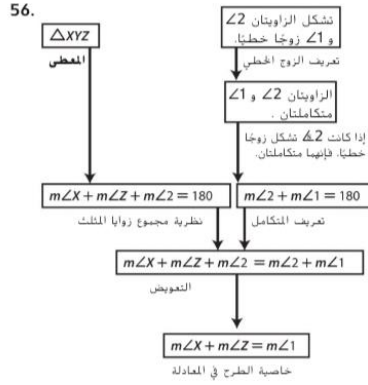
العبارة (البيرويات)

- $\triangle XKF$  مثلث متساوي الأضلاع. (معطى)
- $\angle 1 \cong \angle 2$  ( $\triangle$  متساوي الأضلاع يكون متساوي الزوايا)
- $\overline{KX} \cong \overline{FX}$  (تعريف  $\triangle$  متساوي الأضلاع)
- $\overline{XJ}$  ينصف  $\angle X$ . (معطى)
- $\angle KXJ \cong \angle FXJ$  (تعريف منصف  $\angle$ )
- $\triangle KXJ \cong \triangle FXJ$  (ASA)
- $\overline{KJ} \cong \overline{FJ}$  (CPCTC)
- $J$  نقطة منتصف  $\overline{KF}$ . (تعريف نقطة المنتصف)

69. البرهان:

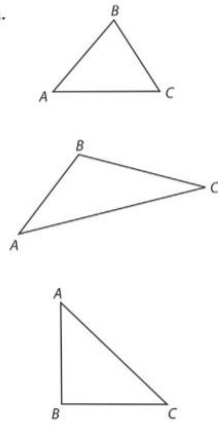
العبارة (البيرويات)

- $\triangle MLP$  مثلث متساوي الساقين. (معطى)
- $\overline{ML} \cong \overline{PL}$  (تعريف  $\triangle$  متساوي الساقين)
- $\angle M \cong \angle P$  (نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين)
- $N$  نقطة منتصف  $\overline{MP}$ . (معطى)
- $\overline{MN} \cong \overline{PN}$  (تعريف نقطة المنتصف)
- $\triangle MNL \cong \triangle PNL$  (SAS)
- $\angle LNM \cong \angle LNP$  (CPCTC)
- $m\angle LNM = m\angle LNP$  (تعريف  $\cong$ )
- $\angle LNP$  و  $\angle LNM$  زوج خطي. (تعريف الزوج الخطي)
- $m\angle LNM + m\angle LNP = 180$  (مجموع قياسات الزوج الخطي  $= 180$ )
- $2m\angle LNM = 180$  (التعويض)
- $m\angle LNM = 90$  (القسمة)
- $\angle LNM$  زاوية قائمة. (تعريف  $\angle$  القائمة)
- $\overline{LN} \perp \overline{MP}$  (تعريف  $\perp$ )



#### الدرس 3-4

42a.



#### الدرس 4-4 (تبرير موجّه)

2A. المعطيات:  $7x > 56$

البرهان المطلوب إثباته:  $x > 8$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $x < 8$  أو  $x = 8$ .

الخطوة 2

x	4	5	6	7	8
7x	28	35	42	49	56

عندما تكون  $x < 8$ . فإن  $7x < 56$  وعندما تكون  $x = 8$ . فإن  $7x = 56$ .  
الخطوة 3 في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع المعلومات المعطاة بأن  $7x > 56$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن  $x \leq 8$  يجب أن يكون خاطئاً والاستنتاج الأصلي أن  $x > 8$  يجب أن يكون صحيحاً.

$$AP = \sqrt{((2b+2a)-0)^2 + (2c-0)^2}$$

$$= \sqrt{(2(b+a))^2 + (2c)^2}$$

$$= \sqrt{4(b+a)^2 + 4c^2}$$

$$= 2\sqrt{(b+a)^2 + c^2}$$

$$BS = \sqrt{(6b-3a)^2 + (6c-0)^2}$$

$$= \sqrt{(3(2b-a))^2 + (3(2c))^2}$$

$$= \sqrt{9(2b-a)^2 + 9(2c)^2}$$

$$= 3\sqrt{(2b-a)^2 + 4c^2}$$

$$BP = \sqrt{(6b-(2b+2a))^2 + (6c-2c)^2}$$

$$= \sqrt{(4b-2a)^2 + (4c)^2}$$

$$= \sqrt{2(2b-a)^2 + 2(2c)^2}$$

$$= 2\sqrt{(2b-a)^2 + 4c^2}$$

$$CQ = \sqrt{(6a-3b)^2 + (0-3c)^2}$$

$$= \sqrt{(3(2a-b))^2 + (-3c)^2}$$

$$= \sqrt{9(2a-b)^2 + 9c^2}$$

$$= 3\sqrt{(2a-b)^2 + c^2}$$

$$CP = \sqrt{(6a-(2b+2a))^2 + (0-2c)^2}$$

$$= \sqrt{(4a-2b)^2 + (-2c)^2}$$

$$= \sqrt{2(2a-b)^2 + 4c^2}$$

$$= \sqrt{4(2a-b)^2 + 4c^2}$$

$$= 2\sqrt{(2a-b)^2 + c^2}$$

أوضح أن P تقع على ثلثي المسافة من الرأس إلى نقاط المنتصف.

$$\frac{2}{3}AR = \frac{2}{3}(3\sqrt{(b+a)^2 + c^2})$$

$$= 2\sqrt{(b+a)^2 + c^2} \text{ و } AP$$

$$\frac{2}{3}BS = \frac{2}{3}(3\sqrt{(2b-a)^2 + 4c^2})$$

$$= 2\sqrt{(2b-a)^2 + 4c^2} \text{ و } BP$$

$$\frac{2}{3}CQ = \frac{2}{3}(3\sqrt{(2a-b)^2 + c^2})$$

$$= 2\sqrt{(2a-b)^2 + c^2} \text{ و } CP$$

40. الإجابة النموذجية: المنتصف العمودي والوسيط يمران عبر نقطة مشتركة على ضلع المثلث، لكن الوسيط فقط يمر دائماً عبر الرأس المقابل للضلع. المنتصف العمودي والارتفاع كلاهما عموديان على الضلع، لكنهما لا يمران بالضرورة عبر نقطة مشتركة على ضلع المثلث، يمر كل من الوسيط والارتفاع عبر الرأس، لكنهما لا يمران بالضرورة عبر نقطة مشتركة على ضلع المثلث.

## 2B. المعطيات: $-c > 0$

المطلوب إثباته:  $c < 0$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $c > 0$  أو  $c = 0$ .

الخطوة 2

$c$	0	1	2	3	4
$-c$	0	-1	-2	-3	-4

إذا كانت  $c > 0$ ، فإن  $-c < 0$ . إذا كانت  $c = 0$ ، فإن  $-c = 0$ .  
الخطوة 3 في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع المعلومات المعطاة بأن  $c > 0$ . ولهذا، لا بد أن يكون الافتراض بأن  $c > 0$  خاطئاً ولا بد أن يكون الاستنتاج الأصلي بأن  $c < 0$  صحيحاً. بما أن  $c < 0$  صحيح، فلا بد أن يكون  $c$  عدداً سالباً.

3. افترض أن  $x =$  المسافة المقطوعة في المرحلة الأولى من رحلته، و  $y =$  المسافة المقطوعة في المرحلة الثانية من رحلته و  $z =$  المسافة المقطوعة في المرحلة الثالثة من رحلته.

المعطيات:  $x + y + z > 360$

المطلوب إثباته:  $x > 120$  أو  $y > 120$  أو  $z > 120$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أنه لم تكن هناك أي مرحلة في رحلته تزيد على 120 ميلاً. أي أن  $x \leq 120$  و  $y \leq 120$  و  $z \leq 120$ .

الخطوة 2 إذا كانت  $x \leq 120$  و  $y \leq 120$  و  $z \leq 120$ ، فإن  $x + y + z \leq 120 + 120 + 120 = 360$  أو  $x + y + z \leq 360$ .

الخطوة 3 هذا تناقض مع العبارة المعطاة. ولهذا، الافتراض خطأً و  $x > 120$  أو  $y > 120$  أو  $z > 120$ . أي أنه قطع أكثر من 120 ميلاً في مرحلة واحدة من رحلته.

4. المعطيات:  $x^2$  عدد فردي صحيح.

المطلوب إثباته:  $x$  عدد فردي صحيح.

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $x$  عدد زوجي صحيح.

يعني هذا أن  $x = 2k$  بالنسبة للعدد الصحيح  $k$ .

الخطوة 2  $x^2 = (2k)^2$  تعويض الافتراض

$4k^2 =$  حوّل لأبسط صورة.

$(2 \cdot 2)k^2 =$  خاصية الضرب

$2(2k^2) =$  خاصية التجميع في الضرب

بما أن  $k$  عدد صحيح،  $2k^2$  عدد صحيح أيضاً. افترض أن  $m$  تمثل العدد الصحيح  $2k^2$ . إذا  $x^2$  يمكن أن تمثلها  $2m$ . حيث  $m$  عدد صحيح. يعني هذا أن  $x^2$  عدد زوجي صحيح، لكن هذا يتناقض مع العبارة المعطاة أن  $x^2$  عدد فردي صحيح.

الخطوة 3 بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي يؤدي إلى تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو أن  $x$  عدد فردي، استنتاجاً صحيحاً.

## الدرس 4-4

5. المعطيات:  $2x + 3 < 7$

المطلوب إثباته:  $x < 2$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $x > 2$  أو  $x = 2$  عبارة صحيحة.

الخطوة 2

$x$	2	3	4	5	6
$2x + 3$	7	9	11	13	15

عندما تكون  $x > 2$  فإن  $2x + 3 > 7$  وعندما تكون  $x = 2$  فإن  $2x + 3 = 7$ .

الخطوة 3 في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع المعلومات المعطاة بأن  $2x + 3 < 7$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن  $x \geq 2$  يجب أن يكون خاطئاً والاستنتاج الأصلي أن  $x < 2$  يجب أن يكون صحيحاً.

6. المعطيات:  $3x - 4 > 8$

المطلوب إثباته:  $x > 4$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $x < 4$  أو  $x = 4$  عبارة صحيحة.

الخطوة 2

$x$	0	1	2	3	4
$3x - 4$	-4	-1	2	5	8

عندما تكون  $x < 4$  فإن  $3x - 4 < 8$  وعندما تكون  $x = 4$  فإن  $3x - 4 = 8$ .

الخطوة 3 في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع المعلومات المعطاة بأن  $3x - 4 > 8$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن  $x \leq 4$  يجب أن يكون خاطئاً والاستنتاج الأصلي أن  $x > 4$  يجب أن يكون صحيحاً.

7. استخدم  $a =$  المتوسط أو  $\frac{\text{عدد النقاط المسجلة}}{\text{عدد المباريات التي تمت}}.$

برهان غير مباشر:

الخطوة 1 افترض أن متوسط نقاط هيام في المباراة كان أكبر من أو يساوي 3.3،  $a \geq 3.3$ .

الحالة 1 الحالة 2

$a = 3$   $a > 3$

$3 \leq \frac{13}{6}$   $\frac{13}{6} > 3$

$3 \neq 2.2$   $2.2 \neq 3$

الخطوة 3 الاستنتاجات خاطئة. إذاً لا بد أن يكون الافتراض خاطئاً. ولهذا، فيمتوسط نقاط هيام في المباراة كان أقل من 3.



8. **المعطيات:**  $5x - 2$  عدد فردي صحيح.

**المطلوب إثباته:**  $x$  عدد فردي صحيح.

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x$  ليست عددًا فرديًا صحيحًا. بمعنى أن نفترض أن  $x$  عدد زوجي صحيح.

**الخطوة 2** افترض أن  $x = 2k$  بالنسبة للعدد الصحيح  $k$ .

نعويض الافتراض  $5x - 2 = 5(2k) - 2$

$$= 10k - 2$$

$$= 2(5k - 1)$$

خاصية التوزيع

بما أن  $k$  عدد صحيح، فإن  $5k - 1$  عدد صحيح أيضًا. افترض أن

$p$  تمثل العدد الصحيح  $5k - 1$ . إذا  $5x - 2$  يمكن أن تمثلها

$2p$ . حيث  $p$  عدد صحيح، يعني هذا أن  $5x - 2$  عدد زوجي

صحيح، لكن هذا يناقض المعطى بأن  $5x - 2$  عدد فردي صحيح.

**الخطوة 3** بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى

تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو

أن  $x$  عدد فردي صحيح، استنتاجًا صحيحًا.

9. **المعطى:**  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية؛

$\angle C$  مثلث قائم الزاوية.

**المطلوب إثباته:**  $AB > AC$  و  $AB > BC$



**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن وتر المثلث قائم

الزاوية ليس الضلع الأطول. أي أن  $AB < AC$  و  $AB < BC$ .

**الخطوة 2** إذا كانت  $AB < BC$ ، فإن  $m\angle A < m\angle C$ . بما أن

$m\angle C = 90$ ، فإن  $m\angle A < 90$ . إذا  $m\angle A > 90$  و  $m\angle C > 90$

فيكون مجموع  $m\angle A + m\angle C > 180$ ، وهذا يناقض حقيقة أن مجموع

الزوايا في المثلث يساوي  $180$ . ولهذا يجب أن يكون الوتر هو

الضلع الأول في المثلث قائم الزاوية.

**الخطوة 3** كلتا العلاقتين تناقضان مع حقيقة أن مجموع

الزوايا في المثلث يساوي  $180$ . ولهذا يجب أن يكون الوتر هو

الضلع الأول في المثلث قائم الزاوية.

**الخطوة 4** بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى

تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو

أن  $x$  عدد فردي صحيح، استنتاجًا صحيحًا.

**الخطوة 5** بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى

تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو

أن  $x$  عدد فردي صحيح، استنتاجًا صحيحًا.

**الخطوة 6** بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى

تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو

أن  $x$  عدد فردي صحيح، استنتاجًا صحيحًا.

**الخطوة 7** بما أن افتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى

تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو

أن  $x$  عدد فردي صحيح، استنتاجًا صحيحًا.

$x$	-6	-5	-4	-3	-2
$2x - 7$	-19	-17	-15	-13	-11

عندما تكون  $x < -2$  فإن  $2x - 7 < -11$  وعندما تكون

$x = -2$  فإن  $2x - 7 = -11$

**الخطوة 3** في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع

المعلومات المعطاة بأن  $2x - 7 > -11$ . ولهذا، فإن الافتراض

بأن  $x \leq -2$  يجب أن يكون خاطئًا والاستنتاج الأصلي أن

$x > -2$  يجب أن يكون صحيحًا.

18. **المعطيات:**  $5x + 12 < -33$

**المطلوب إثباته:**  $x < -9$

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x \geq -9$  عبارة

صحيحة.

**الخطوة 2**

$x$	-9	-8	-7	-6	-5
$5x + 12$	-33	-28	-23	-18	-13

عندما تكون  $x > -9$  فإن  $5x + 12 > -33$  وعندما تكون

$x = -9$  فإن  $5x + 12 = -33$

**الخطوة 3** في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع

المعلومات المعطاة بأن  $5x + 12 < -33$ . ولهذا، فإن الافتراض

بأن  $x \geq -9$  يجب أن يكون خاطئًا والاستنتاج الأصلي أن  $x < -9$

يجب أن يكون صحيحًا.

19. **المعطيات:**  $3x + 4 < 7$

**المطلوب إثباته:**  $x > -1$

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x \leq -1$  عبارة

صحيحة.

**الخطوة 2**

$x$	-5	-4	-3	-2	-1
$-3x + 4$	19	16	13	10	7

عندما تكون  $x < -1$  فإن  $-3x + 4 > 7$  وعندما تكون  $x = -1$

فإن  $-3x + 4 = 7$

**الخطوة 3** في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع

المعلومات المعطاة بأن  $-3x + 4 < 7$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن

$x \leq -1$  يجب أن يكون خاطئًا والاستنتاج الأصلي أن  $x > -1$

يجب أن يكون صحيحًا.

20. **المعطيات:**  $2x - 6 > 12$

**المطلوب إثباته:**  $x < -9$

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x \geq -9$  عبارة صحيحة.

**الخطوة 2**

$x$	-9	-8	-7	-6	-5
$-2x - 6$	12	10	8	6	4

عندما تكون  $x > -9$  فإن  $-2x - 6 < 12$  وعندما تكون

$x = -9$  فإن  $-2x - 6 = 12$

**الخطوة 3** في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض مع

المعلومات المعطاة بأن  $-2x - 6 > 12$ . ولهذا، فإن الافتراض

بأن  $x \geq -9$  يجب أن يكون خاطئًا والاستنتاج الأصلي أن

$x < -9$  يجب أن يكون صحيحًا.

## 23. المعطيات: $xy$ عدد فردي صحيح.

**المطلوب إثباته:**  $x$  و  $y$  عدداً فرديين صحيحين.

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x$  و  $y$  ليسا عددين فرديين صحيحين. أي افترض أن  $x$  أو  $y$  عدد زوجي صحيح.

**الخطوة 2** نحتاج فقط إلى توضيح أن الافتراض بأن  $x$  عدد زوجي صحيح يؤدي إلى تناقض بما أن فرضية أن  $y$  عدد زوجي صحيح يستتبع الاستنتاج نفسه. إذا افترض أن  $x$  عدد زوجي صحيح و  $y$  عدد فردي صحيح. يعني هذا أن  $x = 2k$  بالنسبة للعدد الصحيح  $k$  و  $y = 2m + 1$  بالنسبة للعدد الصحيح  $m$ .

$$\begin{aligned} xy &= (2k)(2m + 1) \\ &= 4km + 2k \\ &= 2(2km + k) \end{aligned}$$

بما أن  $k$  و  $m$  عدداً صحيحين، فإن  $2km + k$  عدد صحيح أيضاً. افترض أن  $p$  تمثل العدد الصحيح  $2km + k$ . إذاً  $xy$  يمكن أن نكتبها  $2p$  حيث  $p$  عدد صحيح. يعني هذا أن  $xy$  عدد زوجي صحيح. لكن هذا يتناقض بالمعطى بأن  $xy$  عدد فردي صحيح.

**الخطوة 3** بما أن الافتراض أن  $x$  عدد زوجي صحيح و  $y$  عدد فردي صحيح يؤدي إلى تناقض مع المعطى، فلا بد أن الاستنتاج الأصلي أن  $x$  و  $y$  كليهما عدداً فرديين صحيحين استنتاج صحيح.

## 24. المعطيات: $n^2$ عدد زوجي.

**المطلوب إثباته:**  $n^2$  يقبل القسمة على 4.

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $n^2$  لا يقبل القسمة على 4. بمعنى آخر، 4 ليست من عوامل  $n^2$ .

**الخطوة 2** إذا كان مربع العدد زوجياً، فالعدد أيضاً زوجي. إذاً، إذا كان  $n^2$  عدد زوجي، فلا بد أن  $n$  عدد زوجي. افترض أن  $n = 2a$ .

$$\begin{aligned} n &= 2a \\ n^2 &= (2a)^2 = 4a^2 \end{aligned}$$

4 من عوامل  $n^2$ ، وهو ما يتناقض بالافتراض.

**الخطوة 3** بما أن الافتراض بأن  $n^2$  لا يقبل القسمة على 4 يؤدي إلى تناقض مع الافتراض، فلا بد أن الاستنتاج الأصلي بأن  $n^2$  يقبل القسمة على 4 استنتاجاً حقيقياً.

## 25. المعطيات: $x$ عدد فردي.

**المطلوب إثباته:**  $x$  لا يقبل القسمة على 4.

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x$  تقبل القسمة على 4. بمعنى آخر، 4 من عوامل  $x$ .

**الخطوة 2** افترض أن  $x = 4n$ ، بالنسبة للعدد الصحيح  $n$ .

إذاً، 2 من عوامل  $x$  مما يعني أن  $x$  عدد زوجي. لكن هذا يتناقض بمعلومات المعطيات.

**الخطوة 3** بما أن الافتراض بأن  $x$  تقبل القسمة على 4 يؤدي إلى تناقض مع المعطيات، فلا بد أن الاستنتاج الأصلي بأن  $x$  لا تقبل القسمة على 4 استنتاجاً حقيقياً.

## 26. المعطيات: $xy$ عدد زوجي صحيح.

**المطلوب إثباته:**  $x$  أو  $y$  عدد زوجي صحيح.

**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $x$  و  $y$  عدداً فرديين صحيحين.

**الخطوة 2** افترض أن  $x = 2n + 1$  و  $y = 2k + 1$  بالنسبة للعددين الصحيحين  $n$  و  $k$ .

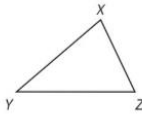
$$\begin{aligned} xy &= (2n + 1)(2k + 1) \\ &= 4nk + 2n + 2k + 1 \\ &= 2(2nk + n + k) + 1 \end{aligned}$$

بما أن  $k$  و  $n$  عدداً صحيحين، فإن  $2nk + n + k$  عدد صحيح أيضاً. افترض أن  $p$  تمثل العدد الصحيح  $2nk + n + k$ . إذاً  $xy$  يمكن أن نكتبها  $2p + 1$  حيث  $p$  عدد صحيح. يعني هذا أن  $xy$  عدد فردي صحيح لكن هذا يتناقض بالمعطيات بأن  $xy$  عدد زوجي صحيح.

**الخطوة 3** بما أن الافتراض بأن  $x$  و  $y$  عدداً فرديين صحيحين يؤدي إلى تناقض مع المعطيات، فلا بد أن الاستنتاج الأصلي بأن  $x$  أو  $y$  عدد زوجي صحيح استنتاج حقيقي.

## 27. المعطيات: $XZ > YZ$

**المطلوب إثباته:**  $\angle X \neq \angle Y$



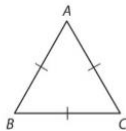
**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $\angle X \cong \angle Y$ .

**الخطوة 2**  $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$  بموجب معكوس نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين.

**الخطوة 3** يتناقض هذا مع معلومات المعطيات بأن  $XZ > YZ$ . ولهذا، لا بد أن يكون الافتراض بأن  $\angle X \cong \angle Y$  خطأً. إذاً، الاستنتاج الأصلي بأن  $\angle X \neq \angle Y$  يجب أن يكون صحيحاً.

## 28. المعطيات: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الأضلاع.

**المطلوب إثباته:**  $\triangle ABC$  مثلث متساوي الزوايا.



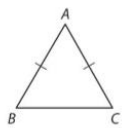
**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $\triangle ABC$  ليس متساوي الزوايا.

**الخطوة 2** إذاً  $m\angle C > m\angle B$ . إذاً  $AB > AC$  بموجب علاقات الزاوية-الضلع في نظرية المثلثات.

**الخطوة 3** يتناقض هذا مع معلومات المعطيات بأن  $\triangle ABC$  متساوي الأضلاع. ولهذا، فإن الافتراض بأن  $\triangle ABC$  ليس متساوي الزوايا لا بد أن يكون خطأً. إذاً الاستنتاج الأصلي بأن  $\triangle ABC$  متساوي الزوايا لا بد أن يكون صحيحاً.

## 29. المعطيات: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين.

**المطلوب إثباته:** لا زاوية من زاويتي الأساس زاوية قائمة.

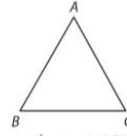


**البرهان غير المباشر: الخطوة 1** افترض أن  $\angle B$  زاوية قائمة.

**الخطوة 2** بموجب نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين، فإن  $\angle C$  زاوية قائمة أيضاً.

**الخطوة 3** يتناقض هذا مع حقيقة أن المثلث لا يمكن أن يكون له أكثر من زاوية قائمة. ولهذا، لا بد أن يكون الافتراض بأن  $\angle B$  زاوية قائمة خطأً. إذاً، لا بد أن يكون الاستنتاج الأصلي بأن أيًا من زاويتي القاعدة ليست زاوية قائمة استنتاجاً صحيحاً.

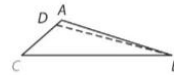
30. المعطيات:  $\triangle ABC$   
البرهان:  $\triangle ABC$  لا يحتوي على أكثر من زاوية قائمة.



البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $\triangle ABC$  يضم أكثر من زاوية قائمة.

الخطوة 2 إذا كانت  $\angle C$  و  $\angle B$  زاويتين قائمتين، فإن  $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$ .  $m\angle B + m\angle C = 180$  لأن مجموع زوايا المثلث يبلغ 180. بالتعويض،  $m\angle A + 180 = 180$   $m\angle A = 0$  إذاً  $m\angle A = 0$

الخطوة 3 يتناقض هذا مع معلومات المعطيات،  $\triangle ABC$ . ولهذا، فإن الافتراض بأن  $\triangle ABC$  يضم أكثر من زاوية قائمة لا بد أن يكون خطأ. إذاً فالاستنتاج الأصلي بأن  $\triangle ABC$  يضم أكثر من زاوية قائمة لا بد أن يكون حقيقياً.



31. المعطيات:  $m\angle A > m\angle AC$   
المطلوب إثباته:  $BC > AC$   
البرهان:

افترض أن  $BC \not> AC$ . بموجب خاصية المقارنة،  $BC = AC$  أو  $BC < AC$

الحالة 1: إذا كانت  $BC = AC$ ، فإن  $\angle ABC \cong \angle A$  بموجب نظرية المثلث متساوي الساقين. (إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين متطابقتان). لكن الافتراض بأن  $m\angle A > m\angle AC$  يتناقض مع عبارة المعطيات بأن  $m\angle A > m\angle AC$ . إذاً،  $BC \neq AC$ .

الحالة 2: إذا كانت  $BC < AC$ ، فلا بد أن تكون هناك نقطة  $D$  بين  $A$  و  $C$  بحيث تكون  $DC \cong BC$ . ارسم القطعة المستقيمة المساعدة  $BD$ . بما أن  $DC \cong BC$ ، بموجب نظرية المثلث متساوي الساقين  $\angle BDC \cong \angle DBC$ . الآن  $\angle BDC$  زاوية خارجية في  $\triangle BAD$  وبموجب نظرية متباينة الزوايا الخارجية (يزيد قياس الزاوية الخارجية لمثلث على قياس أي من الزاويتين الداخليتين المتناظرتين غير المتجاورتين)  $m\angle BDC > m\angle A$   $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$   $m\angle ABC > m\angle DBC$  بموجب التعويض وخاصية الانتقال في المتباينة،  $m\angle ABC > m\angle A$ . لكن هذا يتناقض مع عبارة المعطيات بأن  $m\angle A > m\angle ABC$ . في كلتا الحالتين، يوجد تناقض وبذلك لا بد أن افتراضنا كان خطأً. ولهذا،  $BC > AC$ .

32. المعطيات:  $\frac{1}{b} < 0$

المطلوب إثباته:  $b$  سالب.

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $b > 0$ .  $b \neq 0$  بما أن ذلك سيجعل  $\frac{1}{b}$  غير محددة.

الخطوة 2  $b > 0$

$\frac{1}{b} > 0$  العدد الموجب المقسوم على عدد موجب يكون موجباً.

الخطوة 3 الافتراض بأن  $\frac{1}{b} > 0$  يتناقض مع المعطيات. إذاً، لا

بد أن يكون الافتراض خطأً. وبهذا،  $b$  يجب أن يكون عدداً سالباً.

35a. البرهان غير المباشر: الخطوة 1 نسبة 50% هي النصف. والعبارة تقول إن أكثر من نصف المراهقين المشاركين في الافتراض قالوا إنهم يعيدون التدوير. إذاً افترض أن 50% يعيدون التدوير.

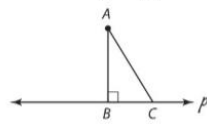
الخطوة 2 توضح البيانات أن 51% من المراهقين قالوا إنهم يعيدون التدوير و  $50\% > 51\%$ . إذاً فعدد المراهقين الذين يعيدون التدوير لا يقل عن النصف.

الخطوة 3 يتناقض هذا مع بيانات المعطيات. ولهذا، الافتراض خطأً. ولا بد أن يكون الاستنتاج بأن أكثر من نصف المراهقين المشاركين في الافتراض قالوا إنهم يعيدون التدوير استنتاجاً صحيحاً.

$$35b. 400 \cdot 23\% \pm 92$$

$$400 \cdot 0.23 \pm 92$$

$$92 = 92$$



37. البرهان غير المباشر

المعطيات:  $\overline{AB} \perp p$

المطلوب إثباته:  $\overline{AB}$  هي أقصر

قطعة مستقيمة من  $A$  إلى  $p$ .

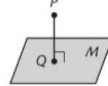
البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $\overline{AB}$  ليست أقصر قطعة مستقيمة من  $A$  إلى  $p$ .

الخطوة 2 بما أن  $\overline{AB}$  ليست أقصر قطعة مستقيمة من  $A$  إلى  $p$ ، فهناك النقطة  $C$  بحيث أن  $\overline{AC}$  هي أقصر مسافة.  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية بالوتر  $\overline{AC}$  وهو أطول ضلع في  $\triangle ABC$  بما أنه مقابل لأكثر زاوية في  $\triangle ABC$  بموجب علاقات الزاوية-الضلع في نظرية المثلثات. الخطوة 3 يتناقض هذا مع حقيقة أن  $\overline{AC}$  هو أقصر ضلع. ولهذا، الافتراض خطأً والاستنتاج بأن  $\overline{AB}$  هو أقصر ضلع لا بد أن يكون صحيحاً.

38. البرهان المباشر

المعطيات:  $\overline{PQ} \perp$  على المستوى  $M$

المطلوب إثباته:  $\overline{PQ}$  هي أقصر قطعة مستقيمة من  $P$  إلى المستوى  $M$ .



البرهان:

بموجب التعريف،  $\overline{PQ}$  عمودي على المستوى  $M$  إذاً كان عموداً على كل مستقيم في  $M$  يتقاطع معه. لكن بما أن القطعة المستقيمة العمودية من نقطة على مستقيم هي أقصر قطعة مستقيمة من النقطة إلى المستقيم، فإن تلك القطعة المستقيمة العمودية هي أقصر قطعة مستقيمة من النقطة إلى كل من هذه المستقيمتين. ولهذا،  $\overline{PQ}$  هي أقصر قطعة مستقيمة من  $P$  إلى المستوى  $M$ .

39b. الإجابة النموذجية:

$n$	$n^3 + 3$
2	11
3	30
10	1003
11	1334
24	13,827
25	15,628
100	1,000,003
101	1,030,304
526	145,531,579
527	146,363,186

39d. البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن عدد زوجي. افترض أن  $n = 2k$ ، حيث  $k$  عدد صحيح.

الخطوة 2

$$\begin{aligned} n^3 + 3 &= (2k)^3 + 3 \\ &= 8k^3 + 3 \\ &= (8k^3 + 2) + 1 \\ &= 2(4k^3 + 1) + 1 \end{aligned}$$

افترض التعويض  $n^3 + 3 = 2k^3 + 3$  حوّل لأبسط صورة. استبدل العدد 3 بـ  $2 + 1$  وقم بتجميع أول حددين. خاصية التوزيع

بما أن  $k$  عدد صحيح، فإن  $4k^3 + 1$  عدد صحيح أيضاً. ولهذا،  $n^3 + 3$  عدد فردي. **الخطوة 3** يتناقض هذا مع معلومات المعطيات بأن  $n^3 + 3$  عدد زوجي. ولهذا الافتراض خطأ. إذا الاستنتاج بأن  $n$  عدد فردي لا بد أن يكون صحيحاً.

40. الإجابة النموذجية: حدد أولاً العبارة التي تحتاج إلى إثباتها وافترض مؤقّتاً أن هذه العبارة خطأ بافتراض أن عكس العبارة صحيح. ثم فكّر منطقياً إلى أن تصل إلى تناقض. وأخيراً، أوضح أن العبارة التي أردت أن تثبتها لا بد أن تكون صحيحة لأن التناقض يثبت أن الافتراض المؤقت الذي وضعته كان خطأ.

41. الإجابة النموذجية: مثلث مختلف الأضلاع.

المعطيات:  $\triangle ABC$ ،  $AB \neq BC$ .

$BC \neq AC$ ،  $AB \neq AC$

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 افترض أن  $\triangle ABC$  مختلف الأضلاع.

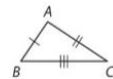
الحالة 1:  $\triangle ABC$  متساوي الساقين.

الخطوة 2 إذا كان  $\triangle ABC$  متساوي الساقين، فإن  $AB = BC$  أو  $BC = AC$  أو  $AB = AC$ .

الخطوة 3 يتناقض هذا مع معلومات المعطيات، إذا  $\triangle ABC$  ليس متساوي الساقين.

الحالة 2:  $\triangle ABC$  متساوي الأضلاع.

لكي يكون المثلث متساوي الأضلاع، يجب أن يكون أيضاً متساوي الساقين. وقد أثبتت الحالة 1 أن  $\triangle ABC$  ليس متساوي الساقين. ولهذا،  $\triangle ABC$  ليس متساوي الأضلاع. ولهذا،  $\triangle ABC$  مختلف الأضلاع.



42. المعطيات:  $X$  عدد نسبي غير الصفر و  $Y$  عدد غير نسبي.

المطلوب إثباته:  $XY$  عدد غير نسبي.

البرهان غير المباشر: الخطوة 1 بما أن المعطيات لدينا أن  $X$  عدد نسبي غير الصفر،  $X = \frac{a}{b}$  بالنسبة للعدد الصحيحين  $a$  و  $b$ ،  $b \neq 0$ . بالتعويض،  $XY = \frac{a}{b} \cdot Y$  أو  $\frac{aY}{b}$ .

افترض أن  $XY$  عدد نسبي. ثم  $XY = \frac{c}{d}$  بالنسبة للعدد الصحيحين  $c$  و  $d$ ،  $d \neq 0$ .

الخطوة 2  $XY = \frac{aY}{b}$  عدد نسبي.

تعويض الافتراض  $\frac{aY}{b} = \frac{c}{d}$

اضرب كل طرف في  $db$ . هذا ممكن لأن  $d \neq 0$  و  $b \neq 0$ .

أوجد حل  $Y$  بقسمة كل طرف على  $ad$ .

بما أن  $a \neq 0$  و  $d \neq 0$ ،  $Y = \frac{cb}{ad}$  ليس صفراً.

بما أن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد صحيحة و  $ad \neq 0$ ،  $\frac{cb}{ad}$  هو ناتج قسمة عددين صحيحين. لهذا،  $Y$  عدد نسبي. يتناقض هذا مع عبارة المعطيات بأن  $Y$  عدد غير نسبي.

الخطوة 3 بما أن افتراض أن  $XY$  عدد نسبي يؤدي إلى تناقض مع العبارة المعطاة، يجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو أن  $XY$  عدد غير نسبي، استنتاجاً صحيحاً.

44. إذا كانت  $X$  ليست عدداً فردياً صحيحاً، فإن  $5x - 2$  ليست عدداً فردياً صحيحاً. الإجابة النموذجية: إذا كانت  $X$  ليست عدداً فردياً صحيحاً، فهي عدد زوجي صحيح. إذا كانت  $X$  عدداً زوجياً صحيحاً، فإن  $5x$  عدد زوجي أيضاً لأن ناتج ضرب أي عدد في عدد زوجي يكون زوجياً.  $5x - 2$  زوجي أيضاً لأن ناتج طرح 2 من عدد زوجي يكون زوجياً. ولهذا، تصح عبارة أنه إذا كانت  $X$  ليست عدداً فردياً صحيحاً، فإن  $5x - 2$  ليست عدداً فردياً صحيحاً. يقوم البرهان المباشر لمعكوس العبارة والبرهان غير المباشر للعبارة على الافتراضات نفسها ويصل إلى الاستنتاجات نفسها.

#### الدرس 4-5

18. البرهان:

العبارات (المبررات)

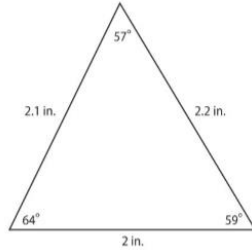
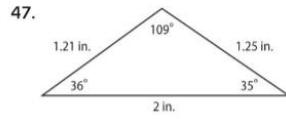
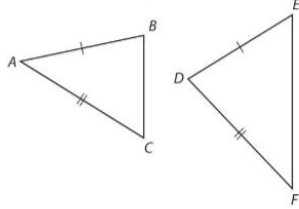
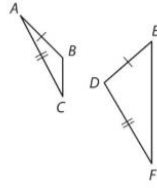
1.  $\angle BCD \cong \angle CDB$  (معطى)

2.  $\overline{BC} \cong \overline{BD}$  (معكوس نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين)

3.  $BC = BD$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )

4.  $AB + AD > BD$  (نظرية متباينة  $\triangle$ )

5.  $AB + AD > BC$  (التعويض)



48a. الإجابة النموذجية: بموجب نظرية متباينة المثلث، المسافة من منزلي إلى مركز التسوق أكبر من  $\frac{3}{4}$  ميل وأقل من  $2\frac{1}{4}$  ميل.

48b. الإجابة النموذجية: يمكن أن يكون المتنزه بين منزلي ومركز التسوق مما يعني أن المسافة من منزلي إلى مركز التسوق تبلغ  $2\frac{1}{4}$  ميل أو يمكن أن يكون منزلي بين الحديقة ومركز التسوق. مما يعني أن المسافة من منزلي إلى مركز التسوق تبلغ  $\frac{3}{4}$  ميل.

19. البرهان:

البيانات (المبررات)

1.  $\overline{JL} \cong \overline{LM}$  (مطلبي)
2.  $JL = LM$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
3.  $KJ + KL > JL$  (نظرية متباينة  $\triangle$ )
4.  $KJ + KL > LM$  (التعويض)

22a. طريق المقاطعة المستقيم: الإجابة النموذجية: في المثلث، يزيد مجموع ضلعين دائماً على الضلع الثالث. إذاً مجموع مسافة الطريق السريع 4 والمسافة على الطريق 6 أكبر من المسافة على طريق المقاطعة المستقيم.

22b. الطريق السريع 4 إلى الطريق 6، الإجابة النموذجية: بما أن حارب يستطيع القيادة بسرعة 30 ميلاً في الساعة على طريق المقاطعة المستقيم والمسافة 30 ميلاً، فسيسغرق الطريق منه ساعة. عليه أن يتوقد لمسافة 47 ميلاً على الطريق السريع 4 والطريق 6 وحد السرعة هو 55 ميلاً في الساعة، إذاً سيسغرق منه الأمر 0.85 ساعة أو حوالي 51 دقيقة. سيسغرق السير على الطريق السريع 4 والطريق 6 وقتاً أقل من السير على طريق المقاطعة المستقيم.

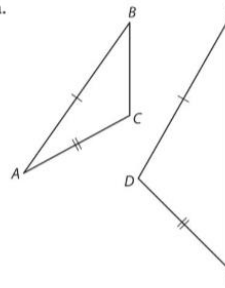
23. البرهان:

البيانات (المبررات)

1. أنشئ  $\overline{CD}$  بحيث تكون  $C$  بين  $B$  و  $D$  و  $\overline{CD} \cong \overline{AC}$  (مسلمة المسطرة)
2.  $CD = AC$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
3.  $\angle CAD \cong \angle ADC$  (نظرية  $\triangle$  متساوي الساقين)
4.  $m\angle CAD = m\angle ADC$  (تعريف  $\angle \cong$ )
5.  $m\angle BAC + m\angle CAD = m\angle BAD$  (مسلمة الجمع)
6.  $m\angle BAC + m\angle ADC = m\angle BAD$  (التعويض)
7.  $m\angle ADC < m\angle BAD$  (تعريف المتباينة)
8.  $AB < BD$  (النظرية 7.10)
9.  $BD = BC + CD$  (مسلمة جمع القطعة المستقيمة)
10.  $AB < BC + CD$  (التعويض (الخطوات 8, 9))
11.  $AB < BC + AC$  (التعويض (الخطوات 2, 10))

31. نعم: الإجابة النموذجية: لا تشكل القياسات على الرسم مثلثاً. وفقاً لنظرية متباينة المثلث، يزيد مجموع طولي أي ضلعين في مثلث على طول الضلع الثالث. تبلغ الأطوال في الرسم  $1\text{ ft}$  و  $3\frac{7}{8}\text{ ft}$  و  $6\frac{3}{4}\text{ ft}$ . بما أن  $6\frac{3}{4} \not> 1 + 3\frac{7}{8}$ . فلا يمكن أن يوجد المثلث. ينبغي عليهم إعادة قياساتهم قبل أن يقطعوا الخشب.

42a.





## 25. البرهان:

## العبارة (المبررات)

1.  $\overline{XU} \cong \overline{VW}, \overline{XU} \parallel \overline{VW}$  (المعطى)
2.  $\angle UXV \cong \angle XVW, \angle XUW \cong \angle UVW$  (نظرية الزاوية المتبادلة)
3.  $\triangle XZU \cong \triangle VZW$  (ASA)
4.  $\overline{XZ} \cong \overline{VZ}$  (CPCTC)
5.  $\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$  (خاصية الانعكاس)
6.  $\overline{VW} > \overline{XW}$  (معطى)
7.  $m\angle VZW > m\angle XZW$  (معكوس نظرية المفصلة)
8.  $\angle VZW \cong \angle XZU, \angle XZW \cong \angle VZU$  (الزاوية الرأسية تكون  $\cong$ )
9.  $m\angle VZW = m\angle XZU, m\angle XZW = m\angle VZU$  (تعريف  $\cong$ )
10.  $m\angle XZU > m\angle UZV$  (التعويض)

## 26. البرهان:

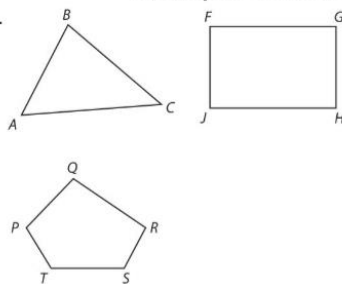
## العبارة (المبررات)

1.  $\overline{AF} \cong \overline{DJ}, \overline{FC} \cong \overline{JB}, \overline{AB} > \overline{DC}$  (معطى)
2.  $\overline{BC} \cong \overline{BC}$  (خاصية الانعكاس)
3.  $\overline{BC} = \overline{BC}$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
4.  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}, \overline{DC} + \overline{CB} = \overline{DB}$  (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
5.  $\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{DC} + \overline{CB}$  (خاصية الجمع)
6.  $\overline{AC} > \overline{DB}$  (التعويض)
7.  $m\angle AFC > m\angle DJB$  (معكوس نظرية المفصلة)

27a. الموضع 2: الإجابة النموذجية: إذا قسمت المسافة من كنفها إلى قبضتها في كل موضع، فإنها تبلغ  $1.6 \text{ cm}$  في الموضع 1 و  $2 \text{ cm}$  في الموضع 2. ولهذا، تزيد المسافة من كنفها إلى قبضتها في الموضع 2.

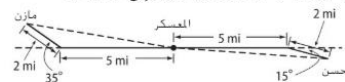
27b. الموضع 2: الإجابة النموذجية: باستخدام القياسات في الجزء a ومعكوس نظرية المفصلة، فأنت تعلم أن قياس الزاوية المتبادلة للضلع الأكبر يكون أكبر. إذا فالزاوية التي يشكلها كوع خلف أكبر في الموضع 2.

37a.



## الدرس 4-6

16a. مازن: الإجابة النموذجية: استدار حسن  $15^\circ$  جنوباً. إذا فقياس الزاوية المتبادلة لضلع المثلث الذي يمثل المسافة بينه وبين المعسكر يبلغ  $15 - 180$  أو  $165$ . استدار مازن  $35^\circ$  شمالاً. إذا فقياس الزاوية المتبادلة لضلع المثلث الذي يمثل المسافة بينه وبين المعسكر يبلغ  $35 - 180$  أو  $145$ . بموجب نظرية المفصلة، بما أن  $165 < 145$ ، فمازن أقرب إلى المعسكر.



16b. مازن: الإجابة النموذجية: استدار حسن  $15^\circ$  جنوباً. إذا فقياس الزاوية المتبادلة لضلع المثلث الذي يمثل المسافة بينه وبين المعسكر يبلغ  $15 - 180$  أو  $165$ . استدار مازن  $35^\circ$  جنوباً. إذا فقياس الزاوية المتبادلة لضلع المثلث الذي يمثل المسافة بينه وبين المعسكر يبلغ  $10 - 180$  أو  $145$ . بموجب نظرية المفصلة، بما أن  $170 > 165$ ، فمازن أبعد عن المعسكر.



## 23. البرهان:

## العبارة (المبررات)

1.  $\overline{LK} \cong \overline{JK}, \overline{RL} \cong \overline{RJ}$ .  $\overline{OS}$  هي نقطة منتصف  $\overline{SKL}$  (معطى)
2.  $\overline{SK} = \overline{JK}$  (تعريف نقطة المنتصف)
3.  $\overline{SL} > \overline{QJ}$  (نظرية المفصلة)
4.  $\overline{RL} = \overline{RJ}$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
5.  $\overline{SL} + \overline{RL} > \overline{RJ} + \overline{RJ}$  (خاصية الجمع)
6.  $\overline{SL} + \overline{RL} > \overline{QJ} + \overline{RJ}$  (التعويض)
7.  $\overline{RS} = \overline{SL} + \overline{RL}, \overline{QR} = \overline{QJ} + \overline{RJ}$  (مسلمة جمع القطعة المستقيمة)
8.  $\overline{RS} > \overline{QR}$  (التعويض)

## 24. البرهان:

## العبارة (المبررات)

1.  $\overline{VR} \cong \overline{RT}$ :  $\overline{SQ}$  هي نقطة منتصف  $\overline{SR}$  (معطى)
2.  $\overline{SR} = \overline{QR}$  (تعريف نقطة المنتصف)
3.  $\overline{SR} \cong \overline{QR}$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
4.  $m\angle SRV > m\angle QRT$  (معطى)
5.  $\overline{VS} > \overline{TQ}$  (متباينة SAS)
6.  $\overline{WV} \cong \overline{WT}$  (معطى)
7.  $\overline{WV} = \overline{WT}$  (تعريف القطع المستقيمة  $\cong$ )
8.  $\overline{WV} + \overline{VS} > \overline{WV} + \overline{TQ}$  (خاصية الجمع)
9.  $\overline{WV} + \overline{VS} > \overline{WT} + \overline{TQ}$  (التعويض)
10.  $\overline{WV} + \overline{VS} = \overline{WS}, \overline{WT} + \overline{TQ} = \overline{WQ}$  (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
11.  $\overline{WS} > \overline{WQ}$  (التعويض)

# Glossary / القاموس

## English

## العربية

### A

**absolute value function** A function written as  $f(x) = |x|$ , in which  $f(x) \geq 0$  for all values of  $x$ .

**دالة القيمة المطلقة** دالة تكتب بالصيغة  $f(x) = |x|$  وفيها  $f(x) \geq 0$  بالنسبة لجميع قيم  $x$ .

**adjacent arcs** Arcs in a circle that have exactly one point in common.

**أقواس متجاورة** هي أقواس داخل دائرة تشترك جميعها في نقطة واحدة بالضبط.

**algebraic proof** A proof that is made up of a series of algebraic statements. The properties of equality provide justification for many statements in algebraic proofs.

**برهان جبري** هو برهان مكوّن من مجموعة عبارات جبرية. توفر خواص المساواة تفسيراً للعديد من العبارات في البراهين الجبرية.

**altitude** 1. In a triangle, a segment from a vertex of the triangle to the line containing the opposite side and perpendicular to that side. 2. In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. 3. In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

**ارتفاع** 1. في المثلث، قطعة مستقيمة ممتدة من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل، وعمودية على ذلك الضلع. 2. في المنشور أو الأسطوانة، قطعة مستقيمة عمودية على التاعدتين ولها نقطة نهاية في كل مستوى. 3. في الشكل الهرمي أو المخروط، قطعة مستقيمة لها رأس هو إحدى نقطتي نهايتها، وهي عمودية على القاعدة.

**ambiguous case of the Law of Sines** Given the measures of two sides and a nonincluded angle, there exist two possible triangles.

**حالة مبهمّة لقانون الجيب** بالنظر إلى قياسات ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما، هناك احتمال بوجود مثلثين.

**angle of depression** The angle between the line of sight and the horizontal when an observer looks downward.

**زاوية الانخفاض** هي الزاوية بين خط الرؤية والخط الأفقي عندما ينظر المشاهد إلى أسفل.

**angle of elevation** The angle between the line of sight and the horizontal when an observer looks upward.

**زاوية الارتفاع** هي الزاوية المحصورة بين خط الرؤية والخط الأفقي عندما ينظر المشاهد إلى أعلى.

**arc** A part of a circle that is defined by two endpoints.

**قوس** هو جزء من الدائرة يتم تحديده بنقطتي نهاية.

**absolute value function** A function written as  $f(x) = |x|$ , in which  $f(x) \geq 0$  for all values of  $x$ .

**adjacent arcs** Arcs in a circle that have exactly one point in common.

**algebraic proof** A proof that is made up of a series of algebraic statements. The properties of equality provide justification for many statements in algebraic proofs.

**altitude** 1. In a triangle, a segment from a vertex of the triangle to the line containing the opposite side and perpendicular to that side. 2. In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. 3. In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

**ambiguous case of the Law of Sines** Given the measures of two sides and a nonincluded angle, there exist two possible triangles.

**angle of depression** The angle between the line of sight and the horizontal when an observer looks downward.

**angle of elevation** The angle between the line of sight and the horizontal when an observer looks upward.

**arc** A part of a circle that is defined by two endpoints.

**asymptote** A line that a graph approaches.

**auxiliary line** An extra line or segment drawn in a figure to help complete a proof.

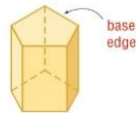
**axiom** A statement that is accepted as true.

**axis** In a cylinder, the segment with endpoints that are the centers of the bases.

**axis of symmetry** The vertical line containing the vertex of a parabola.

**base angle of an isosceles triangle** See *isosceles triangle* and *isosceles trapezoid*.

**base edges** The intersection of the lateral faces and bases in a solid figure.



**binomial** The sum of two monomials.

**دالة القيمة المطلقة** دالة تُكتب بالصيغة  $f(x) = |x|$ ، وفيها  $f(x) \geq 0$  بالنسبة لجميع قيم  $x$ .

**أقواس متجاورة** هي أقواس داخل دائرة تشترك جميعها في نقطة واحدة بالضبط.

**برهان جبري** هو برهان مكوّن من مجموعة عبارات جبرية. توفر خواص المساواة تفسيراً للعديد من العبارات في البراهين الجبرية.

**ارتفاع** 1. في المثلث، قطعة مستقيمة ممتدة من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل، وعمودية على ذلك الضلع. 2. في المنشور أو الأسطوانة، قطعة مستقيمة عمودية على القاعدتين ولها نقطة نهاية في كل مستوى. 3. في الشكل الهرمي أو المخروط، قطعة مستقيمة لها رأس هو إحدى نقطتي نهايتها، وهي عمودية على القاعدة.

**حالة مبهمّة لقانون Sines** بالنظر إلى قياسات ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما، هناك احتمال بوجود مثلثين.

**زاوية الانخفاض** هي الزاوية بين خط الرؤية والخط الأفقي عندما ينظر المشاهد إلى أسفل.

**زاوية الارتفاع** هي الزاوية المحصورة بين خط الرؤية والخط الأفقي عندما ينظر المشاهد إلى أعلى.

**قوس** هو جزء من الدائرة يتم تحديده بنقطتي نهاية.

**خط تقارب** هو خط يقترب منه الرسم البياني.

**خط مساعد** هو قطعة مستقيمة أو خط إضافي يتم رسمه في الشكل للمساعدة على استكمال البرهان.

**مسألة "القاعدة البديهية"** هي عبارة يُفترض صحتها دون برهان.

**محور** في الأسطوانة، هو القطعة المستقيمة التي تكون نقطتي نهايتها مركزي القاعدة.

**محور التماثل** هو الخط الرأسي الذي يحوي رأس القطع المكافئ.

**زاوية القاعدة في مثلث متساوي الساقين** انظر مثلث متساوي الساقين وشبه منحرف متساوي الساقين.

**حواف القاعدة** هي تقاطع القواعد والأوجه الجانبية في مجسم ما.



**ثنائي الحد** حاصل جمع اثنين من أحادي الحد.

## C

**center of circle** The central point where radii form a locus of points called a circle.

**center of dilation** The center point from which dilations are performed.

**central angle** An angle that intersects a circle in two points and has its vertex at the center of the circle.

**centroid** The point of concurrency of the medians of a triangle.

**chord** 1. For a given circle, a segment with endpoints that are on the circle. 2. For a given sphere, a segment with endpoints that are on the sphere.

**chord segments** Segments that form when two chords intersect inside a circle.

**circle** The locus of all points in a plane equidistant from a given point called the **center** of the circle.



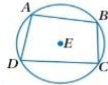
$P$  is the center of the circle.

**circular permutation** A permutation of objects that are arranged in a circle or loop.

**circumcenter** The point of concurrency of the perpendicular bisectors of a triangle.

**circumference** The distance around a circle.

**circumscribed** A circle is circumscribed about a polygon if the circle contains all the vertices of the polygon.



$\odot E$  is circumscribed about quadrilateral  $ABCD$ .

**closed** A set is closed under an operation if for any numbers in the set, the result of the operation is also in the set.

**combination** An arrangement or listing in which order is not important.

**common tangent** A line or segment that is tangent to two circles in the same plane.

**complement** The complement of an event  $A$  consists of all the outcomes in the sample space that are not included as outcomes of event  $A$ .

**مركز الدائرة** النقطة المركزية حيث تشكل أنصاف الأقطار محلاً هندسياً للنقاط يطلق عليه دائرة.

**مركز تغيير الأبعاد** هو نقطة المركز التي يتم إجراء التوسعات منها.

**زاوية مركزية** هي الزاوية التي تقطع الدائرة في نقطتين ويكون رأسها في مركز الدائرة.

**نقطة المركز** هي نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث.

**وتر** 1. بالنسبة إلى دائرة معينة، يكون الوتر هو القطعة التي توجد نقطتا نهايتها على الدائرة. 2. بالنسبة إلى كرة معينة، يكون الوتر هو القطعة التي توجد نقطتا نهايتها على الكرة.

**قطاعات وترية** هي القطاعات التي تتكون عندما يتقاطع وتران داخل الدائرة.

**دائرة** المحل الهندسي لجميع النقاط في مستوى متساوي الأبعاد يُطلق عليه **مركز** الدائرة.



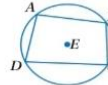
$P$  هو مركز الدائرة

**تبديل دائري** تبديل الكائنات المرتبة في دائرة أو حلقة.

**مركز الدائرة المحيطة** هو نقطة التقاء المنصفات العمودية للمثلث.

**محيط الدائرة** هو المسافة التي تحيط بالدائرة.

**مُحاط بدائرة** تكون الدائرة محيطة بمضلع إذا كانت الدائرة تحتوي على كل رؤوس المضلع.



$\odot E$  هو جزء محاط بالدائرة التي تحتوي على  $ABCD$ .

**مغلقة** تكون أي مجموعة مغلقة في عملية ما إذا كانت نتيجة العملية، بالنسبة لأي أرقام في المجموعة، عنصراً ينتمي لنفس المجموعة.

**توافقية** هي تنسيق أو قائمة ليس للترتيب أهمية فيها.

**مماس مشترك** هو قطعة مستقيمة أو خط مستقيم يلامس دائرتين في نفس المستوى.

**متبكم** يتكون متبكم الحدث  $A$  من جميع النواتج في فراغ العينة، والتي لا تندرج على أنها من نواتج الحدث  $A$ .

**completing the square** To add a constant term to a binomial of the form  $x^2 + bx$  so that the resulting trinomial is a perfect square.

**complex conjugates** Two complex numbers of the form  $a + bi$  and  $a - bi$ .

**complex number** Any number that can be written in the form  $a + bi$ , where  $a$  and  $b$  are real numbers and  $i$  is the imaginary unit.

**component form** A vector expressed as an ordered pair, (change in  $x$ , change in  $y$ ).

**composite solid** A three-dimensional figure that is composed of simpler figures.

**compound event** An event that consists of two or more simple events.

**compound interest** Interest paid on the principal of an investment and any previously earned interest.

**concentric circles** Coplanar circles with the same center.

**concurrent lines** Three or more lines that intersect at a common point.

**conditional probability** The probability of an event under the condition that some preceding event has occurred.

**congruent** Having the same measure.

**congruent arcs** Arcs in the same circle or in congruent circles that have the same measure.

**congruent polygons** Polygons in which all matching parts are congruent.

**congruent solids** Two solids with the same shape, size and scale factor of 1:1.

**conic section** Any figure that can be obtained by slicing a cone.

**conjugates** Binomials of the form  $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$  and  $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ .

**coordinate proofs** Proofs that use figures in the coordinate plane and algebra to prove geometric concepts.

**corner view** The view from a corner of a three-dimensional figure, also called the *isometric view*.

**corollary** A statement that can be easily proved using a theorem is called a corollary of that theorem.

**corresponding parts** Matching parts of congruent polygons.

**cosecant** The reciprocal of the sine of an angle in a right triangle.

**إكمال المربع** هو إضافة حد ثابت إلى ثنائي الحد بالصيغة  $x^2 + bx$  بحيث يكون ثلاثي الحدود الناتج مربعاً كاملاً.

**مترافقان مركبان** هما رقمان مركبان بالصيغة  $a + bi$  و  $a - bi$ .

**عدد مركب** أي عدد يمكن كتابته بالصيغة  $a + bi$  حيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيين و  $i$  وحدة تخيلية.

**صيغة مركبة** هي متجه يعبر عنه بزوج مرتب، (كلما تغير  $x$ ، تغير  $y$ ).

**مجسم مركب** هو شكل ثلاثي الأبعاد يتكون من أشكال أبسط.

**حدث مركب** هو حدث مكوّن من حدثين بسيطين أو أكثر.

**فائدة مركبة** فائدة تُدفع على رأس المال الاستثماري وأي فائدة مكتسبة في السابق.

**دوائر متحدة المركز** هي دوائر متحدة المستوى لها نفس المركز.

**خطوط مستقيمة متقاطعة** هي ثلاثة خطوط مستقيمة أو أكثر تتقاطع في نقطة مشتركة.

**احتمال مشروط** هو احتمال وقوع حدث بشرط وقوع حدث سابق.

**متطابق** ما لديه نفس القياس.

**أقواس متطابقة** هي أقواس توجد في الدائرة نفسها أو دوائر متطابقة ولها نفس القياس.

**مضلعات متطابقة** المضلعات التي تتطابق فيها كل الأجزاء المماثلة.

**مجسمات متطابقة** مجسمان لهما الشكل والحجم أنفسهما ومعامل المقياس لهما 1:1.

**قطع مخروطي** هو أي شكل يمكن الحصول عليه عن طريق قطع أي مخروط.

**مترافات** ثنائيو الحد في الصيغة  $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$  و  $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ .

**براهين إحداثية** هي براهين تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية.

**عرض الزاوية** العرض من إحدى زوايا شكل ثلاثي الأبعاد، ويسمى أيضاً **العرض متساوي القياس**.

**نتيجة** هي عبارة يمكن إثباتها بسهولة باستخدام نظرية، وتسمى "اللزعة تلك النظرية".

**أجزاء متناظرة** هي الأجزاء المماثلة من المضلعات المتطابقة.

**الـ CSC** هي معكوس Sine أي زاوية في مثلث قائم الزاوية.



**cosine** For an acute angle of a right triangle, the ratio of the measure of the leg adjacent to the acute angle to the measure of the hypotenuse.

**cotangent** The ratio of the adjacent to the opposite side of a right triangle.

**cross products** In the proportion  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , where  $b \neq 0$  and  $d \neq 0$ , the cross products are  $ad$  and  $bc$ . The proportion is true if and only if the cross products are equal.

**cross section** The intersection of a solid and a plane.

**الـ Cosine** بالنسبة لأي زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، هو نسبة قياس الساق المجاور للزاوية الحادة إلى قياس الوتر.

**الـ Tan** هو نسبة الضلع المجاور إلى الضلع المقابل في المثلث القائم.

**ضرب تقاطعي** (وفي المتجهات الضرب الاتجاهي) في التناسب  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  حيث  $b \neq 0$  و  $d \neq 0$ . يكون الضرب التقاطعي  $ad$  و  $bc$ ، يكون التناسب صحيحاً فقط في حالة تساوي الضرب التقاطعي.

**مقطع عرضي** هو تقاطع مجسم مع مستوى.

## D

**decay factor** In exponential decay, the base of the exponential expression,  $1 - r$ .

**deductive argument** A proof formed by a group of algebraic steps used to solve a problem.

**degree of a monomial** The sum of the exponents of all its variables.

**degree of a polynomial** The greatest degree of any term in the polynomial.

**dependent events** Two or more events in which the outcome of one event affects the outcome of the other events.

**diagonal** In a polygon, a segment that connects nonconsecutive vertices of the polygon.



**diameter** 1. In a circle, a chord that passes through the center of the circle. 2. In a sphere, a segment that contains the center of the sphere, and has endpoints that are on the sphere.

**difference of two squares** Two perfect squares separated by a subtraction sign.  
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  or  
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

**عامل تنازّل في التفاضل الأسّي** هو قاعدة التعبير الأسّي  $1 - r$ .

**برهان استدلالّي** هو البرهان المكوّن من مجموعة من الخطوات الجبرية المستخدمة لحل مسألة.

**درجة أحادي الحد** هي حاصل جمع أسس جميع متغيراته.

**درجة كثير الحدود** هي أكبر درجة لأي حد في كثير الحدود.

**أحداث مستقلة** هي حدثان أو أكثر تؤثر نتيجة إحداها على نتيجة الأحداث الأخرى.

**قطر** في المضلع، قطعة مستقيمة تربط الرؤوس غير المتتالية في المضلع.



**قطر** 1. في الدائرة، هو الوتر الذي يمر عبر مركز الدائرة. 2. في الكرة، هو القطعة المستقيمة التي تتضمن مركز الكرة وتكون نقطتا نهايتها على الكرة.

**الفرق بين مربعين** مربعان كاملاً تفصلهما عن بعضهما إشارة طرح:  
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  أو  
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$



**dilation** 1. A transformation that alters the size of a figure but not its shape. 2. (pp. 593, 694) A transformation that enlarges or reduces the original figure proportionally. A dilation with center  $C$  and positive scale factor  $k$ ,  $k \neq 1$ , is a function that maps a point  $P$  in a figure to its image such that

- if point  $P$  and  $C$  coincide, then the image and preimage are the same point, or
- if point  $P$  is not the center of dilation, then  $P'$  lies on  $CP$  and  $CP' = k(CP)$ .

If  $k < 0$ ,  $P'$  is the point on the ray opposite  $CP$  such that  $CP' = |k|(CP)$ .

**direction** The measure of the angle that a vector forms with the positive  $x$ -axis or any other horizontal line.

**directrix** The fixed line in a parabola that is equidistant from the locus of all points in a plane.

**discriminant** In the Quadratic Formula, the expression  $b^2 - 4ac$ .

**double root** The roots of a quadratic function that are the same number.

**تغيير الأبعاد بمقياس** 1. تحويل بغير من حجم الشكل دون تغيير شكله. 2. تحويل يكبر الشكل الأصلي أو يصغره بشكل متناسب. تغيير الأبعاد بمقياس عند المركز  $C$  ومعامل المقياس الإيجابي  $k$ ، و  $k \neq 1$ ، هو الدالة التي ترسم النقطة  $P$  في شكل مقابل صورتها بحيث

- إذا تطابقت النقطتان  $P$  و  $C$ ، تكون كل من الصورة والصورة الأصلية نفس النقطة

- أو إذا لم تكن النقطة  $P$  هي مركز تغيير الأبعاد، تقع  $P'$  حينها على  $CP$  و  $CP' = k(CP)$

إذا كانت  $k < 0$ ،  $P'$  هي النقطة التي توجد على الشعاع المقابل  $CP$  بحيث  $CP' = |k|(CP)$

**اتجاه** هو قياس الزاوية التي يشكلها أي متجه مع المحور الأفقي  $x$  الموجب أو أي خط أفقي آخر.

**دليل** الخط المستقيم الثابت في القطع المكافئ الذي يقع على أبعاد متساوية من المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى.

**مميز** في الصيغة التربيعية، التعبير  $b^2 - 4ac$ .

**جذر مكرر** هو جذور الدالة التربيعية التي تتكون من الأرقام نفسها.

## E

**edge** A line that connects two nodes in a network.

**efficient route** The path in a network with the least weight.

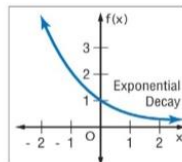
**enlargement** An image that is larger than the original figure.

**equivalent vectors** Vectors that have the same magnitude and direction.

**euclidean geometry** A geometrical system in which a plane is a flat surface made up of points that extend infinitely in all directions.

**expected value** Also **mathematical expectation**, is the average value of a random variable that one expects after repeating an experiment or simulation an infinite number of times.

**exponential decay** Exponential decay occurs when a quantity decreases exponentially over time.



**exponential equation** An equation in which the variables occur as exponents.

**حافة** خط مستقيم يربط عقدتين في شبكة.

**مسار فعال** هو المسار الأقل وزناً في أي شبكة.

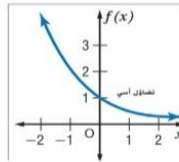
**تكبير** هو صورة أكبر من الشكل الأصلي.

**متجهات متكافئة** هي متجهات لها نفس المقدار والاتجاه.

**هندسة إقليدية** هي نظام هندسي يكون المستوى فيه عبارة عن سطح مستو مكون من نقاط تمتد في جميع الاتجاهات بصورة لا نهائية.

**قيمة متوقعة** تسمى أيضاً التوقع الحسابي. هي متوسط القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي عقب تكرار تجربة أو محاكاة لعدد غير متناه من المرات.

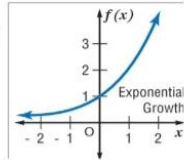
**تضاؤل أسّي** يحدث التضاؤل الأسّي عندما تنخفض الكمية من حيث الأس على مدار الوقت.



**معادلة أسية** هي معادلة تظهر فيها المتغيرات كأسس.

**exponential function** (pp. 227, 543) A function of the form  $y = ab^x$ , where  $a \neq 0$ ,  $b > 0$ , and  $b \neq 1$ .

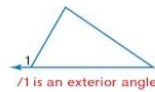
**exponential growth** Exponential growth occurs when a quantity increases exponentially over time.



**exponential inequality** An inequality involving exponential functions.

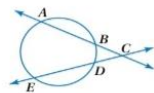
**extended ratios** Ratios that are used to compare three or more quantities.

**exterior angle** An angle formed by one side of a triangle and the extension of another side.



$\angle 1$  is an exterior angle

**external secant segment** A secant segment that lies in the exterior of the circle.

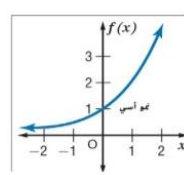


$\overline{BC}$  and  $\overline{CD}$  are external secant segments.

**extraneous solutions** Results that are not solutions to the original equation.

**extremes** In  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  the numbers  $a$  and  $d$ .

**دالة أسية** هي دالة تأخذ الصيغة  $y = ab^x$  حيث  $a \neq 0$ ,  $b > 0$ , و  $b \neq 1$ .



**نمو أسي** يحدث النمو الأسي عندما تزيد الكمية من حيث الأس على مدار الوقت.

**متباينة أسية** هي متباينة تحتوي على دوال أسية.

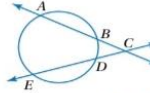
**نسب ممتدة** هي النسب المستخدمة لمقارنة ثلاث كميات أو أكثر.

**زاوية خارجية** هي الزاوية التي تتكون من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع آخر.



$\angle 1$  زاوية خارجية

**قطعة قاطع خارجية** هي قطعة قاطع موجودة خارج الدائرة.



$\overline{BC}$  و  $\overline{CD}$  هما قطعتا قاطع خارجيتان

**حلول دخيلة** هي نتائج لا تمثل حلولاً للمعادلة الأصلية.

**طرفا التناسب** في  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  هما العددين  $a$  و  $d$ .

## F

**factored form** The form of a polynomial showing all of its factors.  $y = a(x - p)(x - q)$  is the factored form of a quadratic equation.

**factorial** The product of the integers less than or equal to a positive integer  $n$ , written as  $n!$

**factoring** To express a polynomial as the product of monomials and polynomials.

**factoring by grouping** The use of the Distributive Property to factor some polynomials having four or more terms.

**صيغة محللة** هي صيغة لكثير الحدود توضح جميع عوامله.  $y = a(x - p)(x - q)$  الصيغة المحللة للمعادلة التربيعية.

**مضروب** أن يكون حاصل ضرب الأعداد الصحيحة أقل من أو يساوي العدد الصحيح الموجب  $n$ . ويكتب بالصيغة  $n!$

**التحليل إلى العوامل** هو التعبير عن كثير الحدود بصفته حاصل ضرب عدد من أحادي الحد وكثير الحدود.

**التحليل إلى العوامل بالتجميع** هو استخدام خاصية التوزيع لتحليل عدد من كثيري الحدود المكونة من أربعة حدود فأكثر إلى عوامل.

**flow proof** A proof that organizes statements in logical order, starting with the given statements. Each statement is written in a box with the reason verifying the statement written below the box. Arrows are used to indicate the order of the statements.

**focus** The fixed point in a parabola that is equidistant from the locus of all points in a plane.

**FOIL method** To multiply two binomials, find the sum of the products of the First terms, the Outer terms, the Inner terms, and the Last terms.

**formal proof** A two-column proof containing statements and reasons.

**fractal** A figure generated by repeating a special sequence of steps infinitely often. Fractals often exhibit self-similarity.

**frustum** The part of a solid that remains after the top portion has been cut by a plane parallel to the base.

**fundamental counting principle** A method used to determine the number of possible outcomes in a sample space by multiplying the number of possible outcomes from each stage or event.

**برهان متسلسل** هو البرهان الذي ينظم العبارات بترتيب منطقي، بدءاً بعبارات المعطيات، تكتب كل عبارة في مربع مع كتابة السبب المبرر للعبارة أسفل المربع. تُستخدم الأسهم لتوضيح ترتيب العبارات.

**بؤرة** هي النقطة الثابتة في القطع المكافئ وتقع على أبعاد متساوية من المحل الهندسي لكل النفاط في أي مستوى.

**طريقة فويل** لضرب اثنين من أحادي الحد، اجمع حاصل ضرب الحددين الأولين والحددين الخارجيين والحددين الداخليين والحددين الأخيرين.

**برهان شكلي** هو البرهان المكون من عمودين يحتويان على عبارات واستدلالات.

**كسيري** هو شكل يتولد من تكرار تسلسل خاص للخطوات بشكل غير متناه في أغلب الأحيان. غالباً ما تظهر الكسيرييات التشابه الذاتي.

**مخروط ناقص** هو جزء من الجسم الذي يبقى بعد قطع الجزء العلوي بواسطة مستوى مواز للقاعدة.

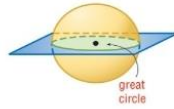
**مبدأ العد الأساسي** هو طريقة تستخدم لتحديد عدد النتائج المحتملة في فراغ العينة من خلال ضرب عدد النتائج المحتملة من كل مرحلة أو حدث.

## G

**geometric mean** For any positive numbers  $a$  and  $b$ , the positive number  $x$  such that  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ .

**geometric probability** Using the principles of length and area to find the probability of an event.

**great circle** A circle formed when a plane intersects a sphere with its center at the center of the sphere.



**greatest integer function** A step function, written as  $f(x) = \lfloor x \rfloor$ , where  $f(x)$  is the greatest integer less than or equal to  $x$ .

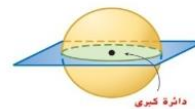
**growth factor** In exponential growth, the base of the exponential expression,  $1 + r$ .

**متوسط هندسي** لأي أعداد موجبة

$a$  و  $b$ ، العدد الموجب  $x$  بحيث  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ .

**احتمال هندسي** هو استخدام مبادئ الطول والمساحة لإيجاد احتمالية وقوع الحدث.

**دائرة كبرى** هي دائرة تتكون عندما يقطع المستوى الكرة مع وضع مركزه عند مركز الكرة.



**دالة أكبر عدد صحيح** هي دالة درجة تكتب بالصيغة  $f(x) = \lfloor x \rfloor$ ، حيث  $f(x)$  هو أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي  $x$ .

**عامل نمو** في النمو الأسّي، تكون قاعدة التعبير الأسّي  $1 + r$ .

## H

**hemisphere** One of the two congruent parts into which a great circle separates a sphere.

**نصف كرة** أحد الجزأين المتطابقتين الناتجتين عندما تقسم دائرة كبرى الكرة.

## I

**imaginary unit**  $i$ , or the principal square root of  $-1$ .

**وحدة تخيلية**  $i$ ، أو الجذر التربيعي الأساسي للعدد  $-1$ .

**incenter** The point of concurrency of the angle bisectors of a triangle.

**included angle** In a triangle, the angle formed by two sides is the included angle for those two sides.

**included side** The side of a polygon that is a side of each of two angles.

**independent events** Two or more events in which the outcome of one event does not affect the outcome of the other events.

**indirect proof** In an indirect proof, one assumes that the statement to be proved is false. One then uses logical reasoning to deduce that a statement contradicts a postulate, theorem, or one of the assumptions. Once a contradiction is obtained, one concludes that the statement assumed false must in fact be true.

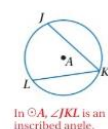
**indirect reasoning** Reasoning that assumes that the conclusion is false and then shows that this assumption leads to a contradiction of the hypothesis like a postulate, theorem, or corollary. Then, since the assumption has been proved false, the conclusion must be true.

**informal proof** A paragraph proof.

**inscribed** A polygon is inscribed in a circle if each of its vertices lie on the circle.



**inscribed angle** An angle that has a vertex on a circle and sides that contain chords of the circle.



**intercepted arc** An angle intercepts an arc if and only if each of the following conditions are met.  
1. The endpoints of the arc lie on the angle.  
2. All points of the arc except the endpoints are in the interior of the circle.  
3. Each side of the angle has an endpoint of the arc.

**inverse cosine** The inverse function of cosine, or  $\cos^{-1}$ . If the cosine of an acute  $\angle A$  is equal to  $x$ , then  $\cos^{-1} x$  is equal to the measure of  $\angle A$ .

**inverse sine** The inverse function of sine, or  $\sin^{-1}$ . If the sine of an acute  $\angle A$  is equal to  $x$ , then  $\sin^{-1} x$  is equal to the measure of  $\angle A$ .

**نقطة تمرکز** نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث.

**زاوية محصورة** في المثلث، تكون الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث هي الزاوية المحصورة لهذين الضلعين.

**ضلع محصور** هو أحد أضلاع المضلع الذي يمثل ضلعًا لكلتا الزاويتين.

**أحداث مستقلة** هي حدثان أو أكثر لا تؤثر نتيجة أحدهما على نتيجة الأحداث الأخرى.

**برهان غير مباشر** في البرهان غير المباشر، يفترض أن العبارة الجارية إثباتها عبارة خاطئة، ثم يُستخدم التفكير المنطقي لاستنتاج أن العبارة تتعارض مع مسلمة أو نظرية أو إحدى الفرضيات، وبمجرد إثبات خلاف ذلك، نستنتج أن العبارة التي تم افتراض أنها خاطئة هي عبارة صحيحة.

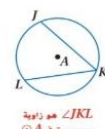
**استدلال غير مباشر** هو الاستدلال الذي يفترض أن الاستنتاج خاطئ ثم يوضح أن هذا الافتراض ينتج عنه تناقض مع الفرضية مثل المسلمة أو النظرية أو اللازمة. وبعد ذلك، بما أنه قد ثبت خطأ الافتراض، يجب أن يكون الاستنتاج صحيحًا.

**برهان غير شكلي** هو برهان الفقره.

**محيطي** يكون المضلع محيطيًا داخل دائرة، إذا كانت كل رأس من رؤوسه تقع على الدائرة.



**زاوية محيطية** الزاوية التي يقع رأسها على الدائرة ويمثل ضلعاهما وترين في الدائرة.



**قوس محصور** هو زاوية تحصر قوسًا في حالة استبعاد جميع الشروط التالية.  
1. وقوع نقطتي نهاية القوس على الزاوية.  
2. وقوع جميع نقاط القوس داخل الدائرة فيما عدا نقطتي النهاية.  
3. احتواء كل ضلع من أضلاع الزاوية على نقطة نهاية القوس.

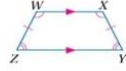
**معكوس جيب التمام** دالة معكوس جيب التمام أو  $\cos^{-1}$ . بما أن جيب تمام الزاوية الحادة  $\angle A$  يساوي  $x$ ، فبالتالي  $\cos^{-1} x$  يساوي قياس  $\angle A$ .

**معكوس جيب الزاوية** دالة معكوس جيب الزاوية أو  $\sin^{-1}$ . بما أن جيب الزاوية الحادة  $\angle A$  يساوي  $x$ ، فبالتالي  $\sin^{-1} x$  يساوي قياس  $\angle A$ .

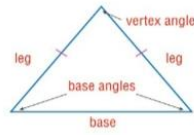
**inverse tangent** The inverse function of tangent, or  $\tan^{-1}$ . If the tangent of an acute  $\angle A$  is equal to  $x$ , then  $\tan^{-1} x$  is equal to the measure of  $\angle A$ .

**isometric view** Corner views of three-dimensional objects on two-dimensional paper.

**isosceles trapezoid** A trapezoid in which the legs are congruent, both pairs of base angles are congruent, and the diagonals are congruent.



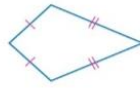
**isosceles triangle** A triangle with at least two sides congruent. The congruent sides are called **legs**. The angles opposite the legs are **base angles**. The angle formed by the two legs is the **vertex angle**. The side opposite the vertex angle is the **base**.



**iteration** A process of repeating the same procedure over and over again.

**joint frequencies** In a two-way frequency table, the frequencies reported in the cells in the interior of the table.

**kite** A quadrilateral with exactly two distinct pairs of adjacent congruent sides.



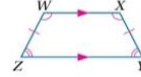
**lateral area** For prisms, pyramids, cylinders, and cones, the area of the faces of the figure not including the bases.

**lateral edges** 1. In a prism, the intersection of two adjacent lateral faces.

**معكوس ظل الزاوية** دالة معكوس ظل الزاوية أو  $\tan^{-1}$ . بما أن ظل الزاوية الحادة  $\angle A$  يساوي  $x$ ، فبالتالي  $\tan^{-1} x$  يساوي قياس  $\angle A$ .

**عرض متساوي القياس** هو عرض الأجسام ثلاثية الأبعاد من الزوايا على ورقة ثنائية الأبعاد.

**شبه منحرف متساوي الساقين** هو شبه منحرف يتطابق فيه الساقان ويتطابق زوجا زوايا القاعدة والأقطار.



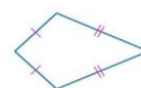
**مثلث متساوي الساقين** هو مثلث يتطابق ضلعان على الأقل من أضلاعه. يُطلق على الأضلاع المتطابقة اسم **الساقين**. يُطلق على الزوايا المخالفة للأضلاع اسم **زوايا القاعدة**. يُطلق على الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث اسم **الزاوية الرأسية**. يُطلق على الضلع المخالف للزاوية الرأسية اسم **القاعدة**.



**تكرار** هو عملية تكرار نفس الإجراء مرارا.

**تكرارات متصلة** في جدول تردد بدخلين. هي التكرارات الواردة في الخلايا داخل الجدول.

**شكل محدب رباعي الأضلاع** هو شكل رباعي مكون من زوجين مختلفين من الأضلاع المتطابقة المتجاورة.



**مساحة جانبية** في المنشورات والأهرامات والأسطوانات والمخروطات. هي مساحة أوجه الشكل باستثناء القواعد.

**حواف جانبية** 1. في المنشور. هي تقاطع وجهين جانبيين متجاورين.



**lateral faces** 1. In a prism, the faces that are not bases.

**latitude** A measure of distance north or south of the equator.

**law of cosines** Let  $\triangle ABC$  be any triangle with  $a$ ,  $b$ , and  $c$  representing the measures of sides opposite the angles with measures  $A$ ,  $B$ , and  $C$  respectively. Then the following equations are true.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

**law of large numbers** Law that states that as the number of trials of a random process increases, the average value will approach the expected value.

**law of sines** Let  $\triangle ABC$  be any triangle with  $a$ ,  $b$ , and  $c$  representing the measures of sides opposite the angles with measures  $A$ ,  $B$ , and  $C$  respectively.

$$\text{Then, } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}.$$

**leading coefficient** The coefficient of the term with the highest degree in a polynomial.

**legs of a trapezoid** The nonparallel sides of a trapezoid.

**legs of an isosceles triangle** The two congruent sides of an isosceles triangle.

**longitude** A measure of distance east or west of the Prime Meridian.

**أوجه جانبية** 1. في المنشور، هي الأوجه التي لا تمثل القاعدتين.

**خط العرض** هو قياس المسافة شمال خط الاستواء أو جنوبه.

**قانون الـ Cosine** بافتراض أن  $\triangle ABC$  يمثل أي مثلث به  $a$  و  $b$  و  $c$  تمثل قياسات الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$  على التوالي، فبالتالي، المعادلات التالية صحيحة.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

**قانون الأعداد الكبيرة** هو القانون الذي ينص على أنه كلما زادت عدد محاولات تجريب عملية عشوائية، زاد اقتراب قيمة المتوسط من القيمة المتوقعة.

**قانون الـ Sines** بافتراض أن  $\triangle ABC$  يمثل أي مثلث به  $a$  و  $b$  و  $c$  تمثل قياسات الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$  على التوالي.

**معامل رئيسي** هو معامل الحد صاحب أعلى درجة في كثير الحدود.

**ساقا شبه المنحرف** هما الضلعان غير المتوازيين في شبه المنحرف.

**ساقا المثلث متساوي الساقين** هما الضلعان المتطابقان في المثلث متساوي الساقين.

**خط الطول** هو قياس المسافة شرق خط الطول الرئيسي أو غربه.

## M

**magnitude** The length of a vector.

**major arc** An arc with a measure greater than 180.  $\widehat{ACB}$  is a major arc.



**marginal frequencies** In a two-way frequency table, the accumulated frequencies reported in the Totals row and Totals column.

**matrix logic** A rectangular array in which learned clues are recorded in order to solve a logic or reasoning problem.

**means** In  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , the numbers  $b$  and  $d$ .

**median** In a triangle, a line segment with endpoints that are a vertex of a triangle and the midpoint of the side opposite the vertex.

**meridians** Imaginary vertical lines drawn around the Earth through the North and South Poles.

**مقدار** هو طول المتجه.

**قوس أكبر** هو قوس قياسه أكبر من 180.  $\widehat{ACB}$  هو قوس أكبر.



**تكرارات هامشية** في جدول تكرار بمدخلين، هي التكرارات المجمعة المنصوص عليها في صف الإجمالي وعموده.

**منطق المصفوفة** هي مصفوفة مستطيلة الشكل يُسجل فيها مفاتيح الحل التي تم التوصل إليها لحل المسائل المتعلقة بالمنطق أو الاستنتاج.

**وسطا التناسب** في  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، العددين  $b$  و  $d$ .

**وسيط** في المثلث، هو القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية إحداها رأس المثلث والأخرى نقطة منتصف الضلع المقابل للرأس.

**خطوط الطول** هي خطوط وهمية رأسية مرسومة حول الأرض عبر القطبين الشمالي والجنوبي.



**midsegment of trapezoid** A segment that connects the midpoints of the legs of a trapezoid.

**midsegment of triangle** A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

**minor arc** An arc with a measure less than 180.

$\overline{AB}$  is a minor arc.



**multi-stage experiments** Experiments with more than two stages.

**mutually exclusive** Two events that have no outcomes in common.

**منتصف ساقى شبه المنحرف** هو القطعة التي تصل نقطتي نهاية ساقى شبه المنحرف.

**منتصف ساقى المثلث** هو القطعة التي لها نقطتا نهاية تتلان تغطتي منتصف لضلعي المثلث.

**قوس أصغر** هو قوس قياسه أقل من 180.

$\overline{AB}$  هو قوس أصغر.



**تجارب عديدة المراحل** هي تجارب تتضمن أكثر من مرحلتين.

**أحداث متصلة** هي حدثان ليس لهما نتائج مشتركة.

## N

**$n$ th root** If  $a^n = b$  for a positive integer  $n$ , then  $a$  is an  $n$ th root of  $b$ .

**net** A two-dimensional figure that when folded forms the surfaces of a three-dimensional object.

**network** A graph of interconnected vertices.

**node** A collection of vertices.

**non-Euclidean geometry** The study of geometrical systems that are not in accordance with the Parallel Postulate of Euclidean geometry.

**الجذر  $n$  بما أن  $a^n = b$**  لعدد صحيح موجب  $n$ ، فالتالي  $a$  هو الجذر  $n$  لـ  $b$ .

**شبكة** هي شكل ثنائي الأبعاد يشكل عند طيه أسطحًا لجسم ثلاثي الأبعاد.

**شبكة مترابطة** هي التمثيل البياني لرؤوس مترابطة.

**عقدة** هي مجموعة من الرؤوس.

**هندسة غير إقليدية** هي دراسة النظم الهندسية التي لا تتوافق مع مسلمة المتوازيات في الهندسة الإقليدية.

## O

**oblique cone** A cone that is not a right cone.



**oblique cylinder** A cylinder that is not a right cylinder.



**oblique prism** A prism in which the lateral edges are not perpendicular to the bases.



**مخروط مائل** هو مخروط لا يكون قائمًا.



**أسطوانة مائلة** هي أسطوانة لا تكون قائمة.



**منشور مائل** هو منشور لا تكون حوافه الجانبية عمودية على قاعدته.



**oblique solid** A solid with base(s) that are not perpendicular to the edges connecting the two bases or vertex.

**opposite vectors** Vectors that have the same magnitude but opposite direction.

**ordered triple** Three numbers given in a specific order used to locate points in space.

**orthocenter** The point of concurrency of the altitudes of a triangle.

**orthographic drawing** The two-dimensional top view, left view, front view, and right view of a three-dimensional object.

**مجسم مائل** هو مجسم لا تكون قاعدته (قواعده) عمودية على الحواف التي تصل القاعدتين أو الرأس.

**متجهات معاكسة** هي متجهات لها نفس المقدار لكنها متضادة الاتجاهات.

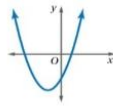
**ثلاثي منتظم** هو ثلاثة أرقام في ترتيب محدد تُستخدم لوضع النقاط في الفراغ.

**نقطة ملتقي الارتفاعات** هي نقطة التقاء ارتفاعات المثلث.

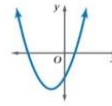
**رسم متعامد** هو عرض ثنائي الأبعاد من الأعلى ومن اليسار ومن الأمام ومن اليمين لجسم ثلاثي الأبعاد.

P

**parabola** 1. The graph of a quadratic function. parabola 2. The graph of a quadratic function. The set of all points in a plane that are the same distance from a given point, called the focus, and a given line, called the directrix.



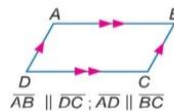
**قطع مكافئ** 1. هو التمثيل البياني للدالة التربيعية. قطع مكافئ 2. هو التمثيل البياني للدالة التربيعية. مجموع كل النقاط في مستو ما، تقع على مسافة واحدة من نقطة معينة، تسمى البؤرة، وخط معين، يسمى الدليل.



**paragraph proof** An informal proof written in the form of a paragraph that explains why a conjecture for a given situation is true.

**parallel vectors** Vectors that have the same or opposite direction.

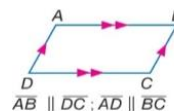
**parallelogram** A quadrilateral with parallel opposite sides. Any side of a parallelogram may be called a **base**.



**برهان الفقرة** هو برهان غير شكلي مكتوب بصيغة فقرة توضح سبب صحة فرضية لموقف معين.

**متجهات متوازية** هي متجهات لها نفس الاتجاهات أو متضادة الاتجاهات.

**متوازي الأضلاع** هو شكل رباعي الأضلاع فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. يمكن تسمية أي ضلع من متوازي الأضلاع قاعدة.



**parallelogram method** A method used to find the resultant of two vectors in which you place the vectors at the same initial point, complete a parallelogram, and draw the diagonal.

**parallels** Imaginary horizontal lines parallel to the equator.

**perfect square trinomial** A trinomial that is the square of a binomial.  
 $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$  or  
 $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

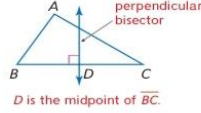
**طريقة متوازي الأضلاع** هي طريقة تُستخدم لإيجاد محصلة متجهين تضع فيها المتجهين عند نفس نقطة البدء، وتكمل متوازي الأضلاع وترسم القطر.

**متوازيات** هي خطوط أفقية تخيلية موازية لخط الاستواء.

**مربع كامل ثلاثي الحدود** هو ثلاثي حدود يُعد مربعاً لثنائي الحدود.  
 $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$  أو  
 $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

**permutation** An arrangement of objects in which order is important.

**perpendicular bisector** In a triangle, a line, segment, or ray that passes through the midpoint of a side and is perpendicular to that side.



**$\pi$  (pi)** An irrational number represented by the ratio of the circumference of a circle to the diameter of the circle.

**piecewise-defined function** A function that is written using two or more expressions.

**piecewise-linear function** A function written using two or more linear expressions.

**plane Euclidean geometry** Geometry based on Euclid's axioms dealing with a system of points, lines, and planes.

**point of concurrency** The point of intersection of concurrent lines.

**point of tangency** For a line that intersects a circle in only one point, the point at which they intersect.

**poles** The endpoints of the diameter of a great circle.

**polynomial** A monomial or sum of monomials.

**postulate** A statement that describes a fundamental relationship between the basic terms of geometry. Postulates are accepted as true without proof.

**prime polynomial** A polynomial that cannot be written as a product of two polynomials with integral coefficients.

**probability model** A mathematical model used to match a random phenomenon.

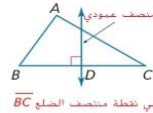
**probability tree** An organized table of line segments (branches) that shows the probability of each outcome.

**proof** A logical argument in which each statement you make is supported by a statement that is accepted as true.

**proof by contradiction** An indirect proof in which one assumes that the statement to be proved is false. One then uses logical reasoning to deduce a statement that contradicts a postulate, theorem, or one of the assumptions. Once a contradiction is obtained, one concludes that the statement assumed false must in fact be true.

**تبدیل** هو ترتيب الأجسام التي يكون الترتيب فيها مهماً.

**منتصف عمودي** في المثلث، هو خط مستقيم أو قطعة أو شعاع يمر بنقطة منتصف الضلع ويكون عمودياً على ذلك الضلع.



**باي ( $\pi$ )** هو عدد غير نسبي يمثل نسبة محيط الدائرة إلى قطر الدائرة.

**دالة متعددة التعريف** هي دالة تُكتب باستخدام تعبيرين أو أكثر.

**دالة خطية متعددة التعريف** هي دالة تُكتب باستخدام تعبيرين خطيين أو أكثر.

**هندسة إقليدية مستوية** هي هندسة مبنية على مسلّمات إقليدس التي تتناول بالدراسة أي نظام من النقاط والخطوط والمستويات.

**نقطة التقاء** هي نقطة تقاطع الخطوط المتلاقية.

**نقطة تماس** هي نقطة تقاطع الخط المستقيم مع الدائرة.

**قطبان** هما نقطتي نهاية قطر الدائرة الكبيرة.

**كثير الحدود** هو أحد أحادي الحد أو حاصل جمع أحادي الحد.

**مسلمة** هي عبارة نصف علاقة أساسية بين الحدود الأساسية في الهندسة، تعتبر المسلمات صحيحة بدون برهان.

**كثير الحدود الأولي** هو كثير حدود لا يمكن كتابتها كحاصل ضرب اثنين من كثيري الحدود ذي المعاملات الصحيحة.

**نموذج الاحتمال** هو نموذج حسابي يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية.

**شجرة الاحتمال** هي جدول منظم من قطع مستقيمة (الأغصان) توضح احتمالية كل نتيجة.

**برهان** هو حجة منطقية يتم دعم كل عبارة فيها بعبارة مسلمة بأنها صحيحة.

**برهان بالتناقض** هو برهان غير مباشر يُفترض فيه أن العبارة الجارية إثباتها عبارة خاطئة، ثم يُستخدم التفكير المنطقي لاستنتاج عبارة تتعارض مع مسلمة أو نظرية أو إحدى الفرضيات، وبمجرد إثبات خلاف ذلك، نستنتج أن العبارة التي تم افتراض أنها خاطئة هي عبارة صحيحة.

**proportion** An equation of the form  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  that states that two ratios are equal.

**pure imaginary number** (pp. 178, 335) The square roots of negative real numbers. For any positive real number  $b$ ,

$$\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1}, \text{ or } bi.$$

**pythagorean triple** A group of three whole numbers that satisfies the equation  $a^2 + b^2 = c^2$ , where  $c$  is the greatest number.

**تناسب** هو معادلة بصيغة  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  تنص على وجود نسبتين متساويتين.

**عدد تخيلي بحت** هو جذور تربيعية للأعداد الحقيقية السالبة. بالنسبة إلى أي عدد حقيقي موجب  $b$ .

$$bi \text{ أو } \sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1}$$

**ثلاثية فيثاغورس** هي مجموعة من ثلاثة أعداد صحيحة  $a^2 + b^2 = c^2$ ، حيث يكون  $c$  هو العدد الأكبر.

## Q

**quadratic equation** An equation of the form  $ax^2 + bx + c = 0$ , where  $a \neq 0$ .

**quadratic expression** An expression in one variable with a degree of 2 written in the form  $ax^2 + bx + c$ .

**quadratic Formula** (pp. 133, 264) The solutions of a quadratic equation in the form  $ax^2 + bx + c = 0$ , where  $a \neq 0$ , are given by the formula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**quadratic function** An equation of the form  $y = ax^2 + bx + c$ , where  $a \neq 0$ .

**quadratic inequality** An inequality of the form  $y > ax^2 + bx + c$ ,  $y \geq ax^2 + bx + c$ ,  $y < ax^2 + bx + c$ , or  $y \leq ax^2 + bx + c$ .

**معادلة تربيعية** هي معادلة بصيغة  $ax^2 + bx + c = 0$  حيث  $a \neq 0$ .

**تعبير تربيعي** هو تعبير في متغير واحد من الدرجة الثانية يُكتب بالصيغة  $ax^2 + bx + c$ .

**صيغة تربيعية** هي حل المعادلات التربيعية بالصيغة  $ax^2 + bx + c = 0$  حيث  $a \neq 0$ . تُقدم من خلال الصيغة

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**دالة تربيعية** هي معادلة بالصيغة

$$y = ax^2 + bx + c \text{ حيث } a \neq 0.$$

**متباينة تربيعية** هي متباينة بالصيغة  $y > ax^2 + bx + c$ ,  $y \geq ax^2 + bx + c$ ,  $y < ax^2 + bx + c$  أو  $y \leq ax^2 + bx + c$ .

## R

**radical equations** Equations that contain radicals with variables in the radicand.

**radical expression** An expression that contains a square root.

**radius** 1. In a circle, any segment with endpoints that are the center of the circle and a point on the circle. 2. In a sphere, any segment with endpoints that are the center and a point on the sphere.

**random variable** A variable that can assume a set of values, each with fixed probabilities.

**ratio** A comparison of two quantities using division.

**rationalizing the denominator** A method used to eliminate radicals from the denominator of a fraction.

**معادلات جذرية** هي معادلات تحتوي على جذور بمتغيرات في المجدور.

**تعبير جذري** هو تعبير يحتوي على جذر تربيعي.

**نصف القطر** 1. في الدائرة، هو أي قطعة دائرية لها نقطتا نهاية إحداها مركز الدائرة والأخرى نقطة على الدائرة. 2. في الكرة، هو أي قطعة دائرية لها نقطتا نهاية إحداها مركز الكرة والأخرى نقطة على الكرة.

**متغير عشوائي** هو متغير يمكنه افتراض مجموعة من القيم. وتكون كل قيمة ذات احتمالات ثابتة.

**نسبة** هي مقارنة كميتين باستخدام القسمة.

**إنطاق المقام** هي طريقة تُستخدم لحذف الجذور من مقام الكسر.

**rectangle** A quadrilateral with four right angles.



**reduction** An image that is smaller than the original figure.

**reflection** A transformation where a figure, line, or curve, is flipped across a line.

**regular pyramid** A pyramid with a base that is a regular polygon.

**relative frequency** In a frequency table, the ratio of the number of observations in a category to the total number of observations.

**remote interior angles** The angles of a triangle that are not adjacent to a given exterior angle.

**resultant** The sum of two vectors.

**rhombus** A quadrilateral with all four sides congruent.



**right cone** A cone with an axis that is also an altitude.

**right cylinder** A cylinder with an axis that is also an altitude.

**right prism** A prism with lateral edges that are also altitudes.

**right solid** A solid with base(s) that are perpendicular to the edges connecting them or connecting the base and the vertex of the solid.

**sample space** The set of all possible outcomes of an experiment.

**scalar** A constant multiplied by a vector.

**scalar multiplication** Multiplication of a vector by a scalar.

**scale factor** The ratio of the lengths of two corresponding sides of two similar polygons or two similar solids.

**مستطيل** هو شكل رباعي مكون من أربع زوايا قائمة.



**اختزال** هو صورة أصغر من الشكل الأصلي.

**انعكاس** هو تحويل يتم فيه قلب الشكل أو الخط أو المنحنى حول خط مستقيم.

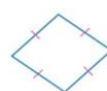
**هرم منتظم** هو هرم تكون قاعدته على شكل مضلع منتظم.

**تكرار نسبي** في جدول التكرار، هو نسبة عدد الملاحظات في فئة ما إلى العدد الكلي للملاحظات.

**زوايا داخلية غير متجاورة** هي زوايا المثلث التي تكون غير متجاورة لزوايا خارجية مقدمة.

**محصلة** هي حاصل جمع متجهين.

**معين** هو شكل رباعي يتكون من أربعة أضلاع متطابقة.



**مخروط قائم** هو مخروط له محور يمثل الارتفاع أيضًا.

**أسطوانة قائمة** هي أسطوانة لها محور يمثل الارتفاع أيضًا.

**منشور قائم** هو منشور له حواف جانبية هي ارتفاعات أيضًا.

**مجسم قائم** هو مجسم له قاعدة (قواعد) عمودية على الحواف المتصلة بها أو التي تصل بين القاعدة ورأس الجسم.

S

**فراغ العينة** هو مجموعة النتائج المحتملة لأي تجربة.

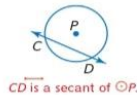
**كمية قياسية** هي ثابت مضروب في متجه.

**ضرب قياسي** هو ضرب متجه في كمية قياسية.

**عامل المقياس** هو نسبة طولي ضلعين متناظرين لمضلعين أو مجسمين متشابهين.

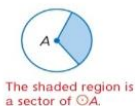
**scale factor of dilation** The ratio of a length on an image to a corresponding length on the preimage.

**secant** Any line that intersects a circle in exactly two points.

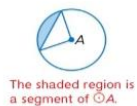


**secant segment** A segment of a secant line that has exactly one endpoint on the circle.

**sector of a circle** A region of a circle bounded by a central angle and its intercepted arc.



**segment of a circle** The region of a circle bounded by an arc and a chord.



**self-similar** If any parts of a fractal image are replicas of the entire image, the image is self-similar.

**semicircle** An arc that measures 180.

**sierpinski triangle** A self-similar fractal described by Wacław Sierpinski. The figure was named for him.



**similar solids** Solids that have exactly the same shape, but not necessarily the same size.

**similarity ratio** The scale factor between two similar polygons

**معامل مقياس تغيير الأبعاد** هو نسبة الطول في صورة إلى الطول المتناظر في الصورة الأصلية.

**قاطع** هو أي خط يقطع دائرة في نقطتين بالضبط.



**قطعة دائرية قاطعة** هي قطعة من خط قاطع يكون له نقطة نهاية واحدة على الدائرة.

**قطاع دائرة** هي منطقة من الدائرة محددة بين زاوية مركزية وقوسها المحصور.



**قطعة دائرة** هي منطقة من الدائرة محددة بقوس ووتر.



**تشابه ذاتي** إذا كانت أي أجزاء من صورة كسورية تمثل نسخًا مطابقة للصورة بأكملها، تكون الصورة متشابهة ذاتيًا.

**نصف دائرة** هي قوس قياسه 180.

**مثلث سيربنسكي** هو كسيري متشابه ذاتيًا وصفه واكلاو سيربنسكي، سُمي الشكل باسمه.



**مجسمات متشابهة** هي مجسمات لها نفس الشكل بالضبط، لكن لا يتحتم أن تكون بالحجم ذاته.

**نسبة التشابه** هي معامل المقياس بين مضلعين متشابهين



**similarity transformation** When a figure and its transformation image are similar.

**تحويل تشابهي** عندما يتشابه الشكل مع صورة تحويله.

**simulation** A probability model used to recreate a situation again and again so the likelihood of various outcomes can be estimated.

**محاكاة** هو نموذج احتمال مستخدم لإيجاد حالة مراراً وتكراراً بحيث يمكن تقدير احتمالية النتائج المختلفة.

**sine** For an acute angle of a right triangle, the ratio of the measure of the leg opposite the acute angle to the measure of the hypotenuse.

**Sine** بالنسبة إلى أي زاوية حادة يمثل قائم الزاوية، هو نسبة قياس ضلع الغائبة المقابل للزاوية الحادة إلى قياس الوتر.

**slant height** The height of the lateral side of a pyramid or cone.

**ارتفاع جانبي** هو ارتفاع الضلع الجانبي لهرم أو مخروط.

**solving a triangle** Finding the measures of all of the angles and sides of a triangle.

**حل المثلث** هو إيجاد مقاييس جميع زوايا المثلث وأضلاعه.

**spherical geometry** The branch of geometry that deals with a system of points, great circles (lines), and spheres (planes).

**هندسة فراغية** هي فرع من فروع الهندسة يتعامل مع نظام من النقاط والدوائر الكبرى (الخطوط) والكرات (المستويات).

**square** A quadrilateral with four right angles and four congruent sides.

**مربع** هو شكل رباعي مكون من أربع زوايا قائمة وأربع أضلاع متطابقة.



**square root property** For any real number  $n$ , if  $x^2 = n$ , then  $x = \pm\sqrt{n}$ .

**خاصية الجذر التربيعي** لأي عدد حقيقي  $n$ . if  $x^2 = n$ ، وبالتالي  $x = \pm\sqrt{n}$ .

**standard form of a polynomial** A polynomial that is written with the terms in order from greatest degree to least degree.

**صيغة قياسية لكثير الحدود** هي كتابة كثير الحدود بمصطلحات مرتبة من أكبر درجة إلى أصغر درجة.

**standard position** When the initial point of a vector is at the origin.

**موقع قياسي** عندما تكون نقطة بداية المتجه عند نقطة الأصل.

**step function** A function with a graph that is a series of horizontal line segments.

**دالة درجية** هي دالة تحتوي على رسم بياني يمثل سلسلة من قطع مستقيمة أفقية.

## T

**tangent** 1. For an acute angle of a right triangle, the ratio of the measure of the leg opposite the acute angle to the measure of the leg adjacent to the acute angle. 2. A line in the plane of a circle that intersects the circle in exactly one point. The point of intersection is called the **point of tangency**. 3. A line that intersects a sphere in exactly one point.

**تماس** 1. بالنسبة إلى أي زاوية حادة يمثل قائم الزاوية، هو نسبة قياس ضلع الغائبة المقابلة للزاوية الحادة إلى قياس ضلع الغائبة المجاورة إلى الزاوية الحادة. 2. هو خط في مستوى دائرة يتقاطع مع الدائرة في نقطة واحدة بالضبط. ويطلق على نقطة التقاطع **نقطة التماس**. 3. هو خط يتقاطع مع كرة في نقطة واحدة بالضبط.

**tangent segment** A segment of a tangent with one endpoint on a circle that is both the exterior and whole segment.

**theorem** A statement or conjecture that can be proven true by undefined terms, definitions, and postulates.

**topographic map** A representation of a three-dimensional surface on a flat piece of paper.

**traceable network** A network in which all of the nodes are connected and each edge is used once when the network is used.

**transformation** 1. A movement of a geometric figure. 2. In a plane, a mapping for which each point has exactly one image point and each image point has exactly one preimage point.

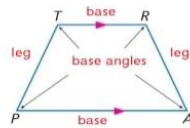
**translation** A transformation where a figure is slid from one position to another without being turned.

**trigonometry** The study of the properties of triangles and trigonometric functions and their applications.

**two-column proof** A formal proof that contains statements and reasons organized in two columns. Each step is called a **statement**, and the properties that justify each step are called **reasons**.

**two-stage experiment** An experiment with two stages or events.

**trapezoid** A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides. The parallel sides of a trapezoid are called **bases**. The nonparallel sides are called **legs**. The pairs of angles with their vertices at the endpoints of the same base are called **base angles**.



**tree diagram** An organized table of line segments (branches) which shows possible experiment outcomes.

**triangle method** A method used to find the resultant of two vectors in which the second vector is connected to the terminal point of the first and the resultant is drawn from the initial point of the first vector to the terminal point of the second vector.

**trigonometric ratio** A ratio of the lengths of sides of a right triangle.

**قطعة تماس** هي قطعة من التماس بها نقطة نهاية واحدة على دائرة تمثل كل من القطعة الخارجية والكلية.

**نظرية** هي عبارة أو فرضية يمكن إثبات صحتها عن طريق مصطلحات وتعريفات ومسلمات غير محددة.

**خريطة طبوغرافية** هي تمثيل لسطح ثلاثي الأبعاد على قطعة ورقية مستوية.

**شبكة مرتبطة قابلة للشيف** هي شبكة تكون جميع العقد فيها مرتبطة وتستخدم كل حافة بمجرد استخدام الشبكة.

**تحويل** 1. هو حركة الشكل الهندسي. 2. يشير التحويل في أحد المستويات إلى التخطيط الذي يحتوي فيه كل نقطة على نقطة صورة واحدة بالضبط. وتحتوي كل نقطة صورة على نقطة صورة أصلية واحدة بالضبط.

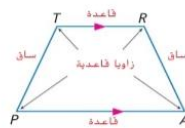
**انسحاب** هو تحويل ينزلق فيه شكل ما من موقع إلى آخر دون دورانه.

**حساب المثلثات** هو دراسة خصائص المثلثات والدوال المثلثية وتطبيقاتها.

**برهان ذو عمودين** هو برهان شكلي يحتوي على عبارات ومبررات مرتبة في عمودين. يُطلق على كل خطوة "عبارة" ويُطلق على الخصائص التي تبرر كل خطوة "مبررات".

**تجربة ثنائية المرحلة** هي تجربة مكونة من مرحلتين أو حدثين.

**شبه منحرف** هو شكل رباعي مكون من زوج واحد من الأضلاع الموازية تمامًا. يُطلق على الأضلاع الموازية لشبه المنحرف **القواعد**. ويُطلق على الأضلاع غير الموازية **الساكنات**. ويُطلق على أزواج الزوايا مع رؤوسها عند نقاط نهاية نفس القاعدة **زوايا القاعدة**.



**مخطط الشجرة** هو جدول منظم يتكون من القطع (الفروع) المستقيمة التي تعرض النتائج المحتملة للتجربة.

**طريقة المثلث** هي طريقة تستخدم لإيجاد محصلة متجهين يكون المتجه الثاني فيهما متصل بنقطة نهاية المتجه الأول. ويتم رسم قيمة المحصلة من نقطة بداية المتجه الأول إلى نقطة نهاية المتجه الثاني.

**نسبة مثلثية** هي نسبة طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية.

**trinomials** The sum of three monomials.

**ثلاثيات الحدود** هي حاصل جمع ثلاثة من أحادي الحد.

**two-way frequency table** A table used to show the frequencies or relative frequencies of data from a survey or experiment classified according to two variables, with the rows indicating one variable and the columns indicating the other.

**جدول تكراري يمدخلين** هو جدول يُستخدم لعرض التكرارات أو التكرارات النسبية للبيانات من دراسة مسحية أو تجربة مصنفة وفقاً للمتغيرين، وتشير الصفوف إلى أحد المتغيرين بينما تشير الأعمدة إلى المتغير الآخر.

## V

**vector** A directed segment representing a quantity that has both magnitude, or length, and direction.

**متجه** هو قطعة موجهة تمثل كمية لها مقدار أو طول واتجاه.

**vertex** The maximum or minimum point of a parabola.

**رأس** هو أقصى نقطة للقطع المكافئ أو أدنى نقطة له.

**vertex angle of an isosceles triangle** See *isosceles triangle*.

**زاوية رأس مثلث متساوي الساقين** انظر **مثلث متساوي الساقين**.

**vertex form** A quadratic function in the form  $y = a(x - h)^2 + k$ , where  $(h, k)$  is the vertex of the parabola and  $x = h$  is its axis of symmetry.

صيغة الرأس هي دالة تربيعية بصيغة  $y = a(x - h)^2 + k$  حيث  $(h, k)$  هي رأس القطع المكافئ و  $x = h$  هي محور تماثله.

**vertex-edge graphs** A collection of nodes connected by edges.

**رسوم بيانية لحواف الرأس** 2 مجموعة من العقد مرتبطة بالحواف.

## W

**weight** The value assigned to an edge in a vertex-edge graph.

**وزن** هو القيمة المحددة لحافة ما في الرسم البياني لحافة الرأس.

**weight of a path** The sum of the weights of the edges along a path.

**وزن المسار** هو إجمالي أوزان الحواف على المسار.

**weighted vertex-edge graphs** A collection of nodes connected by edges in which each edge has an assigned value.

**رسوم بيانية مرجحة لحواف الرأس** مجموعة من العقد مرتبطة بالحواف، تمتلك كل حافة فيها قيمة محددة.

### الرموز

$\neq$	لا يساوي	$AB$	قياس $\overline{AB}$
$\approx$	تقريبًا يساوي	$\angle$	زاوية
$\sim$	يشابه	$\triangle$	مثلث
$>, \geq$	أكبر من، أو أكبر من أو يساوي	$^\circ$	درجة
$<, \leq$	أصغر من، أو أصغر من أو يساوي	$\pi$	باي
$-a$	المعكوس أو المعكوس الجمعي لـ $a$	$\sin x$	جيب الزاوية $x$
$ a $	القيمة المطلقة لـ $a$	$\cos x$	جيب تمام الزاوية $x$
$\sqrt{a}$	الجذر التربيعي الأساسي لـ $a$	$\tan x$	ظل الزاوية $x$
$a : b$	نسبة $a$ إلى $b$	$!$	مضروب
$(x, y)$	زوج مرتب	$P(a)$	احتمال $a$
$f(x)$	$f$ لـ $x$ ، قيمة $f$ لـ $x$	$P(n, n)$	تباديل $n$ من العناصر مأخوذة منها $n$ عنصر في كل مرة
$\overline{AB}$	القطعة المستقيمة $AB$	$C(n, n)$	توافيق $n$ من العناصر مأخوذة منها $n$ عنصر في كل مرة

### الخواص الجبرية والمفاهيم الأساسية

الحياد	لأي عدد $a$ ، $a + 0 = 0 + a = a$ و $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ .
التعويض (=)	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكن التعويض عن $a$ باستخدام $b$ .
الانعكاس (=)	$a = a$
التماثل (=)	إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$ .
التعدي (=)	إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$ .
التبديل	لأي عددين $a$ و $b$ ، $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$ .
التجميع	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، $(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
التوزيع	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$ .
المعكوس الجمعي	لأي عدد $a$ ، يوجد فقط عدد واحد $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$ .
المعكوس الضربي	لأي عدد $\frac{a}{b}$ ، حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$ ، يوجد فقط عدد واحد $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$ .
الضرب (0)	لأي عدد $a$ ، $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ .
الجمع (=)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$ .
الطرح (=)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$ .
الضرب والتقسمة (=)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، حيث $c \neq 0$ ، إذا كان $a = b$ ، فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .
الجمع (>)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، إذا كان $a > b$ ، فإن $a + c > b + c$ .
الطرح (>)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، إذا كان $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$ .
الضرب والتقسمة (>)	لأي أعداد $a$ و $b$ و $c$ ، 1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$ ، فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ . 2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$ ، فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .
ناتج الضرب الصفرى	لأي عددين حقيقيين $a$ و $b$ ، إذا كان $ab = 0$ ، فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو $a$ و $b$ يساويان 0.
مجموع مربعين	$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$
فرق بين مربعين	$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$
ناتج ضرب مجموع وفرق	$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
* تنطبق هذه الخواص كذلك على $<$ و $\geq$ و $\leq$ .	

## الصيغ

المصنف

الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

المسافة على مستوى إحداثي

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

نقطة المنتصف على مستوى إحداثي

$$a^2 + b^2 = c^2$$

نظرية فيثاغورس

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$P = 2\ell + 2w \text{ و } P = 2(\ell + w)$$

محيط المستطيل

$$C = 2\pi r \text{ و } C = \pi d$$

محيط الدائرة

المساحة

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$

شبه منحرف

$$A = \ell w$$

مستطيل

$$A = \pi r^2$$

دائرة

$$A = bh$$

متوازي أضلاع

$$A = \frac{1}{2}bh$$

مثلث

مساحة السطح

$$S = \frac{1}{2}P\ell + B$$

هرم منظم

$$S = 6s^2$$

مكعب

$$S = \pi r\ell + \pi r^2$$

مخروط

$$S = Ph + 2B$$

منشور

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

إسطوانة

الحجم

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

هرم منظم

$$V = s^3$$

مكعب

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

مخروط

$$V = Bh$$

منشور

$$V = \pi r^2 h$$

إسطوانة

## القياسات

عرفي	متر
الطول	
1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)	1 كيلو متر (km) = 1000 متر (m)
1 ميل = 5280 قدمًا (ft)	1 متر = 100 سنتيمتر (cm)
1 ياردة = 3 أقدام	1 سنتيمتر = 10 مللي متر (mm)
1 قدم = 12 بوصة (in.)	
1 ياردة = 36 بوصة	
الحجم والسعة	
1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)	1 لتر (L) = 1000 مللي لتر (mL)
1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)	1 كيلو لتر (kL) = 1000 لتر
1 ربع = 2 باينت (pt)	
1 باينت = 2 كوب (c)	
1 كوب = 8 أونصات سائلة	
الوزن والكتلة	
1 طن (T) = 2000 رطل (lb)	1 كيلو جرام (kg) = 1000 جرام (g)
1 رطل = 16 أونصة (oz)	1 جرام = 1000 مللي جرام (mg)
	1 طن متري (t) = 1000 كيلو جرام

الهندسة الإحداثية

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

الميل

$$d = |a - b|$$

المسافة على خط الأعداد:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

المسافة على مستوى إحداثي:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

المسافة في الفضاء:

$$\ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$$

طول قوس المسافة:

$$M = \frac{a + b}{2}$$

نقطة المنتصف على خط الأعداد:

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

نقطة المنتصف على مستوى إحداثي:

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

نقطة المنتصف في الفضاء:

المُحيط ومحيط الدائرة

$$C = 2\pi r \text{ أو } C = \pi d$$

دائرة

$$P = 2\ell + 2w$$

مستطيل

$$P = 4s$$

مربع

المساحة

$$A = \frac{1}{2}bh$$

مثلث

$$A = s^2$$

مربع

$$A = \frac{1}{2}Pa$$

مُضلع منتظم

$$A = \ell w \text{ أو } A = bh$$

مستطيل

$$A = \pi r^2$$

دائرة

$$A = bh$$

متوازي أضلاع

$$A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$$

قطاع من دائرة

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$

شبه منحرف

$$A = \frac{1}{2}d_1 d_2 \text{ أو } A = bh$$

معين

مساحة السطح الجانبية

$$L = \frac{1}{2}P\ell$$

هرم

$$L = Ph$$

منشور

$$L = \pi r\ell$$

مخروط

$$L = 2\pi rh$$

إسطوانة

مساحة السطح الكلية

$$S = \pi r\ell + \pi r^2$$

مخروط

$$S = Ph + 2B$$

منشور

$$S = 4\pi r^2$$

كرة

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

إسطوانة

$$S = \frac{1}{2}P\ell + B$$

هرم

الحجم

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

هرم

$$V = s^3$$

مكعب

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

مخروط

$$V = \ell wh$$

منشور مستطيل

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

كرة

$$V = Bh$$

منشور

$$V = \pi r^2 h$$

إسطوانة

معادلات الأشكال على مستوى إحداثي

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

دائرة

$$y = mx + b$$

صيغة الميل والمقطع لمستقيم

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

صيغة النقطة والميل لمستقيم

حساب المثلثات

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

قانون جيب التمام

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

قانون الجيب

$$a^2 + b^2 = c^2$$

نظرية فيثاغورس



### الرموز

$\neq$	لا يساوي	$\parallel$	يوازي	$ \overline{AB} $	مقدار متجه من A إلى B
$\approx$	تقريبًا يساوي	$\nparallel$	لا يوازي	$A'$	صورة الصورة الأصلية A
$\equiv$	يطابق	$\perp$	متعامد على	$\rightarrow$	موقع على
$\sim$	يشابه	$\triangle$	مثلث	$\odot A$	دائرة مركزها A
$\angle, \sphericalangle$	زاوية، زوايا	$>, \geq$	أكبر من، أو أكبر من أو يساوي	$\pi$	باي
$m\angle A$	قياس درجة $\angle A$	$<, \leq$	أصغر من، أو أصغر من أو يساوي	$\widehat{AB}$	قوس أصغر نقطته الطرفيتان A و B
$^\circ$	درجة	$\square$	متوازي أضلاع	$\widehat{ABC}$	قوس أكبر نقطته الطرفيتان A و C
$\overleftrightarrow{AB}$	مستقيم يحتوي على النقطتين A و B	$n\text{-gon}$	مضلع عدد أضلاعه n	$m\widehat{AB}$	قياس درجة القوس AB
$\overline{AB}$	مستقيم نقطته الطرفيتان A و B	$a:b$	نسبة a إلى b	$f(x)$	قيمة f لـ x
$\vec{AB}$	شعاع يحتوي نقطته الطرفية A على B	$(x, y)$	زوج مرتب	$f$	مضروب
$AB$	قياس $\overline{AB}$ ، المسافة بين A و B	$(x, y, z)$	مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر	$nPr$	تبادل n من العناصر مأخوذة منها r عنصر في كل مرة
$\sim p$	نفي p، ليس p	$\sin x$	جيب الزاوية x	$nCr$	توافق n من العناصر مأخوذة منها r عنصر في كل مرة
$p \wedge q$	ربط p و q	$\cos x$	جيب تمام الزاوية x	$P(A)$	احتمال A
$p \vee q$	فصل p و q	$\tan x$	ظل الزاوية x	$P(A B)$	احتمال A إذا علمت أن B حدث بالفعل
$p \rightarrow q$	العبارة الشرطية، إذا كان p فإن q	$\vec{a}$	متجه a		
$p \leftrightarrow q$	العبارة ثنائية الشرط، إذا وفقط إذا كان q	$\overline{AB}$	المتجه من A إلى B		

### القياسات

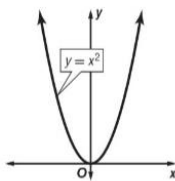
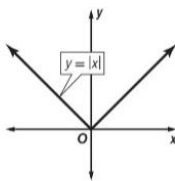
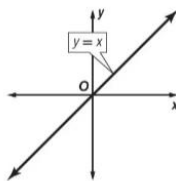
مترى	عرفي
الطول	
1 كيلو متر (km) = 1000 متر (m)	1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)
1 متر = 100 سنتيمتر (cm)	1 ميل = 5280 قدمًا (ft)
1 سنتيمتر = 10 مللي متر (mm)	1 ياردة = 3 أقدام
	1 ياردة = 36 بوصة
	1 قدم = 12 بوصة (in)
الحجم والسعة	
1 لتر (L) = 1000 مللي لتر (mL)	1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)
1 كيلو لتر (kL) = 1000 لتر	1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)
	1 ربع = 2 باينت (pt)
	1 باينت = 2 كوب (c)
	1 كوب = 8 أونصات سائلة
الوزن والكتلة	
1 كيلو جرام (kg) = 1000 جرام (g)	1 طن (T) = 2000 رطل (lb)
1 جرام = 1000 مللي جرام (mg)	1 رطل = 16 أونصة (oz)
1 طن متري (t) = 1000 كيلو جرام	

الهندسة الإحداثية		
نقطة المنتصف	$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	
المسافة	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	
الميل	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, x_2 \neq x_1$	
المصفوفات		
الجمع	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$	الضرب في كمية عددية
الطرح	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$	الضرب
		$k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$
		$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ab+bg & af-bh \\ ce+dg & cf-dh \end{bmatrix}$
كثيرات الحدود		
القانون العام	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$	فرق بين مربعين
مجموع مربعين	$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$	مجموع وفرق
		$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
		$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
اللوغاريتمات		
خاصية ناتج الضرب	$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	خاصية الأس الثابت
خاصية ناتج القسمة	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$	تغيير الأساس
		$\log_a m^p = p \log_a m$
		$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$
القطع المخروطية		
قطع مكافئ	$y = a(x-h)^2 + k$ أو $x = a(y-k)^2 + h$	قطع ناقص
دائرة	$x^2 + y^2 = r^2$ أو $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	قطع زائد
		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, a, b \neq 0$
		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1, a, b \neq 0$
المتتاليات والمتسلسلات		
الحد النوني، لهتالية حسابية	$a_n = a_1 + (n-1)d$	الحد النوني، لهتالية هندسية
مجموع متسلسلة حسابية	$S_n = n \left( \frac{a_1 + a_n}{2} \right)$ أو $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	مجموع متسلسلة هندسية
		$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$
		$a_n = a_1 r^{n-1}$
حساب المثلثات		
قانون الجيب	$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}, a, b, c \neq 0$	
قانون جيب التمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	
النسب المثلثية	$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ $\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ $\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $\csc \theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin \theta}$ $\sec \theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos \theta}$ $\cot \theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$	
متطابقات فيثاغورس	$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$ $\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$	

## الرموز

دالة متعددة التعريف	$f(x) = \{$	سيفيا. المجموع	$\sum$
دالة القيمة المطلقة	$f(x) =  x $	متوسط عينة	$\bar{x}$
دالة أكبر عدد صحيح ليس أكبر من $a$	$f(x) = \lfloor x \rfloor$	متوسط مجتمع إحصائي	$\mu$
$f(x, y)$		الانحراف المعياري لعينة	$s$
المتجه $AB$	$\overrightarrow{AB}$	الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي	$\sigma$
الوحدة التخيلية	$i$	احتمال $B$ إذا علمت أن $A$ حدث بالفعل	$P(B A)$
$[f \circ g](x)$		تبادل $n$ من العناصر مأخوذة منها $r$ عنصر في كل مرة	$nPr$
معكوس $f(x)$	$f^{-1}(x)$	توافق عدد $n$ من العناصر مأخوذة منها $r$ عنصر في كل مرة	$nCr$
$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$		$\text{Arcsin } x$	$\sin^{-1} x$
لوغاريتم $x$ للأساس $b$	$\log_b x$	$\text{Arccos } x$	$\cos^{-1} x$
اللوغاريتم العادي $x$	$\log x$	$\text{Arctan } x$	$\tan^{-1} x$
اللوغاريتم الطبيعي $x$	$\ln x$		

## الدوال الأصلية

الدوال التربيعية	دوال القيمة المطلقة	الدوال الخطية
		
الدوال العكسية والنسبية	دوال الجذر التربيعي	الدوال الأسية واللوغاريتمية
