

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-4 كتابة براهين على شكل فقرة وعمودين وبراهين تسلسلية.

الدرس 4-4 كتابة براهين جبرية وهندسية غير مباشرة.

بعد الدرس 4-4 وضع تخمينات بخصوص الزوايا والمستقيمتين والمضلعات والدوائر والأشكال ثلاثية الأبعاد وتحديد صلاحية التخمينات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما السؤال المستخدم لإثبات أن الخميس ليس يوم عمل للمعلمين؟
ما يوم اختبار الهندسة التالي لدينا؟
- من الذي يقدم السبب في أن الخميس ليس يوم عمل للمعلمين؟ **أسامة**
- ما الذي كان يمكن أن يثبت بشكل مباشر أن الخميس يوم عمل للمعلمين؟
الإجابة النموذجية: بنص المنهج الدراسي على أن الخميس يوم عمل للمعلمين.

البرهان غير المباشر



السابق: البرهان غير مباشر

الحالي: البرهان غير مباشر

لماذا: البرهان غير مباشر

- 1. قمت بكتابة فقرة إثباتية وبرهان من عمودين وبرهان تسلسلي.
- 2. كتابة براهين هندسية غير مباشرة.
- 3. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 4. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 5. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 6. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 7. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 8. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 9. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 10. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 11. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 12. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 13. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 14. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 15. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 16. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 17. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 18. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 19. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 20. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 21. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 22. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 23. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 24. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 25. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 26. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 27. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 28. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 29. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 30. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 31. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 32. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 33. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 34. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 35. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 36. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 37. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 38. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 39. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 40. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 41. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 42. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 43. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 44. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 45. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 46. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 47. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 48. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 49. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 50. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 51. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 52. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 53. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 54. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 55. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 56. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 57. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 58. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 59. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 60. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 61. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 62. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 63. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 64. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 65. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 66. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 67. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 68. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 69. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 70. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 71. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 72. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 73. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 74. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 75. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 76. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 77. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 78. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 79. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 80. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 81. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 82. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 83. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 84. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 85. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 86. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 87. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 88. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 89. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 90. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 91. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 92. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 93. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 94. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 95. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 96. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 97. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 98. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 99. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 100. كتابة براهين جبرية غير مباشرة.

البرهان الجبري غير المباشر إن البراهين التي كتبناها هي براهين مباشرة—فقد بدأت بافتراض صحيح والبت أن الاستنتاج كان صحيحاً في المثال السابق. استخدم الطالبان **الاستنتاج غير المباشر** بافتراض أن هذا الاستنتاج خاطئ ثم أظهرنا أن هذا الافتراض قد أدى إلى تناقض.

في **البرهان غير المباشر** أو **البرهان بالتناقض** أنت تفترض، بشكل مؤقت، عدم صحة ما تحاول إثباته. يظهر استحالة هذا الافتراض منطقياً، فإذك تثبت خطأ افتراضك وصحة الاستنتاج الأصلي. نسمي هذا أحياناً **البرهان بالتناقض**.

المفهوم الأساسي كيف تكتب برهاناً غير مباشر

- الخطوة 1** حدّد الاستنتاج المطلوب إثباته. افترض أن هذا الاستنتاج خاطئ من خلال افتراض صحة العكس.
- الخطوة 2** استخدم التفكير المنطقي لإظهار أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع الافتراض أو مع بعض الحقائق الأخرى. مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية أو نتيجة ما.
- الخطوة 3** وضح أنه بما أن الافتراض يؤدي إلى تناقض، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي المطلوب إثباته صحيحاً.

مثال 1 ذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر

اذكر الافتراض اللازم لبداية البرهان غير المباشر لكل عبارة:

- a. إذا كان 6 من عوامل 11، فإن 2 من عوامل 11.
- b. استنتاج العبارة الشرطية عبارة عن 2 من عوامل 11، ويكون نفي الاستنتاج أن 2 ليس من عوامل 11.
- c. زاوية منفرجة.
- d. إذا كان افتراض أن 3 زاوية منفرجة خاطئاً، إذا افتراض أن 3 ليست زاوية منفرجة صحيحاً.

تمرين 4 هوجه

- 1a. $x > 5$ و $x \leq 5$
- 1b. $\triangle XYZ$ هو مثلث متساوي الأضلاع.

المفردات الجديدة
برهان غير مباشر (indirect reasoning)
برهان غير مباشر (indirect proof)
برهان بالتناقض (proof by contradiction)

ممارسات في الرياضيات
بنص فرضياتك وتعلّق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير بطريقة تجريدية وثبتة.

1 البرهان الجبري غير المباشر

الأمثلة من 1 إلى 4 تشرح خطوات كتابة برهان غير مباشر. ينبغي أن يتمكن الطلاب من تحديد الافتراض واستخدام البراهين غير المباشرة.

التقويم التكويني

استخدم التباين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان

غير المباشر لكل عبارة.

a. \overline{EF} ليس منتصفاً عمودياً.
 \overline{EF} منتصف عمودي.

b. إذا كانت B هي نقطة منتصف \overline{LH} و $LH = 26$ ، فإن \overline{BH} تطابق \overline{LB} .
 \overline{BH} لا تطابق \overline{LB} .

2 اكتب برهاناً غير مباشر يوضح أنه إذا كانت $7 < 2x + 11$ فإن $x > 2$.

افتراض أن $x < 2$ أو $x = 2$.
اصنع جدولاً.

x	$-2x + 11$
2	7
1	9
0	11
-1	13
-2	15

في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى تناقض. ولهذا لا بد أن تكون $x > 2$ صحيحة.

يمكن استخدام البراهين غير المباشرة في إثبات مفاهيم جبرية.

مثال 2 كتابة برهاناً جبرياً غير مباشر

اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $-3x + 4 > 16$ ، فإن $x < -4$.

المعطيات: $-3x + 4 > 16$

المطلوب: $x < -4$

الخطوة 1 البرهان غير المباشر:

نفي $x < -4$ هو $x \geq -4$. إذا، افترض أن $x \geq -4$ أو $x = -4$ عبارة صحيحة.

الخطوة 2 قم بعمل جدول باحتمالات متعددة لـ x بافتراض أن $x \geq -4$ أو $x = -4$.

x	-4	-3	-2	-1	0
$-3x + 4$	16	13	10	7	4

عندما يكون $x \geq -4$ ، فإن $-3x + 4 < 16$. وعندما يكون $x = -4$ ، فإن $-3x + 4 = 16$.

الخطوة 3 في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى وجود تناقض في المعلومة المعطاة بأن $-3x + 4 > 16$. لذا، لا بد أن يكون الافتراض بأن $x \geq -4$ عبارة خاطئة. ويكون الاستنتاج الأصلي بأن $x < -4$ عبارة صحيحة.

تكوين هوية

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة. 2A-2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

2A. إذا كان $56 > 7x$ ، فإن $x > 8$. 2B. إذا كان $-c$ موجباً، فإن c رمز سالب.

يمكن استخدام الاستنتاج والبرهان غير المباشرين في المواقف اليومية.

مثال من الحياة اليومية 3 البرهان الجبري غير المباشر

تكاليف حفل التخرج طلب ماجد من صديقه محمد معرفة ثمن وجبة ووجبة محمد التي تناولاها عند خروجهما الأسبوع الماضي. لم يستطع محمد تذكر التكاليف الخاصة بكل وجبة، ولكنه تذكر إجمالي قيمة الفاتورة التي زادت عن AED 60. بدون الإكراهية، استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى الوجبتين على الأقل زادت تكلفتها عن AED 30.

افتراض أن تكلفة إحدى الوجبتين هي x وتكلفة الوجبة الأخرى هي y .

الخطوة 1 المعطيات: $x + y = 60$

المطلوب: $x > 30$ أو $y > 30$

برهان غير مباشر:

افتراض أن $x \leq 30$ و $y \leq 30$.

الخطوة 2 إذا كان $x \leq 30$ و $y \leq 30$ ، فإن $x + y \leq 60$ أو $x + y \leq 60$. يُعد هذا تناقضاً لأننا نعلم أن $x + y > 60$.

الخطوة 3 بما أن افتراض $x \leq 30$ و $y \leq 30$ يؤدي إلى تناقض مع حقيقة معلومة، فلا بد أن يكون الافتراض خاطئاً. لذلك، لا بد أن يكون الاستنتاج بأن $x > 30$ أو $y > 30$ صحيحاً. لهذا، لا بد أن تكلفة إحدى الوجبتين زادت عن AED 30.

تكوين هوية

3. السفر قطع إسماعيل ما يزيد عن 360 كيلو متراً خلال رحلته، وتوقف في استراحتين. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإثبات أنه سافر أكثر من 120 كيلو متراً في رحلة الذهاب فقط. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

التركيز على محتوى الرياضيات

القراءة يعتمد حل المسائل الكلامية على فهم الطلاب للكلمات المفتاحية التي توضح نوع الرياضيات المطلوبة. حلل الصياغة لتحديد الموقف الفعلي في كل برهان غير مباشر.

اقتبه!

التناقضات لا يمكن أن ينجح البرهان بالتناقض إلا إذا كان هناك افتراض من المفترض أنه صحيح.

أمثلة إضافية

3 التعليم اشتركت مها في ثلاثة فصول في الكلية المجتمعية مقابل مبلغ يقل قليلاً عن AED 156. كانت هناك رسوم إدارية تبلغ AED 15. وتتساوى تكلفة الفصول. كيف يمكنك أن تبين أن تكلفة كل فصل أقل من AED 47؟ المخططات، أنضفت مها ما يقل عن AED 156 المطلوب إثباته: نقل تكلفة أحد الفصول x على الأقل عن AED 47 أي أنه إذا كانت $15 < 3x + 15 < 156$ فإن $47 < x$. الخطوة 1: افترض أن $x \geq 47$. الخطوة 2: $47 + 47 + 47 + 15 \geq 156$ يتناقض هذا مع النص على أن التكلفة الإجمالية كانت أقل من AED 156 إذاً فالافتراض بأن $x \geq 47$ لا بد أن يكون خطأً. ولهذا، لا بد أن تكلفة فصل واحد تقل عن 47.

4 اكتب برهاناً غير مباشر يوضح أنه إذا كانت x عدداً أولياً لا يساوي 3، فإن $\frac{x}{3}$ ليس عدداً صحيحاً. الخطوة 1: افترض أن $\frac{x}{3}$ عدد صحيح. الخطوة 2: $\frac{x}{3} = n$ (تعبير الافتراض) $x = 3n$ (خاصية الضرب) الخطوة 3: يتناقض هذا مع أن x عدد أولي لأن n تقبل القسمة على 3 و $n \neq 1$ بما أن $x \neq 3$. لهذا $\frac{x}{3}$ ليس عدداً صحيحاً.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اصنع مقطع فيديو يوضح كيفية إنشاء برهان بالتناقض. ثم اشره على موقع إلكتروني لمشاركة مقاطع الفيديو. قد يكون هذا مفهوماً صعباً بالنسبة لبعض الطلاب، ولذلك قد يكون من المفيد لهم تشغيل شرحك الدقيق لكيفية كتابة هذا النوع من البراهين.

تدريس المهارات في الرياضيات

الفرضيات يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات أن يدركوا الأمثلة المضادة ويستخدمونها. شجّع الطلاب على تدوين الأساليب المختلفة للبرهان (البرهان بالتناقض والبرهان بعمودين والبرهان التسلسلي وما إلى ذلك) في دفاترهم للرجوع إليها سريعاً أثناء أداء الواجب المنزلي.

تستخدم البراهين غير المباشرة غالباً لإثبات التعاليم في نظرية الأعداد. في هذه البراهين، يساعد تذكر أنه يمكنك تمثيل العدد الزوجي بالتعبير $2k$ وتمثيل العدد الفردي بالتعبير $2k + 1$ أي عدد صحيح k .

مثال 4: البراهين غير المباشرة في نظرية الأعداد

اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عدداً زوجياً صحيحاً، فإن x عدد زوجي صحيح.

الخطوة 1

المعطيات: $x + 2$ هو عدد زوجي صحيح.

المطلوب: x هو عدد زوجي صحيح.

برهان غير مباشر:

افترض أن x هو عدد صحيح فردي. هذا يعني أن $x = 2k + 1$ لبعض الأعداد الصحيحة k .

الخطوة 2

تعبير الافتراض $x + 2 = (2k + 1) + 2$

خاصية التبديل $= (2k + 2) + 1$

خاصية التوزيع $= 2(k + 1) + 1$

حدّد الآن ما إذا كان $2(k + 1) + 1$ عدداً صحيحاً زوجياً أم فردياً. بما أن k عدد صحيح و $k + 1$ أيضاً عدد صحيح، افترض أن $2m$ تمثل العدد الصحيح $k + 1$.

التعويض $2(k + 1) + 1 = 2m + 1$

إذا، يمكن تمثيل $x + 2$ باستخدام $2m + 1$ حيث m عدد صحيح. لكن هذا التمثيل يعني أن $x + 2$ هو عدد صحيح فردي، وهو ما يتعارض مع العبارة المعطاة بأن $x + 2$ عدد صحيح زوجي.

الخطوة 3

بما أن افتراض أن x هو عدد فردي صحيح يؤدي إلى تناقض مع العبارة المعطاة، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو أن x عدد زوجي صحيح، استنتاجاً صحيحاً.

تبرير موجّه

4. اكتب برهاناً غير مباشر لإظهار أنه إذا كان مربع العدد الصحيح فردياً، فإن هذا العدد الصحيح يكون فردياً. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

أنتبه!

الفرضيات لا يوجد تشابه بين البراهين بالتناقض واستخدام مثال مضاد. يساعد المثال المضاد في بناء تخمين ما، ولا يمكن استخدامه في إثبات تخمين.

2 البراهين غير المباشرة في الهندسة

يمكن استخدام الاستنتاج غير المباشر لإثبات عبارات في الهندسة. مثل نظرية متباينة الزاوية الخارجية.

مثال 5 برهان هندسي

إذا كانت إحدى الزوايا زاوية خارجية لمثلث، فأثبت أن قياسها أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين المتناظرتين غير المجاورتين.

الخطوة 1

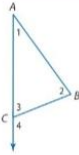
صمم رسماً تخطيطياً لهذا الموقف. ثم حدّد المعطيات والمطلوب لإثباته.

المعطيات: $\angle 4$ هي زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$.

المطلوب: $m\angle 4 > m\angle 2$ و $m\angle 4 > m\angle 1$.

برهان غير مباشر:

افترض أن $m\angle 4 \leq m\angle 2$ أو $m\angle 4 \leq m\angle 1$ بعبارة أخرى.



(تتبع في الصفحة التالية)

239

التدريس المتميز

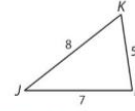
المتعلمون أصحاب النهج المنطقي اشرح أن الطلاب معنادون على العمل للأمام لحل المعادلات والمتباينات وأنهم قد يميلوا إلى حل المسائل الجبرية كخطوة في كتابة البراهين غير المباشرة. أبلغ الطلاب أنه على الرغم من أن هذا الأسلوب ينتج، فإنه لا يمثل البرهان غير المباشر وأنهم ينبغي أن يتجنبوا حل المسائل الجبرية في هذا الدرس. بل ينبغي أن يستخدموا أساليب مشابهة للخطوات الموضحة في المثال 2.

2 البرهان غير المباشر في الهندسة

يوضح المثال 5 كيفية استخدام الاستنتاج غير المباشر في مسألة هندسية.

مثال إضافي

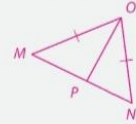
5 المعطيات: $\triangle JKL$ تبلغ أطوال أضلاعه 5 و 7 و 8
المطلوب إثباته: $m\angle K < m\angle L$



الخطوة 1: افترض أن $m\angle K \geq m\angle L$.
الخطوة 2: بموجب علاقات الزاوية والضلع، $JL \geq JK$.
الخطوة 3: يتناقض هذا مع أطوال الأضلاع في المعطيات. إذا لا بد أن يكون الافتراض $m\angle K \geq m\angle L$ خطأ. ولهذا، $m\angle K < m\angle L$.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

5. المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}$, $\overline{MP} \not\cong \overline{NP}$
المطلوب إثباته: $\angle MOP \not\cong \angle NOP$



برهان غير مباشر:

الخطوة 1: افترض أن $\angle MOP \cong \angle NOP$.
الخطوة 2: نعلم أن $\overline{MO} \cong \overline{ON}$ وبموجب خاصية الانعكاس، إذا كانت $\angle MOP \cong \angle NOP$ فإن $\triangle MOP \cong \triangle NOP$ بموجب SAS. إذا $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ بموجب CPCTC.

الخطوة 3: يتناقض الاستنتاج بأن $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ مع معلومات المعطيات. ولهذا، الافتراض خطأ. ولذلك، $\angle MOP \not\cong \angle NOP$.

الخطوة 2: تحتاج فقط إلى بيان أن افتراض $m\angle 4 \leq m\angle 1$ يؤدي إلى تناقض. تتبع فرضية $m\angle 4 \leq m\angle 2$ نفس الاستنتاج.

$m\angle 4 \leq m\angle 1$ تعني أنه إما $m\angle 4 = m\angle 1$ أو $m\angle 4 < m\angle 1$

الحالة رقم 1

$$m\angle 4 = m\angle 1$$

$$m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$$

نظرية الزاوية الخارجية

$$m\angle 4 = m\angle 4 + m\angle 2$$

تعويض

$$0 = m\angle 2$$

اطرح $m\angle 4$ من كل طرف

هذا يتناقض حقيقة أن قياس الزاوية أكبر من 0. إذا $m\angle 4 \neq m\angle 1$.

الحالة رقم 2

$$m\angle 4 < m\angle 1$$

بتطبيق نظرية الزاوية الخارجية، نجد أن $m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$. بما أن قياس الزاوية موجب، فإن تعريف المتباينة يشير ضمناً إلى أن $m\angle 4 > m\angle 1$. يتناقض هذا مع افتراض أن $m\angle 4 < m\angle 1$.

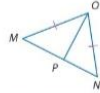
الخطوة 3: في كلتا المسألتين، يؤدي الافتراض إلى وجود تناقض مع نظرية أو تعريف. ولذلك، لا بد أن يكون الاستنتاج الأصلي بأن $m\angle 4 > m\angle 2$ صحيحاً.

تمرين موجه

5. اكتب برهاناً غير مباشر. انظر الهامش.

المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}$, $\overline{MP} \not\cong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \not\cong \angle NOP$



التحقق من فهمك

مثال 1

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

$$1. \overline{AB} \cong \overline{CD} \quad \overline{AB} \not\cong \overline{CD}$$

$$3. x \geq 6 \quad x < 6 \quad x < 24 \quad 4x < 24$$

مثال 2

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة. 5-6. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

$$5. \text{ إذا كان } 2x + 3 < 7 \text{، فإن } x < 2. \quad 6. \text{ إذا كان } 3x - 4 > 8 \text{، فإن } x > 4.$$

مثال 3

7. لاكروس أحرزت هيام 13 نقطة لحساب فريق مدرستها الثانوية في لعبة اللاكروس خلال المباريات الست الأخيرة. أثبت أن متوسط إحصائياتها للخطوط في كل مباراة أقل من 3 نقاط. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

مثال 4

8. اكتب برهاناً غير مباشر لإظهار أنه إذا كان $5x - 2$ عدداً صحيحاً فردياً، فإن x يجب أن يكون عدداً صحيحاً فردياً. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

مثال 5

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة. 9-10. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

9. وفر التثلث قائم الزاوية هو الضلع الأكبر في هذا التثلث.

10. إذا كانت هناك زاويتان متتامتين، فلا يمكن أن تكونا زاويتين منفرجتين.

التبرين وحل المسائل

مثال 1

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

11. إذا كان $2x > 16$ ، فإن $x > 8$ $x \leq 8$
12. $\angle 1$ و $\angle 2$ ليستا زاويتين متكاملتين. $\angle 1$ و $\angle 2$ عبارة عن زاويتين متكاملتين.
13. إذا كان المستقيمان لهما نفس الميل، فإنهما متوازيان. المستقيمان غير متوازيين.
14. إذا كانت الزاويتان الداخليتان المتقابلتان للزاويتان المتقابلتين متساويتين، فإن الزاويتين متكاملتين. هذين المستقيمين يكونان متوازيين. المستقيمان غير متوازيين.
15. إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثاً غير متساوي الزوايا. المثلث متساوي الزوايا.
16. العدد الفردي لا يقبل القسمة على 2. العدد الفردي يقبل القسمة على 2.

مثال 2

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة. 17-20. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

17. إذا كان $2x - 7 > -1$ ، فإن $x > -2$ $x < -2$
18. إذا كان $-33 < 5x + 12$ ، فإن $x < -9$ $x > -9$
19. إذا كان $-3x + 4 < 7$ ، فإن $x > -1$ $x < -1$
20. إذا كان $12 > 2x - 6$ ، فإن $x < -9$ $x > -9$

مثال 3

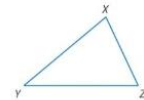
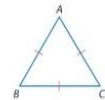
21. ألعاب الكمبيوتر اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة AED 80 بعد مرور بضعة أسابيع. سألته صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن AED 40. انظر الهامش.

22. جميع التبرعات تحتفل مدرسة أمال بهرجان الخريف لجميع التبرعات للأعمال الخيرية المحلية. تصل تكلفة تذكرة الفرد البالغ لدخول المهرجان AED 6 وتذكرة الطفل AED 2.50. إذا كان إجمالي ما تم بيعه من التذاكر 375 تذكرة، و زاد الربح عن AED 1460، فأثبت أنه تم بيع 150 تذكرة على الأقل من تذاكر البالغين. انظر الهامش.

المثالان 4-5

الفرضيات اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة. 23-32. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

23. المعطيات: XY هو عدد فردي صحيح. المطلوب: x و y هما عددان صحيحان فرديان
24. المعطيات: n^2 هو عدد زوجي. المطلوب: n^2 يقبل القسمة على 4.
25. المعطيات: x هو عدد فردي. المطلوب: x لا يقبل القسمة على 4.
26. المعطيات: XY هو عدد صحيح زوجي. المطلوب: x أو y هو عدد صحيح زوجي.
27. المعطيات: $XZ > YZ$ $\angle X \neq \angle Y$ المطلوب: $XZ \neq YZ$
28. المعطيات: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع. المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الزوايا.



29. في المثلث متساوي الساقين لا يمكن أن تكون إحدى زوايا القاعدة زاوية قائمة.

30. توجد زاوية قائمة واحدة في المثلث.

31. اكتب برهاناً غير مباشر للنظرية 4.10.

32. اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ فإن b يكون سالبة.

241

3 التبرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الفرضيات يفهم الطلاب المتفوقون في الرياضيات الافتراضات والتعريفات والتناقض المثبتة سابقاً المذكورة ويستخدمونها في إنشاء الفرضيات. في التمارين من 23 إلى 32، شجّع الطلاب على التخطيط لبراهينهم قبل البدء.

إجابات إضافية

21. افترض أن تكلفة لعبة هي x وتكلفة اللعبة الأخرى هي y .

الخطوة 1 المعطيات: $x + y > 80$

المطلوب إثباته: $x > 40$ أو $y > 40$

برهان غير مباشر:

افترض أن $x \leq 40$ و $y \leq 40$

الخطوة 2 إثباته: إذا كانت $x \leq 40$ و $y \leq 40$ ، فإن $x + y \leq 40 + 40 = 80$ أو $x + y \leq 80$. هذا تناقض لأننا نعلم أن $x + y > 80$.

الخطوة 3 بما أن افتراض أن $x \leq 40$ و $y \leq 40$ يؤدي إلى تناقض مع حقيقة معروفة، لا بد أن يكون الافتراض خاطئاً. ولهذا، لا بد أن يكون الاستنتاج بأن $x > 40$ أو $y > 40$ صحيحاً.

ولهذا، لا بد أن إحدى الألعاب على الأقل قد تكلفت أكثر من AED 40.

الخطوة 1 افترض أنه تم بيع أقل من 150 تذكرة للبالغين.

الخطوة 2 إذا تم بيع 149 تذكرة للبالغين، ففد تم بيع $375 - 149 = 226$ تذكرة للأطفال.

إجمالي الربح من 149 تذكرة للبالغين و 226 تذكرة للأطفال يبلغ (AED 2.50)(226) + (AED 6)(149) = AED 1459.

الخطوة 3 الاستنتاج خطأ. إذاً لا بد أن الافتراض خطأ. ولهذا، عدد تذاكر البالغين المبعة أكبر من أو يساوي 150.

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومي
AL مبتدئ	11-30, 40, 41, 43-59	40, 41, 43, 44-59 زوجي 12-30
OL أساسي	11-29, 31-41, 43-59	11-30, 45-48 فردي 31-41, 43, 49-59
BL متقدم	31-56, (اختباري 57-59)	

تدريس الممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يدرك الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات والعلاقات بينها في مواقف المسائل. في التمرين 36. أوضح للطلاب أنه في البرهان غير المباشر سيخترضون إن إحدى العبارات غير صحيحة.

33. **كرة السلة** في رياضة كرة السلة، توجد ثلاث طرق ممكنة لتسجيل ثلاث نقاط دفعة واحدة، يمكن للاعب التسجيل في السلة من خلف خط الثلاث نقاط، أو قد تتم عرقلة اللاعب أثناء تسجيله رمية الخططين وتحسب له رمية حرة، أو قد تتم عرقلة اللاعب خلف خط الثلاث نقاط وتحسب له ثلاث رميات حرة. عندما دخلت حصة في أحد صفوف الانتظار، كانت النتيجة 28 نقطة للفريق الضيف و 26 نقطة للفريق الزائر. وعند عودتها، كانت النتيجة 28 للفريق الضيف و 29 للفريق الزائر. استنتجت حصة أن أحد لاعبي الفريق الزائر قام بتسجيل رمية ثلاثية. أثبت أو ادحض افتراضها باستخدام البرهان غير المباشر. **انظر الهامش.**

34. **الألعاب** تدور لعبة حاسوب حول فارس في مهمة للبحث عن الكنز. وفي نهاية الرحلة، يقترّب الفارس من البابين الظاهرين بالأسفل.



يخير أحد الخدم الفارس أن إحدى العلامتين خاطئة والأخرى صحيحة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لتحديد الباب الذي يجب أن يختاره الفارس. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**



35. **تطلعات الرأي** أجرت مكتبة بلدية المحلية استطلاعات من خلال الإنترنت للمراهقين لمعرفة الأنشطة التي يشاركون فيها المراهقون للحفاظ على البيئة. جاءت نتائج الاستطلاع كما هو موضح في الرسم البياني.

- المطلوب: أكثر من نصف المراهقين المشاركين قالوا إنهم يقومون بإعادة التصنيع للحفاظ على البيئة.
- a-b. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.** إذا تم أخذ رأي 400 مراهق في استطلاع الرأي، فأثبت أن 92 مراهقًا قالوا إنهم شاركوا في يوم الحفاظ على الأرض.

36. **الاستنتاج** يمتلك كل من ناصر ومنصور ومحمود سيارات ذات ألوان مختلفة. توجد عبارة واحدة صحيحة بين العبارات التالية. استخدم الاستنتاج غير المباشر لتحديد العبارة الصحيحة. اشرح.

- (1) ناصر لديه سيارة حمراء.
 - (2) منصور ليس لديه سيارة حمراء.
 - (3) محمود ليس لديه سيارة زرقاء.
- العبارة 2:** الإجابة النموذجية: إذا افترضت أن العبارة 2 غير صحيحة، أو "منصور لديه سيارة حمراء"، فهذا يناقض العبارة 1 "ناصر لديه سيارة حمراء"، إذا العبارة 2 صحيحة. إذا افترضت أن العبارتين 1 و 3 غير صحيحتين، فلن تتناقض أي من العبارتين المتبقيتين مع الافتراض.

حدد إذا ما كان من الممكن إثبات صحة كل عبارة حول المسافة الأقصر بين نقطة ومستقيم أو مستوى باستخدام البرهان المباشر أو غير المباشر. ثم اكتب برهاناً لكل عبارة. 37-38. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

37. المعطيات: $\overline{AB} \perp$ المستقيم p
المطلوب: \overline{AB} هي القطعة المستقيمة الأقصر من A إلى المستقيم p .
38. المعطيات: $\overline{PQ} \perp$ المستوى M
المطلوب: \overline{PQ} هي القطعة المستقيمة الأقصر من P إلى المستوى M .



39. نظرية الأعداد في هذه المسألة، ستضع تخميناً وتثبتته حول علاقة نظرية الأعداد.

- a. اكتب تعبيراً حول مجموع مكعب أحد الأعداد والعدد ثلاثة. $n^3 + 3$
b. أنشئ جدولاً يمثّل على قيمة التعبير لـ 10 قيم مختلفة لـ n . أضف فيها زوجية وفردية لـ n . انظر ملحق إجابات الوحدة 4.
c. اكتب تخميناً حول n عندما تكون قيمة التعبير زوجية.
d. اكتب برهاناً غير مباشر لتخمينك. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

39c. الإجابة النموذجية: إذا كانت القيمة $n^3 + 3$ زوجية، فإن القيمة n تكون فردية.

مساكن مهارات التفكير العليا

40. الكتابة في الرياضيات اشرح الإجراء لكتابة برهان غير مباشر. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

41. مسألة غير محددة الإجابة اكتب عبارة يمكن إثباتها باستخدام البرهان غير المباشر. أضف برهاناً غير مباشر لمباركك. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

42. تحجّج إذا كان X عدداً نسبياً، فيمكن تشيئه بناتج النسبة $\frac{X}{2}$ بالنسبة للعددين الصحيحين a و b . إذا كان $a \neq 0$ لا يمكن تشيئ العدد غير النسبي بناتج قسمة عددين صحيحين. اكتب برهاناً غير مباشر لإظهار أن ناتج ضرب عدد نسبي غير صفري وعدد غير نسبي يكون عدداً غير نسبي. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

43. النقطة نحاول كل من أسماء وإيمان إثبات العبارة التالية باستخدام البرهان غير المباشر. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

إذا كان مجموع العددين زوجياً، فإن الأعداد زوجية.

أسماء	إيمان
العبارة صحيحة. إذا كان أحد الأعداد زوجياً والعدد الآخر صفراً، فإن المجموع يكون زوجياً. بما أن الافتراض يكون صحيحاً حتى عندما يكون الاستنتاج خاطئاً، فإن العبارة صحيحة.	العبارة صحيحة. إذا كان العددين فرديين، فإن المجموع يكون زوجياً. بما أن الافتراض يكون صحيحاً عندما يكون الاستنتاج خاطئاً، فإن العبارة صحيحة.

44. الكتابة في الرياضيات راجع التمرين 8. اكتب النعكس الإيجابي للعبارة ثم اكتب البرهان المباشر للنعكس الإيجابي. كيف يتصل كل من البرهان المباشر للنعكس الإيجابي للعبارة والبرهان غير المباشر للعبارة؟

تدريس الممارسات

في الرياضيات

التفكير النقدي يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات التمييز بين المنطق السليم والاستنتاج الخاطئ. في التمرين 43، ينبغي على الطلاب أن يدركوا أنه يكفي لرفض عبارة مثال مضاد واحد، كما تفعل إيمان. لم تكن أسماء محقة في قول إنه إذا صح الافتراض وأخطأ الاستنتاج، تكون العبارة صحيحة.

إجابات إضافية

33. نعلم أن الفريق الآخر سجّل 3 نقاط، وتعتمد حصة أنهم أحرزوا ضربة بثلاث نقاط. نعلم أيضاً أن اللاعب يستطيع تسجيل 3 نقاط عن طريق إحراز تسجيل في السلة والحصول على رمية بسبب خطأ ضده.

الخطوة 1 افترض أن لاعباً في الفريق الآخر أحرز رمية في السلة بنقطتين ورمية مقابل خطأ ضده.

الخطوة 2 كانت نقاط الفريق الآخر قبل مفادرة حصة تبلغ 26. إذا نقاطهم بعد إحراز رمية بنقطتين ورمية مقابل خطأ ضدهم تبلغ $26 + 3$ أو 29.

الخطوة 3 التناظر صحيحة عندما نفترض أن الفريق الآخر أحرز رمية بنقطتين ورمية من خطأ ضده. إذا فقد لا يكون افتراض حصة صحيحاً. ربما يكون الفريق الآخر قد أحرز رمية بثلاث نقاط أو رمية بنقطتين ورمية مقابل خطأ ضدهم.

34. الباب الذي على اليسار. إذا كانت لافتة الباب الذي على اليمين صحيحة، فكلتا اللافتتين صحيحتان. لكن إحدى اللافتتين خطأ. إذا لافتة الباب الذي على اليمين لا يد أن تكون خطأ.

التدريس المتمايز

التوسع اكتب برهاناً غير مباشر للعبارة التالية.

المعادلة $x^2 - y^2 = 1$ ليس لها حلول تحتوي على عدد صحيح موجب.

الخطوة 1 افترض أن هناك حل (x, y) للمعادلة $x^2 - y^2 = 1$. حيث x و y عددين صحيحان موجبان.
الخطوة 2 التعبير $x^2 - y^2$ يتحول إلى العوامل $(x - y)(x + y)$. إذا كان x و y عددين صحيحان، فإن أيًا من $x - y = 1$ و $x + y = 1$ أو $x - y = -1$ و $x + y = -1$ ، يحل نظام المعادلات في الحالة الأولى. نجد أن $x = 1$ و $y = 0$. بما أن صفر ليس عدداً موجباً، يتعارض هذا مع افتراضنا. في الحالة الثانية، نجد أن $x = -1$ و $y = 0$. وهو ما يتعارض أيضاً مع افتراضنا.
الخطوة 3 لهذا، فالعبارة الأصلية الغائلة بأن $x^2 - y^2 = 1$ ليس لها حلول تحتوي على عدد صحيح موجب لا بد أن تكون صحيحة.

4 التقييم

بطاقة التحق من استيعاب الطلاب
قبيل انتهاء الصف، اجعل الطلاب يشرحوا السبب في أن ارتفاع ضلع في مثلث لا يمكن أن يزيد الضلعين الآخرين في المثلث.

إجابة إضافية

49. المعطيات: \overline{RO} ينصف $\angle SRT$.

المطلوب إثباته:

$$m\angle SQR > m\angle SRQ$$



البرهان:

العبارة (المبررات)

1. \overline{RO} زاوية $\angle SRT$. (معطى)

$$2. \angle SRQ \cong \angle QRT$$

(تعريف منصف الزاوية)

$$3. m\angle QRS = m\angle QRT$$

(\cong)

$$4. m\angle SQR = m\angle T + m\angle QRT$$

(ظلمة الزاوية الخارجية)

$$5. m\angle SQR > m\angle QRT$$

(المتباينة)

$$6. m\angle SQR > m\angle SRQ$$

(التعويض)

تمرين على الاختبار المعيارى

47. صف زوايا $\triangle MNO$ بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر إذا كان $MN = 9$ و $NO = 7.5$ و $OM = 12$.

F $\angle N, \angle O, \angle M$

G $\angle O, \angle M, \angle N$

H $\angle O, \angle N, \angle M$

J $\angle M, \angle O, \angle N$

48. SAT/ACT إذا كان $a > b$ ، فأي مما يلي لا بد أن يكون صحيحاً؟

A $-a > -b$

B $3a > b$

C $a^2 < b^2$

D $a^2 < ab$

E $-b > -a$

45. إجابة مختصرة اكتب معادلة في صيغة الميل والمقطع لوصف المستقيم الذي يمر بالنقطة $(5, 3)$ ويوازي المستقيم الذي تمثله المعادلة $-2x + y = -4$.

46. عبارة: إذا كانت $\angle A \cong \angle B$ و $\angle A$ مكمل لـ $\angle C$ ، فإن $\angle B$ مكمل لـ $\angle C$.

ثبت بنية العبارة السابقة من خلال التناقض. فقد بدأت بافتراض أن $\angle B$ غير مكمل لـ $\angle C$. أي من التعريفات التالية ستستخدمه بنية للوصول إلى التناقض؟

A تعريف التناظر

B تعريف الزوج الخفي

C تعريف الزاوية القائمة

D تعريف الزوايا المتكاملة

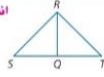
مراجعة شاملة

49. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: \overline{RQ} ينصف $\angle SRT$.

المطلوب: $m\angle SQR > m\angle SRQ$

انظر الهامش.



الهندسة الإحداثية حدد إحداثيات مركز الدائرة المحيطة لكل مثلث له رؤوس معلومة.

50. $D(-3, 3), E(3, 2), F(1, -4)$

51. $A(4, 0), B(-2, 4), C(0, 6)$

52. $m\angle 1$ 26

53. $m\angle 4$ 64

54. $x + 3y = 6$

55. $y = 2x + 2$

56. $x + 3y = -14$

57. $\sqrt{40} \approx 6.3$

58. $y = 2x - 3$

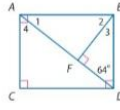
59. $\sqrt{5} \approx 2.2$

56. إعادة التدوير راجع مخطط فن الذي يمثل عدد الأحياء في مدينة معينة المشتركة في برنامج إعادة تدوير مخلفات الأرضية من الورق أو الألومنيوم.

a. كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير الألومنيوم؟ 24

b. كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير كل من الورق أو الألومنيوم أو كليهما؟ 36

c. كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير الورق والألومنيوم؟ 4



مراجعة المهارات

حدد ما إذا كانت كل متباينة صحيحة أم خاطئة.

57. $23 - 11 > 9$ صحيحة

58. $41 - 19 < 21$ خاطئة

59. $57 + 68 < 115$ خاطئة



مختبر تقنية التمثيل البياني

متباينة المثلث

4-5

مختبر تقنية التمثيل البياني

1 التركيز

الهدف استخدام التقنية لاستكشاف متباينات المثلث.

2 التدريس

العمل بصورة مستقلة

يستطيع الطلاب العمل بمفردهم أو في مجموعات ثنائية من الطلاب مختلفي القدرات. اطلب من الطلاب أن يتخذوا النشاط أثناء الإجابة على التمارين من 1 إلى 6.

اسأل الطلاب عن الرابط بين تخمينهم في التمرين 4 وما لاحظوه. اجعل الطلاب يحددوا كيفية النظر على الرأس A وسحبه بحيث يقع على أقصر مسافة من الرأس B.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرين 7 بمفردهم.

3 التقييم

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون العلاقات بين أطوال أضلاع المثلثات.

من العملي إلى النظري

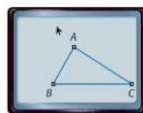
اجعل الطلاب يرسمون مثلثًا على ورقة تمثيلات بيانية. اطلب منهم أن يتبادلوا مثلثاتهم مع زملائهم. اجعل الطلاب يتوصلوا إلى أطوال الأضلاع ويكتبوا المتباينات للتعبير عن العلاقات بين الأطوال.

يتمكّن استخدام تطبيق خاص على بعض حاسبات التمثيل البياني لاكتشاف خصائص المثلثات.

نشاط 1

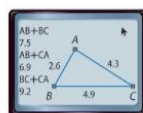
صمم مثلثًا. لاحظ العلاقة بين مجموع طولي ضلعين وطول الضلع الآخر.

الخطوة 1: ارسم مثلثًا باستخدام أداة المثلث الموجودة في قائمة F2. ثم استخدم الأداة Alpha-Num الموجودة في قائمة F5 لتسمية الرؤوس بالأحرف A، B، و C.



الخطوة 1

الخطوة 2: ثم بالوصول إلى أداة distance & length (المسافة والطول) الموضحة باسم D. & Length Measure (قياس) في القائمة F5. استخدم الأداة لقياس كل ضلع من أضلاع المثلث.



الخطوات 2 و 3

الخطوة 3: اعرض $AB + BC$ و $AB + CA$ و $BC + CA$ باستخدام أداة Calculate (احسب) في القائمة F5. أطلق أسماء على القياسات.

الخطوة 4: انظر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث.

تحليل النتائج

1. استبدل كل \otimes بأحد الرموز $>$ ، $<$ ، أو $=$ لجعل العبارة صحيحة.
 $AB + BC \otimes CA$ $AB + BC > CA$ $AB + CA \otimes BC$ $AB + CA > BC$ $BC + CA \otimes AB$ $BC + CA > AB$
2. انظر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث. ثم راجع إجاباتك على التمرين 1. ماذا تلاحظ؟ **بقيت المتباينات كما هي.**
3. انقر على النقطة A واسحبها لكي تقع على المستقيم BC. ماذا تلاحظ حول AB و BC و CA؟ هل الرموز A، B، و C تمثل رؤوس المثلث؟ اشرح.
4. **الإجابة النموذجية:** $AB + BC = CA$ ، لا. التقاط ليست رؤوس للمثلث لأنها على مستقيم واحد.
5. **مجموع طولي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.** هل القياسات والملاحظات التي دونتها في النشاط والتمرين 1-3 تمثل برهانًا للتخمين الذي قُنت به في التمرين 4؟ اشرح. **انظر الهامش.**
6. استبدل كل \otimes بأحد الرموز $>$ ، $<$ ، أو $=$ لجعل العبارة صحيحة.
 $|AB - BC| \otimes CA$ $|AB - CA| \otimes BC$ $|BC - CA| \otimes AB$
7. ثم انظر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث ومراجعة إجاباتك. ماذا تلاحظ؟ $|AB - BC| < CA$ ؛ $|AB - CA| < BC$ ؛ $|BC - CA| < AB$ ؛ **تظل جميع المتباينات كما هي.**

كيف تمكّنت من استخدام ملاحظاتك لتحديد الأطوال الخمسة للضلع الثالث بالمثلث من خلال معرفة طولي الضلعين الآخرين؟ **انظر الهامش.**

مختبر تقنية التمثيل البياني © حاسوبية لسان طلبة Education 188

إجابات إضافية

5. لا؛ ثم التوصل إلى التخمين في التمرين 4 باستخدام الاستنتاج الاستقرائي، وهو ليس طريقة صالحة لإثبات التخمين.
7. سيظل طول الضلع الثالث عن مجموع طولي الضلعين الآخرين ويزيد على القيمة المطلقة للفرق بين طولي الضلعين الآخرين.