

تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية

2-2



- المسبق:** • مكنت الدوال الخطية والتربيعية والأسية بيانياً.
- الحالي:** 1 تحديد الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة.
- 2 كتابة المعادلات التي تمثل البيانات.
- لماذا؟** • بيع فريق الجولف في كل سنة الحلوى لجميع المال لجيديات الحيرية. ومن خلال معرفة نوع الدالة الذي يمثل مبيعات الحلوى، يمكنك تحديد أفضل سعر للحلوى.

1 تحديد الدوال يمكنك استخدام الدوال الخطية والدوال التربيعية والدوال الأسية لتمثيل البيانات. فيما يلي قائمة بالصيغ العامة للمعادلات وتمثيل بياني لكل نوع من الدوال.

ملخص المفهوم الدوال الخطية وغير الخطية		
الدالة الأسية	الدالة التربيعية	الدالة الخطية
$y = ab^x$ حيث $b > 0$	$y = ax^2 + bx + c$	$y = mx + b$

McGraw-Hill Education © جميع الحقوق محفوظة

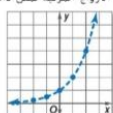
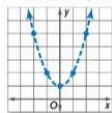
مثال 1 اختيار نموذجاً باستخدام تمثيل النماذج

مثل بيانياً كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية.

- a. $\{(-2, 5), (-1, 2), (0, 1), (1, 2), (2, 5)\}$ b. $\{(-2, \frac{1}{4}), (-1, \frac{1}{2}), (0, 1), (1, 2), (2, 4)\}$

يظهر أن الأزواج المرتبة تمثل دالة تربيعية.

يظهر أن الأزواج المرتبة تمثل دالة أسية.



تمرين موجّه

- 1A. $(-2, -3), (-1, -1), (0, 1), (1, 3)$

- 1B. $(-1, 0.25), (0, 1), (1, 4), (2, 16)$

أسية

1 التركيز

تخطيط رئيسي

قبل الدرس 2-2 ارسم الدوال الخطية والتربيعية والأسية بيانياً.

الدرس 2-2 عرف الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة. اكتب المعادلات التي تشكل هذه البيانات.

بعد الدرس 2-2 ارسم معادلات التنوع المباشرة وحلها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ في الدرس.

أسأل:

- إذا كانت بيانات تكلفة 1-4 أرطال من الحلوى التابعة تنتج عنها البيانات التالية، فهل هذه متتالية هندسية؟

لا

الأرطال	1	2	3	4
السعر (in AED)	4	8	12	16

- ما هو الفرق المشترك لهذه المتتالية؟ 4

- ما المعادلة التي تمثل هذه الدالة؟ $y = 4x$ حيث تكون $x =$ عدد الأرطال و $y =$ السعر

1 تعريف الدوال

مثال 1 بين طريقة استخدام الرسم البياني لمجموعة أزواج من الأوامر لتحديد ما إذا كانت البيانات تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية. **مثال 2** بين كيفية البحث عن نمط في جدول القيم لتحديد ما إذا كانت البيانات تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية.

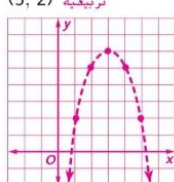
التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 قم بعمل رسم بياني لكل مجموعة من أزواج الأوامر. حدد ما إذا كانت أزواج الأوامر تمثل دالة خطية أو تربيعية أو أسية.

a. (1, 2), (2, 5), (3, 6), (4, 5), (5, 2)



b. $(-1, 6)$, $(0, 2)$, $(1, \frac{2}{3})$

(2, $\frac{2}{9}$) أسية



طريقة أخرى لتحديد بصرف أي نموذج يصف البيانات أفضل هو استخدام الأنماط. تُسمى فروق قيم y المتتالية الفروق الأولى. تُسمى فروق الفروق الأولى المتتالية الفروق الثانية. إذا كانت جميع فروق قيم y المتتالية متساوية، فإن الدالة تمثل دالة خطية. إذا كانت الفروق الثانية متساوية جيبًا، ولكن الفروق الأولى غير متساوية، فإن البيانات تمثل دالة تربيعية. إذا كانت نسبة قيم y المتتالية متساوية جيبًا، و $x \neq 1$ ، فإن البيانات تمثل دالة أسية.

مثال 2 اختيار نموذجًا باستخدام الفروق أو النسب

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات.

a.	x	-2	-1	0	1	2
	y	-8	-3	2	7	12

الفروق الأولى: $-8, -3, 2, 7, 12$
 $\begin{array}{cccccc} & -8 & -3 & 2 & 7 & 12 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & \end{array}$

بما أن الفوارق الأولى متساوية جميعها، فإن جدول القيم يمثل دالة خطية.

b.	x	-1	0	1	2	3
	y	8	4	2	1	0.5

الفروق الأولى: $8, 4, 2, 1, 0.5$
 $\begin{array}{cccccc} & 8 & 4 & 2 & 1 & 0.5 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & -4 & -2 & -1 & -0.5 & \end{array}$

الفروق الأولى ليست جميعها متساوية، إذاً لا يمثل جدول القيم دالة خطية. أوجد الفروق الثانية وقارن.

الفروق الثانية: $-4, -2, -1, -0.5$
 $\begin{array}{cccccc} & -4 & -2 & -1 & -0.5 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 2 & 1 & 0.5 & \end{array}$

الفروق الثانية ليست جميعها متساوية، إذاً لا يمثل جدول القيم دالة تربيعية. أوجد نسب قيم y ثم قارن.

النسب: $\frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{1}{0.5} = 2$
 $\begin{array}{cccccc} 8 & 4 & 2 & 1 & 0.5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{4}{8} = \frac{1}{2} & \frac{2}{4} = \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2} & \end{array}$

نسب قيم y المتتالية متساوية، وبالتالي، يمكن تمثيل جدول القيم عن طريق دالة أسية.

تمرين موجّه

2A.	x	-3	-2	-1	0	1
	y	-3	-7	-9	-9	-7

تربيعية

2B.	x	-2	-1	0	1	2
	y	-18	-13	-8	-3	2

خطية

2 كتابة المعادلات عندما تجد النموذج الأفضل في وصف البيانات، فيمكن كتابة معادلة للدالة بالنسبة للدالة التربيعية في هذا درس. سيكون للمعادلة هذه الصيغة $y = ax^2$.

التدريس بالتكنولوجيا

تسجيل مقاطع الفيديو قم بإعداد مقدمة في مقطع فيديو صغير لعرضه في بداية الوحدة. ومن ثم التوضيح من خلال أمثلة إضافية مع الوحدة.

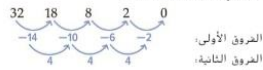
التركيز على المحتوى الرياضي

الأنماط في البيانات بالنسبة لجدول القيم كي يكون مفيداً في تحديد أي تمثيل يصف مجموعة البيانات على نحو أفضل، يجب أن تزيد القيم x أو تقل بمقدار ثابت. وإذا لم يكن الأمر كذلك، فلا يمكن استخدام الطرق الموضحة في هذه الصفحة بعد ذلك.

مثال 3 كتابة معادلة

حدد نوع النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

الخطوة 1 حدد أي نموذج يلائم البيانات.



الفروق الأولى:
الفروق الثانية:

بما أن الفروق الثانية متساوية، فإن الدالة الخطية تمثل البيانات.

الخطوة 2 اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

المعادلة لها الصيغة التالية $y = ax^2$. أوجد قيمة a عن طريق اختيار زوج واحد من الأزواج المرتبة. لنستخدم (2, -4).

$$y = ax^2 \quad \text{معادلة للدالة التربيعية}$$

$$-4 = a(2)^2 \quad x = 2, y = -4$$

$$-4 = 4a$$

$$y = 2x^2 \quad \text{المعادلة التي تمثل البيانات هي}$$

تدربين موجه

3A.

x	-2	-1	0	1	2
y	11	7	3	-1	-5

3B.

x	-3	-2	-1	0	1
y	0.375	0.75	1.5	3	6

انتبه!

إيجاد a في المثال 3. y يمكن استخدام النقطة (0, 0) لإيجاد قيمة a . سيضع عليك تقسيم كل طرف على 0. ما يعطيك قيمة غير محددة لـ a .

مثال إضافي

2 ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع تمثيل يصف البيانات على نحو أفضل.

a.

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	1	3	5	7

خطية

b.

x	-2	-1	0	1	2
y	36	12	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{9}$

أسية

2 اكتب المعادلات

مثال 3 بين طريقة كتابة معادلة لدالة مشكّلة عن طريق مجموعة بيانات.

مثال 4 بين طريقة كتابة دالة تشكّل بيانات من العالم الواقعي.

أمثلة إضافية

3 حدد أي نوع تمثيل يصف البيانات على نحو أفضل. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

x	0	1	2	3	4
y	-1	-8	-64	-512	-4096

$$y = -(8)^x \quad \text{أسية}$$

4 الكاراتيه يبين الجدول عدد الأطفال المسجلين في فئة الهيتدين لتعلم الكاراتيه لمدة أربع سنوات متتالية. حدد أي نوع تمثيل يمثل البيانات. ثم اكتب معادلة تمثل هذه البيانات.

الوقت (ساعات)	0	1	2	3	4
عدد الملتحقين	8	11	14	17	20

$$y = 3x + 8 \quad \text{خطية}$$

نصائح للمعلمين الجدد

التحقق من المعادلة شجّع الطلاب أن يتحققوا من أن الأزواج المرتبة تعي بالمعادلة المكتوبة.

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة معادلة لموقف من الحياة اليومية

نادي الكتاب يوضح الجدول عدد أعضاء نادي الكتاب لأربع سنوات متتالية. حدد أي نموذج هو الأفضل في تمثيل البيانات. ثم اكتب دالة تمثل البيانات.

الوقت (السنوات)	0	1	2	3	4
الأعضاء	5	10	20	40	80

الاستيعاب يجب علينا إيجاد نموذج للبيانات. وبعد ذلك كتابة دالة.

الخطوة إيجاد نموذج باستخدام الفروق المتتالية أو النسب. وبعد ذلك استخدام الصيغة العامة للمعادلة لكتابة دالة.

الحل النسبة الثابتة هي 2. هذه قيمة القاعدة. تمثل الدالة الأسية بالصيغة $y = ab^x$ البيانات.

$$y = ab^x \quad \text{معادلة للدالة الأسية}$$

$$5 = a(2)^0 \quad b = 2 \text{ و } b = 2$$

$$5 = a$$

$$y = 5 \cdot 2^x \quad \text{الدالة التي تمثل البيانات هي}$$

تحقق استخدمت (0, 5) لكتابة الدالة. تحقق أن كل زوج مرتب آخر يحقق المعادلة.

تدربين موجه

عدد الخطوط	5	6	7	8
التكلفة الإجمالية (AED)	14.50	16.60	18.70	20.80

4. إعلانات يوضح الجدول تكلفة وضع إعلان في صحيفة. حدد النموذج الذي يصف البيانات بأفضل صورة واكتب دالة تمثل البيانات.

$$C = 2.1n + 4 \quad \text{خطية}$$



الربط بالحياة اليومية

أظهر استطلاع أجرته الجمعية الوطنية للتعليم أن 87% من جميع المراهقين المشاركين في الاستطلاع وجدوا أن القراءة باعثة على الاسترخاء. وراي 85% أن القراءة مفيدة. ووجد 79% أن القراءة ممتعة. المصدر: Society Demographics

التدريس المتميز

الطلاب اللغويين/اللغويين اطلب من الطلاب كتابة قائمة نصائح لمساعدة أي شخص في تحديد التمثيل الذي يصف مجموعة البيانات وكتابة معادلة دالة على نحو أفضل.

3 التمارين

التقويم التكويني

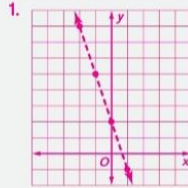
استخدم التمارين 1-13 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات المنزلية لطلابك.

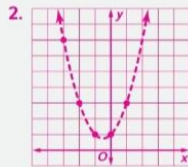
تنبيه حول التمارين

ورق الرسم البياني بالنسبة للتمارين 1-4 و 14-19 و 27. سيحتاج الطلاب إلى ورق رسم بياني.

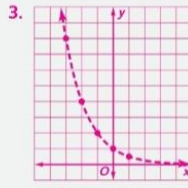
إجابات إضافية



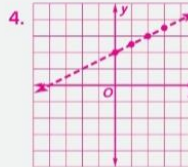
خطية



تربيعية



أسية



خطية

التحقق من فهمك

مثّل بيانيًا كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية. 1-4. انظر الهامش.

مثال 1

1. $(-2, 8), (-1, 5), (0, 2), (1, -1)$ 2. $(-3, 7), (-2, 3), (-1, 1), (0, 1), (1, 3)$

3. $(-3, 8), (-2, 4), (-1, 2), (0, 1), (1, 0.5)$ 4. $(0, 2), (1, 2.5), (2, 3), (3, 3.5)$

مثال 2

ابحث عن النمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات.

5.

x	0	1	2	3	4
y	5	8	17	32	53

تربيعية

6.

x	-3	-2	-1	0
y	-6.75	-7.5	-8.25	-9

خطية

7.

x	-1	0	1	2	3
y	3	6	12	24	48

أسية

8.

x	3	4	5	6	7
y	-1.5	0	2.5	6	10.5

تربيعية

مثال 3

حدد نوع النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

9.

x	-1	0	1	2	3
y	1	3	9	27	81

أسية: $y = 3^x$

10.

x	-5	-4	-3	-2	-1
y	125	80	45	20	5

تربيعية: $y = 5x^2$

11.

x	-3	-2	-1	0	1
y	1	1.5	2	2.5	3

خطية: $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

12.

x	-1	0	1	2
y	-1.25	-1	-0.75	-0.5

خطية: $y = \frac{1}{4}x - 1$

مثال 4

13. البيانات بوضوح الجدول ارتفاع أحد النباتات الأربعة أسابيع متتالية. حدد أي نوع من الدوال يُمثل الارتفاع بأفضل صورة. ثم اكتب دالة تمثل البيانات.

الأسبوع	0	1	2	3	4
الطول (cm)	3	3.5	4	4.5	5

خطية: $y = 0.5x + 3$

التدوين وحل المسائل

مثال 1

مثّل بيانيًا كل مجموعة من الأزواج المرتبة. حدد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تمثل دالة خطية أم دالة تربيعية أم دالة أسية.

14. $(-1, 1), (0, -2), (1, -3), (2, -2), (3, 1)$ 15. $(1, 2.75), (2, 2.5), (3, 2.25), (4, 2)$

16. $(-3, 0.25), (-2, 0.5), (-1, 1), (0, 2)$ 17. $(-3, -11), (-2, -5), (-1, -3), (0, -5)$

18. $(-2, 6), (-1, 1), (0, -4), (1, -9)$ 19. $(-1, 8), (0, 2), (1, 0.5), (2, 0.125)$

المثالان 2-3

ابحث عن النمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

20.

x	-3	-2	-1	0
y	-8.8	-8.6	-8.4	-8.2

خطية: $y = 0.2x - 8.2$

21.

x	-2	-1	0	1	2
y	10	2.5	0	2.5	10

تربيعية: $y = 2.5x^2$

22.

x	-1	0	1	2	3
y	0.75	3	12	48	192

أسية: $y = 4 \cdot 3^x$

23.

x	-2	-1	0	1	2
y	0.008	0.04	0.2	1	5

أسية: $y = 5 \cdot 0.2^x$

24.

x	0	1	2	3	4
y	0	4.2	16.8	37.8	67.2

تربيعية: $y = 4.2x^2$

25.

x	-3	-2	-1	0	1
y	14.75	9.75	4.75	-0.25	-5.25

خطية: $y = -5x - 0.25$

خيارات الواجب المنزلي المتغير

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين	
أساسي	14-26, 32-56	15-25, 36-39	14-26, 32-35, 40-56
رئيسي	15-25, 27-30, 32-56	14-26, 36-39	27-30, 32-35, 40-56
متقدم	27-56		

تدريس التمارين الرياضية

البراهين يبرهن الطلاب المتفوقون في الرياضيات على نحو استقرائي. في تمرين 32، اطلب من الطلاب البحث عن نمط.

مثال 4

26. المواقع الإلكترونية تتبع إحدى الشركات عدد زوار موقعها الإلكتروني على مدى 4 أيام. حدد أي نموذج هو الأفضل في تمثيل عدد زوار الموقع فيما يتعلق بالوقت. اكتب دالة تمثل البيانات.

اليوم	0	1	2	3	4
زوار (بآلاف)	0	0.9	3.6	8.1	14.4

27. المكالمة تعتمد تكلفة المكالمة الدولية على طول المكالمة. ووضح الجدول التكلفة حتى 6 دقائق.

طول المكالمة (بالدقيقة)	1	2	3	4	5	6
التكلفة (AED)	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72

- a. سأل البيانات بياناً وحدد أي نوع من الدوال يمثل البيانات بأفضل صورة.
b. اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات. $y = 0.12x$
c. استخدم معادلتك لتحديد تكلفة مكالمة تستغرق 10 دقائق. **1.20 AED**

28. انخفاض القيمة تنخفض قيمة سيارة ما بمرور الوقت. ووضح الجدول قيمة السيارة خلال مدة من الزمن.

العام	0	1	2	3	4
القيمة (AED)	18,500	15,910	13,682.60	11,767.04	10,119.65

- a. حدد أي نوع من الدوال هو الأفضل في تمثيل البيانات. **الأسية**
b. اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات. $v = 18,500 \cdot (0.86)^t$
c. استخدم معادلتك لتحديد الثمن الذي تستحقه السيارة بعد 7 سنوات. **AED 6436.66**

29. البكتيريا يقدر العلماء أن مزرعة بكتريا يبلغ تعدادها الأولي 12 سوف تتضاعف كل ساعة.

- a. أنشئ جدولاً يوضح تعداد البكتريا في الأربع ساعات الأولى.
b. أي نوع من النماذج يمثل البيانات بأفضل صورة؟ **الأسية**
c. اكتب دالة تمثل البيانات. $b = 12 \cdot 3^t$
d. كم سيصبح عدد البكتريا بعد 8 ساعات؟ **78,732**

الطباعة السريعة
رسوم الإعداد 25 درهماً
المنشور الدعائي 15 فلساً

30. الطباعة تتقاضى شركة طباعة الرسوم الموضحة لطباعة المنشورات الدعائية. اكتب دالة تمثل إجمالي تكلفة المنشورات الدعائية. وحدد كم ستكون تكلفة منشوراً دعائياً.
 $C = 0.15t + 25$; **AED 29.50**

32. لدى الدوال الخطية فرق أول ثابت ولدى الدوال التربيعية فرق ثاني ثابت. لذا سيكون للمعادلات التكعيبية فرق ثالث ثابت.

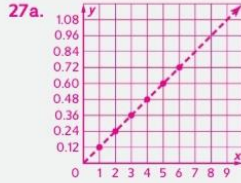
مسائل مهارات التفكير العليا: استخدام مهارات التفكير العليا

31. **تحديد** اكتب دالة بها فرق ثالثة ثابتة، وافتراضاً غير ثابتة، وتقاطع مع المحور الرأسي $y = -5$. وتحتوي على النقطتين (2, 3). **الإجابة النموذجية: $y = 2x^2 - 5$**
32. **الفرصيات** ما نوع الدالة التي سيكون لها فرق ثالثة ثابتة ولكن ليس فرق ثالثة ثابتة؟ اشرح.
33. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب دالة خطية يكون لها فرق أول ثابت بمقدار 4. **$y = 4x + 1$**
34. **البرهان** اكتب فقرة برهان لتوضح أن الدوال الخطية تنمو بفرق متساوية خلال فترات متساوية، وأن الدوال الأسية تنمو بمعامل متساوية خلال فترات متساوية. الإرشاد: افترض أن $y = ax^n$ تمثل دالة خطية وافترض أن $y = a^n$ تمثل دالة أسية. **انظر الهامش.**
35. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك تحديد ما إذا كان يمكن تمثيل مجموعة من البيانات عن طريقة دالة خطية أو دالة تربيعية أو دالة أسية؟ **انظر الهامش.**

4 التقييم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدتهم درس الأمس المتعلق بالمعادلات التربيعية في الدرس الجديد الذي يدرسونه اليوم.

إجابة إضافية



34. إذا كان أحد الحدود الخطية هو ax . فإن الحد التالي هو $a(x+1)$. والفرق بين الحدين هو $a(x+1) - ax = ax + a - ax = a$. إذا كان أحد الحدود الأسية هو ax . فإن الحد التالي هو a^{x+1} . ونسبة الحدود $\frac{a^{x+1}}{ax}$ أو a .

35. الإجابة النموذجية: يمكن رسم البيانات بيانياً لتحديد أي الدوال تمثل البيانات على نحو أفضل. كما يمكنك العثور على الفروق في نسب قيم المحور الرأسي y . إذا كانت الفروق الأولى ثابتة، يمكن تمثيل البيانات عن طريق دالة خطية. إذا كانت الفروق الثانية ثابتة والفروق الأولى ليست كذلك، يمكن تشكيل البيانات عن طريق دالة تربيعية. إذا كانت النسب ثابتة، يمكن بعد ذلك تشكيل البيانات عن طريق دالة أسية.

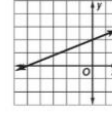
تدريب على الاختيار المعياري

36. الإجابة التصيرية اكتب معادلة تمثل البيانات في الجدول.

x	0	1	2	3	4
y	3	6	12	24	48

37. ما معادلة المستقيم أدناه؟

- A $y = \frac{2}{5}x + 2$
B $y = \frac{2}{5}x - 2$
C $y = \frac{5}{2}x + 2$
D $y = \frac{5}{2}x - 2$

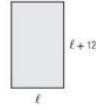


38. تقع النقطه $(r, -4)$ على مستقيم بالمعادلة $2x + 3y = -8$. أوجد قيمة r .

- F -10
G 0
H 2
J 8

$$y = 3 \cdot 2^x$$

39. الهندسة تبلغ مساحة المستطيل 220 متراً مربعاً. أوجد طول ℓ .



- A 8 أمتار
B 10 أمتار
C 22 متراً
D 34 متراً

مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بأخذ الجذر التربيعي لكل طرف، وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

40. $x^2 = 25$
0.5, -5

41. $x^2 + 6x + 9 = 16$
1, -7

42. $x^2 - 14x + 49 = 15$
10.9, 3.1

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج يصف البيانات بأفضل طريقة.

43. خطية

x	0	1	2	3	4
y	4	5	6	7	8

44. أسية

x	1	2	3	4	5
y	2	4	8	16	32

45. تربيعي

x	-3	-2	-1	0	1
y	14	9	6	5	6

46. خطية

x	3	4	5	6	7
y	3	5	7	9	11

47. العلوم الفيزيائية تطلق قذيفة لأعلى من مستوى الأرض. ونحصل على ارتفاعها h بالأمتار بعد t ثوانٍ عن طريق $h = 96t - 16t^2$. أوجد قيمة t عندما h تساوي 96 متراً.

أحوالي 1.3 ثانية و 4.7 ثانية

مراجعة البهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $y = -1$ و $x = -3$ و $z = 4$.

48. $4z - 4$
7

49. $|2y + 1|$
1

50. $|4 - z|$
0

51. $\frac{1}{2}x + 2$
 $\frac{1}{2}$

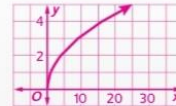
52. $|12 - 4z|$
4

53. $|2y - 3| - 6$
-1

التدريس المتمايز

التوسع اطلب من الطلاب إعداد جدول قيم لـ $y = \sqrt{x}$ ثم ارسنها بيانياً. تأكد من عدم تضمين الطلاب أي قيم سالبة لـ x . لأن الجذر التربيعي للعدد السالب ليس عدداً حقيقياً.

x	0	1	4	9	16	25
y	0	1	2	3	4	5





مختبر تقنية التمثيل البياني ملءمة المنحنيات 2-2

إذا كانت هناك زيادة أو نقص ثابت في قيم البيانات، فإن هناك توجهًا خطيًا. إذا كانت القيم متزايدة أو متناقصة بصورة سريعة أكثر، فقد يكون هناك اتجاه تربيعي أو أسّي.



باستخدام حاسبة التمثيل البياني، يمكنك إيجاد معادلة الانحدار المناسبة.

النشاط

مخطط الخطوط الجوية يوضح الجدول المتوسط الشهري لعدد رحلات الطيران في كل عام من خلال مخطط الخطوط الجوية الذي أنشئ في عام 2000.

العام	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رحلات الطيران	17	20	24	28	33	38	44	50

الخطوة 1: رسم مخطط انتشار.

• أدخل عدد السنوات منذ سنة 2000 في L1 وعدد رحلات الطيران في L2.

خطوات العملية على الحاسبة: مراجعة إدخال قائمة في الصفحة 255.

• استخدم STAT PLOT لتمثيل مخطط الانتشار بيانيًا. **خطوات العملية على الحاسبة:** مراجعة البخططات الإحصائية في صفحة 256.

استخدم ZOOM 9 للتمثيل البياني.



[0, 10] scl: 1 by [0, 60] scl: 5

من مخطط الانتشار يمكننا رؤية أن البيانات قد يكون لها إما اتجاه تربيعي أو اتجاه أسّي.

114 | توسع 2-2 | مختبر تقنية التمثيل البياني، ملءمة المنحنيات

1 التركيز

الهدف استخدم آلة حاسبة بيانية للعثور على معادلة انحدار مناسبة لمجموعة البيانات.

المواد المتعلقة بكل مجموعة

■ آلة حاسبة بيانية

نصيحة للتدريس

ذكر الطلاب بأنهم قد درسوا خطوط الانحدار وخطوط توفيق الوسيط في الوحدة 4. قبل أن يبدأ الطلاب، تأكد من أنهم قاموا بتشغيل وضع التشخيص. لنعمل ذلك من الشاشة الرئيسية، اضغط على **2nd** [CATALOG]، وانتقل لأسفل وانقر فوق تشخيصي. ثم اضغط على

[ENTER] [ENTER]

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة، مع مزج الفدرات. اطلب من المجموعات إتمام الأنشطة والتمارين 1-4.

■ في الخطوة 1 من النشاط، تأكد من أن الطلاب مسحوا القوائم السابقة قبل إدخال البيانات، ينبغي للطلاب إدخال السنوات قبل 2000 في L1 وإدخال عدد الرحلات في L2.

■ في الخطوة 2 من النشاط، أشر إلى القيمة R^2 ، وأن 0.9998751467 هو معامل التحديد، وبوجه عام، كلما كان هذا المعامل أقرب إلى 1، كلما كان التمثيل أفضل.

■ في الخطوة 3 من النشاط، أخبر الطلاب أن عليهم نسخ قيمة الانحدار التربيعي بالتحديد إلى Y=LIST للحصول على الرسم البياني الصحيح. تمييز اطلب من الطلاب إتمام التمرين 5.

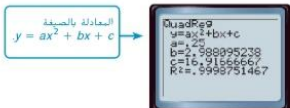
الخطوة 2: أوجد معادلة الانحدار.

سوف نتحقق من كلا الاتجاهين من خلال فحص معادلتنا انحدارهما.

• اختر DiagnosticOn من زر CATALOG.

• حدد QuadReg في قائمة STAT.

خطوات العملية على الحاسبة: STAT 5 [ENTER] [ENTER]



المعادلة بالصيغة $y = ax^2 + bx + c$

المعادلة تقريبًا هي $y = 0.25x^2 + 3x + 17$

R^2 هو **معامل التحديد**. كلما كان R^2 أقرب إلى 1، كان التمثيل أفضل. من أجل الحصول على المعادلة الأسية اختر ExpReg في قائمة STAT من أجل اختيار التمثيل التربيعي أو الأسّي. احصل كلاً منهما ملائمة واستخدم التمثيل الذي يكون مع قيمة R^2 أقرب إلى 1.

3 التقييم

التقويم التكويني

في الخطوة الرابعة من النشاط، كان تقدير الانحدار التربيعي أنه في أثناء الشهر السابع سافر معظم الركاب، نحو 59 مليون راكب. اطلب من الطلاب شرح لماذا؟ في أن العدد التقديري للركاب الذين سافروا في الشهر السابع قد لا يكون دقيقًا تمامًا.

الإجابة النموذجية: معادلة الانحدار التربيعي هي الأنسب لنقاط البيانات التي لا تقع في الدالة الفعلية المرسومة بيانيًا. سيكون هناك أوجه اختلاف بين نقاط البيانات الفعلية والنقاط التي تقع في دالة الانحدار.

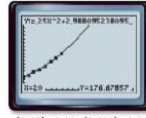
من التطبيق إلى النظرية

أسأل: كيف يمكنك تحديد ما إذا كان عليك استخدام معادلة خطية أو تربيعية أو معادلة انحدار أسية للبيانات؟
الإجابة النموذجية: ضع مخططًا مبعثرًا لنقاط البيانات، وإذا كان يبدو قريبًا من خط مستقيم، فاستخدم معادلة الانحدار الخطي. وإذا كانت نقاط البيانات تتبع منحنى، فقم بتوفير معادلة انحدار تربيعية ومعادلة انحدار أسية إلى النقاط التابعة لك. ويعتبر التمثيل ذي معامل التحديد الأقرب إلى 1 هو التمثيل المطلوب استخدامه.

الخطوة 4 توقع استخدام المعادلة.

إذا استمر هذا الاتجاه، فيمكننا التمثيل البياني الخاص بمعادلتنا لتوقع العدد الشهري للرحلات الجوية التي ستقوم بها شركة الطيران في سنة محددة. كي نتحقق من سنة 2020. أولاً، اضغط البانك.

خطوات عملية على الحاسبة: CALC 2nd ENTER 20 أدخل x .



(0, 25) scl: 1 by (0, 200) scl: 5

سيكون هناك حوالي 177 رحلة جوية شهريًا إذا استمر هذا الاتجاه.

الخطوة 3 مثل معادلة الانحدار التربيعية بيانيًا.

• انسخ المعادلة إلى قائمة $Y=$ ومثل بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= VARS 5 ZOOM 1



[0, 10] scl: 1 by [0, 60] scl: 5

التباين

أنشئ مخططًا لكل مجموعة من نقاط البيانات. حدد ما إذا كان ينبغي استخدام معادلة انحدار خطية، أو تربيعية أو أسية. اذكر معامل التحديد.

1. التربيعية: $R^2 \approx 0.969$

x	y
1	30
2	40
3	50
4	55
5	50
6	40

Sc. $y = (306)(0.96^x)$; $R^2 = 0.957$; $D = \{x | x > 0\}$; $R = \{y | y > 0\}$

2. التربيعية: $R^2 \approx 0.964$

x	y
0.0	12.1
0.1	9.6
0.2	6.3
0.3	5.5
0.4	4.8
0.5	1.9

3. التربيعية: $R^2 \approx 0.980$

x	y
0	11
2	3.3
4	2.9
6	5.6
8	11.9
10	19.8

4. التربيعية: $R^2 \approx 0.840$

x	y
1	1.67
5	2.59
9	4.37
13	6.12
17	5.48
21	3.12

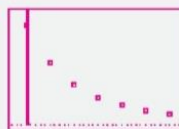
الزمن (بالدقائق)	درجة الحرارة (°F)
0	350
5	244
10	178
15	137
20	112
25	96
30	89

5. الجب: أعدت أمانى كمكة وتنتظرها لتبرد حتى تزينها. يوضح الجدول درجة حرارة الكمكة كل 5 دقائق بعد أن أخرجتها أمانى من الفرن.

- ارسم مخطط انتشار للبيانات. **انظر الهامش.**
- أي معادلة انحدار لها قيمة R^2 أقرب إلى 1؟ هل هذه هي أفضل معادلة ثلاث معادلات؟ اشرح استنتاجك.
- أوجد معادلة الانحدار المناسبة. واذكر عامل التحديد. ما المجال والمدى؟ **انظر الهامش.**
- سوف تزين أمانى الكمكة عندما تصل درجة حرارة الغرفة (70°F). استخدم معادلة الانحدار لتوقع متى يمكنها تزيين كمكتها. **36 دقيقة**

إجابات إضافية

5a.



[−5, 35] scl: 1 by [0, 400] scl: 1

5b. المعادلات التربيعية لديها قيمة R^2 أقرب إلى 1. رغم أنها في اتجاه تربيعي، إلا أن

الكمكة ستبرد ثم تسخن مرة أخرى. يتناسب الانحدار الأسّي تمامًا مع سياق المسألة.