

1 التركيز

التخطيط الواسي

قبل الدرس 2-5 كتابة صيغ مباشرة للتعبير عن المتتاليات الحسابية والهندسية.

الدرس 2-5 استخدام صيغة من أجل وضع الحدود في متتالية. كتابة الصيغ التكرارية من أجل المتتاليات الحسابية والهندسية.

بعد الدرس 2-5 تحديد الدوال الخطية والتربيعية والأسية من البيانات المعطاة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كيف تتغير التكلفة الإجمالية لخدمة النقل السريعة عندما تتم إضافة عميل؟ **الإجابة النموذجية:** ستزداد **التكلفة الإجمالية بمعدل 10 AED.**

- هل هذه المتتالية حسابية، هندسية، أم ليست أيًا منهما؟ **حسابية**

- كم ستكون التكلفة الخاصة بتسعة عملاء؟ **105 AED**

الصيغ التكرارية

2-5



عدد العملاء	التكلفة (AED)
1	25
2	35
3	45
4	55
5	65
6	75

استخدام صيغ تكرارية • يتم نقل العملاء بحافلات مكتوبة لإدراج الحدود في متتالية.

1 استخدام صيغ تكرارية لإدراج الحدود في متتالية.

لقد كتبت صيغًا مباشرة للتعبير عن المتتاليات الحسابية والهندسية.

استخدام الصيغ التكرارية (الضمنية) تسمح لك الصيغة الصريحة بإيجاد أي حد a_n في متتالية باستخدام صيغة مكتوبة بدلالة n . على سبيل المثال، يمكن استخدام $a_n = 2n$ لإيجاد الحد رقم خمسة في المتتالية $a_5 = 2(5) = 10$.

تسمح لك **الصيغة التكرارية أو الضمنية** بإيجاد الحد رقم n في متتالية من خلال إجراء عمليات على واحد أو أكثر من الحدود السابقة. بما أن كل حد في المتتالية أعلاه أكثر بمقدار 2 عن الحد السابق له، يمكننا جمع 2 على الحد الرابع لإيجاد أن الحد الخامس يساوي $2 + 8 = 10$. ثم يمكننا كتابة صيغة تكرارية لـ a_n .

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \\ a_2 &= a_1 + 2 \text{ أو } 2 + 2 = 4 \\ a_3 &= a_2 + 2 \text{ أو } 4 + 2 = 6 \\ a_4 &= a_3 + 2 \text{ أو } 6 + 2 = 8 \\ &\vdots \\ a_n &= a_{n-1} + 2 \end{aligned}$$

الصيغة التكرارية للمتتالية أعلاه هي $a_n = a_{n-1} + 2$ ، حيث $a_1 = 2$ ، لـ $n \geq 2$. لاحظ أن الحد الأول a_1 معطى وكذلك مجال n .

مثال 1 استخدام صيغة تكرارية

أوجد أول خمسة حدود في المتتالية، حيث $a_1 = 7$ و $a_n = 3a_{n-1} - 12$ ، إذا كانت $n \geq 2$.

$$\begin{aligned} \text{استخدم } a_1 = 7 \text{ والصيغة التكرارية لإيجاد الحدود الأربعة التالية.} \\ a_2 &= 3a_1 - 12 = 3(7) - 12 = 9 \quad n = 2 \\ a_3 &= 3a_2 - 12 = 3(9) - 12 = 15 \quad n = 3 \\ a_4 &= 3a_3 - 12 = 3(15) - 12 = 33 \quad n = 4 \\ a_5 &= 3a_4 - 12 = 3(33) - 12 = 87 \quad n = 5 \end{aligned}$$

أول خمسة حدود هي 7 و 9 و 15 و 33 و 87.

تمرين موجّه

1. أوجد أول خمسة حدود في المتتالية، حيث $a_1 = -2$ و $a_n = (-3)a_{n-1} + 4$ ، إذا كانت $n \geq 2$.

المفردات الجديدة

صيغة تكرارية
recursive formula

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 استخدام الصيغ التكرارية

المثال 1 يوضح كيفية إيجاد الحدود الخمسة الأولى لمتتالية باستخدام صيغة تكرارية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد قيمة الحدود الخمسة لمتتالية التي يكون فيها $a_1 = -8$ و $a_n = -2a_{n-1} + 5$ إذا كان $n \geq 2$
 $-8, 21, -37, 79, -153$

2 كتابة الصيغ التكرارية

المثال 2 يوضح كيفية كتابة صيغة تكرارية من أجل متتالية. **المثال 3** يوضح كيفية كتابة صيغة تكرارية وصرحة من أجل متتالية. **المثال 4** يوضح كيفية التحويل بين الصيغ التكرارية والصرحة.

مثال إضافي

2 اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.
a. $23, 29, 35, 41, \dots$
 $a_1 = 23, a_n = a_{n-1} + 6, n \geq 2$
b. $7, -21, 63, -189, \dots$
 $a_1 = 7, a_n = -3a_{n-1}, n \geq 2$

2 كتابة الصيغ التكرارية

المفهوم الأساسي كتابة الصيغ التكرارية

- الخطوة 1** حدد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية بإيجاد فرق مشترك أو نسبة مشتركة.
الخطوة 2 اكتب صيغة تكرارية.
المتتاليات الحسابية
 $a_n = a_{n-1} + d$ حيث d هي الفرق المشترك
المتتاليات الهندسية
 $a_n = r \times a_{n-1}$ حيث r هي النسبة المشتركة
الخطوة 3 اذكر الحد الأول والمجال في n .

نصيحة دراسية

تعريف n للحد n في متتالية: يجب أن تكون قيمة n عدداً صحيحاً موجباً على الرغم من أنه يجب ذكر مجال n . سنترض هنا من هذه النقطة أن n عدد صحيح.

مثال 2 كتابة الصيغ التكرارية

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية مما يلي.

a. $17, 13, 9, 5, \dots$

الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.

$$13 - 17 = -4 \quad 9 - 13 = -4 \quad 5 - 9 = -4$$

هناك فرق مشترك يبلغ -4 . المتتالية حسابية.

الخطوة 2 استخدم قانون المتتالية الحسابية.

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية}$$

$$a_n = a_{n-1} + (-4) \quad d = -4$$

الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 17 و $n \geq 2$.

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 17, a_n = a_{n-1} - 4, n \geq 2$

b. $6, 24, 96, 384, \dots$

الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.

$$24 - 6 = 18 \quad 96 - 24 = 72 \quad 384 - 96 = 288$$

لا يوجد فرق مشترك. ابحث عن نسبة مشتركة بصفة كل حد على الحد السابق له.

$$\frac{24}{6} = 4 \quad \frac{96}{24} = 4 \quad \frac{384}{96} = 4$$

هناك نسبة مشتركة تبلغ 4 . المتتالية هندسية.

الخطوة 2 استخدم صيغة المتتالية الهندسية.

$$a_n = r \times a_{n-1} \quad \text{الصيغة التكرارية للمتتالية الهندسية}$$

$$a_n = 4a_{n-1} \quad r = 4$$

الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 6 و $n \geq 2$.

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 6, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

تمرين موجه

2A. $4, 10, 25, 62.5, \dots$

2B. $9, 36, 63, 90, \dots$

إرشاد للمعلمين الجدد

الترميز: أحياناً ما يتم تحديد الصيغ التكرارية من أجل a_{n+1} وكتابتها في صورة a_n . بالنسبة إلى الجزء **a** الخاص بالمثال 2، يمكن كتابة الصيغة التكرارية في صورة $a_1 = 17, a_{n+1} = a_n - 4, n \geq 1$

أمثلة إضافية

3 السيارات يتل سعر سيارة ما عند نهاية كل عام.

السعر (AED)	العام
12,000	1
7200	2
4320	3
2592	4

a. اكتب صيغة تكرارية من أجل المتتالية. $a_1 = 12,000$, $a_n = 0.6a_{n-1}$

b. اكتب صيغة صريحة من أجل المتتالية. $a_n = 12,000(0.6)^{n-1}$

4. اكتب صيغة تكرارية من أجل المتتالية. $a_1 = -2$, $a_n = 2n - 4$, $a_n = a_{n-1} + 2$, $n \geq 2$

b. اكتب صيغة صريحة من أجل المتتالية. $a_1 = 84$, $a_n = 1.5a_{n-1}$, $a_n = 84(1.5)^{n-1}$, $n \geq 2$

إرشاد للمعلمين الجدد

الحدود الحد الأول لمتتالية ما عادة ما يشار إليه في صورة a_0 .

يمكن تمثيل المتتالية بكل من الصيغة الصريحة والصيغة التكرارية.

مثال 3 كتابة صيغتين تكرارية وصريحة

التكثف ارجع إلى بداية الدرس. افترض أن N هي عدد العملاء. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.

الخطوات 1 و 2 اشرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.

$$35 - 25 = 10 \quad 45 - 35 = 10 \quad 55 - 45 = 10$$

هناك فرق مشترك يبلغ 10. المتتالية حسابية.

الخطوة 3 استخدم قانون المتتالية الحسابية.

$$a_n = a_{n-1} + d \quad \text{الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية}$$

$$a_n = a_{n-1} + 10 \quad d = 10$$

الخطوة 4 الحد الأول a_1 هو 25، و $n \geq 2$.

الصيغة التكرارية للمتتالية هي $a_1 = 25$, $a_n = a_{n-1} + 10$, $n \geq 2$.

b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

الخطوة 1 الفرق المشترك هو 10.

الخطوة 2 استخدم صيغة الحد رقم n لمتتالية حسابية.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{صيغة لحد رقم } n$$

$$= 25 + (n-1)10 \quad a_1 = 25 \text{ و } d = 10$$

$$= 25 + 10n - 10 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$= 10n + 15 \quad \text{بسط}$$

الصيغة الصريحة للمتتالية هي $a_n = 10n + 15$.

تفريغ موجّه

3 المذكرات يحقّ المال الذي يملكه بدر في حساب الإيجار ربعاً كل عام. لا يقوم بأي سحب أو إيداعات إضافية. بلغ رصيد الحساب في بداية كل عام 10,000 AED و 10,300 AED و 10,609 AED و 10,927.27 AED وهكذا. اكتب صيغة تكرارية وصيغة صريحة للمتتالية.

إذا كانت عدة حدود متتالية مطلوبة، فتكون الصيغة التكرارية مفيدة هنا إذا كان الحد رقم n في متتالية هو فقط المطلوب. فتكون الصيغة الصريحة مفيدة. ولهذا من المفيد أحياناً التحول بين الصيغتين.

مثال 4 التمثيل بين الصيغتين التكرارية والصريحة

a. اكتب صيغة تكرارية لـ $a_n = 6n + 3$.

$a_n = 6n + 3$ صيغة صريحة لمتتالية حسابية حيث $a_1 = 6(1) + 3 = 9$ ولهذا فالصيغة التكرارية لـ a_n هي $a_1 = 9$, $a_n = a_{n-1} + 6$, $n \geq 2$.

b. اكتب صيغة صريحة لـ $a_n = 0.8a_{n-1}$, $n \geq 2$. $a_1 = 120$, $a_n = 0.8a_{n-1}$ صيغة تكرارية لمتتالية هندسية حيث $a_1 = 120$ و $r = 0.8$. ولهذا، فالصيغة الصريحة لـ a_n هي $a_n = 120(0.8)^{n-1}$.

تفريغ موجّه

4a. اكتب صيغة تكرارية لـ $a_n = 4(3)^{n-1}$.

3a. اكتب صيغة صريحة لـ $a_1 = -16$, $a_n = a_{n-1} - 7$, $n \geq 2$.



مهمة من الحياة اليومية

التقل من التوقع أن يتوقع عدد الوظائف في مجال النقل بما يقرب من 1.1 مليون وظيفة بين عامي 2004 و 2014. تحدد مجالات معينة متطلبات تعليمية، وتشمل ديولوا من مدرسة علياً وشكلاً من أشكال التدريب الشخص.

المصدر: وزارة العمل في الولايات المتحدة

نصيحة دراسية المتتالية الهندسية تدّر أن صيغة الحد n لمتتالية هندسية هي $a_n = a_1 r^{n-1}$.

التدريس المتميز

المتعلمون بطريقة التواصل قسّم الصف إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة طلاب. اجعل كل طالب يكتب متتالية على بطاقة ملاحظات وصيغة تكرارية للمتتالية على بطاقة ملاحظات أخرى. كرر العملية على مدار 10 متتاليات. ثم اجعل الطلاب يضعوا البطاقات مغلوقة لأسفل. على كل طالب أن يأخذ دوره ويقلب بطاقتين محاولاً البحث عن تطابق بين متتالية وصيغتها التكرارية.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

تمثيل الرياضيات الطلاب الماهرون في الرياضيات يستخدمون أدوات مثل الرسوم التخطيطية لتحديد العلاقات بين الكميات المهمة في أحد المواقف العملية. في التمرين 22، أخبر الطلاب بأن بإمكانهم رسم الفناء ليساعدهم على رؤية النمط.

الفرضيات يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يتعرفوا على الأمثلة المماثلة ويستخدموها. في التمرين 33، أخبر الطلاب بأن بإمكانهم البدء بمتتالية يعلمون أنها صيغة تكرارية ويروا إذا كان بإمكانهم كتابة صيغة تكرارية تناسب المتتالية ليروا ما إذا كان بإمكانهم العثور على مثال مغاير للعبارة.

أنفبه!

تحليل الخطأ في التمرين 31، يجب أن يعرف الطلاب أن المتتالية هندسية ولها نسبة مشتركة تبلغ 1-. وبناءً عليه، يمكن التعبير عن المتتالية في صورة صيغة صريحة وفي صورة صيغة تكرارية كذلك.

إجابة إضافية

31. كلاهما. الإجابة النموذجية، يمكن كتابة المتتالية في صورة الصيغة التكرارية $a_1 = 2, a_n = (-1)^{n-1} a_{n-1}$ ، ويمكن أن تكتب المتتالية كذلك في صورة صيغة صريحة $a_n = 2(-1)^{n-1}$.

التحقق من فهمك

مثال 1

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

1. $a_1 = 16, a_n = a_{n-1} - 3, n \geq 2$

2. $a_1 = -5, a_n = 4a_{n-1} + 10, n \geq 2$

مثال 2

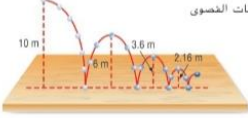
اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.

3. 1, 6, 11, 16, ...

4. 4, 12, 36, 108, ...

مثال 3

5. الكرة سقطت مرة من ارتفاع 10 أمتار. موضح بالصورة الارتفاعات العنقوي التي تصل إليها الكرة في أول ثلاثة ارتدادات.



a. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

مثال 4

للكل صيغة تكرارية، اكتب صيغة صريحة. لكل صيغة صريحة، اكتب صيغة تكرارية.

6. $a_1 = 4, a_n = a_{n-1} + 16, n \geq 2$

7. $a_n = 5n + 8$

8. $a_n = 15(2)^{n-1}$

9. $a_1 = 22, a_n = 4a_{n-1} - p, n \geq 2$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

10. $a_1 = 23, a_n = a_{n-1} + 7, n \geq 2$

11. $a_1 = 48, a_n = -0.5a_{n-1} + 8, n \geq 2$

12. $a_1 = 8, a_n = 2.5a_{n-1} - p, n \geq 2$

13. $a_1 = 12, a_n = 3a_{n-1} - 21, n \geq 2$

14. $a_1 = 13, a_n = -2a_{n-1} - 3, n \geq 2$

15. $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = a_{n-1} + \frac{3}{2}, n \geq 2$

مثال 2

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.

16. 12, -1, -14, -27, ...

17. 27, 41, 55, 69, ...

18. 2, 11, 20, 29, ...

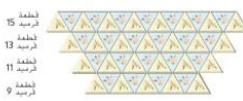
19. 100, 80, 64, 51.2, ...

20. 40, -60, 90, -135, ...

21. 81, 27, 9, 3, ...

مثال 3

22. **وضع النماذج** بني مهندس تصميم معماري فناء من الفريدي. يشمل جزء من الفناء نمطا مكونا من مثلثات. موضح بالصورة أول أربعة صفوف من النمط.



a. اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
b. اكتب صيغة صريحة للمتتالية.

مثال 4

للكل صيغة تكرارية، اكتب صيغة صريحة. لكل صيغة صريحة، اكتب صيغة تكرارية.

23. $a_n = 3(4)^{n-1}$

24. $a_1 = -2, a_n = a_{n-1} - 12, n \geq 2$

25. $a_1 = 38, a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} - p, n \geq 2$

26. $a_n = -7n + 52$

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	10-26, 31, 33-59	11_25 فردي, 36_39 زوجي
OL أساسي	11-25 فردي, 27-31, 33-59	27-31, 33-35, 40-59
BL متقدم	27-53, (اختياري)	

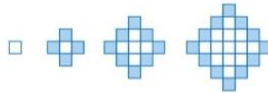
التمثيلات المتعددة

في التمرين 30، استخدم الطلاب المتعلق والتحليل وعلم الجبر في استكشاف متتالية فيبوناتشي وحساب الحدود كما تطلب الأمر.

27. **الرسائل النصية** تلقت أماني رسالة نصية متسلسلة أعادت إرسالها إلى خمس من صديقاتها. أعادت كل واحدة من صديقاتها إرسال الرسالة النصية إلى خمس صديقات أخريات، وهكذا.

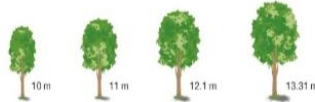
- أوجد أول خمسة حدود في هذا التسلسل مثل عدد الأشخاص الذين يتلقون الرسالة النصية في الجولة n .
- اكتب صيغة تكرارية للمتتالية.
- إذا كانت أماني مثل a_4 ، فأوجد a_8 .

28. **الهندسة** فكر في البسط أدناه. يزداد عدد المربعات الزرقاء وفقاً لبسط معين.



- اكتب صيغة تكرارية للمتتالية التي مثل عدد المربعات الزرقاء في كل شكل.
- إذا كان المربع الأول يمثل a_1 ، فأوجد عدد المربعات الزرقاء في a_8 .

29. **الأشجار** يتناطح شو نوع معين من الأشجار مع تقدم الشجرة في العمر. تظهر ارتفاعات الشجرة على مدار الأربع سنوات الماضية.



- اكتب صيغة تكرارية لارتفاع الشجرة.
 - إذا استمر البسط، فما الطول الذي ستصل إليه الشجرة بعد عامين آخرين؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.
30. **التمثيلات المتعددة** متتالية فيبوناتشي ليست حسابية أو هندسية ويمكن تعريفها بأنها صيغة تكرارية. الحدود الأولى هي $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$
- منطقتياً حدد العلاقة بين حدود المتتالية. ما الحدود الخمسة التالية في المتتالية؟
 - جبرياً اكتب صيغة للحد رقم n إذا كانت $a_1 = 1$ و $a_2 = 1$ و $n \geq 3$.
 - جبرياً أوجد الحد رقم 15.
 - تحليلياً اشرح السبب في أن متتالية فيبوناتشي ليست متتالية حسابية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

- تحليل الخطأ** يعمل بلال وجاسم على حل مسألة رياضية تتضمن المتتالية $2, -2, 2, -2, \dots$. يعتقد بلال أنه يمكن كتابة المتتالية بصيغة تكرارية. ويرى جاسم أنه يمكن كتابة المتتالية بصيغة صريحة. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح.
- التحدي** أوجد a_4 للمتتالية حيث $a_4 = 1104$ و $a_n = 4a_{n-1} + 16$.
- الفرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. علل استنتاجك.
توجد صيغة تكرارية واحدة فقط لكل متتالية.
- التحدي** أوجد صيغة تكرارية لـ $4, 9, 19, 39, 79, \dots$.
- الكتابة في الرياضيات** اشرح الفرق بين الصيغة الصريحة والصيغة التكرارية.

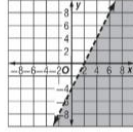
4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب اجعل الطلاب ينشئوا متتالية عن طريق كتابة الحدود الخمسة الأولى. ثم اجعلهم يكتبوا صيغة صريحة وصيغة تكرارية للمتتالية.

تدريب على الاختبار العملي

38. أوجد متباينة في التمثيل البياني المعروض.



- A $y > 2x - 4$ C $y < 2x - 4$
B $y \geq 2x - 4$ D $y \leq 2x - 4$

39. اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4, 58)$ و $(-2, -20)$.

- F $y = 13x + 6$ H $y = 19x + 18$
G $y = 19x - 18$ J $y = 13x - 6$

36. أوجد صيغة تكرارية للمتتالية $12, 24, 36, 48, \dots$

- A $a_1 = 12, a_n = 2a_{n-1}, n \geq 2$
B $a_1 = 12, a_n = 4a_{n-1} - 24, n \geq 2$
C $a_1 = 12, a_n = a_{n-1} + 12, n \geq 2$
D $a_1 = 12, a_n = 12a_{n-1} + 12, n \geq 2$

37. الهندسة تبلغ مساحة أحد المستطيلات $36m^4n^6$ متر مربع. يبلغ طول المستطيل $6m^3n^3$ متر. فما عرض المستطيل؟

- F $216m^7n^9 m$
G $6mn^3 m$
H $42m^7n^3 m$
J $30mn^3 m$

مراجعة شاملة

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

40. 675, 225, 75, ... 41. 16, -24, 36, ... 42. 6, 18, 54, ...
43. 512, -256, 128, ... 44. 125, 25, 5, ... 45. 12, 60, 300, ...

46. الاستثمار استثمر أحمد 2000 AED بنسبة مراجعة مركبة تبلغ 5.75% شهرياً. ما المبلغ الذي سيكون مع أحمد بعد 5 سنوات؟

47. الجولات السياحية تشارك أسرة راشد وأسرّة صالح معاً في رحلة لزيارة مصنع حلويات. موضح الجدول أدناه عدد الأشخاص في كل أسرة والتكلفة الإجمالية. أوجد أسعار دخول الشخص البالغ والأطفال.

الأسرة	عدد البالغين	عدد الأطفال	التكلفة الإجمالية
راشد	2	3	AED 58
صالح	2	1	AED 38

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

48. $y + 6 = -3(x + 2)$ 49. $y - 12 = 4(x - 7)$ 50. $y + 9 = 5(x - 3)$
51. $y - 1 = \frac{1}{3}(x + 15)$ 52. $y + 10 = \frac{2}{5}(x - 6)$ 53. $y - 4 = -\frac{2}{7}(x + 1)$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. وإن لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب هذه أبسط صورة.

54. $8x + 3y^2 + 7x - 2y$ 55. $4(x - 16) + 6x$ 56. $4n - 3m + 9m - n$
57. $6r^2 + 7r$ 58. $-2(4g - 5h) - 6g$ 59. $9x^2 - 7x + 16y^2$

التدريس المتمايز

التوسع بالنسبة إلى التمرين 30. كتب الطلاب صيغة تكرارية من أجل متتالية فيبوناتشي، وهي لا تعد حسابية ولا هندسية. اجعل الطلاب يكتبوا صيغة تكرارية من أجل متتالية أخرى لا تكون حسابية ولا هندسية.



مختبر تقنية التمثيل البياني

2-6

حل المعادلات والمتباينات الأسية

مختبر

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات الأسية من خلال التمثيل البياني أو من خلال استخدام حاسبة الجدول. وللقيام بذلك، سوف نكتب المعادلات في صيغة أنظمة معادلات.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة رسم بياني لحل المعادلات الأسية من خلال رسم مخطط بياني أو من خلال استخدام حاسبة الجدول.

المواد

- حاسبة رسم بياني أخرى

نصيحة تدريسية

في الخطوة 1 من النشاط 1 ذكر الطلاب أن يضعوا الأس بين قوسين.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات من اثنين أو ثلاثة، مازجاً القدرات. ثم اطلب من المجموعات الانتهاء من الأنشطة 1 و2 والتارين 1 و9.

النشاط 1

- قبل البدء في مناقشة النشاط 1، استخدم معادلة بسيطة مثل $2x = 6$ لتذكير الطلاب بكيفية حل المعادلات عن طريق التمثيل البياني. ارس مخطط بياني للمعادلات $y = 2x$ و $y = 6$ ومن ثم حدد نقطة تقاطع الرسمين البيانيين.
- اسأل الطلاب لماذا من الضروري في الخطوة 1 أن تدخل المعادلة باستخدام قوسين حول الأس.
- اطلب من الطلاب استبدال حل النشاط 1 في المعادلة الأصلية للتأكد من صحته.

النشاط 1

$$\text{حل } 3^x - 4 = \frac{1}{9}$$

مثل كل طرف من المعادلة بيانياً في صورة دالة منفصلة. أرحل $3^x - 4$ باعتبارها Y1. تأكد من تضمين قوسين حول الأس. أرحل $\frac{1}{9}$ باعتبارها Y2. ثم مثل المعادلتين بيانياً.



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

الخطوة 2 استخدم خاصية intersect.

يمكنك استخدام خاصية **intersect** (تقاطع) من قائمة **CALC** (احسب) لتقريب الزوج المركب الخاص بالنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلات البيانية. تبيّن شاشة الحاسبة أن الإحداثي X للنقطة التي يتقاطع عندها المنحنيان هو 2. لذا، فإن حل المعادلة هو 2.



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

الخطوة 3 استخدم خاصية TABLE.

يمكنك أيضاً استخدام خاصية **TABLE** (الجدول) لتحديد موقع النقطة التي يتقاطع عندها المنحنيان. يظهر الجدول قيم X وقيم Y المتساوية لكل تمثيل بياني. افحص الجدول للعثور على قيمة X التي تساويها قيم Y في التمثيلات البيانية.

عند $x = 2$ ، تكون لكتنا الدالتين قيمة Y تبلغ 0.1 أو $\frac{1}{9}$. وبالتالي، فإن حل المعادلة هو 2.

تحقق عوّض بالعدد 2 عن X في المعادلة الأصلية

$$\begin{aligned} 3^x - 4 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{المعادلة الأصلية} \\ 3^2 - 4 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{عوّض بالعدد 2 عن X.} \\ 3^2 - 4 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{بسط.} \\ \frac{1}{9} &= \frac{1}{9} && \text{تم التحقق من الحل.} \end{aligned}$$

(يتبع في الصفحة التالية)

يمكن استخدام إجراء مماثل لحل المتباينات الأسية.

تدريب اطلب من الطلاب الانتهاء من التمارين 2-9.

استخدم التمارين 4 و 9 لتقويم ما إذا كان يمكن للطلاب فهم كيفية استخدام حاسبة رسم بياني لحل المعادلات والمتباينات الأسية.

اطلب من الطلاب شرح كيفية يمكن أن
تتغير مجموعة حلول النشاط 2 في حال
كانت المتباينة $2x - 2 \leq 0.5x - 3$

Plot1 Plot2 Plot3
 $Y_1 = 2^{(X-2)}$
 $Y_2 = 5^{(X-3)}$
 $Y_3 =$
 $Y_4 =$
 $Y_5 =$
 $Y_6 =$
 $Y_7 =$

خطوات العملية على الحاسبة:

Y= ◀ ◀ ENTER ENTER ENTER ▶ ▶ 2 ^ (

X,T,0,n - 2) ENTER ◀ ◀ ENTER ENTER ▶

▶ 5 ^ (X,T,0,n - 3)

GRAPH خطوات العملية على الحاسبة:

قيم x للنقاط الواقعة في المنطقة التي تتداخل فيها المناطق المظللة هي مجموعة حل المتباينة الأصلية، وباستخدام خاصية **intersect** (تقاطع)، يمكنك استنتاج أن مجموعة الحل هي $\{x \mid x \geq 2.5\}$.

تحقق باستخدام خاصية TABLE (الجدول). وقم بإعداد الجدول لإظهار قيم x بزيادات تساوي 0.5. خطوات العملية على الحاسبة: **2nd** **[TBLSET]** **0** **[ENTER]** **5** **[ENTER]** **2nd** **[TABLE]**. لاحظ أنه بالنسبة لقيم x التي تكون أكبر من $x = 2.5$ فإن $y2 > y1$. وهذا يؤكد أن حل المتباينة يكون $\{x | x \geq 2.5\}$.

 $[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

X	Y ₁	Y ₂
0	0	0
5	0.355	1.6549
10	0.711	2.0289
15	0.9162	1.9162

$\Sigma(X) = 30$

McGraw-Hill Education and its related companies © 2017

10. نظرًا لأن النظام يتكون من التعابير الموجودة على كلا طرفي المعادلة الأصلية أو المتباعدة، فإن أي قيم تكون حلولاً للنظام سوف تحقق المعادلة الأصلية أو المتباعدة.

حل كل معادلة أو متباينة.

1. $9x^{-1} = \frac{1}{81} - 1$ 2. $4x^4 + 3 = 2^{5x} 2$ 3. $5x^{-1} = 2^x 1.76$
4. $3.5x^2 + 2 = 1.75x^3 + 3 - 1.2$ 5. $-3x^4 + 4 = -0.5x^2 + 3 - 2.6$ 6. $6^2 - x - 4 < -0.25x^2 - 2.5 (x | x > 18)$
7. $16x^{-1} > 2x^2 + 2 (x | x > 3)$ 8. $3x^2 - 4 \leq 5^{\frac{x}{2}} (x | x < 2)$ 9. $5x^3 \leq 2x^4 + 4 (x | x \leq -2.2)$

10. **الكتابة في الرياضيات** وضح سبب عمل هذه التقنية الخاصة بتمثيل نظام معادلات أو متباينات بيانياً على حل المعادلات والمتباينات الأسية.

136 | الاستكشاف 2-6 | مختبر تقنية التمثيل البياني: حل المعادلات والمتباينات الأسية