

الدوال الأسية

2-1

لماذا؟

الحالي

السابق



أوجدت قيمة التعابير العددية التي تتضمن أسًا. 1
تمثيل الدوال الأسية بيانيًا. 2
تحديد البيانات التي تعرض سلوكًا أسّيًا.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-1 إيجاد قيمة التعابير العددية التي تتضمن أسًا.

الدرس 2-1 تمثيل الدوال الأسية بيانيًا. تحديد البيانات التي تعرض سلوكًا أسّيًا.

بعد الدرس 2-1 حل المسائل التي تحتوي على نمو وضمحل أسّي.

المفردات الجديدة

الدالة الأسية exponential function
دالة النمو الأسّي exponential growth function
دالة التضاؤل (الاضمحلال) الأسّي exponential decay function

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة التماثل والمتناظرة في حلها.

تمثيل الدوال الأسية بيانيًا نعتبر **الدالة الأسية** دالة مكتوبة على الصيغة $y = ab^x$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$. لاحظ أن الأساس ثابت والأُس متغير. الدوال الأسية غير خطية.

المفهوم الأساسي الدالة الأسية

الشرح الدالة الأسية دالة يمكن كتابتها بالصيغة $y = ab^x$ حيث $a \neq 0, b > 0, b \neq 1$.

أمثلة $y = 2(3)^x$ $y = 4^x$ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

مثال 1 التمثيل بيانيًا باستخدام $a > 0, b > 1$

مثل بيانيًا $y = 3^x$. أوجد طول المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.



| x | 3 ^x | y |
|-----|------------------|--------|
| -2 | 3 ⁻² | 1/9 |
| -1 | 3 ⁻¹ | 1/3 |
| 0 | 3 ⁰ | 1 |
| 1/2 | 3 ^{1/2} | ≈ 1.73 |
| 1 | 3 ¹ | 3 |
| 2 | 3 ² | 9 |

يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y عند 1. إذا المقطع من المحور الرأسي y هو 1. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية وال المدى هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.

لاحظ أن التمثيل البياني يقترب من المحور الأفقي x ولا توجد تقاطع مع المحور الأفقي x . التمثيل البياني متزايد على المجال كله.

تبرين موجّه

1. مثل بيانيًا $y = 7^x$. أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

الدوال بالصيغة $y = ab^x$ حيث $a > 0, b > 1$ تُسمى **دوال النمو الأسّي** وكلها لها نفس شكل التمثيل البياني كما في المثال 1. الدوال بالصيغة $y = ab^x$ حيث $0 < b < 1$ و $a > 0$ تُسمى **دوال الاضمحلال الأسّي** ولها أيضًا الشكل العام نفسه.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

■ كيف تختلف هذه المعادلة عن المعادلة الخطية؟ المتغير المستقل x عبارة عن أس.

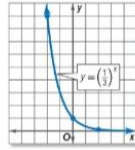
■ ما قيمة y عندما تكون $x = 0$ ؟ $y = 3$

■ هل يمكن أن تكون قيمة y أبدًا؟ لا

نصيحة دراسية
 $a < 0$ إذا كانت قيمة a أقل من 0، فسيعكس التمثيل البياني بالمحور الأفقي x .

مثال 2 التمثيل بيانياً باستخدام $a > 0$ و $1 < b < 0$

مثّل بيانياً $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والبدى.



| x | $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ | y |
|-----|---------------------------------|---------------|
| -2 | $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ | 9 |
| 0 | $\left(\frac{1}{3}\right)^0$ | 1 |
| 2 | $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ | $\frac{1}{9}$ |

المقطع من المحور الرأسي y هو 1. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية والبدى هو جميع الأعداد الموجبة. لاحظ أنه مع زيادة x ، تتناقص قيم y بسرعة أقل.

تبرير موجّه

2. مثّل بيانياً $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والبدى.

يمكن تلخيص الخصائص الأساسية للتمثيلات البيانية للدوال الأسية كالتالي:

المفهوم الأساسي التمثيلات البيانية للدوال الأسية

| دوال النمو الأسّي | دوال التضايق الأسّي |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>المعادلة: $f(x) = ab^x$, $a > 0$, $0 < b < 1$</p> <p>المجال: جميع الأعداد الحقيقية، جميع الأعداد الحقيقية الموجبة</p> <p>نقطة التقاطع: نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y. لا توجد نقطة تقاطع مع المحور الأفقي x</p> <p>السلوك الطرفي: مع زيادة x، تقترب $f(x)$ من 0، مع انخفاض x، تزداد $f(x)$</p> <p>المجال: $f(x) = b^x$, $b > 1$</p> | <p>المعادلة: $f(x) = ab^x$, $a > 0$, $b > 1$</p> <p>المجال: جميع الأعداد الحقيقية، جميع الأعداد الحقيقية الموجبة</p> <p>نقطة التقاطع: نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y. لا توجد نقطة تقاطع مع المحور الأفقي x</p> <p>السلوك الطرفي: مع زيادة x، تزداد $f(x)$، مع انخفاض x، تقترب $f(x)$ من 0</p> |

تحدث الدوال الأسية في الكثير من مواقف الحياة اليومية.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الدوال الأسية في حل المسائل



[-50, 50] scl: 10 by [0, 350] scl: 25

الصودا تمثّل الدالة $C = 179(1.029)^t$ مقدار الصودا المستهلك في العالم، حيث C هي المقدار المستهلك بالهليار لتر t هي عدد السنوات منذ عام 2000.

أ. مثّل الدالة بيانياً. ما قيم C ذات المعنى في سياق المسألة؟

بما أن t تمثل الزمن، $t > 0$ ، عندما تكون $t = 0$ ، يبلغ الاستهلاك 179 مليار لتر. ولهذا، ففي سياق هذه المسألة، $C > 179$ ذات معنى.



الربط بالحياة اليومية
 الولايات المتحدة هي أكثر مستهلك للصودا في العالم. في أحد الأعوام مؤخرًا، كان استهلاك الولايات المتحدة يمثل ثلث إجمالي استهلاك العالم من الصودا.
 المصدر: معهد برونز ورايد ووتش

1 تمثيل الدوال الأسية بيانياً

المثال 1 يوضح كيفية تمثيل الدالة الأسية بيانياً عندما تكون $a > 0$ و $b > 1$.
المثال 2 يوضح كيفية تمثيل دالة أسية بيانياً عندما تكون $a > 0$ و $0 < b < 1$.
المثال 3 يوضح كيفية استخدام دالة أسية في حل مسألة من الحياة اليومية.

التقويم التكويني

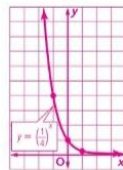
استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1. مثّل بيانياً $y = 4^x$. احسب قيمة نقطة التقاطع y وحدد المجال والبدى. نقطة التقاطع y .
 $D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$
 $R = \{ \text{كل الأعداد الموجبة} \}$



2. مثّل بيانياً $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. احسب قيمة نقطة التقاطع y وحدد المجال والبدى. نقطة التقاطع y .
 $D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$
 $R = \{ \text{كل الأعداد الموجبة} \}$



أفّتيه!

مفاهيم خاطئة لدى الطلاب تأكد من فهم الطلاب لأن التمثيلات البيانية للدوال الأسية لا تلمس المحور الأفقي x قط. وأنه من المفضل بالنسبة للتمثيلات البيانية المرسومة باليد أن تعرض التمثيل البياني أعلى وبالتوازي تقريباً مع المحور الأفقي x طالما أن الطلاب يعرفون جيداً أن التمثيل البياني يقترب بشكل لا نهائي من المحور دون أن يلمسه.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية أنشئ قالباً من أجل جدول القيم، وأسحب شبكة الإحداثيات على اللوحة.
 اكتب دالة واجعل الطلاب يكملوا جدول القيم. ثم اجعلهم يرسموا التمثيل البياني للدالة.

b. كم كان مقدار استهلاك الصودا في عام 2005?
 $C = 179(1.029)^t$
 $= 179(1.029)^5$
 ≈ 206.5
 استخدم حاسبة.
 كان استهلاك العالم من الصودا في عام 2005 يبلغ 206.5 مليار لتر تقريبا.

تبرين هوجه

3. علم الأحياء يتضاعف عدد نوع معين من البكتيريا كل 20 دقيقة. بدءا بـ 10 خلايا في مزرعة، يمكن تمثيل العدد بالدالة $B = 10(2)^{\frac{t}{20}}$ حيث B هي عدد خلايا البكتيريا t هي الزمن بزيادة. مقدارها 20 دقيقة. كم سيبلغ العدد بعد ساعتين؟

2 تحديد السلوك الأسّي تذكر من الدرس 2-3 أن الدوال الخطية لها معدل تغير ثابت. ليس للدوال الأسية معدلات تغير ثابتة، لكن لها نسب ثابتة.

مثال 4 تحديد السلوك الأسّي

حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكاً أسياً. اكتب نعم أو لا. ولماذا؟

| x | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|---|----|----|----|----|----|----|
| y | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 |

الطريقة 1 البحث عن نمط.

تقع قيم المجال على مسافات منتظمة تبلغ 5. ابحث عن عامل مشترك بين قيم البدئ.

$$64 \quad 32 \quad 16 \quad 8 \quad 4 \quad 2$$

$$\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

تختلف قيم البدئ حسب العامل المشترك $\frac{1}{2}$.

بما أن قيم المجال تقع على مسافات منتظمة وتختلف قيم البدئ حسب عامل مشترك موجب، فربما تكون البيانات أسية. قد تتضمن معادلتها $\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

الطريقة 2 مثل البيانات بيانياً.

ارسم النقاط وصلها بواسطة منحنى منتظم.

يوضح التمثيل البياني قيمة سرعة التناقص y مع زيادة x .

هذه صفة في السلوك الأسّي يتراوح فيها الأساس بين 0 و 1.

تبرين هوجه

4. حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكاً أسياً. اكتب نعم أو لا. اشرح السبب.

| x | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
|---|----|----|----|----|----|----|
| y | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 |

McGraw-Hill Education © حقوق النشر محفوظة

مثال إضافي

3 انخفاض القيمة يرى بعض الناس

أن قيمة السيارة الجديدة تتناقص حالما تقودها لمسافات طويلة.

$$V = 25,000x$$

تمثل الدالة 0.82^t الانخفاض في قيمة سيارة

جديدة كانت تكلفتها الأصلية

هي AED 25,000. بيننا تمثل

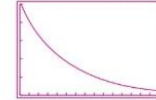
V قيمة السيارة وتمثل t الزمن

بالأعوام من وقت شرائها.

a. مثل الدالة بيانياً. ما قيم

V و t ذات المعنى في

سياق المسألة؟



$[0, 15]$ scl: 1 by $[0, 25,000]$

scl: 500. القيم $V \leq 25,000$

و $t \geq 0$ هي التي تكون ذات

معنى.

b. ماذا ستكون قيمة السيارة

بعد مرور خمسة أعوام؟ نحو

AED 9270

2 تحديد السلوك الأسّي

المثال 4 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت مجموعة بيانات تعرض سلوكاً أسياً.

مثال إضافي

4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات

الموضحة أدناه تعرض سلوكاً أسياً.

اكتب نعم أو لا. وضح السبب وراء

نعم أو لا.

| x | 0 | 10 | 20 | 30 |
|---|----|----|------|--------|
| y | 10 | 25 | 62.5 | 156.25 |

تقع قيم المجال على مسافات

منتظمة، كما أن لقيم البدئ عامل

مشترك هو 2.5. ومن ثم، من

المحتمل أن تكون المجموعة أسية.

كذلك، يوضح التمثيل البياني القيم

المتزايدة بسرعة لقيمة y في حالة

تزايد قيمة x .

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

تمثيل مسائل الرياضيات الطلاب الماهرين في الرياضيات يستطيعون استخدام دالة لوصف مدى اعتماد نسبة من المراجعة على الأخرى. في التمرين 20، سل الطلاب عن مدى تأثير الوقت على السكان.

إجابات إضافية

8. لا، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، لكن قيم المدى لها فرق مشترك يبلغ 2.
9. نعم، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، ولقيم المدى عامل مشترك هو 4.
21. لا، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، لكن قيم المدى ليس لها عامل مشترك موجب.
22. لا، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، لكن قيم المدى لها فرق مشترك يبلغ 5.
23. نعم، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، ولقيم المدى عامل مشترك هو 2.
24. نعم، تقع قيم المجال على مسافات منتظمة، ولقيم المدى عامل مشترك هو 0.4.

يمثل التمثيل البياني لـ $f(x) = b^x$ تشيلاً بيانياً أصلياً للدوال الأسية. ويمكن تطبيق نفس الأساليب المستخدمة لتحويل التمثيلات البيانية للدوال الأخرى التي درستها على التمثيلات البيانية للدوال الأسية.

| المفهوم الأساسي: تحويلات الدوال الأسية | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f(x) = ab^{kx-h} + k$ | |
| الإزاحة الرأسية: k | الإزاحة الأفقية: h |
| تكون وحدات k أعلى إذا كانت k موجبة تكون وحدات $ k $ أسفل إذا كانت k سالبة | تكون وحدات h جهة اليمين إذا كانت h موجبة تكون وحدات $ h $ جهة اليسار إذا كانت h سالبة |
| الانجاء والشكل: a | |
| إذا كان $0 < a$ ، فسينعكس التمثيل البياني على المحور الأفقي x . إذا كان $0 > a$ ، فسيتم التمثيل البياني رأسياً. إذا كان $0 < a < 1$ ، فسيكون التمثيل البياني مضغوطاً رأسياً. | |

مثال 5 التمثيل البياني للتحويلات

مثل كل دالة بيانياً. اذكر المجال والمدى.

a. $y = 2^x + 1$

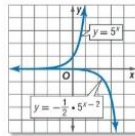
| x | $y = 2^x + 1$ |
|-----|----------------------|
| -3 | $2^{-3} + 1 = 1.125$ |
| -2 | $2^{-2} + 1 = 1.25$ |
| -1 | $2^{-1} + 1 = 1.5$ |
| 0 | $2^0 + 1 = 2$ |
| 1 | $2^1 + 1 = 3$ |
| 2 | $2^2 + 1 = 5$ |
| 3 | $2^3 + 1 = 9$ |

تمثل المعادلة إزاحة التمثيل البياني لـ $y = 2^x$ وحدة أعلى.



المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}، المدى = $\{y \mid y > 1\}$

b. $y = -\frac{1}{2} \cdot 5^{x-2}$



تمثل المعادلة تحويلاً للتمثيل البياني لـ $y = 5^x$.

مثل $y = 5^x$ بيانياً وحول التمثيل البياني.

• $a = -\frac{1}{2}$: يعكس التمثيل البياني في المحور الأفقي x وينضغط رأسياً.

• $h = 2$: تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار وحدتين إلى اليمين.

• $k = 0$: لا تتم إزاحة التمثيل البياني رأسياً.

المجال = {جميع الأعداد الحقيقية}، المدى = $\{y \mid y < 0\}$

تمرين موجّه 5A، 5B. انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

5A. $y = 2^{x+3} - 5$

5B. $y = 0.1(6)^x - 3$

نصيحة دراسية

الدقة: تذكر أن السلوك الطرقي هو سلوك التمثيل البياني حيث تقرب x من اللانهاية الموجبة أو اللانهاية السالبة. في المثال 5A، عندما تقرب x من اللانهاية، تقرب y من اللانهاية. وفي المثال 5B، عندما تقرب x من اللانهاية، تقرب y من اللانهاية السالبة.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

| المستوى | الواجب | خيار اليومين |
|----------|-------------------------|--------------------------|
| AL مبتدئ | 10-24, 42-68 | 10-24 زوجي, 42-45, 50-68 |
| OL أساسي | 11-39, 26, 40, 42-68 | 10-24, 46-49 |
| BL متقدم | 25-62, (اختياري: 63-68) | 25-40, 42-45, 50-68 |

المتابعة

استكشف الطلاب وضع النماذج باستخدام الدوال الأسية.

اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكن لنماذج الرياضيات أن تساعدك في اتخاذ قرارات سليمة؟
- الإجابة النموذجية: يمكن استخدام نماذج الرياضيات للمقارنة بين الخيارات المختلفة المتاحة. علاوة على تأثير أي خيار منها إذا ما تم اختياره.

نصيحة دراسية

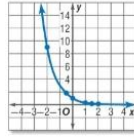
التضاليل الأسية تأخذ من عدم الخلط بين تعبير الأعداد التمدد الذي تكون فيه $101 < 1$ والتضاليل الأسية والذي تكون فيه $0 < b < 1$.

مثال 6: تمثيل دوال التضاليل الأسية بيانياً

مثل كل دالة بيانياً. اذكر المجال والبدى.

a. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

| x | $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ |
|----------------|----------------------------------------------------------------|
| -3 | $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$ |
| -2 | $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$ |
| $-\frac{1}{2}$ | $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ |
| 0 | $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ |
| 1 | $\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$ |
| $\frac{3}{2}$ | $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{27}}$ |
| 2 | $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ |



المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. والبدى هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.

b. $y = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 3$

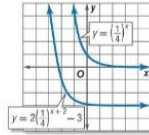
تمثل المعادلة تحويلاً للتمثيل البياني لـ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

افحص كل نقطة.

• $a = 2$ ، التمثيل البياني ممتد رأسياً.

• $h = -2$ ، تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار وحدتين إلى اليسار.

• $k = -3$ ، تتم إزاحة التمثيل البياني بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل.



المجال هو كل الأعداد الحقيقية. والبدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من -3.

تمرين موجّه 6A، 6B. انظر الهامش.

6A. $y = -3\left(\frac{2}{5}\right)^{x-4} + 2$

6B. $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$

كما هو الحال بالنسبة للنمو الأسى، يمكنك أيضاً تمثيل التضاليل الأسى بتناقض ثابت للنسبة المتوالية على مدار فترات زمنية محددة باستخدام الدالة التالية.

$A(t) = a(1 - r)^t$

يطلق على أساس التعبير الأسى. $t = 1$. اسم **عامل التضاليل**.

تدريس الممارسات في الرياضيات

المثيرة الطلاب الماهرون في الرياضيات يحلون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف الخاصة بالسئلة. في التمرين 41، قد يواجه الطلاب صعوبة حيث يكون لديهم نقطتان فحسب. اقترح عليهم أن يبدؤوا بالصيغة العامة للمعادلة الأسية التالية $y = ab^x$.

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يدونوا رأيهم في ارتباط الدوال الأسية بالدرس التالي، وهو الذي يتطرق لمناقشة مسائل من الحياة اليومية تتعلق بالنمو والاضمحلال.

إجابات إضافية

43. الإجابة النموذجية: يمكن التعبير عن عدد الفرق التي تتنافس في دوري كرة السلة بالمعادلة $y = 2^x$ حيث يمثل عدد الفرق المتنافسة في y ويمثل عدد الجولات في x . نقطة تقاطع y في تقاطع التمثيل البياني هي 1. ويزداد التمثيل البياني بسرعة عند $x > 0$. في النموذج الأساسي، كل فريق يشارك في الدوري سيلعب جميع الفرق الأخرى. إذا ما تم عمل نموذج للسياريو باستخدام دالة خطية، فإن كل فريق يشارك سيلعب عددًا ثابتًا من الفرق.



45. الإجابة النموذجية: أولاً، ابحث عن نمط من خلال التأكد من أن قيم المجال تقع على مسافات منتظمة وأن قيم المدى تختلف بعامل مشترك.

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 مثل كل دالة بيانيًا. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والمدى.

- $y = 2^x$
- $y = -5^x$
- $y = -\left(\frac{1}{5}\right)^x$
- $y = 3\left(\frac{1}{4}\right)^x$
- $f(x) = 6^x + 3$
- $f(x) = 2 - 2^x$

7. علم الأحياء تمثل الدالة $f(t) = 100(1.05)^t$ نمو أعداد ذبابة الماكهة، حيث $f(t)$ هي الذباب t هي الزمن بالأيام. ا. ما قيم المجال والمدى المعقولة في سياق هذا الموقف؟ اشرح.

b. بعد أسبوعين، كم يبلغ تقريبًا عدد الذباب في هذا التجمع؟

مثال 4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. اشرح لم أو لا.

8.

| | | | | | | |
|---|----|----|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 |

9.

| | | | | | | |
|---|---|---|----|----|-----|------|
| x | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| y | 1 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 |

مثال 5 مثل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى. 8-11 انظر ملحق إجابات الوحدة 2.

- $f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$
- $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$
- $f(x) = -\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^{x-4} + 3$
- $f(x) = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{x+6} + 7$

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 مثل كل دالة بيانيًا. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال والمدى.

- $y = 2x \cdot 8^x$
- $y = 2x \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x$
- $y = \left(\frac{1}{12}\right)^x$
- $y = -3x \cdot 9^x$
- $y = -4x \cdot 10^x$
- $y = 3x \cdot 11^x$
- $y = 4^x + 3$
- $y = \frac{1}{2}(2^x - 8)$
- $y = 5(3^x) + 1$
- $y = -2(3^x) + 5$

24. استخدام النماذج يزيد عدد البكتيريا في مزرعة وفقًا للنموذج $p = 300(2.7)^{0.02t}$ حيث t هي عدد الساعات $t = 0$ تعادل الساعة 9:00 صباحًا.

a. استخدم هذا النموذج لتقدير عدد البكتيريا الساعة 11 صباحًا.
b. مثل الدالة بيانيًا واذكر اسم نقطة التقاطع p . صف ما تثلله نقطة التقاطع p وصف مجال ومدى منطقتين لهذا الموقف.

مثال 4 حدد ما إذا كانت مجموعة البيانات المعروضة أدناه تعرض سلوكًا أسّيًا. اكتب نعم أو لا. اشرح السبب.

25.

| | | | | | |
|-----|----|----|---|-----|----|
| x | -4 | 0 | 4 | 8 | 12 |
| y | 2 | -4 | 8 | -16 | 32 |

26.

| | | | | |
|-----|----|----|----|----|
| x | -6 | -3 | 0 | 3 |
| y | 5 | 10 | 15 | 20 |

27.

| | | | | |
|-----|------|-----|----|----|
| x | -8 | -6 | -4 | -2 |
| y | 0.25 | 0.5 | 1 | 2 |

28.

| | | | | | |
|-----|----|-----|------|-------|--------|
| x | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| y | 1 | 0.4 | 0.16 | 0.064 | 0.0256 |

103

التدريس المتمايز

التوسع قدّم للطلاب هذا السيناريو: رجل حكيم طلب من حاكمه أن يوفر الأرز لشعبه. طلب الرجل الحكيم من الحاكم أن يعطيه حبتين من الأرز في المربع الأول من لوحة الشطرنج، و 4 حبات في المربع الثاني، وهكذا مضاعفًا كمية الأرز في كل مربع من مربعات لوحة الشطرنج.

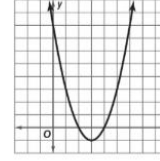
اطرح السؤال التالي:

- كم عدد حبات الأرز التي سيحصل عليها الرجل الحكيم في المربع الرابع والستين على لوحة الشطرنج؟ 2^{64} أو نحو 1.84×10^{19} حبات
- إذا كان رطل الأرز يحتوي على 24,000 حبة، فكم عدد أطنان الأرز التي سيحصل عليها الرجل الحكيم في اليوم الأخير؟ (تلميح: الطن الواحد = 1,000 كيلوجرام) نحو 3.84×10^{11} طنًا

McGraw-Hill Education لا يضمن أو يوافق ©

تدريب على الاختبار المعياري

50. إجابة قصيرة ما تقاطع مع المحور الأفقي x في الدالة المبينة بيانياً أدناه؟



51. استثمر مازن AED 300 في حساب ادخار. تمثل المعادلة $A = 300(1.005)^{12t}$ المبلغ في حساب مازن A بعد t سنوات. ما المبلغ الذي سيكون في حساب مازن بعد 7 أعوام؟

- A AED 25,326
B AED 456.11

- C AED 385.01
D AED 301.52

52. الهندسة وضعت ثورا قطعة ورق دائرية على صورة مربعة كما يظهر بالأدنى. إذا تعددت الصورة 4 سنخيترات خارج الدائرة من كل جانب، فما محيط الصورة المربعة؟



- F 64 cm
G 80 cm

- H 94 cm
J 112 cm

53. تقع النقطتان اللتان إحداثياتهما $(0, -3)$ و $(2, 7)$ على المستقيم l . يحتوي المستقيم p على $(-1, 3)$ وهو متعامد على المستقيم l . ما الإحداثي الأفقي x للنقطة التي تقاطع عندها l مع p ؟

- A $\frac{1}{2}$
C $-\frac{1}{2}$

- B $-\frac{2}{5}$
D -3

مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل ناتج ضرب. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي بالصيغة القياسية.

54. $(1.9 \times 10^2)(4.7 \times 10^6)$

55. $(4.5 \times 10^{-3})(5.6 \times 10^4)$

56. $(3.8 \times 10^{-4})(6.4 \times 10^{-8})$

بسط.

57. $\sqrt[3]{343}$

58. $\sqrt[5]{729}$

59. $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$

60. $729^{\frac{5}{6}}$

61. $216^{\frac{5}{3}}$

62. $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{3}{2}}$

63. سباق الهمد عندما تصطدم سيارة بجسم. يُقاس التلف بأثر الاصطدام. بالنسبة لسيارة معينة، يتحدد أثر الاصطدام I بواسطة $I = 2v^2$ حيث v تمثل السرعة بالكيلومتر في الدقيقة. ما أثر الاصطدام إذا كانت سرعة السيارة تبلغ 4 كيلومترات في الدقيقة؟

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام ثوابت.

64. $x + y = -3$
 $x - y = 1$

65. $3a + b = 5$
 $2a + b = 10$

66. $3x - 5y = 16$
 $-3x + 2y = -10$

مراجعة المهارات

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

67. 1, 3, 5, 7, ...

68. $-6, -4, -2, 0, \dots$

69. 6.5, 9, 11.5, 14, ...

70. 10, 3, $-4, -11, \dots$

71. $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \dots$

72. $1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$



مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الأسية

2-1

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات الأسية من خلال التمثيل البياني أو من خلال استخدام خاصية الجدول. وللتأكد من ذلك، سوف نكتب المعادلات في صيغة أنظمة معادلات.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل المعادلات والمتباينات الأسية.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

نصائح للتدريس

- في النشاط 1، ذكر الطلاب بأنه من أجل أن يدخلوا $3^x + 4$ ، فيسكنون حاجة إلى استخدام مفتاح \wedge من أجل التعبير عن الأس واستخدام السهم المتجه لأسفل قبل إدخال $+ 4$.
- عند تغيير إعدادات النوافذ، استخدم المفتاح tab للانتقال من حقل إلى آخر.
- في النشاط 2، سيجتاز الطلاب إلى استخدام المفتاح tab من أجل نقل المؤشر إلى سطر الإدخال للكتابة $f(2(x))$.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الصف إلى مجموعات ثنائية. واعمل مع الصف على إتمام النشاط 1 والنشاط 2. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال التمارين من 1 إلى 9 والنشاطين 2 و 3.

تهين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 10 إلى 12.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الأدوات الطلاب الباهرون في علم الرياضيات على دراية كافية بالأدوات المناسبة لاتخاذ قرارات حكيمة وسليمة عن الوقت المناسب لاستخدام كل أداة. وهم يدركون كذلك الفكرة التي يكتسبونها والحدود الموضوعية لهم. وضح أن الأنشطة 2 و 3 و 4 تقدم طرقاً متعددة لحل المعادلات والمتباينات. ناقش معهم الوقت المناسب لاستخدام الطرق وأدوات التكنولوجيا المتاحة.

النشاط 1

حل $3^x - 4 = \frac{1}{9}$



[-10, 10] scl: 1 by [-1, 1] scl: 0.1

مثل كل طرف من المعادلة بيانياً في صورة دالة منفصلة. أدخل $3^x - 4$ باعتبارها Y_1 . تأكد من تضمين قوسين حول الأس. أدخل $\frac{1}{9}$ باعتبارها Y_2 . ثم مثل المعادلتين بيانياً.

الخطوة 2

استخدم خاصية **Intersect**.

يمكنك استخدام خاصية **Intersect** (تقاطع) من شاشة **CALC** (حساب) لتقريب الزوج المرتب الخاص بالنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلات البيانية. حين شاشة الحاسبة أن الإحداثي x للنقطة التي تتقاطع عندها التمثيلان هو 2. لذا، فإن حل المعادلة هو 2.

الخطوة 3

استخدم خاصية **TABLE**.

يمكنك أيضاً استخدام خاصية **TABLE** (الجدول) لتحديد موقع النقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان.

يظهر الجدول قيم x وقيم y المتساوية لكل تمثيل بياني. اخص الجدول للعثور على قيمة x التي تساويها قيم y في التمثيلات البيانية.

عند $x = 2$ تكون لكنتا الدالتين قيمة y تبلغ $0.\bar{3}$ أو $\frac{1}{3}$ وبالتالي، فإن حل المعادلة هو 2.

تحقق عوض بالعدد 2 عن x في المعادلة الأصلية

$$\begin{aligned} 3^x - 4 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{المعادلة الأصلية} \\ 3^2 - 4 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{عوض بالعدد 2 عن } x. \\ 3 - 2 &\stackrel{?}{=} \frac{1}{9} && \text{بسط.} \\ \frac{1}{9} &= \frac{1}{9} && \text{تم التحقق من الحل.} \end{aligned}$$

يمكن استخدام إجراء مماثل لحل المتباينات الأسية.

(تتبع في الصفحة التالية)

استخدم التمارين من 13 إلى 15 لتقويم معرفة الطلاب بحل المعادلات المتباينات الأسية.

اطلب من الطلاب تلخيص استخدام التكنولوجيا لإيجاد الحلول للدوال المتباينات الأسية.

$$2^{x-2} \geq 0,5^{x-3} \quad | \cdot 2^3$$

$$2^{x-2} \geq 0,5^{x-3} \quad | \cdot 2^3$$

أدخل المتباينات ذات الصلة.

أدخل المتباينات ذات الصلة.

أعد كتابة المسألة في صورة نظام متباينات.

المتباينة الأولى هي $y \geq 2x - 2$ و $y \leq 2x - 2$ ، وما أن هذه المتباينة تتضمن علامة أقل من أو يساوي، فيجب أن نطابق أسفل المحور.

ENTER

أدخل الحد أولاً ثم استخدم السهم ومفتاح

اختيار أيقونة التظليل أسفل

المتباينة الثانية هي $y \geq 0.5 - x$ ، نطابق فوق المحور لأن هذه المتباينة تحتوي على علامة أكبر من أو يساوي.

Y= ◀ ◀ [ENTER] [ENTER] [ENTER] ▶ ▶ 2 ^ (

X,T,0,n = 2) [ENTER] ◀ ◀ [ENTER] [ENTER] ▶

▶ 5 ^ (X,T,0,n = 3)

مثل النظام بيانًا.

قيم x للنقاط الواقعة في المنطقة التي تتداخل فيها المناطق المظلمة هي مجموعة حل المتباينة الأصلية. وباستخدام خاصية **intersect** (تقاطع)، يمكنك استنتاج أن مجموعة الحل هي $\{x | x \geq 2.5\}$.

استخدم خاصية TABLE

تحقق باستخدام خاصية TABLE (الجدول). وتم إعادة الجدول لإظهار قيم x . زيادات تساوي 0.5. خطوات العملية على الحاسبة: $\boxed{2nd} \boxed{[TBLSET]} \boxed{0} \boxed{ENTER} \boxed{.5} \boxed{ENTER} \boxed{2nd} \boxed{[TABLE]}$. لاحظ أنه بالنسبة لقيم x التي تكون أكبر من $x = 2.5$ ، فإن $y_1 > y_2$. وهذا يؤكد أن حل الاشتباكة يكون $\{x | x \geq 2.5\}$.

10. نظراً لأن النظام يتكون من التعابير الموجودة على كلا طرفي المعادلة الأصلية أو المتباينة، فإن أي قيم تكون حلولاً للنظام سوف تحقق المعادلة الأصلية أو المتباينة.

حُلَّ كل معادلة أو متباينة.

$$1. \quad 9^{x-1} = \frac{1}{81} \quad -1$$

2. $4^{x+3} = 2^{5x}$ **2**

3. $5^{x-1} = 2^x$ **1.76**

$$4. 3.5^{x+2} = 1.75^{x+3} - 1.2$$

5. $-3^{x+4} = -0.5^{2x+3} - 2.6$

6. $6^{2-x} - 4 < -0.25^{x-2.5}$ ($x \mid x > 1.8$)

7. $16^{x-1} > 2^{2x+2}$ ($x \mid x > 3$)

8. $3^x - 4 \leq 5^{\frac{x}{2}} (x \mid x < 2)$

9. $5x + 3 \leq 2x + 4$ ($x \mid x \leq -2.2$)

10. **الكتابة في الرياضيات** وضح سبب عمل هذه التقنية الخاصة بتمثيل نظام معادلات أو متباينات بيانياً على حل المعادلات والمتباينات الأسية.