

حل المعادلات والمتباينات الأسية

2-6

1 التركيز

انحياز عمودي

قبل الدرس 2-6 | رسم مخطط بياني للدوال الأسية.

الدرس 2-6 حل المعادلات الأسية. حل المتباينات الأسية.

بعد الدرس 2-6 بسط التعابير الجذرية.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الخاص بالدرس.

اسأل:

■ ما هي قيمة x التي تمثل العام 2010؟

■ كم عدد الأعضاء الذين يمثلون في $y = 5.2$ ؟ 5,200,000

■ كم عدد الأعضاء الذين سيتواجدون في 2012؟ نحو 27,300,000

لماذا؟

الحالي

السابق



● حل المعادلات الأسية. ● نتج العضوية مواقع شبكات التواصل الاجتماعي إلى الزيادة بمعدل أسّي. ويمكن تمثيل نمو هذه العضوية على أحد المواقع من خلال المعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ حيث x هو عدد الأعوام منذ 2004 و y هو عدد الأعضاء بالملايين. يمكنك استخدام $y = 2.2(1.37)^x$ لتحديد كم سيكون عدد الأعضاء في عام ما محدد. أو لتحديد العام الذي بلغت فيه العضوية مستوى معينًا.

● فمت يمثل الدوال الأسية بيانيًا.

1

2

1 إيجاد حل المعادلات الأسية في المعادلة الأسية. تأني المتغيرات على شكل أسّي.

المفهوم الأساسي خاصية التساوي في الدوال الأسية

الشرح افترض أن $b > 0$ و $b \neq 1$. إذا $b^x = b^y$ فخط عندما يكون $x = y$. مثال إذا كانت $3^x = 3^5$ ، إذا كانت $x = 5$ كانت $x = 5$ ، إذا كانت $3^x = 3^5$.

يمكن استخدام خاصية التساوي لحل المعادلات الأسية.

مثال 1 حل المعادلات الأسية

حل كل من المعادلات التالية.

a. $2^x = 8^3$

$2^x = 8^3$

$2^x = (2^3)^3$

$2^x = 2^9$

$x = 9$

المعادلة الأصلية

أعد كتابة 8 بالصيغة 2^3 .

قوة أسية لقوة أسية

خاصية التساوي في الدوال الأسية

b. $9^{2x-1} = 3^{6x}$

$9^{2x-1} = 3^{6x}$

$(3^2)^{2x-1} = 3^{6x}$

$3^{4x-2} = 3^{6x}$

$4x - 2 = 6x$

$-2 = 2x$

$-1 = x$

المعادلة الأصلية

أعد كتابة 9 بالصيغة 3^2 .

قوة أسية لقوة أسية

خاصية التساوي في الدوال الأسية

اطرح $4x$ من كل طرف.

اقسم كل طرف على 2.

تمرين موجّه

1A. $4^{2x-1} = 64$

1B. $5^{5x} = 125^x + 2$

المفردات الجديدة

المعادلة الأسية

exponential equation

المربحة المركبة

compound interest

المتباينة الأسية

exponential inequality

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية

وكيفية.

يمكنك استخدام المعلومات المتعلقة بالنمو أو التناقص لكتابة المعادلة الخاصة بدالة أسية.

مثال 2 من الحياة اليومية كتابة الدالة الأسية

العلوم بدأت هدى تجربة بسـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد 4 ساعات، أصبح هناك 23,000 خلية. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها في تمثيل عدد البكتيريا بعد x من الساعات إذا كان عدد البكتيريا يتغير بالمعدل نفسه.

في بداية التجربة، كان الوقت 0 ساعة وكان يوجد 7500 خلية بكتيرية. وبالتالي، تكون قيمة التناقص مع المحور الرأسي a وقيمة b هي 7500.

عندما يكون $x = 4$ يكون عدد الخلايا البكتيرية 23,000. عوض عن هذه القيم في دالة أسية لتحديد قيمة b .

$y = ab^x$	دالة أسية
$23,000 = 7500 \cdot b^4$	عوض عن x بسـ 4، وعن y بسـ 23,000. وعن a بسـ 7500.
$3.067 \approx b^4$	اقسم كل طرف على 7500.
$\sqrt[4]{3.067} \approx b$	احسب الجذر الرابع لكل طرف.
$1.323 \approx b$	استخدام الحاسبة.

المعادلة التي تمثل عدد البكتيريا هي $y \approx 7500(1.323)^x$.

b. كم عدد الخلايا البكتيرية التي يمكن توقعها في العينة بعد 12 ساعة؟

$y \approx 7500(1.323)^x$	تمثيل المعادلة
$\approx 7500(1.323)^{12}$	عوض عن x بسـ 12.
$\approx 215,665$	استخدام آلة حاسبة.

سيكون هناك تقريباً 215,665 خلية بكتيرية بعد 12 ساعة.

تمرين موجّه

2. إعادة التدوير قامت جهة تصنيع بتوزيع 3.2 ملايين علبة الألومنيوم في عام 2005.

A. وفي 2010، وُضعت هذه الجهة 420,000 علبة تصلفة من العلب المتعاد تدويرها، والتي قامت بتوزيعها من قبل. وافترض أن معدل إعادة التدوير يستمر. اكتب معادلة لتمثيل توزيع العلب المتصلفة من الألومنيوم المتعاد تدويره كل عام.

B. كم عدد العلب المتصلفة من الألومنيوم المتعاد تدويره الذي يمكن توقعه في عام 2050؟ **أوجد**

$$y = 3.2(0.67)^x$$

لستخدم الدوال الأسية في الحالات التي تنطوي على مراحلة مركبة. **المراحلة المركبة** هي فائدة يتم دفعها على أساس رأس المال الأصلي للاستثمار بالإضافة إلى أي فوائد مكتسبة سابقاً.

المفهوم الأساسي المراحلة المركبة

يمكنك حساب المراحلة المركبة باستخدام الصيغة التالية.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

حيث يمثل A المبلغ في الحساب بعد t من الأعوام، ويمثل P المبلغ الأصلي المستثمر، ويمثل r نسبة المراحلة السنوية، ويمثل n عدد الفترات المركبة كل عام.

مسائل من الحياة اليومية

في عام 2008، ساهم معدل إعادة تدوير المعادن في الولايات المتحدة البالغ 35% في الوفاة من المعادن ما يقارب 25 مليون طن متري من الكربون في الهواء - الكمية الممتدة سنوياً من 4.5 ملايين سيارة تقريباً. المصدر: وكالة حماية البيئة



1 حل معادلات تربيعية

المثال 1 يوضح كيفية حل معادلة أسية. المثال 2 يوضح كيفية كتابة دالة أسية للتعبير عن موقف في الحياة اليومية. المثال 3 يوضح كيفية تحديد الفائدة المركبة باستخدام دالة أسية.

تقويم تكويني

استخدم تمارين الممارسة الموجهة بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمبادئ.

أمثلة إضافية

1 حل جميع المعادلات.

a. $3^x = 9^4$ 8

b. $25^x = 4^{2x-1}$ -2

2 السكان في 2000. كان تعداد السكان في فينيكس 1,321,045 وبحلول 2007، تم تقديره بنحو 1,512,986.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها للتعبير عن سكان فينيكس. اكتب x فيما يتعلق بعدد السنوات منذ عام 2000.

$$y = 1,321,045(1.0196)^x$$

b. توقع تعداد سكان فينيكس في 2013. 1,700,221

التركيز على المحتوى الرياضي

حل المعادلات الأسية يمكن حل المعادلات الأسية البسيطة من خلال إعادة كتابة أحد أو كلا طرفي المعادلة وبالتالي تكون القواعد واحدة. بمجرد تحقيق ذلك، يمكن استخدام خاصية التباين للدوال الأسية للحل للحصول على المتغير.

مثال 3 المراجعة المركبة

يدفع حساب استثماري مراجعة سنوية مركبة بنسبة 4.2% شهرياً. فإذا تم استثمار مبلغ 2500 AED في هذا الحساب، فكم سيصبح الرصيد بعد 15 عامًا؟

الهدف أوجد المبلغ الإجمالي في الحساب بعد 15 عامًا.

خطط استخدم قانون المراجعة المركبة.

$$t = 15, n = 12, r = 0.042, P = 2500$$

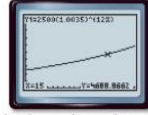
أوجد الحل

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} \\ = 2500 \left(1 + \frac{0.042}{12} \right)^{12 \cdot 15} \\ \approx 4688.87$$

قانون المراجعة المركبة

$$P = 2500, r = 0.042, n = 12, t = 15$$

استخدم حاسبة.



تحقق مثل المعادلة التالية بياناً

$$2500(1.0035)^{180} \approx 4688.87$$

عندما تكون $x = 15$.

قيمة y البالغة 4688.8662 قريبة جداً من 4688.87.

لذلك فإن الإجابة صحيحة.

تمرين موجّه

[0, 20] scl: 1 by 10, 10,000] scl: 1000

3. أوجد رصيده الحساب بعد 20 عامًا إذا تم وضع 100 AED في حساب يدفع مراجعة مركبة قدرها 1.2% مرتين في الشهر. **AED 127.12**

انتبه!

النسب المئوية تذكر أن تحويل جميع النسب المئوية إلى صيغة كسور عشرية، 0.042 تصبح 2.4%.

مثال إضافي

3 يدفع حساب استثماري فائدة مركبة سنوية بنسبة 5.4% بشكل ربع سنوي. إذا كان قد تم إيداع 4000 AED في هذا الحساب، أوجد الحساب بعد 8 أعوام. **6143.56 AED**

2 حل معادلات تربيعية

المثال 4 يوضح كيفية حل متباينة أسية.

مثال إضافي

4 حل $x < \frac{7}{2}$, $5^3 - 2x > \frac{1}{625}$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

مدونة اطلب من الطلاب كتابة مدخلة في المدونة توضح خواص معادلة أو متباينة أو دالة أسية.

2

حل المتباينات الأسية المتباينة الأسية هي متباينة تتضمن متغير أسية.

المفهوم الأساسي خاصية التباين في الدوال الأسية

الشرح افترض أن $b > 1$. فإن $b^x > b^y$ فقط عندما تكون $x > y$. و $b^x < b^y$ فقط عندما تكون $x < y$.

مثال إذا كانت $2^6 > 2^8$ فإن $x > 6$. فإن كانت $x > 6$ ، إذا $2^x > 2^6$.

تنطبق هذه الخاصية أيضاً على \geq و \leq .

مثال 4 حل المتباينات الأسية

$$\text{حل } 8 < 16^{2x-3}$$

$$16^{2x-3} < 8$$

المتباينة الأصلية

$$(2^4)^{2x-3} < 2^3$$

أعد كتابة 16 بالصيغة 2^4 و 8 بالصيغة 2^3

$$2^{8x-12} < 2^3$$

قوة أسية لقوة أسية

$$8x - 12 < 3$$

خاصية التباين في الدوال الأسية

$$8x < 15$$

اجمع 12 إلى كل طرف.

$$x < \frac{15}{8}$$

اقسم كل طرف على 8.

تمرين موجّه

حل كل متباينة مما يلي.

4A. $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$ $\{x | x \geq -2\}$

4B. $2^{x+2} > \frac{1}{32}$ $\{x | x > -7\}$

التعليم المهم

في حال أنت تريد من الطلاب أن يتحققوا لبروا ما إذا كانت الإجابة صحيحة.

إذا ذكر الطلاب أن يختاروا أي قيمة في وقت الحل ويروا إذا كانت تنماشى مع المتباينة الأصلي.

3 التمرين

تقويم تكويني

استخدم التمارين من 1-8 للتحقق من الفهم.

استخدم التمثيل البياني في أسفل الصفحة القادمة لتخصيص الواجبات لطلابك.

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل يمكن للطلاب المتميزون رياضياً تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المسائل المتواجدة في الحياة اليومية وتحليل العلاقات رياضياً لرسم نتائج وتفسير نتائجهم الرياضية في سياق موقف ما.

التحقق من فهمك

مثال 1

حل كل من المعادلات التالية.

1. $3^{5x} = 27^{2x-4}$ 12
2. $16^{2y-3} = 4^{y+1}$ $\frac{7}{3}$
3. $2^{6x} = 32^{x-2}$ -10
4. $49^x + 5 = 7^{8x-6}$ $\frac{8}{3}$

مثال 2

مثال 5a. $c = 2\frac{4}{15}$
مثال 5b. 16

5. العلوم انقسام الخلية هو العملية التي تنقسم فيها الخلية إلى اثنتين. وتُعدّ الإشريكية القولونية واحدة من أسرع أنواع البكتيريا نمواً. ذلك أنه يمكنها أن تتكاثر بنفسها في 15 دقيقة.

a. اكتب دالة أسية لتمثيل عدد الخلايا c بعد عدد t من الدقائق.

b. إذا بدأت بحلية إشريكية قولونية واحدة، فكم سيكون عدد الخلايا خلال ساعة واحدة؟

مثال 3

6. تدفع شهادة إيداع مراهقة مركبة كل أسبوعين قدرها 2.25%. فإذا أودعت AED 500 في هذه الشهادة، فكم سيكون الرصيد بعد 6 أعوام؟ **AED 572.23**

مثال 4

حل كل من المتباينات التالية.

7. $4^{2x+6} \leq 64^{2x-4}$ $\{y | y \leq 0\}$
8. $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+2}$ $\{x | x \geq 4.5\}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حل كل من المعادلات التالية.

9. $8^{4x+2} = 64$ 0
10. $5^{x-6} = 125$ 9
11. $81^{x+2} = 3^{4x+1}$ -7
12. $256^{b+2} = 4^{2-2b}$ -1
13. $9^{3c+1} = 27^{3c-1}$ $\frac{5}{3}$
14. $8^{2y+4} = 16^{y+1}$ -4

مثال 2

15. تمثيل النماذج في عام 2009، استلكت ربهام مبلغاً قدره AED 10,000 من جديتها، واستثمر والداها هذا المبلغ المالي كله، وبحلول عام 2021، سيكون هذا المبلغ قد نما ليصل إلى AED 16,960.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامها لتمثيل المبلغ المالي y . واكتب الدالة بحيث يكون x هو عدد الأعوام منذ عام 2009. **$y = 10,000(1.045)^x$**

b. افترض أن هذا المبلغ المالي استمر في النمو بنفس المعدل، فكم سيكون رصيده هذا الحساب في عام 2031؟ **حوالي AED 26,336.52**

اكتب دالة أسية للتمثيل البياني الذي يمر بالنقاط المعطاة.

16. $(0, 6.4)$ و $(3, 100)$ **$y = 6.4(2.5)^x$**
17. $(0, 256)$ و $(4, 81)$ **$y = 256(0.75)^x$**
18. $(0, 128)$ و $(5, 371,293)$ **$y = 128(4.926)^x$**
19. $(0, 144)$ و $(4, 21,609)$ **$y = 144(3.5)^x$**

مثال 3

20. أوجد رصيده الحساب بعد 7 أعوام إذا تم إيداع مبلغ AED 700 في حساب يدفع مراهقة قدرها 4.3% شهرياً. **AED 945.34**

21. حدد كم سيكون المبلغ الموجود في حساب تتأعد بعد 20 عاماً إذا تم استثمار AED 5000 بنسبة مراهقة مركبة قدرها 6.05% أسبوعياً. **AED 16,755.63**

22. يقدم حساب توفير مراهقة مركبة قدرها 0.7% كل شهرين، وإذا تم إيداع مبلغ AED 110 في هذا الحساب، فكم سيكون الرصيد بعد 15 عاماً؟ **AED 122.17**

23. يدفع حساب توفير جامعي مراهقة سنوية قدرها 13.2% كل نصف عام، فكم سيكون رصيده الحساب بعد 12 عاماً إذا تم إيداع مبلغ AED 21,000 بشكل أولي؟ **AED 97,362.61**

مثال 4

حل كل من المتباينات التالية.

24. $625 \geq 5^{a+8}$ **$\{a | a \leq -4\}$**
25. $10^{5b+2} > 1000$
26. $\left(\frac{1}{64}\right)^{c-2} < 32^{2c}$
27. $\left(\frac{1}{27}\right)^{2d-2} \leq 81^{d+4}$ **$\{d | d \geq -1\}$**
28. $\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$ **$\{t | t \leq -40\}$**
29. $\left(\frac{1}{36}\right)^{w+2} < \left(\frac{1}{216}\right)^{4w}$

140 | الدرس 2-6 | حلّ المعادلات والمتباينات الأسية

خيارات الواجب المنزلي المميزة

مستوى	واجب	خيار اليومي
أساسي م.5	9-29, 42-43, 45-71	9-29, 50-53, 54-71, 45-49, 42-43, 10-28 زوجي
جوهري م.6	31-37, 30, 9-29 فردي, 45-71, 38-43	9-29, 50-53, 30-43, 45-49, 54-71
متقدم م.7	30-67, (اختياري, 68-71)	

140 | الدرس 2-6 | حلّ المعادلات والمتباينات الأسية

إجابات إضافية
38d. نحو 9.3498 مليار؛ لأن التوقع لعام 200 كان أكبر من التعداد الفعلي للسكان. وهذا التوقع من المحتمل أن يكون أعلى من التعداد الفعلي الذي سيكون في ذلك الوقت.



30. **العلوم** تبلغ حرارة كوب من الشوكولاته الساخنة 90°C عند الوقت $t = 0$. وهذا الكوب يحاط بهواء درجة حرارته ثابتة عند 20°C . فإذا تم تطبيقه بانتظام، ستصبح حرارته بالدرجة المتوبة بعد t من الدقائق $y(t) = 20 + 70(1.071)^{-kt}$.
 a. أوجد درجة حرارة الشوكولاته الساخنة بعد 15 دقيقة. **45.02°C**
 b. أوجد درجة حرارة الشوكولاته الساخنة بعد 30 دقيقة. **28.94°C**
 c. درجة الحرارة المتتالية للشرب هي 60°C . فهل سيكون كوب الشوكولاته الساخنة عند درجة الحرارة هذه أم أقل. فيها بعد 10 دقائق؟ **أقل منها**

31. **الحيوانات** تُظهر الدراسات أن أي حيوان سوف يدافع عن منطقته في حيز يُقدر بالأمتر المربعة يكون متناسلاً بشكل طردي مع قوة قدرها 1.31 من وزن الحيوان بالكيلوغرام.
 a. إذا دافع قندس وزنه 45 كيلوجراماً عن مساحة قدرها 170 مترًا مربعاً، فاكتمل معادلة تمثل المساحة A التي يتم الدفاع عنها بواسطة قندس وزنه w من الكيلوجرامات. **$A = 1.16w^{1.31}$**
 b. يعتمد العلماء أنه منذ آلاف السنين، كان أسلاف القندس بطول 11 m ووزن 430 كيلوجراماً. استخدم معادلتك لتحديد المساحة التي دافعت عنها تلك الحيوانات. **حوالي 3268 km**
 جَن كل من المعادلات التالية.

32. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1} \cdot \frac{2}{5}$ 33. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2} \cdot \frac{1}{7}$ 34. $216 = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+3} \cdot 6$
 35. $\left(\frac{1}{8}\right)^{3x+4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x+4} \cdot \frac{4}{13}$ 36. $\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4} \cdot \frac{11}{8}$ 37. $\left(\frac{25}{81}\right)^{3x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1} \cdot 1$

38. **تمثيل النماذج** في عام 1950، بلغ تعداد سكان العالم 2.556 مليار نسمة. وبحلول عام 1980، ازداد العدد إلى 4.458 مليار نسمة.
 a. اكتب دالة أسية بالصيغة $y = ab^x$ والتي يمكن استخدامها لتمثيل تعداد سكان العالم y بالمليارات للفترة من 1950 وحتى 1980. اكتب المعادلة بحيث يكون x هو عدد الأعوام منذ 1950. أقرب قيمة b إلى أقرب جزء من عشرة آلاف. **$y = 2.556(1.0187)^x$**
 b. افترض أن هذا التعداد استمر في النمو بهذا المعدل. قَدِّر التعداد في عام 2000. **6.455 مليارات**
 c. في عام 2000، بلغ تعداد سكان العالم حوالي 6.08 مليارات نسمة. قارن تقديرك بالتعداد الفعلي للسكان.
 d. استخدم المعادلة التي كتبتها في الجزء b لتقدير تعداد سكان العالم في العام 2020. ما مدى دقة هذا التقدير برأيك؟ اشرح استنتاجك. **كان التعداد المتوقع أكثر من الفعلي بحوالي 375 مليوناً.**

39. **الأشجار** يتغير قطر الدائرة لقاعدة جذع شجرة بالمستقيرات طردياً مع $\frac{3}{2}$ قوة ارتفاعها بالأمتار.
 a. يبلغ طول شجرة سكوية صغيرة 6 أمتار، ويبلغ قطر قاعدتها 19.1 سنتيمترًا. استخدم هذه المعلومات لكتابة معادلة للقطر d الخاص بقاعدة شجرة السكوية إذا كان ارتفاعها يبلغ h من الأمتار.
 b. يبلغ طول شجرة الجنرال شيرمان في حديقة سكوي الوطنية بكاليفورنيا حوالي 84 متراً. أوجد قطر قاعدة شجرة الشيرمان العامة. **حوالي 1001 cm**

الخيار A	الخيار B
نسبة سنوية 6.5% تزداد بشكل ربع سنوي. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000	نسبة سنوية 4.2% تزداد شهرياً. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000
بالإضافة إلى	بالإضافة إلى
رصيد 2.3% تزداد أسبوعياً. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000	رصيد 2.3% تزداد أسبوعياً. ويبلغ الحد الأدنى للوديعة AED 5000

40. **المعرفة المالية** لدى السيدة آمنة خططان استثمارتان مختلفتان تتعلقان بالتقاعد لخيار واحدة من بينهما.
 a. اكتب معادلتين للخيار A والخيار B بناءً على الحد الأدنى للإيداعات.
 b. ارسم تخطيطاً بيانياً لإظهار الأرصدة لكل خيار استثماري بعد عدد t من الأعوام. انظر الهامش
 c. اشرح ما إذا كان الخيار A أو الخيار B هو الخيار الأفضل للاستثمار.

40c. **الإيجابية:** خلال أول 22 عامًا، يكون الخيار B هو الخيار الأفضل لأن الإجمالي يكون أعلى من ذلك الخاص بالخيار A. ومع ذلك، بعد حوالي 22 عامًا، سيتجاوز رصيد الخيار B رصيد الخيار A لذلك فالخيار A هو الخيار الأفضل.

التعليم الهيئ

تهديد اسبح للطلاب بتطوير الشعور الاستهلاكي من خلال إعطائهم مبلغ إبداع مبدئي والطلب منهم التسوق في الأنحاء للحصول على أفضل سعر فائدة. ينبغي على الطلاب تسجيل المعلومات ذات الصلة بما في ذلك اسم البنك ونوع الحساب ومعدل الفائدة وكَم مرة تم تركيب الفائدة والتبؤد المفروضة على الحساب. اطلب من الطلاب رسم مخطط بياني لنمو وديعتهم المبدئية بمرور الوقت.

تدريس الممارسات الرياضية

برهان يمكن للطلاب التمييز بين رياضيات فهم واستخدام الافتراضات والتعريفات المذكورة والنتائج المتوصل إليها سابقًا لبناء البرهان. فإنهم يخمنون ويبنون تقدمًا منطقيًا للعبارة لاستكشاف حقيقة تخميناتهم. وهم قادرون على تحليل المواقف من خلال تحليلها إلى حالات ويمكنهم التعرف على الأمثلة العكسية واستخدامها.

41. **التثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الزيادة السريعة لإحدى الدوال الأسية. ثم قم ورقة كبيرة إلى نصفين. ووضعت إحدى القطعتين الناتجتين على القطعة الأخرى. بعد ذلك، ثم قم القطعتين الموجودتين في هذه الكومة إلى نصفين ووضعت القطع الناتجة فوق بعضها البعض. افترض أنه تم تكرار هذا الإجراء عدة مرات.
- a. **عمليًا** بقّ هذا النشاط وقم بإحصاء عدد الأوراق في الكومة بعد الفص أول مرة. كم سيكون عدد قصاصات الورق في الكومة بعد ثاني عملية فص؟ وكم سيكون عدد قصاصات الورق بعد ثالث مرة؟ وكم سيكون عدد قصاصات الورق بعد رابع مرة؟ **2, 4, 8, 16**
- b. **جدولًا** سجّل نتائجك في جدول. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**
- c. **رمزيًا** استخدم النمط الموجود في الجدول لكتابة معادلة لعدد قصاصات الورق في الكومة بعد عدد x من عمليات الفص. **$y = 2^x$**
- d. **تحليليًا** يبلغ شيك ورقة عادية حوالي 0.003 سنتيمتر. اكتب معادلة للتعبير عن شيك كومة من هذه الورقة بعد عدد x من عمليات الفص. **$y = 0.003(2)^x$**
- e. **تحليليًا** كم سيكون شيك كومة الورق بعد 30 فصًا؟ **حوالي 3,221,225.47 in.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

42. **الكتابة في الرياضيات** في مسألة عن المراجعة المركبة، صف ماذا يحدث عندما تصبح الفترات المركبة أكثر تكرارًا. بينما يظل المبلغ الأصلي والوقت الكلي كما هما. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

43. **تحليل الخطأ** حل كل من أسئلة وبديرة المعادلة $36^{-x} > 6^{x-3}$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

43. **الإجابة النموذجية:** جميعت أمية وبديرة الأس بدلًا من ضربها عند أخذ القوة الأسية. لقوة أسية. 45. سيكون تحليل المدة أكثر فائدة. ذلك أن المضاعف يكون 1.3756 لمدة 4 أعوام و 1.3828 و النسبة 5.6%.

بديرة	أمية
$6^{x-3} > 36^{-x-1}$	$6^{x-3} > 36^{-x-1}$
$6^{x-3} > (6^2)^{-x-1}$	$6^{x-3} > (6^2)^{-x-1}$
$6^{x-3} > 6^{-2x-2}$	$6^{x-3} > 6^{-2x-2}$
$x-3 > -2x-2$	$x-3 > -2x-2$
$3x > 1$	$3x > 1$
$x > \frac{1}{3}$	$x > \frac{1}{3}$

46a. **دائمًا**، حيث ستكون 2^x موجبة دائمًا. وستكون $-g^{20x}$ سالبة دائمًا. 46b. **دائمًا**، فحسب التعريف، سيتزايد التمثيل البياني دائمًا حتى ولو كان لزيادة ضئيلة.

46c. **غير صحيح** على الإطلاق؛ فحسب التعريف، سيتناقص التمثيل البياني دائمًا حتى ولو كان تناقصًا ضئيلًا.

49. **الإجابة النموذجية:** تم

قسمة الكمية النهائية على الكمية الأولية. وإذا كان n هو عدد الفترات الزمنية الفاصلة التي تمر، فبتعين حساب الجذر النوني n للإجابة.

44. **تحّد** حل لإيجاد $16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} = 4^x$ **37.1610** x .

45. **مسألة غير محددة الإجابة** ما التعبير الذي قد يكون أكثر فائدة لفرض مدته 5 أعوام بمراجعة مركبة نسبتها 8% شهريًا، تقليل المدة إلى 4 أعوام أم تقليل نسبة المراجعة إلى 6.5%؟

46. **الفرضيات** حدّد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

a. $8^{20x} - 2^x > 2^x$ لجميع قيم x .
b. يتزايد التمثيل البياني لمعادلة ذو أس.

c. يتزايد التمثيل البياني لمعادلة تضالّو أس.

47. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب متباينة أسية مع حل $x \leq 2$. **الإجابة النموذجية:** $4^x \leq 4^2$

48. **البرهان** أثبت أن $9^{4x+1} + 3^{2x+2} = 81^{x+1} + 27^{2x}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 2.**

49. **الكتابة في الرياضيات** إذا كانت لديك الكميّتين الأولية والنهائية لمادة مشعة ما ومقدار الوقت الذي يمر، فكيف يمكنك تحديد معدل زيادة أو انخفاض الكمية من أجل كتابة معادلة؟

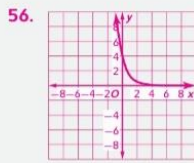
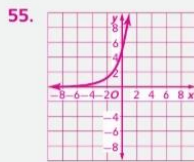
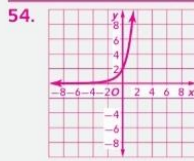
انتبه!

تحليل خاطئ في التمرين 43
قد يحقق الطلاب في التعرف على استخدام قواعد الأس الأساسية عندما تدخل المتغيرات. ذكرهم بأن $(a^m)^n = a^{mn}$.

4 التقويم

اطلق اسم على الرياضيات اطلب من الطلاب وصف مجموعة القيم المعبرة عن b الممكنة في دالة أسية من الصيغة $y = b^x$.

إجابات إضافية



تدريب على الاختبار المعياري

52. إجابة شبيهة: تمثل الزوايا الثلاث المثلث في $3x$ و $10 + x$ و $2x - 40$. أوجد قياس أصغر زاوية في المثلث. **30**
53. SAT/ACT أي مما يلي يكون مساوياً لـ $(x)(x)(x)(x)$ لجميع رموز x ? **E**
- A $x + 4$ D $4x^2$
B $4x$ E x^4
C $2x^2$

50. $3 \times 10^{-4} = B$
- A 0.003 C 0.00003
B 0.0003 D 0.000003
51. أي مما يلي يمكن ألا يكون حلاً لـ $5 - 3x < -3$? **F**
- F 2.5 H 3.5
G 3 J 4

مراجعة شاملة

مثل كل دالة بيانياً. **التمرين 1-2: 54-56. انظر الهامش.**

54. $y = 2(3)^x$

55. $y = 5(2)^x$

56. $y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x$

استخدم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى العوامل. **التمرين 4-1: 57-62.**

57. $4m^3n^2 + 16m^2n^3 - 8m^3n^4 = 4m^2n^2(m + 4n - 2mn^2)$

58. $12j^4k^4 + 36j^3k^2 - 3j^2k^2 = 3j^2k^2(4j^2k^2 + 12j - 1)$

حلل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

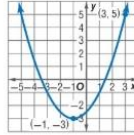
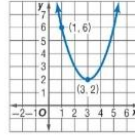
59. $x^2 - 4x + 3xy - 12y = (x + 3y)(x - 4)$

60. $4a - 10ab + 6b - 15b^2 = (2a + 3b)(2 - 5b)$

اكتب معادلة بصيغة الرأس لكل قطع مكافئ. **التمرين 7-1: 61-65.**

61. $y = (x - 3)^2 + 2$

62. $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 3$



63. $f(x) = \frac{2}{3}(2)^x$

64. $f(x) = 4^x + 3$

65. $f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$

66. الجوائز: ستستخدم آلة لإلقاء الضمان على الجمهور في مباريات لكرة السلة. **التمرين 1-7: 67-70.**



a. ما الارتفاع الأولي للنباح؟ **4 ft**
b. إذا تم الإمساك بالنباح بعد ثانيتين، فإذن سيكون الارتفاع؟ **8 ft**

مراجعة المفاهيم

أوجد $(h \circ g)(x)$ و $(g \circ h)(x)$.

66. $h(x) = 2x - 1$ **6x + 1;**
 $g(x) = 3x + 4$ **6x + 7**

67. $h(x) = x^2 + 2$
 $g(x) = x - 3$ **$x^2 - 1; x^2 - 6x + 11$**

68. $h(x) = x^2 + 1$ **$-2x^2 - 1;$**
 $g(x) = -2x + 1$ **$4x^2 - 4x + 2$**

69. $h(x) = -5x$
 $g(x) = 3x - 5$ **$-15x - 5; -15x + 25$**

70. $h(x) = x^3$
 $g(x) = x - 2$ **$x^3 - 2; x^3 - 6x^2 + 12x - 8$**

71. $h(x) = x + 4$ **$|x + 4|; |x| + 4$**
 $g(x) = |x|$

143

التعليم المهم

تهدف اطلب من الطلاب مد الحل للمثال 3 للحصول على عدد متزايد من الفترات المركبة. جرب التركيب اليومي ($n = 365$). ومن ثم استكشف ماذا يحدث في حال n تغيرت إلى عشرات من الآلاف من المرات خلال العام. يقترب المبلغ النهائي من الحد العلوي، الذي يبلغ في هذه الحالة نحو 4694.03AED.



مختبر الجبر تحويل التعابير الأسية

يستخدم استخدام خواص الأسس السببية في تحويل الدوال الأسية إلى صيغ أخرى لحل مسائل من الحياة اليومية.

النشاط اكتب التعابير الأسية المكافئة

تحاول غاية أن تختار من بين خطتي حساب ادخار، وتقدم الخطة A نسبة مراهجة مركبة شهرية تبلغ 0.25%. بينما تقدم الخطة B نسبة مراهجة مركبة سنوية تبلغ 2.5%. فأي الخطين الأفضل؟ اشرح.

من أجل المقارنة بين الخطين، يجب أن نقارن النسبتين بالتكرار المركب نفسه. فالطريقة الأولى للقيام بهذا تتمثل في المقارنة بين نسبتي المراهجة الشهريتين التقريبتين للخطين. وللتبين أن نسبة المراهجة الشهرية الفعلية، وعلى الرغم من أنه يمكنك استخدام قانون المراهجة المركبة لإيجاد هذه النسبة، فيمكنك أيضًا استخدام خواص الأسس.

اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه غاية بعد عدد t من السنوات من خلال الخطة B وللتبسيط، افترض أن المبلغ الأولي لاستثمار غاية هو AED 1.

$$y = a(1 + r)^t \quad \text{معادلة النمو الأسّي}$$

$$A(t) = 1(1 + 0.025)^t \quad y = A(t) \text{ أو } a = 1 \text{ أو } r = 2.5\% \text{ أو } 0.025$$

يشط.

الآن، اكتب دالة تعادل A(t) تمثل تركبًا في السنة. بقوة أسية تبلغ 12t، بدلاً من 1 في السنة، بقوة أسية تبلغ 12t.

$$A(t) = 1.025^{12t} \quad \text{الدالة الأصلية}$$

$$= 1.025^{\left(\frac{1}{12} \cdot 12\right)t} \quad 1 = \frac{1}{12} \cdot 12$$

$$= \left(1.025^{\frac{1}{12}}\right)^{12t} \quad \text{قوة أسية لقوة أسية}$$

$$\approx 1.0021^{12t} \quad 1.0021^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{1.025}$$

من هذه الدالة المكافئة، يمكننا تحديد أن نسبة المراهجة الشهرية الفعلية حسب الخطة B تبلغ 0.0021 تقريبًا أو حوالي 0.21% في الشهر. حيث نقل هذه النسبة عن نسبة المراهجة الشهرية البالغة 0.25% في الشهر التي تقدمها الخطة A. إذا، فإن الخطة A هي الخطة الأفضل.

التمثيل والتحليل

1. استخدم قانون المراهجة المركبة $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ لتحديد نسبة المراهجة الشهرية الفعلية للخطة B. ما وجه مقارنة هذه النسبة بالنسبة المحسوبة باستخدام الطريقة الواردة في النشاط أعلاه؟ **حوالي 0.21% في الشهر؛ وهما متماثلتان تقريبًا.**
2. اكتب دالة لتمثيل المبلغ A الذي ستكتسبه غاية بعد عدد t من الأشهر في الخطة A. ثم استخدم خواص الأسس لكتابة دالة تعادل A(t) التي تمثل المبلغ المكتسب بعد عدد t من السنوات. **$A(t) = (1.0025)^t$ ؛ $A(t) \approx (1.030)^{12t}$**
3. من التعبير الذي كتبت في التمرين 2، حدد نسبة المراهجة السنوية الفعلية حسب الخطة A. استخدم هذه النسبة لشرح السبب في كون الخطة A هي الخطة الأفضل. **انظر الهامش.**
4. افترض أن الخطة A عرضت نسبة مراهجة مركبة ربع سنوية تبلغ 1.5%. استخدم خواص الأسس لتوضيح أيهما الخطة الأفضل. **انظر الهامش.**

4. الدالة $A(t) = (1.025)^t$ يعطي المبلغ الذي كسبته الخطة B بعد t عام.

$$A(t) = (1.025)^{12t} \quad \text{دالة أصلي}$$

$$= (1.025)^{(1_4 \cdot 4)t} \quad 1 = 1_4 \cdot 4$$

$$= \left[(1.025)^{1_4} \right] 4t \quad \text{قوة القوة}$$

$$\approx 1.0062 \quad \text{أو حول } 1.0062 = 4 \sqrt[4]{1.025}$$

ببلغ معدل الفائدة الربعي الفعال نحو 0.0062 أو 0.62%. وهو أقل من معدل الفائدة الربعي الذي يبلغ 1.5% الذي قدمته الخطة A. وبالتالي فإن الخطة A هي أفضل خطة.

1 التركيز

الهدف استخدام خصائص الأسس المنطقية لتحويل التعابير من دوال أسية إلى صيغ مناسبة لحل المشكلات.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظم الطلاب في مجموعات من 2. مازجًا القدرات. ثم اطلب من المجموعات الانتهاء من النشاط والتمارين من 1-3.

نصيحة تدريسية

وضح للطلاب أن صيغة الفائدة السنوية تقريبية باعتبارها معدل فائدة شهري باستخدام $\frac{1}{12} \cdot 12$ لأنه يوجد 12 شهرًا في العام. ممارسة اطلب من الطلاب الانتهاء من التمارين 4.

3 التقويم

تقويم تكويني

استخدم التمرين 4 لتقويم ما إذا كان يمكن للطلاب فهم كيفية استخدام خواص الأسس لكتابة التعابير المعادلة من أجل مقارنة معدل الفائدة.

من المادي إلى المعنوي

اطلب من الطلاب برهنة أن $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ وهو ما يُعادل تقريبًا $A = P\left[1 + \left(\frac{r}{n}\right)\right]^{nt}$ بطريق تثبيت القيم للحصول على r, P و n . اعتمادًا على القيم التي تم اختيارها، ينبغي على الطلاب رؤية أن الرسوم البيانية للدالتين تتداخل تقريبًا في فترة كبيرة من مجالاتها.

إجابات إضافية

3. نحو 3.0% في العام؛ هذا المعدل أكبر من 2.5% في العام الذي قدمته الخطة B.

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

- الدوال الأسية (الدراسات 8-5 و 8-6)**
- معادلة النمو الأسي هي $y = a(1 + r)^t$ حيث $r > 0$. معادلة الاضمحلال الأسي هي $y = a(1 - r)^t$ حيث $r > 0$. a هي المبلغ الأولي، و r هي معدل التغيير و t هي الزمن بالأعوام.

مطويات منظم الدراسة



تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

monomial	أحادية الحد	common ratio	نسبة مشتركة
negative exponent	أس سالب	compound interest	المراجعة المركبة
nth root	الجذر النوني n	constant	ثابت
order of magnitude	رتبة المقدار	cube root	الجذر التكعيبي
rational exponent	الأس النسبي	exponential decay	الاضمحلال الأسي
recursive formula	صيغة تكرارية	exponential equation	المعادلة الأسية
scientific notation	الترميز العلمي	exponential function	الدالة الأسية
zero exponent	الأس الصفرى	exponential growth	النمو الأسي
		geometric sequence	متتالية هندسية

مراجعة المفردات

- اختر أفضل كلمة أو مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.
1. $7xy^4$ مثال على _____.
2. من 95,234 هي 10^5 _____.
3. 2 هي _____ لـ 8.
4. يمكن تحديد قواعد العمليات باستخدام الأسس لتنطبق على التعابير التي بها _____ مثل $7^{\frac{2}{3}}$.
5. العدد المكتوب بـ _____ يكون بالصيغة $a \times 10^n$ حيث $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح.
6. $f(x) = 3^x$ مثال على _____.
7. $a_1 = 4$ و $a_n = 3a_{n-1}$ إذا كانت $n \geq 2$ هي _____ للمتتالية 4, -8, -20, -32, ...
8. $2^{3x} - 1 = 16$ مثال على _____.
9. معادلة $y = C(1 - r)^t$ هي _____.
10. إذا كانت $a^n = b$ للعدد الصحيح الموجب n فإن a هي _____ في b .

145

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 1-10. فذكرهم أنه يمكنهم مراجعة الدروس لإعناش ذاكرتهم بشأن المفردات.

مطويات منظم الدراسة

مطويات دينا زاك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا أمثلة إلى مطوياتهم لكل درس بالوحدة. واقترح على الطلاب إنشاء مطوياتهم معهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. ووضح أن المطويات تعد بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

2 دليل الدراسة والمراجعة

مراجعة درس بدرس

2-1 الدوال الأسية

مثل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y واذكر المجال وال المدى.

$$42. y = 2^x$$

$$43. y = 3^x + 1$$

$$44. y = 4^x + 2$$

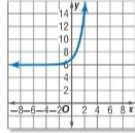
$$45. y = 2^x - 3$$

46. علم الأحياء: يزداد عدد البكتيريا في طبق معلمي وفقاً للنموذج $p = 550(2.7)^{0.008t}$ حيث t هي عدد الساعات و $t = 0$ تعادل الساعة 1:00 مساءً. استخدم هذا النموذج لتقدير عدد البكتيريا في الطبق في الساعة 5:00 مساءً.

مثال 1

مثل بيانياً $y = 3^x + 6$. أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي واذكر المجال وال المدى.

x	$3^x + 6$	y
-3	$3^{-3} + 6$	6.04
-2	$3^{-2} + 6$	6.11
-1	$3^{-1} + 6$	6.33
0	$3^0 + 6$	7
1	$3^1 + 6$	9



نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي $(0, 7)$. المجال هو كل الأعداد الحقيقية وال المدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من 6.

2-2 تحديد الدوال باستخدام الفروق المتتالية

ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج هو الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

$$y = 3x^2 \text{ تربيعية}$$

$$y = 2^x \text{ أسية}$$

$$y = -x^2 \text{ تربيعية}$$

مثال 2

حدد النموذج الأفضل في وصف البيانات. ثم اكتب معادلة للدالة التي تمثل البيانات.

x	0	1	2	3	4
y	3	4	5	6	7

الخطوة 1

مثل البيانات دالة خطية.

الخطوة 2 الميل يساوي 1 والتقاطع مع المحور y هو 3. إذا فالمعادلة هي $y = x + 3$.

إجابات إضافية

23. تم تحويل 8 وحدات إلى الأعلى
24. تم تحويل 3 وحدات إلى الأسفل
25. التهديد الرأسي
26. التهديد الرأسي والتحرك
18 وحدة إلى الأسفل
27. الضغط الرأسي
28. الضغط الرأسي
30. تم العكس عبر المحور الأفقي x ، وتم
التهديد رأسياً. وتم التحريك 100
وحدة إلى الأعلى

2-3 النمو والاضمحلال (التفاضل)

47. أوجد القيمة النهائية لـ $AED 2500$ تم استثماره بنسبة
مربحة تبلغ 2% مركبة شهرياً لمدة 10 سنوات.

48. أجهزة الحاسوب يتعرض حاسوب غلباء للأهلاك بمعدل
3% في السنة. اشترت الحاسوب مقابل $AED 1200$.
a. اكتب دالة لتمثيل هذا الموقف.
b. كم ستبلغ قيمة الحاسوب بعد 5 سنوات؟

مثال 3

أوجد القيمة النهائية لمبلغ $AED 2000$ تم استثماره بنسبة
مربحة مركبة تبلغ 3% كل ثلاثة أشهر لمدة 8 سنوات.

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

معادلة المربحة المركبة
 $r = 0.03$ و $P = 2000$
 $t = 8$ و $n = 4$
 $\approx AED 2540.22$ استخدم حاسبة.

2-4 المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

49. $-1, 1, -1, 1, \dots$

50. $3, 9, 28, \dots$

51. $256, 128, 64, \dots$

اكتب معادلة للحد n في كل متتالية هندسية.

52. $-1, 1, -1, 1, \dots$

53. $3, 9, 27, \dots$

54. $256, 128, 64, \dots$

55. الرياض: سقطت كرة سلة من ارتفاع 20 متراً ثم ظلت
ترتد إلى $\frac{1}{2}$ ارتفاعها بعد كل ارتداد. ارسم تخطيطاً بيانياً يمثل
هذا الموقف.

مثال 4

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الهندسية

$2, 6, 18, \dots$

أوجد النسبة المشتركة. يبلغ كل عدد 3 أضعاف
العدد السابق. إذا $r = 3$.

اضرب كل حد في النسبة المشتركة لإيجاد
الحدود الثلاثة التالية.
 $18 \times 3 = 54, 54 \times 3 = 162, 162 \times 3 = 486$
الحدود الثلاثة التالية هي 54 و 162 و 486.

مثال 5

اكتب معادلة الحد n للمتتالية الهندسية

$-3, 12, -48, \dots$

النسبة المشتركة هي -4 . إذا $r = -4$.

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

قانون الحد n
 $a_1 = -3$ و $r = -4$
 $a_n = -3(-4)^{n-1}$

دليل الدراسة والمراجعة تب

مراجعة درس بدرس

2-5 الصيغ التكرارية

مثال 6

اكتب صيغة تكرارية للمتتالية ... $3, 1, -1, -3, -5, \dots$
الخطوة 1 اطرح أولاً كل حد من الحد الذي يليه.
 $1 - 3 = -2, -1 - 1 = -2, -3 - (-1) = -2$
 هناك فرق مشترك يبلغ -2 . المتتالية حسابية.
الخطوة 2 استخدم قانون المتتالية الحسابية.
 $a_n = a_{n-1} + d$
 $a_n = a_{n-1} + (-2)$
الخطوة 3 الحد الأول a_1 هو 3 و $n \geq 2$.
 الصيغة التكرارية هي $a_n = a_{n-1} - 2, n \geq 2$.
 $a_1 = 3, a_n = a_{n-1} - 2, n \geq 2$

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

56. $a_1 = 11, a_n = a_{n-1} - 4, n \geq 2$
 57. $a_1 = 3, a_n = 2a_{n-1} + 6, n \geq 2$
 58. $2, 7, 12, 17, \dots$
 59. $32, 16, 8, 4, \dots$
 60. $2, 5, 11, 23, \dots$

2-6 حل المعادلات والمتباينات الأسية

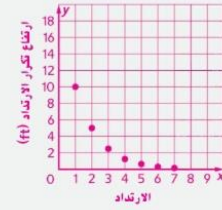
مثال 7

حلّ $4^{3x} = 32^{x-1}$ لإيجاد قيمة x .
 المعادلة الأصلية
 $4^{3x} = 32^{x-1}$
 $(2^2)^{3x} = (2^5)^{x-1}$
 أعد كتابة المعادلة بحيث يكون للطرفين الأساس ذاته.
 $2^{6x} = 2^{5x-5}$
 قوة أسية لقوة أسية
 $6x = 5x - 5$
 خاصية التساوي في الأسس
 $x = -5$
 اطرح $5x$ من كل طرف.
 الحل يساوي -5 .
 $y = 5000(1.240)^x$

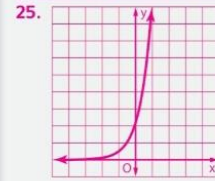
حلّ كل معادلة أو متباينة مما يلي.
 22. $x > -\frac{2}{3}$
 12. $16^x = \frac{1}{64}$
 13. $3^{4x} = 9^{3x+7}$
 14. $64^{3n} = 8^{2n-3}$
 15. $8^3 - 3y = 256^{4y}$
 16. $9^x - 2 > \left(\frac{1}{81}\right)^{x+2}$
 17. $27^{3x} \leq 9^{2x} - \frac{2}{5}$
 18. **البكتيريا** بدأ عدد أجد أنواع البكتيريا بـ 5000 كائن بكتيري. وبعد 8 ساعات، بلغ عدد البكتيريا 28,000 في العينة.
 اكتب دالة أسية يمكن استخدامها في تمثيل عدد البكتيريا بعد x من الساعات إذا كان عدد البكتيريا يتغير بالمعدل نفسه.

إجابة إضافية

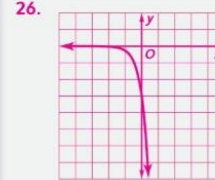
55. تكرار ارتداد كرة السلة



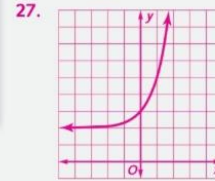
إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)



25. $D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$,
 $R = \{ y \mid y > 0 \}$



26. $D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$,
 $R = \{ y \mid y < 0 \}$



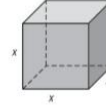
27. $D = \{ \text{كل الأعداد الحقيقية} \}$,
 $R = \{ y \mid y > 2 \}$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

1. $(x^2)(7x^8)$

2. $(5a^7bc^2)(-6a^2bc^5)$

3. الاختيار من متعدد عثر عن حجم الجسم الصلب بدالة أحادية الحد.



A x^3

B $6x$

C $6x^3$

D x^6

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي 0.

4. $\frac{x^6 y^8}{x^2}$

5. $\left(2a^4b^3\right)^0$

6. $\frac{2xy^{-7}}{8x}$

بسط.

7. $\sqrt{1000}$

9. $1728^{\frac{1}{3}}$

11. $27^{\frac{2}{3}}$

13. $27^{\frac{5}{3}}$

8. $\sqrt[3]{3125}$

10. $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$

12. $10,000^{\frac{3}{4}}$

14. $\left(\frac{1}{121}\right)^{\frac{3}{2}}$

حلّل كل من المعادلات التالية.

15. $12^x = 1728$

16. $7^x - 1 = 2401$

17. $9^x - 3 = 729$

عثر عن كل عدد بالترميز العلمي.

18. 0.00021

19. 58,000

عثر عن كل عدد بالصيغة القياسية.

20. 2.9×10^{-5}

21. 9.1×10^6

أوجد قيمة كل ناتج ضرب أو ناتج قسمة. عثر عن النتائج بالترميز العلمي.

22. $(2.5 \times 10^{-3})(3 \times 10^{-4})$

23. $\frac{8.8 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-4}}$

24. علم الفلك يبلغ متوسط المسافة من كوكب عطارد إلى الشمس 57,910,000 km. عثر عن هذه المسافة بالترميز العلمي.

مثّل كل دالة بيانياً. أوجد المقطع من المحور الرأسي y. واذكر المجال والمداي.

25. $y = 2(5)^x$

26. $y = -3(11)^x$

27. $y = 3^x + 2$

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية.

28. 2, -6, 18, ...

29. 1000, 500, 250, ...

30. 32, 8, 2, ...

31. الاختيار من متعدد استثمرت شياء 500 AED في حساب بنسبة مراجعة مركبة تبلغ 6.5% شهرياً. كم ستبلغ قيمة استثمار شياء خلال 10 سنوات؟

F AED 600.00

G AED 938.57

H AED 956.09

J AED 957.02

32. الاستثمارات كان استثمار سها يبلغ 3000 AED يخسر من قيمته بعدل 3% كل عام. كم ستبلغ قيمة استثمارها خلال 6 سنوات؟

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية.

33. $a_1 = 18, a_n - a_{n-1} = 4, n \geq 2$

34. $a_1 = -2, a_n - 4a_{n-1} = 5, n \geq 2$

2 التحضير للاختبارات المعيارية



استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

الحاسبات العلمية وحاسبات التمثيل البياني أدوات قوية لحل المسائل. هناك أوقات يمكن استخدام حاسبة فيها لإجراء الحسابات بشكل أسرع وأسهل. مثل الحسابات التي تتضمن أرقامًا كبيرة للغاية. إلا أن هناك أوقات من اللازم فيها استخدام حاسبة. مثل تقدير الأعداد غير النسبية.

إستراتيجيات استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

الخطوة 1

تعرف على الوظائف المتعددة التي تقوم بها الحاسبة العلمية وحاسبة التمثيل البياني إلى جانب الوظائف التي ينبغي استخدامها فيها.

- الأسس الترميز العلمي. الحسابات ذات الأعداد الكبيرة أو الصغيرة
- π (PI) حل مسائل الدائرة. مثل المحيط والمساحة
- الجذور التربيعية المسافة على مستوى إحداثي. نظرية فيثاغورث
- التمثيلات البيانية تحليل ثنائيات البيانات في مخطط التشتت. تمثيل الدوال بيانيًا. إيجاد جذور المعادلات

الخطوة 2

استخدام الحاسبة العلمية أو حاسبة التمثيل البياني في حل المسألة.

- تذكر أن تعمل بكفاءة قدر الإمكان. قد يتم إجراء بعض الخطوات ذهنيًا أو باليد. بينما ينبغي استكمال خطوات أخرى باستخدام حاسبتك.
- إذا سمح الوقت. فتأكد من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

تبلغ المسافة من الشمس إلى كوكب المشتري 7.786×10^{11} متر تقريبًا. إذا كانت سرعة الضوء تبلغ 3×10^8 متر في الثانية تقريبًا. فكم يستغرق الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري؟ فُزب إلى أقرب دقيقة.

- | | |
|------------------|--------------------|
| A حوالي 43 دقيقة | C حوالي 1876 دقيقة |
| B حوالي 51 دقيقة | D حوالي 2595 دقيقة |

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية استخدام الحاسبة العلمية لحل مسائل الاختبار المعياري.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- ما أنواع المسائل الحسابية التي استخدمت معها الحاسبة العلمية؟

ستكون الإجابات متنوعة.

- هل هناك أنواع من المسائل الحسابية وجدت فيها أنه من الأسرع أو الأسهل ألا تستخدم حاسبة علمية؟ ستكون الإجابات متنوعة.

- هل من الأكثر أم من الأقل ترجيحًا أن تقع في أخطاء في العمليات الحسابية عند استخدام حاسبة علمية؟ وضع السبب. الإجابة النموذجية: من الأقل ترجيحًا أن تقع في خطأ أثناء العملية الحسابية. ولكن لا يزال من الممكن أن تقع في خطأ إذا ما أدخلت الأعداد بشكل غير صحيح أو استخدمت الصيغ بشكل غير صحيح أو قربت الأعداد بشكل غير صحيح.

مثال إضافي

ينتقل الضوء ببعد نحو 9.46×10^{12} كيلومترًا في العام الواحد. وبعيد النجم الطائر بمسافة قدرها 1.5136×10^{14} كيلومترًا عن الأرض، فكم شهرًا سيستغرق الضوء لكي ينتقل من الأرض إلى النجم الطائر؟ **B**

- A نحو 1920 شهرًا
B نحو 192 شهرًا
C نحو 160 شهرًا
D نحو 16 شهرًا

3 التقويم

استخدم التمارين 1-4 لتقويم فهم الطلاب.

اقرأ المسألة بعناية. حصلت على المسافة التقريبية بين الشمس وكوكب المشتري إلى جانب سرعة الضوء. كلا المتغيرين المذكوران يرميز علمي. مطلوب منك أن تجد عدد الدقائق التي يستغرقها الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري. استخدم مسافة العلاقة = السرعة \times الزمن لإيجاد البعد.

$$d = r \times t$$

$$\frac{d}{r} = t$$

لإيجاد مقدار الزمن، اقسم المسافة على السرعة. لاحظ أن وحدات الزمن ستكون الثواني.

$$7.786 \times 10^{11} \text{ m} = t \text{ ثانية}$$

$$3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

استخدم حاسبة علمية للتوصل بسرعة إلى ناتج القسمة. في معظم الحاسبات العلمية، يُستخدم محتاج EE لإدخال الأرقام بالترميز العلمي.

خطوات العملية على الحاسبة: $7.786 \text{ [2nd] [EE] 11 [÷] 3 \text{ [2nd] [EE] 8 [ENTER]}$

النتيجة هي 2595.33333333 ثانية. لتحويل هذا العدد إلى دقائق، استخدم حاسبتك لقسمة النتيجة على 60. يعطي هذا إجابة تبلغ حوالي 43.2555 دقيقة. الإجابة هي A.

تمارين

اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته، ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. منذ إنشاء موقع إلكتروني شهير على الإنترنت قبل 5 سنوات، تم بيع حوالي 2.504×10^7 عنصر أو تداوله عليه. ما المتوسط اليومي لعدد العناصر التي يتم بيعها أو تداولها على مدار 5 سنوات؟

- A حوالي 9640 عنصرًا في اليوم
B حوالي 13,720 عنصرًا في اليوم
C حوالي 1,025,000 عنصر في اليوم
D حوالي 5,008,000 عنصر في اليوم

2. أوجد قيمة \sqrt{ab} إذا كانت $a = 121$ و $b = 23$

- F حوالي 5.26
G حوالي 9.90
H حوالي 12
J حوالي 52.75

3. يبلغ تعداد سكان الولايات المتحدة 3.034×10^8 نسمة تقريبًا. تبلغ مساحة البلد 3.54 إلى 9.17 كيلومتر مربع تقريبًا. ما متوسط الكثافة السكانية (عدد الأشخاص في الميل المربع) في الولايات المتحدة؟

- A حوالي 136.3 شخص في الكيلومتر المربع
B حوالي 30.2 شخص في الكيلومتر المربع
C حوالي 94.3 شخص في الكيلومتر المربع
D حوالي 33.1 شخص في الكيلومتر المربع

4. تصنع غاية غطاء لطيلة الغرفة العسكرية. يبلغ قطر الطيلة 20 سنتيمترًا. ضع تقديرًا لمساحة سطح الطيلة الكبيرة.

- F 31.41 سنتيمتر مربع
G 62.83 سنتيمتر مربع
H 78.54 سنتيمتر مربع
J 314.16 سنتيمتر مربع

تدريب على الاختبار المعياري

تراكبي: الوحدات من 1 إلى 2

4. اكتب صيغة تكرارية للتتالية التي تمثل عدد المربعات في كل شكل.



F $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} - 3, n \geq 1$

G $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

H $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2$

J $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} + 4, n \geq 2$

5. أوجد قيمة $(4.2 \times 10^6)(5.7 \times 10^8)$.

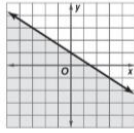
A 2.394×10^{15}

B 23.94×10^{14}

C 9.9×10^{14}

D 2.394×10^{48}

6. أي المتباينات تظهر في التمثيل البياني؟



F $y \leq -\frac{2}{3}x - 1$

G $y \leq -\frac{3}{4}x - 1$

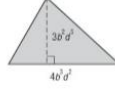
H $y \leq -\frac{2}{3}x + 1$

J $y \leq -\frac{3}{4}x + 1$

اختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.

1. عثر عن مساحة المثلث بالأدنى بدالة أحادية الحد.



A $12b^5d^7$

B $12b^6d^{10}$

C $6b^6d^{10}$

D $6b^5d^7$

2. حول التعبير التالي لأبسط صورة.

$$\left(\frac{2w^2z^3}{3y^4} \right)^3$$

F $\frac{2w^5z^8}{3y^7}$

G $\frac{8w^6z^{15}}{27y^{12}}$

H $\frac{8w^5z^8}{27y^7}$

J $\frac{2w^6z^{15}}{3y^{12}}$

3. ما معادلة المستقيم المتعامد على

$y = \frac{3}{5}x - 3$?

A $y = -\frac{5}{3}x + 2$

B $y = -\frac{3}{5}x + 2$

C $y = \frac{5}{3}x - 2$

D $y = \frac{3}{5}x - 2$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 استخدم قوانين الأسس لتحويل التعبير لأبسط صورة. تذكر أنه لإيجاد القوة الأسية لقوة أسية، اضرب الأسس.

خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 8 اطلب من الطلاب حل التمارين الموجود في ص 461 كواجب منزلي لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة المطلوبة للوحدة القادمة.

10. إجابة شكية في مركز ألعاب عائلي. اشترت كل من عائشة عامر وعبد الله رموز لعبة فيديو ورموز ملعب لضرب الكرة كما يظهر في الجدول.

الأسرة	عامر	عبد الله
عدد رموز لعبة الفيديو	25	30
عدد رموز ملعب ضرب الكرة	8	6
التكلفة الإجمالية	AED 26 50	AED 25 50

ما تكلفة رمز ملعب ضرب الكرة بالدرهم في مركز الألعاب العائلي؟

الإجابة الموسعة

اكتب إجابتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

11. يعرض الجدول أدناه المسافات من الشمس إلى كوكب عطارد والأرض والمريخ وزحل. استخدم البيانات للإجابة عن كل سؤال.

الكوكب	المسافة من الشمس (بالمليون متر)
عطارد	5.79×10^7
الأرض	1.50×10^8
المريخ	2.28×10^8
زحل	1.43×10^9

- a. من بين الكواكب المدرجة، أيهم الأقرب إلى الشمس؟
b. كم ضعفًا يبلغ بعد المريخ عن الشمس بالمقارنة بالأرض؟

الإجابة المختصرة/الإجابة الشكية

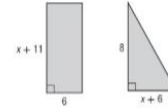
7. أنشأ سعيد موقع ويب لتريق الأولمبياد العلي. يظهر العدد الإجمالي للزيارات التي تلقاها الموقع.

اليوم	إجمالي الزيارات	اليوم	إجمالي الزيارات
3	5	17	27
6	7	21	33
10	12	26	40
13	17	34	55

a. أوجد معادلة خط الاتجاه.

b. توقع عدد الزيارات الإجمالي الذي سيكون الموقع الإلكتروني قد تلقاه بحلول اليوم 46.

8. أوجد قيمة x بحيث تكون الأشكال بمساحة واحدة.

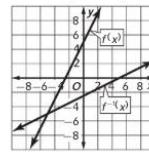


9. ما حل نظام المعادلات التالي؟ اكتب الحل هنا.

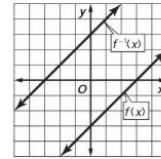
$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 6x + 4 \end{cases}$$

استعد للوحدة 2

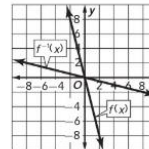
6. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$



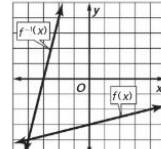
7. $f^{-1}(x) = x + 3$



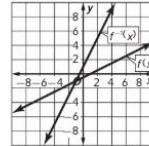
8. $f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x$



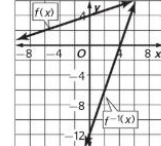
9. $f^{-1}(x) = 4x + 12$



10. $f^{-1}(x) = 2x + 1$

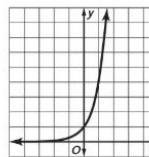


11. $f^{-1}(x) = 3x - 12$



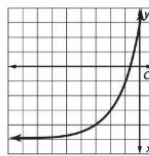
الدرس 2-1 (تمرين موجه)

1.



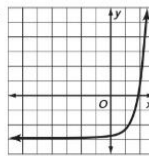
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{y \mid y > 0\}$

2A.



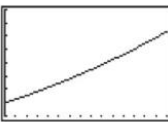
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{y \mid y > -5\}$

2B.



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{y \mid y > -3\}$

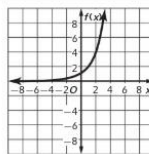
3.



[0, 15] scl: 1 by [70, 150] scl: 10

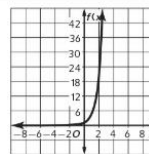
الدرس 2-1

1.



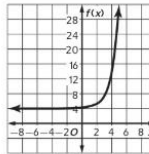
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

2.



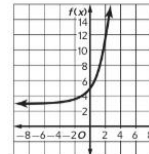
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

3.



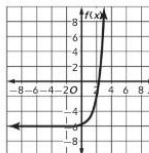
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > 4\}$

4.



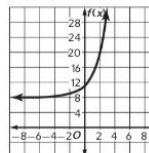
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > 3\}$

5.

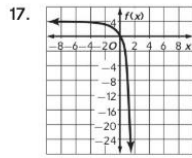


$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > -6\}$

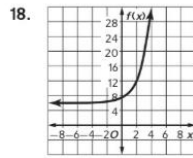
6.



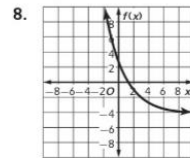
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}; R = \{f(x) \mid f(x) > 8\}$



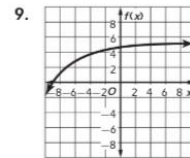
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 4\}$



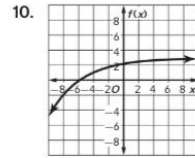
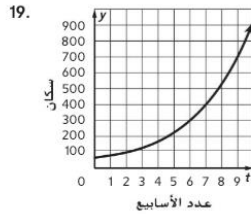
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 6\}$



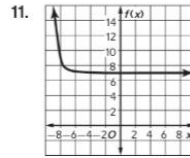
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -4\}$



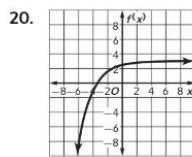
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 5\}$



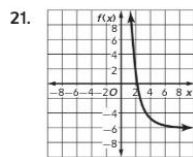
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 3\}$



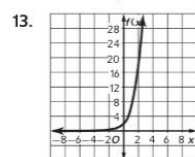
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 7\}$



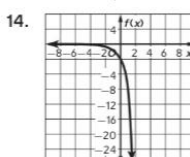
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 3\}$



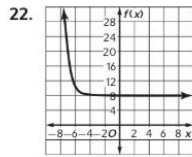
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -6\}$



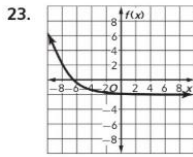
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$



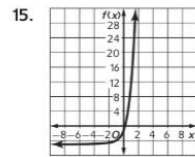
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 0\}$



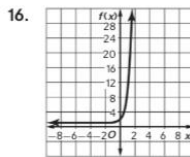
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 8\}$



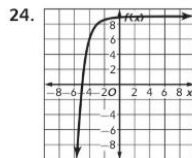
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -2\}$



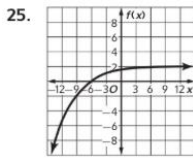
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -5\}$



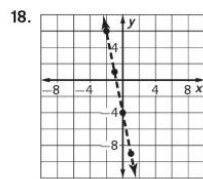
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 1\}$



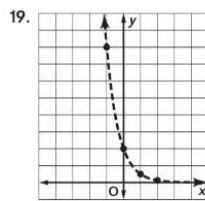
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) < 9\}$



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\};$
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 2\}$



خطية



أسية

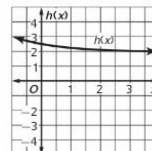
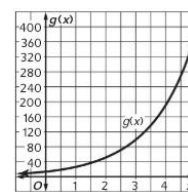
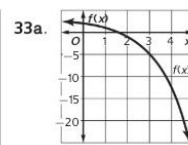
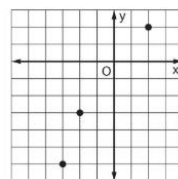
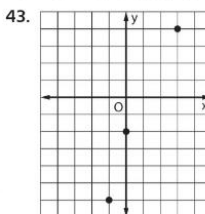
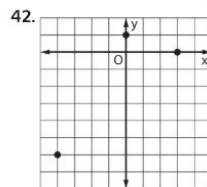
29a.

الوقت (بالساعة)	0	1	2	3	4
كمية البكتيريا	12	36	108	324	972

الدرس 2-3

19. الإيجابية النموذجية: يمكن أن تنمو النماذج الأسية دون حدّ، ولكن ذلك لا يمثل في العادة الحالة التي يجري تمثيلها. فعلى سبيل المثال، لا يمكن أن ينمو تعداد دون حدّ بسبب قيود المكان والغذاء. ولذلك عند استخدام نموذج لاتخاذ القرارات، فينبغي أن تُدرس الحالة عند استخدامها من أجل اتخاذ قرارات.

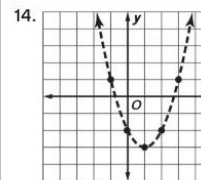
20. صيغة النمو الأسّي هي $y = a(1 + r)^t$ ، حيث تمثل a القيمة الأولية، و t الزمن، و y القيمة النهائية، و r معدل التغيير معبّرًا عنه في صورة عدد عشري. بشكل أساسي، تكون صيغة الاضمحلال الأسّي هي نفسها باستثناء كون المعدل مطروحًا من 1 وكون r تمثل معدل الاضمحلال.



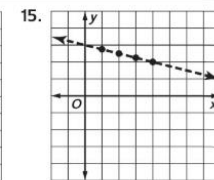
33b. الإيجابية النموذجية: $f(x)$ ، التمثيل البياني لـ $f(x)$ عبارة عن انعكاس على طول المحور x قيم الناتج في الجدول سالبة.

33d. الإيجابية النموذجية: $f(x)$ و $g(x)$ تعبر عن نمو و $h(x)$ تعبر عن اضمحلال؛ تزيد القيمة المطلقة للناتج في دوال النمو وتقل في دوال الاضمحلال.

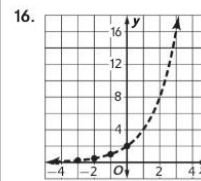
الدرس 2-2



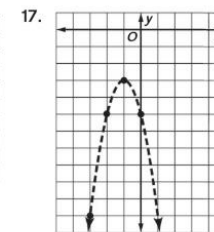
خطية



تربيعية

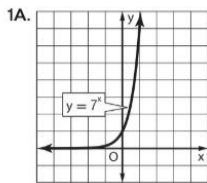


أسية



تربيعية

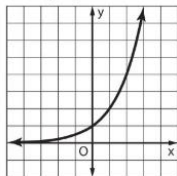
الدرس 2-5 (تمرين موجّه)



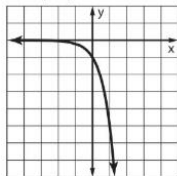
(0, 1); D: {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 0}

الدرس 2-5

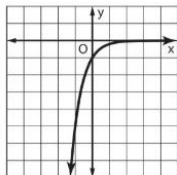
1. 1; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 0}



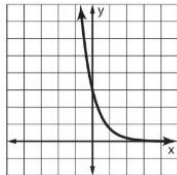
2. -1; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y < 0}



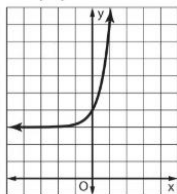
3. -1; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y < 0}



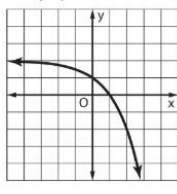
4. 3; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 0}



5. 4; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 3}



6. 1; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y < 2}

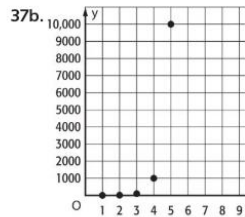
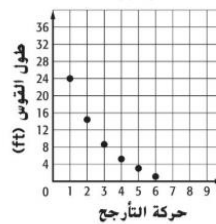


10. 2; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 0}

11. 2; D = {كل الأعداد الحقيقية};
R = {y | y > 0}

الدرس 2-4

30. البندول



37c. يبدو التمثيل البياني أسياً، ولا يتطابق معدل التغير بين أي نقطتين مع أي معدلات أخرى.

39. لا هذا ولا ذاك. إبراهيم حسب الأس بشكل غير صحيح. وأحمد لم يحسب $(-2)^8$ بشكل صحيح.

41. الإجابة النموذجية: عند التمثيل البياني، تقع حدود المتتالية الهندسية على منحنى يمكن التعبير عنه بواسطة دالة أسية. وتختلف هنا في كون مجال المتتالية الهندسية عبارة عن مجموعة من الأعداد العادية، بينما يكون مجال الدالة الأسية كله عبارة عن أعداد حقيقية. ومن ثم، تكون المتتاليات الهندسية منفصلة، بينما تكون الدوال الأسية متصلة.

42. الإجابة النموذجية: أوجد أولاً النسبة المشتركة. ثم استخدم الصيغة $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$. اطرح الحد الأول لـ a_1 والنسبة المشتركة لـ r . اجمل n مساوية لعدد الحد الذي تقوم بحساب قيمته. ثم حل المعادلة.

56. $y = 120 + 15x$, $y = 180 + 10x$. يعني أنه في خلال 12 عاماً، ستظل الأشجار بنفس الارتفاع، وهو 300 سنتيمتر أو 3 أمتار.

58. $y = 4x + 2$

59. $y = -3x - \frac{2}{3}$

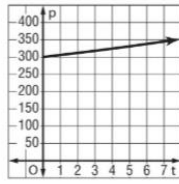
60. $y = -\frac{1}{4}x - 5$

61. $y = \frac{1}{2}x - 9$

62. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}$

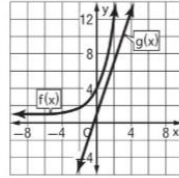
63. $y = -6x - 7$

نقطة التقاطع p تكون 300،
هناك 300 يكتبريا في الساعة
9:00 صباحاً:
 $D = \{t \mid t \geq 0\}$
 $R = \{p \mid p \geq 300\}$.



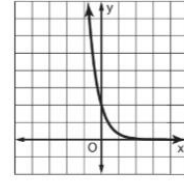
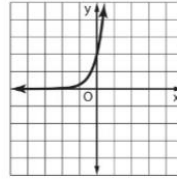
20b

44. الإجابة النموذجية: لنقل أن $b = 2$ و $a = 3$ و $c = 1$.

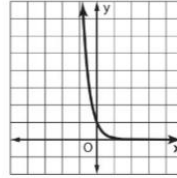


$g(x) = 3x + 1$	$f(x) = 3 \times 2^x + 1$	x
-14	1.09375	-5
-11	1.1875	-4
-8	1.375	-3
-5	1.75	-2
-2	2.5	-1
1	4	0
4	7	1
7	13	2
10	25	3
13	49	4
16	97	5

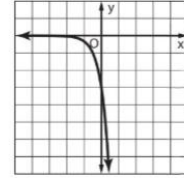
نقطة التقاطع y لـ $f(x)$ هي 4 ونقطة التقاطع y لـ $g(x)$ هي 1. وكل من $f(x)$ و $g(x)$ يتزايدان بزيادة قيمة x . جميع قيم الدالة $f(x)$ موجبة، بينما $g(x)$ لديها قيم موجبة وقيم سالبة. ليس لـ $f(x)$ و $g(x)$ تقاطع فصوصي أو تقاطع صغرى. وليس لأي منهما تماثل.



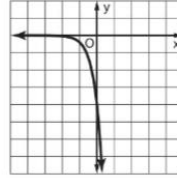
12. 1; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 0\}$



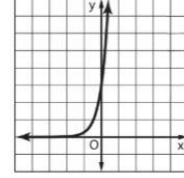
13. -3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 0\}$



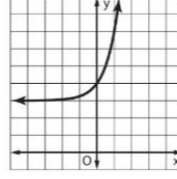
14. -4; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 0\}$



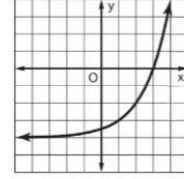
15. 3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 0\}$



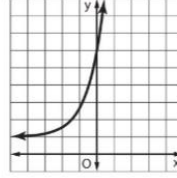
16. 4; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 3\}$



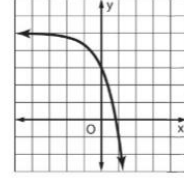
17. -3.5; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > -4\}$



18. 6; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y > 1\}$



19. 3; $D = \{\text{كل الأعداد الحقيقية}\}$;
 $R = \{y \mid y < 5\}$



الدرس 2-6

41 b.

تخفيضات	قطع
1	2
2	4
3	8
4	16

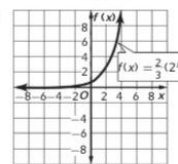
42. الإجابة النموذجية: كلما تم تركيب العائدة بشكل متكرر، كلما ارتفع رصيد الحساب.

48. $27^{2x} \cdot 81^x + 1 = 3^{2x+2} \cdot 9^{4x+1}$
المعادلة الأصلية $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, and $3^4 = 81$
 $(3^3)^{2x} \cdot (3^4)^x + 1 = 3^{2x+2} \cdot 3^{4x+1}$

قوة القوة $3^{6x} \cdot 3^{4x+4} = 3^{2x+2} \cdot 3^{8x+2}$
دالة القوى $3^{10x+4} = 3^{10x+4}$
خاصية التباين للدوال الأسية $10x + 4 = 10x + 4$

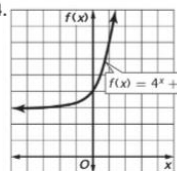
$10x = 10x$
 $x = x$
اطرح 4 من كل طرف
اقسم كل طرف على 10

63.



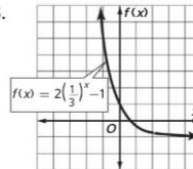
$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

64.



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > 3\}$

65.



$D = \{\text{كافة الأعداد الحقيقية}\}$, $R = \{f(x) \mid f(x) > -1\}$