

# تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

السابق: الدوال الخطية

الحالي: الدوال التربيعية

لماذا؟



تعد نافورة أورلاندو بفلوريدا في الولايات المتحدة الأمريكية نموذجاً عرجس فريد ومتناسق بين الماء والأضواء والموسيقى. تطلق الرشاشات الماء بشكل يمكن تشبيهه بنموذجاً بمعادلات تربيعية. ويمكنك تشييل هذه المعادلات بيانياً لتوضح مسار الماء.

1 تحليل خواص التشيلات البيانية للدوال التربيعية.  
2 تشييل الدوال التربيعية بيانياً.

المفردات الجديدة  
دالة تربيعية quadratic function  
صيغة قياسية standard form  
قطع مكافئ parabola  
محور التماثل axis of symmetry  
رأس vertex  
القيمة الصغرى minimum  
القيمة العظمى maximum

مهارات في الرياضيات  
التشبيير بطريقة تجريدية وكيفية

## 1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 1-1 ارسم الدوال الخطية بيانياً.

الدرس 1-1 حلل خصائص الرسم البياني للدوال التربيعية. ارسم الدوال التربيعية بيانياً.

بعد الدرس 1-1 طبق الإزاحات، وتغييرات الأبعاد بمضاس، والانعكاسات على الدوال التربيعية.

## 2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم لماذا؟ في الدرس.

اطرح السؤال:

■ يمكن تشييل شكل مجري المياه بواسطة  $y = -8x^2 - 49x - 75$ . هل هي معادلة خطية؟ اشرح. لا، لأنها تحتوي على حد  $x^2$ .

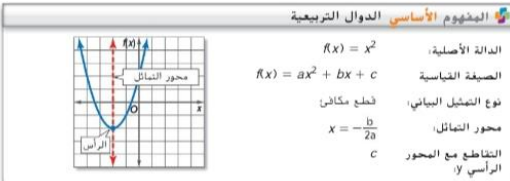
■ هل مجري المياه خطي؟ لا.

■ كيف تصف الشكل الذي ستكونه المياه عندما تخرج من آلة الرش؟ الإجابة النموذجية: منحني متمائل يسمى قطع مكافئ.

التدريس بالتكنولوجيا

السبورة البيضاء التفاعلية اسحب نظام إحداثي مشترك على السبورة. استخدم هذه الأمثلة الموجودة في أرجاء الدرس الذي تدرسه والتي توضح رسم الدوال التربيعية بيانياً.

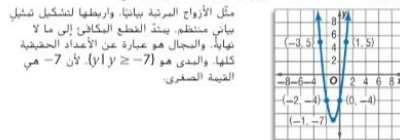
1 خواص الدوال التربيعية الدوال التربيعية دوال غير خطية يمكن كتابتها بالصيغة  $f(x) = ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 0$ . وتدعى هذه الصيغة بالصيغة القياسية لدالة تربيعية يطلق على شكل منحني الدالة التربيعية اسم القطع المكافئ والخطوط المكافئة متماثلة بالنسبة إلى مستقيم مركزي يدعى محور التماثل. يقطع محور التماثل القطع المكافئ في نقطة واحدة. يُطلق عليها الرأس.



عندما يكون  $a > 0$  فإن التمثيل البياني لـ  $y = ax^2 + bx + c$  مفتوح إلى الأعلى. والنقطة الأكثر انخفاضاً على التمثيل البياني هي القيمة الصغرى. وعندما يكون  $a < 0$  فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل. النقطة الأعلى هي القيمة العظمى. وتقابل القيمة العظمى أو الصغرى رأس القطع المكافئ.

مثال 1 تمثيل قطع مكافئ بيانياً

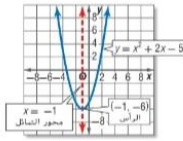
استخدم جدول قيم لتمثيل  $y = 3x^2 + 6x - 4$  بيانياً. واذكر المجال والمدى.



x	y
1	5
0	-4
-1	-7
-2	-4
-3	5

تمرين موجّه

1. استخدم جدول قيم لتمثيل  $y = x^2 + 3$  بيانياً. واذكر المجال والمدى. انظر الهامش.



ندكر أن الأشكال التي تتبع بالنمائل هي تلك الأشكال التي يتطابق نصفها ثنائياً.

القطع المكافئ ممتثل بالنسبة إلى محور النمائل. وكل نقطة تقع على القطع المكافئ على يسار محور النمائل لها نقطة ممتثل على النصف الآخر. والدالة متزايدة على أحد جانبي محور النمائل ومتناقصة على الآخر.

عند تحديد الخواص من تمثيل بياني، فالأسهل غالباً تحديد موقع الرأس أولاً. وهو يقابل النقطة العظمى أو الصغرى للتمثيل البياني.

#### مثال 2 تحديد الخواص من التمثيلات البيانية

أوجد الرأس ومعادلة محور النمائل والتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  لكل تمثيل بياني.

##### الخطوة 1

أوجد الرأس.  
نظراً لأن القطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى، فالرأس يقع عند النقطة الصغرى للقطع المكافئ. وهو يقع عند النقطة  $(-1, 0)$ .

##### الخطوة 2

أوجد محور النمائل. محور النمائل هو المستقيم المار بالرأس والذي يقسم القطع المكافئ إلى نصفين متطابقين. وهو يقع عند  $x = -1$ .

##### الخطوة 3

أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  هي النقطة التي يقطع فيها التمثيل البياني المحور الرأسي  $y$ . ونقع كذلك عند  $(0, 1)$ . إذا فالتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  هي 1.

##### الخطوة 1

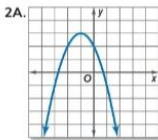
أوجد الرأس.  
القطع المكافئ مفتوح إلى الأسفل، إذا يقع الرأس عند النقطة العظمى  $(2, 3)$ .

##### الخطوة 2

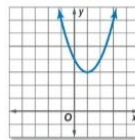
أوجد محور النمائل. يقع محور النمائل على المستقيم  $x = 2$ .

##### الخطوة 3

أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  هي النقطة التي يقطع فيها التمثيل البياني المحور الرأسي  $y$ . ونقع كذلك عند  $(0, -1)$ . إذا فالتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  هي -1.



2B.



تمرين موجّه

- 2A. الرأس  $(-1, 3)$ ، محور النمائل  $x = -1$ ، التقاطع مع المحور الرأسي  $y = 2$  محور النمائل  $x = 1$ ، التقاطع مع المحور الرأسي  $y = 4$

## 1 خصائص الدوال التربيعية

**يوضح المثال 1** طريقة استخدام

جدول قيم لرسم دالة تربيعية بيانياً.

**يوضح المثال 2** طريقة إيجاد قيمة

الرأس، ومعادلة لمحور النمائل، والتقاطع

مع المحور الرأسي  $y$  للقطع المكافئ

من رسم بياني. **يوضح المثال 3** طريقة

إيجاد قيمة الرأس، ومعادلة لمحور النمائل،

والتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  من

معادلة. **يوضح المثال 4** طريقة تحديد

ما إذا كانت الدالة تحتوي على قيمة

القيمة العظمى أو الصغرى. وكيفية إيجاد

هذه القيم.

## التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد

كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب

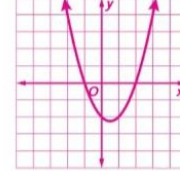
للمفاهيم.

## مثال إضافي

1 استخدم جدول القيم لرسم

ذكر  $y = x^2 - x - 2$ . بيانياً.

المجال والنطاق.



المجال: جميع الأعداد الحقيقية؛  
النطاق:

$$\{y | y \geq -2\frac{1}{4}\}$$

**نصيحة دراسية**  
خواص الدوال عند تحديد خواص دالة، فإن من الأسهل في أغلب الأحيان تحديد محور التمثيل أولاً.

**نصيحة دراسية**  
التقاط مع المحور  
الرأسي  $y$  الإحداثي الرأس  $y$  نقطة التقاطع مع المحور  
الرأسي  $y$  هو أيضاً الحد  
الثابت  $(c)$  للدالة التربيعية  
بالصيغة القياسية.

### تمرين 3 تحديد الخواص من الدوال

أوجد الرأس ومعادلة محور التمثيل والتقاط مع المحور الرأسي  $y$  لكل دالة.

a.  $y = 2x^2 + 4x - 3$

$x = -\frac{b}{2a}$  صيغة معادلة محور التمثيل  
 $x = -\frac{4}{2 \cdot 2}$   $b = 4$  و  $a = 2$   
 $x = -1$  بنسبة

معادلة محور التمثيل هي  $x = -1$ .

لإيجاد الرأس، استخدم القيمة التي توصلت إليها لمحور التمثيل على أنها الإحداثي الأفقي  $x$  للرأس. وأوجد الإحداثي الرأسي  $y$  باستخدام المعادلة الأصلية.

المعادلة الأصلية  
 $y = 2x^2 + 4x - 3$   
 $= 2(-1)^2 + 4(-1) - 3$   $x = -1$   
 $= -5$  بنسبة

نقطة رأس القطع هي  $(-1, -5)$ .

يحدد التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  دائماً عند  $(0, c)$ . إذاً التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  هو  $(0, -3)$ .

b.  $y = -x^2 + 6x + 4$

$x = -\frac{b}{2a}$  صيغة معادلة محور التمثيل  
 $x = -\frac{6}{2(-1)}$   $b = 6$  و  $a = -1$   
 $x = 3$  بنسبة

معادلة محور التمثيل هي  $x = 3$ .

المعادلة الأصلية  
 $y = -x^2 + 6x + 4$   
 $= -(3)^2 + 6(3) + 4$   $x = 3$   
 $= 13$  بنسبة

نقطة رأس القطع هي  $(3, 13)$ .

التقاط مع المحور الرأسي  $y$  عند  $4$ .

تمرين موجّه

3A.  $y = -3x^2 + 6x - 5$

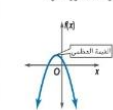
3B.  $y = 2x^2 + 2x + 2$

ستتعلم في ما يلي كيفية تحديد ما إن كان الرأس نقطة عظمى أو صغرى.

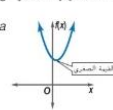
### المفهوم الأساسي القيم العظمى والصغرى

الشرح

- التمثيل البياني لـ  $f(x) = ax^2 + bx + c$  حيث  $a \neq 0$
- مفتوح إلى الأعلى وله قيمة صغرى إذا كان  $a > 0$ .
  - مفتوح إلى الأسفل وله قيمة عظمى إذا كان  $a < 0$ .
  - مدى دالة تربيعية هو جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من القيمة الصغرى أو المساوية لها، أو جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من القيمة العظمى أو المساوية لها.



$a$  سالب



$a$  موجب

أمثلة

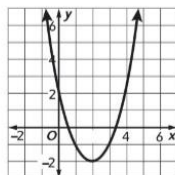
3A. الرأس  $(1, -2)$ .  
محور التمثيل  $x = 1$ .  
التقاط مع المحور  
الرأسي  $y$  هي  $-5$

3B. الرأس  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ . محور

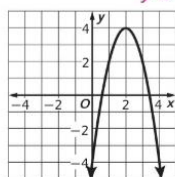
التمثيل  $x = -\frac{1}{2}$ .  
التقاط مع المحور  
الرأسي  $y$  هي  $2$

### أمثلة إضافية

2 أوجد قيمة الرأس، ومعادلة محور التمثيل، والتقاط مع المحور الرأسي  $y$ .



قيمة الرأس:  $(2, -2)$  محور  
التمثيل:  $x = 2$   
التقاط مع المحور الرأسي  
 $y$ :  $2$



قيمة الرأس:  $(2, 4)$  محور  
التمثيل:  $x = 2$  التقاطع مع  
المحور الرأسي  $y$ :  $-4$

3 أوجد قيمة الرأس، ومعادلة محور التمثيل، والتقاط مع المحور الرأسي  $y$ .

a.  $y = -2x^2 - 8x - 2$   
 $(-2, 6)$ ,  $x = -2$ ,  $-2$   
b.  $y = 3x^2 + 6x - 2$   
 $(-1, -5)$ ,  $x = -1$ ,  $-2$

### مثال إضافي

ادرس الدالة  $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$

a. حذد إذا ما كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى .

في الدالة  $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$  نجد أن  $a = -2$  ,  $b = -4$  ,  $c = 6$

نظراً أن  $a$  سالب، فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل، إذاً للدالة قيمة عظمى.

b. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

القبضة العظمى هي الإحداثي الرأسي  $y$  للرأس.

الإحداثي الأفقي  $x$  للرأس هو  $-1 = \frac{-b}{2(-2)} = \frac{-b}{-4}$

$$f(x) = -2x^2 - 4x + 6$$

الدالة الأصلية

$$f(-1) = -2(-1)^2 - 4(-1) + 6 \quad x = -1$$

 $x = -1$ 

$$f(-1) = 8$$

January

الظبية العظمى هي 8.

C. اذكر مجال الدالة ومداها.

المجال هو الأعداد الحقيقية كلها. أما المدى هو جميع الأعداد الحقيقية الأقل من القيمة العظمى أو المساوية لها. أو  $\{y | y \leq 8\}$ .

**اُفتیہ!**

**القيمة العظمى والصغرى**  $\Delta$   
تتمثل إيجاد كلا إحدائيه الرأس  
( $x, y$ ). القيمة الصغرى أو  
العظمى هي الإحداثي الراسي  $y$ .

**مراجعة المفردات**

**المجال والمدى** المجال هو مجموعة كافة القيم الممكنة لمتغير مستقل  $X$ . والمدى هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير التابع  $Y$ .

تھریں **موجہ**

ادرس الدالة  $g(x) = 2x^2 - 4x - 1$

4A. حدّد إذا ما كان للدالة قيمة عظمى أو قيمة صفري. صفري

4B. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى. -3

4C. اذكر مجال الدالة ومداها.

$4C \cdot D = \text{جميع الأعداد}$

الحقيقية،  
 $P = \{v \mid v \geq -3\}$

$$K = \{y \mid y \geq -3\}$$

## 2 مثل الدوال التربيعية بيانياً

**يوضح المثال 5** طريقة استخدام خصائص الدالة التربيعية لتمثيل الدوال بيانياً. **يوضح المثال 6** طريقة تحليل التمثيل البياني للدالة التربيعية لحل المسائل الواقعية.

## تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

### المفهوم الأساسي تمثيل الدوال التربيعية

**الخطوة 1** أوجد معادلة محور التماثل.

**الخطوة 2** أوجد الرأس وحدد ما إذا كان فيئة عظمى أو صغرى.

**الخطوة 3** أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ .

**الخطوة 4** استخدم التماثل لإيجاد نقاط إضافية على التمثيل البياني. عند الضرورة.

**الخطوة 5** جمل النقاط بمنحنى متصل.

### التركيز على المحتوى الرياضي

**قيمة الرأس** تعرف نقطة القيمة العظمى أو القيمة الصغرى باسم **قيمة الرأس**. عند كتابة دالة تربيعية بالصيغة القياسية  $y = ax^2 + bx + c$ ، وكان  $a$  موجباً، يفتح القطع المتكافئ لأعلى، وتمثل قيمة الرأس قيمة صغرى. عندما يكون  $a$  سالباً، يفتح القطع المتكافئ لأسفل، وتمثل قيمة الرأس قيمة عظمى.

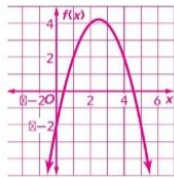
**انتبه!**  
تجنب الوقوع في الأخطاء أخبر الطلاب بأنه لا يجب أن تكون رسومات القطع المتكافئ الخاصة بهم مثالية. ومع ذلك، لا يجب على الطلاب ربط النقاط بخطوط مستقيمة. يُعد مرور المنحنى خلال أزواج الأوامر المرسومة أمراً مهماً.

### التماثل والتتمثيل البياني

عندما يستخدم الطلاب التماثل لرسم حالات القطع المكافئ، لا يحتاجون سوى إيجاد نقاط قليلة ثم عكس هذه النقاط عبر خط التماثل فقط. قد ترغب في أن تقترح على الطلاب التحقق من النقاط المعكوسة أحياناً عن طريق استبدالها في المعادلة الأصلية.

### مثال إضافي

5 ارسم  $f(x) = -x^2 + 5x - 2$  بيانياً.



### مثال 5: تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

مَسَّ  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  بيانياً.

**الخطوة 1** أوجد معادلة محور التماثل.

صيغة معادلة محور التماثل  
 $x = \frac{-b}{2a}$   
 $x = \frac{-4}{2 \cdot 1}$  or  $-2$   $b = 4$  و  $a = 1$

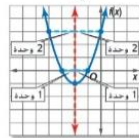
**الخطوة 2** أوجد الرأس وحدد ما إذا كان قيمة عظمى أو صغرى.

المعادلة الأصلية  
 $f(x) = x^2 + 4x + 3$   
 $= (-2)^2 + 4(-2) + 3$   $x = -2$   
 $= -1$  بشط

يقع الرأس عند  $(-2, -1)$ . ونظراً أن  $a$  موجب، فإن التمثيل البياني مفتوح إلى الأعلى. والرأس قيمة صغرى.

**الخطوة 3** أوجد التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ .

المعادلة الأصلية  
 $f(x) = x^2 + 4x + 3$   
 $= (0)^2 + 4(0) + 3$   $x = 0$   
 $= 3$



**الخطوة 4** يرسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متساويين. ولذلك إذا كانت هناك نقطة على طرف، فإن هناك نقطة مطابقة على الطرف الآخر وتبعد المسافة نفسها عن محور التماثل ولها القيمة  $y$  نفسها.

**الخطوة 5** صل النقاط بمنحنى منظم.

تمرين موجّه: مَسَّ كل دالة مما يلي بيانياً.

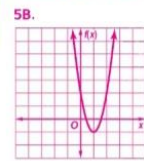
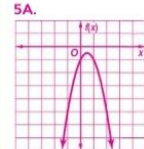
5A.  $f(x) = -2x^2 + 2x - 1$

5B.  $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$

ثمة فروق عامة بين الدوال الخطية والتربيعية.

الدوال التربيعية	الدوال الخطية	المعادلة
$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$	$y = mx + b$	$y = mx + b$
2	1	الدرجة
قطع مكافئ	مستقيم	التمثيل البياني
$a > 0$ : $y$ متناقصة إلى يسار محور التماثل ومتزايدة إلى يمينه. $a < 0$ : $y$ متزايدة إلى يسار محور التماثل ومتناقصة إلى يمينه.	$m > 0$ : $y$ متزايدة في المجال بأكمله. $m < 0$ : $y$ متناقصة في المجال بأكمله.	تزايد/تناقص
$a > 0$ : عندما تزايد $x$ ، تناقص $y$ في النصف الأيسر وعندما تزايد $x$ ، تناقص $y$ في النصف الأيمن. $a < 0$ : عندما تزايد $x$ ، تناقص $y$ في النصف الأيسر وعندما تزايد $x$ ، تناقص $y$ في النصف الأيمن.	$m > 0$ : عندما تزايد $x$ ، تزايد $y$ . $m < 0$ : عندما تزايد $x$ ، تناقص $y$ . تناقص $y$ وعندما تناقص $x$ ، تزايد $y$ .	الميل/الطرفي

**نصيحة دراسية**  
التماثل والنقاط عند تحديد مواقع نقطتين تقعان على جهتين متماثلتين من محور التماثل، فإن النقطتين ليسا متساويتا البعد عن محور التماثل فحسب، بل هما متساويتا البعد عن الرأس أيضاً.



### التدريس المتميز

مماثل: يحتاج الطلاب إلى عرض مرئي لفهم مفهوم قيمة الرأس ومحور التماثل.

إذا: اطلب من الطلاب إنشاء جدول من القيم ورسم  $y = x^2 + 6x + 8$  بيانياً على ورقة رسم بياني. اطلب من الطلاب رفع ورقتهم إلى مصدر الضوء وطي القطع المتكافئ إلى نصفين بحيث يتطابق الجانبان تماماً. اطلب من الطلاب استخدام حزم الطي على ورقتهم غير المخطوبة لتحديد مكان قيمة الرأس، ومحور التماثل، والقيمة الصغرى.  $x = -3; -1$   $(-3, -1)$

لقد استخدمت ما تعرفه عن الدوال التربيعية والخطوط المكافئة والتناظر أو التنازل لإعداد تشيلات بيانية. وبشكل تحليل هذه التشيلات البيانية لحل مسائل من الحياة اليومية.

#### مثال من الحياة اليومية 6 استخدام التمثيل البياني لدالة تربيعية

**الانتباه إلى المدرسة** يقذف مجلس طلاب مدرسة ثانوية قيثامًا بين جموع الطلاب كلما سجل الفريق المضيف هدفًا. يمكن تمثيل ارتفاع القيثام بالدالة  $h(x) = -16x^2 + 48x + 6$ ، حيث  $h(x)$  تمثل ارتفاع القيثام بالأمتار بعد  $x$  ثانية.

a. مثل الدالة بيانيًا.

$$x = \frac{-b}{2a} \quad \text{معادلة محور التنازل}$$

$$x = \frac{-48}{2(-16)} \text{ or } \frac{3}{2} \quad b = 48 \text{ و } a = -16$$

معادلة محور التنازل هي  $x = \frac{3}{2}$ . إذا الإحداثي الأفقي  $x$  للرأس هو  $\frac{3}{2}$

$$y = -16x^2 + 48x + 6$$

$$= -16\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 48\left(\frac{3}{2}\right) + 6$$

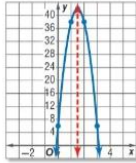
$$= -16\left(\frac{9}{4}\right) + 48\left(\frac{3}{2}\right) + 6$$

$$= -36 + 72 + 6 \text{ or } 42$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

بسط



يقع الرأس عند  $\left(\frac{3}{2}, 42\right)$ .  
لنوجد نقطة أخرى. اختر قيمة لـ  $x$  تساوي 0 وعوض.  
تقع نقطتنا الجديدة عند (0, 6) والنقطة المتناظرة لها  
على الطرف الآخر من محور التنازل هي (3, 6).  
كُثر ذلك واختر قيمة لـ  $x$  تساوي 1 لتحصل على (1, 38)  
وتكون النقطة المتناظرة لها هي (2, 38) اربط النقطتين  
لتحصل على منحنى منتظم.

b. ما الارتفاع الذي يقذف منه القيثام؟

يقذف القيثام حين يساوي الزمن 0. أو عند التناظر مع المحور الرأسى  $y$ .  
إذا، قُذِف القيثام من ارتفاع 6 أقدام فوق سطح الأرض.

c. ما أقصى ارتفاع يبلغه القيثام؟ ومتى وصل إلى الارتفاع الأقصى؟

يعادل الارتفاع الأقصى للقيثام للرأس.  
إذا يبلغ القيثام ارتفاعًا أقصى مقداره 42 مترًا. ويكون الزمن حينها  $\frac{3}{2}$  أو 1.5 ثانية بعد القذف.

#### تمرين موجّه

6. **النتج** يشارك عدنان في منافسة رمي الرمح. ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح بالمعادلة  $y = -16x^2 + 64x + 6$ ، حيث  $y$  تمثل ارتفاع الرمح بالأمتار بعد مرور  $x$  ثانية.

- A. مثل بيانيًا مسار الرمح.  
B. ما الارتفاع الذي رُمي منه الرمح؟ **6 ft**  
C. ما هو أقصى ارتفاع للرمح؟ **70 ft**



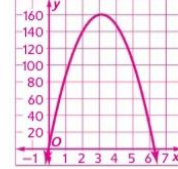
**الربط بالحياة اليومية**  
حوالي 1 طالب من كل 17 طالب من طلاب الصف الثاني عشر يلعبون كرة القدم. سيذهبون للعب في مدرسة NCAA الرابطة الوطنية للاعبين الرياضيين بين الكليات. المصنوع: الرابطة الوطنية للاعبين الرياضيين بين الكليات

#### مثال إضافي

6 **الرمية بالسهم** أطلق عمر سهمًا.

يمكن تمثيل ارتفاع السهم بواسطة  $y = -16x^2 + 100x + 4$ .  
حيث  $y$  الارتفاع الذي وصل له السهم بالقدم وتمثل  $x$  الثواني المستغرقة بعد إطلاق السهم في الهواء.

a. ارسم ارتفاع السهم بيانيًا.



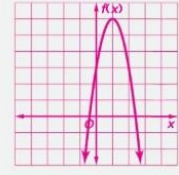
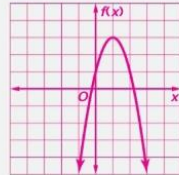
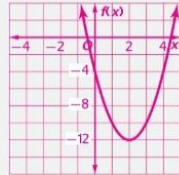
b. ما الارتفاع الذي وصل إليه السهم؟ **4 ft**

c. ما هو أقصى ارتفاع للسهم؟ **160 1/4 ft**

#### إجابات إضافية

- 13a. القيمة العظمى  
13b. 1  
13c.  $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$   
 $R = \{ y \mid y \leq 1 \}$   
14a. القيمة العظمى  
14b. 3  
14c.  $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$   
 $R = \{ y \mid y \leq 3 \}$   
15a. القيمة العظمى  
15b. 6  
15c.  $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$   
 $R = \{ y \mid y \leq 6 \}$   
16a. القيمة العظمى  
16b. 2  
16c.  $D = \{ \text{جميع الأعداد الحقيقية} \}$   
 $R = \{ y \mid y \leq 2 \}$

10 | الدرس 1-1 | تشيلات الدوال التربيعية بيانيًا



10 | الدرس 1-1 | تشيلات الدوال التربيعية بيانيًا



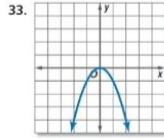
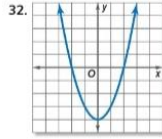
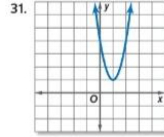
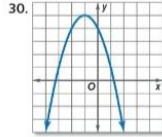
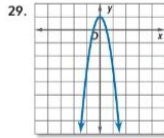
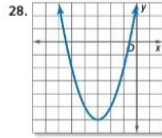


## التبرين وحل المسائل

استخدم جدول قيم تمثيل كل معادلة بيانيًا. واذكر المجال وال المدى. 22-27. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

22.  $y = x^2 + 4x + 6$  23.  $y = 2x^2 + 4x + 7$  24.  $y = 2x^2 - 8x - 5$   
25.  $y = 3x^2 + 12x + 5$  26.  $y = 3x^2 - 6x - 2$  27.  $y = x^2 - 2x - 1$

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  لكل تمثيل بياني.



أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  لكل دالة. 34-42. انظر الملحق.

34.  $y = x^2 + 8x + 10$  35.  $y = 2x^2 + 12x + 10$  36.  $y = -3x^2 - 6x + 7$   
37.  $y = -x^2 - 6x - 5$  38.  $y = 5x^2 + 20x + 10$  39.  $y = 7x^2 - 28x + 14$   
40.  $y = 2x^2 - 12x + 6$  41.  $y = -3x^2 + 6x - 18$  42.  $y = -x^2 + 10x - 13$

ادرس كل دالة مما يلي. 43-51. انظر الملحق.  
a. حدد إذا ما كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى.  
b. اذكر القيمة العظمى أو الصغرى.  
c. ما مجال الدالة ومداهما؟

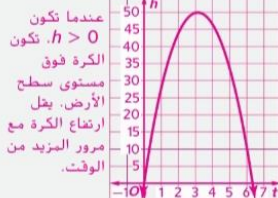
43.  $y = -2x^2 - 8x + 1$  44.  $y = x^2 + 4x - 5$  45.  $y = 3x^2 + 18x - 21$   
46.  $y = -2x^2 - 16x + 18$  47.  $y = -x^2 - 14x - 16$  48.  $y = 4x^2 + 40x + 44$   
49.  $y = -x^2 - 6x - 5$  50.  $y = 2x^2 + 4x + 6$  51.  $y = -3x^2 - 12x - 9$

مثل كل دالة بيانيًا. 52-57. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.  
52.  $y = -3x^2 + 6x - 4$  53.  $y = -2x^2 - 4x - 3$  54.  $y = -2x^2 - 8x + 2$   
55.  $y = x^2 + 6x - 6$  56.  $y = x^2 - 2x + 2$  57.  $y = 3x^2 - 12x + 5$

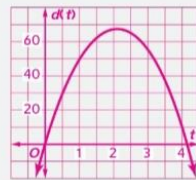
## إجابات إضافية

34. قمة الرأس  $(-4, -6)$ . محور التماثل  $x = -4$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 10.  
35. قمة الرأس  $(-3, -8)$ . محور التماثل  $x = -3$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 10.  
36. قمة الرأس  $(-1, 10)$ . محور التماثل  $x = -1$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 7.  
37. قمة الرأس  $(-3, 4)$ . محور التماثل  $x = -3$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي -5.  
38. قمة الرأس  $(-2, -10)$ . محور التماثل  $x = -2$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 10.  
39. قمة الرأس  $(2, -14)$ . محور التماثل  $x = 2$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 14.  
40. قمة الرأس  $(3, -12)$ . محور التماثل  $x = 3$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي 6.  
41. قمة الرأس  $(1, -15)$ . محور التماثل  $x = 1$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي -18.  
42. قمة الرأس  $(5, 12)$ . محور التماثل  $x = 5$ .  $y$  التقاطع مع المحور الرأسي -13.

- 43a. القيمة العظمى 9. 43b.  $D = \{x \mid x \leq 9\}$ . 43c.  $R = \{y \mid y \leq 9\}$ .  
44a. القيمة الصغرى -9. 44b.  $D = \{x \mid x \geq -9\}$ . 44c.  $R = \{y \mid y \geq -9\}$ .  
45a. القيمة الصغرى -48. 45b.  $D = \{x \mid x \geq -48\}$ . 45c.  $R = \{y \mid y \geq -48\}$ .  
46a. القيمة العظمى 50. 46b.  $D = \{x \mid x \leq 50\}$ . 46c.  $R = \{y \mid y \leq 50\}$ .  
47a. القيمة العظمى 33. 47b.  $D = \{x \mid x \leq 33\}$ . 47c.  $R = \{y \mid y \leq 33\}$ .  
48a. القيمة الصغرى -56. 48b.  $D = \{x \mid x \geq -56\}$ . 48c.  $R = \{y \mid y \geq -56\}$ .  
49a. القيمة العظمى 4. 49b.  $D = \{x \mid x \leq 4\}$ . 49c.  $R = \{y \mid y \leq 4\}$ .  
50a. القيمة الصغرى 4. 50b.  $D = \{x \mid x \geq 4\}$ . 50c.  $R = \{y \mid y \geq 4\}$ .  
51a. القيمة العظمى 3. 51b.  $D = \{x \mid x \leq 3\}$ . 51c.  $R = \{y \mid y \leq 3\}$ .



63a

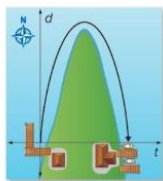


58a

عندما تكون  $h > 0$ ، تكون الكرة فوق مستوى سطح الأرض. يظل ارتفاع الكرة مع مرور المزيد من الوقت.



**البنية** يمكن أن يرجع الطلاب المتفوقون في الرياضيات إلى الخلف للحصول على نظرة عامة والتعرف على منظور التغيير. في التمرين 66، اطلب من الطلاب توضيح طريقة ارتباط دوال الجذر التربيعي والدوال المربعة.



58. **رياضة الزوارق** أرست هداية زورقها في نقطة على الساحل الغربي خور دي. ثم شرعت بالإبحار إلى مرسى دي. يمكن تبثيل المسافة التي تقطعها هداية بالنسبة إلى الزمن بالمعادلة  $d = -16t^2 + 66t$  حيث تمثل  $d$  عدد الأمتار التي تقطعها خلال  $t$  دقيقة.

- a. مثل هذه الدالة بيانياً. انظر الهامش.  
b. ما العدد الأقصى الذي قطعته من الأمتار؟ 68 m تقريباً  
c. كم استغرقت حتى وصلت إلى ميناء الجزيرة؟ 4 min تقريباً

**8** حاسبة التمثيل البياني مثل كل دالة بيانيًا. واستخدم خاصية TRACE لإيجاد الرأس على التمثيل البياني. قَرِّب إلى أقرب جزء من الألف عند الضرورة. 59-62. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات

59.  $y = 4x^2 + 10x + 6$   $(-1.25, -0.25)$       60.  $y = 8x^2 - 8x + 8$   $(0.5, 6)$

61.  $y = -5x^2 - 3x - 8$  **(-0.3, -7.55)**      62.  $y = -7x^2 + 12x - 10$  **(0.857, -4.857)**

63. **الجولف** يستطيع لاعب الجولف الهاوي أن يضرب الكرة بسرعة ابتدائية نحو الأعلى مقدارها 31.3 مترًا في الثانية. ويمكن تمثيل الارتفاع بالعلاقة  $h = -4.9t^2 + 31.3t$  حيث  $h$  ارتفاع الكرة بالأمتار بعد مرور  $t$  ثانية.

- a. مثل هذه الحالة سيأتينا ما الذي تشكك أجزاء التشكيل البنياني التي تكون فيها  $t > 0$  في سياق هذه الحالة؟ وما الذي يشكك السلوك الطيفي للتشكيل البنياني؟
- b. ما الارتفاع الذي تخضع منه الكرة؟  $0\text{ m}$
- c. ما أقصى ارتفاع للكرة؟  $50.0\text{ m}$  تقريباً
- d. كم استغرقت الكرة لتصلحده بالأرض؟  $6.4\text{ s}$  تقريباً
- e. اذكر البدي و المجال المتعولين لهذا البوصف.
- $D = \{t | 0 \leq t \leq 6.4\}$ ;  $R = \{h | 0 \leq h \leq 50.0\}$

64. **جميع التبرعات** تتبع القرعة الموسيقية أزهرا لشراء ملاين جديدة. وفي العام الماضي، كانت القرعة تباع الزهرة الواحدة بـ 5 AED. حيث باعت حينئذ 150 زهرة. وتوفي رفع السعر هذا العام، ولكنها تتوقع أن تتخفف البيعات بمقدار 10 AED مقابل كل زيادة مقدارها 1 AED. ويتم التنبؤ ببيع البيعات  $R$  الناتج عن بيع الأزهار بالدرهم الإماراتي بالادلة  $(10p - 5) + pR$ . حيث  $p$  عدد زيادات السعر البالغة احادا 1 AED.

$$R = -10p^2 + 100p + 750$$

- b. أوجد الضيق العظمى للدالة. 1000
- c. ما السعر الذي ينبغي أن تباع به الزهور للحصول على أكبر إيرادات للبيع؟ اشرح استنتاجاتك. 10 AED، 10 الإجابة النموذجية: ينبغي أن يباع الإيراد الأصلي من خلال 5 زيادات مقداره 1 AED. وكان السعر الأصلي 5 AED. ولذلك ينبغي أن يباعي السعر الجديد 10 AED.
- 65 القدم كرتة 90 في مستوى سطح الأرض بسرعة ابتدائية نحو الأعلى مقداره 20 متر في الثانية. تعطي المعادلة  $h(t) = -16t^2 + 90t$  (h ذن الكرتة t ثانية.

- a. ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟ **74 m**  
 b. متى تبلغ الكرة ارتفاع 126 متراً؟ **2.625 ثانية و 3 ثوان**  
 c. متى يكون ارتفاع الكرة صفراً؟ وماذا تنبئ هذه النقاط في سياق هذه الحالة؟  
 **$t = 0$ ,  $t = 5.625$ : قبل أن تُركَل الكرة، وعندما تصطدم بالأرض بعد الركُل**

66d.  $D = \{x | x \leq -3 \text{ أو } x \geq 3\}$ ,  
 $R = \{y | y \geq 0\}$

- a. ما مجال الدالة  $f(x)$ ؟ (جميع الأعداد الحقيقية)  
 b. ما مدى الدالة  $f(x)$ ؟  $\{f(x) \mid f(x) \geq -9\}$   
 c. ما قيم  $x$  التي تجعل الدالة  $f(x)$  سالبة؟  $\{x \mid -3 < x < 3\}$   
 d. عندما يكون  $x$  عدداً حقيقياً، فما مجال الدالة  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$  ومداها؟

المعادلة	الدالة المرتبطة	الأصناف	قسم ٧
----------	-----------------	---------	-------

قيم $y$	الأعداد	الدالة المرتبطة	المعادلة
$-3; 8, -6; 4, -6, 8$	$-3, 4$	$y = x^2 - x - 12$	$x^2 - x = 12$
$-9; 11, -9; 1, -9, 11$	$-9, 1$	$y = x^2 + 8x - 9$	$x^2 + 8x = 9$
$2; 11, -9; 12; -9, 11$	$2, 12$	$y = x^2 - 14x + 24$	$x^2 = 14x - 24$
$-14; 13, -11; -2, -11, 13$	$-14, -2$	$y = x^2 + 16x + 28$	$x^2 + 16x = -28$

b. بيانياً مثل كل دالة مرتبطة بيانياً باستخدام حاسبة للنمثيل البياني.

C. **تحليلًا** يساوي عدد الأصغار الحفزية أقل من أو يساوي درجة الدالة المرتبطة. استخدم سمة الجدول على حاسبتك لتحديد أصغار كل دالة مرتبطة. ودون الأصغار في الجدول أعلاه. ودون أيضًا قيم الدالة التي تزيد بدرجة واحدة عن كل صفر والتي تقل عنه بدرجة واحدة. اطلع على الجدول.

d. **نظرياً** ادرس قيمتي الدالة المماثلتين لقيم  $x$  قبل الصفر وبعده مباشرة. ما الذي يحدث لقيمة إشارة الدالة قبل الصفر وبعده؟  
لقيمتي الدالة إشارتان متعاكستان قبل الصفر وبعده مباشرة.

**مسائل مهارات التفكير العليا** استخدام مهارات التفكير العليا

68. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة تربيعية يكون لتمثيلها البياني محور التماثل  $x = -\frac{3}{8}$ . لخص خطواتك **انظر الهامش.**

خطواتك انظر الهامش.

69. **تحليل الخطأ** نعتقد سلبية أن القطعين المكافئين اللذين يمثلها

الخديجة: مستقيماً التماثل هما  $x = 2$  و  $x = 1.5$ .

خديجة: مستقيهما التماثل هما  $x = 2$  و  $x = 1.5$ .

فقطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل، ويمر بالنقطة  $(0, -6)$  وله رأس عند النقطة  $(2, -4)$

70. **تحدّد** باستخدام محور التماثل، والتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  ونقطة تقاطع واحدة مع المحور الأفقي  $x$ ، اكتب معادلةً للتمثيل

$$y = -x^2 + 6x + 16$$

71. **البنية** للتشثيل البياني للدالة التربيعية الرأس (0, 2). وإحدى النقاط على التشثيل البياني هي (9, 5). أوجد نقطة أخرى على التشثيل البياني. واذكر كيف أوجدتها **انظر الهامش**.

واشرح كيف أوجدتها **انظر الهامش**.

72. مسألة غير محددة الإجابة صف حالة من الحياة اليومية تنطوي على معادلة تربيعية. وشرح ماذا يمثل الرأس. الإجابة النموذجية: ركل كرة

معادلة تربيعية. وانشرح ماذا يمثل الرأس. الإجابة النموذجية: ركل كرة خلال إحدى المباريات. يعطي الرأس ارتفاع الكرة الأقصى.

73. الاستنتاج أعط مثلاً معاكساً يمثل حالةً محددةً توضح أن العبارة التالية خاطئة. رأس القطع المكافئ هو

الإجابة النموذجية: للدالة  $y = -x^2 - 4$  رأس عند  $(0, -4)$ ، ولكنه نقطة عظمى.

74. الكتابة في الرياضيات استخدم الجداول والتمثيلات البيانية لمقارنة أوجه التشابه والاختلاف بين الدالة

74. **الكتابة في الرياضيات** استخدم الجداول والتبيلات הבينة لمطابقة أوجه التشابه والاختلاف بين الدالة  $f(x) = ab^x + c$  عند  $b > 0$  و  $a \neq 0$  و  $b \neq 1$  وبين الدالة التربيعية  $g(x) = ax^2 + c$  وبين الدال الخطية  $h(x) = ax + c$  وأدرج في مفاصل نقاط التقاطع وأجزاء التمثيل البصري التي تترادف عندها الدوال وتتفاضل وتكون موجبة أو سالبة إضافة إلى القيم النقطية العظمى والصغرى وأوجه التباين والسلوك البصري. ما الدالة التي تتجاوز إلى النهاية الأخرى؟

ما الدالة التي تتجاوز في النهاية الأخرى؟

## تمشيلات متعددة

في التمرين 67، يستخدم الطلاب آلة حاسبة بيانية، والمعلومات المنتظمة في الجدول، والتحليل الجبري لحل المعادلات التربيعية.

**افتبه!**

**تحليل الأخطاء** بالنسبة للتمرين 69، اقترح على الطلاب تحديد قيم  $a$ ،  $b$ ، و  $c$  للدالة التربيعية الواردة في الرسم البياني، والانتباه إلى إدراج علامات القيم، ثم اطلب منهم استبدال هذه القيم في  $x = -\frac{b}{a}$  باستخدام الأقواس عند الضرورة.

## تدريس التمارين الرياضية

**البنية** يستفيد الطلاب المتفوقون في الرياضيات من البنية. في التمرين 71، وجه الطلاب إلى التفكير في خصائص القطع المكافئ الذي يمكن أن يساعدهم على حل المسألة.

### إجابات إضافية

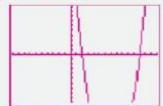
**.67b**


$$[-10, 10] \text{ sci: } 1 \text{ by } [-10, 10] \text{ sci: } 1$$

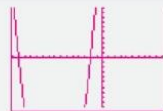
$$y = x^2 - x - 12$$

 $[-15, 15]$  scl: 2 by  $[-30, 30]$  scl: 5

$$y = x^2 + 8x - 9$$

 $[-10, 15]$  scl: 1 by  $[-10, 10]$  scl: 1

$$y = x^2 - 14x + 24$$

 $[-15, 10]$  scl: 1 by  $[-10, 10]$  scl: 1

$$y = x^2 + 16x + 28$$

## 4 التقويم

**نشر الفائدة** أنشئ عدة نسخ لجميع الرسوم الخمسة للدوال التربيعية. اعط رسماً بيانياً واحداً لكل طالب. عندما يقادر الطلاب الحجرة، اطلب منهم إبلاغك بإحداثيات قيم الرأس للقطع المكافئ لتحديد ما باعتبارها قيم عظمى أو قيم صغرى.

### إجابات إضافية

68. الإجابة النموذجية  $y = 4x^2 + 3x + 5$ . اكتب معادلة محور التماثل.  $x = -\frac{b}{2a}$ . من المعادلة،  $b = 3$  و  $a = 4$ . لذلك فإن  $2a = 8$  و  $a = 4$ . استبدل هذه القيم الخاصة بـ  $a$  و  $b$  في المعادلة  $y = ax^2 + bx + c$ .  
71.  $(-1, 9)$ . الإجابة النموذجية لقد رسمت النقاط المقدمة بيانياً. ورسمت القطع المكافئ الذي سيمر عبرها. لقد حسبت المساحات فوق قمة الرأس وأعلاها وفعلت الشيء نفسه على الجانب المقابل من الخط  $x = 2$ .

## تدريب على الاختبار المعياري

77. ما مدى الدالة  $f(x) = -4x^2 - \frac{1}{2}$ ؟  
 A {جميع الأعداد الصحيحة التي تساوي أو تزيد عن  $\frac{1}{2}$ }  
 B {جميع الأعداد الصحيحة غير السالبة}  
 C {جميع الأعداد الحقيقية}  
 D {جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي  $\frac{1}{2}$ }

78. **إجابة قصيرة** يوصل خبثس الجرائد مقابل مبلغ إضافي من المال. وهو يبدأ بتوصيل الجرائد عند الساعة 3:15 P.M. وينتهي عند الساعة 5:05 P.M. فكم يستغرق خبثس لينهي جولة التوصيل؟ **ساعة و 50 دقيقة**

79. أي مما يلي معادلة مستقيم يمر بالنقطة  $(-5, 2)$  ويتعامد على  $2x + 4y = 8$ ؟  
 A  $y = 2x + 10$   
 B  $y = -\frac{1}{2}x - 4$   
 C  $y = 2x - 9$   
 D  $y = -2x - 1$

76. **الهندسة** تبلغ مساحة الدائرة  $36\pi$  وحدة مربعة. إذا ضاعفت نصف قطر الدائرة، فكم تكون مساحة الدائرة الجديدة؟  
 A  $36\pi$  وحدة مربعة  
 B  $72\pi$  وحدة مربعة  
 C  $1296\pi$  وحدة مربعة  
 D  $144\pi$  وحدة مربعة

## مراجعة شاملة

- حدد ما إذا كان كل ثلاثي حدود هو ثلاثي حدود تربيعي كامل أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كان كذلك، فحلّله إلى عوامله. (الدرس 1-9)
79.  $4x^2 + 4x + 1$  نعم؛  $(2x + 1)^2$  80.  $4x^2 - 20x + 25$  نعم؛  $(2x - 5)^2$  81.  $9x^2 + 8x + 16$  no  
 حلّل كل كثيرة حدود إن أمكن إلى عواملها الأولية. فإن كان لا يمكن تحليل كثيرة الحدود، فاكتب أولية. (الدرس 1-8)
82.  $n^2 - 16$   $(n - 4)(n + 4)$  83.  $x^2 + 25$  أولية 84.  $9 - 4a^2$   $(3 - 2a)(3 + 2a)$   
 أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 1-3)
85.  $(b - 7)(b + 3)$   $b^2 - 4b - 21$  86.  $(c - 6)(c - 5)$   $c^2 - 11c + 30$  87.  $(2x - 1)(x + 9)$   $2x^2 + 17x - 9$
88. **الوحدات المتعددة** يمكن تمثيل عدد ولادات النواجم الأربعة  $Q$  في دولة ما خلال السنوات الأخيرة بالدالة  $Q = -0.5t^2 + 11.7t^2 - 21.5t + 218.6$ ، حيث  $t$  تمثل عدد الأعوام منذ 2002. ما العدد المتوقع من ولادات النواجم الأربعة في هذه الدولة لعام 2017؟ (الدرس 1-1)
89. **الغابات** يمكن تقدير عدد الأمطار من الأنواع  $B$  الناتجة عن الجذع باستخدام القانون  $B = \frac{1}{16}(D^2 - 8D + 16)$ ، حيث  $D$  قطر الجذع بالسنتيمترات و  $B$  طول الجذع بالأمتار. فبالنسبة للجذع الذي يبلغ طولها 16 متراً، ما القطر الذي يعطي تقريباً 256 متراً من الأمطار؟ (الدرس 1-9) **20 m**

## مراجعة المهارات

- أوجد نقطة تقاطع التمثيل البياني لكل معادلة مع المحور الأفقي  $x$ .
90.  $x + 2y = 10$  10 91.  $2x - 3y = 12$  6 92.  $3x - y = -18$  -6

## التدريس المتميز

**الملاحظ** أخبر الطلاب بأن صواريخ الألعاب النارية مصممة للانفجار في أعلى نقطة. يُمثل الارتفاع بواسطة المعادلة  $h = -4.9t^2 + 34.2t + 1.6$ ، حيث  $h$  ارتفاع الصاروخ بالمتر بعد  $t$  ثانية. ما الوقت والارتفاع اللذان سينفجر عندهما الصاروخ؟ **سينفجر الصاروخ بعد مرور حوالي 3.5 ثانية وعند ارتفاع يبلغ 61 m تقريباً.**

## مختبر الجبر معدل تغير الدالة التربيعية



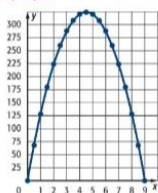
يطلق صاروخ اختياري من الأرض نحو الأعلى بسرعة 144 متراً في الثانية. تمثل المعادلة  $y = -16x^2 + 144x$  ارتفاع الصاروخ  $y$  بالامتار بعد  $x$  ثانية. سنستخدم باستخدام هذه الدالة دراسة معدل تغير الدالة التربيعية.

### النشاط

**الخطوة 1** أنسخ الجدول الوارد أدناه.

$x$	0	0.5	1	1.5	...	9.0
$y$						
معدل التغير						

(0.5, 68), (1, 128), (1.5, 180),  
(2, 224), (2.5, 260), (3, 288),  
(3.5, 308), (4, 320), (4.5, 324),  
(5, 320), (5.5, 308), (6, 288),  
(6.5, 260), (7, 224), (7.5, 180),  
(8, 128), (8.5, 68), (9, 0)



**الخطوة 2** أوجد قيمة  $y$  المقابلة لكل قيمة  $x$  من 0 إلى 9.

**الخطوة 3** مثل الأزواج المرتبة  $(x, y)$  بيانياً على وري شبيكي. وصل النقاط.

بمحنى منتظم. لاحظ أن الدالة تزايد عند  $0 < x < 4.5$  وتتناقص عند  $4.5 < x < 9$ .

**الخطوة 4** تذكر أن معدل التغير هو التغير في  $y$  مقسوماً على التغير في  $x$ . أوجد معدل التغير لكل فترة مدتها نصف ثانية في  $x$  و  $y$ .

136, 120, 104, 88, 72, 56, 40, 24, 8, -8, -24, -40, -56, -72, -88, -104, -120, -136

### تبايرين

استخدم الدالة التربيعية  $y = x^2$ . 1-44 انظر ملحق إجابات الوحدة 1

- أنشئ جدولاً للدالة شبيهاً بالجدول الوارد في هذا النشاط باستخدام  $x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ . وأوجد قيم  $y$  المقابلة لقيم  $x$ .
- مثل الأزواج المرتبة على وري شبيكي. وصل النقاط بمحنى بياني منتظم. صف متى تزايدت الدالة ومتى تناقصت.
- أوجد معدل تغير كل عمود بدءاً من  $-3$  و  $x$ . و قارن معدلات التغير حين تزايدت الدالة وحين تناقصت.
- تحدّد إذا أسقط جسم من ارتفاع 100 متر في الهواء، وكانت مقاومة الهواء مهملة، فسيسقط الجسم بسرعة يمكن تمثيلها بالدالة  $-16x^2 + 100$ . حيث  $f(x)$  تمثل ارتفاع الجسم بالامتار بعد  $x$  ثانية. أعد جدولاً شبيهاً بجدول التمرين 1. اختر قيمة ملائمة لـ  $x$ . امأل قيم  $x$  وقيم  $y$  ومعدلات التغير. و قارن معدلات التغير. وصف أي أنماط تلاحظها.

16 | التوسع 1-1 | مختبر الجبر، معدل تغير الدالة التربيعية

## 1 التركيز

**الهدف** استخدم دالة تربيعية مُعطاة للتحقق من معدل التغير لدالة تربيعية.

### المواد التي يحتاجها كل طالب

- ورق الرسم البياني

### نصيحة للتدريس

سيحتاج الطلاب إلى إعداد جدول به 19 عموداً للخطوة 1 من النشاط.

## 2 التدريس

### العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة. مع مزج القدرات. اطلب من المجموعات إتمام النشاط.

### اسأل:

- ما هي القيم العظمى والصغرى للمحور الأفقي  $x$  والمحور الرأسي  $y$  التي تحتاجها عند رسم النظام الإحداثي للدالة في النشاط؟

$x$ : 0 إلى 9,  $y$ : 0 إلى 324

- كيف يختلف معدل تغير دالة تربيعية عن معدل تغير دالة خطية؟
- أي دالة خطية لها معدل تغير ثابت، ومن ثم فهي لن تغير العلامات أبداً. معدل تغير دالة تربيعية عبارة عن قيمة موجبة في بعض الفترات وقيمة سالبة في فترات أخرى.

**تمرين** اطلب من الطلاب إتمام التبايرين 1-4.

## 3 التقويم

### التقويم التكويني

استخدم التبايرين من 1-3 لتقويم مدى فهم الطلاب لمعدل التغير في دالة تربيعية.

### من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب مراجعة الموقف في النشاط. اسأل الطلاب عن كيف أن المعادلة ومعدل التغير الخاص بها سيتأثران إذا تم إطلاق السهم التمثيلي من الأرض مع سرعة تصاعدية تقدر بـ 44 m/sec.

المعادلة (التي تتضمن المعاملات المقربة) ستكون  $h = -5t^2 + 44t$ . بما أن المتر يساوي 3.3 ft، فيتم تقسيم المعاملات في المعادلة قدم لكل

ثانية بنسبة 3.3 المتغيرات لا تتأثر. سيتغير معدل التغير وفقاً لذلك.