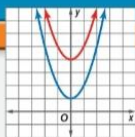


تحويلات الدوال التربيعية



لماذا؟

المعاني

المصاحف

- 1. تطبيق الإزاحات على الدوال التربيعية.
- 2. تطبيق تغيير الأبعاد على الدوال التربيعية.
- 3. كتابة دالة تربيعية بالصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.
- 4. تحويل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية ذات الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$.

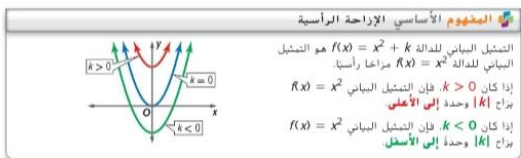
الإزاحات: نعتبر **الإزاحة** مواقع الأشكال. فإحد أنواع التحويل. ويدعى **الإزاحة** بحرك الشكل إلى الأعلى أو الأسفل أو اليسار أو اليمين. عند إضافة ثابت k أو طرحه من دالة أصلية. يكون التمثيل البياني للدالة الناتجة $k \pm f(x)$ هو التمثيل البياني للدالة الأصلية مزاحاً إلى الأعلى أو الأسفل.

الدالة الأصلية في مجموعة الدوال التربيعية هي $f(x) = x^2$ ولجميع الدال التربيعية الأخرى تمثيلات بيانية هي تحويلات للتمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$.

المفردات الجديدة

التحويل transformation
الإزاحة translation
تغيير الأبعاد/التمدد dilation
الانعكاس reflection
صيغة الرأس vertex form

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.



المفهوم الأساسي للإزاحة الرأسية

التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2 + k$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاحاً رأسياً.

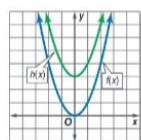
إذا كان $k > 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2 + k$ يزاح **إلى الأعلى**.

إذا كان $k < 0$ فإن التمثيل البياني $f(x) = x^2 + k$ يزاح **إلى الأسفل**.

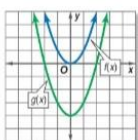
مثال 1 وصف الإزاحة وتمثيلها بيانياً

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $f(x) = x^2 + 3$
 $k = 3$ و $3 > 0$
 $f(x) = x^2 + 3$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى الأعلى لمسافة 3 وحدات.



b. $g(x) = x^2 - 4$
 $k = -4$ و $-4 < 0$
 $g(x) = x^2 - 4$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى الأسفل لمسافة 4 وحدات.



تمرين موجه

إزاحة إلى الأعلى لمسافة 5

- 1A. $f(x) = x^2 - 7$
- 1B. $g(x) = 5 + x^2$
- 1C. $h(x) = -5 + x^2$
- 1D. $f(x) = x^2 + 1$

إزاحة إلى الأعلى لمسافة 1 إزاحة إلى الأسفل لمسافة 5 إزاحة إلى الأسفل لمسافة 7

1 التركيز

محاذاة رأسية

قبل الدرس 1-7 تحويل التمثيلات البيانية للدالات.

الدرس 1-7 اكتب الدالة التربيعية في صيغة $y = a(x-h)^2 + k$ حوّل التمثيلات البيانية للدالات التربيعية في الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$

بعد الدرس 1-7 حل المتباينات التربيعية باستخدام التمثيلات البيانية و الطرق الجبرية.

2 التدريس

أسئلة تدريجية

على الطلاب قراءة لماذا؟ هذا الجزء من الدرس.

أسأل:

- للدالة $y = x^2$ ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0؟
- ما قيمة x التي تجعل y تساوي 0 إذا كانت الدالة $y = (x-2)^2$ ؟
- قارن التمثيل البياني $y = x^2$ مع $y = (x-2)^2$ ما هو الفرق الذي يفعله طرح 2 داخل الأقواس؟ التمثيل البياني $y = x^2$ يتحرك وحدتين إلى اليمين.

1 اكتب المعادلات التربيعية في صيغة هندسية

مثال 1 يوضح كيفية كتابة المعادلات التربيعية في صيغة هندسية. **مثال 2** يوضح كيف أن معامل الصيغة التربيعية للدالة يغير عرض التمثيل البياني في شكل الإختبار متعدد الخيارات.

تقويم مستمر

استخدم التمارين الموجية بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

- 1 اكتب كل معادلة في صيغة هندسية.
- $y = x^2 - 2x + 4$
 $y = (x - 1)^2 + 3$
 - $y = -3x^2 - 18x + 10$
 $y = -3(x + 3)^2 + 37$

انتبه!

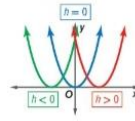
تجنب الأخطاء مع زيادة |a|
، يضيق التمثيل البياني. لأن المضاعف الأكبر للقيمة $(x - h)^2$ سيجعل قيم y المقابلة أكبر. القيم الأكبر لـ y ستجعل الرسم البياني أكثر انحداراً (وبالتالي أضيق).

التدريس بالتقنية

السبورة البيضاء التفاعلية اعرض الجدول التنظيمي على السبورة. ارمس تمثيلاً بيانياً لدالة تربيعية، اعطي الطلاب معادلة التمثيل البياني ووضو للطلاب كيفية كتابة معادلة التمثيل البياني في صيغة هندسية. اسحب التمثيل البياني لتحريك الرأس إلى مناطق أخرى في الجدول و على الطلاب أن يجدوا المعادلات للرسم البيانية الجديدة اشرح إلى أي مدى تكون الدالات متشابهة أو مختلفة.

يمكن إزاحة التمثيل البياني التربيعي أفقياً بطرح حد واحد لـ h من x .

المفهوم الأساسي: الإزاحة الأفقية



التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x - h)^2$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ مزاخاً بالاتجاه الأفقي. إذا كان $h > 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يُزاح لمسافة h وحدة **يميناً**. إذا كان $h < 0$ ، التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ يُزاح لمسافة $|h|$ وحدة **يساراً**.

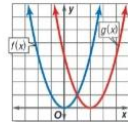
مثال 2: الإزاحة الأفقية

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = (x - 2)^2$

$k = 0, h = 2, 2 > 0$

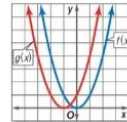
$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليمين لمسافة وحدتين.



b. $g(x) = (x + 1)^2$

$k = 0, h = -1, -1 < 0$

$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليسار لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

مزاخاً إلى اليسار لمسافة 2 $g(x) = (x + 2)^2$ 3 مزاخاً إلى اليسار لمسافة 2 $g(x) = (x - 3)^2$ 2A.

ويمكن إزاحة التمثيل البياني التربيعي بالاتجاهين الأفقي والعمودي.

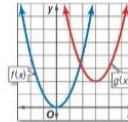
مثال 3: الإزاحة الأفقية والعمودية

صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = (x - 3)^2 + 2$

$k = 2, h = 3, 3 > 0$

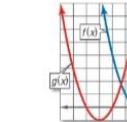
$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليمين لمسافة 3 وحدات وإلى الأعلى لمسافة وحدتين.



b. $g(x) = (x + 3)^2 - 1$

$k = -1, h = -3, -3 < 0$

$g(x)$ هي إزاحة للتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$ إلى اليسار لمسافة 3 وحدات وإلى الأسفل لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

3A. $g(x) = (x + 2)^2 + 3$

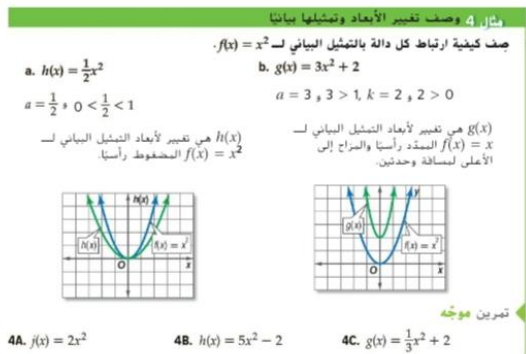
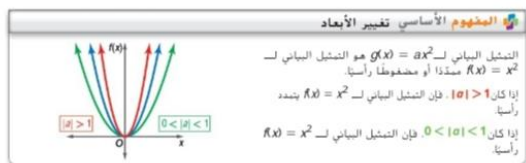
3B. $g(x) = (x - 4)^2 - 4$

63

التركيز على المحتوى الرياضي

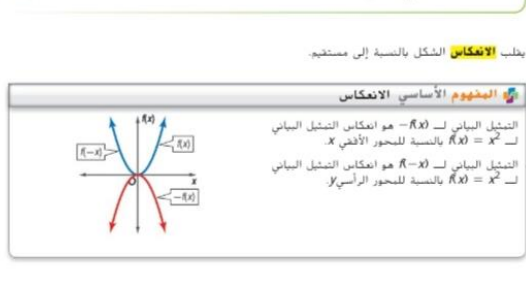
الدالة التربيعية في صيغة هندسية القيم a, h, k ، في الشكل الهندسي للدالة التربيعية $y = a(x - h)^2 + k$ ، تؤثر على التمثيل البياني للقطع المكافئ. قيمة الرأس هي في (h, k) . قيمة a تحدد الاتجاه الذي يفتح القطع المكافئ و عرض القطع المكافئ. قيمة h تحدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ أفقياً. قيمة k تحدد الاتجاه الذي يترجم القطع المكافئ عمودياً. يجب أولاً إعادة كتابة الدالة في شكل هندسي قبل a, h ، و k يمكن تحديدها وتحليلها.

2 تغيير الأبعاد والإزاحة شدة نوع آخر من التحويلات. ويدعى تغيير الأبعاد **وتغيير الأبعاد** يجعل التمثيل البياني أصغر من التمثيل البياني الأصلي أو أعرض منه. وعند ضرب الدالة الأصلية $f(x) = x^2$ بثابت a ، فإن التمثيل البياني للدالة الناتجة $f(x) = ax^2$ إما أن يتدد أو ينضغط رأسياً.



نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي عند شدة التمثيل البياني لدالة تربيعية رأسياً، يصبح شكل التمثيل البياني الجديد أصغر من التمثيل البياني للدالة الأصلية. وعند ضغطه رأسياً، يصبح التمثيل البياني الجديد أعرض من التمثيل البياني للدالة الأصلية.

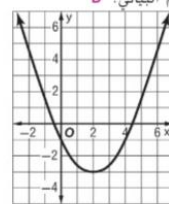


التعليم المهتمين

المعلمين بأنفسهم على الطلاب أن يراقبوا أو يبحثوا عن الأحداث الطبيعية التي يمكن أن تصاغ في القطع المكافئ. على الطلاب تقديم تقريراً بملاحظاتهم و نتائجهم للصف. إذا كان الطلاب قادرين على تحديد الدالة التربيعية التي تصيغ الحدث، يجب أن يقدموا الدالة ويشرحوا كيف أن خصائص المعادلة يمكن استخدامها في تحليل التمثيل البياني لها.

مثال إضافي

2 تدريب الاختبار الموحد
 ما هي معادلة الدالة الموضحة في الرسم البياني؟ **B**



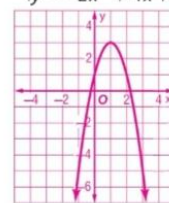
- a. $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$
 B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$
 c. $y = -2(x-2)^2 + 3$
 d. $y = 2(x-2)^2 - 3$

2 تحويل التمثيلات البيانية التربيعية

مثال 3 يوضح كيفية أن التمثيل البياني للمعادلة بعد إعادة كتابتها في صيغة هندسية.

مثال إضافي

3 التمثيل البياني $y = -2x^2 + 4x + 1$



3 تدريب

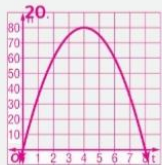
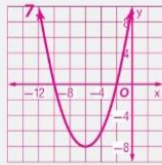
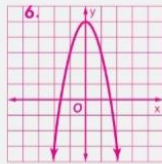
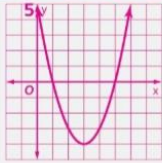
تقويم مستمر

استخدم التمارين 1-7 لفحص الفهم.
استخدم الجدول في أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

دراسة التدريبات الرياضية

النمذجة يمكن للطلاب المتفهمين للرياضيات تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المشكلات الموجودة في الحياة اليومية. تحليل العلاقات رياضيًا لاستخلاص النتائج و تفسير نتائجها الرياضية في سياق الوضع.

إجابات إضافية



مثال 5 وصف التحولات وتمثيلها بيانيًا

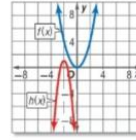
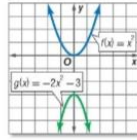
صف كيفية ارتباط كل دالة بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$.

a. $g(x) = -2x^2 - 3$

$a = -2$ و $-2 < 0$ ، إذاً هناك انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والتمثيل البياني ممتد رأسياً الأسفل لمسافة 3 وحدات.

b. $h(x) = -4(x+2)^2 + 1$

$a = -4$ و $-4 < 0$ ، إذاً هناك انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والتمثيل البياني ممتد رأسياً الأسفل لمسافة 4 وحدات وإلى اليسار. إذاً هناك إزاحة إلى الأعلى لمسافة وحدة واحدة.



تمرين موجّه

5A. $h(x) = 2(-x)^2 - 9$

5B. $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3$

5C. $j(x) = -2(x-1)^2 - 2$

يمكنك استخدام ما تعرفه عن خواص التمثيلات البيانية للمعادلات التربيعية لمطابقة المعادلات مع التمثيلات البيانية.

مثال 6 على الاختبار المتباين: تحديد معادلة تمثيل بياني

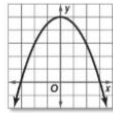
أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

A $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$

C $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

B $y = -2x^2 - 5$

D $y = 2x^2 + 5$



قراءة فقرة الاختبار

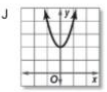
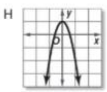
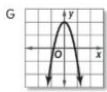
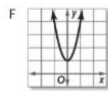
لديك تمثيل بياني، عليك إيجاد معادلته.

حل فقرة الاختبار

التمثيل البياني مفتوح إلى الأسفل، ولذلك فقد عكس التمثيل البياني لـ $y = x^2$ بالنسبة للمحور الأفقي x . ويتعين أن يكون معامل القوة الأعلى سالباً، ولذلك علينا حذف الخيارين D و A. القطع المكافئ مزاوح إلى الأعلى لمسافة 5 وحدات، ولذلك فإن $k = 5$. انظر إلى المعادلات. في الخيارين C و D فقط يكون $k = 5$ الإجابة هي C.

تمرين موجّه

6 أي مما يلي هو التمثيل البياني لـ $H: y = -3x^2 + 1$ ؟



65

خيارات الواجب المنزلي المميزة

مستوى	التكليف	خيار اليوميين	
أساسي	8-34, 48, 51-67	53-56, 9-33 فردي	57-67, 51, 48, 52, 57-67 زوجي
جوهري	34 فردي, 9-33 فردي, 51-67, 48, 47 فردي, 35-45	8-34, 53-56	35-48, 51, 52, 57-67
متقدم	35-67		

انتبه!
التحويلات يمكن أن يؤدي التمثيل البياني للدالة $f(x) = -2x^2$ إلى تحويل التمثيل البياني الخاص بـ $f(x) = x^2$ وهذا انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x إذا كان $a < 0$ إضافة إلى انضغاط أو تمدد اعتماداً على القيمة المطلقة لـ a .

5A. إزاحة إلى الأسفل

لمسافة 9 وحدات

وتمدد رأسي

5B. إزاحة إلى الأعلى

لمسافة 3 وحدات

وانضغاط رأسي

5C. انعكاس بالنسبة

للمحور الأفقي x .

وإزاحة لمسافة

وحدتين إلى الأسفل

ووحدة واحدة إلى

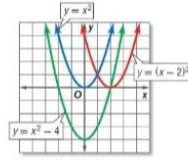
اليمين وتمدد رأسي

دراسة التدريبات الرياضية

البراهين الطلاب الماهرون رياضياً يفهمون ويستخدمون الافتراضات المذكورة و التعريفات و النتائج المُعَدَّة مسبقاً في وضع البراهين. حيث يقومون بوضع التخمينات و بناء تطور منطقي للعبارات لشرح حقيقة التخمينات الخاصة بهم. و أنهم قادرون على تحليل المواقف عن طريق تحويلهم لحالات. ويمكن التعرف على واستخدام التقيد بالأدلة.

نذكر أن مجموعة التثيلات البيانية هي جملة من التثيلات البيانية التي تعرض خاصية واحدة أو عدة خواص متشابهة، والتثيل البياني الأصلي هو التثيل البياني الأبسط في العلاقة. أيًا كانت عائلة الدوال التربيعية. فإن $y = x^2$ هو التثيل البياني الأصلي.

يمكن رسم التثيلات البيانية الأخرى لمجموعة الدوال التربيعية، مثل $y = (x - 2)^2$ و $y = x^2 - 4$ من خلال تحويل التثيل البياني لـ $y = x^2$.



3 كتابة الدوال التربيعية بصيغة الرأس

تكتب كل دالة أعلاه بصيغة الرأس. حيث $y = a(x - h)^2 + k$ رأس القطع المكافئ و h و k هما إحداثيات رأس القطع المكافئ و $x = h$ محور التماثل و a تحدد شكل القطع المكافئ واتجاه انفتاحه.

حين تكون الدالة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + bx + c$ فيمكنك إكمال المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس. فإذا لم يكن معامل الحرة التربيعي يساوي 1. إذا فعلت تحليل عامل الحدين التربيعي والخطي قبل إكمال المربع. وبعد إكمال المربع وكتابة الدالة بصيغة الرأس، فإن قيمة k تشير إلى قيمة صغرى إذا كان $a < 0$ أو تشير إلى قيمة عظمى إذا كان $a > 0$.

مثال 7 اكتب الدوال بصيغة الرأس

اكتب كل دالة بصيغة الرأس.

- a. $y = x^2 + 6x - 5$
 $y = x^2 + 6x - 5$ الدالة الأصلية
 $y = (x^2 + 6x + 9) - 5 - 9$ أكمل المربع.
 $y = (x + 3)^2 - 14$ بسط.
- b. $y = -2x^2 + 8x - 3$
 $y = -2x^2 + 8x - 3$ الدالة الأصلية
 $y = -2(x^2 - 4x) - 3$ جع $8x$ و $-2x^2$ وحلّل إلى العوامل.
 $y = -2(x^2 - 4x + 4) - 3 - (-2)(4)$ ثم انقسم على 2.
 $y = -2(x - 2)^2 + 5$ أكمل المربع.
 $y = -2(x - 2)^2 + 5$ بسط.

تمرين موجه

- 1A. $y = x^2 + 4x + 6$ $y = (x + 2)^2 + 2$ 1B. $y = 2x^2 - 12x + 17$ $y = 2(x - 3)^2 - 1$

4 التقويم

الكرة الكريستال أسأل الطلاب أن يكتبوا كيف سيساعدكم درس اليوم على تحليل الدالات التربيعية و تمثيلها بيانياً في درس الغد في تمثيل وحل المتباينات التربيعية بيانياً.

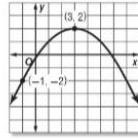
إجابات إضافية

64a. $h(d) = -2d^2 + 4d + 6$; التمثيل البياني مفتوح للأسفل و هو أضيق من التمثيل البياني الأساسي والرأس عند $(1, 8)$.

64b. $h(d) = -2(d-12.5)^2 + 125$; يُحرك التمثيل البياني أعلى 4.5 ft وإلى اليمين 3 in .

بمعرفة الرأس ونقطة إضافية على التمثيل البياني للقطع المكافئ، يمكنك كتابة معادلة القطع المكافئ بصيغة الرأس.

مثال 8 على الاختبار البعدي كتابة معادلة إذا كان التمثيل البياني معطوياً



ما معادلة الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟

- A $y = -4(x-3)^2 + 2$
B $y = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 2$
C $y = \frac{1}{4}(x+3)^2 - 2$
D $y = 4(x+3)^2 - 2$

قراءة فترة الاختبار

لديك تمثيل بياني لقطع مكافئ غن رأسه ونقطة في تمثيله البياني. عليك إيجاد معادلة له.

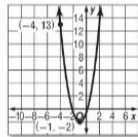
حل فترة الاختبار

يقع رأس القطع المكافئ عند النقطة $(3, 2)$. إذا $h = 3$ و $k = 2$ ، وبما أن $(-1, -2)$ نقطة على التمثيل البياني، فلنفترض أن $x = -1$ و $y = -2$. عوض بهاتين القيمتين في صيغة الرأس للمعادلة وحل لإيجاد a .

$$\begin{aligned} y &= a(x-h)^2 + k && \text{صيغة الرأس} \\ -2 &= a(-1-3)^2 + 2 && \text{عوض بالعدد } -2 \text{ عن } y \text{ وبالعدد } 3 \text{ عن } h \text{ وبالعدد } 2 \text{ عن } k. \\ -2 &= a(16) + 2 && \text{بسط.} \\ -4 &= 16a && \text{اطرح 2 من كل طرف.} \\ -\frac{1}{4} &= a && \text{اقسم كل طرف على 16.} \end{aligned}$$

معادلة المقاطع المكافئ بصيغة الرأس هي $y = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 2$. الإجابة هي B.

تمرين موجّه



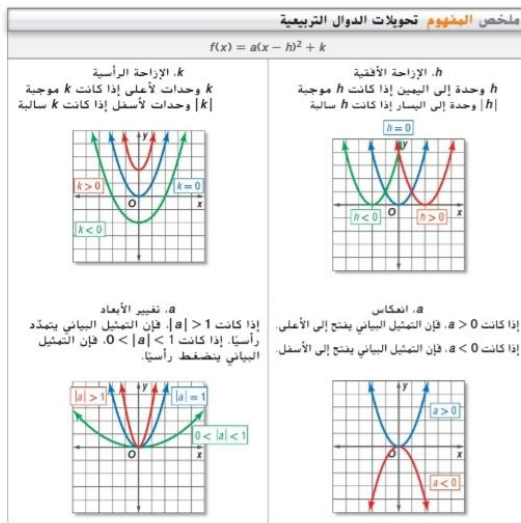
2. أي مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟
F $y = \frac{9}{25}(x-1)^2 + 2$
G $y = \frac{3}{5}(x+1)^2 - 2$
H $y = \frac{5}{3}(x+1)^2 - 2$
J $y = \frac{25}{9}(x-1)^2 + 2$

4 تحويلات التمثيلات البيانية التربيعية لقد تعلمت سابقاً كيف تؤثر التحويلات المختلفة على التمثيلات البيانية للدوال الرئيسية. ولتخص ما يلي هذه التحويلات للدوال التربيعية.

نصيحة عند حل الاختبار
معنى a يحدد إشارة a في صيغة الرأس عرض القطع المكافئ. وتحدد الإشارة إن كان القطع المكافئ مفتوحاً إلى الأعلى أو الأسفل. وحذّر عرض القطع المكافئ بالقيمة المطلقة لـ a .

تعليمات مختلفة

استكمال في هذا الدرس من الدالات التربيعية فقط معادلات القطوع المكافئة التي تفتح لأعلى أو لأسفل يمكن تحليلها و تمثيلها بيانياً. أسأل الطلاب أن يشرحوا سبب عدم وجود القطوع المكافئة المفتوحة لليمين أو لليسار في هذا الدرس. كمثال، يمكنك رسم تمثيل بياني للقطع المكافئ على السبورة مع قيمة الرأس عند $(-2, 0)$ ، و محور التناظر من حول $y = 0$ ، وحول $(2, 0)$. إجابة نموذجية: هذا الدرس عن الدالات التربيعية. القطوع المكافئة التي تفتح لليمين أو لليسار لا تمثل الدالات لأن عنصرين من المدى مغتربين مع عنصر واحد من المجال. ماعداً في الرأس.



نصيحة دراسية

القيمة المطلقة

$0 < |a| < 1$ يعني أن a عدد نسبي بين 0 و 1. مثل $\frac{3}{4}$ أو عدد نسبي بين -1 و 0. مثل -0.3.

مثال إضافي

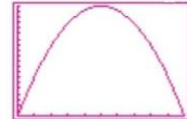
7 المدفع أثناء احتفالات الرابع من يوليو.

أطلقت المدافع النيران. يمكن تشكيل رحلة قذيفة المدفع بواسطة

$$d(t) = -4(x - 5)^2 + 100$$

حيث تمثل t الزمن المستغرق بالثواني وتمثل $d(t)$ المسافة المقطوعة بالأمتار.

a. ارسم الدالة بيانيًا.



(0, 10) scl: 1 by (0, 100) scl: 10

b. كيف يرتبط الرسم البياني لـ

$d(t)$ بالرسم البياني لـ

$$f(x) = x^2$$

تم عكس الرسم

البياني على المحور الأفقي x .

وضغطه رأسيًا. وإزاحته رأسيًا

100 وحدة إلى الأعلى. وأفقيًا

5 وحدات إلى اليمين.

مثال 9 تمثيل المعادلات بصيغة الرأس

$$y = 4x^2 - 16x - 40$$

الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بصيغة الرأس.

المعادلة الأصلية

خاصية التوزيع

أكمل المربع.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

بسط.

Copyright © McGraw-Hill Education. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced without prior written permission from McGraw-Hill Education.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات المنزلية لطلابك.

تنبيه حول التمارين

ورق الرسم البياني بالنسبة للتمرين 24. سيحتاج الطلاب إلى ورق رسم بياني.

تدريس التمارين الرياضية

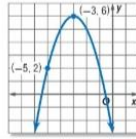
الانتظام يُمكن للطلاب المتقنين في الرياضيات البحث عن الطرق العامة والمختصرة. في التمارين 25-28. وضح للطلاب أن الاختلافات الموجودة في الدوال هي معاملات الحدود x^2 .

إجابات إضافية

1. تمت الإزاحة 11 وحدة إلى الأسفل.
2. تمت الإزاحة وحدات 2 إلى اليمين، والضغط رأسياً.
3. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
4. تمت الإزاحة 8 وحدات إلى الأعلى.
5. تمت الإزاحة 6 وحدة إلى الأعلى.
6. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
7. تمت الإزاحة 2 وحدات إلى الأسفل.
8. تم تحويل 10 وحدة إلى الأسفل.
9. تم العكس عبر المحور الأفقي x .
10. تمت الإزاحة 3 وحدات إلى اليمين، و 8 وحدات إلى الأعلى والتدوير رأسياً.
11. تم الضغط رأسياً. تمت الإزاحة 6 وحدات إلى الأعلى.
12. تم العكس عبر المحور الأفقي x . وتم التدوير رأسياً. وتمت الإزاحة 5 وحدات إلى الأسفل.
13. تم التدوير رأسياً. تم تحويل 3 وحدات إلى الأعلى.
14. تم الضغط رأسياً. وتمت الإزاحة 1.1 وحدة إلى الأسفل.
15. تمت الإزاحة وحدة واحدة إلى اليسار.
16. و 2.6 وحدات إلى الأعلى وتم التدوير رأسياً.
17. تم الضغط رأسياً. وتمت الإزاحة $\frac{5}{6}$ وحدات إلى الأعلى.
18. تم التدوير رأسياً. تمت الإزاحة 6.5 وحدات إلى الأسفل.

التحقق من فهمك

- مثال 7 اكتب كل دالة بصيغة الرأس.
1. $y = x^2 + 6x + 2$
 2. $y = -2x^2 + 8x - 5$
 3. $y = 4x^2 + 24x + 24$
 4. الاختيار من متعدد ما الدالة الموضحة في التمثيل البياني؟



- A $y = -(x + 3)^2 + 6$
 B $y = -(x - 3)^2 - 6$
 C $y = -2(x + 3)^2 + 6$
 D $y = -2(x - 3)^2 - 6$

- مثال 9 متى كل دالة بيانية. 5-7. انظر الهامش.
5. $y = (x - 3)^2 - 4$
 6. $y = -2x^2 + 5$
 7. $y = \frac{1}{2}(x + 6)^2 - 8$
 8. $y = \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$
 9. $y = (x - 3)^2 - 6$
 10. $y = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$
 11. $y = (x + 1)^2 + 6$

التمرين وحل المسائل

- مثال 7 اكتب كل دالة بصيغة الرأس.
8. $y = x^2 + 9x + 8$
 9. $y = x^2 - 6x + 3$
 10. $y = -2x^2 + 5x$
 11. $y = x^2 + 2x + 7$
 12. $y = -3x^2 + 12x - 10$
 13. $y = x^2 + 8x + 16$
 14. $y = 2x^2 - 4x - 3$
 15. $y = 3x^2 + 10x$
 16. $y = x^2 - 4x + 9$
 17. $y = -4x^2 - 24x - 15$
 18. $y = x^2 - 12x + 36$
 19. $y = -x^2 - 4x - 1$
 20. $y = -(x + 2)^2 + 3$

مثال 8 الدالة $h = -4.9(t - 4)^2 + 80$ تمثل الدالة بيانية. انظر الهامش.

21. المعرفة العالية يؤخر متجر لتأجير الدراجات في المتوسط 120 دراجة في الأسبوع ويحسب مبلغ AED 25 مقابل التأجير ليوم واحد. يقدر المدير أن تخفيض درهم واحد في سعر الإيجار سيؤدي إلى تأجير 15 دراجة إضافية. ويمكن تجميل أقصى إيرادات بتوقعه المدير من خلال $h = -15x^2 + 255x + 3000$ حيث x هو الإيراد الأسبوعي و h هو عدد الدراجات المؤجرة. اكتب هذه الدالة بصيغة الرأس. ثم مكملها بيانية.

- مثال 9 متى كل دالة بيانية. 22-33. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.
22. $y = (x - 5)^2 + 3$
 23. $y = 9x^2 - 8$
 24. $y = -2(x - 5)^2$
 25. $y = \frac{1}{10}(x + 6)^2 + 6$
 26. $y = -3(x - 5)^2 - 2$
 27. $y = -\frac{1}{4}x^2 - 5$
 28. $y = 2x^2 + 10$
 29. $y = -(x + 3)^2$
 30. $y = \frac{1}{6}(x - 3)^2 - 10$
 31. $y = (x - 9)^2 - 7$
 32. $y = -\frac{5}{8}x^2 - 8$
 33. $y = -4(x - 10)^2 - 10$

34. تمثيل النماذج شركة تصنع ألواح شراعية لركوب الأمواج تستخدم عملية مؤتمنة لصناعة الصواري الخاصة بالألواح. والدالة $f(x) = \frac{1}{2500}x^2 + \frac{3}{5}x$ مبرمجة في الحاسب لصنع هذا النوع من الصواري. ا. انظر ملحق إجابات الوحدة 1. اكتب الدالة التربيعية بصيغة الرأس. ثم مكمل الدالة بيانية. b. صف كيف يمكن للمصنع تعديل الدالة لصنع صواري ينحني أكثر أو أقل. يمكنهم تعديل معامل x^2 .

الواجب المنزلي المتغير خيارات

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين	
أساسي	8-23, 36, 38-60	أعداد فردية. 9-23, 41-44	36, أعداد زوجية. 8-22, 38-40, 45-60
رئيسي	30, أعداد فردية 9-33, 34, 35, 37-60	8-23, 41-44	25-36, 38-40, 45-60
متقدم	25-57		

4 التقويم

نشر الفائدة اكتب خمس دوال تربيعية مختلفة للشكل $f(x) = ax^2 + k$ أعط كل طالب واحدة. اطلب من الطلاب إبلاغك بطريقة ارتباط الرسم البياني لكل دالة بالرسم البياني لـ $y = x^2$ حينما يكونون يخرجون من الباب.

إجابات إضافية

36a. أحياناً لا يحدث ذلك إلا إذا كان $k = 0$ فقط. وفيها يتعلق بأي قيمة أخرى. سيتم إزاحة الرسم البياني إلى الأعلى أو إلى الأسفل.
36b. دالتا، لا تؤثر الانكسارات على العرض. يمكن توسيع كل من الرسمين البيانيين عن طريق عامل a .
36c. مخططاً، إذا كان الرسم البياني المزود بقمة رأس عند $(0, -3)$ يفتح إلى أعلى. فسوف يحتوي على قيمة صفري أقل. وإذا كان يفتح إلى الأسفل، فسيتحتوي على قيمة عظمى. يحتوي الرسم البياني الأول على قيمة صفري.

38. الإجابة النموذجية: ليست جميع الانكسارات على المحور الرأسي ينتج الرسم البياني نفسه. إذا كانت قمة الرأس للرسم البياني الرئيسي ليست موجودة على المحور الرأسي y ، فلن يحتوي الرسم البياني على المحور الرأسي y لأن كل من محور التناظر الخاص به وانعكاسه عبر المحور الرأسي y سيكونان قطعاً مكافئاً مختلفاً.

40. الإجابة النموذجية: بالنسبة لـ $y = ax^2$ ، يتم تمديد الرسم البياني الرئيسي رأسياً إذا كان $a > 1$ أو يتم ضغطه رأسياً إذا كان $0 < a < 1$. سيتم ضرب قيم y الواردة في الجدول كافة في عامل a . بالنسبة لـ $y = x^2 + k$ ، سيتم إزاحة الرسم البياني الرئيسي إلى الأعلى إذا كان k موجباً. كما يتم تحريكه إلى الأسفل إذا كان k سالباً. ستحتوي قيم y -الواردة في الجدول كافة على ثابت k المضاف إليها أو المطروح منها. بالنسبة لـ $y = ax^2 + k$ ، سيتم إما تمديد الرسم البياني رأسياً أو ضغطه رأسياً حسب قيمة a ثم سيتم إزاحتها إلى الأعلى أو إلى الأسفل حسب قيمة k . سيتم ضرب قيم y الواردة في الجدول في عامل a وثابت k المضاف إليها.

تدريب على الاختبار المعياري

53. تحتاج شجيرات مزهرة إلى مزيج من 70% تربة و 30% فيرميكوليت. فكم العدد التقريبي للدلاء الفيرميكليت التي ينبغي إضافتها إلى 20 دلوًا من التربة؟
A 6.0 C 14.0
B 8.0 D 24.0
54. SAT/ACT نجحوا العديد من الصبيح x و y يساوي القيمة 495. ورقم الآحاد للعدد x هو 0. فإذا قسمنا x على 10، فإن النتيجة تساوي y . فما قيمة x ؟
F 40 J 250
G 45 K 450
H 245
55. ما مجموعة حلول المتباينة $|4x - 1| < 9$ ؟
A $\{x | x < -2\}$
B $\{x | x < 2.5\}$
C $\{x | x > -2\}$
D $\{x | -2 < x < 2.5\}$
56. **إجابة قصيرة** افترض أن لديك متجرًا تشتري فيه دراجة متاعج الربط بـ 30 AED وتبيع كل مفتاح متاعج الربط بـ 3.50 AED. فما النسبة المئوية للسعر المضاف إلى متاعج الربط؟ **40%**

مراجعة شاملة

- حل كل معادلة باستخدام طريقة حل من اختيارك. أوجد الحلول الدقيقة (الدرس 1-4)
57. $4x^2 + 15x = 21$ $\frac{-15 \pm \sqrt{561}}{8}$ 58. $-3x^2 + 19 = 5x$ $\frac{-5 \pm \sqrt{253}}{6}$ 59. $6x - 5x^2 + 9 = 3$ $\frac{3 \pm \sqrt{39}}{5}$
- بسط. (الدرس 1-3)
60. $(3 + 4i)(5 - 2i)$ $14i + 23$ 61. $(\sqrt{6} + i)(\sqrt{6} - i)$ 7 62. $\frac{1+i}{1-i} i$ 63. $\frac{4-3i}{1+2i} - \frac{2}{5} - \frac{11}{5} i$
64. **نوافير المياه** يمكن تشييد ارتفاع تيار ماء متدفق من نافورة باستخدام دالة تربيعية. افترض أن المياه المتدفقة من فوهة النافورة يبلغ ارتفاعاً أقصاه 8 أمتار ويبعد مسافة متر واحد من فوهة النافورة. (الدرس 1-5) **a, b انظر الهامش.**
- a.** إذا كان الماء بهيكل على بعد 3 أمتار من فوهة النافورة، أوجد دالة تربيعية تملك ارتفاع الماء $h(d)$ عند أي مسافة d متر من فوهة النافورة. ثم قارن التشييد البياني للدالة مع الدالة الأصلية.
- b.** افترض أن أحد العاملين يرفع ضغط الماء بحيث يبلغ تيار الماء ارتفاعاً أقصى مقداره 12.5 متراً على مسافة 15 سنتيمتراً من فوهة النافورة. وفي هذه الحالة بهيكل الماء على بعد 3.75 أمتار من فوهة النافورة. اكتب دالة تربيعية جديدة لـ $h(d)$. وكيف تؤثر التغيرات في k و i على شكل التشييد البياني؟

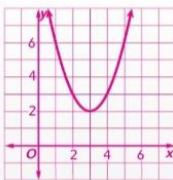
مراجعة المهارات

- حدد ما إذا كانت القيمة المعطاة تحقق المتباينة.
65. $3x^2 - 5 > 6$; $x = 2$ **نعم** 66. $-2x^2 + x - 1 < 4$; $x = -2$ **نعم** 67. $4x^2 + x - 3 \leq 36$; $x = 3$ **نعم**

71

التدريس المتمايز

الملاحظ لقد احتوت جميع الدوال التي تم رسمها بيانياً وتحليلها في هذا الدرس على قيمة الرأس الموجودة على المحور الرأسي y . اطلب من الطلاب رسم $y = (x - 3)^2 + 2$ بيانياً، ثم توضيح طريقة ارتباط الرسم البياني بالرسم البياني لـ $y = x^2$. إنه قطع متكافئ تم تحريكه 3 وحدات إلى اليمين و 2 إلى الأعلى.





مختبر الجبر الدوال التربيعية ومعدل التغير

1-7

لقد تعلمت أن للدالة الخطية معدل تغير ثابت. وفي هذا المختبر، ستستكشف معدل تغير الدوال التربيعية.

توسع 1-7

1 التركيز

الهدف دراسة معدل التغير في الدوال التربيعية من خلال دراسة الفروق الأولى والثانية.

نصيحة في التدريس

يجب أن يحتوي جدول كل طالب على عمود لكل قيمة عددية لـ x من 0 حتى 16.

2 التدريس

العمل في فرق متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات بقدرات مختلفة. ثم اطلب من الثنائيات إكمال النشاط.

اسأل

- لماذا لا يوجد فرق أول مكتوب في العمود المسمى $x=0$ ؟
يتطلب إيجاد فرق قيمتين لـ y .
- ما الشيء المهم الذي تُشير إليه $x=8$ ؟ $(8, 0)$ هو قيمة القطع المكافئ.

تمرين: على الطلاب إكمال التمارين 1-4

3 التقييم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 1 لتقويم ما إذا كان الطلاب يقومون بتقويم كل من الدالة ومعدل التغير بشكل صحيح عندما يكون x سلبياً.

من العملي إلى النظري

يتطلب التمرين 4 مراقبة الطلاب لنيط معين ثم تعميمه كلما زاد ترتيب الفروق.

النشاط تحديد معدل التغير

تأمل $f(x) = 0.1875x^2 - 3x + 12$. الخطوات 1-5. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

أنشئ جدولاً كالجدول أدناه، واستخدم فيما تتراوح بين 0 و 16 لـ x .

x	0	1	2	3	...	16
y	12	9.1875	6.75			
فروق المرتبة الأولى						
فروق المرتبة الثانية						

الخطوة 1

أوجد كل قيمة لـ y على سبيل المثال. عند $x = 1$. فإن $y = 0.1875(1)^2 - 3(1) + 12 = 9.1875$.

الخطوة 3

مثل الأزواج المرتبة (x, y) بيانياً، ثم اربط النقاط بمنحنى أملس. لاحظ أن الدالة تتناقص عند $0 < x < 8$ وأنها تترابط عند $8 < x < 16$.

الخطوة 4

يمكن إيجاد معدل التغير من نقطة إلى النقطة التالية باستخدام صيغة الميل. الميل من النقطة $(0, 12)$ إلى النقطة $(1, 9.1875)$ يساوي: $\frac{9.1875 - 12}{1 - 0} = -2.8125$ أو $-\frac{9}{4}$.

هذا هو الفرق من المرتبة الأولى عند $x = 1$. أكمل الجدول لجميع فروق المرتبة الأولى. وصف أي أنماط في الفروق.

الخطوة 5

يمكن إيجاد الفروق من المرتبة الثانية عبر طرح فروق المرتبة الأولى المتتالية. على سبيل المثال، يتم إيجاد الفرق من المرتبة الثانية عند $x = 2$ عبر طرح الفرق من المرتبة الأولى عند $x = 1$ من الفرق من المرتبة الأولى عند $x = 2$. صف أي أنماط في الفروق.

التمارين

لكل دالة من الدوال التالية، أنشئ جدول قيم بقيم x المعطاة. ومثل كل دالة بيانياً، ثم حدّد فروق المرتبة الأولى والمرتبة الثانية. 1-3. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

1. $y = -x^2 + 2x - 1$ عند $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

2. $y = 0.5x^2 + 2x - 2$ عند $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

3. $y = -3x^2 - 18x - 26$ عند $x = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$

4. **التحسين** أمد النشاط مع دالة تكعيبية. في أي فرق ترتيب ستوقع تنوع أن تساوي $g(x) = x^4$ ثابتاً عند x^n ؟ $h(x) = x^n$ **المرتبة الرابعة؛ المرتبة n**