1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 2-3 حل المعادلة التربيعية عن طريق استخدام خاصية الجذر التربيعي.

الدرس 3-2 أكمل المربع لكتابة ثلاثيات الحدود التربيعية الكاملة.
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع.

الدرس 3-2 حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** في الدرس.

اسأل:

- انظر إلى المعادلة. هل 25 تربيعي مربع كامل؟ نعم
- هل $-16t^2 + 20t + 12$ مربع كامل؟ لا
- هل يمكنك حل المعادلة بأخذ الجذر التربيعي لكل طرف من أطراف المعادلة؟ لا

التدريس بالتكنولوجيا

السبورة البيضاء التفاعلية في أثناء تعليم طلابك إكمال المربع، احفظ كل مثال على أنه صفحة ملاحظات، ثم أرسل ملاحظاتك إلى الطلاب.

الدرس

1-3 حَلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

السابق
- لقد حللت معادلات تربيعية باستخدام خاصية الجذر التربيعي.

الحالي
1. إكمال المربع لكتابة ثلاثيات حدود مربع كامل.
2. حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع.

لماذا؟
- في المسابقات، يقذف المتزلجون أنفسهم من نصف أنبوب إلى الهواء لتنفيذ الحيَل. يمكن استخدام المعادلة $h = -16t^2 + 20t + 12$ لتمثيل ارتفاعهم بالأمتار بعد t من الثواني.

لإيجاد مدى طول المتزلج في الهواء إذا كان على ارتفاع 25 مترًا من نصف الأنبوب، يمكنك إيجاد حل $-16t^2 + 20t + 12 = 25$ باستخدام طريقة تُسمّى إكمال المربع.

المفردات الجديدة
إكمال المربع
completing the square

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.

1 إكمال المربع لقد حللت سابقًا المعادلات باستخدام الجذر التربيعي لكل طرف. لم تصلح هذه الطريقة إلا لأن التعبير الموجود على الطرف الأيسر كان مربعًا كاملاً. في ثلاثيات حدود المربع الكامل التي يكون فيها المعامل الرئيسي 1، توجد علاقة بين **معامل الحد x والحد الثابت**.

$$(x+5)^2 = x^2 + 2(5)(x) + 5^2$$
$$= x^2 + 10x + 25$$

لاحظ أن $25 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$. للحصول على الحد الثابت، اقسم معامل الحد x على 2 وربّع الناتج. يمكن تحويل أي تعبير تربيعي في الصيغة $x^2 + bx$ إلى مربع كامل باستخدام طريقة تُسمّى **إكمال المربع**.

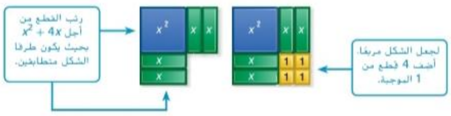
المفهوم الأساسي إكمال المربع

الشرح	لإكمال المربع لأي تعبيرٍ تربيعي للصيغة $x^2 + bx$، اتبع الخطوات التالية. **الخطوة 1** أوجد نصف b، المعامل x. **الخطوة 2** ربّع ناتج الخطوة 1. **الخطوة 3** اجمع ناتج الخطوة 2 إلى $x^2 + bx$.
الرموز	$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$

مثال 1 اكمال المربع

أوجد قيمة c التي تجعل $x^2 + 4x + c$ ثلاثي حدود مربع كامل.

الطريقة 1 استخدام القطع الجبرية.



1 إكمال المربع

المثال 1 يبين طريقة جعل أي ذات حدين لها الشكل $x^2 + bx$ مربعًا كاملًا عن طريق إكمال المربع.

التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 ابحث عن القيمة c التي تجعل $x^2 - 12x + c$ ثلاثي حدود تربيعي كامل. **36**

2 الحل بإكمال المربع

مثال 2 يبين كيفية حل المعادلة التربيعية عن طريق إكمال المربع.
المثال 3 يبين طريقة حل معادلة تربيعية فيها a لا تساوي 1. **مثال 4** يبين كيفية استخدام إكمال المربع لحل مسائل من عالم الواقع.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستدلال ينبغي للطلاب دائمًا التحقق من نتائجهم عن طريق الرسوم البيانية للدالة ذات الصلة أو عن طريق استبدال الحلول في المعادلة الأصلية.
على سبيل المثال، أخبر الطلاب أنه في المثال 2، تم استبدال 7 و -1 في $x^2 - 6x + 12$ يجب أن ينتج 19.

أمثلة إضافية

2 حل $x^2 + 6x + 5 = 12$ عن طريق إكمال المربع. **$-7, 1$**

3 حل $-2x^2 + 36x - 10 = 24$ عن طريق إكمال المربع. **$17, 1$**

> **نصيحة دراسية**
> **الخوارزميات** الخوارزمية عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء أو حلّ مسألة.

الطريقة 2 استخدام خوارزمية إكمال المربع.

الخطوة 1	أوجد $\frac{1}{2}$ من 4.	$\frac{4}{2} = 2$
الخطوة 2	ربّع الناتج في الخطوة 1.	$2^2 = 4$
الخطوة 3	أضف ناتج الخطوة 2 إلى $x^2 + 4x$.	$x^2 + 4x + 4$

وبالتالي، $c = 4$. لاحظ أن $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$.

تمرين موجّه

1. أوجد قيمة c التي تجعل $r^2 - 8r + c$ ثلاثي حدود مربع كامل. **16**

2 حَلّ المعادلات بإكمال المربع

يمكنك إكمال المربع لحل المعادلات التربيعية. أولاً، يجب عليك جعل الحدين x^2 و bx بطرف واحد.

مثال 2 حَلّ معادلة بإكمال المربع

حُلّ المعادلة: $x^2 - 6x + 12 = 19$ بإكمال المربع.

$x^2 - 6x + 12 = 19$	المعادلة الأصلية
$x^2 - 6x = 7$	اطرح 12 من كل طرف.
$x^2 - 6x + 9 = 7 + 9$	نظرًا لأن $\left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$، فأضف 9 لكل طرف.
$(x - 3)^2 = 16$	حلل إلى العوامل $x^2 - 6x + 9$.
$x - 3 = \pm 4$	احسب الجذر التربيعي لكل طرف.
$x = 3 \pm 4$	أضف 3 إلى كل طرف.
$x = 3 + 4$ or $x = 3 - 4$	افصل الحلول.
$= 7 \qquad = -1$	الحلّان هما 7 و -1.

تمرين موجّه

2. حل $x^2 - 12x + 3 = 8$ بإكمال المربع. **حوالي $-0.4, 12.4$**

لحل معادلة تربيعية لا يكون المعامل الرئيسي فيها 1، قسّم كل حد على المعامل، وبعد ذلك افصل الحدين x^2 - و x وأكمل المربع.

> **انتبه!**
> **المعامل الرئيسي** تذكر أن المعامل الرئيسي يجب أن يكون 1 قبل أن تكمل المربع.

مثال 3 معادلة مع $a \neq 1$

حُلّ المعادلة: $-2x^2 + 8x - 18 = 0$ بإكمال المربع.

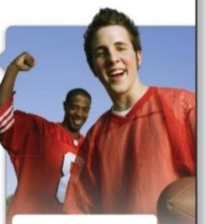
$-2x^2 + 8x - 18 = 0$	المعادلة الأصلية
$\frac{-2x^2 + 8x - 18}{-2} = \frac{0}{-2}$	اقسم كل طرف على -2.
$x^2 - 4x + 9 = 0$	بسّط.
$x^2 - 4x = -9$	اطرح 9 من كل طرف.
$x^2 - 4x + 4 = -9 + 4$	نظرًا لأن $\left(\frac{-4}{2}\right)^2 = 4$، فأضف 4 إلى كل طرف.
$(x - 2)^2 = -5$	حلل إلى العوامل $x^2 - 4x + 4$.

لا توجد أعداد حقيقية لها مربع سالب. إذن، هذه المعادلة ليس لها حلول حقيقية.

تمرين موجّه

3. حلّ المعادلة: $3x^2 - 9x - 3 = 21$ بإكمال المربع. **حوالي $-1.7, 4.7$**

مثال من الحياة اليومية 4 استخدام التمثيل البياني لدالة تربيعية



القمصان الرياضية يشتري طلاب السنة الأخيرة في مدرسة ثانوية قمصانًا رياضية لارتدائها من أجل ألعاب كرة القدم. يمكن تمثيل تكلفة القمصان بالمعادلة $C = 0.1x^2 + 2.4x + 25$، حيث C هو المبلغ الذي يكلفه شراء عدد x من القمصان. فكم عدد القمصان التي بإمكانهم شراؤها مقابل AED 430؟

يمتلك طلاب السنة الأخيرة AED 430. لذا اجعل المعادلة تساوي 430 وأكمل المربع.

$0.1x^2 + 2.4x + 25 = 430$	المعادلة الأصلية
$\frac{0.1x^2 + 2.4x + 25}{0.1} = \frac{430}{0.1}$	اقسم كل طرف على 0.1.
$x^2 + 24x + 250 = 4300$	بسّط.
$x^2 + 24x + 250 - 250 = 4300 - 250$	اطرح 250 من كل طرف.
$x^2 + 24x = 4050$	بسّط.
$x^2 + 24x + 144 = 4050 + 144$	نظرًا لأن $\left(\frac{24}{2}\right)^2 = 144$، فأضف 144 إلى كل طرف.
$x^2 + 24x + 144 = 4194$	بسّط.
$(x + 12)^2 = 4194$	حلل إلى العوامل $x^2 + 24x + 144$.
$x + 12 = \pm\sqrt{4194}$	احسب الجذر التربيعي لكل طرف.
$x = -12 \pm\sqrt{4194}$	اطرح 12 من كل طرف.

استخدم حاسبة لتقريب كل قيمة x.

$x = -12 + \sqrt{4194}$	أو	$x = -12 - \sqrt{4194}$	افصل الحلول.
≈ 52.8		≈ -76.8	أوجد قيمة.

بما أنه لا يمكنك شراء عدد سالب من القمصان الرياضية، فإن الحل السالب غير منطقي. يمكن لطلاب السنة الأخيرة تحمل شراء 52 قميصًا رياضيًا.

تمرين موجّه

4. إذا كان طلاب السنة الأخيرة قادرين على زيادة المبلغ إلى AED 620، فكم عدد القمصان التي باستطاعتهم شراؤها؟ **66 قميصًا**

الربط بالحياة اليومية

تقع منافسة أقدم المدارس الثانوية العامة بين مدرسة ويلزلي الثانوية ومدرسة مرتفعات نيدهام الثانوية في ماساتشوستس. وقد وقعت أول مباراة كرة قدم بينهما في عام 1882 في نيدهام.

المصدر: صحيفة USA Football

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد قيمة c التي تجعل كل ثلاثي حدود مربعًا كاملاً.**

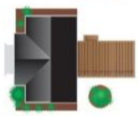
1. $x^2 - 18x + c$ **81**
2. $x^2 + 22x + c$ **121**
3. $x^2 + 9x + c$ $\frac{81}{4}$
4. $x^2 - 7x + c$ $\frac{49}{4}$

المثالان 2–3 **حُلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

5. $x^2 + 4x = 6$ **-5.2, 1.2**
6. $x^2 - 8x = -9$ **1.4, 6.6**
7. $4x^2 + 9x - 1 = 0$ **-2.4, 0.1**
8. $-2x^2 + 10x + 22 = 4$ **-1.4, 6.4**

مثال 4

9. تمثيل النماذج يبني طارق شرفة خشبية خلف منزل عائلته. ولديه ما يكفي من الخشب لتصبح مساحة الشرفة 144 مترًا مربعًا. ويجب أن يكون طول الشرفة أكبر من عرضها بـ10 أمتار. فما الأبعاد التي يجب أن تكون عليها الشرفة؟ **8 أمتار في 18 مترًا**



مثال إضافي

4 التجديف افترض أن معدل التدفق 80 قدم لعرض النهر المعروف في المعادلة $r = -0.01x^2 + 0.8x$، حيث إن r المعدل بالميل لكل ساعة و x هو المسافة من الشاطئ بالقدم. لا يريد جلال التجديف بقاربه ضد التيار وهذا أسرع من 5 ميل في الساعة. على أي مسافة من ضفة النهر ينبغي له التجديف ليتجنب مواجهة تيار 5 أميال لكل ساعة؟
ما يصل إلى 7 ft من الضفة الأخرى
ملاحظة: حلول المعادلة عبارة عن 7 أقدام تقريبًا و 73 قدمًا تقريبًا. بما أن عرض النهر 80 قدمًا، إذن $80 - 73 = 7$. كلا النطاقين ضمن 7 أقدام لضفة أو للأخرى.

نصائح للمعلمين الجدد

المفاهيم الخاطئة أخبر الطلاب بعدم إهمال الحلول السالبة لمسائل العالم الواقعي. وذكّرهم أنه ينبغي لهم مراجعة المسألة أولاً لمعرفة إذا كان الحل يناسب الموقف.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–9 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود في أسفل الصفحة التالية لتخصيص مهام طلابك.

تدريس التمارين الرياضية

التمثيل يمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات تحليل العلاقات من الناحية الرياضية. في التمرين 9، اقترح على الطلاب أن يرسموا رسمًا بيانيًا لتمثيل الموقف.

التدريس المتمايز م.ق ض.م

المتعلمون الحركيون قد يستفيد بعض الطلاب من استخدام الجبر لإكمال المربع عند حل المعادلات التربيعية مثل الموجودة في المثالين 2 و 3. اطلب من الطلاب استخدام مصفوفة معادلات. ذكّر الطلاب بإضافة أو إزالة العدد ذاته إلى أو من كل طرف من طرفي المعادلة.

انتبه!

تجنب الوقوع في الأخطاء بالنسبة للتمارين 19–30. ذكّر الطلاب بأن الكمية التي يضيفونها إلى طرف واحد من المعادلة لإكمال المربع ينبغي أيضًا إضافتها للطرف الآخر من المعادلة.

الصيغة بالنسبة للتمرينين 32 و 36. سيحتاج الطلاب إلى معرفة صيغة مساحة المثلث. $A = \frac{1}{2}bh$.

التركيز على المحتوى الرياضي

الحلول غير النسبية إكمال المربع لحل معادلة تربيعية لا يعني أن الحلول ستكون صحيحة. إذا كانت المعادلة لديها بالفعل مصطلح ثابت غير صفري، فمن المرجح انه بعد إكمال المربع، لن يكون الثابت مربعًا ماليًا. وستكون الحلول غير نسبية.

تدريس التمارين الرياضية

الدقة يحرص الطلاب المتفوقون في الرياضيات على الدقة. في التمرين 35، أخبر الطلاب أن يتأكدوا من أن إجاباتهم تناسب معايير المسألة.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **أوجد قيمة c التي تجعل كل ثلاثي حدود مربعًا كاملاً.**

10. $x^2 + 26x + c$ **169**
11. $x^2 - 24x + c$ **144**
12. $x^2 - 19x + c$ $\frac{361}{4}$
13. $x^2 + 17x + c$ $\frac{289}{4}$
14. $x^2 + 5x + c$ $\frac{25}{4}$
15. $x^2 - 13x + c$ $\frac{169}{4}$
16. $x^2 - 22x + c$ **121**
17. $x^2 - 15x + c$ $\frac{225}{4}$
18. $x^2 + 24x + c$ **144**

المثالان 2–3 **حُلّ كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

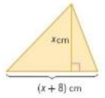
19. $x^2 + 6x - 16 = 0$ **−8, 2**
20. $x^2 - 2x - 14 = 0$ **−2.9, 4.9**
21. $x^2 - 8x - 1 = 8$ **−1, 9**
22. $x^2 + 3x + 21 = 22$ **−3.3, 0.3**
23. $x^2 - 11x + 3 = 5$ **−0.2. 11.2**
24. $5x^2 - 10x = 23$ **−1.4, 3.4**
25. $2x^2 - 2x + 7 = 5$ $\varnothing$
26. $3x^2 + 12x + 81 = 15$ $\varnothing$
27. $4x^2 + 6x = 12$ **−2.6, 1.1**
28. $4x^2 + 5 = 10x$ **0.7, 1.8**
29. $-2x^2 + 10x = -14$ **−1.1, 6.1**
30. $-3x^2 - 12 = 14x$ **−3.5, −1.1**

مثال 4

31. **المعرفة المالية** يمكن تمثيل السعر p بالدرهم الإماراتي لسهم معين عن طريق المعادلة التربيعية $p = 3.5t - 0.05t^2$، حيث t تمثل عدد الأيام بعد شراء السهم. إذن، متى تكون قيمة السهم AED 60؟
في اليوم الثلاثين والأربعين بعد الشراء

الهندسة **أوجد قيمة x لكل شكل. وقرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

32. $A = 45\ \text{cm}^2$ **6.3**

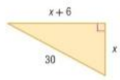


33. $A = 110\ \text{m}^2$ **5.3**

34. **نظرية الأعداد** ناتج ضرب عددين صحيحين زوجيين متتاليين هو 224. أوجد الأعداد الصحيحة.
14 و 16؛ −14 و −16

35. **الدقة** ناتج ضرب عددين صحيحين فرديين سالبين متتاليين هو 483. أوجد الأعداد الصحيحة.
−21 و −23

36. **الهندسة** أوجد مساحة المثلث أدناه. **216 m²**



B **حُلّ كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

37. $0.2x^2 - 0.2x - 0.4 = 0$ **−1, 2**
38. $0.5x^2 = 2x - 0.3$ **0.2. 3.8**
39. $2x^2 - \frac{11}{5}x = -\frac{3}{10}$ **0.2. 0.9**
40. $\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{5}{6}$ **−0.5. 2.5**
41. $\frac{1}{4}x^2 + 2x = \frac{3}{8}$ **−8.2. 0.2**
42. $\frac{2}{5}x^2 + 2x = \frac{1}{5}$ **−5.1. 0.1**

خيارات الواجب المنزلي المتغاير

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين	
أساسي م.ق	10–36, 49–75	11–35 أعداد فردية، 53–56	10–36 أعداد زوجية، 49–52, 57–75
رئيسي ض.م	11–43 أعداد فردية، 44–47, 49–75	10–36, 53–56	37–47, 49–52. 57–75
متقدم أ.م	37–75		

43. علم الفلك يُعطى ارتفاع جسمٍ ما عدد t من الثواني بعد سقوطه بالعلاقة $h = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0$، حيث h_0 هو الارتفاع الابتدائي و g هو التسارع بسبب الجاذبية. يكون التسارع بسبب الجاذبية قرب سطح المريخ $3.73\ m/s^2$، بينما يكون على الأرض $9.8\ m/s^2$. افترض أن جسمًا يسقط من ارتفاع ابتدائي يبلغ 120 مترًا فوق سطح كل كوكب.

a. على سطح أي كوكب سيصل الجسم أولاً؟ **الأرض**

b. كم المدة التي سيستغرقها الجسم للوصول إلى الأرض على كل كوكب؟ قرّب كل إجابة لأقرب جزء من عشرة. **الأرض: 4.9 ثانية، المريخ: 8.0 ثوانٍ**

c. هل تبدو الأزمنة التي يستغرقها الجسم للوصول إلى الأرض منطقيةً؟ اشرح استنتاجك.

43c. الإجابة النموذجية: نعم، التسارع بسبب الجاذبية أكبر بكثير على الأرض من المريخ، لذا ينبغي أن يكون الوقت المستغرق للوصول إلى الأرض أقل بكثير.

44. أوجد جميع قيم c التي تجعل $x^2 + cx + 100$ ثلاثي حدود مربع كامل. **20 و -20**

45. أوجد جميع قيم c التي تجعل $x^2 + cx + 225$ ثلاثي حدود مربع كامل. **30 و -30**

46. **الرسم** قبل أن تبدأ شيماء برسم صورة، تمد قماشها على إطارٍ خشبي. يبلغ طول الإطار 60 سنتيمترًا وعرضه 4 سنتيمترات، ولديها ما يكفي من القماش لتغطية 480 سنتيمترًا مربعًا. وتقرر شيماء زيادة أبعاد الإطار. فإذا كانت الزيادة في الطول 10 أضعاف الزيادة في العرض، فما هي الأبعاد التي يكون عليها الإطار؟ 6 سنتيمترات في 80 سنتيمترًا.

47. **التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف خاصية المعادلات التربيعية.**

a. **جدوليًا** انسخ الجدول الموضح وأكمل العمود الثاني.

b. **جبريًا** اجعل كل ثلاثي حدود يساوي الصفر، وحُلّ المعادلة بإكمال المربع. أكمل العمود الأخير للجدول بعدد الجذور لكل معادلة.

c. **لفظيًا** قارن عدد الجذور لكل معادلة بالناتج في العمود $b^2 - 4ac$. هل هناك علاقة بين هذه القيم؟ إذا كان كذلك، صف هذه العلاقة.

d. **تحليليًا** توقع عدد الحلول التي ستكون للمعادلة $2x^2 - 9x + 15 = 0$. تحقق من توقع عن طريق حل المعادلة.

ثلاثي حدود	$b^2 - 4ac$	عدد الجذور
$x^2 - 8x + 16$	0	1
$2x^2 - 11x + 3$	97	2
$3x^2 + 6x + 9$	-72	0
$x^2 - 2x + 7$	-24	0
$x^2 + 10x + 25$	0	1
$x^2 + 3x + 12$	لا يوجد حل	لا يوجد حل

47c. إذا كانت $b^2 - 4ac$ سالبة، فليس للمعادلة حلول حقيقية. إذا كانت $b^2 - 4ac$ تساوي صفر، فللمعادلة حل واحد. إذا كانت $b^2 - 4ac$ موجبة، فللمعادلة حلان.

لأن $b^2 - 4ac$ سالبة. ليس للمعادلة حلول حقيقية لأن حساب الجذر التربيعي لعدد سالب لا يُنتِج عددًا حقيقيًا.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. **المثابرة** بمعرفة $y = ax^2 + bx + c$ مع $a \neq 0$. اشتق المعادلة لمحور التماثل بإكمال المربع وإعادة كتابة المعادلة بالصيغة $y = a(x - h)^2 + k$. **48–52. انظر الهامش.**

49. **الاستنتاج** حدد عدد الحلول الموجودة في $x^2 + bx = c$ إذا كان $c < -\left(\frac{b}{2}\right)^2$. اشرح.

50. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** حدّد التعبير الذي لا ينتمي إلى التعابير الثلاثة الأخرى. اشرح استنتاجك.

$n^2 + \frac{1}{3}n + \frac{1}{9}$ | $n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{1}{9}$ | $n^2 + n + \frac{1}{4}$ | $n^2 - n + \frac{1}{4}$

51. **مسألة غير محددة بإجابة** اكتب معادلة تربيعية يكون الحل الوحيد لها 4.

52. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين الاستراتيجيات التالية لحل $x^2 - 5x - 7 = 0$: إكمال المربع والتمثيل البياني والتحليل إلى العوامل.

تمثيلات متعددة

في التمرين 47، يستخدم الطلاب معلومات منظمة في جدول، ومعادلات جبرية، وتحليل لربط قيمة المميز في المعادلة التربيعية مع عدد الجذور الحقيقية للمعادلة.

تدريب على الاختبار المعياري

53. يبلغ طول المستطيل 3 أضعاف عرضه، وتبلغ مساحة المستطيل 75 سنتيمترًا مربعًا. أوجد طول المستطيل بالسنتيمترات. **B**

A 25　　B 15　　C 10　　D 5

54. الاحتمال في أحد المهرجانات، يسحب الفائزون في إحدى الألعاب قطعة نقود كجائزة، وتوجد قطعة نقود واحدة لكل جائزة، وتتضمن الجوائز 9 تذاكر أفلام، و 8 ألعاب محشوة، و 5 قبعات، و 10 حبال قفز، و 4 قلائد لامعة. فما احتمال أن يفوز أول شخص يسحب قطعة نقدية بتذكرة أفلام؟ **J**

F $\frac{1}{36}$　　G $\frac{1}{9}$　　H $\frac{9}{61}$　　J $\frac{1}{4}$

55. إجابة شبكية يمكن تمثيل عدد سكان إحدى المدن عن طريق $P = 22,000 + 125t$، حيث P تمثل عدد السكان و t تمثل عدد السنوات من عام 2000. فكم عدد السنوات بعد عام 2000 سيكون عدد السكان 26000؟ **32**

56. يعمل عبد الكريم بتوصيل البيتزا لدى مطعم بيتزا كينج، ويتقاضى 6 AED في الساعة بالإضافة إلى 2.50 AED لكل بيتزا يوصلها. وكسب عبد الكريم 280 AED الأسبوع الماضي. فإذا عمل ما مجموعه 30 ساعة، فكم عدد قطع البيتزا التي قام بتوصيلها؟ **C**

A 250 قطعة بيتزا
B 184 قطعة بيتزا
C 40 قطعة بيتزا
D 34 قطعة بيتزا

مراجعة شاملة

صِف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبطٌ بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$. (الدرس 3–1) **62–57. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

57. $g(x) = -12 + x^2$　　**58.** $h(x) = (x + 2)^2$　　**59.** $g(x) = 2x^2 + 5$

60. $h(x) = \frac{2}{3}(x - 6)^2$　　**61.** $g(x) = 6 + \frac{4}{3}x^2$　　**62.** $h(x) = -1 - \frac{3}{2}x^2$

63. ألعاب الملاهي تنقل لعبة شعبية في مدينة الملاهي الركاب إلى قمة برج تبلغ 250 مترًا ثم تنزلهم. ومعادلة ارتفاع الراكب هي $h = -16t^2 + 250$، حيث h هو الارتفاع t هو الزمن بالثواني. وتوقف اللعبة نزول الراكب على ارتفاع 40 مترًا من الأرض. أكتب معادلة تمثل نزول الراكب. كم الوقت المستغرق للهبوط من 25 مترًا إلى 40 مترًا؟ (الدرس 2–1) **$40 = -16t^2 + 250$؛ حوالي 3.6 ثوانٍ**

صِف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبطٌ بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$. (الدرس 3–1)

64. $g(x) = x^2 - 8$ **ازاحة للأسفل 8 وحدات**

65. $h(x) = \frac{1}{4}x^2$ **مضغوط رأسيًا**

66. $h(x) = -x^2 + 5$ **منعكس على المحور الأفقي x، مُزاح لأعلى لمسافة 5**

67. $g(x) = (x + 10)^2$ **مُزاح لليسار لمسافة 10**

68. $g(x) = -2x^2$ **انظر الهامش.**

69. $h(x) = -x^2 - \frac{4}{3}$ **منعكس على المحور x، مزاح لأسفل مسافة $\frac{4}{3}$**

مراجعة المهارات

أوجد قيمة $\sqrt{b^2 - 4ac}$ لكل مجموعة من القيم. وقرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

70. $a = 2, b = -5, c = 2$ **±3**　　**71.** $a = 1, b = 12, c = 11$ **±10**　　**72.** $a = -9, b = 10, c = -1$ **±8**

73. $a = 1, b = 7, c = -3$ **±7.8**　　**74.** $a = 2, b = -4, c = -6$ **±8**　　**75.** $a = 3, b = 1, c =$ **ليس عددًا حقيقيًا**

التدريس المتمايز أ.م

الملحق اطلب من الطلاب حل $\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{2} = 0$ عن طريق إكمال المربع. اسألهم كيف أن هذه الاستراتيجية تقارن بين التحليل إلى عوامل و الرسوم البيانية. $3, \frac{1}{2}$؛ يمكن حل المعادلة بسهولة أكثر عن طريق التحليل إلى عوامل. قد لا ينتج عن الرسم البياني إجابة دقيقة.

4 التقويم

تسمية الرياضيات اسأل الطلاب ما الإجراءات الرياضية التي يستخدموها لحل المعادلة التربيعية عن طريق إكمال المربع.

إجابات إضافية

48. $y = ax^2 + bx + c$

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$

$y = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$y = a\left[x - \left(-\frac{b}{2a}\right)^2\right] + \frac{4ac - b^2}{4a}$

هذه المعادلة الأخيرة لها شكل $y = a(x - h)^2 + k$، حيث تكون $h = -\frac{b}{2a}$ و $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$. ولذلك، فإن محور التناظر هو $x = -\frac{b}{2a}$.

49. لا؛ الإجابة النموذجية: إذا أضفت $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ لكل طرف من أطراف المعادلة وكل طرف من أطراف المتباينة، تحصل على $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ و $c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 < 0$. بما أن الطرف الأيسر للمعادلة الأخيرة يمثل مربعًا كاملًا، إذن فهو لا يساوي عددًا سالبًا $c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$. وبالتالي، لا توجد حلول حقيقية.

50. $n^2 + \frac{1}{3}n + \frac{1}{9}$؛ هذا هو ثلاثي الحدود الذي ليس مربعًا كاملًا.

51. الإجابة النموذجية: $x^2 - 8x + 16 = 0$

52. الإجابة النموذجية: نظرًا لأن المعامل الأساسي هو 1، فإن إكمال المربع أسهل. قد تُرسم الدالة بيانيًا ذات الصلة مع آلة حاسبة بيانية واستخدام خيار التتبع. رغم ذلك، هذا أمر جيد فقط للتقدير. التحليل إلى عوامل غير ممكن.

1 التركيز

الهدف

- أكمل المربع في التعبير التربيعي لإيجاد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة ذات الصلة.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الصف إلى مجموعات تحتوي كل منها على طالبين. العمل من خلال النشاط 1 كفصل. ثم اطلب من الطلاب العمل مع شركائهم لإكمال النشاطين 2 و3.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين 1–8 و 11.

توسع 3-1

مختبر الجبر
أوجد القيمة العظمى أو الصغرى

في الدرس 3-1، تعرفنا على صيغة رأس المعادلة لدالة تربيعية. وسوف تتعلم كيفية كتابة المعادلات بصيغة الرأس واستخدامها لتحديد السمات الرئيسية للتمثيلات البيانية للدوال التربيعية.

النشاط 1 إيجاد الحد الأدنى

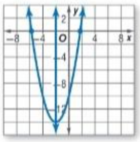
اكتب $y = x^2 + 4x - 10$ بصيغة الرأس. حَدِّد محور التماثل والقيم القصوى والأصفار. ثُمَّ مثّل الدالة بيانيًا.

الخطوة 1 أكمل المربع لكتابة الدالة بصيغة الرأس.

$y = x^2 + 4x - 10$	الدالة الأصلية
$y + 10 = x^2 + 4x$	أضف 10 إلى كل طرف
$y + 10 + 4 = x^2 + 4x + 4$	نظرًا لأن $4 = \left(\frac{4}{2}\right)^2$، فأضف 4 إلى كل طرف
$y + 14 = (x + 2)^2$	حلل إلى العوامل $x^2 + 4x + 4$
$y = (x + 2)^2 - 14$	اطرح 14 من كل طرف لكتابة بصيغة الرأس

الخطوة 2 حدِّد محور التماثل والقيم القصوى بناءً على المعادلة في صيغة الرأس. يقع الرأس عند (h, k) أو $(-2, -14)$. ونظرًا لأنه لا توجد إشارة سالبة قبل الحد x^2، فإن القطع المكافئ يفتح لأعلى ويبلغ الحد الأدنى عند $(-2, -14)$.
معادلة محور التماثل هي $x = -2$.

الخطوة 3 أوجد حل x لإيجاد الأصفار.



$(x + 2)^2 - 14 = 0$	صيغة الرأس، $y = 0$
$(x + 2)^2 = 14$	أضف 14 إلى كل طرف.
$x + 2 = \pm\sqrt{14}$	احسب الجذر التربيعي لكل طرف.
$x \approx -5.74 \text{ or } 1.74$	اطرح 2 من كل طرف.

القيم الصفرية هي -5.74 و 1.74 تقريبًا.

الخطوة 4 استخدم السمات الرئيسية لتمثيل الدالة بيانيًا.

قد يكون هناك معامل سلبي قبل الحد التربيعي. عندما يكون الأمر هكذا، فإن القطع المكافئ سوف يفتح لأسفل ويبلغ الحد الأقصى.

النشاط 2 إيجاد الحد الأقصى

اكتب $y = -x^2 + 6x - 5$ بصيغة الرأس. حَدِّد محور التماثل والقيم القصوى والأصفار. ثُمَّ مثّل الدالة بيانيًا.

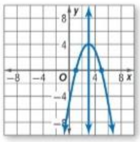
الخطوة 1 أكمل المربع لكتابة معادلة الدالة بصيغة الرأس.

$y = -x^2 + 6x - 5$	الدالة الأصلية
$y + 5 = -x^2 + 6x$	أضف 5 لكل طرف.
$y + 5 = -(x^2 - 6x)$	حلل إلى العوامل -1.
$y + 5 - 9 = -(x^2 - 6x + 9)$	نظرًا لأن $\left(\frac{6}{2}\right)^2 =$، فأضف -9 إلى ف طرف.
$y - 4 = -(x - 3)^2$	حلل إلى العوامل $x^2 - 6x + 9$.
$y = -(x - 3)^2 + 4$	أضف 4 إلى كل طرف للكتابة بصيغة الرأس.

الخطوة 2 حدد محور التماثل والقيم القصوى بناءً على المعادلة في صيغة الرأس. تقع الرأس عند (h, k) أو $(3, 4)$. وحيث إنه لا يوجد إشارة سالبة قبل الحد x^2 فإن القطع المكافئ مفتوح لأسفل ويبلغ الحد الأقصى عند $(3, 4)$. ومعادلة محور التماثل هي $x = 3$.

الخطوة 3 أوجد حل x لإيجاد الأصفار.

صيغة الرأس. $y = 0$	$0 = -(x-3)^2 + 4$
أضف $(x-3)^2$ إلى كل طرف.	$(x-3)^2 = 4$
احسب الجذر التربيعي لكل طرف.	$x - 3 = \pm 2$
أضف 3 لكل طرف.	$x = 5 \text{ or } 1$



الخطوة 4 استخدم السمات الرئيسية لتمثيل الدالة بيانيًا.

تحليل النتائج

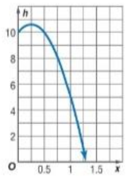
1. لماذا تحتاج إلى إكمال المربع لكتابة معادلة دالة تربيعية بصيغة الرأس؟ **انظر الهامش.**

اكتب كل معادلة بصيغة الرأس. حدِّد محور التماثل والقيم القصوى والأصفار. ثمّ مثل الدالة بيانيًا.
2–10. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.

2. $y = x^2 + 6x$
3. $y = x^2 - 8x + 6$
4. $y = x^2 + 2x - 12$
5. $y = x^2 + 6x + 8$
6. $y = x^2 - 4x + 3$
7. $y = x^2 - 2.4x - 2.2$
8. $y = -4x^2 + 16x - 11$
9. $y = 3x^2 - 12x + 5$
10. $y = -x^2 + 6x - 5$

النشاط 3 استخدام القيم القصوى في الحياة اليومية

الغوص تقفز ليلى من منصة الغوص إلى الأعلى وباتجاه الخارج قبل الغوص في حوض السباحة. الدالة $h = -9.8t^2 + 4.9t + 10$، حيث h هو ارتفاع الغواص بالأمتار فوق حوض السباحة بعد عدد t من الثواني تقريبيًا لغوص ليلى. مَثِّل الدالة بيانيًا، ثُمّ أوجد الحد الأقصى للارتفاع الذي تصل إليه ومعادلة محور التماثل.



الخطوة 1 مثّل الدالة بيانيًا.

الخطوة 2 أكمل المربع لكتابة معادلة الدالة بصيغة الرأس.

$$h = -9.8t^2 + 4.9t + 10$$
$$h = -9.8(t - 0.25)^2 + 10.6125$$

الخطوة 3 تقع الرأس عند $(0.25, 10.6125)$. لذا فإن أقصى ارتفاع هو 10.6125 متر. معادلة محور التماثل هي $x = 0.25$.

تمرين

11. **لعبة الكرة اللينة** تُلقي مها كرةً في الهواء. وفقا للدالة $h = -16t^2 + 40t + 5$، حيث h هو الارتفاع بالأمتار و t يمثل الزمن بالثواني تقريبيًا لرمية مها. مثّل الدالة بيانيًا. ثُمّ أوجد أقصى ارتفاع للكرة ومعادلة محور التماثل. متى تصطدم الكرة بالأرض؟ **انظر الهامش.**

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 9 و 10 لتقويم معرفة كل طالب فيما يتعلق بنموذج قمة الرأس والعثور على الأصفار، وخط التناظر والقيم القصوى.

من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب تلخيص طريقة كتابة معادلة في نموذج قمة الرأس والعثور على الأصفار، وخط التناظر، والقيم القصوى.

إجابات إضافية

1. الإجابة النموذجية: في نموذج قمة الرأس، يظهر x فقط مرة واحدة. يجب استخدام إكمال المربع لإنشاء ثلاثي حدود تربيعي كامل، بحيث يمكن ضربها وتقليل حدودها x إلى واحد.

11.

30 ft; $t \approx 1.25$; 2.62 seconds

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقويم التقدم المحرز من قبل الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عليها بشكل غير صحيح، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس الموضحة بين قوسين.

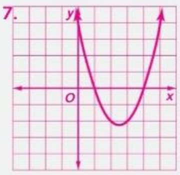
مطويات منظم الدراسة

مطويات دينا زايك®

شجّع الطلاب على مراجعة المعلومات المتعلقة بالدروس من 1-2 حتى 4-2 الموجودة في مطوياتهم قبل إكمال اختبار منتصف الوحدة.

إجابة إضافية

7.



اختبار الوحدة الأول

الدروس من 1-1 إلى 3-1

استخدم جدول قيم لتمثيل كل معادلة بيانيًا. واذكر المجال والمدى. (الدرس 1-1) **1–4. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

1. $y = x^2 + 3x + 1$
2. $y = 2x^2 - 4x + 3$
3. $y = -x^2 - 3x - 3$
4. $y = -3x^2 - x + 1$

ادرس الدالة $y = x^2 - 5x + 4$. (الدرس 1-1)

5. اكتب معادلة محور التماثل. **$x = 2.5$**
6. أوجد إحداثيات الرأس. هل تمثل نقطة عظمى أم صغرى؟ **$(2.5, -2.25)$؛ الحد الأدنى**
7. مثّل الدالة بيانيًا. انظر الهامش.
8. **كرة القدم** تُركل كرةٌ من مستوى سطح الأرض بسرعةٍ ابتدائية نحو الأعلى بمقدار 90 مترًا في الثانية. وتُعطي المعادلة $h = -16t^2 + 90t$ ارتفاع الكرة h بعد عدد t من الثواني. (الدرس 1-1)
   a. ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟ **74 مترًا**
   b. كم عدد الثواني التي ستستغرقها الكرة للوصول إلى أقصى ارتفاع لها؟ **2.8125 ثانية**
   c. متى يكون ارتفاع الكرة صفرًا؟ وماذا تمثل هذه النقاط في هذه الحالة؟

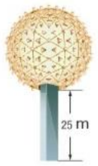
حُلّ كل معادلة باستخدام التمثيل البياني. فإذا كان لا يُمكن إيجاد جذورٍ صحيحة، فقدِّر الجذور مقرّبةً إلى أقرب جزءٍ من عشرة. (الدرس 1-2)

9. $x^2 + 5x + 6 = 0$ **$-3, -2$**
10. $x^2 + 8 = -6x$ **$-4, -2$**
11. $-x^2 + 3x - 1 = 0$ **$0.4, 2.6$**
12. $x^2 = 12$ **$-3.5, 3.5$**

8c. $t = 0$, $t = 5.625$؛ قبل أن تُركَل الكرة، وعندما تصطدم بالأرض بعد الركل.

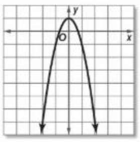
13. **كرة القاعدة** يضرب جمال كرة القاعدة. وتُمثّل المعادلة $h = -16t^2 + 120t$ ارتفاع الكرة h، بالأمتار بعد t من الثواني. فكم تبقى الكرة في الهواء؟ (الدرس 1-2) **7.5 ثانية**
14. **البناء** يُصلح كريم السقف من سقيفة. وفجأةً أسقط صندوق المسامير من ارتفاع 14 مترًا. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $h = -16t^2 + 14$، حيث h هو الارتفاع بالأمتار و t هو الزمن بالثواني. صِف كيفية ارتباط التمثيل البياني بـ $h = t^2$. (الدرس 1-2) **مضغوط رأسيًا ومزاح لأعلى 14 وحدة**

15. **الحفلات** يقيم والدا عبير حفلة تخرج من أجلها. في الساعة 10:00، سوف تنزلق كرة أسفل العمود بمقدار 25 مترًا وستضيء. والدالة التي تمثل السقوط هي $h = -t^2 + 5t + 25$. حيث h هو ارتفاع الكرة بالأمتار بعد t من الثواني. فكم عدد الثواني التي ستستغرقها الكرة للوصول إلى قاع العمود؟ (الدرس 1-2) **8.1≈ ثوانٍ**



صِف كيف أن التمثيل البياني لكل دالة مرتبطٌ بالتمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$. (الدرس 1-2)

16. $g(x) = x^2 + 3$ **مُزاح لأعلى 3 وحدات**
17. $h(x) = 2x^2$ **ممتد رأسيًا**
18. $g(x) = x^2 - 6$ **مُزاح لأسفل 6 وحدات**
19. $h(x) = \frac{1}{5}x^2$ **مضغوط رأسيًا**
20. $g(x) = -x^2 + 1$ **منعكس على المحور x ومزاح لأعلى وحدة واحدة**
21. $h(x) = -\frac{5}{8}x^2$ **منعكس على المحور x ومضغوط رأسيًا**
22. **الاختيار من متعدد** أيٌّ مما يلي معادلة للدالة الموضحة في التمثيل البياني؟ (الدرس 1-2) **D**



A $y = -2x^2$
B $y = 2x^2 + 1$
C $y = x^2 - 1$
D $y = -2x^2 + 1$

حُلّ كل معادلة مما يلي بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس 1-3)

23. $x^2 + 4x + 2 = 0$ **$-3.4, -0.6$**
24. $x^2 - 2x - 10 = 0$ **$-2.3, 4.3$**
25. $2x^2 + 4x - 5 = 7$ **$-3.6, 1.6$**

1-4 مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل بيانات من الحياة اليومية

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus لتمثيل نقاط البيانات التي يمثل معها المنحنى الأفضل ملاءمة دالة تربيعية.

الماء هناك زجاجة مملوءة بالماء. يسمح للمياه بالتسرب من خلال ثقب صنع بالقرب من قاع الزجاجة. ويوضح الجدول مستوى المياه y مقيسًا بالسنتيمترات من قاع الزجاجة بعد x ثوان.

الزمن (s)	220	200	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0
مستوى المياه (cm)	30.1	30.4	30.8	31.5	32.3	33.3	34.3	35.8	37.2	38.9	40.7	42.6

أوجد ومثّل بيانيًا معادلة انحدار خطية ومعادلة انحدار تربيعية.
حدد أي المعادلتين أفضل ملاءمة للبيانات.

النشاط

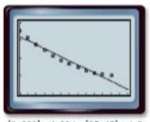
الخطوة 1 أوجد ومثّل بيانيًا معادلة انحدار خطية.

- أدخل الأزمنة في **L1** ومستويات المياه في **L2**. ثم أوجد معادلة انحدار خطية.

خطوات العملية على الحاسبة: *ارجع إلى الدرس 1-5.*

- استخدم **STAT PLOT** من أجل التمثيل البياني لمخطط انتشار. انسخ المعادلة إلى القائمة **Y=** ومثلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: *مراجعة المخططات الإحصائية والتمثيل البياني لمعادلة انحدار في الدرس 1-5.*

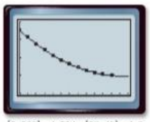


[0, 260] scl: 20 by [25, 45] scl: 5

الخطوة 2 أوجد ومثّل بيانيًا معادلة انحدار تربيعية.

- أوجد معادلة الانحدار التربيعي. ثم انسخ المعادلة إلى القائمة **Y=** ومثلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: STAT ▶ 5 ENTER Y= VARS 5 ▶ ▶ ENTER GRAPH



[0, 260] scl: 20 by [25, 45] scl: 5

لاحظ أن التمثيل البياني لمعادلة الانحدار الخطي يظهر مارًا بنقطتي بيانات فقط. ومع ذلك، يتناسب التمثيل البياني لمعادلة الانحدار التربيعي مع البيانات بشكل جيد جدًا.

التمارين

راجع الجدول. **1–3. انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

ارتفاع قدم اللاعب عن الأرض

الزمن (s)	الطول .cm
0.1	3.04
0.2	5.76
0.3	8.16
0.4	10.24
0.5	12
0.6	13.44
0.7	14.56

1. أوجد ومثّل بيانيًا معادلة انحدار خطية ومعادلة انحدار تربيعية للبيانات. حدد أي المعادلتين أفضل ملاءمة للبيانات.
2. قدّر ارتفاع قدم اللاعب بعد ثانية و 1.5 ثانية. استخدم الرياضيات الذهنية للتحقق من معقولية تقديراتك.
3. قارن وبيّن الفرق بين التقديرات التي حصلت عليها في التمرين 2.
4. كيف يمكن لاختيار معادلة انحدار لا تتناسب مع البيانات بشكل جيد أن يؤثر على التنبؤات المقدمة باستخدام المعادلة؟ **يمكن أن يعطي تنبؤات مضللة.**

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيلات البيانية لنمذجة نقاط البيانات التي تصنع منحنى الدالة التربيعية كأنسب منحنى.

المواد اللازمة لكل مجموعة

- حاسبة التمثيلات البيانية

نصيحة تدريسية

في الخطوة 2، قيمة المعامل a تظهر كـ 2,1035215E-4. وضّح أن هذه هي الطريقة التي تعرض بها الآلة الحاسبة ترميز علمي $2{,}1035215 \times 10^{-4}$.

عندما يستخدم الطلاب الإجراء في الخطوة 2 لنسخ معادلة الانحدار من الخطوة 1 إلى القائمة $Y =$. فإن المعاملات ستكون بها أرقام أكثر من المعاملات المعروضة على الشاشة الرئيسة. المعاملات على الشاشة الرئيسية هي اعداد مقربة لتلك الموجودة في القائمة $Y =$.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب في مجموعات من اثنين أو ثلاثة بقدرات متنوعة. اطلب من المجموعات العمل على النشاط

- تأكد من أن الطلاب اخلوا القوائم **L1** و **L2** قبل ادخال البيانات الجديدة. أيضًا اجعلهم يدخلون قياسات **النافذة** الظاهرة.
- في الخطوة 1، وضّح أنه يمكن استخدام نفس المفاتيح الظاهرة في الخطوة 2، باستبدال 4 لأول 5، لتحديد **LinReg**.
- في حالة ظهور رسالة خطأ في الخطوة 2، على الطلاب مسح القائمة $Y =$ قبل إعادة خطوة 2.

تدريب اطلب من الطلاب تقويم إكمال تمارين 1-4.

3 تقويم

تقويم مستمر

استخدم التمرين 4 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون أن معادلة الانحدار التي لا تناسب البيانات جيدًا هي نموذج ضعيف للبيانات المعطاة وأنه من المرجح أن تكون توقع ضعيف.

الانتقال من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب أن يفسروا كيف أن مخطط التشتت مفيد لاكتساب معرفة عن الروابط الممكنة بين متغيرين. إذا أظهر مخطط التشتت أن البيانات في خط مستقيم، فقد تكون المعادلة الخطية نموذجاً جيداً. جيدًا ظهرت منحنية، ينبغي استكشاف نموذج غير خطي.