

حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني

1-2

1 التركيز

تخطيط رأسي

قبل الدرس 1-2 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل.

الدرس 1-2 حل المعادلات التربيعية بالرسم البياني. قُدِّر حلول المعادلات التربيعية بالرسم البياني.

بعد الدرس 1-2 حدّد الدوال التربيعية من البيانات المعطاة.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** قسم من الدرس.

اطرح السؤال:

■ إذا كانت التقاطعات مع المحور الأفقي تمثل النقطة التي يلتقي خلالها القطع المكافئ بالأرض فما الذي يمثل المحور x الأرض؟

■ ما التقاطعات مع المحور الأفقي x الموجودة في الرسم البياني للمعادلة؟ $0, 127$

■ ما معادلة محاور التماثل؟ $x = 63.5$

■ ما المسافة بين النقاط التي يلتقي خلالها القطع المكافئ بالأرض؟ 127 ft



● لعبة دورتون أربنا في كارولينا الشمالية بالولايات المتحدة شكل قطعين مكافئين متقاطعين. ويمكن تمثيل شكلي القطعين المكافئين بالمعادلة $127x - x^2 = y$ حيث x عرض القطع المكافئ و y طوله بالقدم. ويمكن استخدام نقاط تقاطع التمثيل البياني لهذه الدالة مع المحور الأفقي x لإيجاد المسافة بين نقاط التقاء القطع المكافئ مع الأرض.

لماذا؟

الحالي

السابق

1 لقد حللت معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل.

2 تقدير حلول المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني.

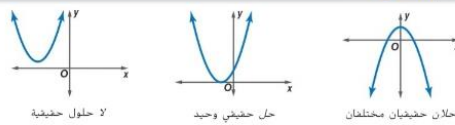
1 حلّ المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني.

المفردات الجديدة

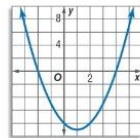
جذر مكرر (double root)
ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
مراجعة الدقة.

1 الحل بالتمثيل البياني يمكن كتابة المعادلات التربيعية بالصيغة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$ ، ولكتابة دالة تربيعية في صورة معادلة، عوض عن y أو $f(x)$ بـ 0. نذكر أنه يمكن تحديد حلول معادلة أو جذورها بإيجاد نقاط تقاطع التمثيل البياني المرتبط بها مع المحور الأفقي x .

المفهوم الأساسي: حلول المعادلات التربيعية



مثال 1 جذران



حلّ $x^2 - 2x - 8 = 0$ بالتمثيل البياني.

مثل الدالة المرتبطة $f(x) = x^2 - 2x - 8$ بيانياً.

يبدو أن نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x تقع عند النقطتين -2 و 4 . ولذلك فالحلان هما -2 و 4 .

التحقق تحقق من الحل في المعادلة الأصلية. المعادلة الأصلية

$$\begin{array}{lcl} x^2 - 2x - 8 = 0 & & x^2 - 2x - 8 = 0 \\ \text{بسط} & & \\ (-2)^2 - 2(-2) - 8 \stackrel{?}{=} 0 & \text{أو} & x = -2 \text{ أو } x = 4 \\ 0 = 0 \checkmark & & (4)^2 - 2(4) - 8 \stackrel{?}{=} 0 \\ 0 = 0 \checkmark & & 0 = 0 \checkmark \end{array}$$

1A-1B. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

تمرين **موجه** حلّ كل معادلة بالتمثيل البياني.

1A. $-x^2 - 3x + 18 = 0$ 3, -6 1B. $x^2 - 4x + 3 = 0$ 1, 3

كان الحلان في المثال 1 عددتين مختلفتين. ويكون الجذران في بعض الأحيان عدداً واحداً يدعى **الجذر المكرر**.

مثال 2 الجذر المكرر

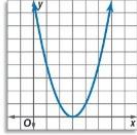
حل $x^2 - 6x = -9$ بالتمثيل البياني.

الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بالصيغة القياسية.

$$x^2 - 6x = -9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

المعادلة الأصلية
أضف 9 إلى كل طرف



الخطوة 2 مثل الدالة المرتبطة بيانياً
 $f(x) = x^2 - 6x + 9$

الخطوة 3 عتّن نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x . ولاحظ أن رأس القطع المكافئ هو نقطة التقاطع الوحيدة مع المحور الأفقي x . ولذلك، ثمة حل وحيد فقط، وهو 3.

التحقق

حل باستخدام التحليل إلى العوامل.

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{or} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \quad \quad x = 3$$

المعادلة الأصلية

حل إلى العوامل.

خاصية ناتج الضرب الصفري

أضف 3 إلى كل طرف.

الحل الوحيد هو 3.

انتبه!

الدقة قد تبدو حلول المعادلة التي غر عليها من التمثيل البياني دقيقة، فتتحقق منها في المعادلة الأصلية للتحقق.

تمرين **موجه**

2A-2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع

حل كل معادلة بالتمثيل البياني. على التمثيلات البيانية.

2A. $x^2 + 25 = 10x$

2B. $x^2 = -8x - 16$

في بعض الأحيان لا تكون الجذور أعداداً حقيقية. ويمكن أن يكون للمعادلات التربيعية حلان حقيقيان أو حل واحد أو ألا يكون لها حلول حقيقية. وقد قادتنا المعادلات التربيعية ذات الحلول التي ليست أعداداً حقيقية إلى توسيع نظام الأعداد ليتيح حلولاً لهذه المعادلات. وتدعى تلك الأعداد بالأعداد المركبة. وستدرس الأعداد المركبة في الجبر 2.

مثال 3 لا جذور حقيقية

حل $2x^2 - 3x + 5 = 0$ بالتمثيل البياني.

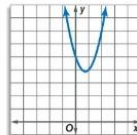
الخطوة 1 أعد كتابة المعادلة بالصيغة القياسية.

يمكن إعادة كتابة هذه المعادلة بالصيغة القياسية.

الخطوة 2 مثل الدالة المرتبطة بيانياً.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

الخطوة 3 حدد نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x . ليس للتمثيل البياني نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x . ولذلك فليس لهذه المعادلة حلول من الأعداد الحقيقية. مجموعة الحلول هي \emptyset .



تمرين **موجه**

3A-3B. انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على

حل كل معادلة بالتمثيل البياني. التمثيلات البيانية.

3A. $-x^2 - 3x = 5$

3B. $-2x^2 - 8 = 6x$

التدريس المتقدم

بناءً افترض الطلاب أن رأس القطع المكافئ دائماً ما تكون ذات إحداثيات بأعداد صحيحة.

بداً أشر إلى أن القيمة y لرأس الرسم البياني في المثال 3 أكبر من 3 وأقل من 4 إلى حد ما.

1 الحل بالرسم البياني

يوضح المثال 1 كيفية استخدام الرسم

البياني لإيجاد جذري المعادلة التربيعية.

يوضح المثال 2 كيفية استخدام الرسم

البياني لإيجاد الجذر المزدوج للمعادلة

التربيعية. **يوضح المثال 3** كيفية

استخدام رسم بياني لتحديد معادلة

تربيعية ليس لها حلول بأعداد حقيقية.

التقويم التكويني

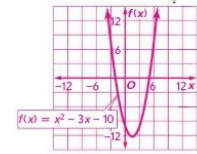
استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد

كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب

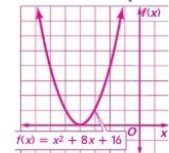
للمفاهيم.

أمثلة إضافية

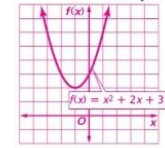
1 حل $x^2 - 3x - 10 = 0$ بالتمثيل البياني.



2 حل $x^2 + 8x = -16$ بالتمثيل البياني.

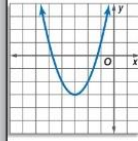


3 حل $x^2 + 2x + 3 = 0$ بالتمثيل البياني.



2 تقدير الحلول لقد كانت الجذور التي توصلنا إليها إلى الآن أعداداً صحيحة، ولكن جذور المعادلات التربيعية لا تكون في العادة أعداداً صحيحة، وفي هذه الحالات، استخدم التقدير لتقريب جذور المعادلة.

مثال 4 تقريب الجذور بواسطة جدول



حلّ $x^2 + 6x + 6 = 0$ باستخدام التمثيل البياني. فإذا لم يكن من الممكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

مثل الدالة المرتبطة $f(x) = x^2 + 6x + 6$ بيانياً.

نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x تقع بين -5 و -4 وبين -2 و -1. أعد جدولاً باستخدام زياده مقدارها 0.1 لقيم x الواقعة بين -5 و -4 وبين -2 و -1.

ابحث عن تغير في إشارات قيم الدالة. وقيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل لصفر الدالة.

x	-4.9	-4.8	-4.7	-4.6	-4.5	-4.4	-4.3	-4.2	-4.1
y	0.61	0.24	-0.11	-0.44	-0.75	-1.04	-1.31	-1.56	-1.79

x	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1
y	-1.79	-1.56	-1.31	-1.04	-0.75	-0.44	-0.11	0.24	0.61

في كل جدول، قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر عند تغير الإشارة هي 0.11. ولذلك فالجذران هما -4.7 و -1.3 على وجه التقريب.

تمرين موجّه

4. حلّ $2x^2 + 6x - 3 = 0$ باستخدام التمثيل البياني. فإذا لم يكن من الممكن إيجاد جذور صحيحة، فقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. **0.4، -3.4**

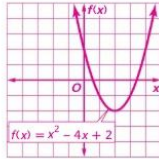
نصيحة دراسية
مواضع الأصفار بما أن الدوال التربيعية محتملة، فليجرب أن يكون هناك صفر بين قيمتي اللتان تحلان فيما بين المنطقتين المتساويتين لهما إشارة معاكستان.

2 تقدير الحلول

يوضح المثال 4 كيفية استخدام الرسم البياني و جدول من القيم لتقدير جذور معادلة تربيعية عندما يتعذر إيجاد الجذور التامة. **يوضح المثال 5** كيفية تقدير حل لمعادلة من واقع الحياة تتضمن معادلات تربيعية.

أمثلة إضافية

4. حلّ $x^2 - 4x + 2 = 0$ بالتمثيل البياني. إذا لم يمكنك إيجاد الجذور المكونة فعلياً فقدر الجذور لأقرب عشرة. **0.6، 3.4**



بني كنسولا نموذج صاروخ ليشروع العليها. المعادلات $h = -16t^2 + 250t$ نماذج رحلة الصاروخ شنت من مستوى الأرض بسرعة 250 ft/min حيث H هو ارتفاع الصاروخ في قدم بعد T دقائق. كم مكث صاروخ كنسولا في الهواء تقريباً؟ **15.6 دقائق**

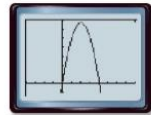
التدريس بالتكنولوجيا

مشغل وسائط محمول قم بتحميل صور الرسوم البيانية للمعادلات التربيعية إلى صفحة الويب الخاصة بصفك حتى يتمكن الطلاب من تنزيلها إلى مشغلات الوسائط المحمولة لديهم. اطلب من الطلاب إيجاد أصفار الدالة في كل رسم بياني.

تدريس التمارين الرياضية

الدقة يحسب الطلاب المتفوقون في الرياضيات بدقة وبطريقة فعالة. ناقش مع الطلاب لماذا قد لا يعطي الرسم البياني إجابة دقيقة.

مثال 5 من الحياة اليومية: تقريب الجذور بواسطة آلة حاسبة



$[-4, 7]$ set: 1 by $[-10, 70]$ set: 10

كرة القدم يرسل حارس مرمى الكرة بسرعة متجهة نحو الأعلى مقدارها 19.8 متراً في الثانية. وتلتقي قدمه بالكرة على ارتفاع 30.5 سنتيمتراً فوق سطح الأرض. تمثل الدالة التربيعية $h = -16t^2 + 65t + 1$ ارتفاع الكرة h بالامتار بعد t ثانية. كم تبقى الكرة في الهواء تقريباً؟

عليك إيجاد جذور المعادلة $0 = -16t^2 + 65t + 1$. استعمل حاسبة التمثيل البياني لتمثيل الدالة المرتبطة بيانياً $f(x) = -16x^2 + 65x + 1$.

تقع نقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند القيمة 4 تقريباً. ولذلك تبقى الكرة في الهواء مدة 4 ثوانٍ تقريباً.

تمرين موجّه

5. إذا ركل الحارس الكرة بسرعة متجهة إلى الأعلى مقدارها 16.7 متراً في الثانية ولامست قدمه الكرة على ارتفاع 60.96 سنتيمتراً فوق سطح الأرض، فكم تبقى الكرة في الهواء؟ **3.5 ثوانٍ**



الربط بالحياة اليومية
بدأت لعبة كرة القدم عام 1863 في بريطانيا بعد تأسيس جمعية لها وهي تشارس في جميع فترات العالم.
المصدر: Sports Know How

التركيز على المحتوى الرياضي

عدم وجود جذور حقيقية يساعد إنشاء جدول من القيم قبل رسم دالة بيانية في توضيح ما إذا كانت الدالة لا تتضمن تقاطعات المحور الأفقي x . إذا كانت جميع قيم y موجبة، فقم بالإنقاص أولاً ثم الزيادة وإذا كانت جميعها سالبة، فقم بالزيادة أولاً ثم الإنقاص. الرسم البياني للدالة لا يمر عبر المحور x ولا توجد جذور حقيقية. في الجبر 2، سيتعلم الطلاب أنه عند عدم وجود حلول حقيقية للمعادلات التربيعية فإنه يجب تمديد نظام الأعداد لإيجاد الحل وبطريقة مشابهة فإنه يتم تمديد الأعداد الحقيقية إلى أعداد سالبة للسماح إلى $x + 1 = 0$ أن يكون لها حل.

جذر مزدوج عند وجود عاملين متناظرين لثلاثي الحدود في معادلة تربيعية فإنه يوجد جذر واحد فقط يسمى الجذر المزدوج. إذا كانت أي من قيمة y الأكبر أو الأقل في المدى هي 0 فإن الرأس تقع على المحور x والحل يكون جذراً مزدوجاً.

3 التمرين

التكوين التكويني

استخدم التباين 9-1 للتحقق من الفهم.

استخدم الرسم البياني الموجود أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات المنزلية للطلاب.

متطلبات التمرين

ورقة الرسم البياني للتمرين 8-1، 27-10 و 38، و 51-56 و 72-67 سوف يحتاج الطلاب إلى ورقة رسم بياني.

تدريس الرياضيات تمارين

إعداد التمارين الطلاب المتفوقون في الرياضيات لديهم القدرة على تحديد الكميات المهمة. في التمرين 36، أشر إلى أنه خلال الدوال التي تمثل نموذجًا للغذاء فإن معامل المصطلح x^2 يكون دائمًا -16 عند قياس السرعة بالقدم في الثانية.

تمثيلات متعددة

في التمرين 38، يستخدم الطلاب الرسالبياني والتحليل لمخارطة الدوال التريبية ذات الصلة. إجابات إضافية

إجابات إضافية

41. أحمد، الإجابة النموذجية: أصغار الدالة التربيعية هي التقاطعات المحور الأفقي x من الرسم البياني. بما أن الرسم البياني لا يتقاطع مع المحور x فلا توجد تقاطعات x ولا توجد أصغار حقيقية.

42. الإجابة النموذجية: ضرب كرة التنس في الهواء: المعادلة هي $h = -16t^2 + 25t + 2$. وبالتالي فإن الكرة تبقى في الهواء حوالي 1.6 ثانية.

43. بالنسبة إلى (1, 3) في بعض الأحيان، تكون قيمة y أكبر من 2 ولكن بالنسبة إلى (1, -1)، تكون أقل من 2.

44. 1.5 و -1.5: الإجابة النموذجية: قم بإعداد جدول من القيم لـ x من -2.0 إلى 2.0. استخدام الزيادات من 0.1.

45. أولاً، ارسم الدالة ذات الصلة بيانيًا. ثم حدد بين أي العددين الصحيحين يعبر الرسم البياني المحور x . قم بإنشاء جدول بمر بخانة العشرات، من القيم الواقعة بين الأعداد الصحيحة. حدد الموضع الذي تتغير خلاله علامات قيم الدالة. القيمة x التي تكون خلالها قيمة الدالة أقرب إلى الصفر هي أفضل تقريب لجذر المعادلة.

التحقق من فهمك

الأمتعة 3-1

حل كل معادلة بالتمثيل البياني.

- 1-64 انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات البيانية.
- $x^2 + 3x - 10 = 0$ 2, -5
 - $2x^2 - 8x = 0$ 0, 4
 - $x^2 + 4x = -4$ -2
 - $x^2 + 12 = -8x$ -6, -2

الأمتعة 4

حل كل معادلة بالتمثيل البياني.

- إذا كان لا يمكن إيجاد جذور صحيحة، فتقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.
- لا يوجد حلول $x^2 = -9$
 - لا يوجد حلول $x^2 = -9$
 - لا يوجد حلول $x^2 = -9$
 - لا يوجد حلول $x^2 = -9$

الأمتعة 5

9. معرض العلوم بني زايد صاروخًا تجريبيًا. ويمكن تمثيل طيران الصاروخ بالمعادلة الموضحة، حيث h ارتفاع الصاروخ بالمتر بعد t ثانية. فكم مكث الصاروخ في الهواء تقريبًا؟



8.4 ثانية تقريبًا

التمرين وحل المسائل

الأمتعة 3-1

حل كل معادلة بالتمثيل البياني.

- 10-21 انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات البيانية.
- $x^2 + 7x + 14 = 0$
 - $x^2 + 2x - 24 = 0$ 4, -6
 - $x^2 - 5x + 12 = 0$
 - $x^2 + 14x = -49$ -7
 - $x^2 - 2x - 1 = 0$
 - $x^2 - 10x = -16$ 2, 8
 - $-2x^2 - 8x + 13 = 0$
 - $2x^2 - 16x = -30$ 3, 5
 - $2x^2 = -24x - 72$ -6
 - $-3x^2 + 2x = 15$
 - $x^2 = -2x + 80$ -10, 8

الأمتعة 4

حل كل معادلة باستخدام التمثيل البياني.

- إذا كان لا يمكن إيجاد جذور صحيحة، فتقدر الجذور مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.
- 22-27 انظر ملحق إجابات الوحدة 1 للاطلاع على التمثيلات البيانية.
 - $x^2 + 2x - 9 = 0$
 - $x^2 - 4x = 20$ 6.9, -2.9
 - $x^2 + 3x = 18$ 3, -6
 - $2x^2 - 9x = -8$ 1.2, 3.3
 - $3x^2 = -2x + 7$ -1.9, 1.2
 - $5x = 25 - x^2$ 3.1, -8.1

الأمتعة 5

28. الكرة اللينة تمثل بالمعادلة $h = -16t^2 + 47t + 3$ ارتفاع كرة لينة h بالأمتار، وذلك بعد أن ضربتها أماني بيد t ثانية. فكم تبقى الكرة في الهواء؟ 3 ثوان

29. ألعاب الملاهي تطلق الإقنويات بالراكبين إلى الأعلى بسمار مستقيم ثم يهبط بهم بسمار مستقيم. تمثل المعادلة $h = -16t^2 + 122t + 16$ ارتفاع الراكبين h بالأمتار من موقع انطلاقهم بعد t ثانية. فكم سيخضع وقت حتى يعود الراكب إلى الأرض؟

7.6 ثوان تقريبًا

استعمل التحليل إلى العوامل لتحديد عدد مرات تقاطع التمثيل البياني لكل دالة مع المحور الأفقي x . وحدد كل صفر.

- $y = x^2 - 8x + 16$ 1; 4
- $y = x^2 + 4x + 4$ -2
- $y = x^2 + 2x - 24$ 2; -6, 4
- $y = x^2 + 12x + 32$ 2; -4, -8

34. نظرية الأعداد استخدم معادلة تربيعية لإيجاد عددين مجموعتهما 9 وحاصل ضربهما 20. 4, 5

35. نظرية الأعداد استخدم معادلة تربيعية لإيجاد عددين مجموعتهما 1 وحاصل ضربهما 12. -3, 4

36. التمثيل يمكن تمثيل ارتفاع كرة الجولف في الهواء بالمعادلة $h = -16t^2 + 76t$. حيث h ارتفاع الكرة بالأمتار بعد t ثانية.

a. كم مكثت الكرة في الهواء؟ 4.5 ثوان

b. ما أقصى ارتفاع للكرة؟ 81 m تقريبًا

c. متى ستصل الكرة لأقصى ارتفاع؟ بعد 2.2 ثانية تقريبًا

20 | الدرس 1-2 | حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني

الواجب المنزلي المتفكير خيارات

المستوى	الواجب	خيار لمدة يومين
أساسي	10-28, 41-43, 46-72	11-27, 47-50
رئيسي	11-33, 34-43, 46-72	10-28, 47-50
متقدم	29-70	

تدريس التمارين الرياضية

التعقيب يمكن للطلاب المتفوقون

في الرياضيات قراءة براهين الآخرين وتحديد مدى منطقيتها. في التمرين 41، اطلب من الطلاب تذكر أن حلول أو جذور معادلة يمكن تحديدها من خلال التفاعلات المحور الأفقي x أو أصفار الدالة ذات الصلة

37 التمرين شارك عائشة في منافسة التزلج الهوائي الحر. تمثل المعادلة $h = -16t^2 + 30t + 10$ ارتفاع عائشة h بالأمتار بعد مضي t ثانية من مغادرة المنحدر.

a. كم مكثت عائشة في الهواء؟ 2.2 ثانية تقريباً
b. متى ستصل عائشة ارتفاع 15 متراً؟
c. للحصول على نقاط إضافية في الرياضة، على المتسابق أن يصل ارتفاع 20 متراً، فهل ستحصل عائشة على نقاط إضافية؟ نعم: فالارتفاع الأقصى لعائشة هو 24 متراً تقريباً.

38 التمثيلات المتعددة ستكتشف في هذه المسألة كيفية التفسير الإضافي للعلاقة بين الدوال التربيعية والتمثيلات البيانية.

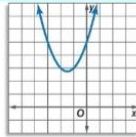
a. بيانياً مكل بيانياً $y = x^2$.
b. تحليلياً اكتب اسم الرأس ونقطتين أخريين على التمثيل البياني. $(0, 0)$ ، $(1, 1)$ ، $(-1, 1)$
c. بيانياً مكل $y = x^2 + 2$ و $y = x^2 + 4$ و $y = x^2 + 6$ على المستوى الإحداثي نفسه كما في التمثيل البياني السابق.

d. تحليلياً اكتب إحداثيات الرأس ونقطتين من كل من هذه التمثيلات البيانية التي لها الإحداثيات الأفقية x $2 + 2$ ، $(0, 2)$ ، $(1, 3)$ ، $(-1, 3)$ $38d$.
e. تحليلياً ما النتيجة التي يمكنك استخلاصها من هذا؟
 $2 + 4$ ، $(0, 4)$ ، $(1, 5)$ ، $(-1, 5)$
 $2 + 6$ ، $(0, 6)$ ، $(1, 7)$ ، $(-1, 7)$

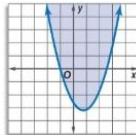
حاسبة التمثيل البياني حل كل معادلة بالتمثيل البياني.

39. $x^2 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ $4, 1, -2$
38e. الإجابة النموذجية: يمكن الحصول على التمثيلتين البيانيتين لـ $y = x^2 + 4$ و $y = x^2 + 2$ و $y = x^2 + 6$ بتحريك التمثيل البياني لـ $y = x^2$ إلى أعلى مسافة وحدتين و 4 وحدات و 6 وحدات على التوالي.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



41. النقد يوجد إسماعيل وأسامة عدد الأصفار الحقيقية للدالة المماثلة بيانياً على اليسار. ويقول إسماعيل إن الدالة ليست لها أصفار بسبب عدم وجود نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x . ويقول أسامة إن للدالة صفراً حقيقياً واحداً لأن للتمثيل البياني نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي y . فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تفكيرك. **انظر الهامش.**



42. مسألة غير محددة الإجابة صف حالة من الحياة اليومية ينتقل فيها جسمٌ مذفوف في الهواء. واكتب معادلة تمثل ارتفاع الجسم بالنسبة إلى الزمن. وحدد البدة التي ينتقل خلالها الجسم في الهواء. **انظر الهامش.**

43. الاستنتاج التمثيل البياني الموضح يفضي مثابة تربيعية. حلل التمثيل البياني وحدد ما إذا كانت قيمة y الخاصة بحل المثابة أكبر أحياناً، أو دائماً، أو ليست أكبر مطلقاً من 2. اشرح. **انظر الهامش.**

44. تحدّ اكتب معادلة تربيعية لها الجذور الموصوفة.

a. جذر مضاعف وحيد. $x^2 + 8x + 16 = 0$ الإجابة النموذجية:
b. جذر نسبي واحد (غير صحيح) وجذر صحيح واحد.
c. جذران صحيحان مبرزان بشكلان نظيرين جيعيين.

45. تحدّ أوجد جذر $x^2 = 2.25$ دون استخدام آلة حاسبة. وأشرح إستراتيجيتك. **انظر الهامش.**

46. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية تقريب كسور معادلة تربيعية عندما لا تكون الجذور أعداداً صحيحة. **انظر الهامش.**

4 التقييم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة طريقتين وساعدهم خلال ذلك على تعلم الرسم البياني للدوال التربيعية الموجودة في الدرس السابق في حل المعادلات التربيعية في هذا الدرس.

الأسئلة الأساسية

لقد استكشف الطلاب الرسوم البيانية للدوال التربيعية وحل المعادلات التربيعية بالرسم البياني.

اسأل:

- كيف يمكن للرسم البياني للدالة التربيعية مساعدتك في حل المعادلة التربيعية المتوافقة؟

الإجابة النموذجية: من خلال وضع الرسم البياني يمكنك معرفة ما إذا كان يوجد 0 أو 1 أو 2 من الحلول الحقيقية. يساعدك تماثل الرسم البياني في تحديد حل ثاني عند وجود حل واحد.

إجابة إضافية



تدريب على الاختبار المعيارى

49. **إجابة موسعة** يقادر زورقان رصيف الميناء. ويتنقل أحدهما مسافة 4 كيلومترات شرقاً ثم 5 كيلومترات شمالاً. بينما يتنقل الآخر مسافة 12 كيلومتراً جنوباً و 9 كيلومترات غرباً. صمم رسماً تخطيطياً يمثل المسارات التي يقطعها الزورقان وما المسافة التي تفصل بينهما بالكيلومترات؟

50. يمثل القانون $s = \frac{1}{2}at^2$ المسافة s بالأمتار التي يقطعها جسمٌ ساقطٌ سقوطاً حراً على كوكب ما أو على القمر خلال زمن معطى t بالثواني. حل القانون لإيجاد a وهو التسارع الناتج عن الجاذبية.

A $a = \frac{1}{2}t^2 - s$ C $a = s - \frac{1}{2}t^2$
B $a = 2s - t^2$ D $a = \frac{2s}{t^2}$

47. أحرز غلبت 50 من أصل 80 نقطة في أحد الاختبارات فما النسبة المئوية للنوبة التي أحرزها خلف في الاختبار؟

- A 62.5% C 6.25%
B 16% D 1.6%

48. يحتاج بدر أن يركبى مرغلاً. ويتطلب ذلك مفتاحاً مقاسه أصغر من $\frac{7}{8}$ سنتيمتر وأكثر من $\frac{3}{4}$ سنتيمتر. فأى من القياسات التالية على بدر أن يستخدم؟

- F $\frac{3}{8}$ inch H $\frac{13}{16}$ inch
G $\frac{5}{8}$ inch J $\frac{15}{16}$ inch

مراجعة شاملة

اكتب معادلة محور التماثل، وأوجد إحداثيات رأس التمثيل البياني لكل دالة. وحدد إن كان الرأس نقطة عظمى أو صغرى. ثم مثل الدالة بيانياً. (الدرس 1-1) 51-56. **انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

51. $y = 3x^2$ 52. $y = -4x^2 - 5$ 53. $y = -x^2 + 4x - 7$
54. $y = x^2 - 6x - 8$ 55. $y = 3x^2 + 2x + 1$ 56. $y = -4x^2 - 8x + 5$

خُنْ كل معادلة مما يلي. وتحقق الحلول. (الدرس 1-9)

57. $2x^2 = 32$ -4, 4 58. $(x - 4)^2 = 25$ -1, 9 59. $4x^2 - 4x + 1 =$
60. $2x^2 + 16x = -32$ -4 61. $(x + 3)^2 = 5$ $-3 \pm \sqrt{5}$ 62. $4x^2 - 12x = -9$ $\frac{3}{2}$

65. $-3b^4 + 2b^3 - 9b^2 + 13$ 66. $6h^4 + 2h^3 + h^2 + 5$ (الدرس 1-1)
أوجد كل مجموع أو فرق. (الدرس 1-1)

63. $(3n^2 - 3) + (4 + 4n^2)$ $7n^2 + 1$ 64. $(2d^2 - 7d - 3) - (4d^2 + 7)$ $-2d^2 - 7d - 10$
65. $(2b^3 - 4b^2 + 4) - (3b^4 + 5b^2 - 9)$ 66. $(8 - 4h^2 + 6h^4) + (5h^2 - 3 + 2h^3)$

مراجعة المهارات

مثل كل دالة بيانياً. 67-72. **انظر ملحق إجابات الوحدة 1.**

67. $y = x^2 + 5$ 68. $y = x^2 - 8$ 69. $y = 2x^2 - 7$
70. $y = -x^2 + 2$ 71. $y = -0.5x^2 - 3$ 72. $y = (-x)^2 + 1$

التدريس المتمايز

التوسعة أخبر الطلاب أنه في لعبة الجولف على الكمبيوتر، فإن الدالة $y = -0.002x^2 + 0.22x$ تمثل مسار كرة الجولف حيث أن y تمثل ارتفاع الكرة و x تمثل المسافة الأفقية بالياردة التي قد قطعها الكرة. ترتفع الخطوط الخضراء من نقطة الانطلاق 90 ياردة أفقياً. في أعلى تل ينحدر معتدل بحداد 1 ياردة لكل 10 ياردات من المسافة؟ اطرح السؤال «هل ستصل الكرة إلى الأخضر دون الارتطام بالأرض أولاً؟ اشرح إجابتك... لا، سوف تستقر الكرة على المنحدر عندما تكون على بعد 60 ياردة أفقياً من نقطة الانطلاق.



مختبر تقنية التمثيل البياني المعادلات التربيعية

1-2

1 التركيز

الهدف استخدام الآلة الحاسبة البيانية للتحقق من المتباينات التربيعية.

المواد لكل طالب

- آلة حاسبة بيانية

نصيحة للتدريس

ذكر الطلاب بأن x^2 المربعات الرئيسية تمثل الكمية ولكن لا تدخل x^2 في معادلة. لإدخال $5x^2$ اضغط 5 x^2 .

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسم الطلاب إلى مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثة. مع مزج القدرات. اطلب من المجموعات إتمام الأنشطة والتمارين 1.

أسأل:

- أين الحلول الموجودة للمتباينات؟ جميع أزواج الأوامر في المنطقة المظلمة من الرسم البياني. بما في ذلك الرسم البياني للدالة ذات الصلة نفسها

- كم عدد الحلول الموجودة لكل متباينة؟ عدد لا نهائي

- هل أي من الحلول الموجودة للرسم البياني الأول هي نفسها بالنسبة للرسم البياني الثاني؟ نعم، الحلول التي تقع في الرسم البياني للدالة ذاتها

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين 2 و3.

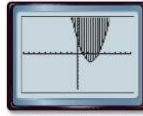
تذكر أن التمثيل البياني لمتباينة خطية يتألف من الحد ومن نصف المستوى المظلل. وتقع مجموعة حلول المتباينة في المنطقة المظلمة من التمثيل البياني. ويشبه التمثيل البياني للمتباينات التربيعية التمثيل البياني للمتباينات الخطية.

النشاط 1 ظلل الجزء الداخلي من القطع المكافئ

مثل $x^2 - 5x + 4 \geq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية.

أولاً، امسح جميع الدوال من قائمة $Y =$.

لتمثيل $x^2 - 5x + 4 \geq y$ بيانياً، أدخل المعادلة في الشاشة $Y =$. ثم استخدم سهم الأسفل لاختيار $=$. واضغط على ENTER إلى حين اختيار التظليل فوق الشريط.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

خطوات العملية على الحاسبة: $x^2 = 5$ x $- 4$ ZOOM 6

تقع جميع الأزواج المرتبة التي من أجلها y أكبر أو تساوي $x^2 - 5x + 4$ فوق الخط أو عليه وهي عبارة عن حلول.

وستستخدم إجراء مشابه للتمثيل البياني لمتباينات تقع المنطقة المظلمة بالنسبة لها خارج القطع المكافئ.

النشاط 2 ظلل الجزء الداخلي من القطع المكافئ

مثل $x^2 - 5x - 4 \leq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية.

امسح التمثيل البياني المعروض أولاً.

خطوات العملية على الحاسبة: $Y =$ CLEAR

ثم أعد كتابة $x^2 - 5x - 4 \leq y$ في صورة $y = x^2 - 5x + 4$. ومثلها بيانياً.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

خطوات العملية على الحاسبة: $x^2 = 5$ x $- 4$ GRAPH

تقع جميع الأزواج المرتبة التي من أجلها y أصغر أو تساوي $x^2 - 5x + 4$ تحت الخط أو عليه وهي عبارة عن حلول.

تمارين

- قارن وقابل التمثيلين البيانيين الموضحين أعلاه.
- مثل $5x^2 \geq 2x + 6$ بيانياً في نافذة العرض القياسية. واذكر أسماء ثلاثة حلول للمتباينة. $(0, -6)$, $(1, 1)$, $(2, 18)$
- مثل $-x^2 - 6x \leq y$ بيانياً في نافذة العرض القياسية. واذكر أسماء ثلاثة حلول للمتباينة. $(0, -3)$, $(1, 2)$, $(2, 5)$

من التطبيق إلى النظرية

اطلب من الطلاب فحص الرسم البياني الذي رسموه للمتباينة في النشاط 1. ثم اطلب منهم توضيح كيف أن الحل المحدد لهذه المتباينة هو ذاته، أو مختلف عن الحل المحدد لـ $y > x^2 - 5x + 4$. الحل المحدد لـ $y > x^2 - 5x + 4$ لا يحتوي على القيم الموجودة في الرسم البياني للدالة ذاتها. بينما الحل المحدد لـ $y \geq x^2 - 5x + 4$ يحتوي على هذه القيم.

3 التقييم

التقييم التكويني

استخدم التمرين 3 لتقييم مدى فهم الطلاب لكيفية استخدام الحاسبة البيانية لحل المتباينة.