

## تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات

## التركيز

## المحاذاة الرأسية

## قبل الدرس 2-1 تحديد الدوال

**الدرس 2-1** استخدام الرسوم البيانية للدوال لتقدير التقويم التابع وإيجاد المجال والمدى و التقاطع التقاطع مع المحور الر  $y$  وأصفار الدوال. استكشاف التناظر في الرسم البياني وتحديد الدوال الزوجية والفردية.

**بعد الدرس 2-1** استكشاف الاستمرار والسلوك الطرفي والنهايات

## 2 التدريس

## أسئلة داعمة

اجعل الطلاب يقرأون قسم لماذا؟ من الدرس.

## اسأل:

■ الرسم البياني الخطي لتابع الربح/ الخسارة الكلية بدلالة عدد الوحدات المباعة  $x$  له نقاط الحصر مع المحور الأفقي  $x$  عند 200. ماذا يعني هذا ؟ لن يكون هناك ربح إلا بعد بيع 200 وحدة.

(تابع في الصفحة التالية)

..السبب

..الآن

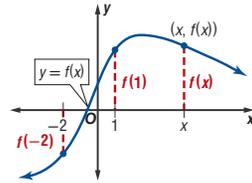
..قبل ذلك



1. مع تزايد أعداد المستخدمين للإنترنت سعيًا وراء الأخبار والمتعة، أصبحت الدعاية على الإنترنت عملاً تجاريًا ضخمًا. ويمكن تقريب العائد الكلي  $R$  الذي جمعه شركات الولايات المتحدة من الدعاية على الإنترنت -مقدراً لملايين الدولارات- بين عامي 2008 وبالمعادلة الآتية،  

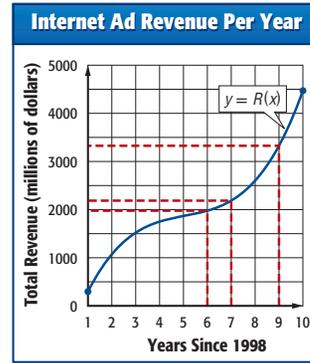
$$R(t) = 17.7t^3 - 269t^2 + 1458t - 910, 1 \leq t \leq 10$$
 حيث تمثل  $t$  عدد السنوات بعد 2007. يمكن أن تساعدك مثل هذه الرسوم البيانية للدالات على تصور العلاقات بين الكميات المختلفة في الحياة اليومية.

1. تعرفت على الدوال. (الدرس 1-1)  
 2. تعرفت على الدوال. (الدرس 1-1)  
 2. تعرفت على الدوال. (الدرس 1-1)  
 2. تعرفت على الدوال. (الدرس 1-1)



1. تحليل الرسوم البيانية للدوال الرسم البياني للدالة  $f$  عبارة عن مجموعة مرتبة من الأزواج  $(x, f(x))$  حيث تقع  $x$  في مجال الدالة. أي أن الرسم البياني للدالة  $f$  هو الرسم البياني للمعادلة  $y = f(x)$ . لذا فإن قيمة الدالة هي المسافة الموجبة  $y$  للرسم البياني من النقطة  $x$  على المحور الأفقي  $x$  كما هو موضح. ويمكنك استخدام الرسم البياني لتقدير قيم الدالة.

## مثال من الحياة اليومية 1 تقدير قيم الدوال



الإنترنت انظر الرسم البياني للدالة  $R$  المعروضة هنا.

أ. استخدم الرسم البياني لتقدير قيمة العائد الكلي من الدعاية على الإنترنت في عام 2007. تأكد من تقديرك من خلال الجبر.

بأني العام 2007 بعد العام 2007 بتسعة أعوام. قيمة الدالة عند  $x = 9$  تبدو حوالي 3300 مليون دولار. أي أن العائد الكلي للدعاية على الإنترنت في العام 2007 كان حوالي 3.3 مليار دولار.

لتأكيد هذه التقديرات من خلال الجبر. احسب  $f(9)$ .

$$f(9) = 17.7(9)^3 - 269(9)^2 + 1458(9) - 910$$

$$= 3326.3 \approx 3326 \text{ مليون أو } 3.326 \text{ مليار}$$

وبالتالي، يعتبر التقدير البياني الذي يساوي 3.3 مليار دولار، تقديرًا معقولًا.

ب. استخدم الرسم البياني لتقدير العام الذي وصل فيه العائد الكلي للدعاية على الإنترنت إلى 2 مليار دولار. تأكد من تقديرك من خلال الجبر.

يظهر من الرسم البياني أن قيمة الدالة تصل إلى 2 مليار دولار أو 2,000 مليون دولار، عندما تكون قيمة  $x$  بين 6 و 7. لذا، فإن العائد الكلي وصل لقيمة 2 مليار دولار في عام 1998 + أي عام 2004، ولكنه تجاوز هذه القيمة في نهاية العام 7 + 1998 أو عام 2005.

ولنتأكد من خلال الجبر، يجب حساب قيمة  $f(6)$  و  $f(7)$ .

$$f(6) = 17.7(6)^3 - 269(6)^2 + 1458(6) - 910$$

$$= 2186 \text{ مليون تقريباً}$$

$$f(7) = 17.7(7)^3 - 269(7)^2 + 1458(7) - 910$$

$$= 2186 \text{ مليون تقريباً}$$

أو أن  $f(6) \approx 1.977$  مليار، و  $f(7) \approx 2.186$  مليار. لذا يعتبر التقدير البياني أن العائد الكلي للدعاية على الإنترنت وصل إلى 2 مليار دولار في عام 2005 تقديرًا معقولًا.

## المفردات

## الجديدة

أصفار

(zeros)

جذور

تناظر محوري

(line symmetry)

تناظر نقطي

(point symmetry)

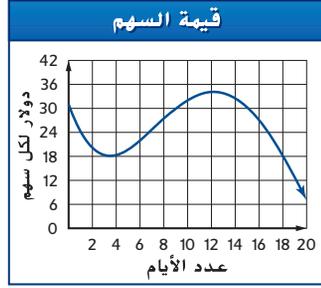
دالة زوجية (even

function)

دالة فردية (odd function)

### تمارين موجهة

1. **الأسهم المالية** قيم مستثمر متوسط القيمة اليومية لسهم ما خلال مدة 20 يوم. ويمكن تقدير بالتقريب قيمة السهم عن طريق الدالة  $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31$ ,  $0 \leq d \leq 20$ ، حيث تمثل  $d$  يوم تقويم.



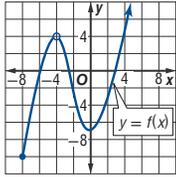
A. استخدم الرسم البياني لتقدير قيمة السهم في اليوم العاشر. تأكد من تقدير من خلال الجبر. **\$32**

B. استخدم الرسم البياني لتقدير عدد الأيام التي تخطت فيها قيمة السهم 30 دولارًا. تأكد من تقدير من خلال الجبر.

**اليوم 0. وبين التاسع والعاشر. وبين الخامس عشر والسادس عشر**

ويمكنك أيضا استخدام الرسم البياني لتحديد مجال و نطاق الدالة. إلا إذا كان الرسم البياني محدد بدائرة أو نقطة على اليسار. وبمك لك أن تفترض أن الدالة تمتد خارج حدود الرسم البياني.

### مثال 2 تحديد المجال والنطاق



استخدم الرسم البياني للدالة  $f$  لتحديد المجال و نطاق الدالة.

#### المجال

• النقطة على الرسم البياني عند  $(-8, -10)$  تشير إلى أن مجال الدالة يبدأ من  $-8$  و يضم  $-8$ .

• الدائرة عند النقطة  $(-4, 4)$  تشير إلى أن  $-4$  ليست جزء من المجال.

• السهم الموجود في الجانب الأيمن من الرسم البياني يشير إلى أن الرسم البياني سيستمر في هذا الجانب بلا حد.

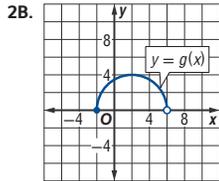
مجال الدالة  $f$  هو  $(-8, -4) \cup (-4, \infty)$ . وباستخدام رمز بناء المجموعات، يكتب هذا المجال كالتالي:  $\{x \mid -8 < x, x \neq -4, x \in \mathbb{R}\}$

#### النطاق

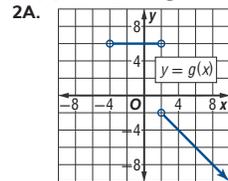
لا يمتد الرسم البياني لأسفل من  $f(-8)$  أو  $-10$ . ولكن  $f(x)$  تزداد بدون حدود لقيم أكبر وأكبر للمتغير  $x$ . لذا فإن مدى الدالة  $f$  هو  $[-10, \infty)$ .

### تمارين موجهة

استخدم الرسم البياني للدالة  $g$  لتحديد المجال و النطاق لكل دالة.



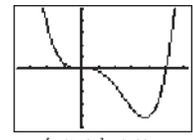
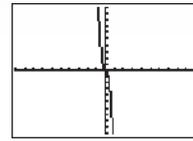
$D = [-2, 6]$ ,  $R = [0, 4]$



$D = (-4, 2) \cup (2, \infty)$ ,  $R = [6] \cup (-2, -\infty)$

### نصيحة تكنولوجية

اختيار النافذة الملائمة نافذة العرض لرسم بياني ما عبارة عن صورة لرسم بياني بمجال ونطاق محددين. وبالتالي قد لا تمثل الرسم البياني بالكامل. لاحظ الفرق بين الرسوم البيانية التالية للدالة  $f(x) = x^4 - 20x^3$ . الموضحة أدناه.



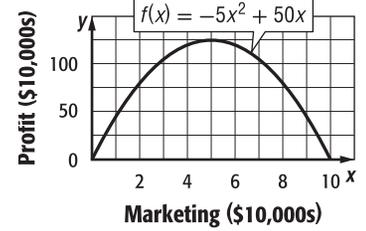
■ يتناقص الرسم البياني لأوقات سباق الماراثون، مع تحديد وقت راحة قبل السباق، ثم يتزايد الرسم البياني، بحد أدنى يوميين. فإذا كان وقت سباق الماراثون متغير مستقل، وكان وقت الراحة متغير تابع، ماذا يعني هذا؟ أسرع وقت سباق ماراثون هو الذي يحدث مع وقت الراحة الذي يساوي يوميين. أوقات الراحة الأطول أو الأقصر من يوميين، تزيد من وقت سباق الماراثون.

### تقويم تكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطالب للمفاهيم.

### مثال إضافي

**الدعاية** التابع  $F(X) = -5X^2 + 50X$  يقرب أرباح شركة ألعاب، حيث  $X$  هي التكلفة التسويقية، و  $F(X)$  هي الربح. ويقاس كلا من التكلفة والربح بعشرات الآلاف من الدولارات.



a. استخدم الرسم البياني لتقدير الربح عندما تكون قيمة التكلفة التسويقية  $30,000$ \$. تأكد من تقدير جبرياً.

**1,050,000\$**

b. استخدم الرسم البياني لتقدير التكلفة التسويقية عندما يكون الربح  $1,250,000$ \$. تأكد من تقدير جبرياً.

**50,000\$**

### تحليل الرسوم البيانية للدوال

**المثال الأول** يعرض كيفية استخدام الرسم

البياني لتقدير التقويم التابع. **المثال الثاني**

يعرض كيفية استخدام الرسم البياني لتحديد

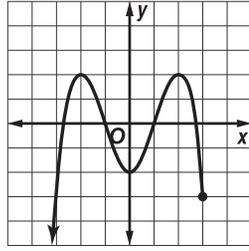
مجال ومدى التابع. **المثال الثالث** يعرض كيفية

إيجاد نقاط التقاطع مع المحور الرأسي للدوال.

**المثال الرابع** يعرض كيفية إيجاد أصفار تابع.

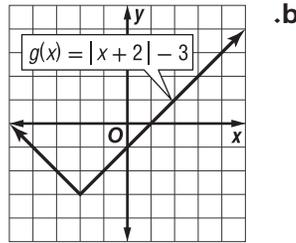
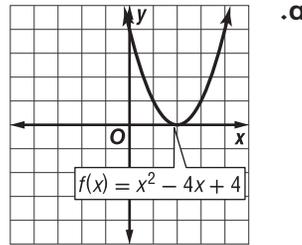
## أمثلة إضافية

2 استخدم الرسم البياني للتابع  $f$  لتحديد المجال و المدى للتابع.



$$[D = (-\infty, 3], R = (-\infty, 2]$$

3 استخدم الرسم البياني لكل تابع لتقدير نقاط التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . ثم احسب نقاط الحصر مع المحور الرأسي  $y$  جبرياً.

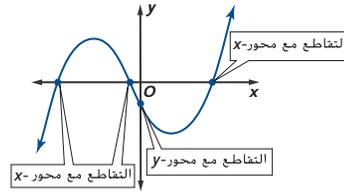


-1

## التدريس باستخدام التكنولوجيا

**تقنية الرسم البياني** استخدم برنامج تتبع يسمح للطلبة برؤية الإحداثيات كلما تحرك المؤشر فوق الرسم البياني. توفر هذه التقنية للطلبة تصحيح فوري لقيمهم المقدر.

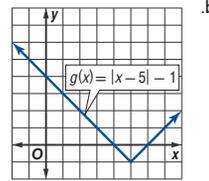
ويطلق على نقطة تلاقي أو تقاطع الرسم البياني مع المحور الرأسي  $y$  أو المحور الأفقي  $x$  لفظ تقاطع. يحدث التقاطع مع المحور الأفقي  $x$  عندما تكون  $y = 0$ . يحدث التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  عندما تكون  $x = 0$ . يمكن لأي رسم بياني لأي دالة أن يكون له نقطة تقاطع مع المحور الأفقي  $x$ ، أو عدة نقاط أو يمكن ألا يكون له أي تقاطع مع المحور الأفقي  $x$ . ولكن لا يمكن أن يكون له أكثر من نقطة تقاطع واحدة مع المحور الرأسي  $y$ .



لتحديد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  لرسم بياني لدالة  $f$  من خلال الجبر، عليك تحديد قيمة  $f(0)$ .

## مثال 3 تحديد نقاط التقاطع مع المحور الرأسي $y$

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير نقاط التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . ثم احسب التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  من خلال الجبر.



### التقدير البياني

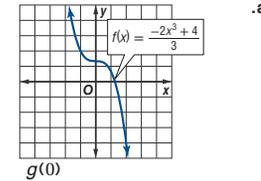
يظهر من الرسم البياني أن  $g(x)$  تتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  عند  $(0, 4)$ . لذا فإن التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  يقع عند 4.

قم بحل المسألة من خلال الجبر

حساب قيمة  $g(0)$ .

$$4 \text{ أو } g(0) = |0 - 5| - 1$$

يقع التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  عند 4.



### التقدير البياني

يظهر من الرسم أن  $f(x)$  تتقاطع مع المحور الرأسي  $y$  تقريباً عند  $(0, 1\frac{1}{3})$ . لذا فإن التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  يقع عند  $1\frac{1}{3}$ .

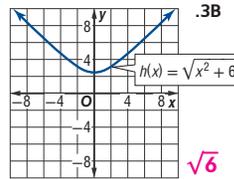
قم بحل المسألة من خلال الجبر

حساب قيمة  $f(0)$ .

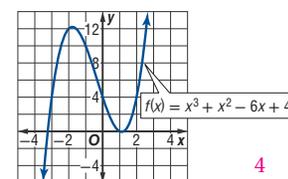
$$\frac{4}{3} \text{ أو } f(0) = \frac{-2(0)^3 + 4}{3}$$

يقع التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  عند  $\frac{4}{3}$  أو  $1\frac{1}{3}$ .

## تمارين موجهة



$\sqrt{6}$



4

ويطلق على نقاط التقاطع مع المحور الأفقي  $x$  لدالة ما، اسم **أصفار** الدالة. ويُطلق على حلول معادلة الرسم البياني اسم **جذور** المعادلة. ولتحديد أصفار الدالة  $f$ ، تساوى الدالة 0 ونحل المعادلة لتحديد قيمة المتغير المستقل.

15

## نصيحة للدراسة

### تسمية المحاور على الرسم البياني

عند تسمية محور على الرسم البياني، تضع رمز المتغير الخاص بالمجال على المحور الأفقي  $x$ ، ورمز المتغير الخاص بالنطاق على المحور الرأسي  $y$ . وتستخدم خلال هذا الكتاب متغيرات مختلفة لتمثيل المجال والنطاق. ولتحقيق الاتساق، سنجد أن  $x$  دائماً ترمز إلى المحور الأفقي، أما  $y$  فترمز دائماً للمحور الرأسي.

## التركيز على المحتوى الرياضي

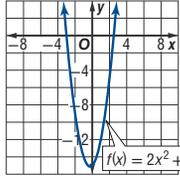
### تمثيل الدوال

يحتوي تمثيل الدوال البياني والجبري على العديد من المعلومات حول العلاقة بين المتغيرين.

- يمكننا الرسم البياني من تحديد الحدود القصوى والدنيا والأصفار ونقاط الحصر مع المحور الرأسي لإبكل سهولة.

- و معادلة التابع تعطينا نفس المعلومات كذلك.

#### مثال 4 تحديد الأصفار



استخدم الرسم البياني للدالة  $f(x) = 2x^2 + x - 15$  لتقدير أصفارها. ثم احسب أصفارها من خلال الجبر.

التقدير البياني

يظهر من الرسم البياني أن التقاطع مع المحور الأفقي  $x$  يقع عند  $-3$  و  $2.5$ .

قم بحل المسألة من خلال الجبر

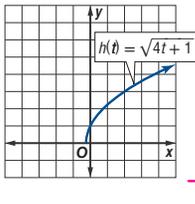
$$\begin{aligned} 2x^2 + x - 15 &= 0 \\ (2x - 5)(x + 3) &= 0 \\ x + 3 = 0 \quad \text{أو} \quad 2x - 5 = 0 \\ x = -3 \quad \quad \quad x &= 2.5 \end{aligned}$$

أصفار  $f$  هي  $-3$  و  $2.5$

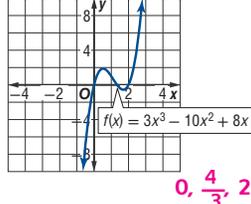
نقل أن  $f(x) = 0$   
حلّل إلى عوامل.  
خاصية الضرب في صفر  
حل المعادلة لتحديد  $x$ .

#### تمارين موجهة

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير أصفارها بالتقريب. ثم احسب أصفارها من خلال الجبر.



4.ب.



14.

**2 تناظر الرسوم البيانية** الرسوم البيانية للعلاقات يمكن أن تتبع نوعين من التناظر. الرسوم البيانية ذات **التناظر المحوري** يمكن ثنيها على طول خط مستقيم، فينطبق النصفين تمامًا. أما الرسوم البيانية ذات **التناظر النقطي** يمكن تدويرها حول نقطة ما  $180^\circ$  وستبدو كما هي. أكثر ثلاثة أشكال مشهورة من التناظر معروضة بالأسفل.

#### مفهوم أساسي اختبارات التناظر

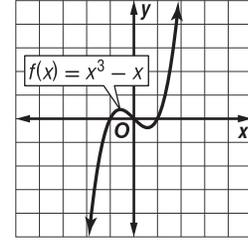
الاختبار الجبري	النموذج	الاختبار البياني
استبدال $y$ بقيمة $-y$ ينتج معادلة مساوية.		يكون الرسم البياني للعلاقة متناظرًا فيما يتعلق بالمحور الأفقي $x$ فقط إذا كان لكل نقطة $(x, y)$ تقع على الرسم البياني تقع النقطة $(x, -y)$ على الرسم البياني أيضاً.
استبدال $x$ بقيمة $-x$ ينتج معادلة مساوية.		يكون الرسم البياني للعلاقة متناظرًا فيما يتعلق بالمحور الرأسي $y$ فقط إذا كان لكل نقطة $(x, y)$ تقع على الرسم البياني تقع النقطة $(-x, y)$ على الرسم البياني أيضاً.
استبدال $x$ بقيمة $-x$ و $y$ بقيمة $-y$ ينتج معادلة مساوية.		يكون الرسم البياني للعلاقة متناظرًا فيما يتعلق بالأصل فقط إذا كان لكل نقطة $(x, y)$ تقع على الرسم البياني تقع النقطة $(-x, -y)$ على الرسم البياني أيضاً.

#### نصيحة للدراسة

التناظر والعلاقات  
الدوال توجد العديد من العلاقات المتناظرة حول المحور الأفقي  $x$  والمحور الرأسي  $y$  ونقطة الأصل. ولكن الدالة الوحيدة التي لها أنواع التناظر الثلاثة هي الدالة الصغرية،  $f(x) = 0$ .

#### مثال إضافي

4 استخدم الرسم البياني للتابع  $f(x) = x^3 - x$  لتحديد أصفاره تقريبياً. ثم احسب أصفاره جبرياً.  
 **$-1, 0, 1$**



#### نصائح للمعلمين الجدد

**إيجاد القيم بيانياً** يجب على الطلاب استخدام مسطرة مدرجة عند محاولة إيجاد التقويم التابع بيانياً. مسطرة تصل لكل محور. هذا سيجعل الأمر أسهل وأكثر دقة.

#### 2 تناظر الرسوم البيانية

**المثال الخامس** يعرض كيفية اختبار الرسم البياني بحثاً عن التناظر المحوري والنقطي. **المثال السادس** يعرض كيفية تحديد ما إذا كانت التابع زوجياً أم فردياً.

ضمن  
المستوى

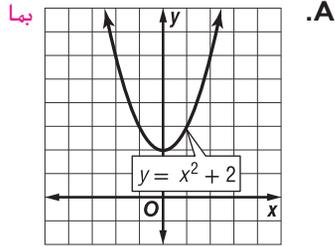
مقارب  
للمستوى

Differentiated Instruction

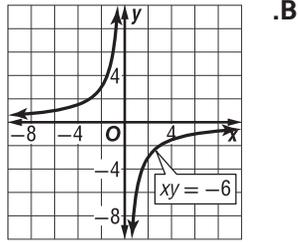
**المتعلمون البصريون أو الحسيون** اجعل الطلاب يجدون المتغيرات المستقلة والتابعة التي تجذب انتباههم. وليصفوا هذه المتغيرات ويحددوا مجال ومدى منطقي لكل تابع. مثلاً مجال مكون من أرقام سالبة قد يكون ذو معنى لدرجات حرارة، ولكن ليس لوقت مستغرق في ممارسة لعبة ما. ثم اجعلهم يرسمون هذه الدوال بيانياً.

## مثال إضافي

5 استخدم الرسم البياني لكل معادلة لتتحقق من التناظر حول المحور الأفقي  $x$  والمحور الرأسي  $y$  ونقطة الأصل. ادعم إجابتك بالأرقام. ثم تحقق منها جبرياً.



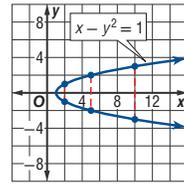
أن  $y = (-x)^2 + 2$  مكافئة لـ  $y = x^2 + 2$  إذن الرسم البياني متناظر حول المحور الرأسي  $y$ .



بما أن  $(-x)(-y) = -6$  يكافئ  $xy = -6$  إذن الرسم البياني متناظر حول نقطة الأصل.

## مثال 5 اختبار التناظر

استخدم الرسم البياني لكل معادلة لتتحقق من التناظر حول المحور الأفقي  $x$  والمحور الرأسي  $y$  ونقطة الأصل. ادعم إجابتك بالأرقام. ثم تحقق منها من خلال الجبر.



$$x - y^2 = 1 \quad \text{a.}$$

التحليل البياني

يبدو من الرسم البياني أنه متناظر فيما يتعلق بالمحور الأفقي  $x$ . لأن لكل نقطة  $(x, y)$  على الرسم البياني توجد نقطة  $(x, -y)$  على الرسم البياني كذلك.

الإثبات الرقمي

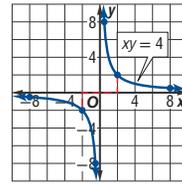
جدول قيم يدعم هذا الاستنتاج.

$x$	2	2	5	5	10	10
$y$	1	-1	2	-2	3	-3
$(x, y)$	(2, 1)	(2, -1)	(5, 2)	(5, -2)	(10, 3)	(10, -3)

اثبت الحل من خلال الجبر.

بما أن قيمة  $x - y^2 = x - y^2$  إذا الرسم البياني متناظر حول المحور الأفقي  $x$ .

$$xy = 4 \quad \text{b.}$$



التحليل البياني

يبدو من الرسم البياني أنه متناظر حول نقطة الأصل. لأن لكل نقطة  $(x, y)$  على الرسم البياني توجد نقطة  $(-x, -y)$  على الرسم البياني كذلك.

الإثبات الرقمي

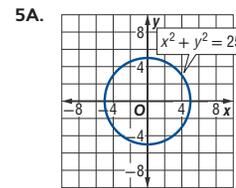
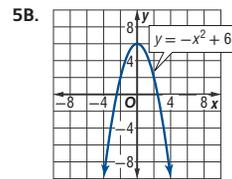
جدول قيم يدعم هذه الفرضية.

$x$	-8	-2	-0.5	0.5	2	8
$y$	-0.5	-2	-8	8	2	0.5
$(x, y)$	(-8, -0.5)	(-2, -2)	(-0.5, -8)	(0.5, 8)	(2, 2)	(8, 0.5)

اثبت الحل من خلال الجبر.

بما أن  $(-x)(-y) = 4$  يكافئ  $xy = 4$  إذا الرسم البياني متناظر حول نقطة الأصل.

## تمارين موجهة



نصيحة للدراسة  
التناظر قد تنتهي الدالة لأكثر من نوع من أنواع التناظر.

5A. بما أن  $y = -(-x)^2 + 6$  يكافئ  $y = -x^2 + 6$  إذا الرسم البياني متناظر حول المحور الرأسي  $y$ .

5B. بما أن  $x^2 + (-y)^2 = x^2 + y^2 = 25$  تكافئ  $(-x)^2 + y^2 = 25$  و  $y^2 = 25$  أيضاً تكافئ  $(-x)^2 + (-y)^2 = 25$  وكذلك تكافئ  $x^2 + y^2 = 25$ .

إذا الرسم البياني متناظر حول المحور الأفقي  $x$  وحول المحور الرأسي  $y$  وحول نقطة الأصل، على الترتيب.

قد يكون الرسم البياني للدالة متناظر فيما يتعلق بالمحور الرأسي  $y$  أو نقطة الأصل. ويطلق على هذه الدوال أسماء خاصة.

مفهوم أساسي الدوال الزوجية والفردية	
الاختبار الجبري	نوع الدالة
$f, f(-x) = f(x)$	الدوال المتناظرة حول المحور الرأسي $y$ تسمى <b>دوال زوجية</b> .
$f, f(-x) = -f(x)$	الدوال المتناظرة حول نقطة الأصل تسمى <b>دوال فردية</b> .

### مثال 6 حدد الدوال الزوجية والفردية

حاسبة بيانية ارسم الدوال الآتية. حلّل الرسم البياني لتحديد ما إذا كانت الدالة زوجية، أو فردية، أو ليست أيًا منهما. أثبت الحل من خلال الجبر. إذا كانت الدالة فردية أو زوجية، فصف تماثل الرسم البياني للدالة.

a.  $f(x) = x^3 - 2x$

يبدو أن الرسم البياني للدالة متناظر حول نقطة الأصل. اختبر هذه الفرضية.

ضع  $-x$  بدلاً من  $x$ .

التبسيط.

خاصية التوزيع

الدالة الأصلية  $f(x) = x^3 - 2x$

الدالة  $f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)$

$= -x^3 + 2x$

$= -(x^3 - 2x)$

$= -f(x)$

الدالة فردية حيث أن  $f(-x) = -f(x)$ . بالتالي، الرسم البياني للدالة متناظر حول نقطة الأصل.

b.  $g(x) = x^4 + 2$

يبدو أن الرسم البياني للدالة متناظر حول المحور الرأسي  $y$ . اختبر هذه الفرضية.

ضع  $-x$  بدلاً من  $x$ .

التبسيط.

الدالة الأصلية  $g(x) = x^4 + 2$

الدالة  $g(-x) = (-x)^4 + 2$

$= x^4 + 2$

$= g(x)$

الدالة زوجية، حيث أن  $g(-x) = g(x)$ . بالتالي، الرسم البياني للدالة متناظر حول المحور الرأسي  $y$ .

c.  $h(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x$

يبدو أن الرسم البياني للدالة قد يكون متناظر حول نقطة الأصل. اختبر هذه الفرضية من خلال الجبر.

ضع  $-x$  بدلاً من  $x$ .

التبسيط.

الدالة  $h(-x) = (-x)^3 - 0.5(-x)^2 - 3(-x)$

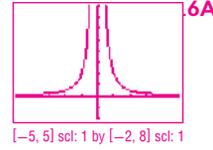
$= -x^3 - 0.5x^2 + 3x$

بما أن  $h(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x$  و  $h(-x) = -x^3 - 0.5x^2 + 3x$ ، فإن  $h(-x) \neq h(x)$  و  $h(-x) \neq -h(x)$ .

6A.  $f(x) = \frac{2}{x^2}$

6B.  $g(x) = 4\sqrt{-x}$

6C.  $h(x) = x^5 - 2x^3 + x$



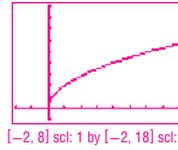
6A.  $f(x) = \frac{2}{x^2}$

$= \frac{2}{(-x)^2}$

$= \frac{2}{x^2}$

$= f(x)$

الدالة زوجية والرسم البياني متناظر حول المحور الرأسي  $y$ .



6B.  $g(x) = 4\sqrt{-x}$

$= 4\sqrt{-(-x)}$

$= 4\sqrt{-x}$

الدالة ليست زوجية أو فردية.



6C.  $h(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + (-x)$

$= -x^5 + 2x^3 - x$

$= -h(x)$

الدالة فردية والرسم البياني متناظر حول نقطة الأصل.

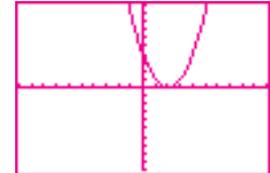
**نصيحة تعليمية**

الدوال الزوجية والفردية من الهام للغاية التأكد من التناظر من خلال الجبر. فالرسوم البيانية التي تبدو متناظرة قد لا تكون كذلك فعلياً.

### مثال إضافي

6 ارسم التابع باستخدام الآلة الحاسبة البيانية. حلل الرسم البياني لتحديد ما إذا كانت التابع زوجي، أو فردي، أو ليست أيًا منهما. أثبت الحل جبرياً. إذا كانت التابع فردياً أو زوجياً، صف تماثل الرسم البياني للتابع.

a.  $f(x) = x^2 - 4x + 4$

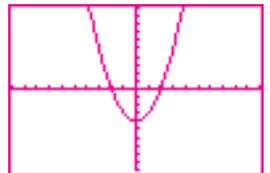


$f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) + 4$

$= x^2 + 4x + 4$

التابع ليس زوجياً أو فردياً.

b.  $f(x) = x^2 - 4$



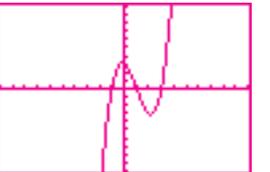
$f(-x) = (-x)^2 - 4$

$= x^2 - 4$

$= f(x)$

التابع زوجي والرسم البياني متناظر حول المحور الرأسي  $y$ .

c.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$



$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x)^2 - (-x) + 3$

$= -x^3 - 3x^2 + x + 3$

التابع ليس زوجياً أو فردياً.

**المتعلمون السمعيون/الموسيقىون** وَفَّتْ مقطوعة موسيقية كلاسيكية لتحديد نقطة منتصف المسافة. اجعل الطلاب يحددون مستوى "الطاقة" لكل 15 ثانية على ورقة رسم بياني. فاجعلهم يضعون علامة تحت المحور الأفقي  $x$  كلما سمعوا نغمة بطيئة أو حزينة، وعلامة فوق المحور الأفقي  $x$  كلما سمعوا نغمة سريعة أو مبهجة. تأكد من أن رسمهم يوضح نقطة منتصف المسافة على المحور الرأسي  $y$ . بعد انتهاء الطلاب من استماعهم ورسمهم، اطلب منهم وصف التشابهات التي قد يرونها وإذا ما كان الرسم البياني زوجي أو فردي أو ليس أي منهما. اسألهم ما إذا كانوا يحبون الموسيقى "زوجية" أم "فردية".

### 3 تمرّن

#### تقويم تكويني

استخدم التمارين من 1-41 لتتحقق من فهم الطلاب.

ثم استخدم الجدول بالأسفل لتضع تقييمك للطلبة.

#### تنبية للتمرين

**المسطرة المدرجة** أثناء قيام الطلاب بتقدير التقويم التابع على الرسم البياني في التمارين 6-1، ذكرهم باستخدام المسطرة المدرجة لزيادة دقة نتائجهم.

#### إجابات إضافية

**7a.** 36,000 طن, 46,000 طن, 54,000 طن;  
35,750 طن, 46,082 طن, 53,113 طن

**7b.** حول عام 2004.

$$x = 11; f(10) = -0.0013(10)^4 + 0.0513(10)^3 - 0.662(10)^2 + 4.128(10) + 35.75 \approx 49; f(12) = -0.0013(12)^4 + 0.0513(12)^3 - 0.662(12)^2 + 4.128(12) + 35.75 \approx 52$$

9.  $D = (-\infty, \infty), R = [2, \infty)$   
10.  $D = (-\infty, \infty), R = [-3, \infty)$   
11.  $D = (-4, 4], R = [-1, 6]$   
12.  $D = (-\infty, 7], R = [-1] \cup (1, \infty)$   
13.  $D = [-5, \infty), R = [-2, \infty)$   
14.  $D = (-\infty, -5) \cup (-5, 3], R = [-5, \infty)$

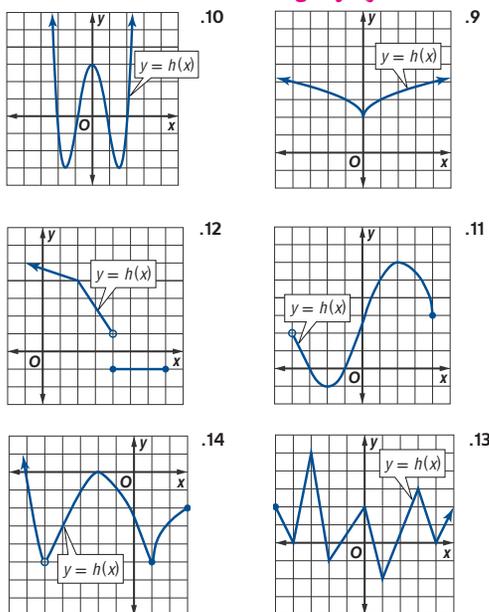
8. المياه يمكن تمثيل استهلاك المياه المعبأة بين عامي 1977 و 2006 باستخدام المعادلة  $f(x) = 9.35x^2 - 12.7x + 541.7$ . حيث  $x$  تمثل عدد الأعوام بعد 1977. (مثال 1)



- a. استخدم الرسم البياني لتقدير كمية استهلاك المياه المعبأة في عام 1994.  
b. احسب كمية الاستهلاك في عام 1994 من خلال. قَرّب إلى أقرب عشرة مليون جالون. **3.03 مليار جالون**  
c. استخدم الرسم البياني لتقدير العام الذي وصلت فيه كمية استهلاك المياه المعبأة إلى 6 مليار جالون. اثبت الحل من خلال الجبر.

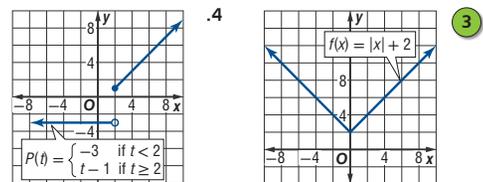
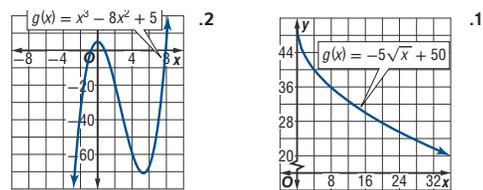
حوالي عام 2002 أو  $x = 25$ ;  
 $f(24) = 9.35(24)^2 - 12.7(24) + 541.7 \approx 5623$ ;  
 $f(26) = 9.35(26)^2 - 12.7(26) + 541.7 \approx 6532$

استخدم الرسم البياني للدالة  $h$  لتحديد المجال والنطاق لكل دالة. (مثال 2)

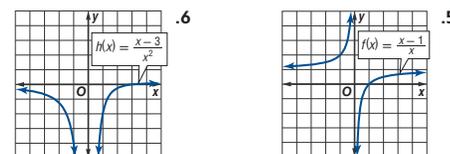


19

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير قيم الدالة المشار إليها. ثم تأكد من تقديرك من خلال الجبر. قَرّب إلى أقرب جزء من مئة. إذا احتجت لذلك. (مثال 1)



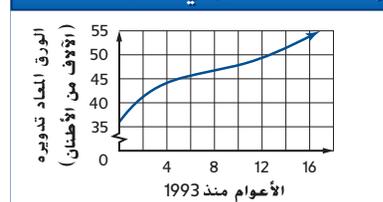
- a.  $P(-6)$  b.  $P(2)$  c.  $P(9)$   
-3 1 8



- a.  $f(-3)$  b.  $f(0.5)$  c.  $f(0)$   
غير مُعرف -1 3

7. إعادة التدوير كمية الورق المعاد تدويره في الولايات المتحدة مقاسة بالألف طن بين عامي 1993 و 2007 يمكن تمثيلها بالمعادلة  $p(x) = -0.0013x^4 + 0.0513x^3 - 0.662x^2 + 4.128x + 35.75$ . حيث تمثل  $x$  عدد الأعوام بعد 1993. (مثال 1) **a-b**. انظر الهامش.

#### إعادة تدوير الورق في الولايات المتحدة



- a. استخدم الرسم البياني لتقدير كمية الورق المعاد تدويره في عام 1993 و 1999 و 2006. ثم اوجد كل قيمة من خلال الجبر.  
b. استخدم الرسم البياني لتقدير العام الذي وصلت فيه كمية الورق المعاد تدويره إلى 50,000 طن. اثبت الحل من خلال الجبر.

مقارب للمستوى

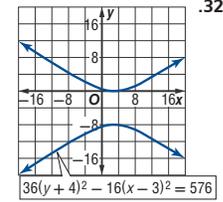
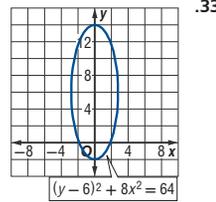
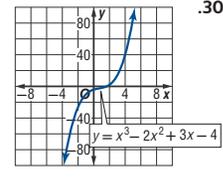
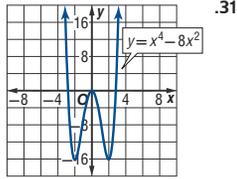
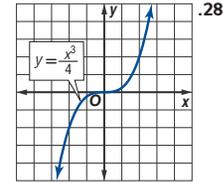
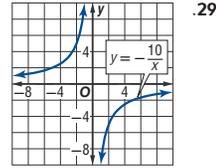
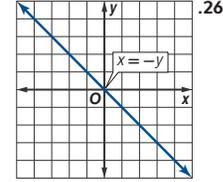
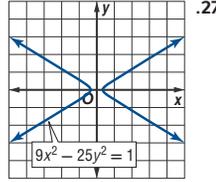
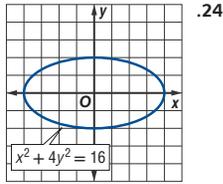
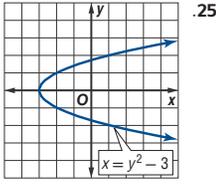
أعلى من المستوى

ضمن المستوى

#### Differentiated Homework Options

خيار اليومين		التقييم	المستوى
2-40 زوجي, 69, 106-75, -73	odd, 1-41 107-110	110-75, 73-69, 41-1	مقارب للمستوى مستوى المعالجة
75-106, 42-73	110-107, 1-41	odd, 44-47, 43-1, 49-53 فردي, 54, 55, 57, 61-59, 63-67 فردي, 110-75, 73-69	ضمن المستوى في المستوى
		42-110	أعلى من المستوى المستوى المتقدم

استخدم الرسم البياني لكل معادلة لتتحقق من التناظر حول المحور الأفقي  $x$  والمحور الرأسي  $y$  ونقطة الأصل. ادعم إجابتك بالأرقام. ثم تحقق منها من خلال الجبر. (مثال 5)



24-33. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

حاسبة بيانية ارسم الدوال الآتية. حلّ الرسم البياني لتحديد ما إذا كانت الدالة زوجية، أو فردية، أو ليست أيًا منهما. اثبت الحل من خلال الجبر. إذا كانت الدالة فردية أو زوجية. فصف تماثل الرسم البياني للدالة. (مثال 6)

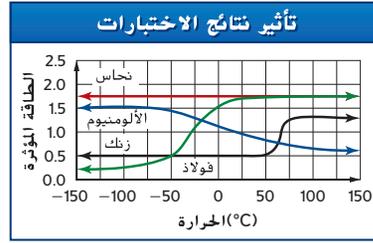
35.  $f(x) = -2x^3 + 5x - 4$       34.  $f(x) = x^2 + 6x + 10$

34-41.  $h(x) = \sqrt{x^2 - 9}$       36.  $g(x) = \sqrt{x + 6}$

انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.      39.  $f(x) = |x^3|$       38.  $h(x) = |8 - 2x|$

41.  $g(x)$       40.  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$

15. الهندسة أجريت عدة اختبارات على السلوك الفيزيائي لأربعة نماذج معدنية في درجات حرارة مختلفة. مفاصة بالدرجة المئوية. أما الطاقة المؤثرة أو الطاقة الممتصة بواسطة العينة أثناء الاختبار. فتم قياسها بالجول. ويعرض الشكل نتائج الاختبارات. (مثال 2-أ) انظر الهامش.

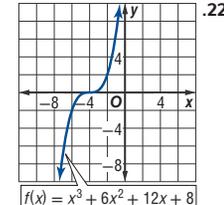
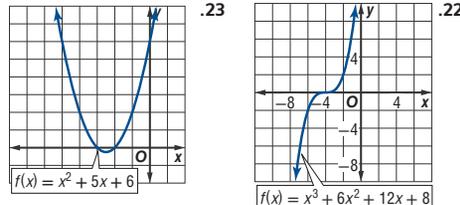
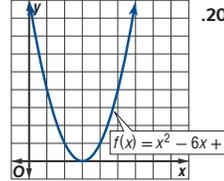
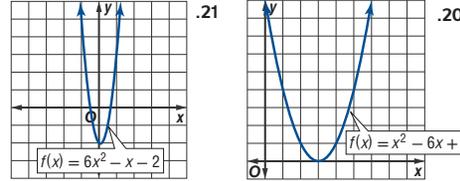
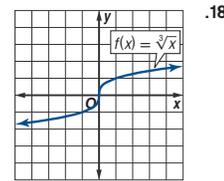
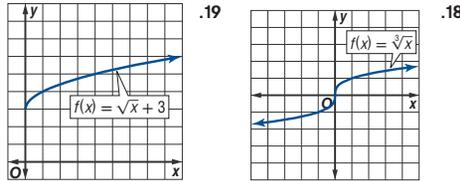
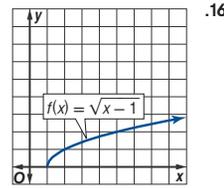
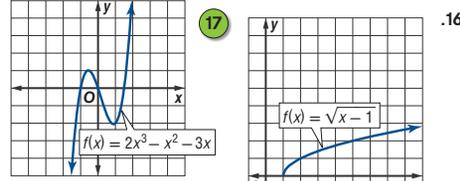


a. اذكر مجال وتطاق كل دالة.

b. استخدم الرسم البياني لتقدير الطاقة المؤثرة لكل معدن عند درجة حرارة صفر مئوية.

16-23. انظر الهامش.

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  والأصفر. ثم اوجد هذه القيم من خلال الجبر. (المثالين 3 و 4)



20 | الدرس 1-2 | تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات

إجابات إضافية

15a. إجابة نموذجية: النحاس:

$D = [-150, 150]$ ,  $R = [1.75, 150]$ ؛  
الألمنيوم:  $D = [-150, 150]$ ,  $R = [0.5, 1.3]$ ؛  
الصلب:  $D = [-150, 150]$ ,  $R = [0.2, 1.75]$

15b. إجابة نموذجية: النحاس:  $J \approx 1.75$ ،  
الألمنيوم  $J \approx 1.2$ ، زنك  $J \approx 0.5$ ،  
الصلب  $J \approx 1.5$

16. لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . الأصفر:  $J$ ؛

$\sqrt{x-1} = 0$   
 $(\sqrt{x-1})^2 = (0)^2$   
 $x-1 = 0$   
 $x = 1$

17. نقاط التقاطع مع المحور الرأسي

$y = 0$ : الأصفر:  $0, 1, \frac{3}{2}$ ؛  
 $2x^3 - x^2 - 3x = 0$

$x(2x-3)(x+1) = 0$   
 $x = 0$  or  $2x-3 = 0$  or  $x+1 = 0$   
 $x = -1$        $x = \frac{3}{2}$

18. نقاط الحصر مع المحور الرأسي  $y = 0$ . الأصفر:  $0$ ؛

$\sqrt[3]{x} = 0$   
 $(\sqrt[3]{x})^3 = (0)^3$   
 $x = 0$

19. نقاط الحصر مع المحور الرأسي  $y = 3$ . لا توجد أصفر

$\sqrt{x} + 3 = 0$   
 $\sqrt{x} \neq -3$

20. نقاط الحصر مع المحور الرأسي  $y = 9$ . الأصفر:  $3$ ؛

$x^2 - 6x + 9 = 0$   
 $(x-3)^2 = 0$   
 $x-3 = 0$   
 $x = 3$

21. نقاط الحصر مع المحور الرأسي

$y = -2$ . الأصفر:  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ؛  
 $x^2 - x - 2 = 06$

$x+1)(3x-2) = 02$   
 $2x+1 = 0$  or  $3x-2 = 0$   
 $x = \frac{2}{3}$        $x = -\frac{1}{2}$

22. نقاط الحصر مع المحور الرأسي  $y = 8$ . الأصفر:  $-2$ ؛

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$   
 $(x+2)^3 = 0$   
 $x+2 = 0$   
 $x = -2$

20 | الدرس 1-2 | تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات

**a-d. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.**

46. الدوال اعتبر الدالة  $f(x) = x^n$ .

- a. استخدم حاسبة بيانية لرسم الدالة  $f(x)$  لقيم المتغير  $n$  في النطاق  $1 \leq n \leq 10$ .  
 b. اذكر مجال ونطاق كل دالة.  
 c. صف تناظر كل دالة.  
 d. توقع مجال ونطاق وتناظر الدالة  $f(x) = x^{35}$ . اشرح إجابتك.

47. علم الأدوية افترض أنه يمكن تمثيل عدد الميليغرامات لمسكنات الألم في مجرى الدم بعد عدد ساعات  $x$  من أخذ الجرعة الدوائية بالمعادلة التالية  $f(x) = 0.5x^4 + 3.45x^3 - 96.65x^2 + 347.7x$ .

**47a-ب انظر الهامش.**

- a. استخدم حاسبة بيانية لرسم الدالة.  
 b. اذكر مجال الدالة. اشرح إجابتك.  
 c. ما هو الحد الأقصى التقريبي لكمية مسكن الألم بالميليغرامات الموجودة في مجرى الدم؟

**346 ميللي جرام تقريباً**

حاسبة بيانية ارسم وحدد أصفار كل دالة. تأكد من إجاباتك من خلال الجبر.

48.  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x + 3}$  49.  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x + 3}$

50.  $h(x) = \sqrt{x^2 + 4x} + 3$  51.  $h(x) = 2\sqrt{x + 12} - 8$

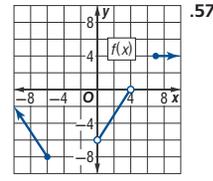
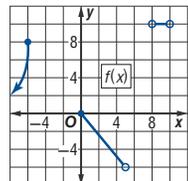
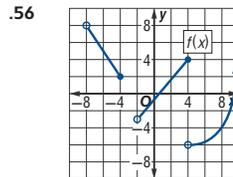
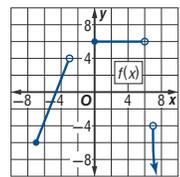
52.  $g(x) = -12 + \frac{4}{x}$  53.  $g(x) = \frac{6}{x} + 3$

**48-53 انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.**

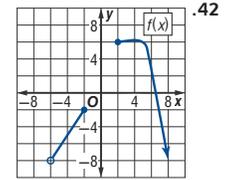
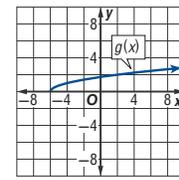
54. التليفزيون يمكن تمثيل عدد الأسر  $h$  المشتركة في خدمة الكابل الأساسية بين عامي 1980 و 2006 بالمعادلة التالية  $h(x) = -0.115x^2 + 4.43x + 25.6$ ,  $1980 \leq x \leq 2006$  حيث  $x$  عدد الأعوام بعد 1980. انظر الهامش.  
 a. استخدم الآلة الحاسبة راسمة الدوال لرسم الدالة.  
 b. ما هي حول الأسر المشتركة في خدمة الكابل الأساسية عام 1999؟ قُرّب إلى أقرب حول مئوية. 68%  
 c. في أي عام/أعوام كانت حول المشتركين أكبر من 65%؟

**بين عامي 1994 و 2004**

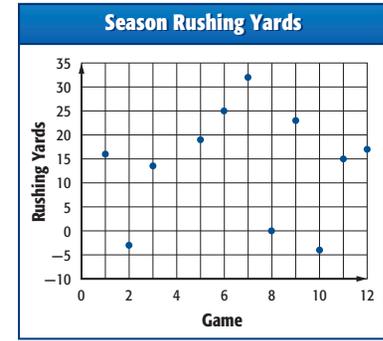
استخدم الرسم البياني للدالة  $f$  لتحديد المجال و النطاق لكل دالة. 55-58. انظر الهامش.



استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير قيم الدالة المشار إليها.  
**42a. -2 42b غير معرف 42c غير معرف**

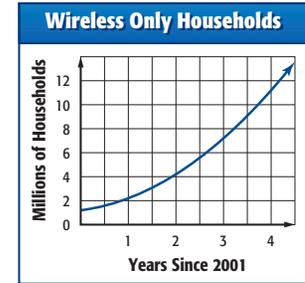


- a.  $g(-8)$  b.  $g(-6)$  c.  $g(-2)$  b.  $g(-8)$  b.  $g(-6)$  c.  $g(-2)$   
 44. كرة التدم يظهر عدد اليرادات التي ركضها لاعب الهجوم الخلفي في كل مباراة في الموسم في الشكل الموضح. **a. انظر الهامش.**

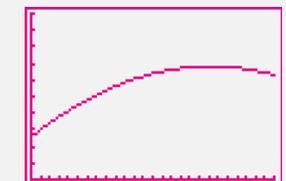


- a. اذكر مجال ومدى هذه العلاقة.  
 b. في أية مباراة لم يركض اللاعب على الإطلاق؟ المباراة 8

45. الهواتف يمكن تمثيل عدد الأسر التي لديها خدمات الهاتف اللاسلكي  $h$  بين عامي 2001 و 2005 بالمعادلة  $h(x) = 0.5x^2 + 0.5x + 25.6$ ,  $2001 \leq x \leq 2005$  حيث  $x$  يمثل عدد الأعوام بعد عام 2001. **a-d انظر الهامش.**



- a. اذكر المجال والنطاق التقريبي.  
 b. استخدم الرسم البياني لتقدير عدد الأسر التي لديها خدمات الهاتف اللاسلكي في عام 2003. ثم احسبها من خلال الجبر.  
 c. استخدم الرسم البياني لتقدير نقاط التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  للدالة. ثم احسبها من خلال الجبر. ماذا يمثل التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ ؟  
 d. هل لهذه الدالة أصفار؟ إذا كانت الإجابة نعم يوجد. فعَدّر هذه الأصفار و اشرح المعنى وراءها. إذا كانت الإجابة لا يوجد. فاشرح السبب.



[0, 26] scl: 2 by [0, 100] scl: 10

55.  $D = (-8, -4) \cup (-2, \infty)$ ,  $R = (-6, \infty)$   
 56.  $D = [-7, -3] \cup [0, 6] \cup (7, \infty)$ ,  $R = (-\infty, 4) \cup [6]$

**احذر!**

خطأ شائع في التمرين 44. قد يصف بعض الطلاب مجال العلاقة كالتالي  $[1, 12]$ . ذكر الطلاب أن العلاقة التي لها مجال مكون من نقاط فردية، علاقة متقطعة. ولا يمكن وصف مجال تابع متقطعة باستخدام فترة تتضمن عدد لا نهائي من القيم الحقيقية.

**إجابات إضافية**

44a.  $D = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$R = \{16, -3, 13, 19, 25, 32, 0, 23, -4, 15, 17\}$

45a.  $D = \{x \mid 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$

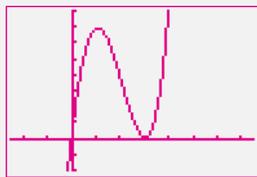
$R = \{y \mid 1.2 \leq y \leq 11.2, y \in \mathbb{R}\}$

45b. الإجابة النموذجية: 4.1 مليون , 4.2 مليون

45c. الإجابة النموذجية: 1.1, 1.2. يمثل

نقاط الحصر مع المحور الرأسي لعدد الأسر بالملايين التي لديها خدمة الهاتف اللاسلكي فقط في عام 2001.

45d. لا؛ إجابة نموذجية: يحتوي المجال على عدد أسر أكبر من الصفر، لديهم خدمة الهاتف اللاسلكي فقط في كل الأعوام.



[-5, 15] scl: 2 by [-100, 400] scl: 50

47b.  $[6, 0]$ . يمثل المجال المرتبط

الفترة الزمنية التي تبدأ عند إعطاء الجرعة أول مرة ، وتنتهي عند خروج المسكن من مجرى الدم. لأن الزمن لا يمكن أن يكون سلبياً.  $x \geq 0$ . كانت كمية مسكن الألم في مجرى الدم صفر عند إعطاء أول جرعة. عند  $x = 0$ . وأصبح صفر أيضاً عند  $x = 6$ . ولهذا،  $x \leq 6$ . بدمج هذه القيود يصبح المجال الخاص بهذا الوضع هو  $\{x \mid 0 \leq x \leq 6\}$  أو  $[0, 6]$ .

## مسائل التفكير البرتب عالي المستوى

أسئلة مفتوحة ارسم الرسم البياني الذي يطابق كل وصف.

69. تمر عبر النقط  $(-3, 8)$ ,  $(-4, 4)$ ,  $(-5, 2)$ ,  $(-8, 1)$  ومتناظرة حول المحور الرأسي  $y$ .
70. تمر عبر النقط  $(0, 0)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(3, 12)$ ,  $(4, 24)$  ومتناظرة حول المحور الرأسي  $x$ .
71. تمر عبر النقط  $(-3, -18)$ ,  $(-2, -9)$ ,  $(-1, -3)$  ومتناظرة حول نقطة الأصل.

72. تمر عبر النقط  $(4, -16)$ ,  $(6, -12)$ ,  $(8, -8)$  وتمثل دالة زوجية

69-72. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

73. الكتابة في الرياضيات اشرح لم يمكن لأي رسم بياني لأي دالة أن يكون له نقطة تقاطع مع المحور الأفقي  $x$  أو عدة نقاط أو يمكن ألا يكون له أي تقاطع مع المحور الأفقي، ولكن لا يمكن أن يكون له أكثر من نقطة تقاطع وحيدة مع المحور الرأسي  $y$ .

انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

74. تحدي استخدم حاسبة بيانية لرسم الدالة

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^3 - 4x^2 - 12x}$$

خلال الجبر، اشرح استدلالك. ثم تأكد من المجال من

انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

الاستدلال حدد ما إذا كانت الجملة التالية صحيحة أم خاطئة. اشرح استدلالك.

75. نطاق الدالة  $f(x) = nx^2$ ، حيث  $n$  تمثل أي عدد صحيح  $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$ .

76. نطاق الدالة  $f(x) = \sqrt{nx}$ ، حيث  $n$  تمثل أي عدد صحيح  $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$ .

77. كل الدوال الفردية متناظرة حول الخط  $y = -x$ .

78. إذا دارت دالة زوجية بزواوية  $180n^\circ$  حول نقطة الأصل، حول  $n$  عدد صحيح، ستظل دالة زوجية.

75-78. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

الاستدلال إذا كانت  $a(x)$  دالة فردية، فحدد ما إذا كان  $b(x)$  فردية أو زوجية أو ليست أي منهما، أو لا يمكن التحديد. اشرح استدلالك.

79-83. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

79.  $b(x) = a(-x)$

80.  $b(x) = -a(x)$

81.  $b(x) = [a(x)]^2$

82.  $b(x) = a(|x|)$

83.  $b(x) = [a(x)]^3$

84-87. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

الاستدلال اذكر ما إذا كان الرسم البياني لكل نوع من أنواع التناظر، يمثل دائماً، أو أحياناً دالة أو لا يمثلها أبداً. اشرح استدلالك.

84. متناظر حول للخط  $x = 4$

85. متناظر حول للخط  $y = 2$

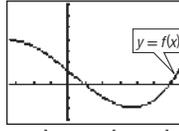
86. متناظر حول للخط  $y = x$

87. متناظر حول لكلا المحورين  $x$  و  $y$

انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

88. الكتابة في الرياضيات هل يمكن لدالة ما أن تكون زوجية وفردية في نفس الوقت؟ اشرح استدلالك.

59. التعداد السكاني يمكن تمثيل تغير حول التعداد السكاني في أعوام 1930 إلى 1940، و1940 إلى 1950 وهكذا لمدينة محددة في الولايات المتحدة، بين عامي 1930 إلى 2000 بالمعادلة  $f(x) = 0.0001x^3 - 0.001x^2 - 0.825x + 12.58$  حيث تمثل  $x$  عدد الأعوام بعد عام 1930.



[-50, 100] scl: 15 by [-30, 70] scl: 10

- a. اذكر المجال والنطاق التقريبي لهذا المجال.
- b. استخدم الرسم البياني لتقدير نقاط التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . ثم احسب التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  من خلال الجبر. ماذا يمثل التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ ؟
- c. حدد ومثل أصغار الدالة.
- d. استخدم المعادلة لتحديد تغير حول التعداد السكاني المتوقع في عام 2080. هل تبدو هذه الإجابة واقعية؟ اشرح إجابتك.
- a-d. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.
60. البورصة يمكن تمثيل حول ثقلب سعر سهم  $p$  في سنة واحدة بالمعادلة التالية  $p(x) = 0.0005x^4 - 0.0193x^3 + 1.04x^2 - 0.243x + 1.04$  حيث ترمز  $x$  إلى عدد الأشهر التالية لشهر يناير.
- a. استخدم حاسبة بيانية لرسم الدالة.
- b. اذكر المجال والنطاق التقريبي.
- c. استخدم الرسم البياني لتقدير نقاط التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ . ثم احسب التقاطع مع المحور الرأسي  $y$  من خلال الجبر. ماذا يمثل التقاطع مع المحور الرأسي  $y$ ؟
- d. حدد ومثل أصغار الدالة.

61. التمثيل المتعدد في هذه المسألة سوف تتحقق من نطاق قيم الدالة،  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  مع الاقتراب  $x$  من 2.

a. مُجدول أنسخ واستكمل الجدول أدناه. اجمع قيمة أخرى يسار ويمين قيمة 2.

b-d. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

$x$	1.99	1.999	2	2.001	2.01
$f(x)$	100-	1000-	غير محدد	1000	100

- a. تحليلياً استخدم الجدول من النقطة أ لوصف سلوك الدالة كلما اقتربت  $x$  من 2.
- b. بيانياً ارسم الدالة بيانياً. هل الرسم البياني يدعم فرضيتك في النقطة b؟ اشرح.
- c. كلامياً ضع فرضيتك حول سبب اقتراب الرسم البياني للدالة من القيم المستنتجة في النقطة C. و اشرح أي تناقضات في الرسم البياني.
- 62-69. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.
- حاسبة بيانية ارسم الدوال الآتية. حلل الرسم البياني لتحديد ما إذا كانت الدالة زوجية، أو فردية، أو ليست أي منهما. اثبت الحل من خلال الجبر. إذا كانت الدالة فردية أو زوجية، صف تماثل الرسم البياني للدالة.
62.  $f(x) = x^2 - x - 6$
63.  $g(n) = n^2 - 37$
64.  $h(x) = x^6 + 4$
65.  $f(g) = g^9$
66.  $g(y) = y^4 + 8y^2 + 81$
67.  $h(y) = y^5 - 17y^3 +$
68.  $h(b) = b^4 - 2b^3 - 13b^2 + 14b + 24$

## 4 قَوْم

تسمية الرياضيات اذكر الخطوات المطلوبة للتحقق جبرياً من حالة التابع سواء كانت فردي أو زوجي أو ليست أيًا منهما.

1. إذا كان التابع  $f(x) = f(-x)$  فإن التابع يكون زوجي.
2. إذا كان التابع  $f(x) = -f(-x)$  فإن التابع يكون فردياً.
- 3- إذا كان التابع  $f(x) \neq f(-x)$  أو  $f(x) \neq -f(-x)$  فإن التابع ليست زوجية أو فردية.

## إجابات إضافية



60a.  $[0, 11]$  scl: 1 by  $[-0.5, 1.5]$  scl: 0.25

60b.  $D = [0, 11]$ ,  $R = [-0.3, 1.04]$

60c. 1.04; إجابة نموذجية: يمثل نقاط الحصر مع المحور الرأسي لأنسبة تأرجح الأسهم الأولية.

60d. 1.5. 5. 2. يمثل الأصفار الشهور التي عادت فيها الأسهم لقيمتها الأصلية.

اوجد قيمة كل دالة. (الدرس 1-1)

89.  $g(x) = x^2 - 10x + 3$  .a  $g(2) = -13$  .b  $g(-4) = 3$  .c  $g(1) = 9n^2 - 24n - 6$

90.  $h(x) = 2x^2 + 4x - 7$  .a  $h(-9) = 119$  .b  $h(3x) = 18x^2 + 12x - 7$  .c  $h(2+m) = 2m^2 + 12m + 9$

91.  $p(x) = \frac{2x^3 + 2}{x^2 - 2}$  .a  $p(3) = 8$  .b  $p(x^2) = \frac{2x^3 + 2}{x^4 - 2}$  .c  $p(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + 2x + 4}{x^2 + 2x - 1}$

درجات منتصف الوحدة				
89	76	91	72	81
81	65	74	80	74
73	92	76	83	96
66	61	80	74	70
97	78	73	62	72

96.  $(B - 3A) - 2 = \begin{bmatrix} -42 & 32 \\ -34 & 72 \end{bmatrix}$

99.  $49^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{7}$  .99  
102.  $36^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{216}$  .102

92. الدرجات درجات أعمال السنة لمادة الكيمياء لعدد 25 طالب هي كما يلي. أوجد مقياس الانتشار لمجموعة البيانات. (الدرس 8-0)

النطاق = 36، التباين 92.57، الانحراف القياسي 9.62 ≈  
93. أوراق اللعب كم عدد مجموعات أوراق اللعب (5 بطاقات) المحتملة - من مجموعة كاملة 52 بطاقة - التي تناسب كل وصف تالي. (الدرس 7-0)

- a. 3 قلوب و 2 شباتي 22,308  
b. ورقة رقم 1 و 2 ولد و 2 ملك 144  
c. كل أوراق الشخصيات 792

اوجد قيم التالي. إذا كان  $A = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -5 & 11 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ . (الدرس 6-0)

94.  $4A - 2B = \begin{bmatrix} -30 & 26 \\ -24 & 50 \end{bmatrix}$   
95.  $3C + 2A$  لا يوجد حل

احسب كل رمز. (الدرس 4-0)

97.  $27^{\frac{1}{3}} = 3$  .97  
98.  $64^{\frac{5}{6}} = 32$  .98  
100. 1 .100  
101.  $25^{\frac{3}{2}} = 125$  .101

103. علم الوراثة افترض أن  $R$  و  $W$  يمثلان 2 من الجينات التي يمكن أن يرثها نبات ما من والديه. تمثل حدود التوسع  $(R + W)^2$  الأزواج المحتملة للجينات في الذرية. اكتب  $(R + W)^2$  كمعادلة كثيرة الحدود. (الدرس 3-0)

$R^2 + 2RW + W^2$

التبسيط. (الدرس 2-0)

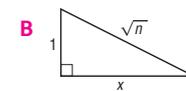
106.  $12 - 31i$  (2 - i)(3 + 2i)(1 - 4i)

105.  $1 + 4i$

104.  $5 + 10i$  (2 + i)(4 + 3i)

## مراجعة القدرات للاختبارات القياسية

107. SAT/ACT في الشكل المجاور. إذا كان  $n$  رقم حقيقي أكبر من 1. ما هي قيمة  $x$  بدلالة  $n$ ؟



$n + E$        $C$        $A$   
 $n - 1 D$        $B$

108. مراجعة أي متباينة نصف النطاق للدالة  $f(x) = x^2 + 3$  ذات المجال  $-2 < x < 3$ ؟

$1 < y < 9$  H       $5 \leq y < 9$  F  
 $1 \leq y < 9$  J       $2 < y < 10$  G

109. أيًا من الدوال الآتية دالة زوجية؟ B

- a.  $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 8$   
b.  $g(x) = 3x^6 + x^4 - 5x^2 + 15$   
c.  $m(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 35x$   
d.  $h(x) = 4x^6 + 2x^4 + 6x - 4$

110. أي من الآتي يعتبر مجال للدالة F ؟  $g(x)$

- a.  $(-\infty, 0) \cup (0, 16) \cup (16, \infty)$   
b.  $(-\infty, 0] \cup [16, \infty)$   
c.  $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$   
d.  $(-\infty, -4) \cup (-4, 4) \cup (4, \infty)$

توسّع افتراض أن التابع  $f(x)$  زوجي و أن التابع  $g(x)$  فردي. فإذا كان  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ، هل التابع  $h(x)$  زوجي أم فردي أم ليس أيًا منهما؟ برر إجابتك. فردي؛ إجابة نموذجية:

$$\begin{aligned} &= f(-x) \cdot g(-x)h(-x) \\ &= f(x) \cdot -(g(x)) \\ &= f(x) \cdot g(x) \\ &= -h(x) \end{aligned}$$