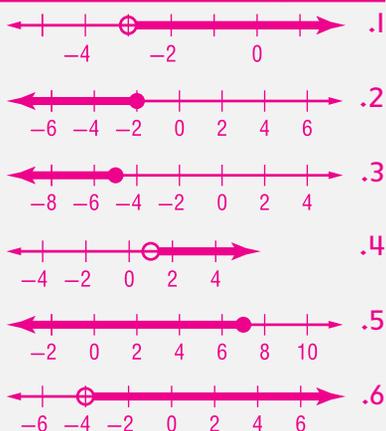


إجابات إضافية



أسئلة هامة

كيف تُمثل الأفكار الرياضي؟

الإجابة النموذجية: يمكنك تمثيل الأفكار الرياضي شفهياً و جبرياً و رقمياً وبيانياً. فمثلاً يمكن وصف تابع ما بالكلمات، أو على شكل معادلة، أو على شكل جدول التقويم، أو تمثيل بياني.

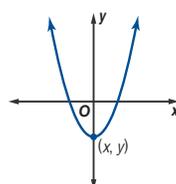
ما هي أهمية الرموز في الرياضيات؟
الإجابة النموذجية: يمكنك الرموز من التعبير عن المفاهيم الرياضية بطرق مختصرة.

الأساسي المفهوم

5. ص. رمز الفترة (interval notation)
5. ص. الدالة (function)
7. ص. رمز الدالة (function notation)
7. ص. المجال الضمني (implied domain)
15. ص. الأصفار (zeros)
15. ص. الجذور (roots)
18. ص. الدالة الزوجية (even function)
18. ص. الدالة الفردية (odd function)
24. ص. النهاية (limit)
28. ص. السلوك الطرفي (end behavior)
34. ص. التصاعدية (increasing)
34. ص. التنازلية (decreasing)
34. ص. الثابتة (constant)
36. ص. القيمة العظمى (maximum)
36. ص. القيمة الصغرى (minimum)
36. ص. القيم العظمى (extrema)
38. ص. الخط القاطع (secant line)
45. ص. الدالة الأصلية (parent function)
46. ص. التحويل (transformation)
48. ص. الانعكاس (reflection)
49. ص. تغيير الأبعاد بمقياس (dilation)
58. ص. التركيب (composition)

مفردات للمراجعة

parabola القطع المكافئ: ص. P9 التمثيل البياني لدالة تربيعية



المنحدر • المهارة اللازمة • نسبة التغير في إحداثيات y إلى التغير في إحداثيات x

الاستعداد للفصل

التحقق من الاستعداد أدي نقاط التحقق السريع التالية للتحقق من أنك لديك المهارات اللازمة.

التحقق السريع

ارسم كل متباينة على خط أعداد. (مهارة لازمة) 1-6. انظر الهامش.

1. $x > -3$
2. $x \leq -2$
3. $x \leq -5$
4. $x > 1$
5. $7 \geq x$
6. $-4 < x$

حل كل معادلة من معادلات y . (مهارة لازمة)

7. $y - 3x = 2$
8. $y + 4x = -5$
9. $2x - y^2 = 7$
10. $y = -5 - 4x$
11. $9 + y^3 = -x$
12. $y^3 - 9 = 11x$
13. $y = \pm\sqrt{2x - 7}$
14. $y = \pm\sqrt{-3x - 5}$
15. $y = \sqrt[3]{11x + 9}$
16. $y = \sqrt[3]{-x - 9}$

13. الدونات يستخدم أحد المخازن المعادلة $12D = n$. حيث ترمز D إلى عدد دستات كعك الدونات المباع، وترمز n إلى إجمالي عدد كعك الدونات المباع. لتحديد عدد دستات كعك الدونات التي تم بيعه. حل المعادلة فيما يتعلق بالرمز D . واحسب عدد دستات كعك الدونات التي بيعت إذا ما كان قد تم بيع 306 كعكة دونات. (مهارة لازمة)

$$D = \frac{n}{12}; 25.5 \text{ دستة من الدونات}$$

احسب قيمة كل رمز باستخدام قيمة المتغير المحددة. (مهارة لازمة)

14. $3y - 4, y = 2$
15. $2b + 7, b = -3$
16. $x^2 + 2x - 3, x = -4a$
17. $5z - 2z^2 + 1, z = 5x$
18. $-4c^2 + 7, c = 7a^2$
19. $2 + 3p^2, p = -5 + 2n$

20. درجة الحرارة يمكن استخدام المعادلة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. حيث تمثل C إحدى

بدرجات الحرارة بالدرجات المئوية و F بدرجات فهرنهايت للتحويل بين الوجدتين. إذا كانت درجة الحرارة على أحد مقياس درجة الحرارة تساوي 73 درجة فهرنهايت، فكم تكون درجة الحرارة بالدرجات المئوية مغربة لأقرب عشرة؟ (مهارة لازمة) 22.8°C

الدوال

.. قبل ذلك .. الآن .. السبب



1 استخدمت رمز المجموعة للتدليل على العناصر والمجموعات الجزئية والمجموعات المكتملة. (الدرس 1-0)

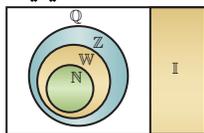
2 ستتحقق من الدوال وتقييمها وتوضح مجالها.

بشمل العديد من الأحداث التي تحدث في الحياة اليومية كميتهن متصلتين. على سبيل المثال، لتشغيل آلة بيع. تدرج المال وتنتفي خياراً. تخرج الماكينة العنصر المختار وأي باقي مستحق من المال. بمجرد الاختيار، تعتمد كمية الباقي الذي تحصل عليه على كمية المال التي وضعتها في الماكينة.

1 وصف المجموعات الجزئية للأعداد الحقيقية تُستخدم الأعداد الحقيقية لوصف الكميات مثل المال والمسافة. تشمل مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} المجموعات الجزئية للأعداد التالية.

المفهوم الأساسي للأعداد الحقيقية

أمثلة	المجموعة	الحرف
$0.125, \frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.666\dots$	الأرقام الحقيقية	\mathbb{Q}
$\sqrt{3} = 1.73205\dots$	الأرقام غير الحقيقية	\mathbb{I}
$-5, 17, -23, 8$	الأعداد الصحيحة	\mathbb{Z}
$0, 1, 2, 3, \dots$	الأعداد الكلية	\mathbb{W}
$1, 2, 3, 4, \dots$	الأعداد الطبيعية	\mathbb{N}

الأعداد الحقيقية (\mathbb{R})

يمكن وصف مجموعات الأعداد الحقيقية هذه ومجموعات الأعداد الحقيقية الأخرى باستخدام رمز بناء المجموعات. رمز بناء المجموعات يستخدم خصائص الأعداد الموجودة في المجموعة لتعريف المجموعة.



مثال 1 استخدام رمز بناء المجموعات

صف مجموعة الأعداد باستخدام رمز بناء المجموعات.

a. $\{8, 9, 10, 11, \dots\}$

تشمل المجموعة جميع الأعداد الكلية الأكبر من أو التي تساوي 8.

تقرأ كالاتي مجموعة جميع العناصر x بحيث تكون x أكبر من أو تساوي 8 وتكون x هي أحد عناصر مجموعة الأرقام الكلية. $\{x \mid x \geq 8, x \in \mathbb{W}\}$

b. $x < 7$

مالم ينص على خلاف ذلك، ينبغي أن نفترض أن المجموعة المحددة تتكون من أعداد حقيقية. لذا، تحتوي المجموعة على جميع الأعداد الحقيقية أقل من 7. $\{x \mid x < 7, x \in \mathbb{R}\}$

c. جميع مضاعفات الثلاثة

تشمل المجموعة جميع الأعداد الصحيحة التي تمثل مضاعفات الثلاثة. $\{x \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$

تمارين توجيهية

1.A. $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ 1.B. $x \leq -3$ 1.C. جميع مضاعفات π

$\{x \mid x \geq 1, x \in \mathbb{N}\}$ $\{x \mid x \leq -3, x \in \mathbb{R}\}$ $\{x \mid m\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

مفردات جديدة

رمز بناء المجموعات (set-builder notation)

رمز الفترة (interval notation)

الدالة (function)

تسمية الدالة (function notation)

متغير مستقل (independent variable)

متغير تابع (dependent variable)

المجال الضمني (implied domain)

الدالة متعددة التعريف (piecewise-defined function)

المجال ذو الصلة (relevant domain)

التركيز

المحاذاة الرأسية

قبل الدرس 1-1 حل مجموعة من المعادلات مستخدماً خصائص الأعداد الحقيقية.

الدرس 1-1 صف المجموعات الفرعية للأعداد الحقيقية. عرف واحسب قيمة الدوال وحدد المجال.

بعد الدرس 1-1 حدد المجال و التقاطع مع المحور الرأسي y وأصفار التابع.

2 التدريس

أسئلة داعمة

اجعل الطلاب يقرأون قسم لماذا؟ من الدرس.

أسأل:

متى تتسبب زيادة قيمة في زيادة قيمة أخرى؟

إجابة نموذجية: ازدياد طول غرفة ما سيؤدي إلى ازدياد مساحتها.

متى تتسبب زيادة قيمة في نقصان قيمة أخرى؟

إجابة نموذجية: ازدياد التكاليف سيؤدي إلى نقصان الأرباح.

نصيحة للدراسة

نظرة إلى الوراء يُمكنك مراجعة رمز المجموعة، بما في ذلك اتحادات وتقاطع المجموعات في الدرس 0-1.

رمز الفترة يستخدم المتباينات لوصف المجموعات الجزئية للأعداد الحقيقية. تُستخدم الرموز [or] للإشارة إلى أن هناك نقطة نهاية متضمنة في الفترة. بينما تستخدم الرموز (or) للإشارة إلى عدم تضمين نقطة نهاية في الفترة. تستخدم الرموز $-\infty$ ، اللانهاية الموجبة، و $+\infty$ ، اللانهاية السلبية لوصف إحدى الفترات اللامحدودة. تُعد الفترة لا محدودة إذا كانت تُمضي إلى ما لا نهاية.

الفترات اللامحدودة		الفترات المحدودة	
رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة	المتباينة
$[a, \infty)$	$x \geq a$	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	(a, b)	$a < x < b$
(a, ∞)	$x > a$	$[a, b)$	$a \leq x < b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, b]$	$a < x \leq b$
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$		

هل يمكن أن تتسبب في كلاً من زيادة قيمة ما في زيادة ونقصان قيمة أخرى؟ نعم؛ إجابة نموذجية: تؤدي زيادة الإنتاج لتلبية احتياجات السوق إلى زيادة الأرباح. تؤدي زيادة الإنتاج بعد تلبية احتياجات السوق إلى نقصان الأرباح.

وصف المجموعات الفرعية للأعداد الحقيقية.

المثال الأول اعرض كيفية وصف مجموعات الأرقام باستخدام ترميز المجموعات

المثال الثاني اعرض كيفية وصف مجموعات الأرقام باستخدام ترميز الفترات

تقييم التكويني

استخدم تدريبات التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطالب للمفاهيم.

مثال 2 استخدام رمز الفترة

دون جميع مجموعات الأعداد باستخدام رمز الفترة.

a. $-8 < x \leq 16$ ، $(-8,$

b. $x < 11$ ، $(-\infty, 11)$

c. $x \leq -16$ or $x > 5$ ، $(-\infty, -16] \cup (5, \infty)$ **تقرأ اتحاد**

تمارين موجهة

2A. $-4 \leq y < -1$ ، $[-4, -1)$ 2B. $a \geq -3$ ، $[-3, \infty)$ 2C. $x > 9$ or $x < -2$ ، $(-\infty, -2) \cup (9, \infty)$

2 تحديد الدوال تذكر أن العلاقة هي قاعدة تربط بين كمتين. تدمج تلك القاعدة العناصر الموجودة في المجموعة A مع العناصر الموجودة في المجموعة B. المجموعة A بجميع المدخلات هي مجال العلاقة والمجموعة B تحتوي على جميع المخرجات أو المدى.

عادةً ما يتم تمثيل العلاقات بأربعة طرق.

- شفويًا جملة تصف كيف ترتبط المدخلات والمخرجات.
- قيمة المخرج أكبر من قيمة المدخل بـ 2.
- بالأعداد يربط جدول قيم أو مجموعة من الأزواج المرتبة كل مدخل (قيمة X) مع قيمة مخرج (قيمة Y).
{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)}

3. من ناحية الرسم البياني النقاط على الرسم البياني على المستوى الإحداثي تمثل الأزواج المرتبة.

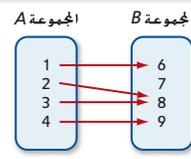


4. من ناحية الجبر تربط المعادلة إحداثيي X و Y لكل زوج مرتب.

$$y = x + 2$$

الدالة هي نوع خاص من العلاقة.

المفهوم الأساسي الدالة



دالة f من المجموعة A إلى المجموعة B هي علاقة تحدد لكل عنصر X في المجموعة A عنصر واحد فقط Y في المجموعة B.

العلاقة من المجموعة A إلى المجموعة B هي دالة. المجموعة A هي المجال. $D = \{1, 2, 3, 4\}$ المجموعة B تحتوي على المدى. $R = \{6, 8, 9\}$.

نصيحة للدراسة المجال والمدى في هذا النص سيكون الرمز للمجال والمدى $D=R$ ، على التوالي.

أمثلة إضافية

1 صف مجموعات الأرقام مستخدماً ترميز المجموعات.

- a. $\{7, 6, 5, 4, 3, 2\}$
 $\{x \mid 2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{N}\}$
b. $x > -17$
 $\{x \mid x > -17, x \in \mathbb{R}\}$
c. كل مضاعفات الرقم 7
 $\{x \mid x = 7n, n \in \mathbb{Z}\}$

2 صف مجموعات الأرقام مستخدماً ترميز الفترات.

- a. $x \leq 12$ ، $[-2, 12] \geq -2$
b. $(-\infty, x > -4)$
c. $x < 3$ or $x \geq 54$ ، $(-\infty, 54] \cup (3, \infty)$

2 تحديد دوال

المثال الثالث يعرض كيفية تحديد

ما إذا كانت العلاقة تابع أم لا. **المثال الرابع** يعرض كيفية حساب قيمة التابع عند قيمة محددة. **المثال الخامس**

يعرض كيفية إيجاد مجال التابع جبرياً. **المثال السادس** يعرض كيفية حساب

قيمة تابع متعددة التعريف عند قيمة محددة.

التركيز على المحتوى الرياضي

ترميز الفترات يستخدم الرمز (أو) مع متباينة مقيدة، أما الرمز [أو] فيستخدم عندما تتضمن الفترة نقطة النهاية. لاحظ أن كل ما يلي (a, a) ، و $(a, a]$ ، و $[a, a)$ يمثل مجموعة خالية، بينما $[a, a]$ تمثل المجموعة $\{a\}$.

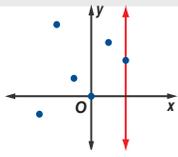
ويكمن تعريف بديل للدالة في أنها مجموعة من الأزواج المرتبة التي لا يمتلك زوجين مختلفين فيها نفس القيمة للعنصر x . وعند التفسير من خلال الرسم البياني، يعني هذا أنه لا يُمكن أن تقع نقطتين من النقاط الموجودة على الرسم البياني لإحدى الدوال على المستوى الإحداثي على نفس الخط العمودي.

نصيحة للدراسة

الطريقة المجدولة عندما تفشل العلاقة في اختبار الخط العمودي يكون لقيمة x أكثر من توافق مع قيمة y على النحويين أدناه.

x	y
-2	-4
3	-1
3	4
5	6
7	9

المفهوم الأساسي اختبار الخط العمودي



نموذج

الكلمات

مجموعة النقاط الموجودة على المستوى الإحداثي هي الرسم البياني للدالة إذا تقاطع كل خط عمودي يمكن مع الرسم البياني في نقطة واحدة على الأكثر.

مثال إضافي

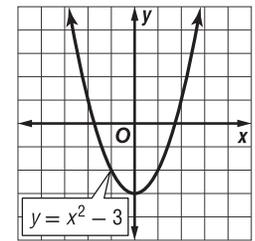
3 حدد ما إذا كانت كل علاقة تمثل y كتابع في x أم لا.

a. قيمة المدخل x هي ارتفاع الطالب بالبوصة، وقيمة المخرج y هي عدد الكتب التي يمتلكها الطالب. كلا، حيث يمكن أن توجد أكثر من قيمة y لنفس قيمة x .

x	y
1	-1
1	1
4	-2
4	2
9	-3

b.

كلا، حيث توجد أكثر من قيمة y لنفس قيمة x .



c.

نعم، حيث توجد قيمة واحدة y لكل قيمة x .

d. $x = 3y^2$

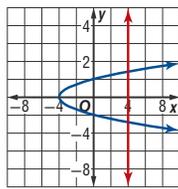
كلا، توجد أكثر من قيمة y لنفس قيمة x .

مثال 3 حدد العلاقات التي تعتبر دوال

حدد إذا ما كانت كل علاقة تمثل y بوصفها دالة x .

a. قيمة المدخل x هو رقم تعريف هوية الطالب، وقيمة المخرج y هي درجة الطالب في اختبار الفيزياء.

لا يُمكن تخصيص كل قيمة x لأكثر من قيمة y واحدة، لا يُمكن أن يتلقى الطالب درجتين مختلفتين للاختبار. لذا نصف الجملة y كدالة لـ x .



c.

x	y
-8	-5
-5	-4
0	-3
3	-2
6	-3

b.

يتم تحديد جميع قيم x لقيمة y واحدة. لذا يمثل الجدول y كدالة لـ x .

الخط العمودي عند $x = 4$ تقاطعات للرسم البياني عند أكثر من نقطة واحدة، لذا لا يمثل الرسم البياني y كدالة لـ x .

d. $y^2 - 2x = 5$

لتحديد ما إذا كانت هذه المعادلة تمثل y كدالة لـ x ، حل المعادلة فيما يتعلق بـ y .

المعادلة الأصلية $y^2 - 2x = 5$

اجمع $2x$ إلى كل جانب $y^2 = 5 + 2x$

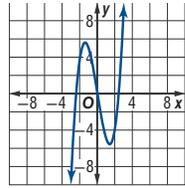
خذ الجذر التربيعي لكل جانب $y = \pm\sqrt{5 + 2x}$

لا تمثل هذه المعادلة y كدالة لـ x حيث سيكون هناك قيمتي y متوافقتين، أحدهما موجبة والأخرى سلبية فيما يتعلق بأي قيمة x أكبر من -2.5 .

تمارينهوجية

3A. قيمة المدخل x هي رمز المنطقة وقيمة المخرج y هي رقم هاتف في رمز المنطقة هذا. ليست دالة

3B. $3y + 6x = 18$ دالة



3C.

دالة

ليست دالة

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	9
9	22

3B.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اجعل

الطلاب يعملون في مجموعات مكونة من اثنين أو ثلاثة لتحديد علاقيتين يمثلان دوال، وعلاقيتين لا يمثلان دوال. اجعلهم يرسمون العلاقات الأربعة بيانياً على اللوحة البيضاء التفاعلية لتوضيح أيهم يمثل دوال وأيهم ليس كذلك. لاحظ أن العلاقات التي لا تمثل دوال تظهر بشكل أفضل باستخدام المخطط النقطي.

المتعلمون بالطبيعة اجعل الطلاب يعثرون على ثلاثة أشياء لكل منهم وجه واحد على الأقل على شكل مربع. اجعل الطلاب يستخدمون الملاحظات اللاصقة لعنونة كل مربع ويكتبوا عليها طول ضلع المربع ومساحته. سجل هذه البيانات على اللوح. ثم تحدي الطلاب في إيجاد تابع تصف العلاقة بينهما. $A(s) = s^2$

في رموز الدالة. الرمز $f(x)$ يُقرأ f of x ويُفسر على أنه قيمة الدالة f عند x . لأن $f(x)$ يتوافق مع قيمة y للدالة f بالنسبة للقيمة x المحددة، يمكنك كتابة $y = f(x)$.

الدالة ذات الصلة	المعادلة
$f(x) = -6x$	$y = -6x$

يسمى الرمز x المتغير المستقل بما أنه يمكنه تمثيل أي قيمة في مجال الدالة. يتم تمثيل القيمة في مدي f من خلال المتغير المستقل. y .

أمثلة إضافية

4 إذا كان التابع $f(x) = x^2 - 2x$ ، اوجد كل التقييم التابع.

a. $f(3) = -5$
b. $f(-3d) = 9d^2 + 6d - 8$
c. $f(2a - 1) = 4a^2 - 8a - 5$

5 اذكر مجال كل تابع.

a. $g(x) = \sqrt{4x - 1}$ $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$
b. $h(t) = \frac{3t^2}{t^2 - 1}$

c. $f(x) = \frac{x - 5}{\sqrt{2x - 3}}$
 $\{x \mid x > \frac{3}{2}, x \in \mathbb{R}\}$

مثال 4 أوجد قيم الدوال

إذا كانت $g(x) = x^2 + 8x - 24$ ، أوجد قيم جميع المعادلات.

a. $g(6)$
لنجد $g(6)$ استبدل x بـ 6 في $g(x) = x^2 + 8x - 24$
الدالة الأصلية $g(x) = x^2 + 8x - 24$
عوّض عن x $g(6) = (6)^2 + 8(6) - 24$
بسّط $= 36 + 48 - 24$
بسّط $= 60$

b. $g(-4x)$
الدالة الأصلية $g(x) = x^2 + 8x - 24$
استبدل x بـ $-4x$ $g(-4x) = (-4x)^2 + 8(-4x) - 24$
بسّط $= 16x^2 - 32x - 24$

c. $g(5c + 4)$
الدالة الأصلية $g(x) = x^2 + 8x - 24$
استبدل x بـ $5c + 4$ $g(5c + 4) = (5c + 4)^2 + 8(5c + 4) - 24$
مد $8(5c + 4)$ و $(5c + 4)^2$ $= 25c^2 + 40c + 16 + 40c + 32 - 24$
بسّط $= 25c^2 + 80c + 24$

تمارين توجيهية

إذا كانت $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 2x + 1}$ ، أوجد قيمة كل دالة.

4A. $f(12) = \frac{27}{121}$
4B. $f(6x) = \frac{12x + 3}{36x^2 - 12x + 1}$
4C. $f(-3a + 8) = \frac{-6a + 19}{9a^2 - 42a + 49}$

عندما نُعرض عليك دالة بمجال غير محدد، يكون المجال الضمني هو مجموعة من جميع الأعداد الحقيقية التي يستخدم من أجلها رمز حقيقي لتعريف الدالة. بشكل عام، يجب عليك استثناء القيم من مجال الدالة التي كانت لتؤدي إلى القسمة على صفر أو أخذ الجذر الزوجي لرقم سالب.

مثال 5 أوجد المجالات من خلال الجبر

حدد مجال كل دالة.

a. $f(x) = \frac{2 + x}{x^2 - 7x}$

عندما يكون مقام $\frac{2 + x}{x^2 - 7x}$ يساوي صفر، يكون الرمز غير محدد. حل $x^2 - 7x = 0$

القيم المستبعدة لمجال هذه الدالة هي $x = 7$ و $x = 0$. مجال هذه الدالة هو جميع الأعداد الحقيقية فيما عدا $x = 7$ و $x = 0$ أو $\{x \mid x \neq 0, x \neq 7, x \in \mathbb{R}\}$.

b. $g(t) = \sqrt{t - 5}$

لأن الجذر التربيعي للعدد السالب لا يُمكن أن يكون حقيقي، $t - 5 \geq 0$. لذا مجال $g(t)$ هو جميع الأعداد الحقيقية t بحيث $t \geq 5$ ، $[5, \infty)$ or $t \geq 5$.



الرياضيات الربط بتاريخ

ليونهارت أولير
(1707-1783)

كان أولير عالم رياضيات وكاتب رياضيات سويسري غزير الإنتاج نشر أكثر من 800 بحث علمي في حياته. وقدم أيضا الكثير من رموز الرياضيات الحديثة بما في ذلك استخدام $f(x)$ للدالة.

نصيحة للدراسة

تسمية الدوال يُمكنك استخدام حروف أخرى لتسمية الدالة والمتغير المستقل. على سبيل المثال، $f(x)$ و $g(t)$ $= \sqrt{t - 5}$ $= \sqrt{t - 5}$ بسمي نفس الدالة.

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}} \quad .c$$

لا تعرف هذه الدالة إلا عند $x^2 - 9 > 0$. لذا، مجال $h(x)$ is $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$.

تمارينهوجية

حدد مجال كل دالة. **.5B** $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$ **.5A** $f(x) = \frac{5x - 2}{x^2 + 7x + 12}$ **.5B** $h(a) = \sqrt{a^2 - 4}$ **.C5** $g(x) = \frac{8x}{\sqrt{2x + 6}}$ **(-3, ∞)** **(-∞, -4) ∪ (-4, -3) ∪ (-3, ∞)**

الدالة التي تعرّف باستخدام معادلتين أو أكثر لفترات مختلفة من المجال تسمى **الدالة متعددة التعريف**.

مثال 6 من الحياة اليومية قيم الدالة متعددة التعريف

الارتفاع يُمكن تمثيل متوسط الحد الأقصى لطول الأطفال بالبوصة كدالة للحد الأقصى لطول آباءهم بالبوصة من خلال الدالة متعددة التعريف التالية. أوجد متوسط الحد الأقصى لأطوال الأطفال الذين تبلغ أطوال آباءهم الحد الأقصى المحدد. استخدم $h(x)$ ، حيث يكون x هو المتغير المستقل الذي يمثل ارتفاع الآباء و $h(x)$ هو المتغير التابع الذي يمثل ارتفاع الطفل.

$$h(x) = \begin{cases} 1.6x - 41.6 & \text{إذا كان } 63 < x < 66 \\ 3x - 132 & \text{إذا كان } 66 \leq x \leq 68 \\ 2x - 66 & \text{إذا كان } x > 68 \end{cases}$$

.a $h(67)$

بما أن 67 يقع بين 66 و68، استخدم $h(x) = 3x - 132$ لإيجاد $h(67)$.

$$h(67) = 3x - 132 \quad \text{دالة لـ } 66 \leq x \leq 68$$

$$= 3(67) - 132 \quad \text{استبدل بـ } 67 \text{ لـ } x$$

$$= 201 - 132 \text{ or } 69 \quad \text{يسط}$$

وفقاً لهذا النموذج، الأطفال الذين يبلغ طول آباءهم بحد أقصى 67 بوصة سيبلغ متوسط حد أقصى أطوالهم 69 بوصة.

.b $h(72)$

بما أن 72 أكبر من 68، استخدم $h(x) = 2x - 66$.

$$h(72) = 2x - 66 \quad \text{دالة لـ } x > 68$$

$$= 2(72) - 66 \quad \text{استبدل بـ } 72 \text{ لـ } x$$

$$= 144 - 66 \text{ or } 78 \quad \text{حلّل}$$

وفقاً لهذا النموذج، الأطفال الذين يبلغ طول آباءهم بحد أقصى 72 بوصة سيبلغ متوسط حد أقصى أطوالهم 78 بوصة.

تمارينهوجية

6. السرعة سرعة v المركبة بالميل/ساعة يُمكن أن تُمثل من خلال الدالة متعددة التعريف التالية حيث تمثل t الوقت بالثواني. أوجد سرعة المركبة عند كل من الأوقات المحددة.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & \text{إذا كان } 0 \leq t \leq 15 \\ 60 & \text{إذا كان } 15 < t < 240 \\ -6t + 1500 & \text{إذا كان } 240 \leq t \leq 250 \end{cases}$$

.A $v(5)$ **20 mi/h** **.B** $v(15)$ **60 mi/h** **.C** $v(245)$ **30 mi/h**

نصيحة للدراسة

المجال ذو الصلة يُعد المجال **ذو الصلة** جزء من المجال المتعلق بالنموذج. خذ بعين الاعتبار الدالة حيث يكون المخرج دالة للطول. لا يعقل أن يكون هناك طول سلبي. لذا المجال ذو الصلة هو مجموعة من الأعداد أكبر من أو تساوي 0.

مثال إضافي

6 الهائية درس السماسرة العقاريون

في منطقة العاصمة متوسط سعر شراء منزل لكل قدم مربع كدالة مساحة كلية. ونتج عن درساتهم هذه التابع متعددة التعريف التالية. أوجد متوسط سعر القدم المربع لمنزل حسب المساحة الكلية المعطاة.

$$p(a) = \begin{cases} \frac{a - 1000}{40} + 75 & \text{if } 1000 \leq a < 2600 \\ \frac{-(a - 2600)}{100} + 110 & \text{if } 2600 \leq a < 4000 \\ \frac{a - 4000}{25} + 98 & \text{if } a \geq 4000 \end{cases}$$

a 1400 قدم مربع **85\$ لكل قدم مربع**

b 3200 قدم مربع **104\$ لكل قدم مربع**

إجابات إضافية

1. $\{50, x \mid x > 50, x \in \mathbb{R}\}; (\infty, 50)$
2. $\{x \mid x < -13, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, -13)$
3. $\{x \mid x \leq -4, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, -4]$
4. $\{x \mid -4 \leq x, x \in \mathbb{Z}\}$
5. $\{x \mid 8 < x < 99, x \in \mathbb{R}\}; (8, 99)$
6. $\{x \mid -31 < x \leq 64, x \in \mathbb{R}\}; (-31, 64]$
7. $\{x \mid x < -19, x \in \mathbb{R} \text{ أو } x > 21, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, -19) \cup (21, \infty)$
8. $\{x \mid x < 0, x \in \mathbb{R} \text{ أو } x \geq 100, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, 0) \cup [100, \infty)$
9. $\{x \mid 0.25n = x, n \geq -1, n \in \mathbb{Z}\}$
10. $\{x \mid x \leq 61, x \in \mathbb{R} \text{ أو } x \geq 67, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, 61] \cup [67, \infty)$

تمرين 3

تقويم تكويني

استخدم التمارين من 53-1 لتتحقق من فهم الطلاب.

ثم استخدم الجدول بالأسفل لتضع تقييمك للطلبة.

احذرا!

خطأ شائع إذا احتاج الطلاب لمساعدة في التمرين 12 و التمرين 13. اكتب التابع التالي لتمرين 12: $(0, 8), (\pm 1, 8), (\pm 2, 8), (\pm 3, 8)$... هذا سيوضح لهم أن n ستكون 0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ أو كل الأعداد الصحيحة.

إجابات إضافية

11. $\{x \mid x \leq -45 \text{ or } x > 86, x \in \mathbb{R}\}; (-\infty, -45] \cup (86, \infty)$

12. $\{x \mid x = 8n, n \in \mathbb{Z}\}$

13. $\{x \mid x = 5n, n \in \mathbb{Z}\}$

14. $\{x \mid x \geq 32, x \in \mathbb{R}\}; [32, \infty)$

32a. $-\frac{13}{79}$

32b. $\frac{16t + 11}{48t^2 + 20t + 1}$

32c. $\frac{-8a + 23}{12a^2 - 46a + 43}$

33a. 12

33b. $\frac{375x^3}{25x^2 + 5x - 4}$

33c. $\frac{-48b^3 + 288b^2 - 576b + 384}{4b^2 - 17b + 17}$

34a. 20

34b. $16 - \frac{4}{4x + 1}$

34c. $16 - \frac{12}{23 - 4c}$

35a. -0.8

35b. $-1 - \frac{1}{8x}$

35c. $-7 + \frac{36y + 25}{6y + 4}$

38b. إجابة نموذجية: أعتقد أن النموذج أقرب للسنوات الأخيرة، التي تحتوي على مبيعات أعلى، لأن 213 داخل 2% من 219. و 9 تمثل 800% من 1.

29. الأرصاد الجوية تم عرض التوقعات لمدة خمسة أيام لإحدى المدن. (مثال 3)

1	2	3	4	5
Hi 70° F Lo 49° F	Hi 75° F Lo 53° F	Hi 70° F Lo 51° F	Hi 62° F Lo 57° F	Hi 65° F Lo 56° F

a. مثل العلاقة بين يوم الأسبوع ودرجة الحرارة العالية المقدرة كمجموعة من الأزواج المرتبة: $\{(1, 70), (2, 75), (3, 70), (4, 62), (5, 65)\}$

b. هل درجة الحرارة العالية المقدرة دالة ليوم الأسبوع؟ درجة الحرارة المنخفضة؟ اشرح الإجابة. نعم هناك درجة حرارة مرتفعة مقدرة واحدة بالضبط كل يوم. نعم هناك درجة حرارة منخفضة مقدرة واحدة بالضبط كل يوم.

أوجد كل من قيم الدوال. (مثال 4) 32-35. انظر الهامش.

30. $g(x) = 2x^2 + 18x - 9$ 31. $h(y) = -3y^3 - 6y + 9$

a. $g(9) = 310$ 32. $h(4) = -207$

b. $g(3x) = 18x^2 + 54x - 14$ 33. $h(-2y) = 24y^3 + 12y + 9$

c. $g(1 + \dots)$ 34. $h(5b + 3) = -375b^3 - 675b^2 - 435b - 90$

35. $f(t) = \frac{4t + 11}{3t^2 + 5t + 1}$ 36. $g(x) = \frac{3x^3}{x^2 + x - 4}$

a. $f(-6)$ 37. $h(x) = 16 - \frac{12}{2x + 3}$

b. $f(4t)$ 38. $h(5)$

c. $f(3 - 2a)$ 39. $h(-3)$

40. $h(6x)$ 41. $h(10 - 2c)$

42. $h(8 - 4b)$ 43. $h(8 - 4b)$

44. $h(x) = -7 + \frac{6x + 1}{x}$ 45. $h(x) = 16 - \frac{12}{2x + 3}$

a. $h(-3)$ 46. $h(6x)$

b. $h(8x)$ 47. $h(10 - 2c)$

c. $h(6y + 4)$ 48. $h(10 - 2c)$

49. $t(x) = 5\sqrt{6x^2}$ 50. $g(m) = 3 + \sqrt{m^2 - 4}$

a. $t(-4) = 20\sqrt{6}$ 51. $g(-2) = 3$

b. $t(2x) = 10|x|\sqrt{6}$ 52. $g(3m) = 3 + \sqrt{9m^2 - 4}$

c. $t(7 + n)$ 53. $g(4m - 2) = 3 + 4\sqrt{m^2 - m}$

54. $5|7 + n|\sqrt{6}$

55. $3 + 4\sqrt{m^2 - m}$

عام	المبيعات (\$)
1	1 مليون
2	3 مليون
3	14 مليون
4	74 مليون
5	219 مليون

38. مشغلات الأصوات الرقمية يمكن تمثيل مبيعات مشغلات الأصوات الرقمية بملايين الدولارات لمدة خمسة أعوام باستخدام $f(t) = 24t^2 - 93t + 78$, حيث t ترمز إلى العام. بيانات المبيعات الفعلية مبينة في الجدول. (مثال 4)

a. أوجد $f(1)$ و $f(5)$. انظر الهامش.

b. هل تعتقد أن النموذج أكثر دقة للأعوام السابقة أو الأعوام الأخيرة؟ اشرح الإجابة.

اكتب كل من مجموعات الأعداد في رمز بناء المجموعات ورمز الفترة. إن أمكن ذلك. (أمثلة 1 و 2) 14-1. انظر الهامش.

1. $x > 50$ 2. $x < -4$

3. $x \leq -4$ 4. $\{-4, -3, -2, -1, \dots\}$

5. $8 < x < 99$ 6. $-31 < x \leq -3$

7. $x < -19$ or $x > 100$ 8. $x < 0$ or $x \geq 100$

9. $\{-0.25, 0, 0.25, 0.50, \dots\}$ 10. $x \leq 61$ or $x \geq 100$

11. $x \leq -45$ or $x > 86$ 12. جميع مضاعفات 8

13. جميع مضاعفات 5 14. $x \geq 32$

حدد ما إذا كانت كل من العلاقات تمثل y كدالة لـ x . (مثال 3)

15. قيمة المدخل x هي رقم حساب بنكي وقيمة المخرج y هي رصيد الحساب. دالة

16. قيمة المدخل x هي العام وقيمة المخرج y هي يوم الأسبوع. ليست دالة

x	y
0.01	423
0.04	449
0.04	451
0.07	466
0.08	478
0.09	482

ليست دالة

x	y
-50	2.11
-40	2.14
-30	2.16
-20	2.17
-10	2.17
0	2.18

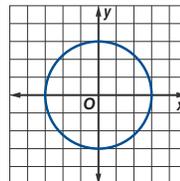
دالة

19. $\frac{1}{x} = y$ 20. $x^2 = y + 2$ دالة

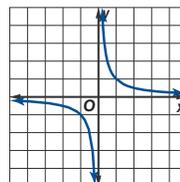
21. $4y^2 + 18 = 96x$ 22. ليست دالة

23. $\sqrt{48y} = x$ 24. ليست دالة $\frac{x}{y} = y - 6$

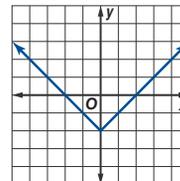
ليست دالة



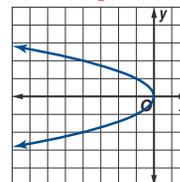
دالة



دالة



ليست دالة



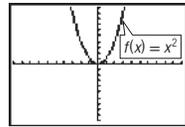
AL BL OL Differentiated Homework Options

المستوى	التقييم	خيار اليوميين
AL بالقرب من المستوى	1-53, 81, 80, 83-110	2-52 زوجي, 80, 81, 83-106 odd
OL في المستوى	1-57 فردي, 58-62, 63-73 فردي, 75-77, 81-83, 81-79	1-53, 107-110
BL المستوى المتقدم	54-110	



79. تمثيلات متعددة في هذه المسألة سوف تدرس مدى الدالة.
a. الرسم البياني استخدم آلة حاسبة بيانية لرسم $f(x) = x^n$ لقيم الأعداد الكاملة لـ n من 1 إلى 6 بشكل عام.

a-c. انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

b. الجدول توقع مدى كل دالة بناء على الرسم البياني وجدولة كل من قيم n والبدى المتوافق.
c. شفهيًا قم بفرضية عن مدى $f(x)$ عندما تكون قيمة n زوجية.
d. شفهيًا قم بفرضية عن مدى $f(x)$ عندما تكون قيمة n فردية.
الإجابة النموذجية: عندما تكون قيمة n فردية $f(x) = x^n$ يكون المدى هو $(-\infty, \infty)$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

80. تحليل الخطأ يقيم علي وميسون $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}$. يعتقد على أن مجال الدالة هو $(-\infty, -2)$ أو $(1, 1)$ أو $(2, \infty)$. يعتقد ميسون أن المجال هو $\{x \mid x \neq -2, x \neq 2, x \in \mathbb{R}\}$. هل أصاب أحدهم؟ اشرح.

انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.

81. الكتابة في الرياضيات اكتب مجال ل $f(x) = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-5}$ من خلال رمز الفترة ومن خلال رمز بناء المجموعات. أي رمز تفضل؟ اشرح.

انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.

82. التحدي $G(x)$ هي دالة حيث $G(1) = 1, G(2) = 2, G(3) = 3$. أوجد $G(6)$. $G(x+1) = \frac{G(x-2) + (x-1) + 1}{G(x)}$ لـ $x \geq 3$.

الاستدلال حدد ما إذا كان كل عبارة صحيحة أو خاطئة مع دالة من مجموعة X إلى المجموعة Y . إذا كانت العبارة خاطئة، فأعد كتابته للحصول على العبارة الصحيحة.

83. يجب أن يتوافق كل عنصر في X مع عنصر واحد فقط في Y . صحيح
84. يجب أن يتوافق كل عنصر في Y مع عنصر في X .
انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.
85. لا يجوز أن يتوافق عنصرين أو أكثر في X مع نفس العنصر في Y .
انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.
86. لا يجوز أن يتوافق عنصرين أو أكثر في Y مع نفس العنصر في X . صحيح

الكتابة في الرياضيات شرح كيف يُمكنك تحديد دالة موصوفة بأنها كل مما يلي.

87. وصف شفهي للمدخلات والمخرجات
88. مجموعة من الأزواج المرتبة 91-87. انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.
89. جدول قيم
90. رسم بياني
91. معادلة

61. الحضور ظهر امتياز شيكاغو كابز منذ 1874. يمكن تمثيل الحضور الإجمالي للموسم للألعاب الرئيسية من خلال $f(x) = 70,050x - 137,400,000$. حيث تمثل x إلى العام. صف المجال ذا الصلة للدالة.

$$D = \{x \mid x \geq 1874, x \in \mathbb{W}\}$$

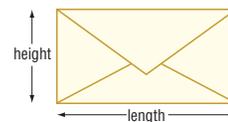
62. المحاسبة أصول العمل التجاري مثل المعدات أو البلى أو الإهلاك بمرور الزمن. تتمثل إحدى الطرق لحساب الإهلاك في طريقة الخط المستقيم باستخدام قيمة الحياة المقدره للأصل. افترض أن $v(t) = 10,440 - 290t$ نصف القيمة $v(t)$ لماكينه التصوير بعد t شهر. صف المجال ذا الصلة للدالة.

$$D = \{t \mid 0 \leq t \leq 36, t \in \mathbb{R}\}$$

أوجد $f(a), f(a+h), f(a+h) - f(a)$ و $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ إذا كان $h \neq 0$.

- 63-74. انظر الهامش
63. $f(x) = -5$
64. $f(x) = \sqrt{x}$
65. $f(x) = \frac{1}{x+4}$
66. $f(x) = \frac{2}{5-x}$
67. $f(x) = x^2 - 6x + 8$
68. $f(x) = -\frac{1}{4}x + 6$
69. $f(x) = -x^5$
70. $f(x) = x^3 + 9$
71. $f(x) = 7x - 3$
72. $f(x) = 5x^2$
73. $f(x) = x^3$
74. $f(x) = 11$

75. البريد تتطلب خدمة البريد الأمريكي أن يكون للمظاري نسبة أبعاد (الطول مقسوم على الارتفاع) تتراوح بين 1.3 إلى 2.5. بشكل عام. الحد الأدنى المسموح به للطول هو 5 بوصة والحد الأقصى للطول المسموح به هو $11\frac{1}{2}$ بوصة.



a. اكتب منطقة المظروف A كدالة لطول ℓ إذا كان معدل الارتفاع 1.8. حدد مجال الدالة.

$$A(\ell) = \frac{\ell^2}{1.8}; [5, 11.5]$$

b. اكتب منطقة المظروف A كدالة لارتفاع h إذا كان معدل الارتفاع 2.1. حدد مجال الدالة.

$$A(h) = 2.1h^2; [2.4, 5.5]$$

c. أوجد منطقة المظروف مع الحد الأقصى للارتفاع عند الحد الأقصى حول الأبعاد.

$$52.9 \text{ in}^2$$

76. الهندسة خذ بعين الاعتبار الدائرة أدناه بالمنطقة A والمحيط C .



a. مثل مساحة الدائرة كونها $A = \frac{C^2}{4\pi}$ دالة عن المحيط.

b. أوجد $A(0.5)$ و $A(4)$ و $A(1.27)$ و $A(0.02)$.

c. ماذا تلاحظ على المساحة عندما يزيد المحيط؟ بينما يتزايد المحيط، تتزايد المساحة أيضًا.

حدد ما إذا كانت جميع المعادلات هي دالة لـ x . اشرح.

$$77. x = |y| \quad 78. x = y^3$$

77-78. انظر الوحدة 1 ملحق الإجابة.

