1 التركيز

محاذاةرأسية

قبل الدرس 4–1 إيجاد التقويم التابع.

الدرس 4–1 حدد الفترات حيث تتزايد القواعد أو تظل ثابتة أو تتناقص وحدد الحد الاقصى للقواعد والحد الأدنى. حدد معدل تغير القاعدة.

بعد الدرس 4–1 ارسم الدوال الأصلية وصفها.

2 تدريس

أسئلة موسعة

اجعل الطلاب يقرأون جزء لماذا؟ من الدرس.

اسأل:

- يقوم صاحب عمل بتحسين عملية التصنيع بعد التدهور الكبير في الأرباح. تبدأ التغييرات في يونو ويوليو وأغسطس. متى يجب رسم تغير الربح من النقصان إلى الزيادة؟ أمثلة الإجابة: أثناء يوليو ويونيو وأغسطس أو بعدها بمدة قصيرة

الدرس 4–1 القيم القصوى ومتوسط معدلات التغير

قبل ذلك:

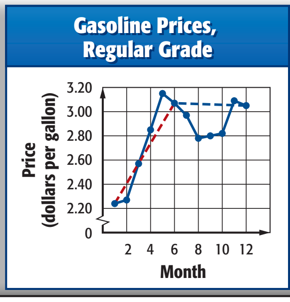
- أوجدت قيم الدالة. (الدرس 1–1)

الآن:

1. تحديد الفترات التي تتصاعد فيها الدوال، أو تثبت أو تتنازل، وتحديد القيم العظمى والصغرى للدوال.
2. تحديد متوسط معدل التغير لدالة.

السبب:

- يظهر الرسم البياني متوسط سعر البنزين العادي في الولايات المتحدة الأمريكية من يناير إلى ديسمبر.
- وصل أعلى متوسط لسعر البنزين إلى AED 3.15 للجالون في شهر مايو.
- منحدرات الخطوط المتقطعة الحمراء والزرقاء تُظهر أن سعر البنزين تغير بسرعة أكبر في النصف الأول من العام عن النصف الثاني منه.



المفردات الجديدة

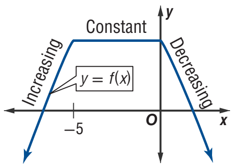
تصاعدية (increasing)
تنازلية (decreasing)
ثابتة (constant)
نقطة حرجة (critical point)
القيم القصوى (extrema)
القيمة العظمى (maximum)
القيمة الصغرى (minimum)
نقطة الانعطاف (point of inflection)
متوسط معدل التغير (average rate of change)
الخط القاطع (secant line)

1 سلوك التزايد والتناقص

يمكن أن يشتمل تحليل الدالة على وصف للفترات التي تكون الدالة على أساسها تصاعدية أو تنازلية أو ثابتة.

انظر في الرسم البياني الموضح لـــ $f(x)$ أثناء تحركك من اليسار إلى اليمين، $f(x)$.تكون

- ترتفع أو تتصاعد عند، $(-\infty, -5)$ on
- ثابتة أو مستوية عند $(-5, 0)$, و
- تقل أوتنحدر عند $(0, \infty)$.

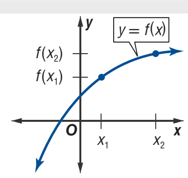


يمكن لهذه التفسيرات للرسم البياني أن توصف من خلال الجبر.

المفهوم الأساسي الدوال المتزايدة المتناقصة والثابتة.

كلمات الدالة f **تكون تصاعدية** عند الفترة / على سبيل المثال، فقط إن كانت هناك أي نقطتين عند /، ينتج تغير في نتائج قيم x بتغير موجب في $f(x)$.

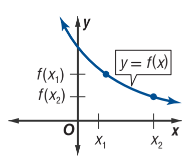
الرموز لكل x_1 و x_2 في أحد الفترات/، $f(x_1) < f(x_2)$ عندما يكون $x_1 <$.



Interval: $(-\infty, \infty)$

كلمات الدالة f تكون **تنازلية** عند الفترة / على سبيل المثال، إن كانت هناك أي نقطتين عند/، ينتج تغير مو جب في قيم x بتغير سالب في $f(x)$.

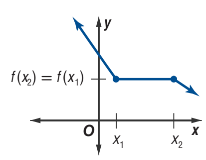
الرموز لكل x_1 و x_2 في إحدى الفترات/، $f(x_1) < f(x_2)$ عندما يكون $x_1 <$.



Interval: $(-\infty, \infty)$

كلمات الدالة f تكون **ثابتة** عند الفترة / على سبيل المثال، إن كانت هناك أي نقطتين عند /، ينتج تغير موجب في قيم x بتغير صفري في $f(x)$.

الرموز لكل x_1 و x_2 في إحدى الفترات/، $f(x_1) < f(x_2)$ عندما يكون $x_1 <$.



Interval: (a, b)

- تراوحت معدلات تأييد أحد أعضاء مجلس الشيوخ لأعلى أو أسفل خلال العام الماضي. كيف يمكنها البحث عن متوسط معدل التغيير على مدار شهرين؟ يمكنها طرح تقدير الشهر الأول من تقدير الشهر الثاني وقسمته على 2.

1 زيادة ونقص السلوك

مثال 1 يعرض كيفية البحث عن الفترات حيث يزيد تابع أو يتناقص أو يظل ثابتاً. **الأمثلة 2–4** عرض كيفية البحث عن قيمة عُظمى واستخدامه.

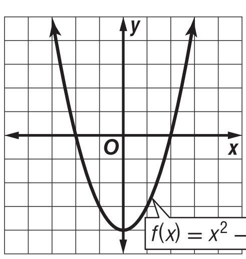
تقييم المفاهيم

استخدم تدريبات الممارسة المنتظمة بعد كل مثال لتحديد فهم الطالب للمبادئ.

أمثلة إضافية

1 استخدم رسم كل قاعدة لتقدير الفترات إلى أقرب 0.5 وحدة حيث تتوايد القاعدة أو تتناقص أو تظل ثابتة. دعم الإجابة بالأرقام.

a. $f(x) = x^2 - 4$



$f(x)$ تقل في $(-\infty, 0)$ وتزيد في $(0, \infty)$.

$(-\infty, 0)$

x	−20	−15	−10	−5
$f(x)$	396	221	96	21

$(0, \infty)$

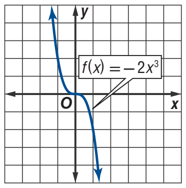
x	5	10	15	20
$f(x)$	21	96	221	396

(يتبع في الصفحة التالية)

مثال 1 حلّل سلوك التصاعد والتنازل

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير فترات أقرب إلى 0.5 وحدة والتي تتصاعد أو تتنازل أو تثبُت فيها الدالة. ادعم الإجابة عدديًا

a. $f(x) = -2x^3$



حلّل بالرسم البياني

عندالعرض من اليسار إلى اليمين، ينحدر الرسم البياني لـــ f لكل القيم الحقيقية لـــ x. لذلك يمكن أن نخمن أن f تتنازل في $(-\infty, \infty)$.

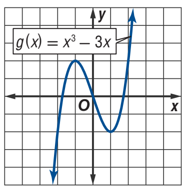
ادعم عدديًا.

أنشئ جدولًا مستخدماً القيم في الفترات .

x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
$f(x)$	1024	432	128	16	0	−16	−128	−432	−1024

يوضح الجدولأن x تتصاعد، و $f(x)$ تتنازل. وهذا يثبت الفرضية.

b. $g(x) = x^3 - 3x$



حلّل بالرسم البياني

من خلال الرسم البياني، يمكننا أن نُقدّر أن f تتصاعد في $(-\infty,$ ،$)$ وتتنازل في $(-1,$ $)$، وتتصاعد في $(1,$ $)$.

ادعم عدديًا.

أنشئ جدول القيم مستخدماً قيم x لكل فترة على حدة.

$(-\infty,$

x	−13	−11	−9	−7	−5	−3
$f(x)$	−2158	−1298	−702	−322	−110	−18

$(-1, 1)$:

x	−0.75	−0.5	0	0.5	0.75
$f(x)$	1.828	1.375	0	−1.375	−1.828

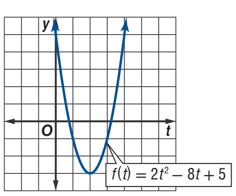
$(1, \infty)$:

x	3	5	7	9	11	13
$f(x)$	18	110	322	702	1298	2158

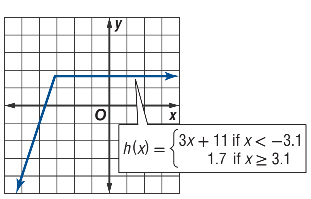
يوضح الجدول أن x تتصاعد إلى ، و $f(x)$ تتصاعد؛ x لأن − تزيد من إلى ، و $f(x)$ تتنازل، وكلما زادت x عن ، $f(x)$ تتصاعد. وهذا يثبت الفرضية.

التمارين الموجهة 1A–B. انظر الهامش.

1A



1B



انتبه!

فترات الدالة ليست تصاعدية ولا تنازلية عند نقطة محددة، لذا فإن الرموز (و) لابد وأن تُستخدم عند وصف الفترات التي تكون فيها الدالة تصاعدية أو تنازلية.

نصيحة للدراسة

الدوال التصاعدية والتنازلية والثابتة الدوال التي تتصاعد أو تتنازل أو تظل ثابتة عند كل قيم x في مجالهم تسمى *دوال تصاعدية أو تنازلية* أو *ثابتة*، على التوالي. الدالة في مثال 1أ دالة تنازلية في حين أن الدالة في مثال 1ب لا يمكن تصنيفها بأنها تصاعدية أو تنازلية لأن لديها فترة تكون فيها تتصاعد وأخرى تكون فيها تتنازل.

بينما تُحدد طريقة الرسم البياني الفترات التي تكون فيها الدالة تصاعدية أو تنازلية أو ثابتة عددياً، إلا أن حساب التفاضل والتكامل مطلوب للتأكيد على هذا السلوك وكذلك التأكيد على أن الدالة لا تغير سلوكها خارج المجال الموضح.

35

إجابات إضافية (ممارسة منتظمة)

1A. f تقل في $(-\infty, 2)$ تزيد في $(2, \infty)$.

$(-\infty, 2)$

x	−10	−8	−6	−4	−2	0
$f(x)$	285	197	125	69	29	5

$(2, \infty)$

x	4	6	8	10	12	14
$f(x)$	5	29	69	125	197	285

1B. h تزيد في $(-\infty, -3)$ تكون ثابتة في $(-3, \infty)$.

$(-\infty, -3)$

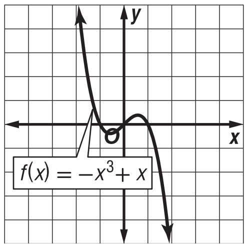
x	−9	−8	−7	−6	−5	−4
$f(x)$	−16	−13	−10	−7	−4	−1

$(-3, \infty)$

x	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7

أمثلة إضافية

$f(x) = -x^3 + x$.b



f تقل في $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$، تزيد في $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$، وتقل في $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$.

$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

−2	−4	−6	−8	−10	x
6	60	210	504	990	$f(x)$

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

0.4	0.2	0	−0.2	−0.4	x
0.34	0.19	0	−0.19	−0.34	$f(x)$

$\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

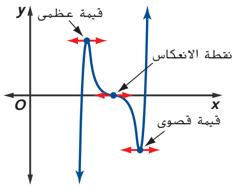
10	8	6	4	2	x
−990	−504	−210	−60	−6	$f(x)$

التركيز على المحتوى الرياضي

قيمة قصوى النسبية والمطلقة

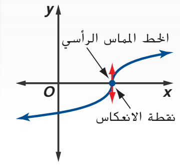
لا تُحدد القيم الصغرى والعُظمى المطلقة بفترة، حيث تمثل تلك القيم القيمة القصوى لمجال الدالة بالكامل وهناك قيمة عظمى مطلقة واحدة وكذلك قيمة صغرى مطلقة واحدة على الأكثر للدالة.

النقاط الحرجة للدالة هي النقاط التي يُرسم عليها خط مماس للمنحنى أفقياً أو رأسياً **النقاط** القصوى تعتبر نقاط حرجة تتغير الدالة فيها من ناحية سلوك التصاعد والتنازل. عند هذه النقاط تكون لدى الدالة **قيمة عظمى** أو قيمة صغرى، وكلاهما إما نسبيّ أو مطلق. **نقطة انعطاف** يمكن أن تشكل كذلك نقطة حرجة. عند هذه النقاط يُغير الرسم البياني شكله، دون إحداث تغير في التصاعد أو التنازل. عوضاً عن ذلك، فإن المنحنى يتغير من ناحية كونه منحنياً لأعلى ليكون منحنياً لأسفل أو العكس.



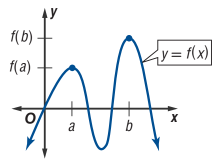
نصيحة للدراسة

خط المماس تذكر من الهندسة أن الخط يعتبر مماساً لمنحنى إذا تقاطع مع المنحنى في نقطة محددة.



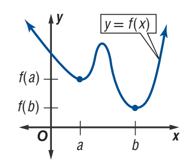
مفهوم أساسي القيم القصوى النسبية والمطلقة

كلمات	A القيمة العظمى النسبية لدالة f هي القيمة العظمى التي يمكن أن تحققها $f(x)$ عند بعض فتراتها في المجال.	**النموذج**
الرموز	$f(a)$ هي القيمة العظمى النسبية لـ f إن كانت هناك فترات للدالة (x_1, x_2) والتي تحتوي على قيم مثل a $f(a) > f(x)$ لكل $x \neq a$ في (x_1, x_2).	
كلمات	إذا كانت القيمة العظمى النسبي أكبر قيمة للدالة f يمكن أن تحققها في مجالها، إذا فهي *القيمة العظمى المطلقة*.	
رموز	$f(b)$ هي القيمة العظمى المطلقة لـ f إذا $f(b) > f(x)$ لكل $x \neq b$، في مجال f.	



f(a) is a relative maximum of *f*.
f(b) is the absolute maximum of *f*.

كلمات	القيمة الصغرى لدالة f هي القيمة الأصغر والتي يمكن أن تحققها $f(x)$ لـ فترة معينة في المجال.	**النموذج**
الرموز	$f(a)$ هي قيمة صغرى لـ f إن كانت هناك فترة (x_1, x_2) تحتوي على قيم مثل a $f(a) > f(x)$ لكل $x \neq a$ في (x_1, x_2).	
كلمات	إذا كانت القيمة الصغرى هي أقل قيمة يمكن للدالة f تحققها على مدى مجالها، فهي *القيمة الصغرى المطلقة*.	
رموز	$f(b)$ هي القيمة الصغرى المطلقة إذا $f(b) < f(x)$ لكل $x \neq b$، في مجال f.	



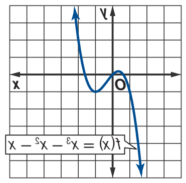
f(a) is a relative minimum of *f*.
f(b) is the absolute minimum of *f*.

قراءة الرياضيات

صيغ الجمع في اللاتينية، *maxima* (القيم العظمى) هي صيغة الجمع لمصطلح *maximum* (القيمة العظمى). و*minima* (القيم الصغرى) هي صيغة الجمع لمصطلح *minimum* (القيمة الصغرى). و*extrema* (القيم القصوى) هي صيغة الجمع لمصطلح *extremum* (القيمة القصوى).

مثال 2 قدّر وعرّف القيم القصوى لدالة

حدد وصنف القيم القصوى للرسم البياني لـ $f(x)$.
ادعم الإجابات عدديًا.



حلّل بالرسم البياني

يبدو واضحًا أن $f(x)$ لها قيمة قصوى نسبية عند $x = -0.5$ وقيمة صغرى نسبية عند $x =$. كما يبدو أيضًا أن $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ لذا فنحن نفترض أن الدالة ليس لها أي قيم قصوى مطلقة.

ادعم عدديًا.

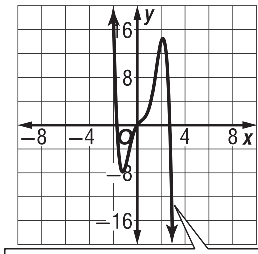
اختر قيم x في فترات نصف وحدة على جانبي القيمة المقدرة لـ x —لكل قيمة قصوى. كذلك قيمة واحدة كبيرة جدًا وقيمة واحدة صغيرة جدًا لـ x.

x	−100	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	100
$f(x)$	$-1.0 \cdot 10^6$	−1.00	0.125	0	−0.63	−1	−0.38	$9.9 \cdot 10^5$

لأن $f(-1) < f(-0.5)$ و $f(0) < f(-0.5)$. توجد قيمة عظمى نسبية في الفترة $(-1,$ بالقرب من -0.5. القيمة التقريبية للقيمة العظمى النسبية هي $f(-0.5)$ أو حوالي .

أمثلة إضافية

2 قم بالتقدير إلى أقرب 0.5 وحدة وقم بتصنيف قيمة عُظمى لرسم $f(x)$. اثبت إجاباتك عدديًا.



$f(x) = -x^5 + 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 3x$

إلى أقرب 0.5 وحدة فهناك حد أدنى مرتبط في $x = -1$ وحد أقصى مرتبط في $x = 2$. لا يوجد حد أقصى مطلق.

3 **الآلة الحاسبة البيانية**
قم بالتقريب إلى أقرب مئة مرتبطة أو حد أقصى مطلق من $f(x) = x^4 - 5x^2 - 2x + 4$. حدد التقويم x حيثما تحدث.
قيمة صُغرى النسبي: $(-1.47,$ $0.80)$; قيمة عُظمى النسبي: $(-0.20, 4.20)$; abs. قيمة صُغرى: $(1.67, -5.51)$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

جداول البيانات توفر مميزات القاعدة للجدول البيانات طريق سريع وسهل لعمل الجداول. أجعل جميع الطلاب تعمل في مجموعات صغيرة باستخدام صيغ في جداول البيانات لعمل جداول القيم لإيجاد قيمة عُظمى والأدنى النسبي.

نصيحة للدراسة
القيم القصوى المحلية القيم القصوى النسبية تُسمى أيضًا القيم القصوى *المحلية* والقيم القصوى المطلقة.تُسمى أيضًا *القيم القصوى الشاملة.*

وكذلك لأن $f(1) <$ و $f(1) <$، توجد قيمة قصوى نسبية في الفترة$(0.5, 1.5)$ بالقرب من1. القيمة التقريبية للقيمة القصوى النسبية هي .

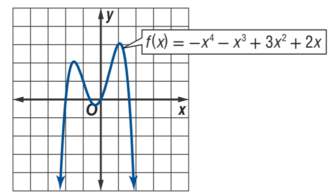
$f(-100) <$ and $f(-0.5) < f(100)$، والذي يدعم الفرضية بأن f ليس لديها قيم قصوى مطلقة.

تمارين موجهة

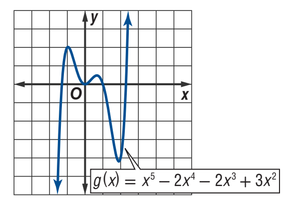
حدد وصنف القيم القصوى للرسم البياني الخاص بكل دالة. ادعم الإجابات عدديًا.

.2A–2B النظر إلى الهامش.

.2A



.2B

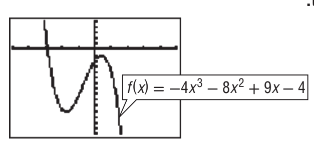


لأن هناك حاجة للتفاضل والتكامل لتأكيد السلوك التصاعدي والتنازلي للدالة، هناك حاجة أيضا للتفاضل والتكامل لتأكيد القيم القصوى النسبية والمطلقة للدالة. الآن، مع ذلك، يمكنك استخدام آلة حاسبة بيانية لمساعدتك على تقريب أفضل لموقع وقيمة القيم القصوى للدالة.

مثال 3 استخدم آلة حاسبة بيانية لتقريب القيم القصوى.

آلة حاسبة بيانية قرّب إلى أقرب مئة القيم القصوي المطلقة والنسبية $f(x) = -4x^3 - 8x^2 + 9x - 4$. اذكر قيم x في موقعها.

ارسم الدالة بيانيًا وعدّل النافذة بالشكل المطلوب حتي يكون كل سلوك الرسم البياني مرئي.

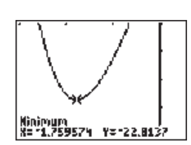


[−5, 5] scl: 1 by [−30, 10] scl: 4

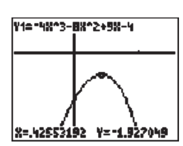
نصيحة تكنولوجية
تكبير العرض عند تحديد أماكن القيم العظمى والصغرى، تأكد من التقريب والبعد بشكل كاف لرؤية التفاصيل والشكل الكلي للرسم البياني. النافذة القياسية قد لا تظهر القصة كاملة.

من الرسم البياني لـــ f، يبدو أن الدالة لديها قيمة صغرى واحدة في الفترة $(-2, -1)$ وقيمة قصوى نسبية واحدة عند الفترة $(\ \ , 0)$ في المجال. السلوك الطرفي للرسم البياني يشير إلى أن هذه الدالة ليس لها قيم قصوى.

من خلال استخدام خيارات القيم الصغرى والعظمى المتاحة في قائمة التفاضل والتكامل (CALC) في آلتك الحاسبة البيانية، يمكنك تقدير أن الدالة $f(x)$ لها قيمة صغرى نسبية تساوي -22.81 عند $x \approx$ وقيمة عظمى نسبية تساوي عند $x \approx 0.43$.



[−3, 0.5] scl: 1 by [−28, 12] scl: 4



[−0.9, 1.6] scl: 1 by [−7.3, 2.7] scl: 4

تمارين موجهة

آلة حاسبة بيانية قرّب إلى أقرب مئة القيم القصوى المطلقة والنسبية. اذكر قيم x في موقعها.

.3A $h(x) = 7 - 5x - 6x^2$ .3B $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$

.3A القيمة العظمى المطلقة: $(-0.42, 8.04)$
.3B القيمة العظمى النسبية: $(-0.12, 5.06)$؛ القيمة الصغرى النسبية: $(1.45, 1.24)$

إجابات إضافية (تمارين موجهة)

.2A–B يجب أن تكون إجابات الطلاب قريبة للحد الأقصى من القيم التقريبية المُعطاه.

.2A قيمة عُظمى النسبي: $(-1.52, 2.07)$; قيمة صُغرى النسبي: $(-0.31, -0.31)$; قيمة عُظمى المطلق: $(1.08, 3.04)$

.2B قيمة عُظمى النسبي: $(-0.96, 2.02)$, $(0.66, 0.48)$; قيمة صُغرى النسبي: $(0,$ $0)$, $(1.90, -4.19)$

G12 GEN TE CH01.indb 37 8/22/2016 4:28:48 PM

أمثلة إضافية

4 **اقتصاد البترول** تزعم إعلانات السيارات الجديدة أن صفحة الوقود تكفي السائق وثلاثة ركاب لحوالي 360 ميل. وبعد البحث على الإنترنت، ستجد أن التابع للأميال لكل صفحة وقود للسيارة هو $F(X) = -0.025X^2 + 3.5X + 240$, حيث X **هي سرعة السيارة** بالأميال لكل ساعة. ما هي السرعة التي تقوم بتحسين مسافة السيارة التي تستطيع السفر في صفحة الوقود؟ ما هي المسافة التي تستيرها السيارة بالسرعة الأفضل؟ هناك حد أقصى حوالي 70 ميل في الساعة. ستنتقل السيارة 362.5 ميل عند السير بالسرعة الأفضل.

2 متوسط معدل التغيير

الأمثلة 5 و 6 يوضح كيفية البحث عن متوسط معدلات التغيير.

التركيز على المحتوى الرياضي

متوسط معدل التغيير البحث عن متوسط معدل التغيير بين نقطتين للتابع الغير طولي المماثل لتحديد منحدر الخط. على الرغم من ذلك، يمكن تغيير معدل التغيير بين نقطتين لتابع غير طولي مع كل زوج نقاط. عند حساب منحدر الخط فكر $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. عند حساب متوسط معدل التغير للتابع. فكر $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$.

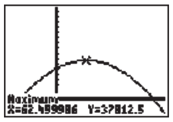
التحسين هو تطبيق للرياضيات حيث يقوم المرء بالبحث عن كمية عظمى أو كمية صغرى مُعطاة كمجموعة من القيود. إذا كانت هناك إمكانية لتصميم مجموعة من الكميات من الحياة اليومية عن طريق أحد الدوال، فإن القيم القصوى للدالة سوف تشير إلى القيم المثلى.

مثال 4 من الواقع استخدم القيم القصوى للأمثلية

الزراعة افترض أن كل واحدة من 75 شجرة برتقال في بستان فلوريدا تُنتج 400 برتقالة في الموسم الواحد. ولنفترض أيضًا أن لكل شجرة إضافية زرعت في البستان انخفض عائد كل شجرة بمعدل برتقالتين. كم عدد الأشجار الإضافية التي ينبغي زراعتها لتحقيق أكبر عائد كلي؟

اكتب الدالة $P(x)$ لوصف عائد المزرعة كدالةx، وهي العدد الإضافي من الأشجار المزروعة في المزرعة.

المزرعة	=	عدد الأشجار	•	عدد ثمار فاكهة البرتقال الناتجة من المزرعة.
$P(x)$	=	$(75 + x)$	•	$(400 - 2x)$



[−100, 221.3] scl: 1 by [−12270.5, 87900] scl: 5000

ونحن نود الوصول إلى أقصى قيمة ناتجة من المزرعة $P(x)$. ارسم هذه الدالة بيانيًا باستخدام آلة حاسبةبيانية. ثم استخدم اختيار القيمة القصوى من قائمة CALC لتقريب قيمة x والتي سينتج عنها أكبر قيمة لــ $P(x)$.

مثل بيانيًا القيمة العظمى لــ 37,812.5 لــ $x \approx 62.5$. إذن، من خلال زراعة 62 شجرة إضافية، يُمكن للمزرعة إنتاج حد أقصى للعائد بقيمة 37,812 برتقالة.

الربط بالحياة اليومية

تُنتج فلوريدا 95% من محصول البرتقال المستخدم لصناعة العصير في الولايات المتحدة. في العام الحالي، استهلك أكثر من 880,000 طن من البرتقال في الولايات المتحدة.

المصدر: وزارة الزراعة الامريكية

تمارين موجهة

4. **الأعمال اليدوية** مساحة أحد حاملات الشموع التي تتخذ شكل أسطوانة دائرية قائمة ذات قعر ودون سطح بوصة مربعة. احسب نصف قطر وارتفاع حامل الشمعة الذي ينتج أقصى حجم. $r \approx 1.83$ in.; $h \approx 1.83$ in.

2 متوسط معدل التغير

تعلمت مسبقًا في الجبر، أن المنحدر بين أي نقطتين في الرسم البياني لدالة خطية يُمثل معدل تغير ثابت. يتغير الميل لدالة غير خطية بين أزواج مختلفة من النقاط. لذلك يمكننا فقط التحدث عن متوسط معدل التغير بين أي نقطتين.

مفهوم أساسي متوسط معدل التغير

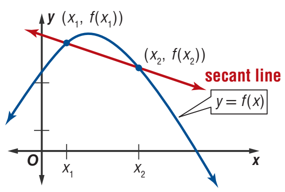
كلمات متوسط **معدل التغير** بين أي نقطتين على الرسم البياني لــ f هو منحدر الخط المار عبر هاتين النقطتين.

هندسة يُدعى الخط المار بنقطتين على منحنى **الخط القاطع**. يُرمز إلى منحدر الخط القاطع بوحدة m_{sec}.

رموز متوسط معدل التغير خلال الفترة $[x_1, x_2]$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

النموذج



عندما يكون متوسط معدل التغير خلال أحد فترات الدالة موجبًا، تزيد الدالة بمتوسط القيم خلال تلك الفترة. عندما يكون متوسط معدل التغير خلال أحد فترات الدالة سالبًا، تتناقص الدالة بمتوسط القيم خلال تلك الفترة.

Purestock/Getty Images

أمثلة إضافية

5 ابحث عن المعدل المتوسط لـ $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ في كل فترة.

A. $[-3, -1]$ 12

B. $[2, 5]$ -10

6 **الجاذبية** تعتبر صيغة المسافة التي تقطعها الأشياء لتسقط على القمر هي $D(T) = 2.7T^2$، حيث $D(T)$ هو المسافة بالقدم و T هو الوقت بالثواني. ابحث عن متوسط سرعة الشيء لكل فترة زمنية وفسره.

A. 1 إلى 2 ثانية 8.1 قدم لكل ثانية

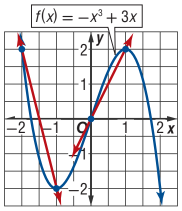
B. 2 إلى 3 ثانية 13.5 قدم في الثانية

المتابعة

اكتشف الطلاب خصائص الدوال.

اسأل:

- كيف يساعدك فهم الدوال الأصلية والتحويلات في تمثيل الأفكار الرياضية وتحليل مواقف العالم الحقيقي؟ الإجابة النموذجية: افهم العلاقة بين الدوال الأصلية التي تسمح لك باختيار تابع مناسبة يمكن استخدامها لتمثيل موقف من الحياة اليومية.
- ما هي خصائص الدوال التي يمكن أن تساعدك على تحليل مواقف الحياة اليومية؟ اشرح. الإجابة النموذجية: يمثل السلوك الأخير سلوك مستقبلي وتمثل النقاط الهامة قيمة عُظمى والأدنى من القيم ويمثل متوسط معدلات التغيير السرعات والتغيرات الأخرى.



الشكل 1.4.1

مثال 5 أوجد متوسط معدلات التغير

أوجد متوسط معدل التغير $f(x) = -x^3 + 3x$ في كل فترة.

a. $[-2, -1]$

استخدم معادلة المنحدر لإيجاد متوسط معدل التغير f خلال الفترة $[-2, -1]$.

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(-1) - f(-2)}{-1 - (-2)}$$ بديل -1 لـــ x_2 و-2 لـــ x_1

$$= \frac{[-(-1)^3 + 3(-1)] - [-(-2)^3 + 3(-2)]}{-1 - (-2)}$$ تقييم $f(-1)$ و $f(-2)$

$$= \frac{-2 - 2}{-1 - (-2)} \text{ or } -4$$ بسّط

متوسط معدل التغير عند فترة للدالة $[-2, -1]$ هو -4. الشكل 1.4.1 يدعم هذا الاستنتاج.

b. $[0, 1]$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$$ بديل 1 لـــ x_2 و0 ل x_1.

$$= \frac{2 - 0}{1 - 0} \text{ أو } 2$$ تقييم $f(1)$ و $f(0)$ وبسّط

متوسط معدل التغير عند فترة للدالة $[0, 1]$ هو 2. الشكل 1.4.1 يدعم هذا الاستنتاج.

تمارين موجهة

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة عند الفترات المحددة.

5A. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2; [2, 3]$ 6

5B. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x; [-5, -3]$ -220

لدى متوسط معدل التغير العديد من التطبيقات في عالم الواقع. وأحد تلك التطبيقات المعروفة يتضمن السرعة المتوسطة لجسم يقطع مسافةd أو من ارتفاع h في فترة زمنية محددة t. لأن السرعة هي المسافة المقطوعة خلال وحدة من الزمن، متوسط سرعة جسم ما لا يمكن أن تكون سلبية.

الربط بالحياة اليومية

بسبب مقاومة الهواء، فإن أي جسم متساقط سيصل في النهاية إلى سرعة ثابتة تسمى *السرعة النهائية*. تصل السرعة النهائية للاعب قفز بالمظلات عندما تكون مظلته مغلقة إلى 120 إلى ميلًا في الساعة.

المصدر: *MSN Encarta*

مثال 6 من الحياة اليومية أوجد متوسط السرعة

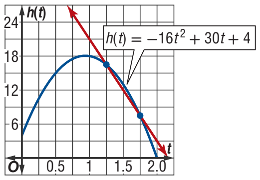
الفيزياء يُمثل ارتفاع أحد الأجسام التي قُذفت من مكان بارتفاع 4 أقدام فوق سطح الأرض من خلال الدالة $h(t) = -16t^2 + 30t + 4$، حيث تمثلt الوقت بالثواني الذي, تطلب وصول الجسم إلى الأرض بعد قذفه. أوجد وفسر متوسط سرعة الجسم من 1.25 إلى 1.75 ثانية.

$$\frac{h(t_2) - h(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{h(1.75) - h(1.25)}{1.75 - 1.25}$$ بديل 1.75 ل t_2 و1.25 لـــt_1.

$$= \frac{[-16(1.75)^2 + 30(1.75) + 4] - [-16(1.25)^2 + 30(1.25) + 4]}{0.5}$$ تقييم $h(1.75)$ و$h(1.25)$

$$= \frac{7.5 - 16.5}{0.5} \text{ or } -18$$ تبسط

متوسط معدل التغير عند فترة للدالة .
لذلك، فإن متوسط سرعة الجسم من
إلى ثواني هو قدمًا في الثانية، ومسافة بعد الجسم عن الأرض
تقل بمتوسط القيم عند تلك الفترة، كما هو موضح في الشكل الموجود
على اليمين.



تمارين موجهة

96 قدمًا في الثانية، من 2 إلى 4 ثواني، وقد زادت المسافة التي قطعها الجسم بمتوسط القيم عند تلك الفترة.

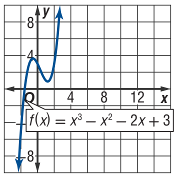
6. **فيزياء** إذا تم تجاهل مقاومة الرياح، فإن المسافة $d(t)$ بالقدم والتي يقطعها الجسم عندما يسقط من مكان مرتفع محدد هي $d(t) = 16$، حيث تمثل t الوقت بعد إسقاط الجسم. أوجد وفسر متوسط سرعة الجسم من 2 إلى 4 ثانية.

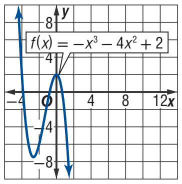
قريب من المستوى ضمن المستوى **Differentiated Instruction**

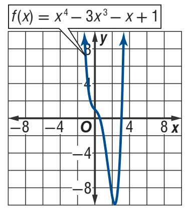
المتعلمين المرئيين/المكانيين يستخدم الطلاب الإنترنت للبحث عن صور نطاق تيتون في حديقة تيتون الوطنية الكبيرة. يجب أن يُبرز كل طالب الخط الأفقي للصورة التي قامت بحديدها. اطلب من الطلاب تحديد القمم وصنفها إما قيمة عُظمى النسبيأو المطلق.

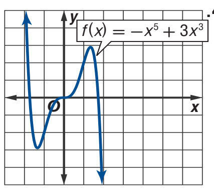
التمارين

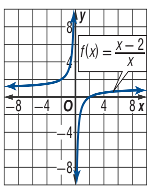
استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير فترات أقرب إلى 0.5 وحدة والتي تتصاعد أو تتناقص أو تثبّت فيها الدالة. ادعم الإجابة عدديًا. (مثال 1) **. مراجعة الهامش.**

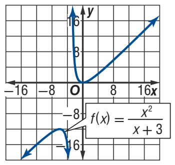
.1


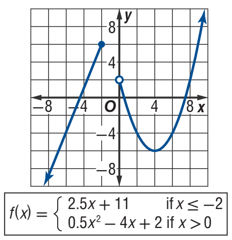
.2


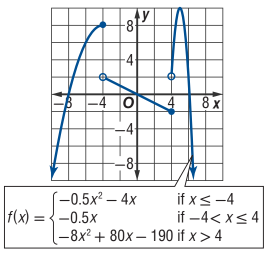
.3


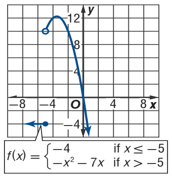
.4


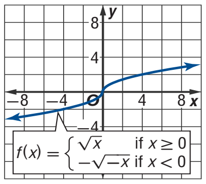
.5


.6


.7


.8


.9


.10


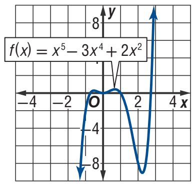
.11 **كرة السلة** يمكن تمثيل ارتفاع أحد الرميات الحرة في الملعب من خلال المعادلة $f(t) = -16t^2 + 23.8t + 5$، حيث تمثل t الوقت محسوب بالثانية، و$f(t)$ هو الارتفاع بالقدم. (مثال 2)

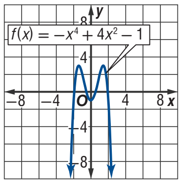
a. مثل بيانيًا ارتفاع الكرة عن الأرض. **مراجعة الهامش.**

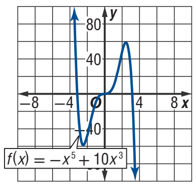
b. قدّر أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة. ادعم الإجابة عدديًا. **حوالي 13.9 ft**

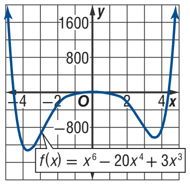
انظر ملحق الإجابات للوحدة 1 .

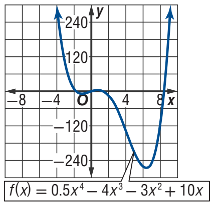
حدد وصنف القيم القصوى للرسم البياني الخاص بكل دالة. ادعم الإجابة عدديًا. (مثال 2)

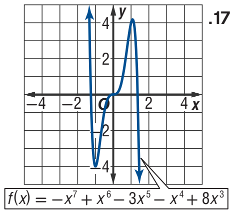
.12


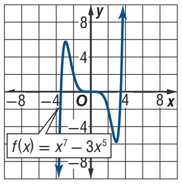
13


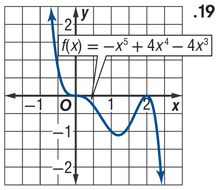
.14


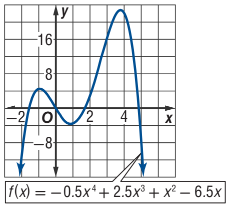
.15


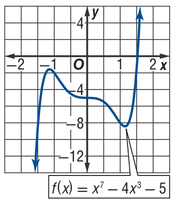
.16


.17


.18


.19


.20


.21


3 تمرّن

تقييم المفاهيم

استخدم التدريبات 47–1 للتحقق من الفهم.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص تعيينات الطلاب.

إجابة إضافية

.1 f تزيد في $(-\infty, -0.5)$، تنقص في $(-0.5, 1)$، وتزيد في $(1, \infty)$.

.2 f تنقص في $(-\infty, -2.5)$، تزيد في $(-2.5, 0)$، وتنقص في $(0, \infty)$.

.3 f تقل في $(-\infty, 2.5)$ تزيد في $(2.5, \infty)$.

.4 f تنقص في $(-\infty, -1.5)$، تزيد في $(-1.5, 1.5)$، وتنقص في $(1.5, \infty)$.

.5 f تزيد في $(-\infty, 0)$ تزيد في $(0, \infty)$.

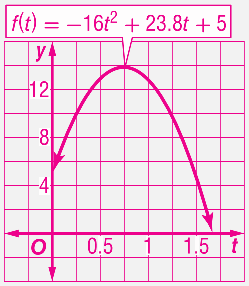
.6 f تزيد في $(-\infty, -6)$، تقل في $(-6, -3)$، تقل في $(-3, 0)$، تزيد في $(0, \infty)$.

.7 f تزيد في $(-\infty, -2)$، تقل في $(0, 4)$، تزيد في $(4, \infty)$.

.8 f تزيد في $(-\infty, -4)$، تقل في $(-4, 4)$، تزيد في $(4, 5)$، وتقل في $(5, \infty)$.

.9 f تكون ثابتة في $(-\infty, -5)$، تزيد في $(-5, -3.5)$، وتقل في $(-3.5, \infty)$.

.10 f تزيد في $(-\infty, \infty)$.

.11a


Differentiated Homework Options

قريب من المستوى | ضمن المستوى | أعلى من المستوى

مستوى	مهمة	خيار ليومين	
قريب من المستوى مستوى الوصول	93-74 ,72-68 ,47-1	147 فردي، 9497	46-2 زوجي، 93-74 ,72-68
ضمن المستوى في المستوى	47-1 فردي، 53-48، 67-55 فردي، 72-68، 97-74	97-94 ,47-1	93-74 ,72-48
أعلى من المستوى ما بعد المستوى	48–97		

آلة حاسبة بيانية

قرّب إلى أقرب مئة القيم القصوى المطلقة والنسبية لكل دالة. اذكر قيم X في موقعها. (مثال3) **. مراجعة الهامش.**

22. $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 8$

23. $g(x) = -2x^3 + 7x - 5$

24. $f(x) = -x^4 + 3x^3 - 2$

25. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5x$

26. $f(x) = x^5 - 2x^3 - 6x - 2$

27. $f(x) = -x^5 + 3x^2 + x - 1$

28. $g(x) = x^6 - 4x^4 + x$

29. $g(x) = x^7 + 6x^2 - 4$

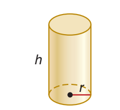
30. $f(x) = 0.008x^5 - 0.05x^4 - 0.2x^3 + 1.2x^2 - 0.7x$

31. $f(x) = 0.025x^5 - 0.1x^4 + 0.57x^3 + 1.2x^2 - 3.5x - 2$

32. **تصميم الجرافيك** يود أحد مصممي الجرافيك إنشاء رسم على شكل مستطيل يتضمن هامش قياسه بوصتين على كل جانب، وهامش آخر بحجم 4 بوصات في الجزء العلوي والسفلي. ويجب أن يكون إجمالي مساحة التصميم متضمنًا الهوامش 392 بوصة مربعة. ما هي الأبعاد الكلية التي ستزيد من قياس التصميم إلى الحد الأقصى، فيما عدا الهوامش؟ (*لمحة*: إذا كان أحد أضلع التصميم هوx, فسيتم قسمة الضلع الآخر 392 على x.) (مثال 4) **.14 in في .28 in**

33. **الهندسة** احسب نصف القطر والارتفاع الذي سيزيد حجم الأسطوانة الموضحة إلى أقصى حد. قرب إلى أقرب واحد على مئة من البوصة إذا لزم الأمر.
(مثال 4)

r = 1.85 In.;
h = 3.70 In.



$SA = 20.5\pi$ in²

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة عند الفترات المحددة. (مثال 5)

34. $g(x) = -4x^2 + 3x - 4$; [−1, 3] **−5**

35. $g(x) = 3x^2 - 8x + 2$; [4, 8] **28**

36. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 6$; [2, 6] **140**

37. $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 2x - 8$; [−2, 3] **−16**

38. $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 6x - 1$; [5, 9] **4430**

39. $f(x) = -2x^4 - 5x^3 + 4x - 6$; [−1, 5] **−309**

40. $h(x) = -x^5 - 5x^2 + 6x - 9$; [3, 6] **−2550**

41. $h(x) = x^5 + 2x^4 + 3x - 12$; [−5, −1] **472**

42. $f(x) = \frac{x-3}{x}$; [5, 12] **0.05**

43. $f(x) = \frac{x+5}{x-4}$; [−6, 2] **−0.45**

44. $f(x) = \sqrt{x+8}$; [−4, 4] **≈0.183**

45. $f(x) = \sqrt{x-6}$; [8, 16] **≈0.219**

46. **الطقس** يمكن تمثيل متوسط درجات الحرارة المرتفعة خلال الشهر في دبي من خلال الدالة التالية $f(x) = -0.9x^2 + 13x + 43$، حيث تمثل x الشهر $x =$ تمثل شهر يناير. أوجد متوسط معدل التغير لكل فترة زمنية، واشرح ماذا يمثل هذا المعدل. (مثال 6)

a. إبريل إلى مايو **b.** يوليو إلى نوفمبر

A–B 1 . النظر إلى الهامش.

47. **القهوة** يمكن تمثيل استهلاك العالم من القهوة في الفترة ما بين عامي 1990 و 2000 من خلال الدالة $f(x) = -0.004x^4 + 0.077x^3 - 0.38x^2 + 0.46x + 12$، حيث يعبر x عن العام، $x = 0$ والذي يتطابق مع عام1990، ويتم قياس الاستهلاك بوحدة المليون رطل. أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة عند الفترات المحددة. (مثال 6) **0.735 مليون رطل في العام**

a. 1990 **إلى** 2000 **b.** 1995 **إلى** 2000

0.36مليون رطل في العام

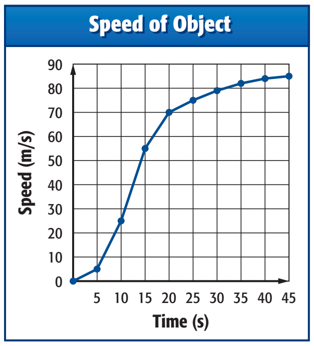
48. **سياحة** يمكن تمثيل السياحة في إمارة دبي في عام محدد من خلال الدالة $f(x) = 0.0635x^6 - 2.49x^5 + 37.67x^4 - 275.3x^3 + 986.6x^2 - 1547.1x + 1390.5$، حيث يكون x $1 \le x \le$ ، يمثل الشهر، $x =$ وهو ما يتوافق مع اليوم الأول من شهر مايو، و $f(x)$ يُمثل عدد السائحين بالآلاف.

a. مثّل المعادلة بالرسم البياني. **مراجعة الهامش.**

b. خلال أي شهر وصل عدد السائحين إلى القيمة العظمى المطلقة؟ **يوليو**

c. خلال أي شهر وصل عدد السائحين إلى القيمة القصوى النسبية؟ **ديسمبر**

49. استخدم الرسم البياني لإكمال ما يلي.



a. أوجد متوسط معدل التغير [5, 15]، و[15, 20]، و[25, 45].
[5, 15]: 5; [15, 20]: 3; [25, 45]: 0.5

b. قارن وقابل بين طبيعة سرعة الجسم خلال هذه الفترات الزمنية. **مراجعة الهامش.**

c. ما هي الاستنتاجات التي تستطيع استنتاجها حول مقدار معدل التغيير، وشدة انحدار الرسم البياني وطبيعة الدالة؟ **مراجعة الهامش.**

50. **تقنية** حدد فريق البحث في أحد شركات الكمبيوتر أن ربح أحد رقائق المعالجات الجديدة يُمكن تمثيلها من خلال الدالة $P(x) = -x^3 + 5x^2 + 8x$، حيث تكون x هو سعر بيع الرقاقة بمئات الدراهم.

a. مثل الدالة بيانيًا. **مراجعة الهامش.**

b. ما هو السعر المثالي للرقاقة الواحدة؟ **$400**

c. ما هو هامش ربح الرقاقة الواحدة عند السعر المثالي؟ **$48**

انتبه!

خطأ شائع في التدريبات 32 و33 و53 قد يكافح الطلاب للإيجاد تابع مع متغير واحد مستقل فقط. حذرهم من أن استخدام أنظمة المعادلات والاستبدال يمكنه تقليل عدد المتغيرات المستقلة.

إجابة إضافية

22. قيمة عُظمى النسبي: (0, 8)؛ قيمة صُغرى النسبي: (1.33, 4.44)

23. قيمة عُظمى النسبي: (1.08, 0.04)؛ قيمة صُغرى النسبي: (-1.08, -10.04)

24. قيمة عُظمى المطلق: (2.25, 6.54)

25. abs قيمة صُغرى: (-1.38, -7.08)

26. قيمة عُظمى النسبي: (-1.36, 6.54)؛ قيمة صُغرى النسبي: (1.36, -10.54)

27. قيمة عُظمى النسبي: (1.11, 2.12)؛ قيمة صُغرى النسبي: (-0.17, -1.08)

28. قيمة عُظمى النسبي: (0.41, 0.30)؛ قيمة صُغرى المطلق: (1.62, -7.85)؛ قيمة صُغرى المطلق: (-1.64, -11.12)

29. قيمة عُظمى النسبي: (-1.11, 1.32)؛ قيمة صُغرى النسبي: (0, -4)

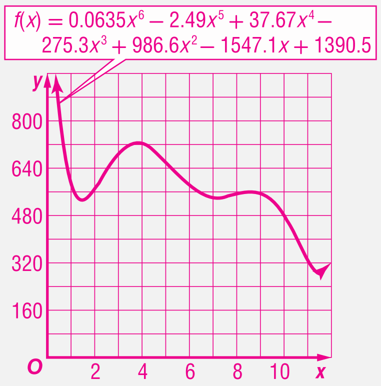
30. قيمة عُظمى النسبي: (2.49, 1.45)، قيمة صُغرى النسبي: (-3.72, 14.23)؛ (0.32, -0.11)، (5.90, -6.83)

31. قيمة عُظمى النسبي: (-1.66, 3.43)؛ قيمة صُغرى النسبي: (0.93, -3.82)

46أ. 4.9° كل شهر يزيد متوسط درجة الحرارة من بداية الربيع وحتى منتصفه.

46ب. −3.2° كل شهر يقل متوسط درجة الحرارة من الصيف وحتى أواخر الشتاء.

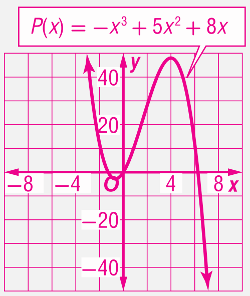
48أ.



49ب. يزيد الكائن بالسرعة أو التسارع على طول الثلاث فترات. تتسارع بأسرع معدل للفترة [5, 15]. بينما يكون التسارع بطيء جدًا في [25, 45]، فإنه *لا يزال* يزيد من السرعة.

49ج. الرسم شديد الانحدار = المعدل المرتفع للتغيير = الزيادة المتسارعة أو تناقص الرسم المسطح = معدل الحجم المنخفض للتغيير = قيمة صُغرى المتزايد أو المتناقص.

50a.



G12 GEN TE CH01.indb 41 8/22/2016 4:29:05 PM

51. **الدخل** يمكن تمثيل صافي الدخل للأفراد بالإمارات العربية المتحدة من عام وحتى عام 2007 من خلال الدالة التالية $I(x) = -1.465x^5 + 35.51x^4 - 277.99x^3 + 741.06x^2 + 847.8x + 25362,\ 0 \le x \le 10$, حيث x يُمثل عدد السنوات منذ عام .

a. مثّل المعادلة بالرسم البياني.

b. ما هو متوسط معدل التغير من عام 2000 وحتى عام 2007؟ ماذا تُمثل هذه القيمة؟

c. أين وصل متوسط معدل التغير إلى أقصى قيمة له في فترة 4 سنوات؟ وأين وصل إلى أدنى قيمة له؟

52. **تجارة وأعمال** صنعت أحد الشركات حوض للمياه بسعة 12 قدم مكعب، وكان ثمن الزجاج المستخدم في كل قدم مربعة من قاعدة الحوض .
وكان ثمن الزجاج المستخدم في كل قدم مربعة من جوانب الحوض .

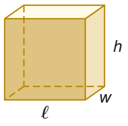
a. إذا كان طول وعرض الحوض متساويان، فأوجد الأبعاد التي ستقلل تكلفة صناعة الحوض إلى أدنى حد. **$w \approx 1.98$ ft, $h \approx 1.98$ ft, $l \approx 3.06$ ft**

b. ما هي أدنى تكلفة لصناعة الحوض؟ **$40.99**

c. إذا قامت الشركة كذلك بصناعة حوض على شكل مكعب بنفس السعة، ما هي الاختلافات في تكاليف الصناعة؟ **$0.94**

53. **التعبئة** يحتاج كريم إلى تصميم صندوق مغلق له قاعدة مربعة، وحجمه 3024 بوصة مكعبة. ما هي الأبعاد التي تجعل مساحة السطح للصندوق تصل إلى أعلى حد لها؟ أثبت استنتاجك.

انظر ملحق الإجابات للفصل 1



ارسم بيانيًا الدالة الخاصة بكل مجموعة من الخصائص.

54. $f(x)$ متصلة وتصاعدية دائمًا.

55. $f(x)$ متصلة وتنازلية دائمًا.

56. $f(x)$ متصلة وتصاعدية دائمًا $f(x) > 0$ لجميع قيم x.

57. $f(x)$ متصلة وتنازلية دائمًا $f(x) > 0$ لجميع قيم x.

58. $f(x)$ متصلة وتصاعدية عند $x < -2$ وتنازلية عند $x > -2$.

59. $f(x)$ متصلة وتنازلية عند $x < 0$ وتصاعدية عند $x > 0$.

54–59. انظر ملحق الإجابات للفصل 1

حدد إحداثيات القيم القصوى المطلقة للدوال. حدد ما إذا كانت القيمة القصوى قيمة عظمى أمقيمة صغرى.

60. $f(x) = 2(x - 3)^2 + 5$ **الحد الأدنى (3, 5);**

61. $f(x) = -0.5(x + 5)^2 - 1$ **أقصى (−5, −1);**

62. $f(x) = -4|x - 22| + 65$ **أقصى (22, 65);**

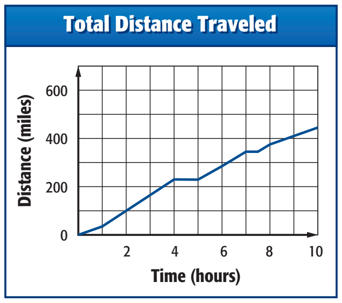
63. $f(x) = 4(3x - 7)^4 + 8$ **الحد الأدنى (2.3, 8);**

64. $f(x) = (36 - x^2)^{0.5}$ **أقصى (0, 6);**

65. $f(x) = -(25 - x^2)^{0.5}$ **الحد الأدنى (0, −5);**

66. $f(x) = x^3 + x$ **لا القيم القصوى**

67. **السفر** دون محمد ومثل بيانيًا إجمالي المسافة التي تقطعها سيارة عائلته في كل ساعة من رحلتهم. علل سبب تغير متوسط معدل التغير عند بعض الفترات، وثباته عند فترتين.
انظر ملحق الإجابات للفصل 1.



68. **نقاط الانعطاف** حدد أي من الرسوم البيانية الواردة في تمرين 1−10 و12−21 لديها نقاط انعطاف تعتبر نقاط حرجة، وقدر مواقع هذه النقاط على كل رسم بياني.
تمرين 3: (0, 0.5)، تمرين 4: (0, 0)، تمرين 10: (0, 0)، تمرين 14: (0, 0)، تمرين 17: (0, 0)، تمرين 18: (0, 0)، تمرين 19: (0, 0)، تمرين 21: (0, −5)

تحتاج مهارات ذهنية مرتبة بشكل أكبر

أسئلة مفتوحة **ارسم بيانيًا الدالة الخاصة بكل مجموعة من الخصائص.** 69–70. **انظر ملحق الإجابات للفصل 1.**

69. انقطاع انهائي عند $x = -2$
زيادة على $(-\infty, -2)$
زيادة على $(-2, \infty)$
$f(-6) = -6$

70. متصلة
متوسط معدل التغير عند فترة للدالة $[3, 8]$ هو 4
تنازلية عند $(8, \infty)$
$f(-4) = 2$

71 **الاستدلال** ما هو منحدر الخط القاطع من $(a, f(a))$ to $(b, f(b))$ عندما تكون $f(x)$ ثابتة عند الفترة $[a, b]$? اشرح استدلالك. **انظر ملحق الإجابات للفصل 1.**

72. **منطق** إذا كان متوسط معدل تغير $f(x)$ على الفاصلة $[a, b]$ هو إيجابي,هو $f(x)$في بعض الأحيان ,دائما أو اشرح استدلالك ?$[a, b]$ عدم المتزائد على

73. **تحدي** استخدم الآلة الحاسبة البيانية $f(x) = \sin x$ في وضع الدرجات. صف القيم القصوى النسبية للدالة، والنافذة المستخدمة في رسمك البياني. **انظر ملحق الإجابات للفصل 1.**

74. **الاستدلال** لدى إحدى الدوال المتصلة f قيمة نسبية دنيا عند c. كما أنها تزيد بزيادة x عن c. صف سلوك الدالة عندما تزيد x إلى c. اشرح استدلالك.
انظر ملحق الإجابات للفصل 1.

75. **الكتابة في مادة الرياضيات** صف كيف يرتبط متوسط معدل التغير للدالة بالتصاعد أو التنازل أو الثبات عند الفترة.
انظر ملحق الإجابات للفصل 1.

إجابة إضافية

76. مستمر; $f(-3) = \sqrt{7}$ أو حوالي $\lim_{x \to -3} f(x) \approx 2.65$, 2.65, و $\lim_{x \to -3} f(x) = f(-3)$.

77. مستمر; $\lim_{x \to 3} f(x) = 2$, $f(3) = 2$, و $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3)$.

G12 GEN TE CH01.indb 42
8/22/2016 4:29:08 PM

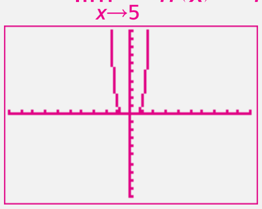
4 تقييم

الكرة الكريستالية اسأل الطلاب حول رأيهم في درس اليوم واتصاله مع الدرس التالي في الدوال الأصلية والتحويلات.

إجابة إضافية

.78 تم التوقف في $x = -5$; $h(-5)$ غير معرف و $\lim_{x \to -5} h(x) = -10$, so $h(x)$ يحتوي على فابل لحذف قطع الاتصال في $x = -5$. يستمر في $x = 5$; $h(5) = 0$, $\lim_{x \to 5} h(x) = 0$, and $\lim_{x \to 5} h(x) = h(5)$.

.79

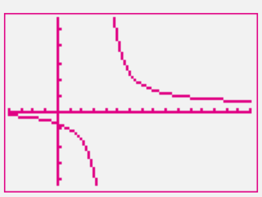


[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

زوجي؛ رسم $f(x)$ هو التماثل مع الأخذ في الاعتبار محور y.

$f(-x) = |(-x)^5|$
$= |x^5|$
$= f(x)$

.80

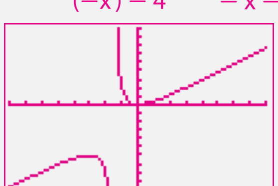


[−4, 16] scl: 1 by [−13, 17] scl: 3

لاهذا ولا ذاك

$f(-x) = \frac{(-x)+8}{(-x)-4}$ أو $\frac{8-x}{-x-4}$

.81



[−16, 16] scl: 2 by [−22, 18] scl: 2

لاهذا ولا ذاك

$g(-x) = \frac{(-x)^2}{-x+3}$ or $\frac{x^2}{-x+3}$

المراجعة الحلزونية

حدد ما إذا كانت كل دالة هي دالة متصلة عند قيمة (قيم) x المحددة. علل مستخدمًا اختبار الاتصال. وإذا كانت الدالة منقطعة، فحدد نوع الانقطاع، سواء كان لا نهائي أو متنقل أو قابل للإزالة. (الدرس) .76–78 مراجعة الهامش.

.76 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$; $x = -3$

.77 $f(x) = \sqrt{x + 1}$; $x = 3$

.78 $h(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$; $x = -5$ and $x = 5$

الآلة الحاسبة البيانية مثّل كل من الدوال. حلّل الرسم البياني لتحديد ما إذا كانت كل دالة زوجية، أم فردية، أم ليست أي منهما. أثبت الحل من خلال الجبر. إذا كانت الدالة فردية أو زوجية، فصف تماثل الرسم البياني للدالة. (الدرس) .79–81 مراجعة الهامش.

.79 $f(x) = |x^5|$

.80 $f(x) = \frac{x+8}{x-4}$

.81 $g(x) = \frac{x^2}{x+3}$

حدد مجال كل دالة. (الدرس)

.82 $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 5}$ $\{x / x \neq \pm\sqrt{5},\ x \in \mathbb{R}\}$

.83 $g(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

.84 $h(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 - 7}}$ $(-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, \infty)$

.85 أوجد قيم x، y، و z لـ $3\begin{bmatrix} x & y-1 \\ 4 & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 6 \\ 6z & 3x + y \end{bmatrix}$. (الدرس 0–6) $(5, 3, 2)$

.86 إذا كان ذلك ممكنًا، فأوجد حل $y = x + 2z$، $z = -1 -$ و $x = y -$. (الدرس 0–5) $(-4, 10, 7)$

حل كل معادلة. (الدرس 0–3)

.87 $x^2 + 3x - 18 = 0$ $-6, 3$

.88 $2a^2 + 11a - 21 = 0$ $-7, \frac{3}{2}$

.89 $z^2 - 4z - 21 = 0$ $7, -3$

بسّط. (الدرس 0–2)

.90 i^{19} $-i$

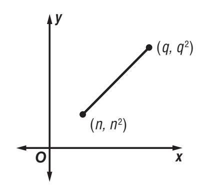
.91 $(7 - 4i) + (2 - 3i)$ $9 - 7i$

.92 $\left(\frac{1}{2} + i\right) - (2 - i)$ $-\frac{3}{2} + 2i$

.93 **كهرباء** كان لبطاريات أحد السيارات التي قوتها مقاومة تساوي 0.02 ohm في أحد أيام الشتاء البارد. وقد مُثلت القوة المتاحة لإدارة المحرك من خلال المعادلة $P = 12I - 0.02I^2$. حيث تكون I هي قيمة الشحنة الضرورية لإنتاج 1600 واط من القوة لتشغيل المحرك؟ (الدرس 0–2) 200 or 400 amps

مراجعة المهارات للاختبارات القياسية

.94 **SAT/ACT** في الشكل، إذا كان $q \neq n$، ما هو منحدر الخط المستقيم؟ **A**



A $q + n$
B $q - n$
C $\frac{q^2 + q}{n^2 - n}$
D $\frac{1}{q + n}$
E

.95 **مراجعة** عندما يكون عدد أيام إحدى السنوات يقبل القسمة على 4، فهي سنة كبيسة. بالرغم من ذلك. عندما يكون العام قابلًا للقسمة على 100. فلن يكون هناك سنة كبيسة إلا إذا كانت السنة تقبل القسمة على 400. ما هي التي لا تُعد مثالًا للعام الكبيس؟ **G**

F 1884
G 1900
H 1904
J 1940

.96 الدالة $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 6$ لها حدود عظمى نسبية وصغرى نسبية تقع عند القيم التالية ? لـ x— **C**

A قيمة عظمى نسبية عند $x \approx -0.7$، قيمة صغرى نسبية عند $x \approx 2$
B قيمة عظمى نسبية عند $x \approx -0.7$، قيمة صغرى نسبية عند $x \approx -2$
C قيمة قصوى نسبية عند $x \approx -2$، قيمة صغرى نسبية عند $x \approx 0.7$
D قيمة عظمى نسبية عند $x \approx 2$، قيمة صغرى نسبية عند $x \approx 0.7$

.97 **مراجعة** نافذة على شكل مثلث متساوي الأضلاع. طول كل ضلع من أضلاع المثلث 8 أقدام. النافذة مقسمة إلى نصفين من خلال دعامة تبدأ من رأس زاوية إلى منتصف ضلع المثلث المقابل لرأس الزاوية. تقريبًا ما هو طول الدعامة؟ **G**

F 5.7 ft
G 6.9 ft
H 11.3
J 13.9

التعليم المتمايز أعلى من المستوى

الامتداد يعتبر خط التلامس إلى رسم تابع متعددة الحدود في قيمة صُغرى والأقصى الأفقي. افترض أن النقطتين يعرفان الخط القاطع لرسم التابع المتعددة الحدود التي تتقارب عن الارتباط بالحد الأقصى. ماذا يحدث لميل الخط القاطع حيث تتقارب النقاط إلى قيمة عُظمى؟ كيف يمكن أن تتصل بخط التلامس في قيمة عُظمى المرتبط؟ يصل ميل الخط القاطع 0. حين تتقارب النقاط إلى قيمة عُظمى المرتبط فإن الخط القاطع يتقارب إلى التلامس الأفقي.

سؤال منتصف الوحدة

الدروس 1–1 حتى 1–4

حدد ما إذا كانت كل علاقة تمثل y على أنها دالة لـــ x. (الدرس 1-1)

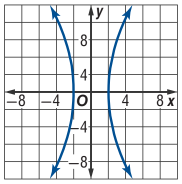
.1 $3x + 7y = 21$ **دالة**

.2

x	−1	1	3	5	7
y	−1	3	7	11	15

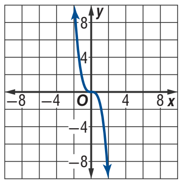
دالة

.3



دالة

.4



ليست دالة

.5 قدِّر قيمة $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & \text{if } x < 2 \\ x + 10 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$ لـ $f(2)$ (الدرس 1-1) **12**

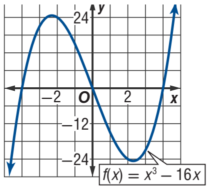
.6 **الرياضات** أثناء لعب كرة البيسبول، ضرب المضرب الكرة إلى داخل الملعب. بعد t ثانية يمكن تمثيل ارتفاع الكرة بالأقدام بـــ $h(t) = -16t^2 + 50t + 5$. (الدرس 1-1)

a. كم يبلغ ارتفاع كرة البيسبول بعد 3 ثواني؟ **11 قدم**

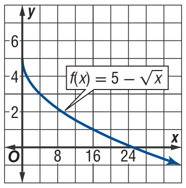
b. ما هو المجال المناسب لهذه الدالة؟ اشرح استدلالك. **انظر الهامش.**

استخدم الرسم الخاص بكل دالة لمعرفة الجزء المقطوع من التقاطع مع المحور الرأسي y والصفر(الأصفار). ثم أوجد القيم من خلال الجبر. (الدرس 1-2)

.7



.8

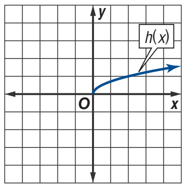


7–8. انظر الهامش.

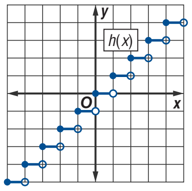
استخدم الرسم البياني لـــ h لمعرفة مجال ونطاق كل دالة. (الدرس 1-2)

9–10. انظر الهامش.

.9



.10



قرر ما إذا كانت كل دالة متصلة عند . علل إجابتك مستخدمًا اختبار الاتصال. (الدرس 1-3)

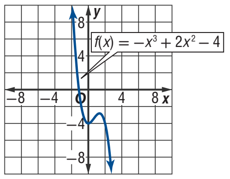
.11 $f(x) = \sqrt{x^2 - 36}$

.12 $f(x) = \frac{x^2}{x+5}$ **انظر الهامش.**

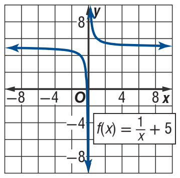
منقطعة عند $x = 5$; $f(x)$ تكون غير محددة عندما تكون $x = 5$.

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتصف سلوكها الطرفي. (الدرس 1-3) **13–14. انظر الهامش.**

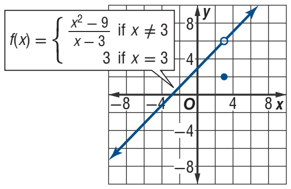
.13



.14



.15 **الاختيار من المتعدد** الرسم البياني لـــ $f(x)$ يحتوي على a(n) ________ انقطاع عند $x = 3$. (الدرس 1-3) **د**



A غير محدد

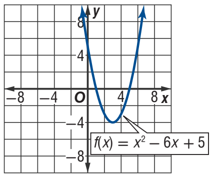
B لا نهائي

C قاطع

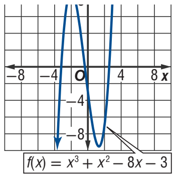
D قابل للإزالة

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير الفترات وتقريبها لأقرب 0.5 وحدة تتصاعد عندها الدالة أو تتنازل أو تظل ثابتة. (الدرس 1-4) **16–17. انظر الهامش.**

.16



.17



.18 **الفيزياء** يبلغ ارتفاع جسم ما سقط من مسافة 80 قدمًا أعلى مستوى الأرض بعد t ثانية $f(t) = -16t^2 + 80$. ما هو متوسط سرعة الجسم خلال الثانيتين الأوليتين بعد السقوط؟ (الدرس 1-4) **32 ft/s**

الدروس 1–1 و 1–4

التقييم التكويني

استخدم اختبار منتصف الفصل في تقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة

فيما يتعلق بمشكلة الإجابات الخاطئة، أجعل الطلاب يراجعون الدروس المشار أليها بين الأقواس

إجابات إضافية

6b $[0,3.22]$ مثال على الأجابة: يمثل المجال النسبي الفترة الزمنية الزمنية التي تبدأ من لحظة ركل الكرة وتنتهي بوصولها الى الأرض. لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالبًا و ارتفاع الكرة يكون 0 عندما $t = 3.22$, $0 \leq t \leq 3.22$.

.7 نقاط 0حصر y- أصفار $0, -4,$ 4;

$$x^3 - 16x = 0$$
$$x(x^2 - 16) = 0$$
$$x(x + 4)(x - 4) = 0$$
$$x = 0 \text{ or } x + 4 = 0 \text{ أو } x - 4 = 0$$
$$x = -4 \quad x = 4$$

.8 نقاط 5حصر y-: صفر: 25

$$5 - \sqrt{x} = 0$$
$$5 = \sqrt{x}$$
$$25 = x$$

.9 $D = [0, \infty)$, $R = [0, \infty)$

.10 $D = \{x | x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y | y \in \mathbb{Z}\}$

.12 مستمر عند $x = 5$; $f(5) = 2.5$, $\lim_{x \to 5} f(x) = 2.5$, و $\lim_{x \to 5} f(x) = f(5)$.

.13 من الرسم البياني، يبدو أن $f(x) \to -\infty$ كـ $x \to \infty$، و $f(x) \to \infty$ كـ $x \to -\infty$.

.14 من الرسم البياني، يبدو أن $f(x) \to 5$ كـ $x \to \infty$، و $f(x) \to 5$ كـ $x \to -\infty$.

.16 f تنخفض على $(-\infty, 3)$ و ترتفع على $(3, \infty)$.

.17 f يرتفع على $(-\infty, -2)$، ينخفض على $(-2, 1.5)$، و يرتفع على $(1.5, \infty)$