I التركيز

محاذاة رأسية

قبل الدروس من 5–I حلل الرسم البياني للدوال.

الدروس من 5–I حدد الرسم البياني و صف التابع الأب.
حدد و أرسم بيانيا التحويلات في الدالة الأصلية.

بعد الدروس من 5–I نفذ العمليات و أوجد تركيبة الدوال.

2 علّم

الأسئلة المعلقة

جعل الطلاب يقرؤون قسم لماذا؟ من الدرس .

اسأل:

- ما هي أوجه التشابهات و الإختلافات بين $f(x) = x$ و $g(x) = x +$ 2؟ إنحناء الخطوط يكون مطابقًا مع $g(x)$ تحرك الى أعلى بمقدار وحدتين.
- إشرح كيفية إختلاف التقويم ال a سوف يؤثر على الرسم البياني ل$f(x)$ $= x + a$. قيمة التحرك الخط الى أعلى أو أسفل $|a|$ وحدات.

(يتبع في الصفحة التالية)

الدرس 5–1 الدوال الرئيسية والتحويلات

::قبل ذلك

- قمت بتحليل الرسوم البيانية للدوال. الدروس من 2–1 إلى 4–1

::الآن

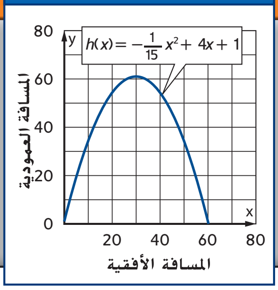
1 تحديد ورسم ووصف الدوال الرئيسية.

2 تحديد ورسم تحويلات الدوال الرئيسية.

::السبب

- يمكن تمثيل مسار كرة القدم المقذوفة من خلال الدالة على اليمين. هذه الدالة مرتبطة بالدالة التربيعية الأساسية $f(x) = x^2$.

مسير كرة القدم



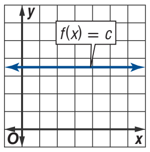
المفردات الجديدة

الدالة الرئيسية (parent function)
الدالة الثابتة (constant function)
الدالة الصفرية (zero function)
الدالة المحايدة (identity function)
الدالة التربيعية (quadratic function)
الدالة التكعيبية (cubic function)
دالة الجذر التربيعي (square root function)
الدالة التبادلية (reciprocal function)
دالة القيمة المطلقة (absolute value function)
الدالة الدرجية (step function)
دالة أكبر عدد صحيح (greatest integer function)
التحويل (transformation)
الإزاحة (translation)
الانعكاس (reflection)
تغيير الأبعاد بمقياس (dilation)

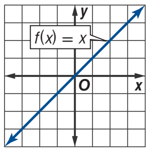
1 الدوال الرئيسية تتكون *عائلة الدوال* من مجموعة من الدوال التي تشترك رسومها البيانية في خاصية أو أكثر. وتعتبر **الدالة الرئيسية** هي أبسط دالة في عائلة الدوال. وهي الدالة التي تتحول فتصبح دالة أخرى من ضمن عائلة الدوال. في هذا الدرس، ستتعرف على أشهر ثماني دوال رئيسة. ولابد أنك الآن ألفت بالفعل الرسوم البيانية للدوال الخطية وكثيرة الحدود التالية.

مفهوم أساسي الدوال الرئيسة الرئيسية وكثيرة الحدود

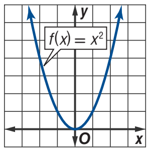
تأخذ **الدالة الثابتة** الصيغة $f(x) = c$، حيث تمثل c أي عدد حقيقي. رسمها البياني عبارة عن خط أفقي. وعندما تكون قيمة $c = 0$، تصبح الدالة $f(x)$ **دالة صفرية**.



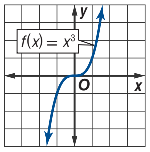
تمر **الدالة المحايدة** $f(x) = x$ عبر كل النقاط ذات الإحداثيات (a, a).



الدالة التربيعية $f(x) = x^2$ رسمها البياني يأخذ شكل حرف U.



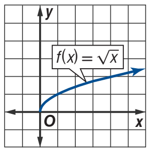
الدالة التكعيبية $f(x) = x^3$ متناظرة حول نقطة الأصل.



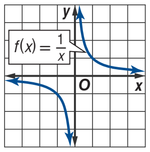
ولابد أنك الآن ألفت بالفعل الرسومات البيانية لدالة الجذر التربيعي و العكسية.

مفهوم أساسي دوال الجذر التربيعي و العكسية الرئيسية

تأخذ **دالة الجذر التربيعي** الصيغة $f(x) = \sqrt{x}$



تأخذ **الدالة العكسية** الصيغة $f(x)$



G12 GEN TE CH01.indb 45 8/22/2016 4:29:21 PM

- ما هي أوجه التشابه والاختلاف بين $g(x) = x^2 + 2$ و $f(x) = x^2$؟
شكل القطع الهندسية المكافئة متشابهة، مع $g(x)$ تتحرك بمقدار 2 وحدات إلى أعلى.

الدالة الأصلية

المثال 1 يعرض كيفية وصف الخصائص المهمة للتابع.

التقييم التكويني

استخدم دليل التدريب على التمارين بعد كل مثال لتحديد فهم الطلاب لهذه المفاهيم.

مثال اضافي

1 اشرح الخصائص المهمة الآتية للرسم البياني للتابع الأب $f(x) = \frac{1}{x}$: المجال المدى، و قراءتها، و التماثل، و الاستمرارية، والسلوك النهائي، و فترات الرسم البياني آخذة في الازدياد / النقصان. D و R : $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$؛ بدون اعتراض. الرسم البياني متطابق تماما مع الأصل. اذا فهو فردي. الرسم البياني مستمر لجميع القيم في مجاله مع انقطاع لانهائي في $x = 0$. الرسم البياني ينخفض في كلا الفترات في مجاله.

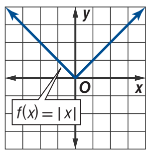
وهناك دالة رئيسة أخرى هي الدالة متعددة التعريف دالة القيمة المطلقة.

مفهوم أساسي دالة القيمة المطلقة الرئيسية

التعريف **دالة القيمة المطلقة** معادلتها $f(x) = |x|$، وتأخذ الشكل V، وتعرف كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{اذاكان } x < 0 \\ x & \text{اذاكان } x \geq 0 \end{cases}.$$

نموذج



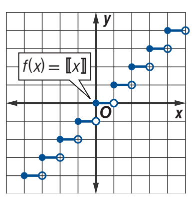
أمثلة $|-5| = 5, |0| = 0, |4| = 4$

أما الدالة متعددة التعريف التي يظهر فيها الرسم البياني كأنه درجات سلم، فتسمى **الدالة الدرجية**. وأشهر شكل من أشكال الدالة الدَرَجيَّة هي دالة أكبر عدد صحيح.

مفهوم أساسي دالة أكبر عدد صحيح الرئيسية

التعريف **دالة أكبر عدد صحيح** معادلتها $f(x) = [\![x]\!]$. ومعرفة على أنها تمثل أكبر عدد صحيح أقل أو يساوي x.

النموذج



أمثلة $[\![-4]\!] = -4,\ [\![-1.5]\!] = -2,\ \left[\!\!\left[\frac{1}{3}\right]\!\!\right] = 0$

نصيحة للدراسة
دالة الجزء الصحيح تعرف دالة أكبر عدد صحيح أيضاً باسم دالة الجزء الصحيح.

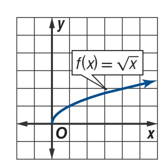
باستخدام الأدوات التي تعلمتها خلال الدروس حتى ، يمكنك وصف خصائص كل دالة رئيسة. تساعدك معرفة خصائص الدوال الرئيسة في تحليل أشكال الرسوم البيانية الأكثر تعقيداً في هذه العائلة.

مثال 1 صف خصائص الدالة الرئيسة

صف الخصائص التالية للرسم البياني للدالة الرئيسية $f(x) = \sqrt{x}$: المجال، والنطاق، ونقاط التقاطع، والتناظر، والاتصال، والسلوك الطرفي، وفترات تزايد أو تناقص الرسم البياني.

يتصف الرسم البياني لدالة الجذر التربيعي (الشكل 1.5.1) بالخصائص التالية.

- مجال الدالة $[0, \infty)$، والنطاق $[0, \infty)$.
- الرسم البياني له نقطة تقاطع وحيدة هي $(0, 0)$.
- الرسم البياني ليس متناظرًا. بالتالي، الدالة $f(x)$ ليست زوجية أو فردية.
- الدالة متصلة على كل قيم مجالها.
- يبدأ الرسم البياني عند النقطة $x = 0$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.
- الرسم البياني يتصاعد في الفترة $(0, \infty)$.



الشكل 1.5.1

تمارين موجهة

1. صف الخصائص التالية للرسم البياني للدالة الرئيسية $f(x) = |x|$: المجال، والنطاق، و نقاط التقاطع، و التناظر، و الاتصال، و السلوك الطرفي، و فترات تصاعد أو تنازل الرسم البياني.

1. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$، والنطاق $R = \{y \mid 0 \leq y, y \in \mathbb{R}\}$، للرسم نقطة تقاطع واحدة عند نقطة الأصل، ومتناظر حول المحور الرأسي y، وبالتالي الدالة $f(x)$ زوجية، الرسم البياني متصل على كل قيم مجاله، وفي تناقص على طول الفترة $(-\infty, 0)$، وفي ازدياد على طول الفترة $(0, \infty)$، و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$، و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

2 التحويلات قد تؤثر **تحويلات** الدوال الرئيسة في شكل الرسم البياني للدالة الرئيسة. تغير *التحويلات القياسية* موقع الرسم البياني فقط، بدون أن تغير حجم وشكل الرسم البياني. *أما التحويلات غير القياسية* فتشوه شكل الرسم البياني.

التركيز على المحتوى الرياضي

الدوال الأرضية والمعلقة أكبر عدد صحيح للتابع أو التابع الأرضية من الممكن أن يكون رمزا. $f(x) = \lfloor x \rfloor$. التابع المتشابه يعرف ب *التابع المعلق*، رمزها $f(x) = \lceil x \rceil$، تكون محددة كأكبر عدد صحيح وأكبر أو تساوي x. على سبيل المثال، $\lceil 2.1 \rceil = 3$، $\lceil 2 \rceil = 2$، و $\lceil 2.9 \rceil = 3$.

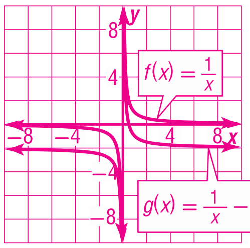
2 التحويلات

مثال 2 يبين كيفية نقل الرسم البياني. **المثال 3** يبين كيفية كتابة معادلات التحويلات. **المثال 4** يبين كيفية وصف تحويلات الرسم البياني. **المثال 5** يبين كيفية الرسم البياني لتابع معرفة من قبل تابع متعددة التعريف. **المثال 6 و7** يبين كيفية استخدام و وصف و رسم معادلة التحويلات بيانيا.

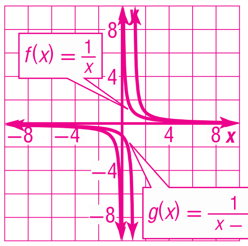
مثال اضافي

2 استخدم الرسم البياني لـ $f(x) = \frac{1}{x}$ لتمثيل كل تابع بيانيا.

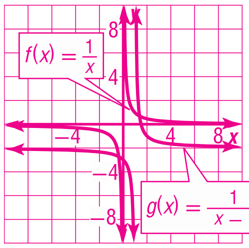
a. $g(x) = \frac{1}{x} - 2$



b. $g(x) = \frac{1}{x-1}$



c. $g(x) = \frac{1}{x-1} - 2$



تعتبر **الإزاحة** تحويل قياسي، عبارة عن تحريك الرسم البياني لدالة. *الإزاحة الرأسية* للدالة f عبارة عن تحريك الرسم البياني للدالة f لفوق أو إلى أسفل، بينما *الإزاحة الأفقية*، تحرك الرسم البياني يميناً أو يساراً. الإزاحة الرأسية والأفقية أمثلة للتحولات القياسية.

مفهوم أساسي الإزاحة الأفقية والرأسية

الإزاحة الرأسية

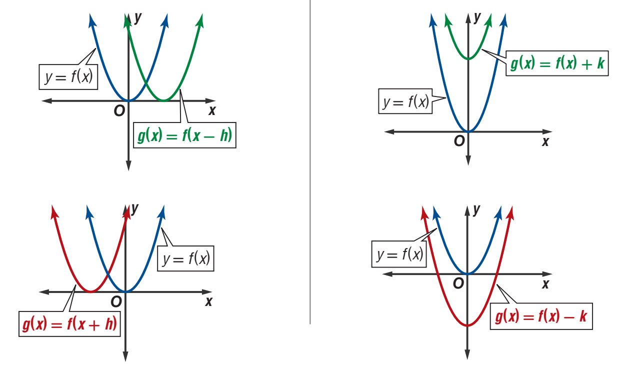
الرسم البياني للدالة $g(x) = f(x) + k$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مُزاحاً

- تُحرِك k **الرسم للأعلى**، عندما تكون $k > 0$، و
- تُحرِك k **الرسم للأسفل**، عندما $k < 0$.

الإزاحات الأفقية

الرسم البياني للدالة $g(x) = f(x - h)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مُزاحاً

- تُحرك h **الرسم لليمين**، عندما تكون $h > 0$،
- تُحرِك h **الرسم لليسار**، عندما تكون $h < 0$.



مثال 2 إزاحة الرسم البياني

استخدم الرسم البياني للدالة $f(x) = |x|$ لرسم كل دالة آتية.

a) $g(x) = |x| + 4$

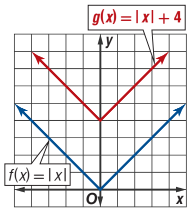
هذه الدالة تأخذ الصيغة $g(x) = f(x) + 4$. لذا، فإن الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = |x|$ مزاحاً 4 وحدات للأعلى، كما هو موضح بالشكل 1.5.2.

b) $g(x) = |x + 3|$

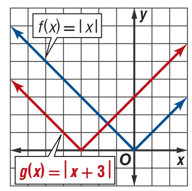
هذه الدالة تأخذ الصيغة $g(x) = f(x + 3)$ أو $g(x) = f[x - (-3)]$. لذا، فإن الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = |x|$ مزاحاً 3 وحدات للأعلى، كما هو موضح بالشكل 1.5.3.

c) $g(x) = |x - 2| - 1$

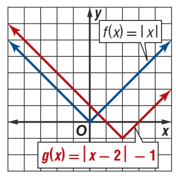
هذه الدالة تأخذ الصيغة $g(x) = f(x - 2) -$. لذا، فإن الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = |x|$ مزاحاً وحدتين للأعلى، ووحدة واحدة للأسفل، كما هو موضح بالشكل 1.5.4.



الشكل 1.5.2



الشكل 1.5.3



الشكل 1.5.4

نصيحة تكنولوجية

الإزاحة يمكنك إزاحة رسم بياني باستخدام الآلة الحاسبة راسمة الدوال. تحت [Y=] ضع معادلة في المتغير Y1. تحرك للسطر Y2 ثم اضغط [VARS] [▶] [ENTER] [ENTER]. هذا سيضع Y1 على الخط Y2. ادخل عدد لإزاحة الدالة. اضغط [Graph]. ستجد أن المعادلتين رُسموا في نفس النافذة.

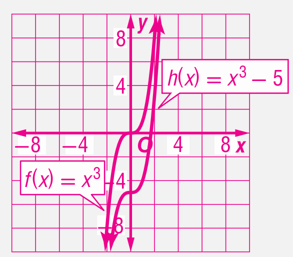
تمارين موجهة استخدم الرسم البياني للدالة $f(x) = x^3$ لرسم البياني لكل دالة. **2A–C.** (انظر الهامش).

2A. $h(x) = x^3 - 5$ **2B.** $h(x) = (x - 3)^3$ **2C.** $h(x) = (x + 2)^3 + 4$

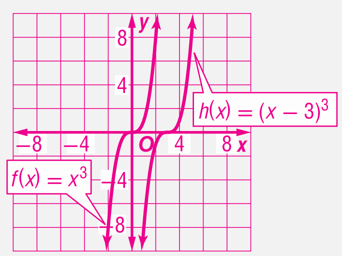
47

إجابات اضافية (تمرين موجه)

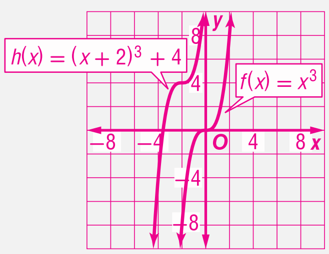
2A.



2B.



2C.



التدريس مع التكنولوجيا

الحاسبة البيانية اطلب من الطلاب استخدام الآلات الحاسبة البيانية لضبط عوامل التغيير في كل التابع الأب وملاحظة آثار تغير كل كل عامل من عوامل التجربة . اطلب من الطلاب أن يعملوا مع زملائهم لمقارنة نتائجهم.

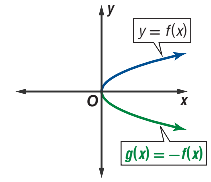
G12 GEN TE CH01.indb 47 8/22/2016 4:29:30 PM

الانعكاس نوع آخر من التحويلات الثابتة، حيث ينتج صورة معكوسة من الرسم البياني للدالة نسبة إلى خط معين.

مفهوم أساسي الانعكاس في المحاور الإحداثية

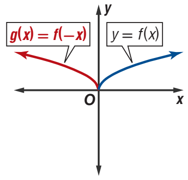
الإنعكاس في المحور الأفقي x

الرسم البياني للدالة $g(x) = -f(x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ **منعكساً في المحور الأفقي** x.

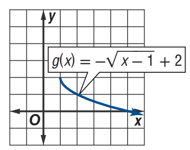


الانعكاس في المحور الرأسي y

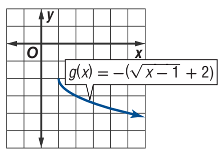
الرسم البياني للدالة $g(x) = f(-x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ **منعكساً في المحور الرأسي** y.



عند كتابتك لمعادلة دالة مُحولة، احرص على توضيح التحويلات بدقة. فالرسم البياني للدالة $g(x) = -\sqrt{x-1} + $ مختلف عن الرسم البياني للدالة $g(x) = -$.



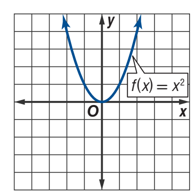
انعكاس الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ في المحور الأفقي x، ثم إزاحة بمقدار وحدة واحدة لليمين ووحدتين للأعلى



إزاحة الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ وحدة واحدة لليمين ووحدتين للأعلى، ثم انعكاس في المحور الأفقي x

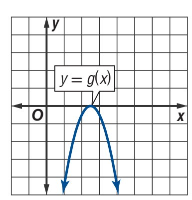
مثال 3 اكتب معادلات التحويلات

اوصف علاقة الرسوم البيانية للدوال $f(x) = x^2$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$.



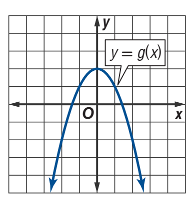
الشكل 1.5.5

.a



الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = x^2$ ولكن مزاحاً 5 وحدات لليمين ومنعكس في المحور الأفقي x. لذا، $g(x) = -(x-5)^2$.

.b

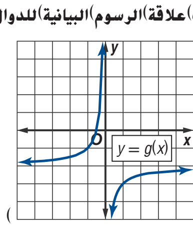


الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = x^2$ ولكن منعكس في المحور الأفقي x ومزاح وحدتين للأعلى. لذا، $g(x) = -x^2 + 2$.

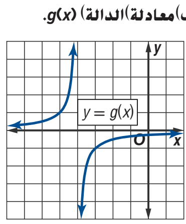
تمارين موجهة

اوصف علاقة الرسوم البيانية للدوال $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$.

.3A



.2B

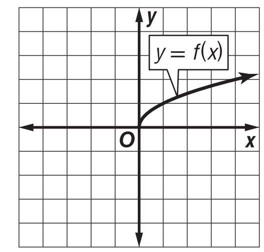


A3. الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكنه منعكس في المحور الأفقي x ومزاح وحدتين للأسفل. لذا، $g(x) = -\frac{1}{x} - 2$.

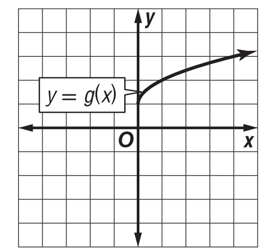
B3. الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكنه مزاح 4 وحدات لليسار ومنعكس حول المحور الأفقي x، لذا، $g(x) = -\frac{1}{x+4}$

مثال اضافي

3 صف كيف أن الرسم البياني لـ $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x)$ مرتبطين. ثم اكتب معادلة الـ $g(x)$.

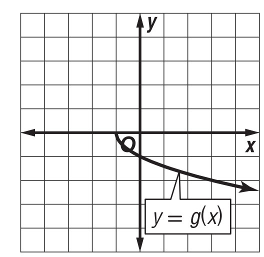


.a



الرسم البياني لـ $g(x)$ هو الرسم البياني لـ $f(x)$ نقل ا وحدة الى أعلى؛ $g(x) = \sqrt{x} + 1$.

.b



الرسم البياني لـ $g(x)$ هو الرسم البياني لـ $f(x)$ نقل ا وحد الى الأسفل و تنعكس في x–المحور؛ $g(x) = -\sqrt{x+1} + 1$.

التركيز على المحتوى الرياضي

الدوال المتحولة عندما يتم نقل أو عكس الرسم البياني للتابع، فانه يبقى على نفس الشكل. عندما يتم توسيع الرسم البياني، فان شكله يتغير. من وجهة نظر هندسية، نقل وانعكاسات الرسوم البيانية للمحافظة على الشكل، وبالتالي فإن الصورة تكون متطابقة مع الرسم البياني للتابع الأب. ومع ذلك، عندما يتمدد الرسم البياني ، فإنه لا يحافظ على نفس المنحنيات. لذا، فإن الرسم البياني للتابع ليست مشابها لرسم التابع الأب.

Differentiated Instruction

الاقتراب من المستوى | ضمن المستوى

المتعلمون بصريًا اسأل الطلاب لتوفير الملصقات التي تعرض الدوال الأب الثمانية التي درسوها في هذا الدرس وكيفية تحويلها.

تغيير الأبعاد بمقياس هو تحويل غير ثابت للدالة، ينتج عنه ضغط (تقليص) أو توسع (تضخيم) الرسم البياني للدالة رأسياً أو أفقياً.

نصيحة للدراسة

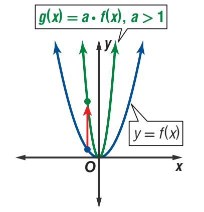
تغيير الأبعاد بمقياس قد يبدو في بعض الأحيان زوج من حالات التمدد متشابهين، مثل التوسع الرأسي والانضغاط الأفقي. فلا يمكن تحديد نوع التحويل من الرسم البياني. يجب أن تقارن معادلة الدالة المحولة بالدالة الرئيسية.

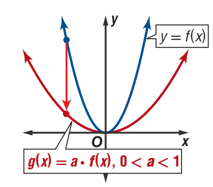
مفهوم أساسي الإزاحة الأفقية والرأسية

تغيير الأبعاد بمقياس بشكل رأسي

إذا كان a عدد حقيقي موجب، و $g(x) = a \cdot f(x)$، فإن

- الرسم البياني للدالة سيتوسع رأسياً $f(x)$ **إذا كان** $a > 1$.
- سينضغط الرسم البياني للدالة رأسيًا $f(x)$ **إذا كان** $0 < a < 1$.

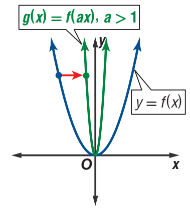


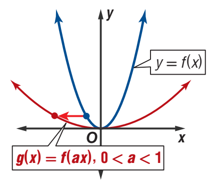


تغيير الأبعاد بمقياس بشكل الأفقي

إذا كان a عددًا حقيقيًا موجبًا، و $g(x) = f(ax)$، فإن

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سينضغط أفقيًا، **إذا كان** $a > 1$
- سيتوسع الرسم البياني أفقياً للدالة $f(x)$ **إذا كان** $0 < a < 1$.



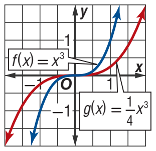


مثال 4 صف وارسم التحويلات

حدد الدالة الرئيسية $f(x)$ للدالة $g(x)$، وصف علاقة الرسم البياني لكل دالة $g(x)$ و $f(x)$. ثم ارسم $g(x)$ و $f(x)$ على نفس المحاور.

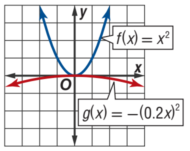
a) $g(x) = \frac{1}{4}x^3$

الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = x^3$ و لكن مضغوط رأسياً، لأن $g(x) = \frac{1}{4}x^3 = \frac{1}{4}$ و $0 < \frac{1}{4} <$.



b) $g(x) = -(0.2x)^2$

الرسم البياني للدالة $g(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x) = x^2$ ولكنه متمدد أفقياً ومنعكس في المحور الأفقي x. لأن $g(x) = -(0.2x)^2 = -f(0.2x)$ و $0 < 0.2 < 1$.



التمارين موجهة **4A–B. انظر الهامش.**

4A. $g(x) = [\![x]\!] - 4$ **4B.** $g(x) = \frac{15}{x} +$

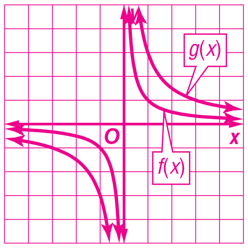
يمكنك استخدام ما تعلمته حول تحويلات الدوال، لرسم دالة متعددة التعريف.

مثال اضافي

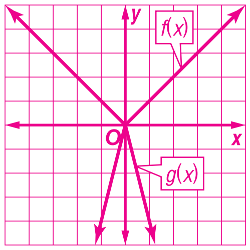
4 تحديد التابع الأب $f(x)$ of $g(x)$، صف كيف أن الرسم البياني ل $g(x)$ و $f(x)$ مرتبطين. ثم ان الرسم البياني ل $f(x)$ و $g(x)$ على نفس المحاور.

a. $g(x) = \frac{3}{x}$

$f(x) = \frac{1}{x}$; الرسم البياني ل $g(x)$ هو الرسم البياني ل $f(x)$ يتمدد عمودياً بالعامل 3.

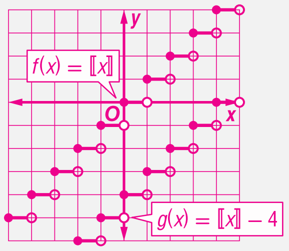


b. $g(x) = -|4x|$ $f(x) = |x|$; الرسم البياني ل $g(x)$ هو الرسم البياني ل $f(x)$ مضغوط أفقيا بالعامل 4 ومعكوس في ال x–المحور.

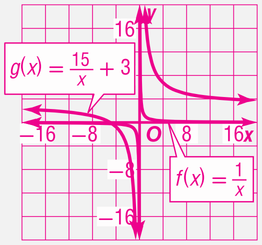


إجابات اضافية (تمرين موجه)

4A. $f(x) = [\![x]\!]$; الرسم البياني ل $g(x)$ هو الرسم البياني ل $f(x)$ نقل 4 وحدات الى أعلى.

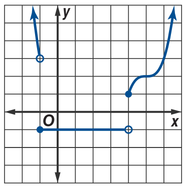


4B. $f(x) = \frac{1}{x}$; الرسم البياني ل $g(x)$ هو الرسم البياني ل e $f(x)$ تمدد عمودياً بالعامل 15 ونقل 3 وحدات الى أعلى.



مثال 5 ارسم بيانياً دالة متعددة التعريف

Graph $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & x < -1 \text{ إذا كان } \\ -1 & -1 \le x < 4 \text{ إذا كان } \\ (x-5)^3 + 2 & x \ge 4 \text{ إذا كان } \end{cases}$.



على الفترة $(-\infty,$ ارسم الدالة $y = 3x^2$.
على الفترة $[-1,$ ارسم الدالة الثابتة $y =$.
على الفترة $[4, \infty)$ ارسم الدالة $y = (x-5)^3 + 2$.

ارسم دوائر عند $(-1,$ و $4,$، وضع نقاط عند $(-1,$ و $4,$، لأن $f(-1) =$ و $f(4) =$.

تمرين موجه

ارسم كل دالة. 5A–B. انظر الهامش.

$g(x) = \begin{cases} x - 5 & x \le 0 \text{ اذا كان } \\ x^3 & 0 < x \le 2 \text{ اذا كان } \\ \frac{2}{x} & x > 2 \text{ اذا كان } \end{cases}$

5B. $h(x) = \begin{cases} (x+6)^2 & x < -5 \text{ اذا كان } \\ 7 & -5 \le x \le 2 \text{ اذا كان } \\ |4 - x| & x > 2 \text{ اذا كان } \end{cases}$

يمكنك أيضاً استخدام ما تعلمته حول التحويلات لتحويل دالة تمثل بيانات واقعية من الحياة أو ظاهرة حياتية.

مثال 6 من الواقع تحويلات الدوال

كرة القدم يمكن تمثيل مسار كرة القدم المقذوفة بالدالة $g(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 4x + 1$، حيث تكون $g(x)$ هي المسافة الرأسية بالياردة بين الكرة والأرض، و x تمثل المسافة الأفقية باليّاردة حيث $x = 0$ تمثل خط 20 ياردة للفريق ضارب الكرة.

رابط من الواقع

حطم ستيف أونل الرقم القياسي لأطول رمية في تاريخ الدوري الوطني لكرة القدم الأمريكية، حيث امتدت إلى 98 ياردة؛ وذلك في 21 سبتمبر 1969.

المصدر: *الدوري الوطني لكرة القدم الأمريكية*

a. صف تحويلات الدالة الرئيسية $f(x) = x^2$ المستخدمة لرسم $g(x)$.

أعد صياغة الدالة بحيث تكون على الشكل $g(x) = a(x - h)^2 + k$، عن طريق إكمال المربع.

$g(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 4x +$ — الدالة الأصلية

$= -\frac{1}{15}(x^2 - 60x) +$ — عامل $-\frac{1}{15}x^2 +$

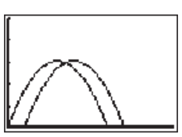
إكمال المربع

$= -\frac{1}{15}(x^2 - 60x + 900) + 1 + \frac{1}{15}(900)$

$= -\frac{1}{15}(x - 30)^2 +$ — كتابة $x^2 - 60x + 900$ كمربع كامل وتبسيطه

لذا فالدالة $g(x)$ هي الرسم البياني للدالة $f(x)$ مُزاحاً 30 وحدة لليمين ومضغوطة رأسياً ومعكوسة على المحور الأفقي x ثم أزيحت 61 وحدة للأعلى.

b. افترض أن الكرة ضربت من خط 30 ياردة. أعد كتابة $g(x)$ لتمثل هذا التغيير. **ارسم كلا الدالتين على نفس شاشة الآلة الحاسبة الراسمة للدوال.**



[0, 100] scl: 1 by [0, 100] scl: 20

يمثل تغيير خط ضربة الكرة من 20 ياردة إلى 30 ياردة إزاحة أفقية بمقدار 10 ياردات لليمين، لذا يجب طرح 10 ياردات إضافية من داخل تعبير المربع.

$g(x) = -\frac{1}{15}(x - 30 - 10)^2 +$ أو $g(x) = -\frac{1}{15}(x - 40)^2 +$

تمارين موجهة

6. الكهرباء يمثل التيار –مقاساً بالأمبير– في مشغل DVD بالدالة $I(x) =$ ، حيث تمثل x القوة بالواط، و 11 هي قيمة المقاومة بالأوم.

A. صف تحويلات الدالة الرئيسية $f(x) = \sqrt{x}$ المستخدمة لرسم الدالة $I(x)$. **تمددت أفقياً** $I(x) = \sqrt{\frac{x}{15}}$

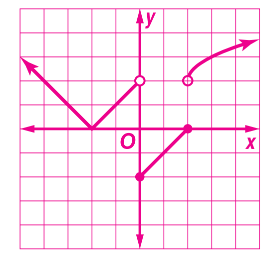
B. إذا كانت مقاومة المصباح 15 ohms، اكتب دالة تصف التيار المار عبر المصباح.

C. ارسم كلًا من مقاومة مشغل DVD و المصباح على نفس شاشة الآلة الحاسبة الراسمة للدوال. **انظر الهامش.**

أمثلة اضافية

5 ارسم بيانياً

$f(x) = \begin{cases} |x + 2| \\ \text{if } x < 0 \\ |x| - 2 \\ \text{if } 0 \le x \le 2 \\ \sqrt{x - 2} + 2 \\ \text{if } x > 2 \end{cases}$.

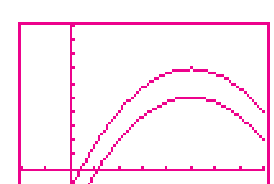


6 **ملاهي** "السباق البري" السفينة الدوارة لديها مقطع مثل التابع. $G(X) = = \frac{-X^2}{30} + \frac{10X}{3} - \frac{100}{3}$, حيث $G(X)$ هو المسافة العمودية في مساحات السفينة الدوارة تكون من الأرض و X هو المسافة الأفقية في المساحات من بداية السباق.

a. صف تحويلات التابع الأب $f(x) = x^2$ التي استخدمت في الرسم البياني $g(x)$. $g(x)$ هو الرسم البياني ل $f(x)$ نقل 50 وحدة الى اليمين, مضغوطة عموديا , ومعكوسة على المحور x, ثم نقل 50 وحدة الى أعلى.

b. افترض أن مصممي السباق قررو زيادة أعلى نقطة في السباق الى 70 ياردة. أعد كتابة $g(x)$ لإظهار هذا التغير. الرسم البياني على حد سواء للدوال يكون على نفس نسق المحاور باستخدام آلة حاسبة بيانية.

$g(x) = -\frac{1}{30}(x - 50)^2 + 70$



[−20, 80] scl: 10 by [−20, 100] scl: 10

Differentiated Instruction

الاقتراب من المستوى | ضمن المستوى | مابعد المستوى

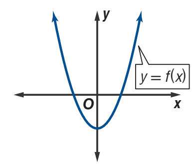
المتعلمون المتفاعلون دع الطلاب يعملون في مجموعات لتحديد ما إذا كان عائلات الدوال لديها نفس التماثل مثل التابع الأب. تشجيع الطلاب على استخدام أجهزة الكمبيوتر أو الحاسبة البيانية لاختبار التخمينات الخاصة بهم.

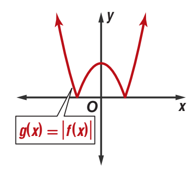
تحويل غير قياسي آخر. هو القيمة المطلقة.

مفهوم أساسي التحويلات بالقيمة المطلقة

$g(x) = |f(x)|$

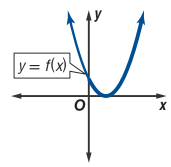
يعكس هذا التحويل كل جزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ تحت المحور الأفقي x فيصبح فوق المحور الأفقي x.

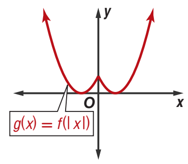




$g(x) = f(|x|)$

يستبدل هذا التحويل الجزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ لليسار من المحور الرأسي y بانعكاس الجزء الموجود لليمين من المحور الرأسي y.





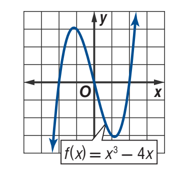
نصيحة تكنولوجية

تحويلات القيمة المطلقة

يمكنك التحقق من رسمك لدالة محولة بالقيمة المطلقة باستخدام الآلة الحاسبة الراسمة للدوال. ويمكنك أيضاً رسم كلا الدالتين على نفس محاور الإحداثيات.

مثال 7 صف وارسم التحويلات

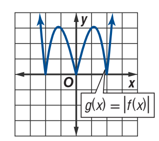
استخدم الرسم البياني للدالة $f(x) = x^3 - 4x$ في الشكل 1.5.6 لرسم كل دالة آتية.



الشكل 1.5.6

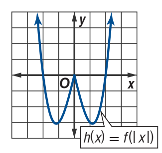
a) $g(x) = |f(x)|$

يقع الرسم البياني للدالة $f(x)$ أسفل المحور الأفقي x على الفترات $(-\infty, -2)$ و $(0, 2)$. اعكس هذين الجزءين من الرسم البياني حول المحور الأفقي x واترك بقية الرسم كما هو.



b) $h(x) = f(|x|)$

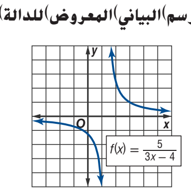
استبدل الجزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ لليسار من المحور الرأسي y بانعكاس الجزء إلي يمين المحور الرأسي y.



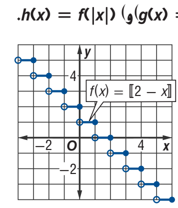
تمارين موجهة 7A–B. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

استخدم الرسم البياني المعروض للدالة $f(x)$ لرسم الدالة $g(x) = |f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$.

7A)

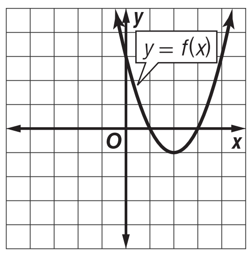


7B)

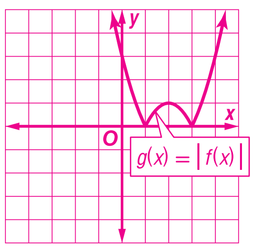


مثال اضافي

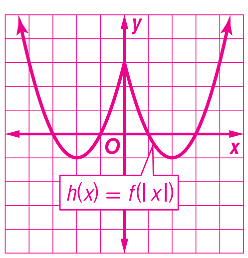
7 استخدم الرسم البياني ل $f(x) = x^2 - 4x + 3$ لرسم كل تابع بيانيا.



a. $g(x) = |f(x)|$

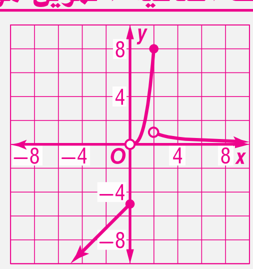


b. $h(x) = f(|x|)$

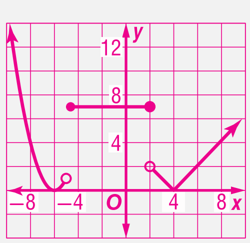


إجابات اضافية (تمرين موجه)

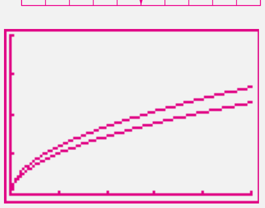
5A.



5B.



6C.



[0, 5] scl: 1 by [0, 1] scl: 0.25

3 التدريب

التقييم التكويني

استخدام تمارين 1–46 للتأكد من الفهم.

ثم استخدم الجدول أدناه لتخصيص المهام الخاصة بك للطلاب.

اجابات اضافية

1. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y \in \mathbb{Z}\}$. الرسم البياني لديه y–يتقاطع عند $(0, 0)$ و x–ويتعارض $\{x \mid 0 \leq x < 1, x \in \mathbb{R}\}$. الرسم البياني ليس متناظرًا. الرسم البياني لديه قفزة متقطعة ل $\{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ and $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$. الرسم البياني هو ثابت ل $\{x \mid x \notin \mathbb{Z}\}$. الرسم البياني يزداد $\{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$.

2. $D = \{x \mid x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y \neq 0, y \in \mathbb{R}\}$. الرسم البياني لا يوجد به تقاطع. الرسم البياني متشابه تماما مع الأصل. الرسم البياني لديه انقطاع لانهائي في $x = 0$. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ and $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$. الرسم البياني يكون ينخفض في $(-\infty, 0)$ و $(0, \infty)$.

3. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$. الرسم البياني لديه تقاطع عند $(0, 0)$. الرسم البياني متشابه تماما مع الأصل. بالتالي فهو فردي. الرسم البياني مستمر. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ and $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$. الرسم البياني يزيد على $(-\infty, \infty)$.

4. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$. الرسم البياني لديه تقاطع عند $(0, 0)$. الرسم البياني متناظر تماما بالنسبة المحور y–. الرسم البياني مستمر. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$. الرسم البياني يكون بنخفض عند $(-\infty, 0)$ ويرتفع عند $(0, \infty)$.

التمارين

صف الخصائص التالية للرسم البياني لكل دالة رئيسة: المجال، والنطاق، ونقاط التقاطع، والتناظر، والاتصال، والسلوك الطرفي، وفترات تصاعد أو تنازل الرسم البياني. (مثال 1) **1–6. انظر الهامش.**

1. $f(x) = [\![x]\!]$
2. $f(x)$
3. $f(x) = x^3$
4. $f(x) = x^4$
5. $f(x) = c$
6. $f(x) = x$

استخدم الرسم البياني للدالة $f(x) = \sqrt{x}$ لرسم كل دالة آتية. (مثال 2)

7. $g(x) = \sqrt{x - 4}$
8. $g(x) = \sqrt{x + 3}$
9. $g(x) = \sqrt{x + 6} - 4$
10. $g(x) = \sqrt{x - 7} + 3$

7–10. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

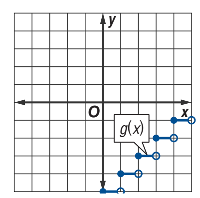
استخدم الرسم البياني للدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ لرسم كل دالة آتية. (مثال 2)

11. $g(x) = \frac{1}{x} +$
12. $g(x) = \frac{1}{x} -$
13. $g(x) = \frac{1}{x - 6} +$
14. $g(x) = \frac{1}{x + 7} - 4$

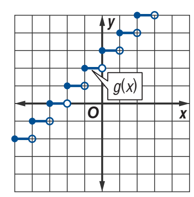
11–14. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

اوصف علاقة الرسوم البيانية للدوال $f(x) = [\![x]\!]$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$. (مثال 3)

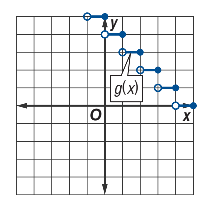
15.



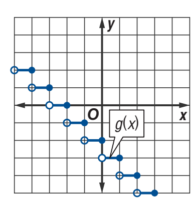
16.



17.

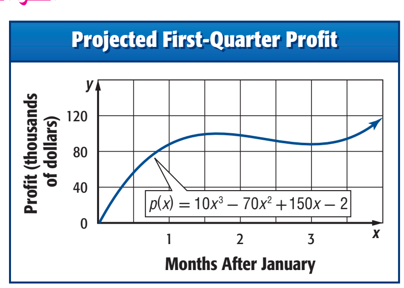


18.



15–18. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

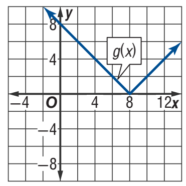
19. **الربح** عانت شركة سيارات من تأخير غير متوقع مدته شهرين في تصنيع سيارة جديدة. وكان الربح المتوقع لمبيعات السيارة قبل التأخير $p(x)$ كما هو موضح أدناه. صف العلاقة بين الرسم البياني للدالة $p(x)$ وبين الرسم البياني المتضمن التأخير $d(x)$. ثم اكتب معادلة الدالة $d(x)$. (مثال 3) **انظر الهامش.**



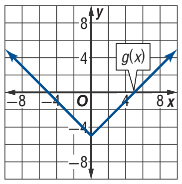
20–23. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

اوصف علاقة الرسوم البيانية للدوال $f(x) = |x|$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$. (مثال 3)

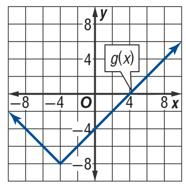
20.



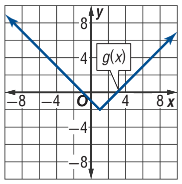
21.



22.



23.



24–31. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

حدد الدالة الرئيسة $f(x)$ للدالة $g(x)$، وصف علاقة الرسم البياني لكل دالة $g(x)$ و $f(x)$. ثم ارسم $f(x)$ و $g(x)$ على نفس المحاور. (مثال 4)

24. $g(x) = 3|x| - 4$
25. $g(x) = 3\sqrt{x + 8}$
26. $g(x)$
27. $g(x) = 2[\![x - 6]\!]$
28. $g(x) = -5[\![x - 2]\!]$
29. $g(x) = -2|x + 5|$
30. $g(x) = \frac{1}{6x} +$
31. $g(x) = \frac{\sqrt{x + 3}}{4}$

32–37. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

ارسم كل دالة. (مثال 5)

32. $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{إذا كان } x < -2 \\ 3 & \text{إذا كان } -2 \leq x < 7 \\ (x - 5)^2 + 2 & \text{إذا كان } x \geq 7 \end{cases}$

33. $g(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{إذا كان } x < -6 \\ \frac{1}{x} & \text{إذا كان } -6 \leq x < 4 \\ 6 & \text{إذا كان } x \geq 4 \end{cases}$

34. $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{إذا كان } x < -5 \\ x^3 & \text{إذا كان } -2 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x + 3} & \text{إذا كان } x > 3 \end{cases}$

35. $h(x) = \begin{cases} |x - 5| & \text{إذا كان } x < -3 \\ 4x - 3 & \text{إذا كان } -1 \leq x < 3 \\ \sqrt{x} & \text{إذا كان } x \geq 4 \end{cases}$

36. $g(x) = \begin{cases} 2 & \text{إذا كان } x < -4 \\ x^4 - 3x^3 + 5 & \text{إذا كان } -1 \leq x < 1 \\ [\![x]\!] + 1 & \text{إذا كان } x \geq 3 \end{cases}$

37. $f(x) = \begin{cases} -3x - 1 & \text{إذا كان } x \leq -1 \\ 0.5x + 5 & \text{إذا كان } -1 < x \leq 3 \\ -|x - 5| + 3 & \text{إذا كان } x > 3 \end{cases}$

Differentiated Instruction

الاقتراب من المستوى — ضمن المستوى — مابعد المستوى

المستوى	الواجب	خيار اليومين
الاقتراب من المستوى	1–46، 73–78، 80–96	1–45 فردي، 93–96 / 2–46 زوجي، 73–78، 80–92
ضمن المستوى	1–45 فردي، 47، 48، 49–71 فردي، 72–78، 80–96	1–46، 93–96 / 47–78، 80–92
ما بعد المستوى	47–96	

38) **طوابع البريد** تكلفة طوابع البريد في الولايات المتحدة بين عامي 1988 و 2008 معروضة بالجدول التالي. استخدم البيانات لرسم دالة دَرَجيَّة. (مثال 5) **انظر الهامش.**

العام (y)	السعر (x)
1988	25
1991	29
1995	32
1999	33
2001	34
2002	37
2006	39
2007	41
2008	42

39a. الرسم البياني للدالة $c(x)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مضغوط رأسياً ومزاح 1.99 وحدة للأعلى.

39) **إدارة الأعمال** شركة خدمات اتصال للهاتف المحمول تحاسب عملاءها بسعر ثابت كل يوم، بالإضافة إلى $0.10 لكل دقيقة. يمكن تمثيل حساب التكلفة بالدالة $c(x) = 1.99 + 0.1$، حيث تمثل x عدد الدقائق المستهلكة. (مثال 6)

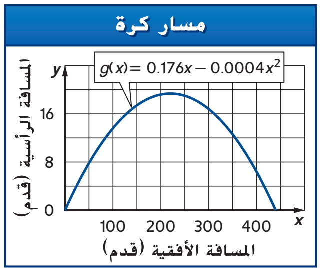
a) صف تحويلات الدالة الرئيسة $f(x) = [\![x]\!]$ المستخدمة لرسم الدالة $c(x)$.

b) تعرض الشركة نظام تكلفة آخر فيه التكلفة اليومية الثابتة هي $2.49 وتكلفة الدقيقة $0.05. أي دالة $c(x)$ قد تمثل الخطة الثانية؟ **$c(x) = 2.49 + 0.05[\![x]\!]$**

c) ارسم كلا الدالتين على نفس شاشة الآلة الحاسبة الراسمة للدوال. **انظر الهامش.**

d) هل يمكن أن تتساوى التكلفة يوماً ما في النظامين المختلفين؟ إذا كانت الإجابة بنعم، ما هو عدد الدقائق اللازم لتساوي التكلفة في النظامين؟ **نعم، ستتساوى الخطط عند عدد دقائق 10.**

40) **الجولف** يمكن تمثيل مسار كرة بالدالة الموضحة، حيث تكون $g(x)$ هي المسافة الرأسية مقاسة بالقدم بين الكرة والأرض، وتمثل x المسافة الأفقية بالقدم فعندما تكون $x = 0$ فهي تمثل نقطة الانطلاق. (مثال 6) **a–d. انظر الهامش.**



a) صف تحويلات الدالة الرئيسة $f(x) = x^2$ المستخدمة لرسم الدالة $g(x)$.

b) إذا ضرب لاعب ثاني الكرة ضربة مشابهة ولكن من على بعد 30 قدمًا من اللاعب الأول، ما هي الدالة $h(x)$ التي يمكن استخدامها لوصف الضربة الثانية؟

c) ارسم كلا الدالتين على نفس شاشة الآلة الحاسبة الراسمة للدوال.

d) إذا ضرب كلا اللاعبين ضربتهما في نفس الوقت، في أي نقطة سيتقاطع المسارين، حدد المسافة الأفقية و الرأسية؟

استخدم الرسم البياني المعروض للدالة $f(x)$ لرسم الدالة $g(x) = |f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$. (مثال 7)

41–46. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

41. $f(x) = \frac{2}{x}$

42. $f(x) = \sqrt{x - 4}$

43. $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2$

44. $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 8x - 2$

45. $f(x) = \frac{1}{x - 3} +$

46. $f(x) = \sqrt{x + 2} - 6$

47) **المواصلات** يعرض الشكل التكلفة القياسية لسيارة الأجرة في مدينة نيويورك. الوحدة الواحدة تكافئ مسافة 0.2 ميل أو وقت انتظار 60 ثانية في حالة ثبات السيارة.

a) اكتب دالة أكبر عدد صحيح $f(x)$ التي تمثل تكلفة وحدات استخدام سيارة الأجرة، حيث تكون $x > 0$. قَرِّب إلى أقرب وحدة.

b) ارسم الدالة. **a–c. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.**

c) كيف يمكن أن يتغير الرسم البياني $f(x)$ إذا زادت تكلفة أجرة الوحدة الأولى لتصبح $3.70؟ ارسم الدالة الجديدة.

48) **الفيزياء** تمثل طاقة الوضع لزنبرك بالجول أثناء ضغطه أو تمديده بالدالة $p(x) = \frac{cx^2}{2}$، حيث تمثل c ثابت الزنبرك، و تمثل x المسافة لنقطة اتزان الزنبرك . إذا كانت قيمة x سالبة، يكون الزنبرك مضغوطاً، وإذا كانت قيمة x موجبة، يكون الزنبرك ممدوداً.

منضغطة موازنة ممتدة

a) صف تحويلات الدالة الرئيسة $f(x) = x^2$ المستخدمة لرسم الدالة $p(x)$. **توسع رأسي**

b) يمر الرسم البياني لدالة طاقة الوضع لزنبرك ثاني عبر النقطة (3, 315). أوجد ثابت الزنبرك واكتب الدالة. **70; $p(x) = 35x^2$**

اكتب وارسم الدالة باستخدام خصائص الدالة الرئيسة وخصائصها.

49–50. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

49) $f(x)$، تمددت رأسياً بالمعامل 2;، وأزيحت 7 وحدات لليسار و5 وحدات للأعلى

50) $f(x) = [\![x]\!]$، تمددت رأسياً بالمعامل 3 وانعكست حول المحور الأفقي x وأزيحت 4 وحدات للأسفل

51-54. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

الفيزياء **تمثل المسافة التي يحركها جسم مع الزمن بالدالة $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$، حيث تمثل a العجلة، و v_0 بالسرعة الأولية وتمثل x_0 الموضع الابتدائي للجسم. صف تحويلات الدالة الرئيسة $f(t) = t^2$ المستخدمة في الدالة $f(t)$ لكل من الدوال الآتية.**

51. $a = 2, v_0 = 2, x_0 = 0$

52. $a = 2, v_0 = 0, x_0 = 10$

53. $a = 4, v_0 = 8, x_0 = 1$

54. $a = 3, v_0 = 5, x_0 = 3$

اجابات اضافية

5. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y = c$, $c \in \mathbb{R}\}$ لكل الأرقام الحقيقية. If $c = 0$ تكون x–تتقاطع. لو أن $c \neq 0$، هناك لا يوجد x–تقاطع. الرسم البياني لديه y–يتقاطع عند $(c, 0)$. لو أن $c \neq 0$، الرسم البياني متناظر بالنسبة للمحور y. لو أن $c = 0$، الرسم البياني متناظر بالنسبة للمحور x, y–المحور، و الأصل. الرسم البياني مستمر. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = c$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = c$. الرسم البياني ثابت على $(-\infty, \infty)$.

6. $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $R = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$. الرسم البياني لديه تقاطع عند $(0,0)$. الرسم البياني متشابه تماما مع الأصل. الرسم البياني مستمر. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$. الرسم البياني يزداد على $(-\infty, \infty)$.

انتبه!

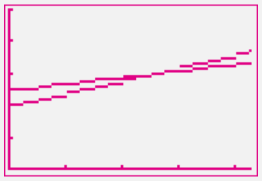
الخطأ الشائع في تمارين 41–46. قد يجد الطلاب صعوبة في تتبع التغييرات التي أحدثتها القيم المطلقة. اقترح أن يقوم الطلاب بتمثيل الدالة بيانيًا دون القيم المطلقة أولًا. ثم يمكنهم عكس أجزاء من الدالة على المحور المناسب.

اجابات اضافية

19. الرسم البياني ل $d(x)$ هو الرسم البياني ل $p(x)$ منقولًا وحدتين الى اليمين; $d(x) = 10(x - 2)^3 - 70(x - 2)^2 + 150(x - 2) - 2$.

38. **Postage Rates**

39c.



[0, 17] scl: 4 by [0, 5] scl: 1

40a. الرسم البياني ل $g(x)$ هو الرسم البياني ل $f(x)$ منقولًا 220 وحدة إلى اليمين, مضغوطة عموديا, و معكوس على المحور x, ونقل 19.36 وحدة الى أعلى.

40b. $h(x) = -0.0004(x - 250)^2 + 19.36$

40c.

[0, 500] scl: 50 by [0, 20] scl: 2

40d. الطلقات سوف تتقاطع عبر مسارات في المسافة الأفقية من 235 قدم والمسافة العمودية من 19.27 قدم.

G12 GEN TE CH01.indb 53
8/22/2016 4:29:55 PM

اجابات اضافية

.72b مثال على الإجابة: $h(x)$ المجموع هو $f(x)$ و $g(x)$.

.72c $h(x) = f(x) + g(x)$

$x^2 + 6x + 10 \stackrel{?}{=} x^2 + 2x + 7 + 4x + 3$

$x^2 + 6x + 10 = x^2 + 6x + 10$

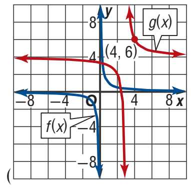
.73 مثال على الأجابة: على حد سواء؛ لتابع العدد الصحيح الأكبر، من الوحدات a التحرك تجاه اليسار وحدة لأعلى يطابق التحرك a.

اكتب معادلة لكل دالة $g(x)$

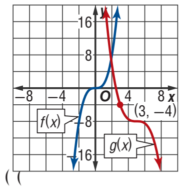
$g(x) = -0.5(x-5)^3 - 8$

$55.\ g(x) = \frac{2}{x-3} + 4$

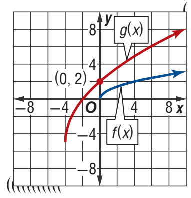
.55



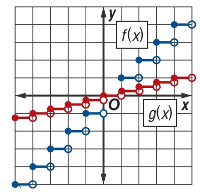
.56



.57



.58



عينة من الإجابات: $g(x) = 4\sqrt{x+4} - 6$ ؛ $g(x) = \frac{1}{4}[\![x]\!]$

.59 **التسوق** توقعت إدارة مركز تجاري جديد للتسوق أن تمثل الدالة عدد الحضور $f(x) = \sqrt{7x}$ بالآلاف لأول 60 يومًا من التشغيل، حيث تمثل x عدد الأيام التالية ليوم الافتتاح، وتتطابق $x =$ مع يوم الافتتاح. اكتب الدالة $g(x)$ بدلالة الدالة $f(x)$ لكل موقف من المواقف الآتية.

a. كان عدد الحضور أعلى من المتوقع بنسبة 12٪ $g(x) = 1.12f(x)$

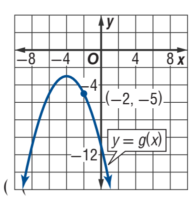
b. تأخر موعد الافتتاح 30 يوماً بسبب أعمال البناء.

c. كان عدد الحضور أقل من المتوقع بعدد 450.

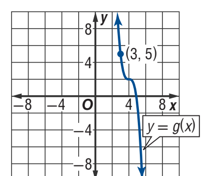
b. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول. c. $g(x) = f(x) - 0.45$

حدد الدالة الرئيسة $f(x)$ للدالة $g(x)$ وصف التحويلات على الدالة $f(x)$ لرسم الدالة $g(x)$.

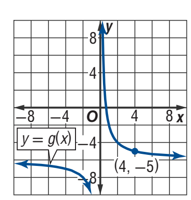
.60



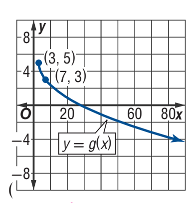
.61



.62

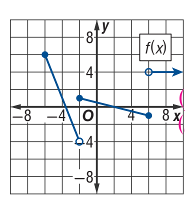


.63



.60–63 انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

استخدم $f(x)$ لرسم $g(x)$.



.64 $g(x) = 0.25f(x) + 4$

.65 $g(x) = 3f(x) - 6$

.66 $g(x) = f(x-5) + 3$

.67 $g(x) = -2f(x) + 1$

.64–67 انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

استخدم $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x+6}} - 4$ لرسم كل دالة.

.68 $g(x) = 2f(x) + 5$

.69 $g(x) = -3f(x) + 6$

.70 $g(x) = f(4x) - 5$

.71 $g(x) = f(2x+1) +$

.68–71 انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

.72 **التمثيل المتعدد** ستتعامل في هذه المسألة مع العمليات على الدوال. انظر في الآتي

$f(x) = x^2 + 2x + 7$,

$g(x) = 4x + 3$,

$h(x) = x^2 + 6x + 10$.

a. **مُجدوّل** انسخ واكمل الجدول بالأسفل بثلاث قيم للمتغير a.

a	$f(a)$	$g(a)$	$f(a) + g(a)$	$h(a)$
3	22	15	37	37
−4	15	−13	2	2
15	262	63	325	325

b. **كلاميا** ما علاقة الدوال الثلاثة $h(x)$، $g(x)$، $f(x)$

c. **من ناحية الجبر** أثبت العلاقات المذكورة في النقطة السابقة ب.

b–c. انظر الهامش.

م.ذ.أ مسائل تحتاج مهارات ذهنية أعلى

.73 **تحليل الأخطاء** يحاول دانيال وميراندا وصف التحويلات $g(x) = [\![x + 4]\!]$. يقول دانيال أن الرسم البياني مزاح 4 وحدات لليسار بينما تقول ميراندا أن الرسم البياني مزاح 4 وحدات للأعلى. أي رأي هو الصحيح؟ اشرح. انظر الهامش.

.74 **الاستدلال** افترض أن الدالة $f(x)$ فردية. إذا كانت $g(x)$ انعكاسا للدالة $f(x)$ في المحور الأفقي x والدالة $h(x)$ انعكاسا للدالة $g(x)$ في المحور الرأسي y. فما هي العلاقة بين $f(x)$ و$h(x)$؟ اشرح. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

.75 **الكتابة في الرياضيات** اشرح أهمية الترتيب عند تحويل دالة في الانعكاس والإزاحة. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

الاستدلال حدد ما إذا كانت الجمل التالية دوماً صحيحة أو أحياناً أو ليست صحيحة أبدًا. اشرح استدلالك.

.76 إذا كانت الدالة $f(x)$ زوجية، فإن $f(x) = |f(x)|$.

.77 إذا كانت الدالة $f(x)$ فردية، فإن $f(-x) = -|f(x)|$.

.78 إذا كانت الدالة $f(x)$ زوجية، فإن $f(-x) = -|f(x)|$.

.76–78 انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

.79 **تحدٍ** صف تحويلات الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ إذا كانت النقطة $(-2, -6)$ تقع على المنحنى. انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

.80 **الاستدلال** افترض أن النقطة (a, b) تقع على الرسم البياني للدالة $f(x)$. صف الفرق بين تحويلات (a, b) إذا توسع الرسم البياني للدالة $f(x)$ رأسياً بالمعامل 4. وبين الرسم البياني للدالة $f(x)$ إذا كان منضغطًا أفقياً بالمعامل 4.

انظر ملحق الإجابات للفصل الأول.

.81 **الكتابة في الرياضيات** استخدم الكتابة والرسوم البيانية والجداول والمعادلات للربط بين الدوال الرئيسة والتحويلات. اعرض هذه العلاقة عبر مثال محدد.

انظر كتاب الطالب

مراجعة شاملة

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة عند الفترات المحددة. (الدرس 4–1)

82. $g(x) = -2x^2 + x - 3;\ [-1, 3]$ **-3**

83. $g(x) = x^2 - 6x + 1;\ [4, 8]$ **6**

84. $f(x) = -2x^3 - x^2 + x - 4;\ [-2, 3]$ **-14**

استخدم الرسم البياني لكل دالة لوصف السلوك الطرفي الخاص بها. اثبت فرضيتك بالأرقام. (الدرس 3–1) **85–87. انظر الهامش.**

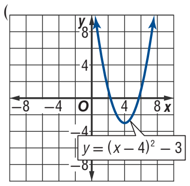
85. $q(x) = -\frac{12}{x}$

86. $f(x) = \frac{0.5}{x^2}$

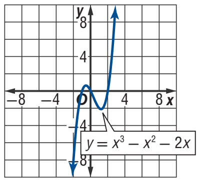
87. $p(x) = \frac{x+2}{x-3}$

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير التقاطع مع المحور الرأسي y والأصفار. ثم أوجد هذه القيم من خلال الجبر. (الدرس 2–1) **88–90. انظر الهامش.**

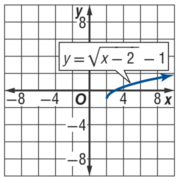
88.



89.



90.



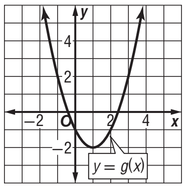
91. **الحكومة** المرات التي رفض فيها الرؤساء الاثنان والأربعون قوانين مذكورة بالأسفل. ما هي قيمة الانحراف المعياري لهذه البيانات؟ (الدرس 8–0) **حوالي 118.60**

9,	0,	0,	3,	10,	0,	1,	12,	0,	1,	7,	0,	0,	2,
44,	39,	82,	42,	170,	44,	414,	12,	0,	13,	93,	29,	6,	7,
25	44,	78,	31,	66,	43,	30,	21,	181,	250,	635,	37,	50,	6,

92. **ألعاب** يلعب عمر وفهد لعبة فيها كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 49، والكرات الحمراء مرقمة من 1 إلى 42. وكل الكرات موضوعة في حقيبة واحدة. سيسحب فهد 5 كرات من الكرات البيضاء، وسيخمن عمر أي كرات هي. ولا يهم ترتيب سحب الكرات. سيسحب فهد كذلك كرة حمراء واحدة من الحقيبة ويجب أن يخمن عمر أي كرة هي. ما هو عدد المرات التي سيصيب فيها تخمين عمر؟ (الدرس 7–0) **80,089,128**

مراجعة المهارات للاختبارات القياسية

93. **SAT/ACT** يعرض الشكل الرسم البياني للدالة $y = g(x)$، حيث تقع القيمة الصغرى لها عند $(1, $. ما هي القيمة العظمى للدالة $h(x) = -3g(x) -$



A 0
B 1
C 2
D 3
E لا يمكن التحديد بناء على المعلومات المعطاة.

94. **مراجعة** ما هي الصيغة المبسطة للمعادل $\frac{4x^3y^2z^{-1}}{(x^{-2}y^3z^2)^2}$؟ **$\frac{4x^7}{y^4z^5}$**

95. ما هو مدى $y = \frac{x^2+8}{2}$؟ **G**

F $\{y \mid y \neq \pm 2\sqrt{2}\}$
G $\{y \mid y \geq 4\}$
H $\{y \mid y \geq 0\}$
J $\{y \mid y \leq 0\}$

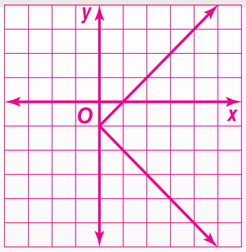
96. **مراجعة** ما هو تأثير انخفاض قيمة k من 3 إلى 2، على الرسم البياني للدالة $y = kx^2$؟ **D**

A الرسم البياني للدالة $y = 2x^2$ هو انعكاس للرسم البياني للدالة $y = 3x^2$ حول المحور الرأسي y.
B سيدور الرسم البياني $90°$ حول نقطة الأصل.
C سيصبح الرسم البياني أضيق.
D سيصبح الرسم البياني أعرض.

التعليم المتمايز

مابعد المستوى

تمديد الرسم البياني $|y| + 1 = |x|$. صف كيف تكون التحويلات الخاصة بالتابع الأب $y = |x|$.
الرسم البياني $|y| + 1 = |x|$ هو الرسم البياني ل $|x| = y|$ استدارة 90 درجة في اتجاه عقارب الساعة حول الأصل. وترجم الى أسفل وحدة 1.



انتبا!

تحليل الخطأ في التمرين 73. كلا التفسيرين صحيحين. اطلب من الطلاب أن يتحققوا من ذلك من خلال نقل أول التابع الأب 4 وحدات الى أعلى ومن ثم نقل التابع الأب 4 وحدات إلى اليمين. وسوف نرى ان نتيجة كلا من الخطوتين هي نفسها.

4 قوّم

تدكرة خارج البيت جعل الطلاب يصفون طيف أن الرسم البياني ل $g(x)$ $= -\frac{1}{4}(x+3)^2 + 4$ يكون مرتبط التابع. انه الرسم البياني ل $f(x) = x^2$, نقل 3 وحدات بسارية, مضغوطة بعامل 1 الى 4 , معكوسة بالنسبة للمحور $-x$, ونقل 4 وحدات علوية.

اجابات اضافية

85. 0; أجابة نموذجية: بما ان $x \to \infty$, ومقام الكسر سوف يزيد و قيمة الكسر سوف تقترب الى 0, اذا so $q(x)$ سوف يقترب من 0.

86. 0; أجابة نموذجية: بما ان $x \to \infty$, ومقام كسر سوف يزيد و قيمة الكسر سوف تقترب الى 0, إذا $f(x)$ ستصل إلى ال 0.

87. 1; الأجابة النموذجية وبما أن $x \to \infty$, الكسر سوف يقترب أكثر فأكثر الى $\frac{x}{x}$, إذا $p(x)$ سوف يقترب 1.

88. نقاط حصر y 13; اصفار: 5.73, 2.27;

$(x-4)^2 - 3 = 0$

$(x-4)^2 = 3$

$x - 4 = \pm\sqrt{3}$

$x = 4 \pm \sqrt{3}$

$x \approx 2.27$ أو $x \approx 5.73$

89. نقاط حصر y 0; اصفار: 1–, 0, 2;

$x^3 - x^2 - 2x = 0$

$x(x^2 - x - 2) = 0$

$x(x-2)(x+1) = 0$

$x = 0$ أو $x - 2 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$x = 2$ $\qquad$ $x = -1$

90. لا نقاط جصر y-: صفر: 3;

$\sqrt{x-2} - 1 = 0$

$\sqrt{x-2} = 1$

$x - 2 = 1$

$x = 3$

1 التركيز

الهدف استخدام الحاسب الألي للرسم البياني لحل المتباينات غير الخطية

نصائح تدريسية

قبل أن يبدأ الطلاب في تشغيل أجهزة الحاسوب، اشرح لهم الخطوة الأولى في العمل. المتباينة الأولى حصلنا عليها من تبديل الجانب الأيمن للمتباينة مع *y*. المتباينة الثانية حصلنا عليها من تبديل الجانب الأيسر للمتباينة مع *y*.

2 درّس

العمل في مجموعات تعاونية

كوّن مجموعات ثُنائية تتضمن واحدًا من الطلاب الذين يجيدون استعمال آلة حاسبة بيانية مع واحدًا من الطلاب الذين ليسوا كذلك. اطلب من كل فردين أن يتناوبوا على إدخال المعلومات الى آلة حاسبة.

التدريب اطلب من الطلاب استكمال التمارين 1 و 3 و 5 و 7 و 8.

3 قوّم

التقييم التكويني

اطلب من الطلاب أن يعملو بشكل مستقل لاستكمال تمارين 2 و 4 و 6.
اطلب من الطلاب رسم رسومهم البيانية على ورقة، جنبا إلى جنب مع مجموعة الحل.

من المقدمة الى الخاتمة

اطلب من الطلاب تلخيص كيفية العثور على حل لأثنين أو أكثر من التفاوت غير الخطية.

امتداد 1–5

مختبر تقنية التمثيل البياني
المتباينات غير الخطية

..الهدف

- استخدام آلة حاسبة خاصة بالرسوم البيانية لحل المتباينات غير الخطية.

المتباينة غير الخطية بمتغير واحد يمكن حلها من خلال الرسم البياني عن طريق تحويلها إلى متباينتين بمتغيرين وإيجاد التقاطع. يمكنك استخدام آلة حاسبة خاصة بالرسوم البيانية لإيجاد هذا التقاطع.

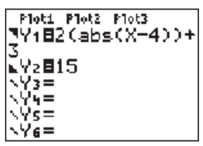
النشاط 1 قم بحل متباينة من خلال رسم بياني.

قم بحل $2|x-4|+3<15$.

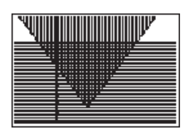
الخطوة1 قسِّم هذه المتباينة إلى متباينتين واحدة لكل جانب من رمز المتباينة. استبدل كل جانب بــ *y* لصياغة المتباينات الجديدة.

$2|x-4|+3<Y_1;\ Y_2<15$

الخطوة 2 قم بتمثيل كل متباينة في رسم بياني. اذهب يسار رمز "يساوي" واختر ENTER حتى تومض المثلثات المظللة لتمثل كل رمز متباينة. يمثل المثلث أعلاه أكبر من ويمثل المثلث أدناه *أقل من*. (اضغط MATH ▶ لـــ abs).



الخطوة 3 ارسم المتباينات في النافذة الصحيحة. إما أن تستخدم خاصية التكبير أو تقوم بتعديل النافذة يدويًا لعرض الرسمين كليهما. أي نافذة تعرض نقطتي التقاطع ستكون مناسبة.



[−5, 15] scl: 1 by [0, 20] scl: 1

الخطوة4 تشير المنطقة المظللة بلون داكن إلى تقاطع الرسوم البيانية وحل نظام المتباينات. استخدم خاصية التقاطع لتكتشف أن هناك رسمتين يتقاطعان عند (−2,) و (10,).

[−5, 15] scl: 1 by [0, 20] scl: 1

الخطوة5 يقع الحل في الجزء من الرسم حيث $-2<x<10$. وبالتالي يكون الحل لـــ $2|x-4|+3<15$ هو مجموعة قيم بحيث تكون $-2<x<10$ ‎x–v‎. تأكد من الحل من خلال الجبر عن طريق تأكيد أن قيمة *x* في هذا الفاصل هي حل المتباينة.

> **نصيحة للدراسة**
> **بتعديل النافذة** يمكنك استخدام خيارات ZoomFit أو ZoomOut أو تعديل النافذة يدويًا بحيث تتضمن الرسمين البيانيين كليهما.

تمارين

قم بحل كل متباينة من خلال رسم بياني.

1. $3|x+2|-4>8$ **$(-\infty, -6)\cup(2, \infty)$**
2. $-2|x+4|+6\le 2$ **$(-\infty, \infty)$**
3. $5|2x+1|>15$ **$(-\infty, -6]\cup[-2, \infty)$**
4. $-3|2x-3|+1\le 10$ **$(-\infty, 2)$**
5. $|x-6|>x+2$ **$(-\infty, -2)\cup(1, \infty)$**
6. $|2x+1|\ge 4x-3$ **$(-\infty, 2]$**

امتداد

7. **الاستدلال** صف شكل الرسم البياني لمتباينة بدون حل.
8. **التحدي** قم بحل $-10x-32<|x+3|-2<-|x+4|+8$ عن طريق الرسم البياني. **$[-3, 1.5]$**

7. الإجابة النموذجية : بينها سيكون لكل متباينة منطقة واحدة مظللة، لن يكون هناك تقاطع بين المنطقتين المظللتين.