



## أسئلة تشبه هيك 12 عام ف3 - 2023

1	Graph simple polar equations التمثيل البياني للمعادلات القطبية البسيطة	Example-4-مثال (57-60)	544 547
---	---	---------------------------	------------

### تمثيلات قطبية متعددة

جد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاة، علماً بأن:  $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  أو  $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .

$(4, 135^\circ)$

$$(-4, 135 + 180) = (-4, 315^\circ)$$

$$(-4, 135 - 180) = (-4, -45^\circ)$$

$$(4, 135 - 360) = (4, -225^\circ)$$

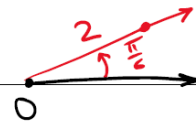


$(2, \frac{\pi}{6})$

$$(-2, \frac{\pi}{6} + \pi) = (-2, \frac{7\pi}{6})$$

$$(-2, \frac{\pi}{6} - \pi) = (-2, -\frac{5\pi}{6})$$

$$(2, \frac{\pi}{6} - 2\pi) = (2, -\frac{11\pi}{6})$$

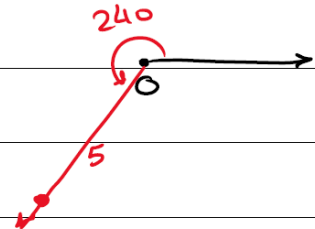


$(5, 240^\circ)$

$$(5, 240 - 360) = (5, -120^\circ)$$

$$(-5, 240 - 180) = (-5, 60^\circ)$$

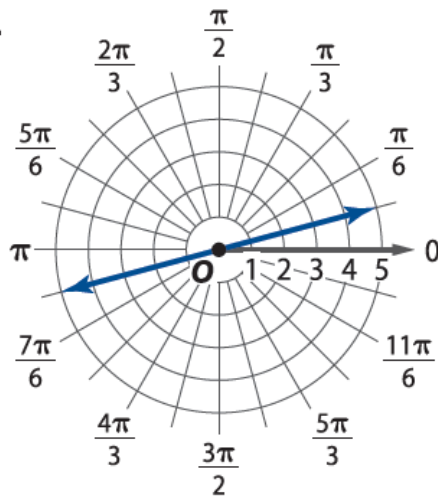
$$(-5, 240 - 3(180)) = (-5, -300^\circ)$$



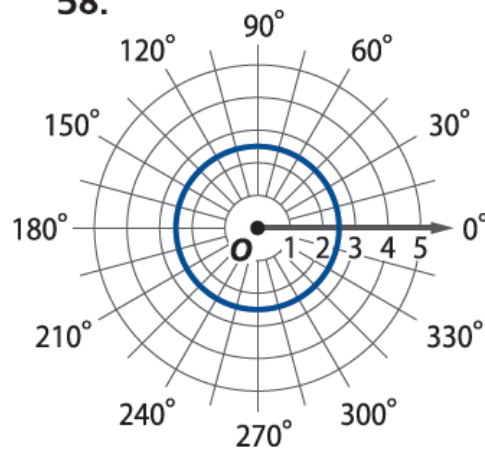


اكتب معادلة لكل تمثيل بياني قطبي.

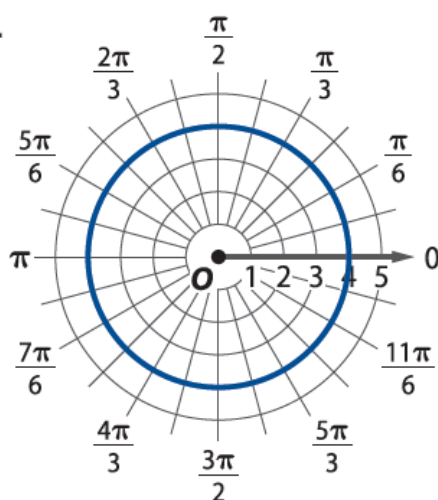
57.



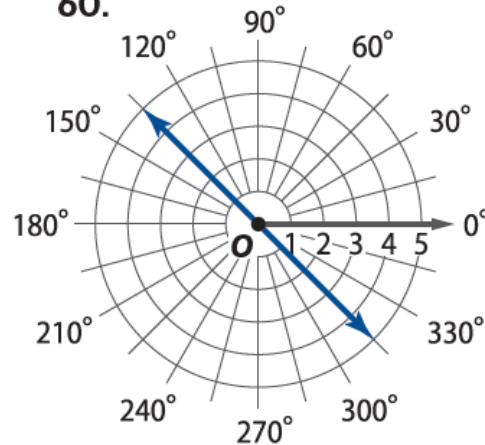
58.



59.



60.





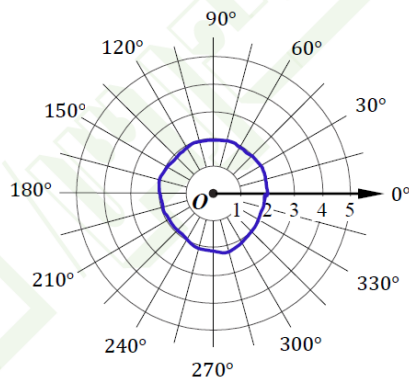
### التمثيل البياني للمعادلة القطبية

مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانيًا:

$$r = 2$$

$\theta$	$30^\circ$	$50^\circ$	$-30^\circ$	$50^\circ$	$0^\circ$	...
$r$	2	2	2	2	2	...

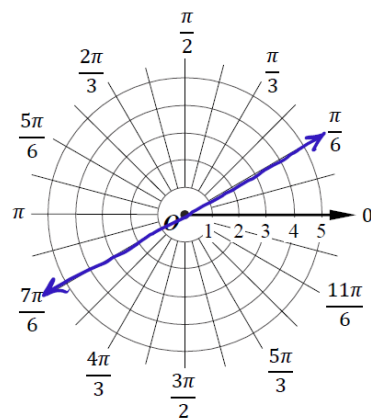
$r = 2$  معكائفة في  $\theta$



$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

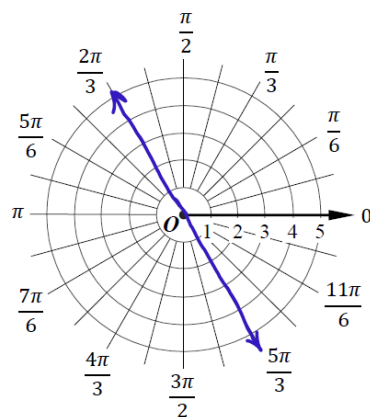
$\theta$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	...
$r$	5	3	-5	-2	...

$\theta = \frac{\pi}{6}$  معكائفة في  $r$



$$\theta = \frac{2\pi}{3}$$

$\theta$	$2\frac{\pi}{3}$	$2\frac{\pi}{3}$	$2\frac{\pi}{3}$	$2\frac{\pi}{3}$	...
$r$	5	-5	3	-3	...





2	Convert between polar and rectangular coordinates التحويل بين الإحداثيات القطبية والديكارتية	(1-12)	555
---	---	--------	-----

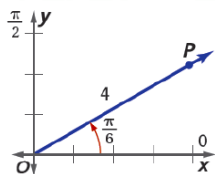
تحويل الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

$$P\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ &= 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ &= 2\sqrt{3} \\ &\approx 3.46 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ &= 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ &= 2 \end{aligned} \right.$$

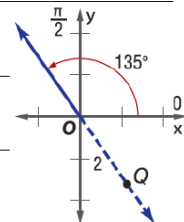
$$P(3.46, 2)$$



$$Q(-2, 135^\circ)$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ &= -2 \cos 135^\circ \\ &= \sqrt{2} \\ &\approx 1.4 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ &= -2 \sin 135^\circ \\ &= -\sqrt{2} \\ &\approx -1.4 \end{aligned} \right.$$

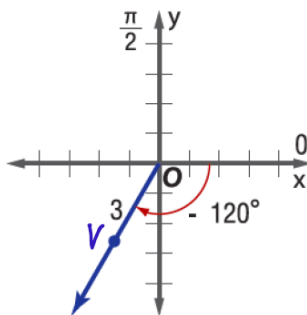
$$Q(1.4, -1.4)$$



$$V(3, -120^\circ)$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ &= 3 \cos(-120^\circ) \\ &= -1.5 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ &= 3 \sin(-120^\circ) \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \approx -2.6 \end{aligned} \right.$$

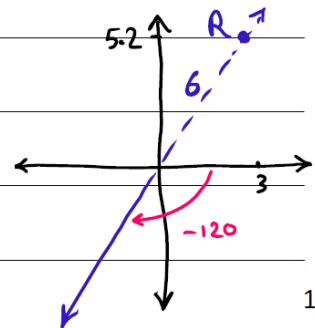
$$V(-1.5, -2.6)$$



$$R(-6, -120^\circ)$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ &= -6 \cos(-120^\circ) \\ &= 3 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} y &= r \sin \theta \\ &= -6 \sin(-120^\circ) \\ &= 3\sqrt{3} \approx 5.2 \end{aligned} \right.$$

$$R(3, 5.2)$$





3	Classify study types تصنيف وتحديد أنواع الدراسات	(10-13) (14-17)	585 586
---	---	--------------------	------------

للحصول على معلومات مفيدة واستخلاص استنتاجات دقيقة حول المجتمع الإحصائي المستهدف، من المهم اختيار عينة غير متحيزة. **التحيز** هو خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي المستهدف. فمن الممكن أن يؤدي سوء اختيار العينة إلى نتائج متحيزة. لتقليل احتمال اختيار عينة متحيزة، يُمكن أخذ **عينة عشوائية** بحيث يجري اختيار أفراد المجتمع الإحصائي فيها على أساس الصدفة البحتة.

أنواع الدراسات	في <b>الاستطلاع</b> يجري تجميع البيانات من الإجابات التي يعطيها أفراد المجتمع الإحصائي بخصوص سماتهم أو سلوكياتهم أو آرائهم. في <b>الدراسة المسحية</b> يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملاحظة ردود أفعالهم دون أي محاولة للتأثير على النتائج.	في <b>التجربة</b> يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين: <ul style="list-style-type: none"><li>المجموعة التجريبية التي تخضع للتغيير.</li><li>المجموعة الضابطة التي لا تخضع للتغيير.</li></ul> تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.
----------------	--	--

#### تصنيف أنواع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة مسحية، ثم حدد العينة، واقتراح مجتمعًا إحصائيًا يمكن اختيارها منه.

هل توافق على قواعد  
الفداء الجديدة؟

- ☐ أوافق  
☐ لا أوافق  
☐ لا أهتم

**المدرسة** تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطلب منهم إكمال النموذج الموضح.

**استطلاع / العينة : الطلاب المشاركون في الدراسة**

**/ المجتمع الإحصائي : جميع طلاب المدرسة .**

**تصميم** تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. تختار 20 مشاركًا وترصد نقاشهم بشأن الشعار.

**دراسة مسحية / العينة : الـ 20 شخصًا المشاركون في الدراسة .**

**/ المجتمع الإحصائي : العملاء المحتملون .**





4	Design statistical studies إعداد دراسة إحصائية	(18-21)	586
---	---	---------	-----

تحديد التحيز في أسئلة الاستطلاع

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيّزاً أو غير متحيّز. وإن كان متحيّزاً، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج مرشح اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

غير متحيّز

منذ متى وأنت تعيش في عنوان سكنك الحالي؟

غير متحيّز

ألا توافق بأنه ينبغي مراجعة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

متحيّز / عبارة أوافق تقترح على الأشخاص في استطلاع الرأي أم يوافقوا .

هل تفضل مشاهدة أفلام الحركة المشوقة أم الأفلام الوثائقية المملة؟

متحيّز / تقترح الصفقة (المسوقة) والصفقة (المحلاة) أم أفلام الحركة أفضل من الأفلام الوثائقية.





5

Find area under normal distribution curves

(3-8)

625

إيجاد المساحة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي

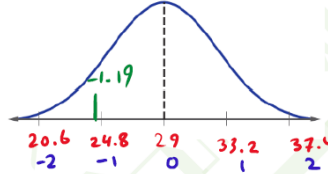
### المفهوم الأساسي صيغة قيم Z

قيمة Z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ . حيث X هي قيم البيانات. و  $\mu$  هو الوسط. و  $\sigma$  هو الانحراف المعياري.



شرح السؤال بالفيديو

جد كلاً مما يلي.



a. z if  $X = 24$ ,  $\mu = 29$ , and  $\sigma = 4.2$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{24 - 29}{4.2} = \frac{-5}{4.2} = -1.19$$

b. X if  $z = -1.73$ ,  $\mu = 48$ , and  $\sigma = 2.3$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow -1.73 = \frac{X - 48}{2.3} \Rightarrow -1.73(2.3) = X - 48 \Rightarrow X = -1.73(2.3) + 48 = 44.021$$

2A. z if  $X = 32$ ,  $\mu = 28$ , and  $\sigma = 1.7$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{32 - 28}{1.7} = \frac{4}{1.7} = 2.35$$

2B. X if  $z = 2.15$ ,  $\mu = 39$ , and  $\sigma = 0.4$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow 2.15 = \frac{X - 39}{0.4} \Rightarrow 2.15(0.4) = X - 39 \Rightarrow X = 2.15(0.4) + 39 = 39.86$$







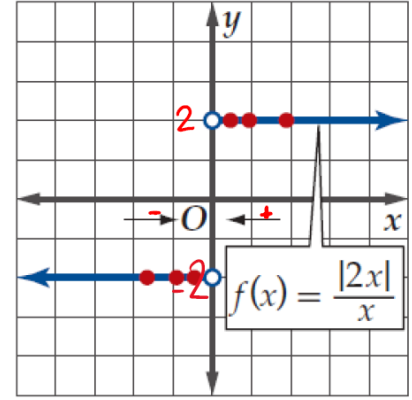
6	Estimate limits of functions at fixed values تقدير نهايات الدوال عند نقاط محددة	(25-32) (53-58)	649 650
---	--	--------------------	------------

تقدير النهايات أحادية الطرف (من جهة واحدة) وثنائية الطرف (من جهتين)

قدّر النهاية أحادية الطرف أوثنائية الطرف، إن وجدت.

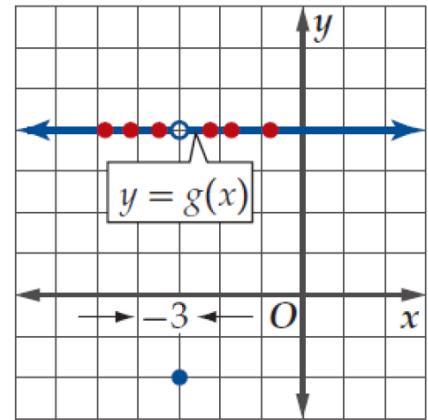
a.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x|}{x}, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|2x|}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x|}{x}$

التّمثيل البياني للدالة  $f(x)$  يبين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x|}{x} = -2$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|2x|}{x} = 2$   
بما أن النهايتين اليسرى واليمينى ليست متساويتين  
فإن  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x|}{x}$  غير موجودة

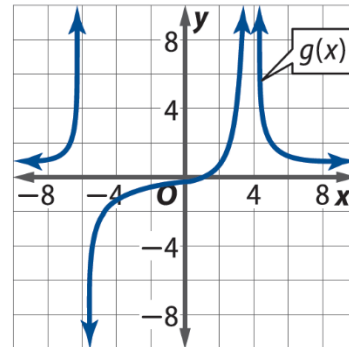
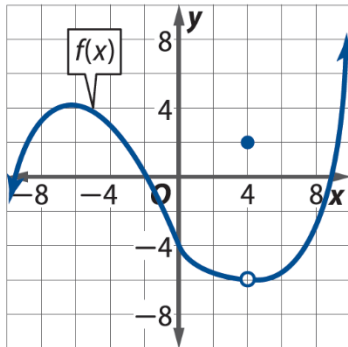


b.  $\lim_{x \rightarrow -3^-} g(x), \lim_{x \rightarrow -3^+} g(x), \lim_{x \rightarrow -3} g(x)$ , where  $g(x) = \begin{cases} 4 & \text{if } x \neq -3 \\ -2 & \text{if } x = -3 \end{cases}$

التّمثيل البياني للدالة  $g(x)$  يبين أن  $\lim_{x \rightarrow -3^-} g(x) = 4$  ,  $\lim_{x \rightarrow -3^+} g(x) = 4$   
بما أن النهايتين اليسرى واليمينى متساويتين  
فإن  $\lim_{x \rightarrow -3} g(x)$  موجودة وسأوي 4



في كل دالة مما يلي، قدّر النهاية إن وجدت. (الأمثلة 1-4)



29.  $\lim_{x \rightarrow -6} f(x)$

31.  $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$

30.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

32.  $\lim_{x \rightarrow -6} g(x)$





قدّر النهاية أحادية الطرف أو ثنائية الطرف، إن وجدت.

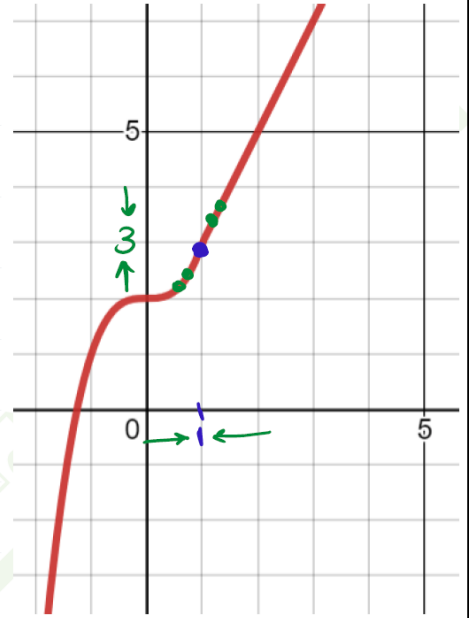
3A.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , where  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & \text{if } x < 1 \\ 2x + 1 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$

التمثيل البياني للدالة  $f(x)$  يبين أن

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

بما أن النهايتين اليسرى واليمنى متساويتين  
فإن

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  موجودة ومتساوي 3



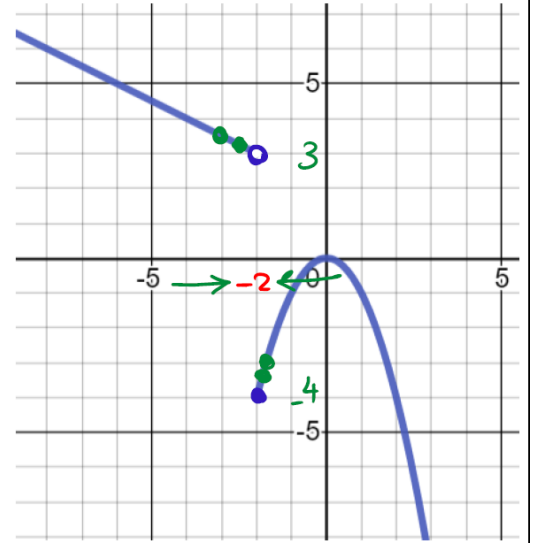
3B.  $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x), \lim_{x \rightarrow -2^+} g(x), \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ , where  $g(x) = \begin{cases} -0.5x + 2 & \text{if } x < -2 \\ -x^2 & \text{if } x \geq -2 \end{cases}$

التمثيل البياني للدالة  $g(x)$  يبين أن

$\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = 3$  ,  $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = -4$

بما أن النهايتين اليسرى واليمنى غير متساويتين  
فإن

$\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$  غير موجودة





في الدالة التالية، قَدِّر كل نهاية إن وجدت.

53.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

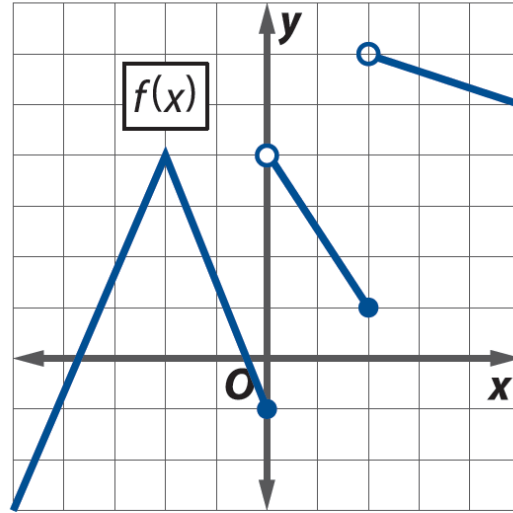
54.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

55.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

56.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

57.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

58.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



8	Find instantaneous rates of change by calculating slopes of tangent lines إيجاد معدلات التغير اللحظي عن طريق حساب قيم ميل المماس	(7-16)	668
---	---	--------	-----

يتم إيجاد موضع جسم ما بالكيلومترات بعد  $t$  دقيقة من خلال  $s(t)$ .  
جـد متوسط السرعة للجسم بوحدة كيلومتر في الساعة للفترة الزمنية  
المذكورة. تذكر التحويل من الدقائق للساعات. (المثال 3)

18.  $s(t) = 0.4t^2 - \frac{1}{20}t^3$  عند  $3 \leq t \leq 5$

19.  $s(t) = 1.08t - 30$  عند  $4 \leq t \leq 8$

20.  $s(t) = 0.2t^2$  عند  $2 \leq t \leq 4$

21.  $s(t) = 0.01t^3 - 0.01t^2$  عند  $4 \leq t \leq 7$

22.  $s(t) = -0.5(t - 5)^2 + 3$  عند  $4 \leq t \leq 4.5$

23.  $s(t) = 0.6t + 20$  عند  $3.8 \leq t \leq 5.7$





### السرعة المتوسطة المتجهة

**جزي:** تمثل المعادلة  $f(t) = -1.3t^2 + 12t$  المسافة بالكيلومترات، والتي قطعها عداء بعد  $t$  ساعة باتجاه خط النهاية. ما سرعته المتوسطة المتجهة بين الساعتين الثانية والثالثة من زمن السباق؟

متوسط السرعة

$$v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$v_{avg} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$$

$$= \frac{24.3 - 18.8}{1} = 5.5 \Rightarrow 5.5 \text{ km/h}$$

كان متوسط السرعة في الساعة الثالثة للأمام

9	Find average and instantaneous velocity إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة	Example-3-(3) أمثال 42	666 668
---	--	---------------------------	------------

**42. الفوص** تم ذكر المسافة  $d$  التي قطعها غواص من المرتفعات بالأمتار فوق سطح البحر بعد  $t$  ثوانٍ.

$t$	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$d$	43.7	42.1	40.6	33.8	25.3	14.2	0.85

- احسب متوسط سرعة الفواص للفترة  $0.5 \leq t \leq 1.0$ .
- استخدم الانحدار التربيعي لإيجاد معادلة لتمثيل  $d(t)$  نموذجيًا. قم بتمثيل  $d(t)$  والبيانات الموجودة في نفس المستوى الإحداثي بيانيًا.
- جد تعبيرًا للسرعة اللحظية  $v(t)$  للسائق واستخدمه لتقدير سرعة السائق بعد 3 ثوانٍ.





**بالون:** تمثّل المعادلة  $h(t) = 2 + 20t - 5t^2$  الارتفاع بالأمتار بعد  $t$  ثانية لبالون يصعد رأسياً، ما السرعة المتوسطة المتجهة للبالون بين  $t = 1$  s و  $t = 2$  s ؟

$$V_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$= \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{22 - 17}{1}$$

$$= \boxed{5}$$

$$f(2) = 2 + 20(2) - 5(2)^2 = 22$$

$$f(1) = 2 + 20(1) - 5(1)^2 = 17$$

كان متوسط السرعة للبالون ما بين الثانية الأولى والثانية 5 m/s لأعلى.

4

### السرعة المتجهة اللحظية عند لحظة زمنية معينة

سقطت كرة من قمة بناية ارتفاعها  $600 \text{ m}$ . وتمثّل الدالة  $f(t) = 600 - 5t^2$  ارتفاع الكرة عن سطح الأرض بالأمتار بعد  $t$  ثانية من سقوطها. أوجد السرعة المتجهة اللحظية  $v(t)$  للكرة بعد  $5 \text{ s}$ .

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad (\text{السرعة اللحظية})$$

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{475 - 50h - 5h^2 - 475}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-50h - 5h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-50 - 5h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (-50 - 5h)$$

$$= 50 - 5(0) = \boxed{-50}$$

$$f(5+h) = 600 - 5(5+h)^2$$

$$= 600 - 5(25 + 10h + h^2)$$

$$= 600 - 125 - 50h - 5h^2$$

$$= 475 - 50h - 5h^2$$

$$f(5) = 600 - 5(5)^2$$

$$= 600 - 125 = 475$$

تبلغ السرعة اللحظية عند 5 ثواني 50 م/ث في الثانية (دلالة السالب تعني أن ارتفاع الكرة يقل)





10	Find antiderivative إيجاد المشتقات العكسية	Example-2+مثال (2A-2C) (1-10)	691 695
----	---	----------------------------------	------------

قواعد المشتقات العكسية

جد جميع المشتقات العكسية لكل دالة.

$$f(x) = 4x^7$$

$$F(x) = \frac{4x^{7+1}}{7+1} + C$$

$$= \frac{4x^8}{8} + C = \frac{1}{2}x^8 + C$$

$$f(x) = \frac{2}{x^4} = 2x^{-4}$$

$$F(x) = \frac{2x^{-4+1}}{-4+1} + C$$

$$= \frac{2x^{-3}}{-3} + C = -\frac{2}{3x^3} + C$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 5x^0$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + \frac{5x^1}{1} + C$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 5x + C$$

$$f(x) = 6x^4$$

$$F(x) = \frac{6x^5}{5} + C$$

$$= \frac{6}{5}x^5 + C$$

$$f(x) = \frac{10}{x^3} = 10x^{-3}$$

$$F(x) = \frac{10x^{-2}}{-2} + C$$

$$= -\frac{5}{x^2} + C$$

$$f(x) = 8x^7 + 6x + 2x^0$$

$$F(x) = \frac{8x^8}{8} + \frac{6x^2}{2} + \frac{2x^1}{1} + C$$

$$= x^8 + 3x^2 + 2x + C$$

جد جميع المشتقات العكسية لكل دالة. (المثالان 1 و 2)

$$1. f(x) = x^5$$

$$2. h(b) = -5b - 3$$

$$3. f(z) = z^3$$

$$4. n(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^2 + \frac{3}{4}$$

$$5. q(r) = \frac{3}{4}r^{\frac{2}{5}} + \frac{5}{8}r^{\frac{1}{3}} + r^{\frac{1}{2}}$$

$$6. w(u) = \frac{2}{3}u^5 + \frac{1}{6}u^3 - \frac{2}{5}u$$

$$7. g(a) = 8a^3 + 5a^2 - 9a + 3$$

$$8. u(d) = \frac{12}{d^5} + \frac{5}{d^3} - 6d^2 + 3.5$$

$$9. m(t) = 16t^3 - 12t^2 + 20t - 11$$

$$10. p(h) = 72h^8 + 24h^5 - 12h^2 + 14$$





11	Convert between polar and rectangular equations التحويل بين المعادلات القطبية والديكارتية	Example-4+مثال (4A-4B) (26-35)	553 555
----	--	-----------------------------------	------------

تحويل المعادلات الديكارتية إلى المعادلات القطبية

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

$$(x - 4)^2 + y^2 = 16$$

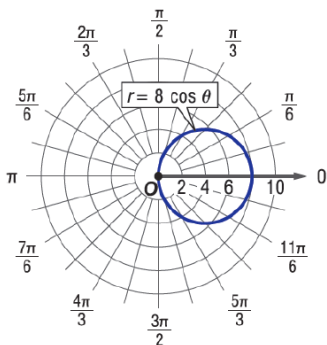
$$(r \cos \theta - 4)^2 + (r \sin \theta)^2 = 16$$

$$r^2 \cos^2 \theta - 8r \cos \theta + 16 + r^2 \sin^2 \theta = 16$$

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta - 8r \cos \theta = 16 - 16$$

$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 8r \cos \theta = 0$$

$$r^2 (1) - 8r \cos \theta = 0 \quad \div r$$



$$r - 8 \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow r = 8 \cos \theta$$

الرسم / قطع مكافئ  
مركزه (4, 0) فوقه  
لأعلى  
دائرة نصف قطرها 4  
مركزها (4, 0)

$$y = x^2$$

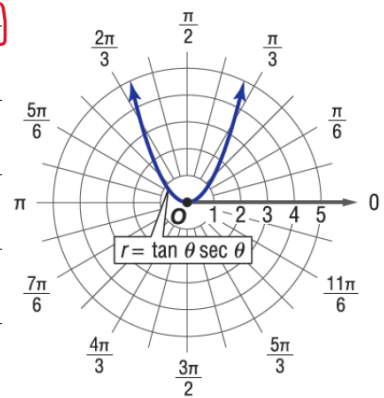
$$r \sin \theta = (r \cos \theta)^2$$

$$r \sin \theta = r^2 \cos^2 \theta \quad \div r$$

$$\sin \theta = r \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow r = \tan \theta \sec \theta$$



$$x^2 - y^2 = 1$$

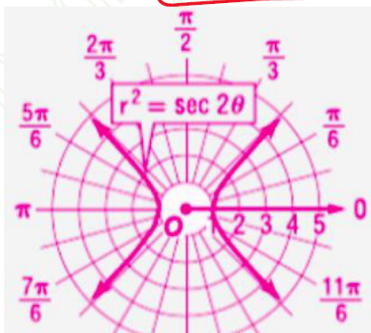
$$(r \cos \theta)^2 - (r \sin \theta)^2 = 1$$

$$r^2 \cos^2 \theta - r^2 \sin^2 \theta = 1$$

$$r^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$$

$$r^2 \cos 2\theta = 1 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{\cos 2\theta}$$

$$\Rightarrow r^2 = \sec 2\theta$$



قطع زائد أفقي  
مركزه (0, 0)  
a = 1  
b = 1

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9$$

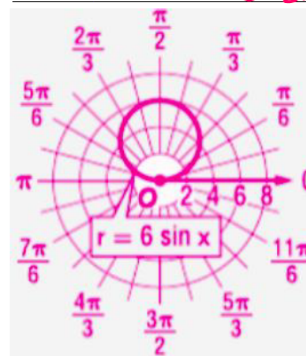
$$(r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta - 3)^2 = 9$$

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta - 6r \sin \theta + 9 = 9$$

$$r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 6r \sin \theta = 9 - 9$$

$$r^2 (1) - 6r \sin \theta = 0 \quad \div r$$

$$r - 6 \sin \theta = 0 \Rightarrow r = 6 \sin \theta$$



دائرة مركزها (3, 0)  
ونصف قطرها 3



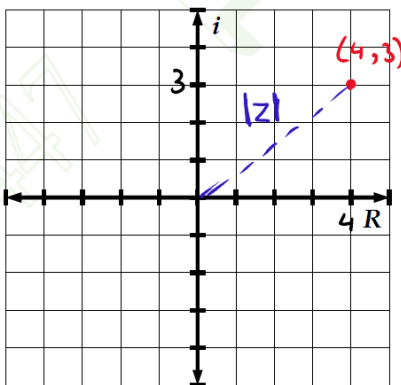


12	Convert complex numbers from rectangular to polar form and vice versa تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس	(1-8)	567
----	---	-------	-----

تمثيل الأعداد المركبة وإيجاد قيمها المطلقة

مثل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

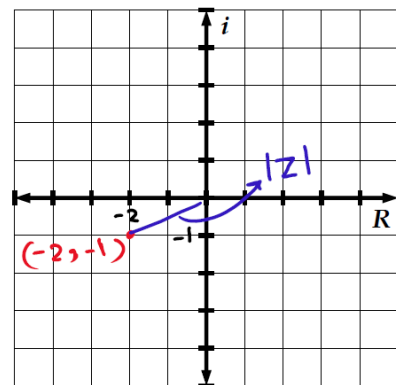
$$z = 4 + 3i$$



$$|z| = |4 + 3i|$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \boxed{5}$$

$$z = -2 - i$$



$$|z| = |-2 - i|$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$$







13	Analyze a probability distribution and its summary statistics تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة	Example-4-مثال (4) (13-16)	603 606
----	---	-------------------------------	------------

### من الحياة اليومية قيمة التوقع للتوزيع الاحتمالي

تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبًا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصائيين الأكثر استخدامًا لتحليل الاحتمالات المنفصلة هما المتوسط (قيمة التوقع) والانحراف المعياري.  $E(X)$  قيمة التوقع  $E(X)$  متغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة  $X$  والاحتمال المرتبط بها  $P(X)$ .

$$E(X) = \sum [X \cdot P(x)]$$

**جوائز** ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

المجموع  
5132

$$P(X) \quad \frac{5000}{5132} \quad \frac{100}{5132} \quad \frac{25}{5132} \quad \frac{5}{5132} \quad \frac{1}{5132} \quad \frac{1}{5132}$$

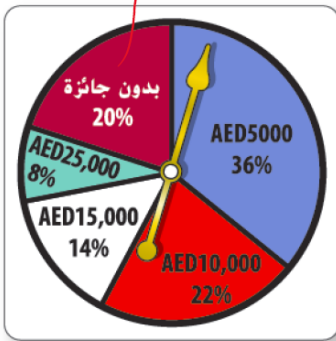
$$E(X) = \sum [X \cdot P(x)]$$

$$= 1 \left( \frac{5000}{5132} \right) + 10 \left( \frac{100}{5132} \right) + 100 \left( \frac{25}{5132} \right) + 1000 \left( \frac{5}{5132} \right) + 5000 \left( \frac{1}{5132} \right) + 25000 \left( \frac{1}{5132} \right)$$

$$= 8.48 \text{ درهم}$$

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه حارب هو 8.48 درهم.

**مسابقة** ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.



$$E(X) = \sum [X \cdot P(x)] = 0(20\%) + 25000(8\%) + 15000(14\%)$$

$$+ 10000(22\%) + 5000(36\%)$$

$$= 8100 \text{ درهم}$$

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه هذا المتسابق هو 8100 درهم

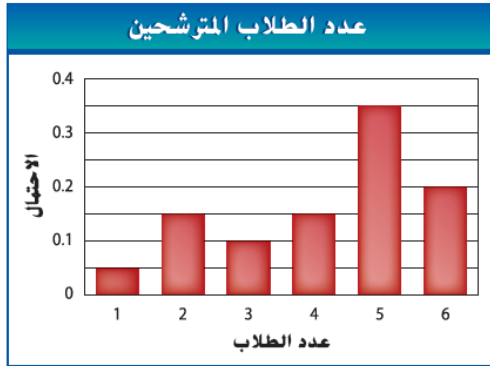




13. **مسابقة** يوضح الجدول التوزيع الاحتمالي لمسابقة إذا بيعت 100 بطاقة مقابل 5 AED للبطاقة الواحدة. توجد جائزة واحدة قيمتها 100 AED، و 5 جوائز قيمة كل منها 50 AED، و 10 جوائز قيمة كل منها 25 AED.

توزيع الجوائز				
الجائزة	AED 25	AED 50	AED 100	بدون جائزة
الاحتمال	0.10	0.05	0.01	0.84

- a. مَثِّل التوزيع الاحتمالي النظري بيانيًا.  
b. جِد قيمة التوقع.  
c. فسِّر النتائج التي وجدتتها في الجزء b. ما الذي يمكنك استنتاجه حول السحب؟



14. **أدوات** بناءً على البيانات السابقة، يوضح الشكل على الجانب الأيسر التوزيع الاحتمالي لعدد الطلاب المرشحين لرئاسة الصف الدراسي.  
a. حدِّد العدد المتوقع للطلاب الذين سيترشحون. فسِّر نتائجك.  
b. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.  
c. مَثِّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.





15	Find area under normal distribution curves إيجاد المساحة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي	Example-1+مثال (1A-1B) (1,2)	619 625
----	---	---------------------------------	------------

### استخدام القاعدة التجريبية



**الارتفاع:** يتوزع طول 880 طالبًا بمدرسة الشرق الثانوية طبيعيًا بوسط 168 cm وانحراف معياري 6 cm.

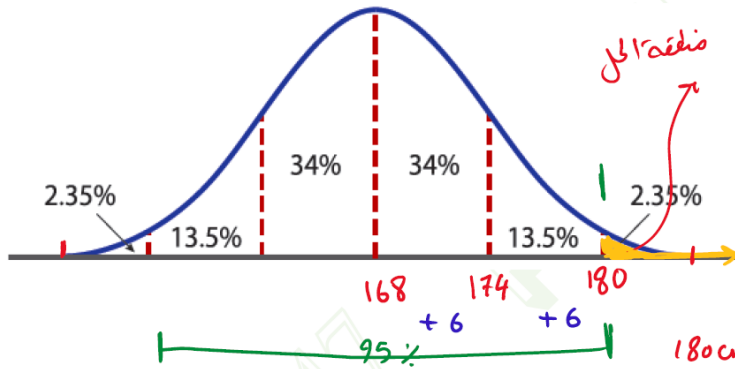
a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 cm تقريبًا؟

أولاً/ نحدد المنطقة التي نريد عن 180 cm باللون الأصفر  
ثانياً/ نحسب نسبة هذه المنطقة

المنطقة التي علينا هنا أن نخرجها من الرسم نسبتها 95%  
إذا فيه مساحة الذيلين يمين ويسار 5%  
نصف الذيل الأيمن نقطه وهي منطقة الكل 2.5%

مثلاً/ نحسب عدد الطلاب :

$$\text{طالبي} = 22 = (880) \times 2.5\% = \text{عدد الطلاب فوق } 180 \text{ cm}$$



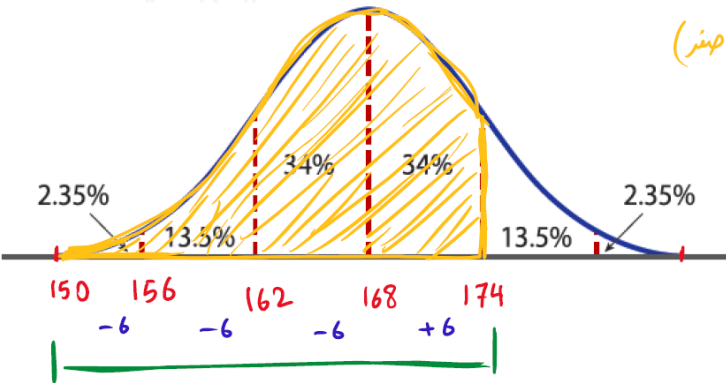
b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 cm و 174 cm ؟

أولاً/ نحدد المنطقة بين 150 و 174

ثانياً/ نحسب نسبة مساحة هذه المنطقة (باللون الأصفر)

$$\begin{aligned} \text{النسبة} &= 2.35\% + 13.5\% + 34\% + 34\% + 13.5\% + 2.35\% \\ &= 84\% \approx 83.85\% \end{aligned}$$

إذا 84% من الطلاب تقريبًا يتراوح أطوالهم بين 150 cm و 174 cm.



1. **التلوث الضوضائي** خلال دراسة على التلوث الضوضائي، قاس باحثون

مستوى الصوت بالديسبل في شارع مكتظ ضمن إحدى المدن لمدة

30 يومًا. وتبعًا لهذه الدراسة، كان مستوى الضجيج المتوسط

82 ديسبل عند انحراف معياري يساوي 6 ديسبل. افترض أن البيانات

ذات توزيع طبيعي. (مثال 1)

a. إذا كانت المحادثة الطبيعية تتم عند مستوى حوالي 64 ديسبل،

حدّد عدد الساعات خلال الدراسة والتي كانت مستوى الضجيج

عندها بهذا المستوى من الانخفاض.

b. حدّد النسبة المئوية التي كان خلالها الضجيج يتراوح بين 76 ديسبل

و 88 ديسبل.

2. **عداد المسافة** يسافر خميس مسافة 290 km كل أسبوع للعمل.

وتسير سيارته مسافة 29.6 km مقابل كل لتر تستهلكه من الوقود عند

انحراف معياري يساوي 5.4 km/L الواحد. افترض أن البيانات موزعة

توزيعًا طبيعيًا. (مثال 1)

a. قدّر عدد الأميال التي يمكن لسيارة خميس أن تسير ضمنها مسافة

35 km مقابل كل لتر تستهلكه من البنزين أو أفضل من ذلك.

b. ما النسبة المئوية من سفر خميس والتي من أجلها تسير السيارة ما

بين 24.2 km/L و 40.40 km/L ؟



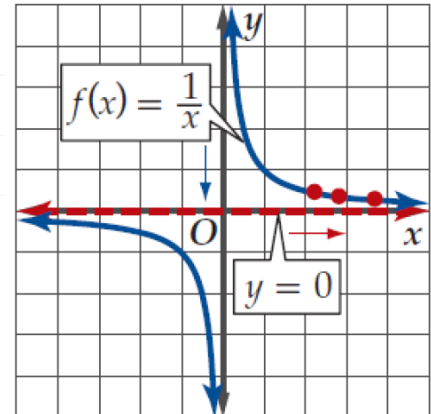
16	Estimate limits of functions at infinity تقدير نهايات الدوال عند اللانهاية	Example-6-مثال (6A-6C) (36,38,39,41,42,43,46)	647 649
----	---	--	------------

تقدير النهايات عند اللانهاية

قدّر- إن أمكن- كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني للدالة.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

التحليل بيانياً / بين التمثيل البياني للدالة  $f(x)$  انه كلما زادت قيم  $x$  اقتربت قيم الدالة من 0.  
التعريف العددي



—  $x$  تقترب من  $\infty$  —→

$x$	10	100	1000	10000	100000
$f(x)$	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001

→

9 بين الجدول انه كلما زادت قيم  $x$  فجاىء قيم الدالة  $f(x)$  تقترب من العدد 0.

قدّر كل نهاية، إن وجدت. (الأمثلة 4-6)

36.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x-5}$

42.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos x$

38.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 7x^4 - 4x + 1)$

46.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-13}{2x+8}$

39.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 22}{4x^3 - 13}$

41.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4}{9x+3}$

43.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}}$

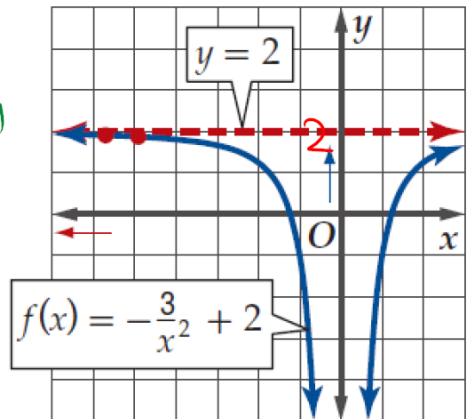




قدّر-إن أمكن- كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني للدالة.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{3}{x^2} + 2 \right)$$

الحل: بيانياً / مع الرسم نرى أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$   
كلما نقصت قيمة  $x$  تقترب قيم الدالة من 2.  
التعزيز العددي /



← x تقترب من -∞

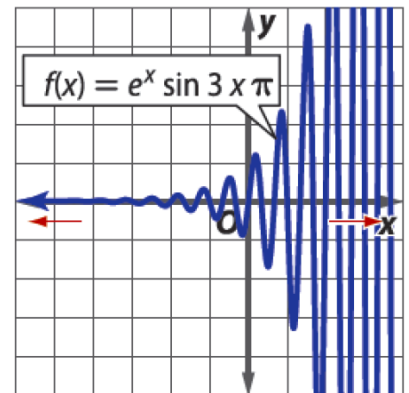
x	-1000000	-100000	-10000	-1000	-100
f(x)		1.99999997	1.999997	1.99997	1.97

←

- بين الجدول أنه كلما نقصت قيم  $x$  تقترب قيم الدالة  $f(x)$  من 2.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin 3\pi x \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^x \sin 3\pi x$$

الحل: بيانياً / مع الرسم نرى أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$   
كلما نقصت قيمة  $x$  تقترب الدالة من 0.  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  غير موجودة ← كلما زادت قيمة  $x$   
تتذبذب الدالة ما بين ∞، -∞.



التعزيز العددي /

← x تقترب من -∞      x تقترب من ∞ →

x	-100	-50	-10	0	10	50	100
f(x)	$3 \times 10^{-44}$	$-2.0 \times 10^{-22}$	-0.00005	0	21966	$4.8 \times 10^{21}$	$-2.0 \times 10^{43}$

←      →

من الجدول نرى أنه كلما قلت قيم  $x$  فإن قيم  $f(x)$  تقترب من 0  
في حين تتذبذب قيم  $f(x)$  متباعدة كلما زادت قيم  $x$ .



17	Evaluate limits of polynomial and rational functions at selected points إيجاد قيمة نهايات الدوال النسبية وكثيرة الحدود عند نقاط محددة	(23-34)	660
----	--	---------	-----

جد قيمة كل نهاية مما يلي. (المثالان 3 و 4)

23.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 5x - 12}{x - 4}$

24.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+1} - 1}$

25.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$

26.  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

27.  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 21x + 5}{3x^2 + 17x + 10}$

28.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{5 - \sqrt{18+x}}{x - 7}$

29.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{6+x} - 2}$

30.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^2 + 2x - 3}{12x^2 + 8x - 7}$

31.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x+9}}$

32.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{x + 3}$

33.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x - 6}$

34.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16+x} - 4}{x}$







استخدام التحليل إلى العوامل لحساب النهايات

إذا قمنا بحساب نهاية دالة نسبية، ووصلنا إلى الصيغة غير المعينة  $\frac{0}{0}$ ، فنبسط العبارة جبريًا من خلال تحليل كل من البسط والمقام واختصار العوامل المشتركة. (مثل هذه النهايات قد تكون موجودة ولها قيمة حقيقية، أو غير موجودة).

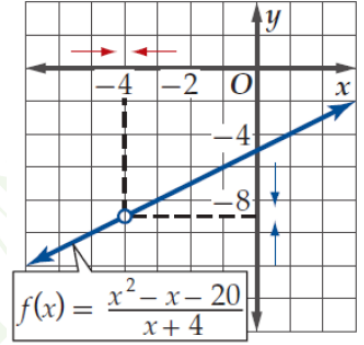
احسب كل نهاية مما يأتي:

التعويض المباشر  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - x - 20}{x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(x-5)}{x+4} = -4 - 5$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} (x - 5) = -9$$



التعويض المباشر  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^3 - 3x^2 - 7x + 21}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2(x - 3) - 7(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{(x - 3)(x^2 - 7)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 7} = \frac{1}{3^2 - 7} = \frac{1}{2}$$

التعويض المباشر  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2(x - 3) - 4(x - 3)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 3)(x^2 - 4)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 3)(x - 2)(x + 2)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x - 3)(x - 2) = (-2 - 3)(-2 - 2) = 20$$

التعويض المباشر  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{3x^2 - 11x - 42}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x - 1)(x - 6)}{(3x + 7)(x - 6)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 1}{3x + 7} = \frac{6 - 1}{3(6) + 7} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$





استخدام إنطاق البسط أو المقام لحساب النهايات

هناك طريقة أخرى لإيجاد نهايات ناتج التعويض فيها صيغة غير معينة، وهي إنطاق البسط أو المقام أولاً، ثم اختصار العوامل المشتركة.

احسب كل نهاية مما يأتي:

التعويض المباشر =  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \quad \leftarrow (\sqrt{x} + 3)$$

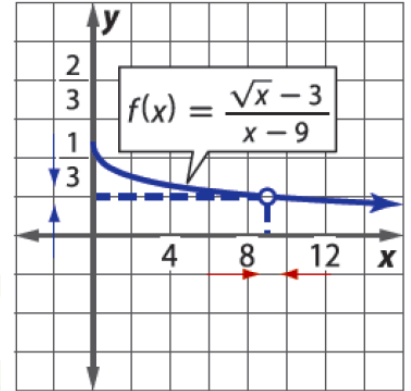
$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\cancel{x} - 9}{(\cancel{x} - 9)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{\sqrt{x} + 3}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{9} + 3}$$

$$= \boxed{\frac{1}{6}}$$



التعويض المباشر =  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5} \quad \leftarrow (\sqrt{x} + 5)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 25} \frac{(x - 25)(\sqrt{x} + 5)}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 25} \frac{(x - 25)(\sqrt{x} + 5)}{\cancel{x} - 25}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 25} (\sqrt{x} + 5)$$

$$= \sqrt{25} + 5$$

$$= \boxed{10}$$



التعويض المباشر =  $\frac{0}{0}$  كمية غير معينة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x} \quad \leftarrow (2 + \sqrt{x+4})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - \sqrt{x+4})(2 + \sqrt{x+4})}{x(2 + \sqrt{x+4})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (x+4)}{x(2 + \sqrt{x+4})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{\cancel{x}(2 + \sqrt{x+4})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2 + \sqrt{x+4}}$$

$$= \frac{-1}{2 + \sqrt{0+4}} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$



18	Use the Product and Quotient Rules to calculate derivatives استخدام قاعدتي ناتج ضرب وناتج القسمة لحساب المشتقات	Example-6+مثال (6A-6B) (28-37)	676 678
----	--	-----------------------------------	------------

### قاعدة مشتقة الضرب

إن مشتقة ناتج ضرب دالتين لا تساوي بالضرورة ناتج ضرب مشتقتي الدالتين، ويمكننا استعمال القاعدة الآتية لإيجاد مشتقة ناتج ضرب دالتين.

### مفهوم أساسي

### قاعدة مشتقة الضرب

إذا كانت مشتقة كل من الدالتين  $f$  و  $g$  موجودة عند  $x$ ، فإن:  $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$h(x) = (x^3 - 2x + 7)(3x^2 - 5)$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= (\text{الأول}) (\text{مشتقة الثاني}) + (\text{مشتقة الأول}) (\text{الثاني}) \\ &= (3x^2 - 2)(3x^2 - 5) + (6x)(x^3 - 2x + 7) \\ &= 9x^4 - 15x^2 - 6x^2 + 10 + 6x^4 - 12x^2 + 42x \\ &= 15x^4 - 33x^2 + 42x + 10 \end{aligned}$$

$$h(x) = (x^3 - 4x^2 + 48x - 64)(6x^2 - x - 2)$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= (\text{الأول}) (\text{مشتقة الثاني}) + (\text{مشتقة الأول}) (\text{الثاني}) \\ &= (3x^2 - 8x + 48)(6x^2 - x - 2) + (12x - 1)(x^3 - 4x^2 + 48x - 64) \\ &= 18x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 48x^3 + 8x^2 + 16x + 288x^2 - 48x - 96 + 12x^4 - 48x^3 + 576x^2 - 768x - x^3 + 4x^2 - 48x + 64 \\ &= 30x^4 - 100x^3 + 870x^2 - 848x - 32 \end{aligned}$$

$$h(x) = (x^5 + 13x^2)(7x^3 - 5x^2 + 18)$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= (\text{الأول}) (\text{مشتقة الثاني}) + (\text{مشتقة الأول}) (\text{الثاني}) \\ &= (5x^4 + 26x)(7x^3 - 5x^2 + 18) + (21x^2 - 10x)(x^5 + 13x^2) \\ &= 35x^7 - 25x^6 + 90x^4 + 182x^4 - 130x^3 + 468x + 21x^7 + 273x^4 - 10x^6 - 130x^3 \\ &= 56x^7 - 35x^6 + 545x^4 - 260x^3 + 468x \end{aligned}$$

$$h(x) = (x^2 + x^3 + x)(8x^2 + 3)$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= (\text{الأول}) (\text{مشتقة الثاني}) + (\text{مشتقة الأول}) (\text{الثاني}) \\ &= (2x + 3x^2 + 1)(8x^2 + 3) + (16x)(x^2 + x^3 + x) \\ &= 16x^3 + 6x + 24x^4 + 9x^2 + 8x^2 + 3 + 16x^3 + 16x^4 + 16x^2 \\ &= 40x^4 + 32x^3 + 33x^2 + 6x + 3 \end{aligned}$$



19

Approximate the area under a curve using rectangles

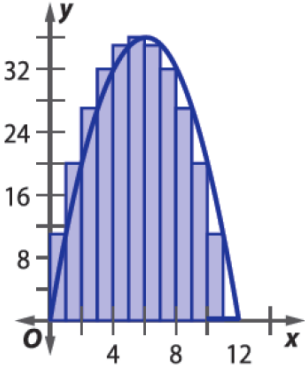
(1-5)+(8-13)

687

تقريب المساحة تحت المنحنى باستخدام المستطيلات

المساحة تحت المنحنى باستخدام الأطراف اليمنى للمستطيلات

قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x) = -x^2 + 12x$  والمحور  $x$  على الفترة  $[0, 12]$  باستخدام 4، 6، 12 مستطيلات على الترتيب. استعمل الطرف الأيمن لقاعدة كل مستطيل لتحديد ارتفاعه.



المساحة باستخدام 12 مستطيل

$$R_1 = 1 \cdot f(1) = 11$$

$$R_2 = 1 \cdot f(2) = 20$$

$$R_3 = 1 \cdot f(3) = 27$$

$$R_4 = 1 \cdot f(4) = 32$$

$$R_5 = 1 \cdot f(5) = 35$$

$$R_6 = 1 \cdot f(6) = 36$$

$$R_7 = 1 \cdot f(7) = 35$$

$$R_8 = 1 \cdot f(8) = 32$$

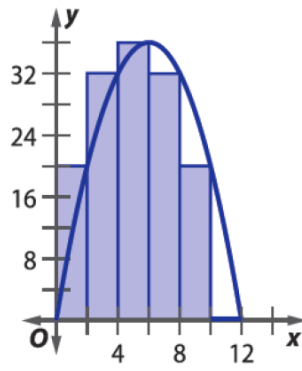
$$R_9 = 1 \cdot f(9) = 27$$

$$R_{10} = 1 \cdot f(10) = 20$$

$$R_{11} = 1 \cdot f(11) = 11$$

$$R_{12} = 1 \cdot f(12) = 0$$

المساحة الإجمالية = 286



المساحة باستخدام 6 مستطيلات

$$R_1 = 2 \cdot f(2) = 40$$

$$R_2 = 2 \cdot f(4) = 64$$

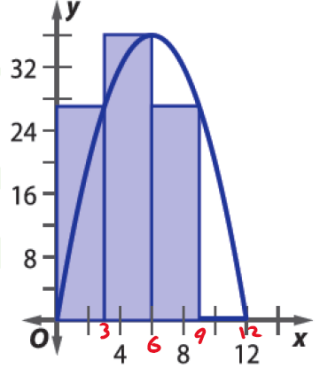
$$R_3 = 2 \cdot f(6) = 72$$

$$R_4 = 2 \cdot f(8) = 64$$

$$R_5 = 2 \cdot f(10) = 40$$

$$R_6 = 2 \cdot f(12) = 0$$

المساحة الإجمالية = 280



المساحة باستخدام 4 مستطيلات

$$R_1 = 3 \cdot f(3) = 81$$

$$R_2 = 3 \cdot f(6) = 108$$

$$R_3 = 3 \cdot f(9) = 81$$

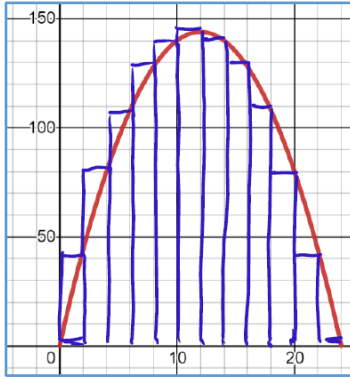
$$R_4 = 3 \cdot f(12) = 0$$

المساحة الإجمالية = 270





قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x) = -x^2 + 24x$  والمحور  $x$  على الفترة  $[0, 24]$  باستخدام 6، 8، 12 مستطيلات على الترتيب. استعمل الطرف الأيمن لقاعدة كل مستطيل لتحديد ارتفاعه.



المساحة باستخدام 12 مستطيلات

$$R_1 = 2 \cdot f(2) = 88$$

$$R_2 = 2 \cdot f(4) = 160$$

$$R_3 = 2 \cdot f(6) = 216$$

$$R_4 = 2 \cdot f(8) = 256$$

$$R_5 = 2 \cdot f(10) = 280$$

$$R_6 = 2 \cdot f(12) = 288$$

$$R_7 = 2 \cdot f(14) = 280$$

$$R_8 = 2 \cdot f(16) = 256$$

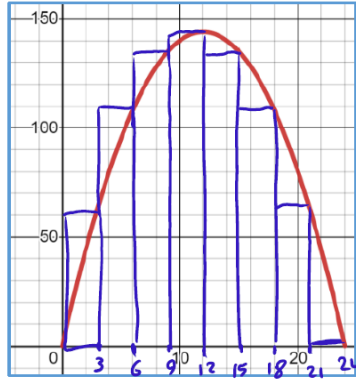
$$R_9 = 2 \cdot f(18) = 216$$

$$R_{10} = 2 \cdot f(20) = 160$$

$$R_{11} = 2 \cdot f(22) = 88$$

$$R_{12} = 2 \cdot f(24) = 0$$

المساحة الإجمالية = 2288



المساحة باستخدام 8 مستطيلات

$$R_1 = 3 \cdot f(3) = 189$$

$$R_2 = 3 \cdot f(6) = 324$$

$$R_3 = 3 \cdot f(9) = 405$$

$$R_4 = 3 \cdot f(12) = 432$$

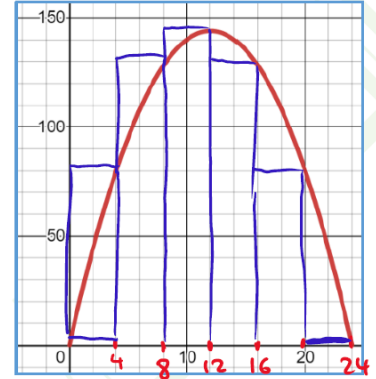
$$R_5 = 3 \cdot f(15) = 405$$

$$R_6 = 3 \cdot f(18) = 324$$

$$R_7 = 3 \cdot f(21) = 189$$

$$R_8 = 3 \cdot f(24) = 0$$

المساحة الإجمالية = 2268



المساحة باستخدام 6 مستطيلات

$$R_1 = 4 \cdot f(4) = 320$$

$$R_2 = 4 \cdot f(8) = 512$$

$$R_3 = 4 \cdot f(12) = 576$$

$$R_4 = 4 \cdot f(16) = 512$$

$$R_5 = 4 \cdot f(20) = 320$$

$$R_6 = 4 \cdot f(24) = 0$$

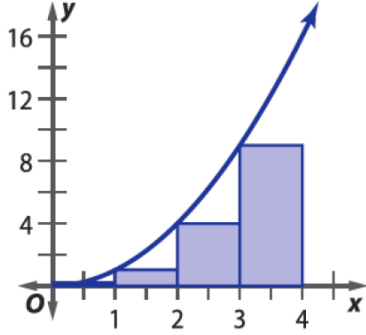
المساحة الإجمالية = 2240





### المساحة تحت المنحنى باستخدام الأطراف اليسرى واليمنى للمستطيلات

قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x) = x^2$  والمحور  $x$  على الفترة  $[0, 4]$  باستخدام باستعمال مستطيلات عرض كل واحدٍ منها وحدة واحدة. استعمل الأطراف اليمنى ثم اليسرى لقواعد المستطيلات لتحديد ارتفاعاتها، ثم احسب الوسط للتقريبين.



المساحة باستخدام نقاط النهاية اليسرى

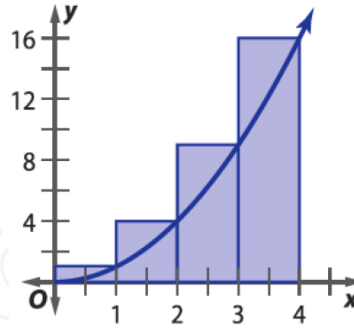
$$R_1 = 1 \cdot f(0) = 0$$

$$R_2 = 1 \cdot f(1) = 1$$

$$R_3 = 1 \cdot f(2) = 4$$

$$R_4 = 1 \cdot f(3) = 9$$

$$14 = \text{المساحة إلا جمالية}$$



المساحة باستخدام نقاط النهاية اليمنى

$$R_1 = 1 \cdot f(1) = 1$$

$$R_2 = 1 \cdot f(2) = 4$$

$$R_3 = 1 \cdot f(3) = 9$$

$$R_4 = 1 \cdot f(4) = 16$$

$$30 = \text{المساحة إلا جمالية}$$

لدينا الآن تقدير أعلى وتقدير أدنى لمساحة المنطقة  $\Leftarrow 14 < \text{المساحة} < 30$   
للحصول على أفضل تقريب لمساحة المنطقة نخب المتوسط  $\Leftarrow \frac{30+14}{2} = 22$  وحدة مربعة





قرب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى  $f(x) = \frac{12}{x}$  والمحور  $x$  على الفترة  $[1, 5]$  باستخدام باستعمال مستطيلات عرض كل واحدٍ منها وحدة واحدة. استعمل الأطراف اليمنى ثم اليسرى لقواعد المستطيلات لتحديد ارتفاعاتها، ثم احسب الوسط للتقريبين.



المساحة باستخدام نقاط النهاية اليسرى

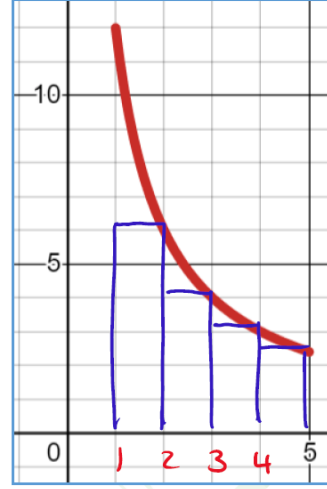
$$R_1 = 1 \cdot f(1) = 12$$

$$R_2 = 1 \cdot f(2) = 6$$

$$R_3 = 1 \cdot f(3) = 4$$

$$R_4 = 1 \cdot f(4) = 3$$

$$\text{المساحة الإجمالية} = 25$$



المساحة باستخدام نقاط النهاية اليمنى

$$R_1 = 1 \cdot f(2) = 6$$

$$R_2 = 1 \cdot f(3) = 4$$

$$R_3 = 1 \cdot f(4) = 3$$

$$R_4 = 1 \cdot f(5) = 2.4$$

$$\text{المساحة الإجمالية} = 15.4$$

لدينا الآن تقدير أعلى وتقدير أدنى لمساحة المنطقة  $15.4 < \text{المساحة} < 25$

للحصول على أفضل تقريب لمساحة المنطقة نأخذ المتوسط  $\frac{15.4 + 25}{2} = 20.2$  وحدة مربعة







20	Use the Fundamental Theorem of Calculus استخدام النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل	(12-21)	695
----	--	---------	-----

استخدم النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل لحساب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى كل دالة مما يأتي والمحور  $x$  على الفترة المعطاة:

$$\int_2^5 3x^2 dx$$

$$= \int_2^5 3x^2 dx$$

$$= \frac{3x^3}{3} \Big|_2^5$$

$$= x^3 \Big|_2^5$$

$$= (5)^3 - (2)^3$$

$$= 125 - 8$$

$$= \boxed{117}$$

$$\int_1^2 (16x^3 - 6x^2) dx$$

$$\int_1^2 (16x^3 - 6x^2) dx$$

$$= \frac{16x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} \Big|_1^2$$

$$= 4x^4 - 2x^3 \Big|_1^2$$

$$= (4(2)^4 - 2(2)^3) - (4(1)^4 - 2(1)^3)$$

$$= 48 - 2$$

$$= \boxed{46}$$







جد قيمة كل تكامل مما يلي.

$$\int (9x - x^3) dx$$

$$= \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + C$$

غير محدود

$$\int_2^3 (9x - x^3) dx$$

$$= \left. \frac{9x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right|_2^3$$

محدود

$$= \left( \frac{9(3)^2}{2} - \frac{(3)^4}{4} \right) - \left( \frac{9(2)^2}{2} - \frac{(2)^4}{4} \right)$$

$$= \frac{81}{2} - 14 = \boxed{6\frac{1}{2}}$$

$$\int (6x^2 + 8x - 3) dx$$

$$= \frac{6x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} - 3x + C$$

$$= 2x^3 + 4x^2 - 3x + C$$



غير محدود

$$\int_1^3 (-x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 30x - 4) dx$$

$$= \left. -\frac{x^5}{5} + \frac{8x^4}{4} - \frac{24x^3}{3} + \frac{30x^2}{2} - 4x \right|_1^3$$

محدود

$$= \left. -\frac{1}{5}x^5 + 2x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 4x \right|_1^3$$

$$= \left( -\frac{1}{5}(3)^5 + 2(3)^4 - 8(3)^3 + 15(3)^2 - 4(3) \right) - \left( -\frac{1}{5}(1)^5 + 2(1)^4 - 8(1)^3 + 15(1)^2 - 4(1) \right)$$

$$= \frac{102}{5} - \frac{24}{5} = 15\frac{3}{5} = \boxed{15.6}$$



21	Find products quotients, powers, and roots of complex numbers in polar form إيجاد ناتج ضرب الأعداد المركبة وناتج قسمتها وأسسها وجذورها في الصورة القطبية	(36-45)	567
----	---	---------	-----

جد كل مقدار، وعبر عنه بالصورة الديكارتية. (المثال 6)



36.  $(2 + 2\sqrt{3}i)^6$

37.  $(12i - 5)^3$

38.  $\left[4\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)\right]^4$

39.  $(\sqrt{3} - i)^3$

40.  $(3 - 5i)^4$

41.  $(2 + 4i)^4$

42.  $(3 - 6i)^4$

43.  $(2 + 3i)^2$

44.  $\left[3\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)\right]^3$

45.  $\left[2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)\right]^4$

نظرية ديموافر

أوجد الناتج في كل مما يأتي، وعبر عنه بالصورة الديكارتية:

في البداية نكتب العدد في الصورة القطبية

$(4 + 4\sqrt{3}i)^6$   
 $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$

$\theta = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{3}$

$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta]$   
 $= 8 [\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}]$

$Z^6 = 8^6 [\cos 6\frac{\pi}{3} + i \sin 6\frac{\pi}{3}]$   
 $= 262144 [\cos 2\pi + i \sin 2\pi]$   
 $= 262144 [1 + 0i]$   
 $= 262144$

في البداية نكتب العدد في الصورة القطبية

$(2\sqrt{3} - 2i)^8$   
 $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = 4$

$\theta = \tan^{-1} \frac{-2}{2\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$

$Z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$   
 $= 4 (\cos -\frac{\pi}{6} + i \sin -\frac{\pi}{6})$

$Z^8 = 4^8 (\cos -\frac{8\pi}{6} + i \sin -\frac{8\pi}{6})$   
 $= 4^8 (\cos \frac{4\pi}{3} - i \sin \frac{4\pi}{3})$   
 $= 65536 (-\frac{1}{2} - i (-\frac{\sqrt{3}}{2}))$   
 $= -32768 + 32768\sqrt{3}i$

في البداية نكتب العدد في الصورة القطبية

$(1 + \sqrt{3}i)^4$   
 $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\pi}{3}$

$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta]$   
 $= 2 [\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}]$

$Z^4 = 2^4 [\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}]$   
 $= 16 [-\frac{1}{2} + i (-\frac{\sqrt{3}}{2})]$   
 $= -8 - 8\sqrt{3}i$



22	Find probabilities using binomial distributions إيجاد الاحتمالات باستخدام نظرية ذات الحدين	(5,6) (12-19)	614 615
----	---	------------------	------------



5. ألعاب ربح سعيد خمس دورات للقرص الموجود جهة اليسار. سيحصل على جائزة في كل مرة يستقر فيها القرص على كلمة "فوز". ما احتمال أن يحصل على ثلاث جوائز؟

A 4.2%  
B 5.8%

C 7.1%  
D 8.8%

توسعة موقف السيارات	
85%	الموافقة
15%	المعارضة

6. الدقة تم إجراء استفتاء في مدرسة رشيد الثانوية لمعرفة ما إذا كان الطلاب سيوافقون على إنفاق الأموال المخصصة للفصل في توسعة موقف السيارات لطلاب السنة الثالثة والنهائية. أجرى رشيد استطلاعاً مع 6 طلاب عشوائياً من المدرسة.

- a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الطلاب الذين سألهم رشيد عمن يوافق على توسعة موقف السيارات، وذلك عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.
- b. ما احتمال ألا يوافق أكثر من طالبين على توسعة موقف السيارات؟
- c. كم طالباً ينبغي أن يتوقع رشيد موافقتهم على توسعة موقف السيارات؟



يبيع خميس أصنافاً معروضة في فهرس مصور ليجمع أموالاً للمدرسة. لديه فرصة نسبتها 40% لإتمام صفقة بيع في كل مرة يحاول فيها إقناع عميل محتمل بالشراء. يعرض خميس على 10 أشخاص أن يشتروا أحد المنتجات. جـد احتمال أن يشتري منه 6 أشخاص.

A 8.6%

B 11.1%

C 24%

D 40%

عدد المحاولات 10

x عدد مرات النجاح (إتمام الصفقة)

احتمال النجاح  $p = 0.40$

احتمال الفشل  $q = 1 - 0.40 = 0.60$

المطلوب احتمال النجاح 6 مرات من أصل 10

$${}^{10}C_6 p^6 q^4 = {}^{10}C_6 (0.40)^6 (0.60)^4 = 0.1114 = 11.14\%$$



**التسويق عبر الهاتف** تعمل خولة في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. ما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إنتمام البيع؟

F 6.7%

G 8.3%

H 10.3%

J 11.9%

عدد المحاولات 20

X عدد مرات النجاح (تحقيق البيع)

احتمال النجاح  $p = 0.15$

احتمال الفشل  $q = 1 - 0.15 = 0.85$

المطلوب احتمال النجاح 5 مرات من أصل 20

$${}_{20}C_5 p^5 q^{15} = {}_{20}C_5 (0.15)^5 (0.85)^{15} = 0.1028 = 10.28\%$$



12. **القرص الدوار** أجر تجربة ذات حدين لتحديد احتمال توقف القرص الدوار على عدد زوجي. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

13. **بطاقات الفهرسة** أجر تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة تحمل العدد 11 أو 12 أو 13 من مجموعة البطاقات في التمرين 2. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

14. **مشغلات الوسائط الشخصية** استنادًا إلى استطلاع أُجري مؤخرًا، فإن 85% من طلاب المدارس الثانوية يمتلكون مشغلًا شخصيًا لتشغيل الوسائط. ما احتمال أن يمتلك 6 طلاب من كل 10 طلاب عشوائيًا في المدرسة الثانوية مشغلًا شخصيًا لتشغيل الوسائط؟

15. **سيارات** في استطلاع أُجري مؤخرًا، اتضح أن 92% من طلاب السنة النهائية في المدارس الثانوية يمتلكون سياراتهم الخاصة. فما احتمال أن يمتلك 10 طلاب من كل 12 طالبًا عشوائيًا في المدرسة الثانوية سياراتهم الخاصة؟

16. **حفل التخرج** في استطلاع أُجري مؤخرًا، يعتقد 25% من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية أن حفل التخرج هو أهم حدث في العام الدراسي. فما احتمال أن يوافق 3 طلاب من كل 15 طالبًا عشوائيًا في المدرسة الثانوية على تلك الفكرة؟

17. **كرة القدم** ربح أحد فرق كرة القدم 75.7% من مبارياته. جسد احتمال أن يربح 7 مباريات من عدد المباريات القادمة البالغ 12.

18. **زراعة الحدائق** يزرع زياد 24 زهرة من زهور السوسن في فناءه الأمامي. وكانت الزهور التي اشتراها عبارة عن خليط من لونين هما الأحمر والأزرق. لم تزهو الورود بعد، ولكن زياد يعرف أن احتمال الحصول على زهور زرقاء تساوي 75%. فما احتمال أن تكون 20 زهرة لونها أزرق؟

المنطقة (m)	الدقة (%)
0–35	75
35–45	62
45+	20

19. **كرة الرجبي** يحقق لاعب يختص بضربات الجزاء هدفًا في 75% من ضرباته داخل منطقة الـ 35 m. ما احتمال أن يحقق بالضبط 7 من ضرباته القادمة داخل منطقة الـ 35 m؟



23	Find instantaneous rates of change by calculating derivatives إيجاد معدلات التغير اللحظي بواسطة حساب المشتقات	Example-5 (5) مثال (18-27)	675 678
----	--	-------------------------------	------------

الأفعوانية الدالة  $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + \frac{11}{3}$  تمثل ارتفاع إبراهيم بالأمتار في أثناء ركوبه أفعوانية، حيث  $t$  الزمن بالثواني في الفترة الزمنية  $[1, 12]$ ، أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه إبراهيم في هذه الفترة الزمنية.

$$h'(t) = -\frac{1}{3}(3t^2) + 4(2t) + 0$$

$$h'(t) = -t^2 + 8t$$

$$h'(t) = 0 \quad \leftarrow \text{نوجد أصفار المشتقة}$$

$$\Rightarrow -t^2 + 8t = 0$$

$$\Rightarrow -t(t - 8) = 0 \Rightarrow t = 0, t = 8$$

نحسب قيمة  $h(t)$  عند أصفار المشتقة وعند أطراف الفترة الزمنية

$$t = 0, 8, 12$$

سوف نصل  $t=0$  لأن  $0$  لا ينتمي للفترة الزمنية  $[1, 12]$

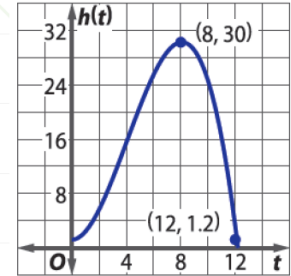
$$h(8) = -\frac{1}{3}(8)^3 - 4(8)^2 + \frac{11}{3} = 30$$

$$h(1) = -\frac{1}{3}(1)^3 - 4(1)^2 + \frac{11}{3} = 2.44$$

$$h(12) = -\frac{1}{3}(12)^3 - 4(12)^2 + \frac{11}{3} = 1.22$$

نصل العربة لأدنى ارتفاع 30m في 8 ثواني مع حركة القطار،

وأقل ارتفاع 1.2m في 12 ثانية مع حركة القطار.



رياضة القفز الدالة  $h(t) = 6t^2 - 48t + 100$  تمثل ارتفاع سعد بالأمتار في أثناء مشاركته في قفزة البنجي (القفز من أماكن مرتفعة، بحيث تكون القدمان موثقتين بحبل مطاطي)، حيث  $t$  الزمن بالثواني في الفترة الزمنية  $[0, 6]$ ، أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه سعد في هذه الفترة الزمنية.

$$h'(t) = 12t - 48$$

$$h'(t) = 0 \quad \leftarrow \text{نوجد أصفار المشتقة}$$

$$\Rightarrow 12t - 48 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{48}{12} = 4$$

نحسب قيم  $h(t)$  عند أصفار المشتقة (الغالب المحرمة)

وعند أطراف الفترة الزمنية

$$t = 4, 0, 6$$

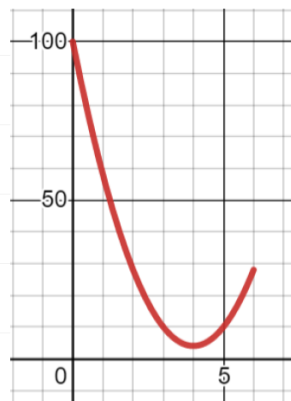
$$h(0) = 6(0)^2 - 48(0) + 100 = 100$$

$$h(4) = 6(4)^2 - 48(4) + 100 = 4$$

$$h(6) = 6(6)^2 - 48(6) + 100 = 28$$

أقصى ارتفاع 100m عند  $t=0$

أقل ارتفاع 4m عند  $t=4$





استخدم المشتقة لإيجاد أي نقاط حرجة للدالة. ثم جـد النقطتين  
العظمى والصغرى لكل تمثيل بياني على الفترة المعروفة. (المثال 5)

18.  $f(x) = 2x^2 + 8x; [-5, 0]$

19.  $g(m) = m^3 - 4m + 10; [-3, 3]$

20.  $r(t) = t^4 + 6t^2 - 2; [1, 4]$

21.  $t(u) = u^3 + 15u^2 + 75u + 115; [-6, -3]$

22.  $k(p) = p^4 - 8p^2 + 2; [0, 3]$

23.  $f(x) = -5x^2 - 90x; [-11, -8]$

24.  $z(k) = k^3 - 3k^2 + 3k; [0, 3]$

25.  $a(d) = d^4 - 3d^3 + 2; [-1, 4]$

26.  $c(n) = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 - 6n + 8; [-5, 5]$



24	A learning outcome from the SoW ناتج من الخطة الفصلية	Undisclosed غير معلن	Undisclosed غير معلن
----	--	-------------------------	-------------------------

25	A learning outcome from the SoW ناتج من الخطة الفصلية	Undisclosed غير معلن	Undisclosed غير معلن
----	--	-------------------------	-------------------------