## 1 التركيز

**التخطيط الرأسي**

**قبل الدرس 11-2** استخدام الزوايا مع قياساتها بالدرجات.

**الدرس 11-2** رسم الزوايا وإيجاد قياساتها في الوضع القياسي. التحويل بين القياسات بالدرجة والقياسات بالراديان.

**بعد الدرس 11-2** استكشاف التمثيلات البيانية لدوال sine و cosine.

## 2 التدريس

**الأسئلة الداعمة**

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

**اطرح السؤال التالي:**

- في أي اتجاه تتجه نقطة الظل في الصباح؟ الغرب
- في أي وقت تحصل على أقصر طول للظل؟ وقت الظهيرة
- اشرح لماذا يتحرك الظل بمقدار 15° كل ساعة. "يعود" الظل إلى أي موضع معين كل 24 ساعة، ومقياس الدائرة كاملة، مقسومًا على 24، يساوي 24 ÷ 360°، أو 15°.

# الدرس 11-2 الزوايا وقياس الزاوية

**.. السابق**

- استخدمت الزوايا بمقياس الدرجات.

**.. الحالي**

1 رسم الزوايا في وضع قياسي وإيجادها.

2 التحويل بين القياسات بالدرجات والقياسات بالراديان.

**.. لماذا؟**

- الساعة الشمسية أداة تشير إلى الوقت من اليوم عن طريق الظل الذي تلقيه على سطح موسوم لإظهار الساعات أو أجزاء من الساعات. ويتحرك الظل حول القرص بزاوية 15° كل ساعة.

**المفردات الجديدة**

الوضع القياسي standard position
ضلع الابتداء initial side
ضلع الانتهاء terminal side
زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء coterminal angles
راديان radian
الزاوية المركزية central angle
طول القوس arc length

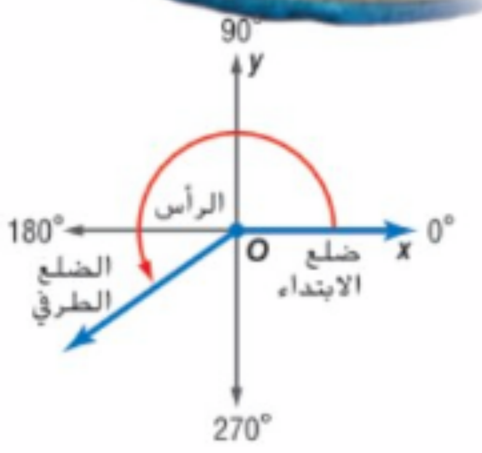
**ممارسات في الرياضيات**

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

## 1 الزوايا في الوضع القياسي

الزاوية التي توجد على المستوى الإحداثي تكون في **وضع قياسي** إذا وقع رأسها عند نقطة الأصل وكان أحد شعاعيها موجودًا على محور $x$ الموجب.

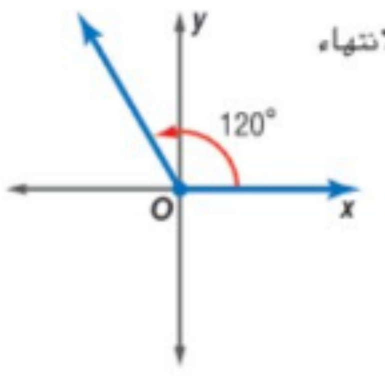
- الشعاع الموجود على محور $x$ يُسمى **ضلع الابتداء** للزاوية.
- الشعاع الذي يدور حول المركز يُسمى **ضلع الانتهاء**.

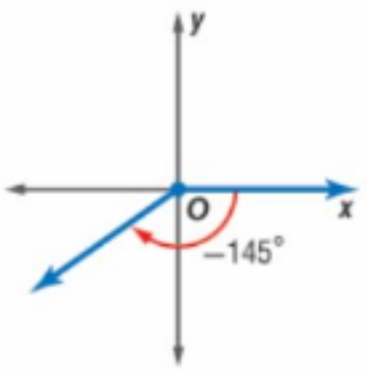



### المفهوم الأساسي قياسات الزوايا

إذا كان قياس الزاوية موجبًا، يدور ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة.

إذا كان قياس الزاوية سالبًا، يدور ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.



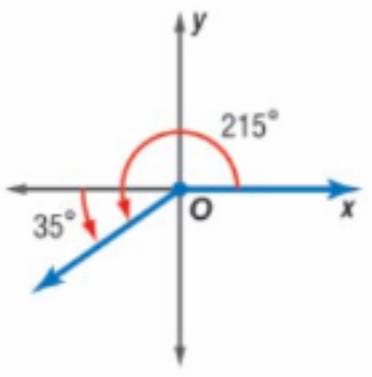




### مثال 1 رسم الزوايا في وضع قياسي

**ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المعطى.**

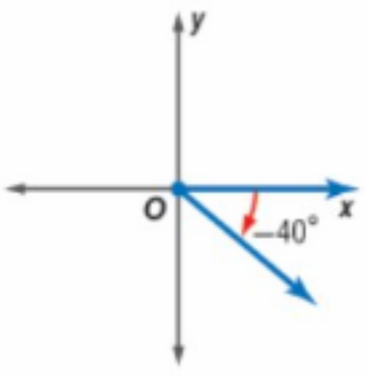
**a.** $215°$ $\quad 215° = 180° + 35°$

ارسم ضلع الانتهاء للزاوية 35° في عكس اتجاه عقارب الساعة من بعد محور $x$ السالب.




**b.** $-40°$

الزاوية سالبة. ارسم ضلع الانتهاء للزاوية 40° في اتجاه عقارب الساعة من محور $x$ الموجب.




تمرين موجّه 1A, 1B. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

**1A.** $80°$

**1B.** $-105°$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 1 الزوايا في الوضع القياسي

**المثال 1** يوضح كيفية رسم زاوية في الوضع القياسي بقياس محدد. و **المثال 2** يوضح كيفية تمثيل زاوية أكبر من 360°. في حين أن **المثال 3** يوضح طريقة تمثيل الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء باستخدام قياس موجب أو سالب.

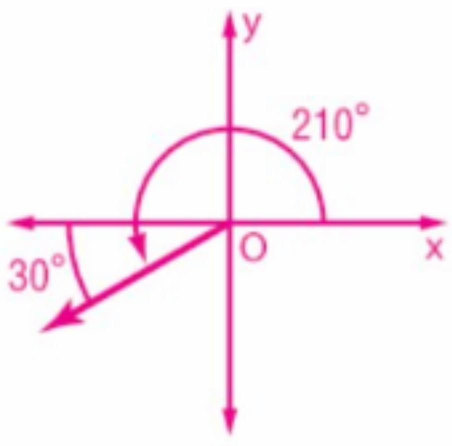
### التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

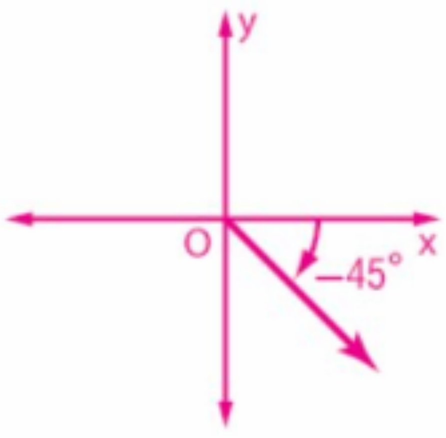
### أمثلة إضافية

**1** ارسم زاوية في وضع قياسي وفق القياس المعطى التالي.

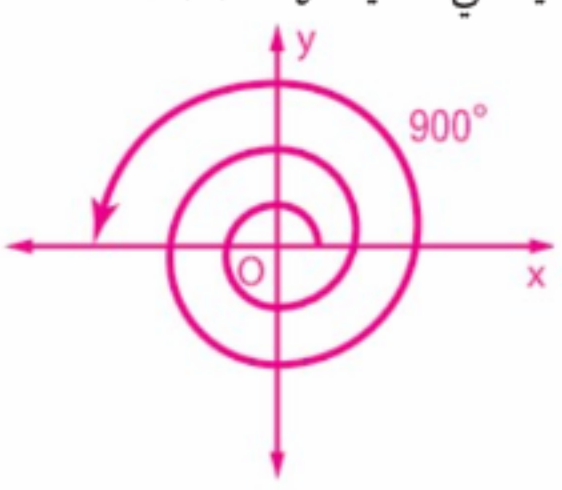
**a.** 210°




**b.** −45°

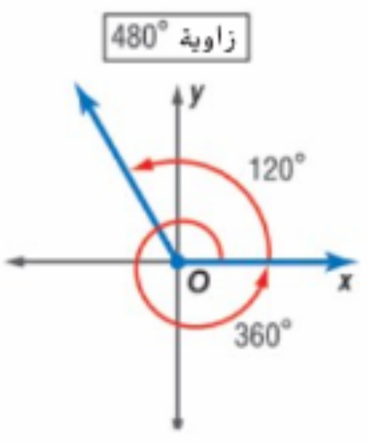



**2** **الغطس** في مسابقة غطس من منصة وثب، قام الغطاس بلفة بمقدار 900 درجة قبل النزول إلى الماء. ارسم زاوية في الوضع القياسي مقياسها 900°.




---

يستطيع ضلع الانتهاء لأي زاوية إتمام أكثر من دورة كاملة واحدة. على سبيل المثال، الدوران الكامل بزاوية 360° زائد دوران بزاوية 120° يشكلان زاوية قياسها 360° + 120° أو 480°.

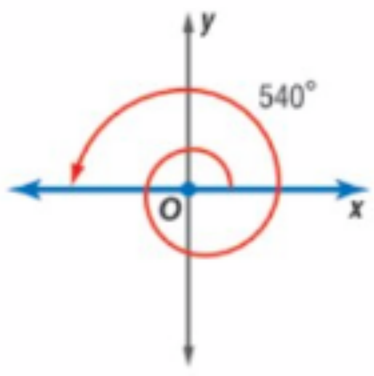



### مثال 2 من الحياة اليومية رسم الزوايا في وضع قياسي

**التزلج المائي بالألواح** ***التزلج على الماء بالألواح*** **يجمع بين ركوب الأمواج والتزلج على الألواح والتزلج على الجليد بالألواح والتزلج على الماء. وتتمثل إحدى مناورات التزلج في الدوران بزاوية 540 درجة في الهواء. ارسم زاوية في وضع قياسي قياسها 540°.**

$540° = 360° + 180°$

ارسم ضلع الانتهاء للزاوية 180° من بعد محور *x* الموجب.




**تمرين موجّه**

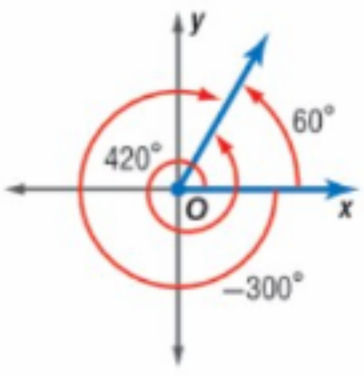
**2.** ارسم زاوية في وضع قياسي قياسها 600°. **انظر الهامش.**

**الربط بالحياة اليومية**

يعد التزلج المائي بالألواح من أسرع الرياضات المائية انتشارًا في الولايات المتحدة، حيث ازدادت المشاركة فيها بأكثر من 100% في الأعوام الأخيرة.

**المصدر:** King of Wake

إذا كانت توجد زاويتان أو أكثر في وضع قياسي وتشترك في ضلع الانتهاء، فهي تُسمى **زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء**. على سبيل المثال، الزوايا التي يكون قياسها 60° و 420° و −300°. تكون زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء، كما هو موضح في الشكل على اليسار.




يمكن إيجاد الزاوية التي تكون مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى عن طريق الجمع إلى مضاعف 360° أو الطرح منه.

- $60° + 360° = 420°$
- $60° - 360° = -300°$

**قراءة في الرياضيات**

**زاوية الدوران**
في حساب المثلثات، يُشار إلى الزاوية في بعض الأحيان *بزاوية الدوران*.

### مثال 3 إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

**أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.**

**a. 130°**

زاوية موجبة: $130° + 360° = 490°$ — اجمع إلى 360°.

زاوية سالبة: $130° - 360° = -230°$ — اطرح 360°.

**b. −200°**

زاوية موجبة: $-200° + 360° = 160°$ — اجمع إلى 360°.

زاوية سالبة: $-200° - 360° = -560°$ — اطرح 360°.

**تمرين موجّه**

**3A.** 15° **375°, −345°**

**3B.** −45° **315°, −405°**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

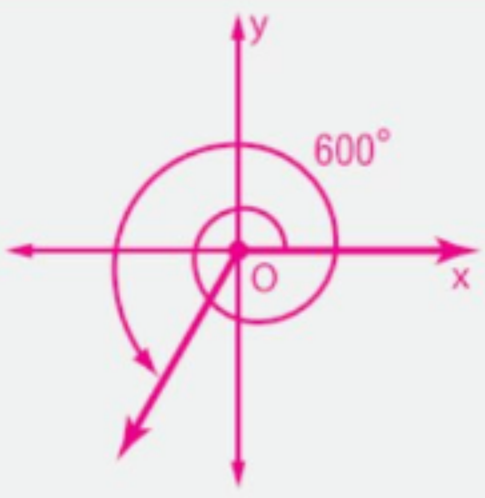


### إرشاد للمعلمين الجدد

**رسم الزوايا** تناقش مع الطلاب حول أهمية تمييز رسومات الزوايا التي رسموها بأسهم تدل على الاتجاه، وذكر قياسات الزوايا.

### إجابة إضافية (تمرين موجّه)

**2.**




632 | الدرس 11-2 | الزوايا وقياس الزاوية

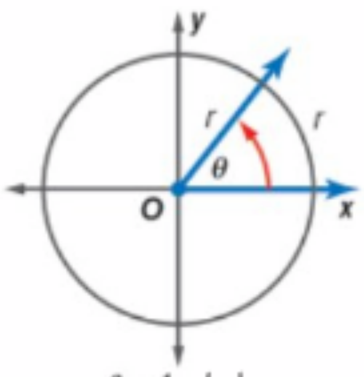
## نصيحة دراسية

**البنية** كما هو الحال مع الدرجات، يقيس الراديان مقدار الدوران من ضلع الابتداء إلى ضلع الانتهاء.

- قياس الزاوية بالراديان يكون موجبًا إذا كان دورانه عكس اتجاه عقارب الساعة.
- يكون القياس سالبًا إذا كان الدوران في اتجاه عقارب الساعة.

## 2 التحويل بين الدرجات والراديان

**التحويل بين الدرجات والراديان** يمكن قياس الزوايا أيضًا بالوحدات المستندة إلى طول القوس. **راديان** واحد هو قياس زاوية $\theta$ في وضع قياسي يقطع ضلع الانتهاء لها قوسًا له نفس الطول كما هو الأمر مع نصف قطر الدائرة.




$\theta = 1$ راديان

محيط الدائرة هو $2\pi r$. لذا، الدوران الكامل حول الدائرة يساوي $2\pi$ راديان. بما أن $2\pi$ راديان $= 360°$، فإن القياس بالدرجة والقياس بالراديان تربط بينهما علاقة توضحها المعادلات التالية.

$2\pi$ راديان $= 360°$ $\qquad$ $\pi$ راديان $= 180°$

### المفهوم الأساسي التحويل بين الدرجات والراديان

| درجات إلى راديان | راديان إلى درجات |
|---|---|
| للتحويل من درجات إلى راديان، اضرب عدد الدرجات في $\dfrac{\pi \text{ راديان}}{180°}$. | للتحويل من راديان إلى درجات، اضرب عدد الراديان في $\dfrac{180°}{\pi \text{ راديان}}$. |

## قراءة في الرياضيات

**القياسات بالراديان** تُحذف كلمة *راديان* عادةً عندما يتم التعبير عن الزوايا بقياس الراديان. لذلك، في حالة ذُكرت الزاوية دون وحدات قياس، يكون القياس بالراديان ضمنيًا.

### مثال 4 التحويل بين الدرجات والراديان

**أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.**

**a.** $-30°$

$-30° = -30° \cdot \dfrac{\pi \text{ راديان}}{180°}$

$= \dfrac{-30\pi}{180} = -\dfrac{\pi}{6}$ راديان

=

**تمرين موجّه**

**4A.** $120°$ $\dfrac{2\pi}{3}$ $\qquad$ **4B.** $-\dfrac{3\pi}{8}$ $-67.5°$

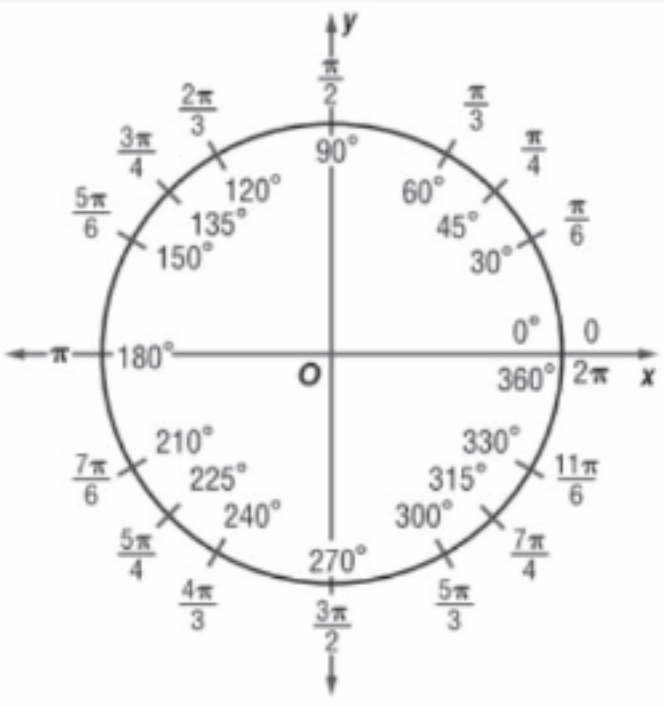
### ملخص المفهوم الدرجات والراديان

يوضح الرسم التخطيطي قياسات متكافئة بالدرجات والراديان لزوايا خاصة.

قد تستفيد من حفظ ما يلي من القياسات المتكافئة بالدرجات والراديان. ولا تكون الزوايا الخاصة الأخرى سوى مضاعفات لهذه الزوايا.

$30° = \dfrac{\pi}{6}$ $\qquad$ $45° = \dfrac{\pi}{4}$

$60° = \dfrac{\pi}{3}$ $\qquad$ $90° = \dfrac{\pi}{2}$






حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التدريس المتمايز AL

**إذا** كان الطلاب يحتاجون إلى مزيد من التمارين حول الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء،

**إذًا** فاطلب من كل منهم التعاون مع زميل آخر بحيث يمثّل أحدهم زاوية باستخدام قلمي رصاص أو مسطرتي قياس. ثم يسمي الزميل الآخر زاوية موجبة وأخرى سالبة، أقل أو أكثر من دائرة كاملة، تشترك كل زاوية منهما في ضلع الانتهاء مع الزاوية الممثلة.

## مثال إضافي

**3** أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

**a.** $210°$ الإجابات النموذجية: $570°, -150°$

**b.** $-120°$ الإجابات النموذجية: $240°, -480°$

## التدريس باستخدام التكنولوجيا

**الرسائل الفورية** اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية. وينبغي أن يرسل أحدهما رسالة تتضمن قياس زاوية. وينبغي للطالب الآخر أن يرد بقياسي الزاويتين المشتركتين في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. وعندئذ ينبغي للطلاب تبادل الأدوار وتكرار النشاط.

## 2 التحويل بين الدرجات والراديان

**المثال 4** يوضح طريقة التحويل بين الدرجات والراديان. **والمثال 5** يوضح طريقة التحويل واستخدام قياسات الزوايا في موقف من الحياة اليومية.

## تدريس الممارسات في الرياضيات

**البنية** ينظر الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن قرب لتمييز نمط أو بنية ما. وجه الطلاب إلى "ملخص المفهوم" ووضح أن قياسات الزوايا مرتبة عكس اتجاه عقارب الساعة.

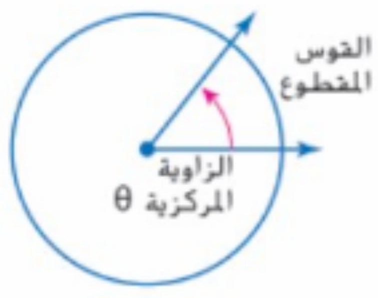
## مثال إضافي

**4** أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

**a.** $30°$ $\dfrac{\pi}{6}$

**b.** $-\dfrac{5\pi}{3}$ $-300°$

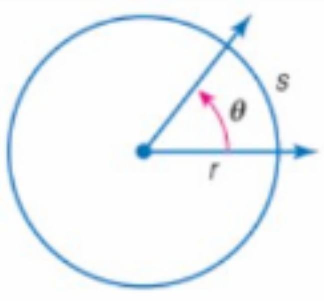
**الزاوية المركزية** للدائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة. إذا كنت تعلم قياس الزاوية المركزية ونصف قطر الدائرة، فإنه يمكنك إيجاد طول القوس الذي تقطعه هذه الزاوية.




### المفهوم الأساسي طول القوس

**الشرح** بالنسبة لدائرة نصف قطرها $r$ وزاويتها المركزية $\theta$ (بالراديان)، **طول القوس** $s$ يساوي ناتج ضرب $r$ و $\theta$.

**النموذج**




**الرموز** $s = r\theta$

ستبرر هذه الصيغة في التدريب 52.

### مثال 5 من الحياة اليومية إيجاد طول القوس

**الشاحنات** إذا كان نصف قطر إطارات الشاحنة الكبيرة يساوي 82 سنتيمترًا. فما المسافة التي تقطعها شاحنة كبيرة بالمتر بعد ثلاثة أرباع فقط من دوران الإطار؟

**الخطوة 1** أوجد الزاوية المركزية بالراديان.

$\theta = \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}$ الزاوية تساوي $\frac{3}{4}$ دورة كاملة.

**الخطوة 2** استخدم نصف القطر والزاوية المركزية لإيجاد طول القوس.

$s = r\theta$ اكتب صيغة لطول القوس.

$= 82 \cdot \frac{3\pi}{2}$ عوّض عن $r$ بـ 28 وعن $\theta$ بـ $\frac{3\pi}{2}$.

$= 388.8$ cm استخدم آلة حاسبة للتبسيط.

$= 3.9$ m اقسم على 100 للتحويل إلى أمتار.

إذًا، تقطع الشاحنة حوالي 3.9 أمتار بعد ثلاثة أرباع من دوران الإطار.

**انتبه!**
**طول القوس** تذكر عند إيجاد طول القوس أن تكتب قياس الزاوية بالراديان وليس بالدرجة. وتذكر كذلك أن عدد الراديان في دوران كامل هو $2\pi$.

**تمرين موجّه**

**5.** دائرة قطرها 9 سنتيمترات. أوجد طول القوس إذا كانت الزاوية المركزية تساوي 60°. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **4.7 cm**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**المثالان 1 و 2** ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى. 1-3. انظر الهامش.

1. 140°
2. −60°
3. 390°

**مثال 3** أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

4. 25°
5. 175°
6. −100° الإجابة النموذجية: 385°, −335°

**مثال 4** أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

7. $\frac{\pi}{4}$ **45°**
8. 225° **$\frac{5\pi}{4}$**
9. −40° **$-\frac{2\pi}{9}$**

**مثال 5** **10. الاستنتاج** صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 متر وزاوية الدوران هي 100°. فما طول القوس؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **2.1 m**

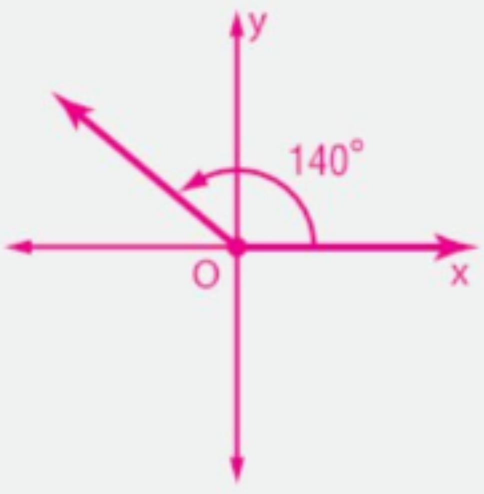


## مثال إضافي

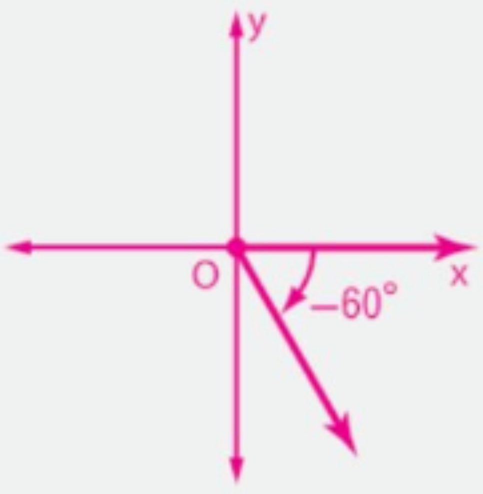
**5** **الشاحنات** يبلغ نصف قطر عجلة القيادة في شاحنة كبيرة 27.5 سنتيمترًا. فما المسافة التي ستتحركها نقطة على عجلة القيادة هذه إذا لفت العجلة بمقدار أربعة أخماس لفة؟ حوالي 138.2 سنتيمترًا

## إجابات إضافية

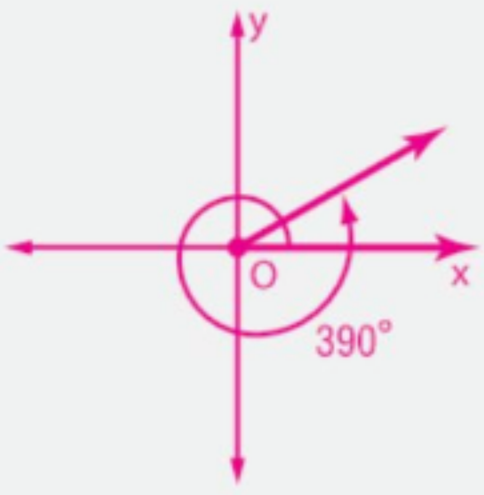
1.



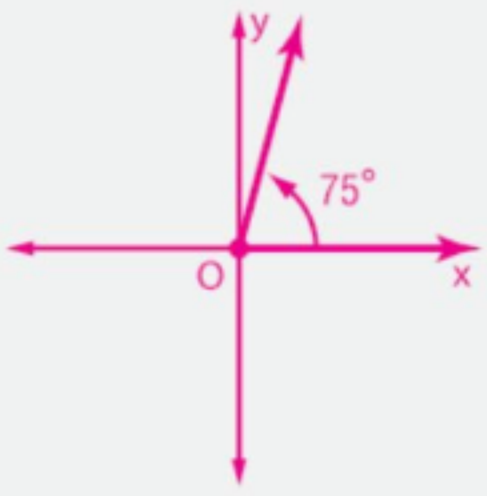

2.



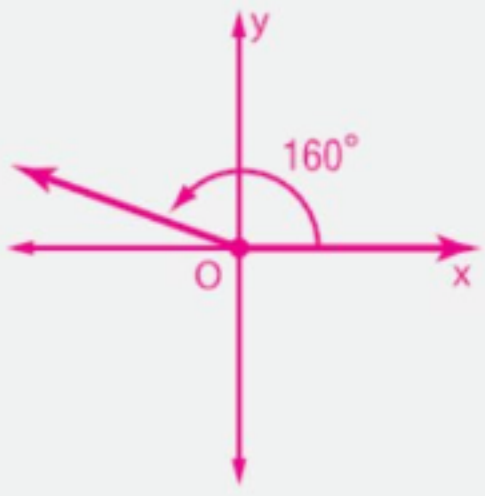

3.



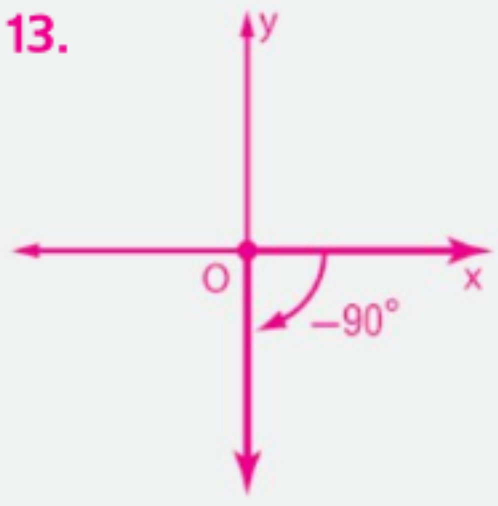

11.




12.




13.




## تدريس الممارسات في الرياضيات

**الاستنتاج** يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف المذكورة في المسائل. يتبع التفكير الكمي عادات، مثل وضع الطالب تمثيلاً منطقيًا للمسألة التي يحلها؛ والتفكير في الوحدات المستخدمة في المسألة؛ والاهتمام بمعاني الكميات، وليس فقط بكيفية حسابها؛ ومعرفة الخصائص المختلفة للعمليات والأشياء واستخدامها بمرونة.

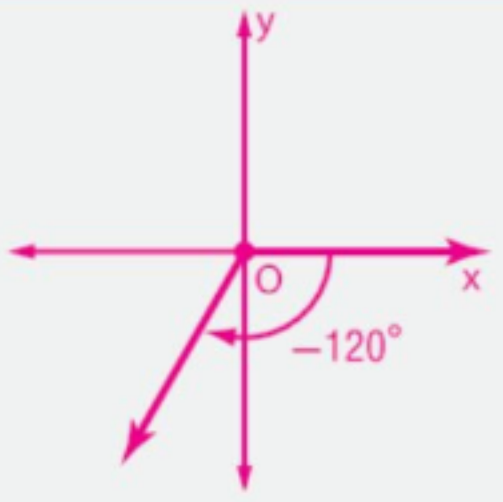
# 3 التمرين

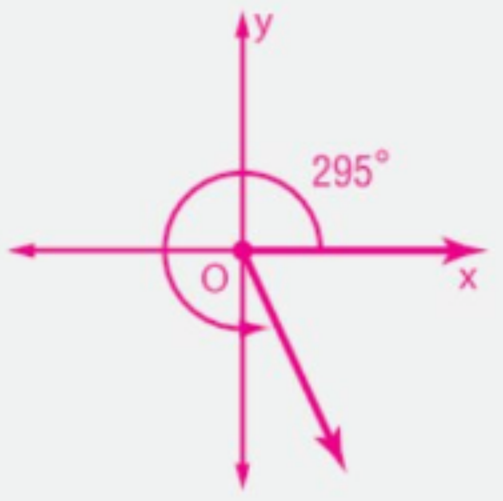
## التقويم التكويني

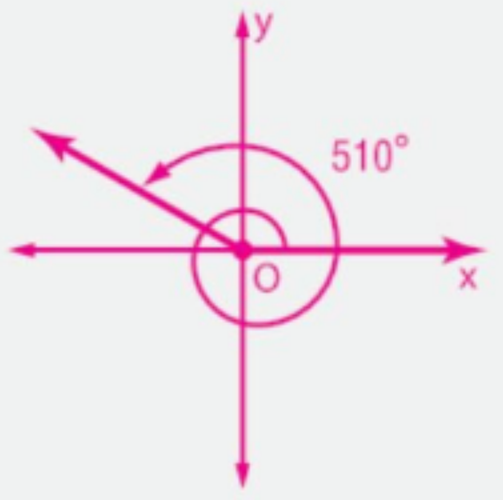
استخدم التمارين 1–10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

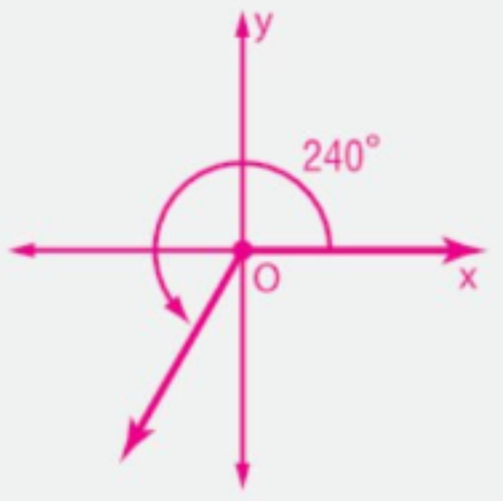
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

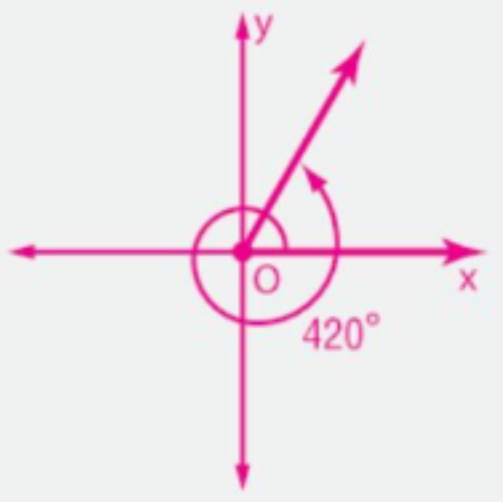
### إجابات إضافية

14.



15.



16.



17.



18.



## التدريب وحل المسائل

المثالان 1 و 2 ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى. 11–16. انظر الهامش.

11. 75°　12. 160°　13. −90°

14. −120°　15. 295°　16. 510°

17. **الجمباز** لاعب جمباز على المتوازي المختلف الارتفاع يتأرجح ليصنع زاوية دوران 240°.

18. **الطعام** تم تدوير غطاء برطمان صلصة المعكرونة 420° قبل أن يُفتح. 17, 18. انظر الهامش.

مثال 3 أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية. 19–24. الإجابات النموذجية متوفرة

19. 50° 410°, −310°　20. 95° 455°, −265°　21. 205° 565°, −155°

22. 350° 710°, −10°　23. −80° 280°, −440°　24. −195° 165°, −555°

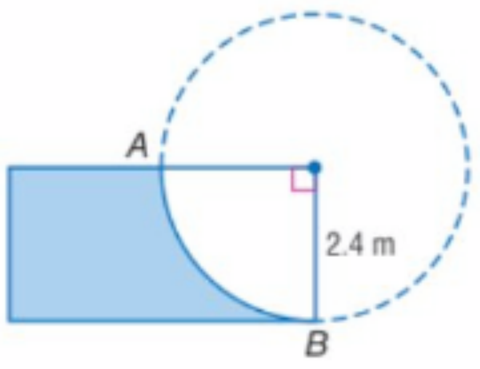
مثال 4 أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

25. 330° $\frac{11\pi}{6}$　26. $\frac{5\pi}{6}$ 150°　27. $-\frac{\pi}{3}$ −60°

28. −50° $-\frac{5\pi}{18}$　29. 190° $\frac{19\pi}{18}$　30. $-\frac{7\pi}{3}$ −420°

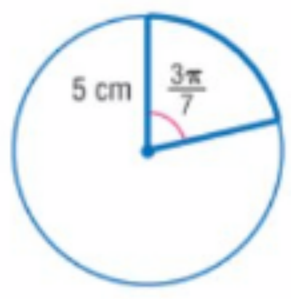
مثال 5

31. **التزلج على الألواح** منحدر التزلج على الألواح المبين على اليسار يُسمى أنبوب ربعي (quarter pipe). والسطح المنحني يحدده نصف قطر الدائرة. أوجد طول الجزء المنحني من المنحدر. حوالي 3.8 m




32. **القوارب النهرية** ناعور القارب النهري له قطر 7.2 أمتار. أوجد طول القوس للدائرة التي يصنعها الناعور عندما يدور 300°. حوالي 18.8 m

أوجد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

33.


6.7 cm

34.


94.2 m

B

35. **الساعات** كم يستغرق عقرب الدقائق في الساعة للمرور عبر 2.5π راديان؟ 1 h 15 min

36. **المثابرة** راجع بداية الدرس. ظل يتحرك حول ساعة شمسية بزاوية 15° كل ساعة.

a. بعد كم ساعة ستكون زاوية دوران الظل $\frac{8\pi}{5}$ راديان؟ 19.2 h

b. ما زاوية الدوران بالراديان بعد 5 ساعات؟ $\frac{5\pi}{12}$

c. ساعة شمسية نصف قطرها 20 سنتيمترًا. ما القوس الذي يشكله ظل بعد 14 ساعة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. 73.3 cm

أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

37–40. الإجابات النموذجية متوفرة.

37. 620° 260°, −100°　38. −400° 320°, −40°　39. $-\frac{3\pi}{4}$ $\frac{5\pi}{4}, -\frac{11\pi}{4}$　40. $\frac{19\pi}{6}$ $\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



## خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

| المستوى | الواجب | خيار اليومين | |
|---|---|---|---|
| AL مبتدئ | 11–34, 48 ,50–67 | 11–33 فردي, 54–57 | 12–34 زوجي, 48, 50–53, 58–67 |
| OL أساسي | 11–39 فردي, 41–48, 50–67 | 11–34, 54–57 | 35–48, 50–53, 58–67 |
| BL متقدم | 35–64, (65–67 :اختياري) | | |

41. **أرجوحات** زاوية دوران الأرجوحة قياسها $165°$.

a. ارسم الزاوية في وضع قياسي. **انظر الهامش.**

b. اكتب قياس الزاوية بالراديان. $\frac{11\pi}{12}$

c. إذا كانت سلاسل الأرجوحة طولها متران، فما طول القوس الذي تصنعه الأرجوحة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **5.8 m**

d. صِف كيف سيتغير طول القوس إذا تمت مضاعفة أطوال سلاسل الأرجوحة.

**41d. سيصبح طول القوس مضاعفًا. بما أن $s = r\theta$، إذا تضاعف $r$ وظلت $\theta$ دون تغيير، فإذًا قيمة $s$ ستتضاعف أيضًا.**

42. **التمثيلات المتعددة** تأمل $A(-4, 0)$ و $B(-4, 6)$ و $C(6, 0)$ و $D(6, 8)$.

a. **هندسيًا** ارسم $\triangle EAB$ و $\triangle ECD$ مع جعل $E$ عند نقطة الأصل. **انظر الهامش.**

b. **جبريًا** أوجد قيمة كلاً من tangent لـ $\angle BEA$ و tangent لـ $\angle DEC$.

$\tan \angle BEA = -\frac{3}{2}$، $\tan \angle DEC = \frac{4}{3}$

c. **جبريًا** أوجد ميل $\overline{BE}$ و $\overline{ED}$. **ميل $\overline{BE} = -\frac{3}{2}$، ميل $\overline{ED} = \frac{4}{3}$**

d. **لفظيًا** ما الاستنتاجات التي يمكنك التوصل إليها بشأن العلاقة بين الميل وزاوية الظل؟

**42d. الإجابة النموذجية: في المستوى الإحداثي، ظل الزاوية التي تكون في وضع قياسي، يساوي ميل ضلع الانتهاء للزاوية.**

**أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.**

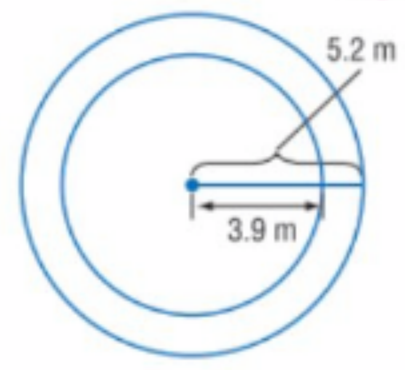
43. $\frac{21\pi}{8}$ **472.5°**

44. $124°$ $\frac{31\pi}{45}$

45. $-200°$ $-\frac{10\pi}{9}$

46. 5 $\frac{900}{\pi} \approx 286.5°$

47. **لعبة الدوّارات** تصنع لعبة الدوّارة 5 دورات في الدقيقة. الدائرة التي تشكلها مقاعد الركاب في الصف الخارجي لها نصف قطر يساوي 5.2 أمتار. والدائرة التي تشكلها مقاعد الركاب في الصف الداخلي لها نصف قطر يساوي 3.9 أمتار.

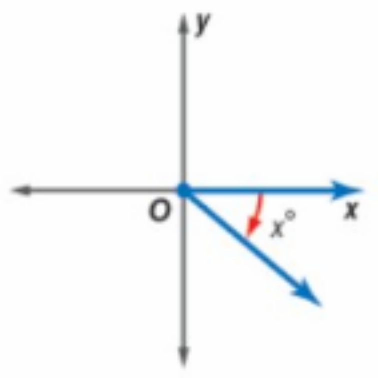



a. أوجد الزاوية $\theta$ بالراديان التي تدورها الدوّارة في ثانية واحدة. $\frac{\pi}{6}$

b. في ثانية واحدة، ما الفرق بين طول القوسين لمقاعد الركاب في الصف الخارجي ومقاعد الركاب في الصف الداخلي؟ **0.6 m**

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. **التفكير النقدي** يكتب سعيد وأيوب تعبيرًا لقياس زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية الموضحة على اليسار. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.




**سعيد**
قياس الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء هو $(x - 360)°$.

**أيوب**
قياس الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء هو $(360 - x)°$.

**48. سعيد؛ يمكن إيجاد الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء عن طريق الجمع إلى مضاعف القياس 360° أو الطرح منه. طرح أيوب الزاوية الأصلية من 360° بشكل خاطئ.**

49. **التحدِ** مستقيم يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{2}$ راديان مع محور $x$ الموجب عند النقطة $(2, 0)$. أوجد معادلة لهذا المستقيم. $x = 2$

50. **الاستنتاج** عبّر عن $\frac{1}{8}$ الدورة بالدرجات والراديان. اشرح استنتاجك.
**45°، $\frac{\pi}{4}$؛ $\frac{1}{8}$ من 360° يساوي 45° و $\frac{1}{8}$ من $2\pi$ يساوي $\frac{\pi}{4}$.**

51. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم زاوية حادة في وضع قياسي مع تسميتها. أوجد زاويتين، إحداهما موجبة والأخرى سالبة، تشتركان في ضلع الانتهاء مع الزاوية. **انظر الهامش.**

52. **التبرير** برر صيغة طول القوس. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

53. **الكتابة في الرياضيات** استخدم دائرة نصف قطرها $r$ لوصف ما تمثله درجة واحدة وراديان واحد. ثم اشرح كيفية التحويل بين القياسين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



### التمثيلات المتعددة

في التمرين 42، يستخدم الطلاب هندسة الإحداثيات وحساب المثلثات والجبر والتحليل لربط ميل المستقيم بظل الزاوية التي يكونها مع المحور الأفقي $x$.

636 | الدرس 2-11 | الزوايا وقياس الزاوية

## تدريب على الاختبار المعياري

54. **الإجابة القصيرة** إذا كان $(x+6)(x+8)-(x-7)(x-5)=0$، فأوجد قيمة $x$. $-\frac{1}{2}$

55. أي مما يلي يمثل تغيرًا عكسيًا؟ **A**

**A**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 2 | 5 | 10 | 20 | 25 | 50 |
| $y$ | 50 | 20 | 10 | 5 | 4 | 2 |

**B**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| $y$ | −4 | −8 | −12 | −16 | −20 | −24 |

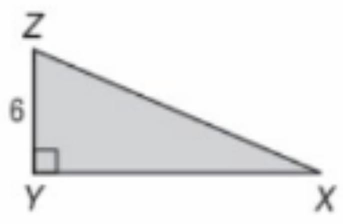
**C**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $y$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |

**D**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| $y$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

56. **الهندسة** إذا كانت مساحة الشكل هي 60 وحدة مربعة، فما طول الضلع $\overline{XZ}$؟ **G**




F $2\sqrt{34}$
G $2\sqrt{109}$
H $4\sqrt{34}$
J $4\sqrt{109}$

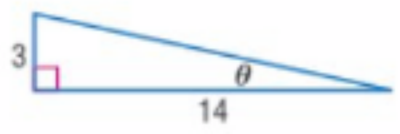
57. **SAT/ACT** الحد الأول من المتتالية هو −6، وكل حد يأتي بعد الأول يكون أكبر بمقدار 8 من الحد السابق له مباشرة. ما قيمة الحد رقم 101؟ **B**

A 788
B 794
C 802
D 806
E 814

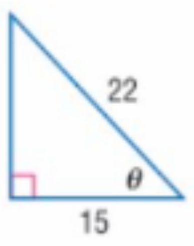
## مراجعة شاملة

**أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية $\theta$.** (الدرس 11-1) **58–60. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

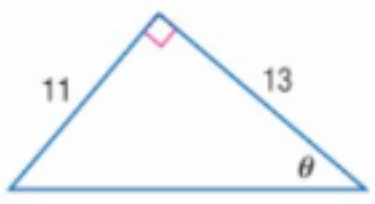
58.




59.




60.




**حدد فرضية العدم والفرضية البديلة لكل عبارة، ثم حدد العبارة التي تمثل الافتراض.** (الدرس 11-6)

61. يشرب يوسف ما لا يقل عن ثمانية أكواب من الماء كل يوم. $H_0: \mu \ge 8$ (الافتراض)؛ $H_a: \mu < 8$

62. تقول سها إن معها مظلتين في سيارتها. $H_0: \mu = 2$ (الافتراض)؛ $H_a: \mu \ne 2$

63. **التصنيع** أحجام الأسطوانات المضغوطة التي تصنعها شركة ما يتم توزيعها طبيعيًا بانحراف معياري ملّيمتر واحد. من المفترض أن يبلغ قطر الأسطوانات المضغوطة 120 ملّيمترًا. وهي تُصنَع لمحركات أسطوانات عرضها 122 ملّيمترًا. (الدرس 11-2)

a. ما النسبة المئوية للأسطوانات المضغوطة التي تتوقع أن تكون أكبر من 120 ملّيمترًا؟ **50%**

b. إذا كانت تصنع الشركة 1000 أسطوانة مضغوطة في الساعة، فكم عدد الأسطوانات التي تتوقع أن يكون قطرها 119 و 122 ملّيمترًا ضمن الأسطوانات التي تُصنع في ساعة واحدة؟ **815**

c. حوالي كم أسطوانة مضغوطة في الساعة ستكون أكبر من أن تكون ملاءمة لمحركات الأسطوانات؟ **25**

64. **المعرفة المالية** إذا كان معدل التضخم في السنوات القادمة هو 2%. ويمكن إيجاد تكلفة سلعة ما في السنوات القادمة عن طريق تكرار المعادلة $c(x) = 1.02x$. فأوجد تكلفة مشغل صوت رقمي سعره AED 70 بعد أربعة أعوام إذا ظل معدل التضخم ثابتًا. **aed 75.77**

## مراجعة المهارات

**استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر لكل مثلث قائم علمًا بأطوال الأضلاع المعطاة.**

65. $a = 12, b = 15$ $3\sqrt{41}$

66. $a = 8, b = 17$ $\sqrt{353}$

67. $a = 14, b = 11$ $\sqrt{317}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التدريس المتمايز BL OL

**التوسع** بالتأكيد يوجد العديد من الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية محددة. اطلب من الطلاب كتابة تعبير يعطي قياس الزاوية لجميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية قياسها $50° + k \cdot 360°$، حيث $k$ تمثل أي عدد صحيح.

**انتبه!**

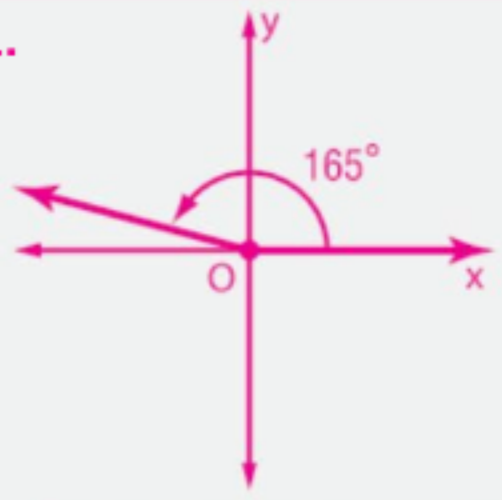
**تحليل الخطأ** فيما يتعلق بالتمرين 48، إذا كان الطلاب يعتقدون أن أيوب على صواب، فوضح أنه إذا كان قياس الزاوية الموضحة باتجاه عقارب الساعة، فإن قياس الزاوية $x$ يكون سالبًا والقياس $(360 - x)°$ سيكون أكبر من القياس 360°، وليس أقل منه.

## 4 التقويم

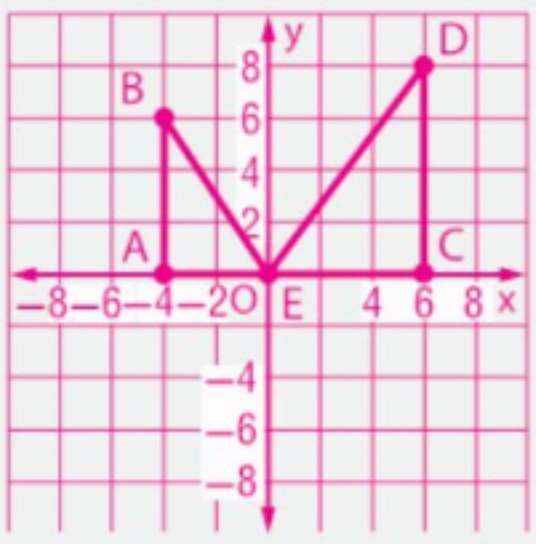
**حصاد الأمس** اطلب من الطلاب شرح كيف ساعدهم درس الأمس عن الزوايا في المثلثات قائمة الزاوية في فهم وتوضيح درس اليوم عن الزوايا في الوضع القياسي.

### إجابات إضافية

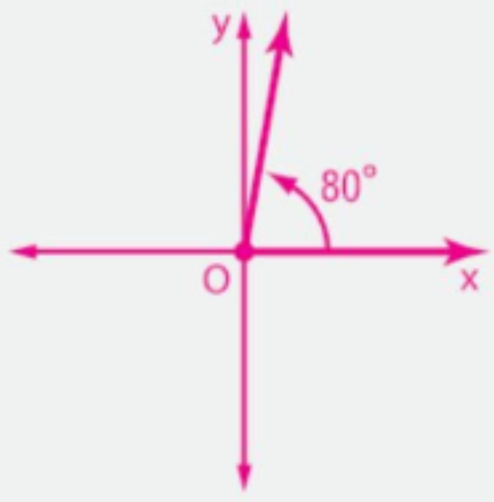
41a.




42a.




51. الإجابة النموذجية: 440° و −280°



# التوسع 11-2 مختبر الهندسة
# مساحة متوازي الأضلاع

## 1 التركيز

**الهدف** استخدام نسبة sine لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع.

### نصيحة للتدريس

إذا استخدم الطلاب الحاسبات في تقريب المساحات، فذكّرهم أن يتأكدوا أن الحاسبات في وضع الدرجات.

## 2 التدريس

### العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية والاستفادة من قدرات بعضهم البعض في إكمال النشاط.

اطلب من كل طالب في المجموعة الثنائية أن يرسم قطرًا مختلفًا لمتوازي الأضلاع. ثم اطلب منهم المقارنة بين حساباتهم للمساحة للتحقق من إجاباتهم.

**اطرح السؤال التالي:**

- ما جزء متوازي الأضلاع الذي يمثله $AB \sin A$؟

$\sin A = \frac{h}{AB}$، إذًا $AB \sin A$ هي الارتفاع $h$ لمتوازي الأضلاع.

**تدريب** اطلب من الطلاب إكمال التمرين 3-1.

## 3 التقويم

### التقويم التكويني

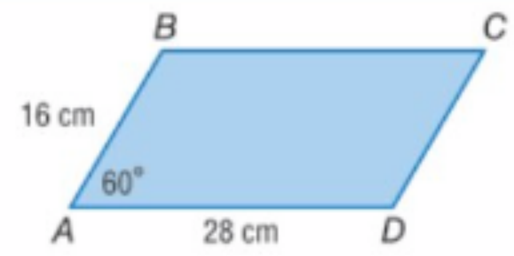
استخدم التمرين 2 في تقويم ما إذا كان الطلاب يمكنهم حساب مساحة متوازي الأضلاع عند معرفة ضلعين متتاليين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

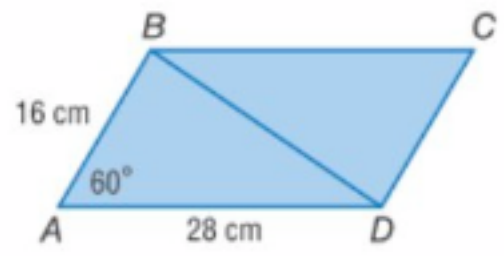
---

يمكن إيجاد مساحة أي مثلث باستخدام نسبة sine في المثلث. ويمكن استخدام عملية مشابهة لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع.

### النشاط

**أوجد مساحة متوازي الأضلاع ABCD.**




**الخطوة 1** ارسم القطر $\overline{BD}$

$\overline{BD}$ يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين، $\triangle ABD$ و $\triangle CDB$.

**الخطوة 2** أوجد مساحة $\triangle ABD$.

استخدم نسبة sine لتحديد الارتفاع $h$ من $B$ إلى $\overline{AD}$.

| | |
|---|---|
| $\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ | تعريف sine |
| $\sin \theta = \frac{h}{AB}$ | $h = \text{opp}, AB = \text{hyp}$ |
| $AB \sin \theta = h$ | حل لإيجاد $h$. |

إذًا، $h = AB \sin \theta$.

| | |
|---|---|
| المساحة $= bh\frac{1}{2}$ | مساحة المثلث |
| $= \frac{1}{2}(AD)(AB) \sin A$ | $b = AD, h = AB \sin A$ |
| $= \frac{1}{2}(28)(16) \sin 60°$ | $AD = 28, AB = 16, A = 60°$ |
| $= 224\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ | اضرب وأوجد قيمة $\sin 60°$. |
| $= 112\sqrt{3}$ | بسّط. |

**الخطوة 3** أوجد مساحة $\square ABCD$.

مساحة $\square ABCD$ تساوي مجموع مساحتي $\triangle ABD$ و $\triangle CDB$.
بما أن $\triangle CDB \cong \triangle ABD$، فإن مساحتي $\triangle ABD$ و $\triangle CDB$ متساويتان.
إذًا، مساحة $\square ABCD$ تساوي ضعف مساحة $\triangle ABD$.

$2 \cdot 112\sqrt{3} = 224\sqrt{3}$ أو حوالي 387.98 سنتيمترًا مربعًا.

### التمارين

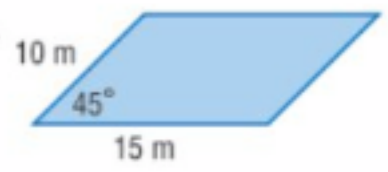
1a. 106.07 $m^2$ 1b. 57.40 $m^2$ 1c. 150 $m^2$ 2a. 22.5 $cm^2$ 2b. 11.65 $cm^2$
2c. 38.97 $cm^2$ 3a. 19,318.52 $m^2$ 3b. 12,175.23 $m^2$ 3c. 10,000 $m^2$

**لكل شكل مما يلي،**

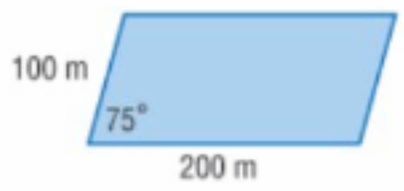
**a. أوجد مساحة كل متوازي أضلاع.**

**b. أوجد مساحة كل متوازي أضلاع إذا كان قياس الزاوية المحصورة نصف القياس المُعطى.**

**c. أوجد مساحة كل متوازي أضلاع إذا كان قياس الزاوية المحصورة ضعف القياس المُعطى.**

1. 


2. 


3. 


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



### من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب وضع صيغة لمساحة متوازي الأضلاع إذا كان قياسا ضلعين متتاليين هما $a$ و $b$، وقياس إحدى زوايا متوازي الأضلاع هي $\theta$.

$A = ab \sin \theta$

### إجابة إضافية (تمرين موجّه)

1. $\sin \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \theta = -\frac{3\sqrt{10}}{10}, \tan \theta = -\frac{1}{3},$
$\csc \theta = \sqrt{10}, \sec \theta = -\frac{\sqrt{10}}{3}, \cot \theta = -3$