

# قانون الـ Sine

لماذا؟

الحالي

السابق



- يوجد في كوكب المريخ مئات الآلاف من الفوهات التي سميت بأسماء أشهر العلماء ومؤلفي قصص الخيال العلمي وأسماء المدن على كوكب الأرض. يوضح الشكل الفوهات "واهو" و"واباش" و"ناوكان". يمكنك استخدام حساب المثلثات في إيجاد المسافة بين "واهو" و"ناوكان".

- 1 إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة.
- 2 استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات.

- لقد أوجدت أطوال الأضلاع وقياسات الزاوية للمثلثات القائمة.

## 1 التركيز

### التخطيط الرأسي

**قبل الدرس 11-4** إيجاد أطوال أضلاع المثلثات قائمة الزاوية وقياسات زواياها.

**الدرس 11-4** إيجاد مساحة المثلث باستخدام ضلعين والزاوية المحصورة بينهما. استخدام قانون الـ Sine لحل مسائل المثلثات.

**بعد الدرس 11-4** استخدام قانون الـ Sine لحل المسائل.

### المفردات الجديدة

قانون الـ Sines  
Law of Sines  
حل المثلث a triangle  
حالة مبهمة ambiguous case

**مهارات في الرياضيات**  
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.  
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

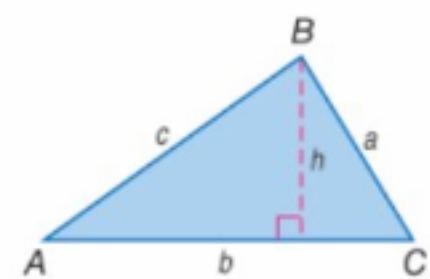
## 2 التدريس

### الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

### اطرح السؤال التالي:

- ما قياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يربط بين فوهتي واهو وناوكان؟ وبين فوهتي واهو وواباش؟  $102^\circ$ ;  $23^\circ$
- ما قياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يربط بين فوهتي وواباش وناوكان؟  $55^\circ$
- ما المسافة بين الفوهتين واهو وواباش؟  $1.2 \text{ km}$
- ما الفوهة التي تقع عند رأس الزاوية التي تمتد من الضلع الأطول؟ **واباش**



**1 إيجاد مساحة مثلث** في المثلث الموجود على اليسار.  $\sin A = \frac{h}{c}$  أو  $h = c \sin A$ .

قانون مساحة المثلث  
استبدل بـ  $c \sin A$   $h$   
بسط.

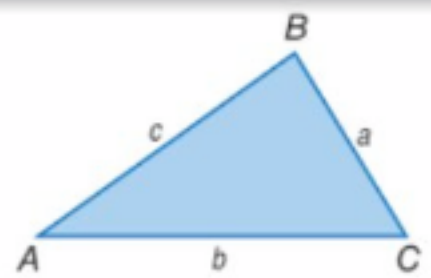
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}bh$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}b(c \sin A)$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}bc \sin A$$

يمكنك استخدام هذه الصيغة وصيغتين أخريين في إيجاد مساحة المثلث إذا علمت طولي ضلعيه وقياس الزاوية المحصورة.

### المفهوم الأساسي مساحة المثلث



**الشرح** مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب ضلعين و sine الزاوية المحصورة بينهما.

**الرموز**  $\text{المساحة} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$

### مثال 1 إيجاد مساحة مثلث.

**أوجد مساحة المثلث  $\triangle ABC$  مقربة إلى أقرب عشرة.**

في  $\triangle ABC$ ،  $a = 8$  و  $b = 9$  و  $C = 104^\circ$ .

بحسب القياسات المعلومة،  
استخدم صيغة المساحة الثالثة.  
التعويض  
بسط.

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2}(8)(9) \sin 104^\circ$$

$$\approx 34.9 \text{ cm}^2$$

**التحقق الذهني** قُرب  $104^\circ$  sine إلى  $90^\circ$  لأن  $\sin 90^\circ$  يساوي 1.

$$\frac{1}{2}(8)(9)\sin 90^\circ = \frac{1}{2}(8)(9)(1) = 36$$

وهذا قريب من الإجابة 34.9 سنتيمتراً مكعباً.

### تمرين موجّه

1. أوجد مساحة  $\triangle ABC$  مع التقريب إلى أقرب عشرة إذا كانت  $A = 31^\circ$  و  $b = 18$  متراً. و  $c = 22$  متراً.  **$102.0 \text{ m}^2$**



## الربط بتاريخ الرياضيات

**بولين سيبيري (1885-1967)**  
وضعت بولين سيبيري كتابين  
مدرسين خلال العقد الثاني من  
القرن العشرين، وهما Short  
Course in Spherical  
Plane و Trigonometry  
1923. وفي عام 1923  
أصبحت أول امرأة تُرقى لمنصب  
أستاذ مساعد في قسم الرياضيات  
في جامعة كاليفورنيا، بيركلي.

## نصيحة دراسية

**الاستنتاج** يمكن أيضًا كتابة  
قانون الـ sine بالشكل  
 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$   
إذا، يمكن أيضًا استخدام  
التعابير الموضحة أدناه في  
حل المثلث في المثال 2.  
•  $\frac{a}{\sin 55^\circ} = \frac{3}{\sin 80^\circ}$   
•  $\frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{3}{\sin 80^\circ}$

## 2

### استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات

يمكنك استخدام صيغ المساحة في اشتقاق قانون الـ sine الذي يبين العلاقات بين أطوال الأضلاع في المثلث وجيوب الزاوية المقابلة لها.

$$\frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

اضبط صيغ المساحة المساوية لبعضها البعض.

$$bc \sin A = ac \sin B = ab \sin C$$

اضرب كل تعبير في 2.

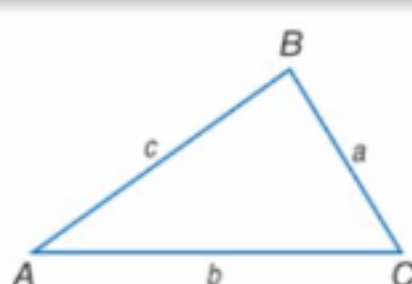
$$\frac{bc \sin A}{abc} = \frac{ac \sin B}{abc} = \frac{ab \sin C}{abc}$$

اقسم كل تعبير على abc.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

بسط.

### المفهوم الأساسي قانون الـ Sine

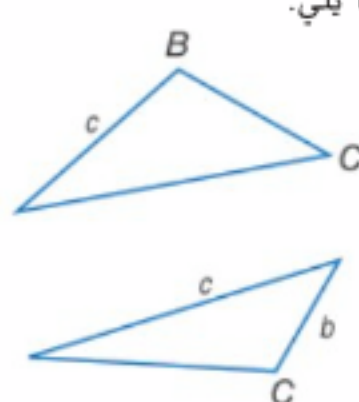


في المثلث  $\triangle ABC$ ، إذا كانت الأضلاع التي أطوالها  $a$  و  $b$  و  $c$  مقابل لزاويا قياساتها  $A$  و  $B$  و  $C$ ، على الترتيب، فإن الحل التالي صحيح.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

يمكنك استخدام قانون الـ Sine في حل مثلث إذا كنت تعرف أيًا مما يلي.

- قياس زاويتين وأي ضلع (الحالتان زاوية-زاوية-ضلع أو زاوية-ضلع-زاوية)



- قياس ضلعين والزاوية المقابلة لأي منهما (الحالة ضلع-ضلع-زاوية)

يسمى استخدام القياسات المعطاة في إيجاد طول الضلع وقياسات الزاوية غير المعلومة في المثلث باسم **حل المثلث**.

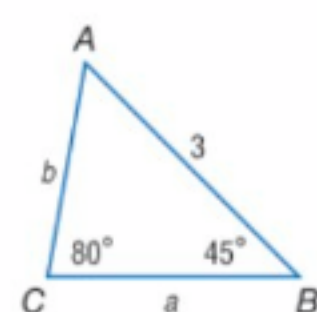
### مثال 2 حل المثلث عند معرفة زاويتين وضلع

أوجد حل المثلث  $\triangle ABC$ . قَرِّب إلى أقرب عشرة إذا لزم الأمر.

**الخطوة 1** أوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle A = 180 - (80 + 45) = 55^\circ$$

**الخطوة 2** استخدم قانون الـ sine في إيجاد طول الضلعين  $a$  و  $b$ . اكتب معادلة لإيجاد كل متغير.



$$\begin{aligned} \frac{\sin A}{a} &= \frac{\sin C}{c} \\ \frac{\sin 55^\circ}{a} &= \frac{\sin 80^\circ}{3} \\ a &= \frac{3 \sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} \\ a &\approx 2.5 \end{aligned}$$

قانون الـ sine

التعويض

أوجد حل كل متغير.

استخدم حاسبة.

$$\begin{aligned} \frac{\sin B}{b} &= \frac{\sin C}{c} \\ \frac{\sin 45^\circ}{b} &= \frac{\sin 80^\circ}{3} \\ b &= \frac{3 \sin 45^\circ}{\sin 80^\circ} \\ b &\approx 2.2 \end{aligned}$$

إذا،  $A = 55^\circ$  و  $a \approx 2.5$  و  $b \approx 2.2$ .

تمرين موجّه

2. أوجد حل المثلث  $\triangle NPQ$  إذا كانت  $P = 42^\circ$  و  $Q = 65^\circ$  و  $n = 5$ .  $N = 73^\circ$ ,  $p \approx 3.5$ ,  $q \approx 4.7$

## 1 إيجاد مساحة المثلث

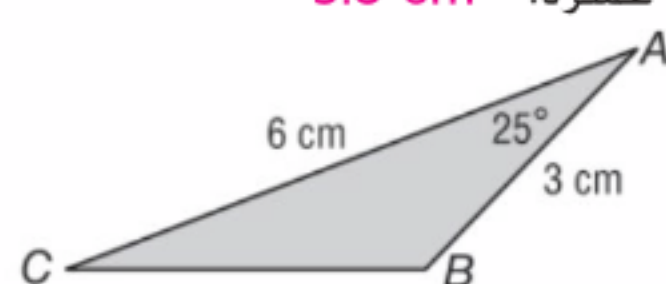
**المثال 1** يوضح كيفية استخدام sine الزاوية لإيجاد مساحة المثلث.

### التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

### مثال إضافي

1 أوجد مساحة المثلث  $\triangle ABC$  مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.  $3.8 \text{ cm}^2$

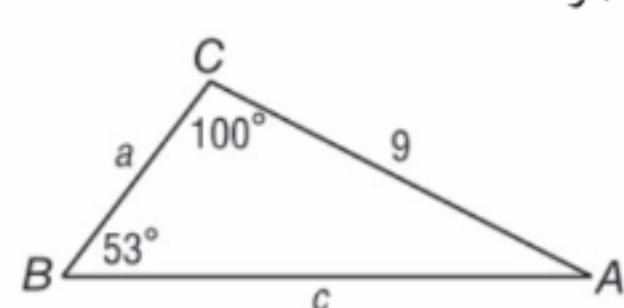


## 2 استخدام قانون الـ Sine في حل المثلثات

**المثال 2** يوضح كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مثلث عند معرفة قياس زاويتين وطول ضلع. **والمثال 3** يبين كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مثلث ليس له حل أو له حل واحد أو حلان. في حين يبين **المثال 4** كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مسألة من الحياة اليومية.

### مثال إضافي

2 أوجد حل  $\triangle ABC$ . وقَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



$$A = 27^\circ, a \approx 5.1, c \approx 11.1$$

## تدريس الممارسات في الرياضيات

**الاستنتاج** يفهم الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات والعلاقات فيما بينها حسب حالات المسألة. ذكّر الطلاب أنه يمكن كتابة النسب والتناسب بعدة أشكال.

## انتبه!

**تصحيح المفاهيم الخاطئة** قد يعتقد الطلاب أن قانون الـ Sine ينطبق على المثلثات قائمة الزاوية فقط. وضح لهم أن هذا القانون ينطبق على أي مثلث، مثله مثل قانون الـ Cosine الذي استكشفناه في الدرس 5-11.

### مثال إضافي

- 3 حدد ما إذا كان كل مثلث بلا حل أم له حل واحد أم له حلان. ثم أوجد حل المثلث. قَرِّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.
- a. في  $\triangle NPQ$ ,  $Q = 110^\circ$ ,  $n = 8$  و  $q = 11$ .  
 $P = 27^\circ$ ,  $N = 43^\circ$ ,  $p = 5.3$
- b. في  $\triangle DEF$ ,  $E = 52^\circ$ ,  $e = 5$  و  $f = 9$ .  
 يوجد حل
- c. في  $\triangle XYZ$ ,  $X = 28^\circ$ ,  $x = 9$  و  $z = 15$ .  
 الحل هو  $Z = 51^\circ$  و  $Y = 101^\circ$  و  $y = 18.8$ .  
 هناك حل آخر وهو  $Z = 129^\circ$  و  $Y = 23^\circ$  و  $y = 7.5$ .

### التدريس باستخدام التكنولوجيا

**اللوحة البيضاء التفاعلية** استخدم اللوحة في توضيح الحالة المبهمة من قانون الـ Sine. استخدم برنامج رسم لرسم ضلعي المثلث والزاوية المعلومين بدقة. ارسم ضلعًا واحدًا من أضلاع المثلث الثلاثة المحتملة. ثم اسحب جزءًا لتبين كيفية إنشاء المثلث المحتمل الآخر.

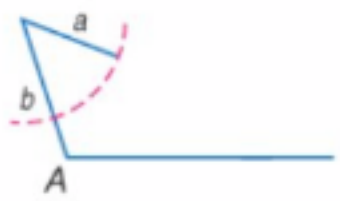
**نصيحة دراسية**  
**الحلان** يُطلق على الحالة عندما يوجد حلان للمثلث اسم الحالة المبهمة.

**نصيحة دراسية**  
**A زاوية حادة** في الأشكال على اليسار، الارتفاع  $h$  يُنظر إلى  $a$  حيث  $h$  أقل مسافة من  $C$  إلى  $AB$  عندما تكون الزاوية  $A$  حادة.  
 $\sin A = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$   
 $\sin A = \frac{h}{b}$

### المفهوم الأساسي المثلثات المحتملة في حالة ضلع-ضلع-زاوية

تأمل المثلث عند معرفة  $a$  و  $b$  و  $m\angle A$ .

$\angle A$  زاوية قائمة أو منفرجة.



$$a \leq b$$

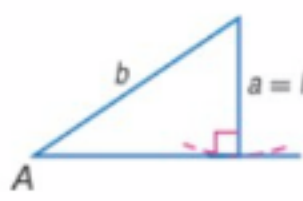
بلا حل



$$a > b$$

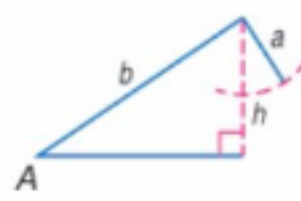
حل واحد

$\angle A$  زاوية حادة.



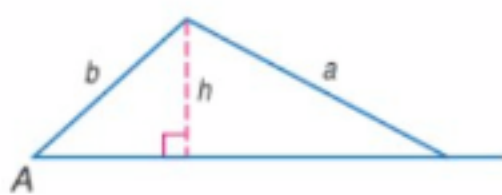
$$a = h$$

حل واحد



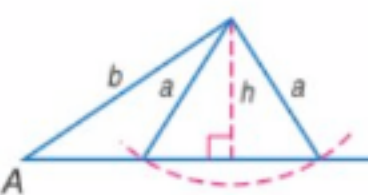
$$a < h$$

بلا حل



$$a \geq b$$

حل واحد



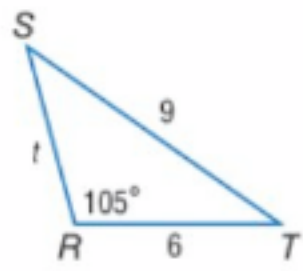
$$h < a < b$$

بلا حل

نظرًا لأن  $\sin A = \frac{h}{b}$ , يمكنك استخدام  $h = b \sin A$  في إيجاد  $h$  في المثلثات الحادة.

### مثال 3 حل المثلث عند معرفة ضلعين وزاوية

حدد ما إذا كان كل مثلث بلا حل، أو له حل واحد، أو حلين. ثم حل المثلث، وقَرِّب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



a. في  $\triangle RST$ ,  $R = 105^\circ$  و  $r = 9$  و  $s = 6$ .

حيث إن  $\angle R$  زاوية منفرجة و  $9 > 6$ , فلماذا تعلم أن هناك حلًا واحدًا للمثلث.

**الخطوة 1** طبق قانون الـ sine في إيجاد قيمة  $m\angle S$ .

قانون الـ Sine

اضرب كل طرف في 6.

استخدم حاسبة.

استخدم نسبة  $\sin^{-1}$ .

$$\frac{\sin S}{6} = \frac{\sin 105^\circ}{9}$$

$$\sin S = \frac{6 \sin 105^\circ}{9}$$

$$\sin S \approx 0.6440$$

$$S \approx 40^\circ$$

**الخطوة 2** أوجد  $m\angle T$ .

$$m\angle T \approx 180 - (105 + 40) = 35^\circ$$

**الخطوة 3** طبق قانون الـ sine لإيجاد قيمة  $t$ .

قانون الـ Sine

حل لإيجاد  $t$ .

استخدم الحاسبة.

$$\frac{\sin 35^\circ}{t} \approx \frac{\sin 105^\circ}{9}$$

$$t \approx \frac{9 \sin 35^\circ}{\sin 105^\circ}$$

$$t \approx 5.3$$

إذًا،  $T \approx 35^\circ$  و  $S \approx 40^\circ$  و  $t \approx 5.3$ .





### مثال إضافي

**4 البيسبول في المثال 4.** افترض أن قياس الزاويتين في القاعدتين الثانية والثالثة تساويان  $58^\circ$  و  $41^\circ$ . على التوالي. فكم كانت تبعد الكرة عن القاعدة الثانية عندما تم التقاطها؟ حوالي **17.9 m**



**الربط بالحياة اليومية**  
تشارك ملاعب البيسبول في المدرسة الثانوية والكلية في أبعاد الملعب الداخلي مثل ملاعب البيسبول للمحترفين. بينما تختلف أبعاد الملعب الخارجي اختلافاً كبيراً.  
المصدر: مجلة Baseball Digest Magazine

### مثال 4 من الحياة اليومية استخدام قانون الـ sine في حل المسألة



$$\frac{\sin 72^\circ}{27} = \frac{\sin 43^\circ}{x}$$

$$x \sin 72^\circ = 27 \sin 43^\circ$$

$$x = \frac{27 \sin 43^\circ}{\sin 72^\circ}$$

$$x \approx 19.4$$

قانون الـ Sine

الضرب التقاطعي

حل لإيجاد قيمة  $x$ .

استخدم الحاسبة.

إذا، تبعد المسافة 19.4 متراً تقريباً.

تمرين موجّه

4. كم تبعد نقطة التقاط الكرة عن القاعدة الثالثة؟ **25.8 m**

## 3 التمرين

### التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

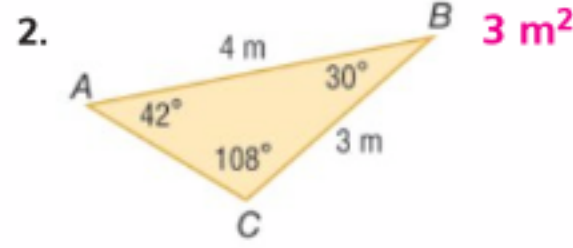
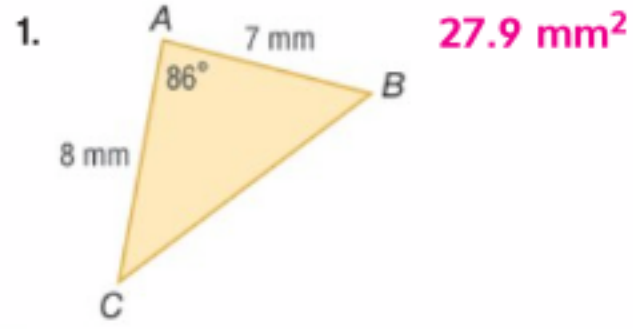
### تدريس الممارسات في الرياضيات

**المثابرة** يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط بدء الحل. فيحللون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. ويبتكرون فرضيات حول شكل الحل ومعناه ويخططون مساراً للحل بدلاً من الانتقال ببساطة إلى محاولة الحل.

### التحقق من فهمك

مثال 1

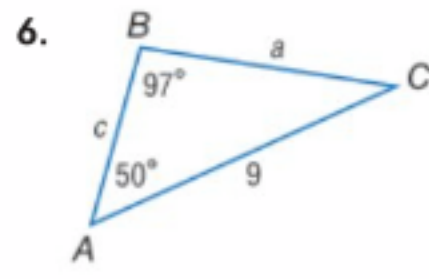
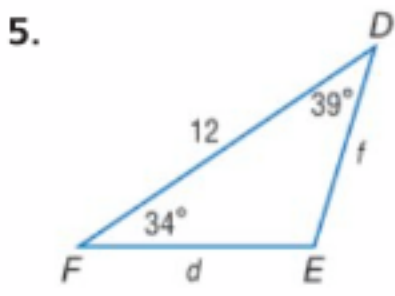
أوجد مساحة  $\triangle ABC$  مع التقريب إلى أقرب عشرة إذا لزم الأمر.



3.  $A = 40^\circ$ ,  $b = 11$  cm,  $c = 6$  cm **21.2 cm²**      4.  $B = 103^\circ$ ,  $a = 20$  cm,  $c = 18$  cm **175.4 cm²**

مثال 2

حل كل مثلث، وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



5.  $E = 107^\circ$   
 $d \approx 7.9$ ,  $f \approx 7.0$   
6.  $C = 33^\circ$ ,  $a \approx 6.9$   
 $c \approx 4.9$

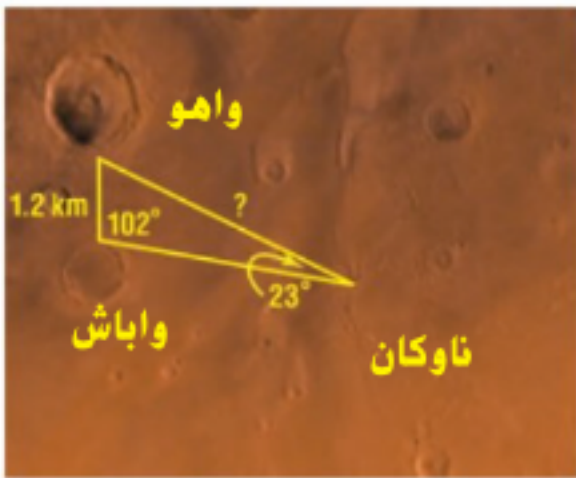
7. أوجد حل المثلث  $\triangle FGH$ . إذا كانت  $G = 80^\circ$  و  $H = 40^\circ$  و  $G = 14$ . **7.**

**المثابرة** حدد هل كل مثلث  $\triangle ABC$  بلا حل، أم له حل واحد، أم له حلان. ثم أوجد حل المثلث. قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة. **8. واحد؛  $c \approx 13.7$ ،  $C \approx 46^\circ$ ،  $B \approx 39^\circ$**

8.  $A = 95^\circ$ ,  $a = 19$ ,  $b = 12$  **10. اثنان؛  $B \approx 65^\circ$ ،  $C \approx 81^\circ$ ،  $c \approx 14.1$**   
9.  $A = 60^\circ$ ,  $a = 15$ ,  $b = 24$  **بلا حل** **11. واحد؛  $B = 90^\circ$ ،  $C = 60^\circ$ ،  $c \approx 5.2$**   
10.  $A = 34^\circ$ ,  $a = 8$ ,  $b = 13$  **12. الفناء** راجع بداية الدرس. أوجد المسافة بين قوهة واهو  
11.  $A = 30^\circ$ ,  $a = 3$ ,  $b = 6$  **3 كيلومترات**

مثال 4

**الفناء** راجع بداية الدرس. أوجد المسافة بين قوهة واهو وفوهة ناوكان على كوكب المريخ. **3 كيلومترات**




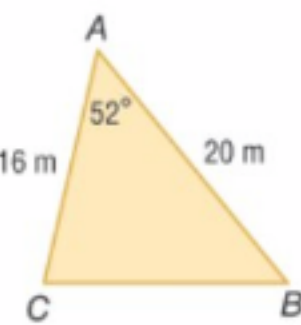
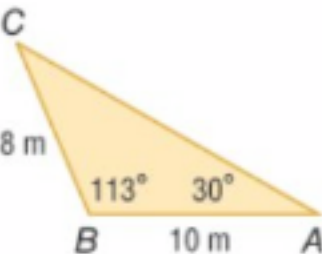


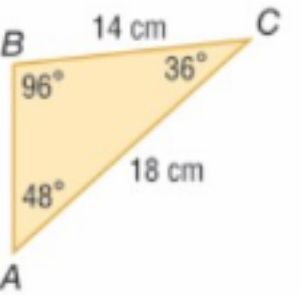
التدريب وحل المسائل

مثال 1

أوجد مساحة المثلث  $\triangle ABC$  مُقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

13.

10.6 km<sup>2</sup>

14.

126.1 m<sup>2</sup>
15.

36.8 m<sup>2</sup>

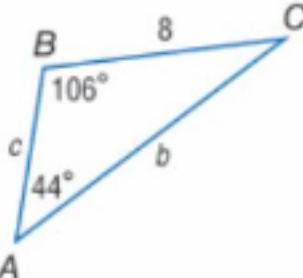
16.

74.1 cm<sup>2</sup>
17.  $C = 25^\circ, a = 4 \text{ m}, b = 7 \text{ m}$ 
5.9 m<sup>2</sup>

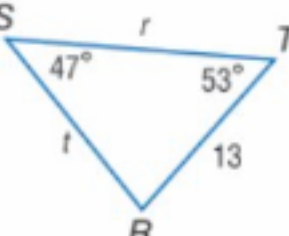
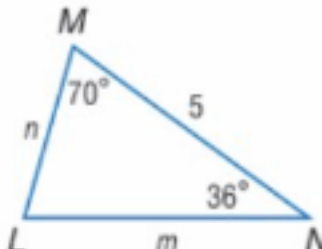
18.  $A = 138^\circ, b = 10 \text{ cm}, c = 20 \text{ cm}$ 
66.9 cm<sup>2</sup>
19.  $B = 92^\circ, a = 14.5 \text{ m}, c = 9 \text{ m}$ 
65.2 m<sup>2</sup>

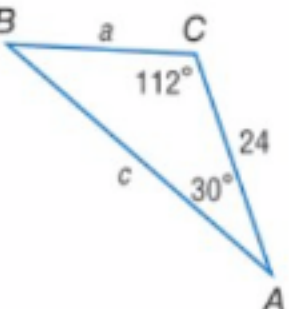
20.  $C = 116^\circ, a = 2.7 \text{ cm}, b = 4.6 \text{ cm}$ 
5.6 cm<sup>2</sup>

مثال 2

الاستنتاج حل كل مثلث، وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

21.


22.

23.


24.

33. اثنان؛  $B \approx 53^\circ, C \approx 7.4$   
 $c \approx 11^\circ, C \approx 127^\circ, B \approx 85^\circ$   
34. اثنان؛  
 $B \approx 65^\circ, C \approx 71^\circ$   
 $C \approx 109^\circ, B \approx 18.3$   
 $c \approx 9.1$   
36. واحد؛  $C = 90^\circ, c \approx 29.4$   
29. واحد؛  $B \approx 25^\circ, C \approx 55^\circ$   
31. واحد؛  $B \approx 32^\circ, C \approx 110^\circ, c \approx 32.1$

25. أوجد حل  $\triangle HJK$  إذا كانت  $H = 53^\circ$ ، و  $J = 20^\circ$ ، و  $h = 31$ ، و  $K = 107^\circ, j \approx 13.3, k \approx 37.1$

26. أوجد حل المثلث  $\triangle NPQ$  إذا كانت  $P = 109^\circ$ ، و  $Q = 57^\circ$ ، و  $n = 22$ ، و  $N = 14^\circ, p \approx 86.0, q \approx 76.3$

27. أوجد حل المثلث  $\triangle ABC$  إذا كانت  $A = 50^\circ$ ، و  $a = 2.5$ ، و  $C = 67^\circ$ ، و  $B = 63^\circ, b \approx 2.9, c \approx 3.0$

28. أوجد حل المثلث  $\triangle ABC$  إذا كانت  $B = 18^\circ$ ، و  $C = 142^\circ$ ، و  $b = 20$ ، و  $A = 20^\circ, a \approx 22.1, c \approx 39.8$

30. واحد؛  $B \approx 49^\circ, C \approx 56^\circ, c \approx 12.0$
- مثال 3
- حدد ما إذا كان كل مثلث  $\triangle ABC$  بلا حل، أم له واحد، أم له حلان. ثم حل المثلث، وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.
29.  $A = 100^\circ, a = 7, b = 3$

30.  $A = 75^\circ, a = 14, b = 11$

31.  $A = 38^\circ, a = 21, b = 18$

32.  $A = 52^\circ, a = 9, b = 20$

33.  $A = 42^\circ, a = 5, b = 6$

34.  $A = 44^\circ, a = 14, b = 19$

35.  $A = 131^\circ, a = 15, b = 32$  لا يوجد حل

36.  $A = 30^\circ, a = 17, b = 34$
- 651
- تدريس الممارسات في الرياضيات
- الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف المذكورة في المسائل. يتبع التفكير الكمي عادات، مثل وضع الطالب تمثيلاً منطقيًا للمسألة التي يحلها؛ والتفكير في الوحدات المستخدمة في المسألة؛ والاهتمام بمعاني الكميات، وليس فقط بكيفية حسابها؛ ومعرفة الخصائص المختلفة للعمليات والأشياء واستخدامها بمرونة.
- 651
- خيارات الواجب المنزلي المتميزة
- | المستوى  |  | الواجب                   |  | خيار اليومين                 |  |
|----------|--|--------------------------|--|------------------------------|--|
| AL مبتدئ |  | 13-38, 43, 46-69         |  | 43, زوجي 14-38, 46-48, 53-69 |  |
| OL أساسي |  | 13-37, 39-43, 46-69      |  | 13-38, 49-52                 |  |
| BL متقدم |  | (اختياري) 39-66, (67-69) |  |                              |  |

مثال 4

الجغرافيا في مدينة هاواي، تقدر المسافة من "هيلو" إلى "كايلوا" بـ 57 كيلومترًا. والمسافة من "هيلو" إلى "كابتن كوك" بـ 55 كيلومترًا.

37. ما قياس الزاوية المتكونة عند "هيلو"؟ **28° تقريبًا**

38. ما المسافة بين "كايلوا" و"كابتن كوك"؟ **27.2 km تقريبًا**

39. **B**

**الأعاصير** تُكون صافرات إنذار الأعاصير  $A$  و  $B$ ، و  $C$  منطقة مثلثية الشكل في إحدى مناطق المدينة. تبعد صافرتنا الإنذار  $A$  و  $B$  عن بعضهما 8 كيلومترات. وقياس الزاوية المتكونة عند صافرة الإنذار  $A$  تساوي  $112^\circ$ .

والزاوية المتكونة عند صافرة الإنذار  $B$  تساوي  $40^\circ$ . ما المسافة بين الصافرتين  $B$  و  $C$ ؟ **15.8 km تقريبًا**

40. **الألفانز** مثلث برمودا هو منطقة في المحيط

الأطلنطي بين برمودا، وميامي، وفلوريدا. وسان جوان، وبورتو ريكو، ولقد أشيع عنه أن السفن والطائرات تختفي فيه في ظروف غامضة.

a. ما المسافة بين ميامي وبرمودا؟ **1120.3 km تقريبًا**

b. ما مساحة مثلث برمودا تقريبًا؟ **464,366.1 km<sup>2</sup> تقريبًا**

$$\frac{\sin 66^\circ}{a} = \frac{\sin 64^\circ}{4}$$

$$\frac{\sin 50^\circ}{b} = \frac{\sin 64^\circ}{4}$$

**ركوب الدراجات** طول الضلع في مسار ركوب الدراجة المثلث الشكل يساوي 4 كيلو مترات. والزاوية المقابلة لهذا الضلع تساوي  $64^\circ$ . ولقد تكونت زاوية أخرى في المسار المثلثي قياسها  $66^\circ$ .

a. صمم رسمًا للموقف، وقم بتسمية الأضلاع الناقصة  $a$  و  $b$ . **انظر الهامش.**

b. اكتب المعادلات التي يمكن استخدامها في إيجاد أطوال الأضلاع الناقصة.

c. ما محيط المسار؟ **11.5 km تقريبًا**

42. **تسلق الصخور** سعيد (المشار إليه بالرمز  $S$ ) وماجد (المشار إليه بالرمز  $M$ ) يقفان على مسافة 2.4 متر بعيدًا عن بعضهما البعض أمام حائط تسلق الصخور، مثلما هو موضح في الشكل على اليسار. ما ارتفاع الحائط؟ قُرب إلى أقرب عشرة. **5.7 m**

#### مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. **C**

**التفكير النقدي** في المثلث  $\triangle RST$ ،  $R = 56^\circ$  و  $r = 24$  و  $t = 12$ . تستخدم ميسون ومها قانون الـ sine لإيجاد  $T$ . هل أي منهما على صواب؟ فسر استنتاجك.

**ميسون:  $R$  زاوية حادة و  $t > r$ ، إذا هناك حل واحد.**

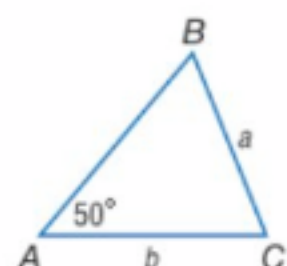
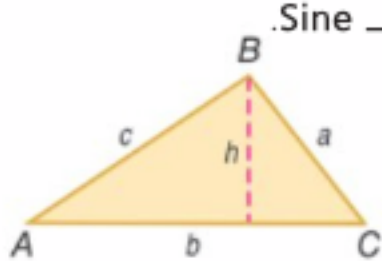
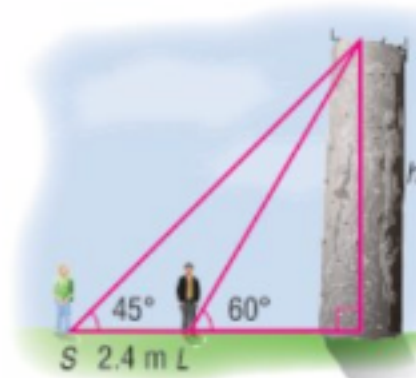
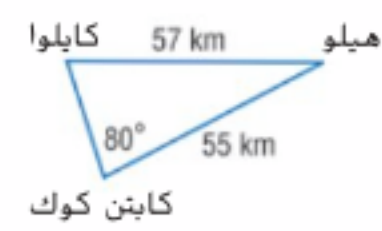
44. **مسألة غير محددة** الإجابة ابتكر مسألة تطبيق تتضمن مثلثات قائمة الزاوية وقانون الـ Sine. ثم حل المسألة. وصمم رسمًا تخطيطيًا إذا لزم الأمر. **راجع عمل الطلاب.**

45. **التحد** مستخدمًا الشكل الموضح على اليسار، استنبط الصيغة  $\frac{1}{2}bc \sin A$  = المساحة **راجع ملحق إجابات الوحدة 11.**

46. **الاستنتاج** أوجد أطوال أضلاع مثلثين مختلفين  $ABC$  التي يمكن تكوينها إذا كانت  $A = 55^\circ$  و  $C = 20^\circ$ .

47. **الكتابة في الرياضيات** استخدم قانون الـ sine في توضيح لماذا  $a$  و  $b$  ليست لهما قيم مميزة في الشكل الموضح.

48. **مسألة غير محددة الإجابة** إذا علمت أن  $E = 62^\circ$  و  $d = 38$ ، فأوجد قيمة  $e$  بحيث لا يوجد المثلث  $DEF$ . فسر استنتاجك. **انظر الهامش.**



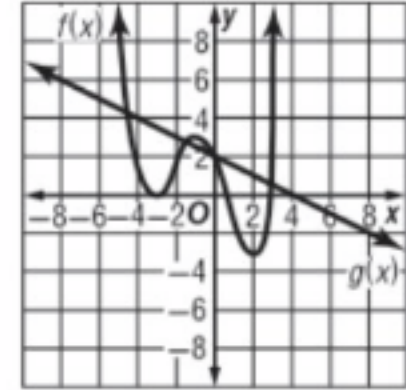
### تدريس الممارسات في الرياضيات

فقد يُمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم والمنطق الخاطئ، وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ.



## تدريب على الاختبار المعياري

49. الإجابة القصيرة مستخدماً التمثيلات البيانية لـ  $f(x)$  و  $g(x)$  ما قيمة  $(f(g(4)))$  ؟ **2**



50. الإحصاء إذا كان متوسط سبعة أعداد صحيحة فردية متتالية هو  $n$ ، فما وسيط تلك الأعداد الصحيحة السبعة؟ **C**

- A 0  
B 7  
C  $n$   
D  $n - 2$

51. صفر واحد في  $f(x) = x^3 - 7x^2 - 6x + 72$  يساوي 4. ما الصيغة ذات العوامل للتعبير  $x^3 - 7x^2 - 6x + 72$  ؟ **G**

- F  $(x - 6)(x + 3)(x + 4)$   
F  $(x - 6)(x + 3)(x + 4)$   
H  $(x + 6)(x + 3)(x - 4)$   
J  $(x + 12)(x - 1)(x - 4)$

52. SAT/ACT يُقسّم ثلاثة أشخاص 48,000 AED حسب النسبة 3 : 4 : 5. ما قيمة المبلغ صاحب النصيب الأكبر؟ **C**

- A AED 12,000  
B AED 16,000  
C AED 20,000  
D AED 24,000  
E AED 30,000

## مراجعة شاملة

أوجد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية. (الدرس 11-3)

53.  $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$   
54.  $\cos \frac{3}{4}\pi = -\frac{\sqrt{2}}{2}$   
55.  $\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب مشتركة في ضلع الانتهاء مع كل زاوية. (الدرس 11-2)

56.  $125^\circ$  **485°, -235°**  
57.  $-32^\circ$  **328°, -392°**  
58.  $\frac{2}{3}\pi$   **$\frac{8}{3}\pi, -\frac{4}{3}\pi$**

59. المبيعات يكسب مندوب المبيعات 10 AED في الساعة زائد عمولة بنسبة 10% على المبيعات. اكتب دالة نصف دخل مندوب المبيعات. إذا كان مندوب المبيعات يريد أن يكسب 1000 AED في أسبوع يعمل خلاله 40 ساعة. فما رقم المبيعات الذي ينبغي أن يحققه؟  **$K(m) = 400 + 0.1m$ ; AED 6000**

60.  $\sqrt{x-6} - \sqrt{x} = 3$  **لا يوجد حل**  
61.  $\sqrt[3]{5m+2} = 3$  **5**  
62.  $(6n-5)^{\frac{1}{3}} + 3 = -2$  **-20**

63. علم الفلك، تبعد الأرض عن مركز الشمس مسافة 146.9 مليون كيلو متر عند أقرب نقطة لها. وتبعد الأرض عن مركز الشمس مسافة 151.8 مليون كيلو متر عند أبعد نقطة لها. اكتب معادلة نصف مدار الأرض. معتبراً أن مركز المدار هو نقطة الأصل وأن الشمس تقع على المحور  $x$ .

$$\frac{x^2}{1.494 \times 10^{14}} + \frac{y^2}{1.4935 \times 10^{14}} = 1$$

بسط.

64.  $\sqrt{(x-4)^2} |x-4|$   
65.  $\sqrt{(y+2)^4} (y+2)^2$   
66.  $\sqrt[3]{(a-b)^6} (a-b)^2$

## مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت  $w = 6$  و  $x = -4$  و  $y = 1.5$  و  $z = \frac{3}{4}$ .

67.  $w^2 + y^2 - 6xz$  **56.25**  
68.  $x^2 + z^2 + 5wy$   **$61\frac{9}{16}$**   
69.  $wy + xz + w^2 - x^2$  **26**

653

## التدريس المتميز

BL

OL

التوسع اطلب من الطلاب حساب مساحة مثلث قائم الزاوية بنسبة 3-4-5 باستخدام صيغة المساحة المقدمة في هذا الدرس. اطلب منهم استخدام هذه الصيغة لجميع الزوايا الثلاث في المثلث. **6; 6; 6**

## انتبه!

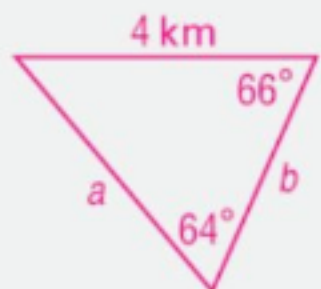
تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 43، يجب أن يرى الطلاب أن مها خاطئة لأن هذه الحالة ليست "بلا حل". اشرح للطلاب أن الحالة التي "ليس لها حل" تنشأ عندما يكون طول الضلع المقابل للزاوية المعطاة  $\theta$  أقل من  $\sin \theta$  مرة قدر طول الضلع المجاور للزاوية  $\theta$ .

## 4 التقويم

عين مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب ذكر الخطوات اللازمة لحل مثلث عند معرفة طول ضلع وقياسي زاويتين.

## إجابات إضافية

41a. الإجابة النموذجية:



47. الإجابة النموذجية: في المثلث،

$$B = 115^\circ$$

$$\text{الـ Sine} \frac{\sin 50^\circ}{a} = \frac{\sin 115^\circ}{b}$$

لا يمكن حل هذه المعادلة لوجود

قيمتين مجهولتين. ولحل مثلث

باستخدام قانون الـ Sine، يجب

معرفة طول ضلعين وقياس زاوية

أو قياس زاويتين وطول ضلع مقابل

لإحداهما.

48. الإجابة النموذجية:  $e = 30$ ؛ وحتى لا

يوجد مثلث، فإن طول الضلع المقابل

للزاوية  $E$  يجب أن يكون أقل من

33.6 ليتوافق مع قانون الـ Sine.





## مختبر الهندسة المضلعات المنتظمة

يمكنك استخدام الزوايا المركزية للدوائر لاستكشاف خواص المضلعات المنتظمة المحاطة بدائرة. تذكر أن المضلع المنتظم يكون محاطًا بدائرة إذا كان كل رأس من رؤوسه يقع على الدائرة.

### النشاط جمع البيانات

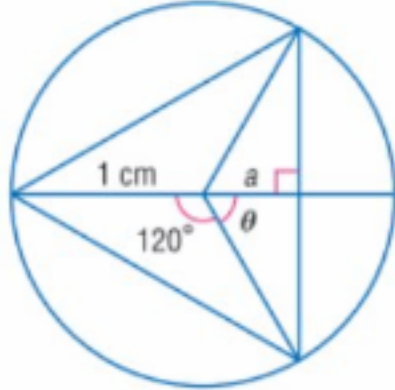
**الخطوة 1** استخدم فرجارًا لرسم دائرة نصف قطرها سنتيمتر واحد.

**الخطوة 2** أحط مثلثًا متساوي الأضلاع بدائرة. وللقيام بذلك، استخدم منقلة لقياس ثلاث زوايا  $120^\circ$  في مركز الدائرة، حيث إن  $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ . ثم جيل النقاط حيث تتقاطع أضلاع الزوايا مع الدائرة باستخدام مسطرة.

**الخطوة 3 عامد** المضلع المنتظم هو قطعة مستقيمة مرسومة من مركز المضلع وتكون عمودية على أحد أضلاعه. استخدم  $\cos \theta$  لإيجاد طول العامد. التسمى  $a$  في الرسم التخطيطي.

### النماذج والتحليل

1. أعد جدولًا مثل ذلك المبين أدناه ودوّن طول عامد المثلث المتساوي الأضلاع. وأدخل كل مضلع منتظم مذكور في الجدول. في دائرة نصف قطرها سنتيمتر واحد. انسخ وأكمل الجدول.



| عدد<br>الأضلاع. n | $\theta$ | a    | عدد<br>الأضلاع. n | $\theta$ | a    |
|-------------------|----------|------|-------------------|----------|------|
| 3                 | 60       | 0.50 | 7                 | 25.7     | 0.90 |
| 4                 | 45       | 0.71 | 8                 | 22.5     | 0.92 |
| 5                 | 36       | 0.81 | 9                 | 20       | 0.94 |
| 6                 | 30       | 0.87 | 10                | 18       | 0.95 |

- ما الذي تلاحظه بشأن قياس  $\theta$  مع تزايد عدد أضلاع المضلع المحاط؟ **قياس  $\theta$  يتناقص.**
- ما الذي تلاحظه بشأن قيمة  $a$ ؟ **طول العامد يزداد كلما ازداد عدد الأضلاع، مقتربًا من 1.**
- التخمين** افترض أنك أحطت مضلعًا منتظمًا من 30 ضلعًا بدائرة. أوجد قياس الزاوية  $\theta$ .  $6^\circ$
- اكتب القانون الذي يقدم قياس الزاوية  $\theta$  لمضلع عدد أضلاعه  $n$ .  $\theta = 360 \div 2n$  أو  $\theta = 180 \div n$
- اكتب قانونًا يعطي طول العامد لمضلع منتظم محاط بدائرة نصف قطرها سنتيمتر واحد.  $a = \cos \theta$
- كيف سيتغير القانون الذي كتبت في التدريب 6 إذا لم يكن نصف قطر الدائرة سنتيمترًا واحدًا؟ **انظر الهامش.**

## 3 التقويم

### التقويم التكويني

استخدم التمرين 1 في تقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون كيفية إحاطة المضلعات المنتظمة بدائرة أم لا.

### من العملي إلى النظري

التمرين من 5 إلى 7 تتطلب من الطلاب تحديد الصيغ التي تعبر عن العلاقات بين عدد أضلاع المضلع المنتظم وطول العامد. وينبغي للطلاب استخدام نتائج التمرين 1 لتحديد الصيغ.

### توسيع المفهوم

#### اطرح السؤال التالي:

- ما الذي يحدث لمساحة المضلعات المنتظمة المحاطة عندما تزداد قيمة  $n$ ؟ **تزداد المساحة.**
- ما القيمة التي تقترب منها المساحة؟ **مساحة الدائرة**

### إجابة إضافية

- لإيجاد طول العامد، تحتاج إلى كتابة المعادلة  $\cos \theta = \frac{a}{\text{طول نصف القطر}}$ .  
إذا كان نصف القطر يساوي 1، فإن  $\cos \theta = a$ .  
وإذا كان نصف القطر لا يساوي 1، فإن  $a = \text{طول نصف القطر} \cdot \cos \theta$ .