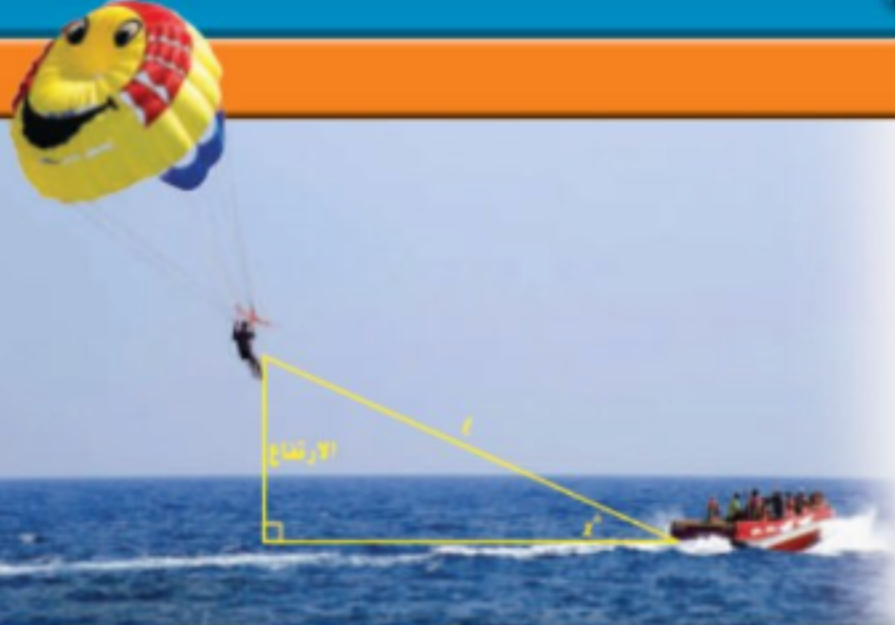


النسب المثلثية في المثلثات القائمة



لماذا؟

الحالي

السابق

- ارتفاع الشخص الذي يمارس التزلج المائي بالمظلة يعتمد على حبل السحب ℓ والزاوية التي يصنعها الحبل مع محور x° الأفقي. وإذا علمت هاتين القيمتين، فإنه يمكنك استخدام نسبة لإيجاد ارتفاع الشخص الذي يمارس هذا النشاط.

- إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.
- استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها.

- استخدمت نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال الأضلاع في المثلثات القائمة.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 11-1 استخدام نظرية فيثاغورس في إيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة.

الدرس 11-1 إيجاد قيم النسب المثلثية. استخدام النسب المثلثية في إيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات الزوايا فيها.

بعد الدرس 11-1 استكشاف التمثيلات البيانية لدوال sine و cosine.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

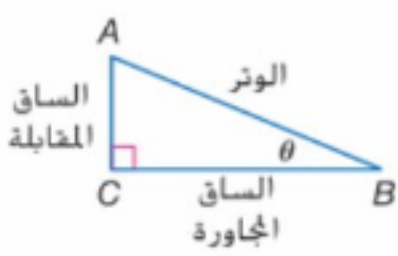
اطرح السؤال التالي:

- ما نوع الزاوية المكونة بين حبل السحب والحبل الأفقي؟ **حادة**
- أي ضلع في المثلث يقابل الزاوية القائمة؟ أي ضلع يقابل الزاوية بمقياس x° ؟ **الوتر ℓ ؛ الارتفاع**
- إذا كان طول ℓ ثابتًا وقيمة x تزداد، فكيف يتغير الارتفاع؟ **يزداد الارتفاع.**

المفردات الجديدة

حساب المثلثات trigonometry
النسبة المثلثية trigonometric ratio
دالة مثلثية trigonometric function
sine
cosine cosine
ظل الزاوية tangent
قاطع التمام cosecant
القاطع secant
ظل التمام cotangent
الدوال العكسية reciprocal functions
معكوس sine inverse sine
معكوس cosine inverse cosine
معكوس ظل الزاوية inverse tangent
زاوية الارتفاع angle of elevation
زاوية الانخفاض angle of depression

مهارسات في الرياضيات
مراعاة الدقة.

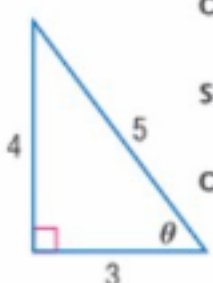


1 النسب المثلثية للزوايا الحادة حساب المثلثات هو دراسة العلاقات بين الزوايا والأضلاع في المثلث القائم. وتتناول **النسبة المثلثية** بين أطوال الأضلاع في المثلث القائم. وتكون **للدالة المثلثية** قاعدة تعطيها نسبة مثلثية.

يستخدم الحرف الإغريقي θ غالبًا في تمثيل قياس زاوية حادة في مثلث قائم. ويستخدم كل من الوتر، والساق المقابلة θ . والساق المجاورة θ في تعريف النسب المثلثية الست.

المفهوم الأساسي النسب المثلثية في المثلثات القائمة

الشرح إذا كان θ هو قياس زاوية حادة في مثلث قائم، فإذا النسب المثلثية التالية المشتقة على الضلع المقابل opp . والضلع المجاور adj . والوتر hyp . صحيحة.



$$\begin{aligned} \csc \theta &= \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} \quad (\text{قاطع التمام}) \\ \sec \theta &= \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} \quad (\text{قاطع}) \\ \cot \theta &= \frac{\text{adj}}{\text{opp}} \quad (\text{ظل التمام}) \end{aligned}$$

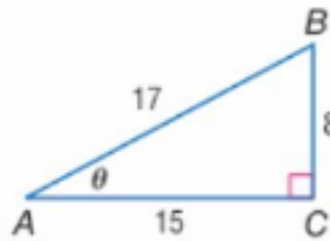
$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} \quad (\text{sine}) \\ \cos \theta &= \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} \quad (\text{cosine}) \\ \tan \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{adj}} \quad (\text{ظل الزاوية}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{4}{5} & \cos \theta &= \frac{3}{5} & \tan \theta &= \frac{4}{3} \\ \csc \theta &= \frac{5}{4} & \sec \theta &= \frac{5}{3} & \cot \theta &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

أمثلة

مثال 1 إيجاد قيم النسب المثلثية

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ .



$$\begin{aligned} \text{الساق المقابلة } \theta, CB = 8 \text{ الساق المجاورة } \theta, AC = 15 \text{ الوتر, } AB = 17 \\ \sin \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{8}{17} & \cos \theta &= \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{15}{17} & \tan \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{8}{15} \\ \csc \theta &= \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{17}{8} & \sec \theta &= \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{17}{15} & \cot \theta &= \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{15}{8} \end{aligned}$$

تمرين موجّه

1. أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية B . **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

نصيحة دراسية

احفظ النسب المثلثية تعد SOH-CAH-TOA وسيلة لتذكر الحرف الأول من كل كلمة في النسب تعويضا عن sine و cosine و tangent.

$$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

قراءة في الرياضيات

تسمية المثلثات
في جميع أنحاء هذه الوحدة، سيستخدم حرف كبير لتمثيل كل من رأس المثلث وقياس الزاوية عند هذا الرأس. ويستخدم نفس الحرف ولكن بالصيغة الصغيرة له لتمثيل الضلعين المقابلين لهذه الزاوية وطول الأضلاع.

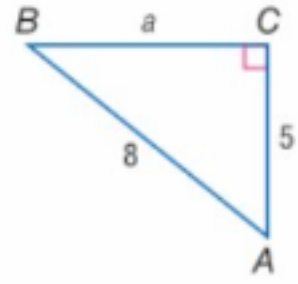
لاحظ أن نسب cosecant و secant و cotangent معكوسات لنسب sine و cosine و tangent على التوالي. ويطلق عليها اسم **النسب المثلثية العكسية**.

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

مجال أي دالة مثلثية يكون مجموعة كل الزوايا الحادة θ في المثلث القائم، إذا، تعتمد الدوال المثلثية في المثلث القائم على قياسات الزوايا الحادة فقط، وليس أطوال الأضلاع.

مثال 2 إيجاد النسب المثلثية

إذا كان $\sin B = \frac{5}{8}$ ، فأوجد القيمة الدقيقة للنسب المثلثية الخمس المتبقية لـ B .



الخطوة 1 ارسم مثلثًا قائمًا مع تسمية زاوية حادة واحدة B .

قم بتسمية الضلع المقابل 5 والوتر 8.

الخطوة 2 استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد a .

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 5^2 = 8^2$$

$$a^2 + 25 = 64$$

$$a^2 = 39$$

$$a = \pm\sqrt{39}$$

$$a = \sqrt{39}$$

نظرية فيثاغورس

$$c = +8 \text{ و } b = 5$$

بسط.

اطرح 25 من كل طرف.

خذ الجذر التربيعي من كل طرف.

الطول لا يمكن أن يكون سالبًا.

الخطوة 3 أوجد القيم الأخرى.

بما أن $\sin B = \frac{5}{8}$ ، فإن $\csc B = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{8}{5}$ أو $\frac{8}{5}$.

$$\sec B = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{8}{\sqrt{39}} = \frac{8\sqrt{39}}{39}$$

$$\cot B = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\sqrt{39}}{5}$$

$$\cos B = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$\tan B = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{5}{\sqrt{39}} = \frac{5\sqrt{39}}{39}$$

تمرين موجّه 2. $\sin B = \frac{3\sqrt{58}}{58}$ ، $\sec B = \frac{\sqrt{58}}{7}$ ، $\cot B = \frac{7}{3}$ ، $\csc B = \frac{\sqrt{58}}{3}$ ، $\cos B = \frac{7\sqrt{58}}{58}$

2. إذا كان $\tan B = \frac{3}{7}$ ، فأوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية المتبقية لـ B .

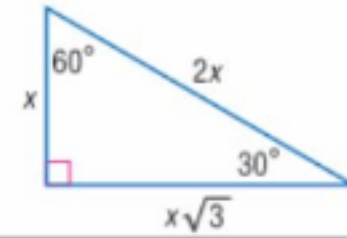
الزوايا التي تكون قياساتها 30° و 45° و 60° ، تحدث كثيرًا في حساب المثلثات.

المفهوم الأساسي القيم المثلثية للزوايا الخاصة

30°-60°-90°

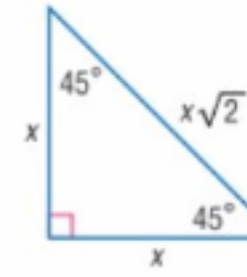
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



45°-45°-90°

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \tan 45^\circ = 1$$



1 النسب المثلثية للزوايا الحادة

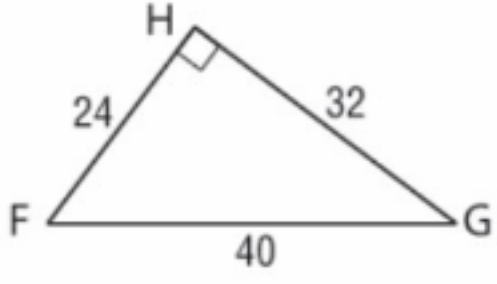
المثال 1 يوضح طريقة إيجاد قيم الدوال المثلثية الست لزاوية. **المثال 2** يوضح طريقة استخدام نسبة مثلثية واحدة لزاوية في إيجاد زاوية أخرى.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية G .



$$\sin G = \frac{3}{5}, \cos G = \frac{4}{5},$$

$$\tan G = \frac{3}{4}, \cot G = \frac{4}{3},$$

$$\sec G = \frac{5}{4}, \csc G = \frac{5}{3}$$

2 إذا كان $\tan A = \frac{5}{3}$ فأوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الخمس المتبقية لـ A .

$$\cos A = \frac{3\sqrt{34}}{34}, \csc A = \frac{\sqrt{34}}{5},$$

$$\cot A = \frac{3}{5}, \sec A = \frac{\sqrt{34}}{3},$$

$$\sin A = \frac{5\sqrt{34}}{34}$$

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج الأطوال النسبية لأضلاع المثلثين الخاصين في مربع "المفهوم الأساسي" في هذه الصفحة مهمة للغاية. اطلب من الطلاب تعلم كيفية إعادة رسم هذه المثلثات من ذاكرتهم. ويمكنهم من هذه المثلثات إنتاج القيم الموضحة في مربع "المفهوم الأساسي".

التدريس باستخدام التكنولوجيا

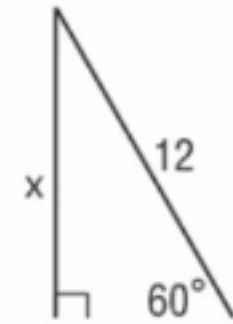
اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مثلثًا قائم الزاوية على اللوحة واكتب أطوال كل ضلع. ولكتابة النسب المثلثية، اسحب القياس من ضلع المثلث إلى النسبة.

2 استخدام النسب المثلثية

المثالان 3 و 4 يوضحان طريقة استخدام النسبة المثلثية لإيجاد طول الضلع الناقص في المثلث قائم الزاوية. و **المثال 5** يوضح طريقة إيجاد قياسات الزوايا في المثلث قائم الزاوية. و **المثال 6** يوضح طريقة استخدام زاويتي الارتفاع والانخفاض في حل مسائل من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

3 استخدم نسبة مثلثية في إيجاد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. **10.4**

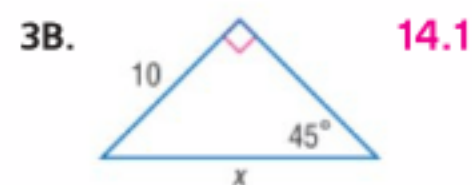


4 **المباني** في المثال 4، ما المسافة من أعلى المبنى إلى عين مازن؟ **حوالي 248 m**

نصيحة دراسية

اختر دالة
إذا كان طول الوتر مجهولاً، فينبغي إذاً استخدام إما دالة sine أو cosine لإيجاد القياس الناقص.

تمرين موجّه



يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد أطوال الأضلاع الناقصة في المثلثات التي ليس لها زوايا بقياس 30° أو 45° أو 60°

مثال 4 من الحياة اليومية إيجاد طول الضلع الناقص

المباني لحساب ارتفاع مبنى، سار مازن مسافة 60 متراً من قاعدة المبنى واستخدم أداة الميغال لقياس الزاوية من عينيه إلى قمة المبنى. إذا كان مستوى عينيه هو مترين، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

الزاوية المقاسة هي 76° . الضلع المجاور للزاوية يبلغ 60 متراً. القياس الناقص هو الضلع المقابل للزاوية. استخدم دالة Tangent لإيجاد d .

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

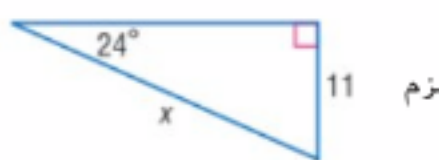
$$\tan 76^\circ = \frac{d}{60}$$

$$60 \tan 76^\circ = d$$

$$240 \approx d$$

لأن قياس الميغال بلغ مترين أعلى مستوى الأرض، فارتفاع المبنى هو 242 متراً تقريباً.

تمرين موجّه



الربط بالحياة اليومية

تقيس أدوات الميغال زاوية المجال المغناطيسي للأرض وكذلك الانحدار والتمايل للمركبات والمراكب الشراعية والطائرات. وهي تُستخدم أيضاً في رصد البراكين وحفر الآبار.
المصدر: مجلة العلوم

التركيز على محتوى الرياضيات

الدوال المثلثية قد تجد الطلاب على علم بكيفية إيجاد قيم الدوال المثلثية لأية زاوية. ولكن حتى هذه اللحظة، يتم تعريف الدوال من حيث على نسب الأضلاع في المثلث قائم الزاوية. وهذا يعني أن التعريفات لا تصلح إلا للزوايا الحادة. وستعرض لاحقاً للحالة الأكثر شمولاً عند تناول زوايا المرجع.

قراءة في الرياضيات

الدقة التعبير $\sin^{-1} x$ يُقرأ معكوس sine لـ x ويُفسر على أنه الزاوية التي sine لها هو x . انتبه ولا تخلط بين هذا الترميز والترميز الخاص بالأسس السالبة $\frac{1}{\sin x} \neq \sin^{-1} x$. بدلاً من ذلك، هذا الترميز يُشبه الترميز الخاص بمعكوس الدالة، $f^{-1}(x)$.

المفهوم الأساسي معكوس النسب المثلثية

الشرح	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة و sine زاوية A هو x . فإن معكوس sine لـ x هو قياس $\angle A$.
الرموز	إذا كان $\sin A = x$ فإن $\sin^{-1} x = m\angle A$.
مثال	$\sin A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^{-1} \frac{1}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 30^\circ$
الشرح	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة و cosine A هو x . فإن معكوس cosine لـ x هو قياس $\angle A$.
الرموز	إذا كان $\cos A = x$ فإن $\cos^{-1} x = m\angle A$.
مثال	$\cos A = \sqrt{22} \rightarrow \cos^{-1} \sqrt{22} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 45^\circ$
الشرح	إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة و tangent A هو x . فإن معكوس الظل لـ x هو قياس $\angle A$.
الرموز	إذا كان $\tan A = x$ فإن $\tan^{-1} x = m\angle A$.
مثال	$\tan A = \sqrt{3} \rightarrow \tan^{-1} \sqrt{3} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 60^\circ$

إذا كنت تعرف sine أو cosine أو tangent الخاص بزاوية حادة، فإنه يمكنك استخدام آلة حاسبة لإيجاد قياس الزاوية. وهذا يُمثل معكوس النسبة المثلثية.

مثال 5 إيجاد قياس الزاوية الناقصة

أوجد قياس كل زاوية. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

a. $\angle N$

أنت تعلم قياس الضلع المقابل لـ $\angle N$ وقياس الوتر. استخدم دالة sine.

$$\sin N = \frac{6}{10}$$

$$\sin^{-1} \frac{6}{10} = m\angle N$$

$$36.9^\circ \approx m\angle N$$

استخدم آلة حاسبة.

b. $\angle B$

استخدم دالة cosine.

$$\cos B = \frac{8}{16}$$

$$\cos^{-1} \frac{8}{16} = m\angle B$$

$$60^\circ = m\angle B$$

استخدم آلة حاسبة.

تمرين موجّه أوجد قيمة x . وقَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

5A.

28.1

5B.

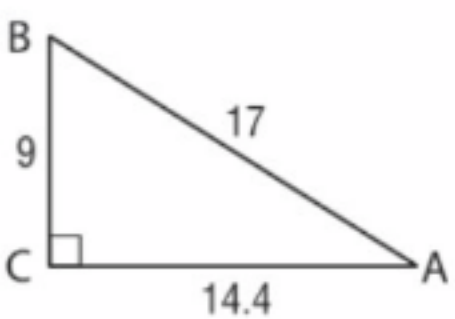
56.3

تدريس الممارسات في الرياضيات

الدقة يستخدم الطلاب المتفوقون في الرياضيات تعريفات واضحة في مناقشتهم مع الآخرين وفي استنتاجهم. فقد تعلموا التحقق من الافتراضات واستخدام التعريفات استخدامًا صريحًا. لذا ذكّر الطلاب أن الرموز المستخدمة في النسب المثلثية العكسية تتشابه مع الرموز المستخدمة في الدوال العكسية.

مثال إضافي

5 أوجد قياس كل زاوية. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



- $\angle A$ **32°**
- $\angle B$ **58°**

التدريس المتميز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اطلب من الطلاب استخدام مجموعة من الكتب ودفترًا في تمثيل منحدر واستكشاف مقدار الانحدار اللازم لتنزلق من عليه سيارة لعبة دون الحاجة إلى دفعها. واطلب منهم كتابة نتائجهم في صورة دوال مثلثية لمثلث قائم الزاوية.

مثال إضافي

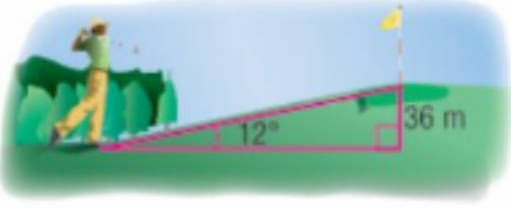
- 6 a. الجولف** يبدو من الكاميرا المثبتة في منطاد مراقبة صغير أن المسافة بين لاعب الجولف والحفرة في المثال 6a هي مسافة أفقية. أوجد المسافة الأفقية. **169.4 m**
- b. قطار الملاهي** يبدو من المنطاد أن المسافة الظاهرة التي يقطعها قطار الملاهي في المثال 6b هي مسافة أفقية من أعلى التل إلى أسفله. أوجد المسافة الأفقية. **34.6 m**

نصيحة دراسية

زوايا الارتفاع والانخفاض
زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض متطابقتان بما أنهما زاويتان داخلتان متبادلتان لمستقيمتين متوازيتين.

في الشكل المبين على اليسار، الزاوية التي يصنعها مستقيم رؤية السباح ومستقيم مواز للأفق تُسمى **زاوية الارتفاع**. الزاوية التي يصنعها مستقيم رؤية حارس الإنقاذ ومستقيم مواز للأفق تُسمى **زاوية الانخفاض**.

مثال 6 من الحياة اليومية استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض

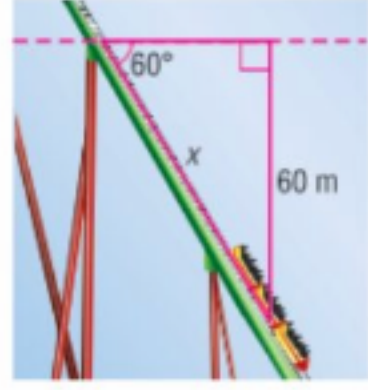


- a. الجولف** يقف لاعب الجولف عند قاعدة الكرة وينظر لأعلى إلى العشب الذي يكسو التل. إذا كانت القاعدة أدنى من العشب 36 مترًا وزاوية الارتفاع من القاعدة إلى الحفرة تساوي 12° ، فأوجد المسافة من القاعدة إلى الحفرة.

اكتب معادلة باستخدام دالة مثلثية تتضمن نسبة الارتفاع الرأسى (الضلع المقابل لزاوية 12°) والمسافة من قاعدة الكرة إلى الحفرة (الوتر).

$$\begin{aligned}\sin 12^\circ &= \frac{36}{x} & \sin \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} \\ x \sin 12^\circ &= 36 & \text{اضرب كل طرف في } x. \\ x &= \frac{36}{\sin 12^\circ} & \text{اقسم كل طرف على } \sin 12^\circ. \\ x &\approx 173.2 & \text{استخدم آلة حاسبة.}\end{aligned}$$

إذا، المسافة من قاعدة الكرة إلى الحفرة هي حوالي 173.2 مترًا.



- b. قطار الملاهي** تل قطار الملاهي له زاوية هبوط، أو زاوية انخفاض، تساوي 60° . وهبوط رأسي يبلغ 60 مترًا. قَدِّر طول التل.

اكتب معادلة باستخدام دالة مثلثية تتضمن نسبة الهبوط الرأسى (الضلع المقابل لزاوية 60°) وطول التل (الوتر).

$$\begin{aligned}\sin 60^\circ &= \frac{60}{x} & \sin \theta &= \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} \\ x \sin 60^\circ &= 60 & \text{اضرب كل طرف في } x. \\ x &= \frac{60}{\sin 60^\circ} & \text{اقسم كل طرف على } \sin 60^\circ. \\ x &\approx 70 & \text{استخدم آلة حاسبة.}\end{aligned}$$

إذا، طول التل هو حوالي 70 مترًا.

تمرين موجّه

- 6A. النقل** متحدر مُستخدم لتفريغ شاحنة متقولات له زاوية ارتفاع 32° . إذا كانت قمة المتحدر ترتفع عن الأرض 1.2 متر، فقدر طول المتحدر. **حوالي 2.2 m**
- 6B. السلام** إذا وضع سلم طوله 14 مترًا في منزل بزاوية ارتفاع 72° ، فما ارتفاع قمة السلم عن الأرض؟



حوالي 13.3 m



الربط بالحياة اليومية

أكثر قطارات الملاهي انحدارًا في العالم لها زوايا هبوط تقترب من 90° .
المصدر: التيت رولر كوستر

إجابات إضافية

- $\sin B = \frac{4}{5}$; $\cos B = \frac{3}{5}$; $\tan B = \frac{4}{3}$;
 $\csc B = \frac{5}{4}$; $\sec B = \frac{5}{3}$; $\cot B = \frac{3}{4}$
- $\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\cos \theta = \frac{3}{4}$;
 $\tan \theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\csc \theta = \frac{4\sqrt{7}}{7}$;
 $\sec \theta = \frac{4}{3}$; $\cot \theta = \frac{3\sqrt{7}}{7}$
- $\sin A = \frac{\sqrt{33}}{7}$; $\tan A = \frac{\sqrt{33}}{4}$;
 $\csc A = \frac{7\sqrt{33}}{33}$; $\sec A = \frac{7}{4}$;
 $\cot A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$
- $\sin A = \frac{20}{29}$; $\cos A = \frac{21}{29}$;
 $\csc A = \frac{29}{20}$; $\sec A = \frac{29}{21}$;
 $\cot A = \frac{21}{20}$

التحقق من فهمك

مثال 1

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ . 1-2. انظر الهامش.



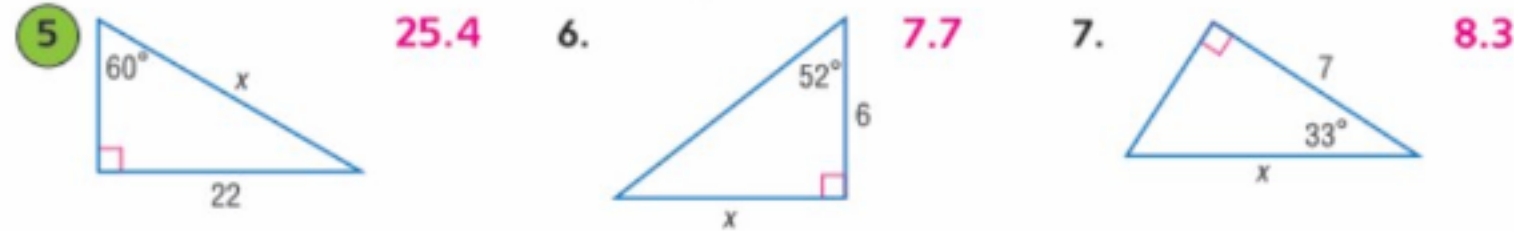
مثال 2

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية. 3-4. انظر الهامش.

3. $\cos A = \frac{4}{7}$ 4. $\tan A = \frac{20}{21}$

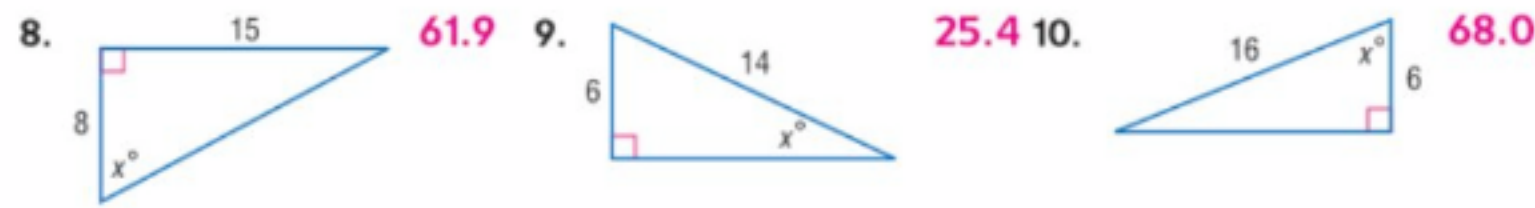
المثالان 3 و 4

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



مثال 5

أوجد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.



مثال 6

11. **الاستنتاج المنطقي** وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 متر من الشجرة على جانبه (بشكل مواز مع حافة الوادي)، تشكلت زاوية قياسها 70° بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. أوجد المسافة عبر الوادي. **حوالي 274.7 m**

12. **السلالم** زاوية الارتفاع الموصي بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي 75° . ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 متراً على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموصي بها؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. **20.3 m**

التدريب وحل المسائل

مثال 1

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ . 13-16. انظر الهامش.



مثال 2

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ و $\angle B$ حادتين. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية. 17-20. انظر الهامش.

17. $\tan A = \frac{8}{15}$ 18. $\cos A = \frac{3}{10}$
19. $\tan B = 3$ 20. $\sin B = \frac{4}{9}$

627

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

13. $\sin \theta = \frac{12}{13}$; $\cos \theta = \frac{5}{13}$;
 $\tan \theta = \frac{12}{5}$; $\csc \theta = \frac{13}{12}$;
 $\sec \theta = \frac{13}{5}$; $\cot \theta = \frac{5}{12}$
14. $\sin \theta = \frac{9}{41}$; $\cos \theta = \frac{40}{41}$;
 $\tan \theta = \frac{9}{40}$; $\csc \theta = \frac{41}{9}$;
 $\sec \theta = \frac{41}{40}$; $\cot \theta = \frac{40}{9}$
15. $\sin \theta = \frac{\sqrt{51}}{10}$; $\cos \theta = \frac{7}{10}$;
 $\tan \theta = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $\csc \theta = \frac{10\sqrt{51}}{51}$;
 $\sec \theta = \frac{10}{7}$; $\cot \theta = \frac{7\sqrt{51}}{51}$
16. $\sin \theta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; $\cos \theta = \frac{3\sqrt{13}}{13}$;
 $\tan \theta = \frac{2}{3}$; $\csc \theta = \frac{\sqrt{13}}{2}$;
 $\sec \theta = \frac{\sqrt{13}}{3}$; $\cot \theta = \frac{3}{2}$
17. $\sin A = \frac{8}{17}$; $\cos A = \frac{15}{17}$;
 $\csc A = \frac{17}{8}$; $\sec A = \frac{17}{15}$;
 $\cot A = \frac{15}{8}$
18. $\sin A = \frac{\sqrt{91}}{10}$; $\tan A = \frac{\sqrt{91}}{3}$;
 $\csc A = \frac{10\sqrt{91}}{91}$; $\sec A = \frac{10}{3}$;
 $\cot A = \frac{3\sqrt{91}}{91}$
19. $\sin B = \frac{3\sqrt{10}}{10}$; $\cos B = \frac{\sqrt{10}}{10}$;
 $\csc B = \frac{\sqrt{10}}{3}$; $\sec B = \sqrt{10}$;
 $\cot B = \frac{1}{3}$
20. $\cos B = \frac{\sqrt{65}}{9}$; $\tan B = \frac{4\sqrt{65}}{65}$;
 $\csc B = \frac{9}{4}$; $\sec B = \frac{9\sqrt{65}}{65}$;
 $\cot B = \frac{\sqrt{65}}{4}$

627

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	13-36, 55-72	55-57, 62-72, زوجي 14-36
OL أساسي	13-35, 37-45, 46-53, 55-72	13-36, 58-61, فردي 37-53, 55-57, 62-72
OL متقدم	(اختياري: 37-66, 67-72)	

التحقق من فهمك

مثال 1

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ . 1-2. انظر الهامش.

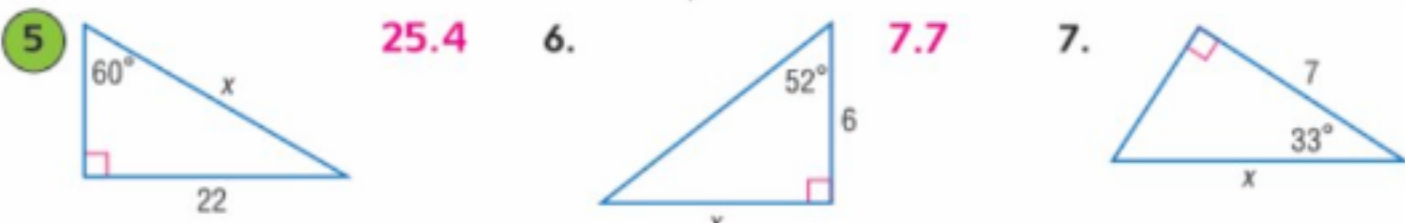


مثال 2

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية. 3-4. انظر الهامش.

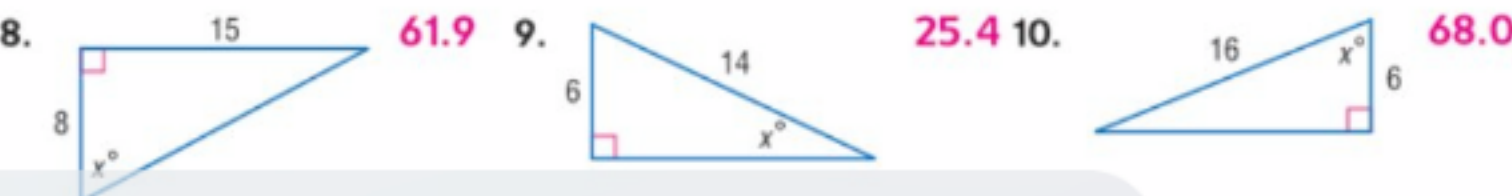
3. $\cos A = \frac{4}{7}$ 4. $\tan A = \frac{20}{21}$

المثالان 3 و 4 استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



مثال 5

أوجد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.



مثال 6

11. **الاستنتاج المنطقي** وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 متر من الشجرة على جانبه (بشكل مواز مع حافة الوادي)، تشكلت زاوية قطبها 70° بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. أوجد المسافة عبر الوادي. **حوالي 274.7 m**

12. **السلالم** زاوية الارتفاع الموسي بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي 75° . ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 متراً على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموسي بها؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. **20.3 m**

التدريب وحل المسائل

مثال 1

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ . 13-16. انظر الهامش.



مثال 2

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ و $\angle B$ حادتين. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية. 17-20. انظر الهامش.

17. $\tan A = \frac{8}{15}$ 18. $\cos A = \frac{3}{10}$
19. $\tan B = 3$ 20. $\sin B = \frac{4}{9}$

627

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
AL مبتدئ	13-36, 55-72	55-57, 62-72, زوجي 14-36
OL أساسي	13-35, 37-45, 46-53, 55-72 فردى	13-36, 58-61, 37-53, 55-57, 62-72
OL متقدم	(اختياري: 37-66, 67-72)	

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

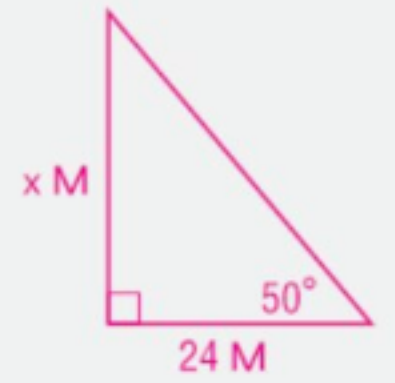
13. $\sin \theta = \frac{12}{13}$; $\cos \theta = \frac{5}{13}$;
 $\tan \theta = \frac{12}{5}$; $\csc \theta = \frac{13}{12}$;
 $\sec \theta = \frac{13}{5}$; $\cot \theta = \frac{5}{12}$
14. $\sin \theta = \frac{9}{41}$; $\cos \theta = \frac{40}{41}$;
 $\tan \theta = \frac{9}{40}$; $\csc \theta = \frac{41}{9}$;
 $\sec \theta = \frac{41}{40}$; $\cot \theta = \frac{40}{9}$
15. $\sin \theta = \frac{\sqrt{51}}{10}$; $\cos \theta = \frac{7}{10}$;
 $\tan \theta = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $\csc \theta = \frac{10\sqrt{51}}{51}$;
 $\sec \theta = \frac{10}{7}$; $\cot \theta = \frac{7\sqrt{51}}{51}$
16. $\sin \theta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; $\cos \theta = \frac{3\sqrt{13}}{13}$;
 $\tan \theta = \frac{2}{3}$; $\csc \theta = \frac{\sqrt{13}}{2}$;
 $\sec \theta = \frac{\sqrt{13}}{3}$; $\cot \theta = \frac{3}{2}$
17. $\sin A = \frac{8}{17}$; $\cos A = \frac{15}{17}$;
 $\csc A = \frac{17}{8}$; $\sec A = \frac{17}{15}$;
 $\cot A = \frac{15}{8}$
18. $\sin A = \frac{\sqrt{91}}{10}$; $\tan A = \frac{\sqrt{91}}{3}$;
 $\csc A = \frac{10\sqrt{91}}{91}$; $\sec A = \frac{10}{3}$;
 $\cot A = \frac{3\sqrt{91}}{91}$
19. $\sin B = \frac{3\sqrt{10}}{10}$; $\cos B = \frac{\sqrt{10}}{10}$;
 $\csc B = \frac{\sqrt{10}}{3}$; $\sec B = \sqrt{10}$;
 $\cot B = \frac{1}{3}$
20. $\cos B = \frac{\sqrt{65}}{9}$; $\tan B = \frac{4\sqrt{65}}{65}$;
 $\csc B = \frac{9}{4}$; $\sec B = \frac{9\sqrt{65}}{65}$;
 $\cot B = \frac{\sqrt{65}}{4}$

إرشاد للمعلمين الجدد

الحاسبات عند استخدام الحاسبة العلمية (بخلاف حاسبة التمثيل البياني). ربما يكون تسلسل إيجاد sine أو cosine أو tan الزاوية لزاوية هو إدخال قياس الزاوية، كأن يتم أولاً إدخال 20، ثم الضغط على المفتاح **SIN** أو **COS** أو **TAN**.

إجابات إضافية

46a. الإجابة النموذجية:



55. صحيح؛ $\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

الضلع المقابل والوتر في المثلث

الحاد موجبة، إذًا فقيمة دالة

sine موجبة.

56. قيمة $\sin A$ تساوي $\sin C$.

إذًا $\frac{\text{الضلع المقابل C}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{الضلع المقابل A}}{\text{الوتر}}$. بما أن

الوتر واحد، فإن طول الضلع المقابل

للزاوية A يجب أن يساوي طول

الضلع المقابل للزاوية C. وبما أن

الضلعان لهما قياس واحد، فإن

المثلث متساوي الساقين.

57. الإجابة النموذجية: يصف الميل نسبة

الارتفاع الرأسى إلى الانحدار الأفقى

للسقف. ويكون الارتفاع الرأسى

مقابلًا للزاوية المتكونة بين السقف

والمنحدر الأفقى. والمنحدر الأفقى

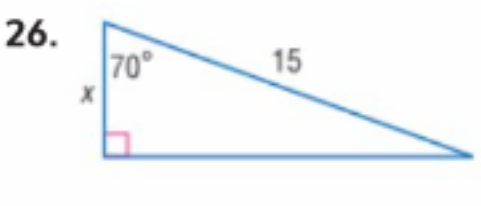
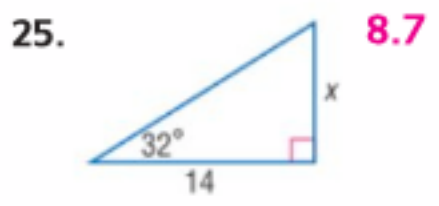
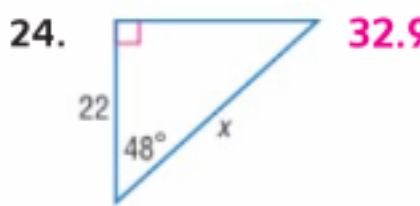
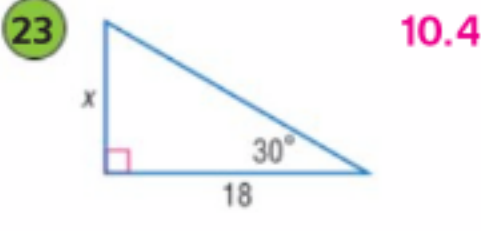
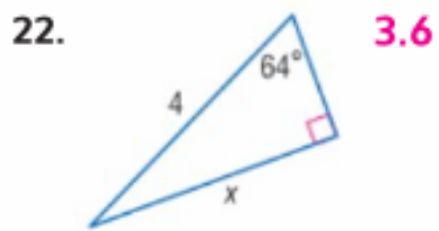
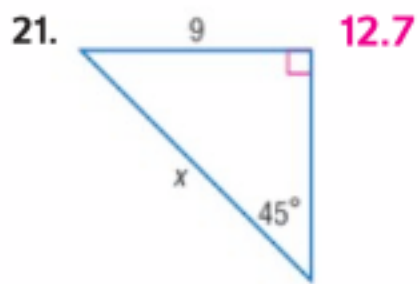
هو الضلع المجاور. إذًا، فظل زاوية

الارتفاع يساوي نسبة الارتفاع إلى

المنحدر، أو انحدار السقف؛

$\theta = 33.7^\circ$.

المثالان 3 و 4 استخدم نسبة مثلثية لإيجاد كل قيمة لـ x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



27. التزلج المائي بالمضلة ارجع إلى بداية الدرس والشكل الموضح على اليسار.

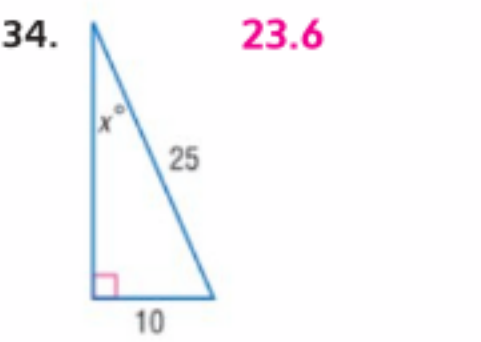
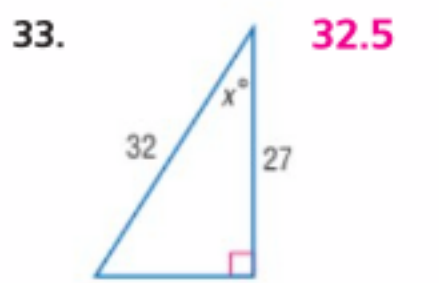
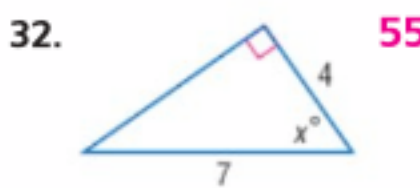
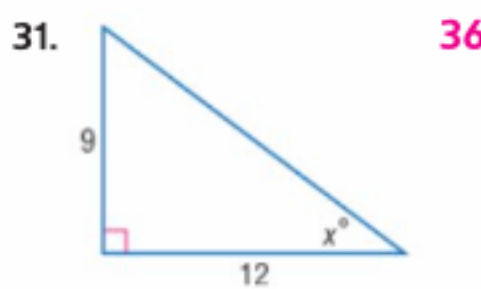
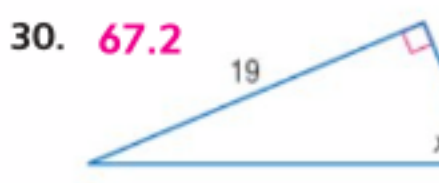
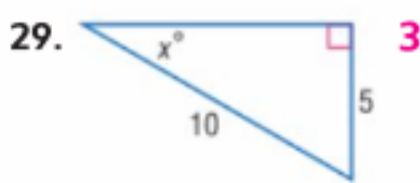
أوجد قيمة a، ارتفاع الشخص المتزلج. إذا كان حبل السحب طوله 75 مترًا

والزاوية الناشئة قياسها 32° . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. **41.3 m**

28. تمثيل النماذج يرغب علي في بناء جسر من حبال بين منزل الشجرة الخاص به ومنزل الشجرة الخاص بخالد. افترض أن منزل الشجرة الخاص بعلي يقع خلف نظيره الخاص بخالد مباشرة. وعلى مسافة 20 مترًا على اليسار من منزل الشجرة الخاص بعلي، توجد زاوية قياسها 52° بين المنزلين. أوجد طول الحبال. **25.6 m**

أوجد قيمة x . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

مثال 5

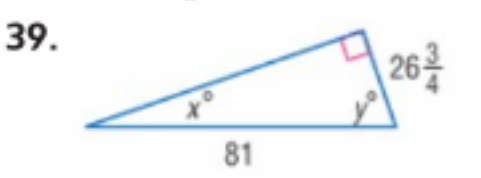
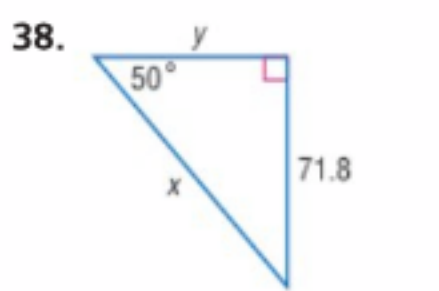
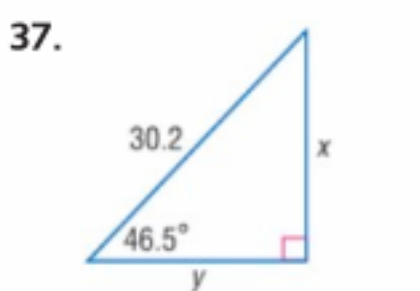


35. السناجب السناجب الطائرة البالغة تستطيع أن تصنع قفزة منزلقة من ارتفاع 50 مترًا. إذا طار سنجاب منزلًا من مسافة رأسية تبلغ 50 مترًا وزاوية هبوط 9° . فأوجد التغير في ارتفاع السناجب. **7.6 m**

مثال 6

36. الطيران الشراعي قفزت طائرة شراعية بزاوية ارتفاع 20° . أوجد التغير في ارتفاع هذه الطائرة إذا طارت مسافة أفقية تبلغ 18 مترًا. **6.5 m**

استخدم النسب المثلثية لإيجاد قيمتي x و y . قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.



B حُلّ كل من المعادلات الآتية.

40. $\cos A = \frac{3}{19}$ **80.9**

41. $\sin N = \frac{9}{11}$ **54.9**

42. $\tan X = 15$ **86.2**

43. $\sin T = 0.35$ **20.5**

44. $\tan G = 0.125$ **7.1**

45. $\cos Z = 0.98$ **11.5**

تدريس الممارسات في الرياضيات

تمثيل النماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في

الرياضيات تطبيق الحساب الذي يعرفونه لحل

المسائل الناشئة في الحياة اليومية. وتحليل

العلاقات رياضيًا لاستخلاص الاستنتاجات، وتفسير

نتائجهم الرياضية في سياق الحالة.

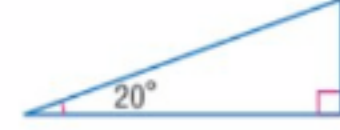
46. **المعلم** مَعلَمٌ يلقي بظل طوله 24 مترًا. وزاوية الارتفاع من نهاية الظل إلى قمة المَعلَم قياسها 50° .

a. ارسم مثلثًا قائمًا مع تسميته لتمثيل هذه الحالة. **انظر الهامش.**

b. اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد ارتفاع المَعلَم. $\tan 50^\circ = \frac{x}{24}$

c. أوجد قيمة الدالة لتحديد ارتفاع المَعلَم مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة. **28.6 m**

47. **أعشاش الطيور** ترتفع عيننا أمني 1.5 متر عن الأرض وهي تنظر إلى عش طائر في شجرة. إذا كانت زاوية الارتفاع هي 74.5° وهي تنف على بعد 4 أمتار من قاعدة الشجرة. فما ارتفاع عش الطائر؟ قَرِّب إلى أقرب متر. **16 m**

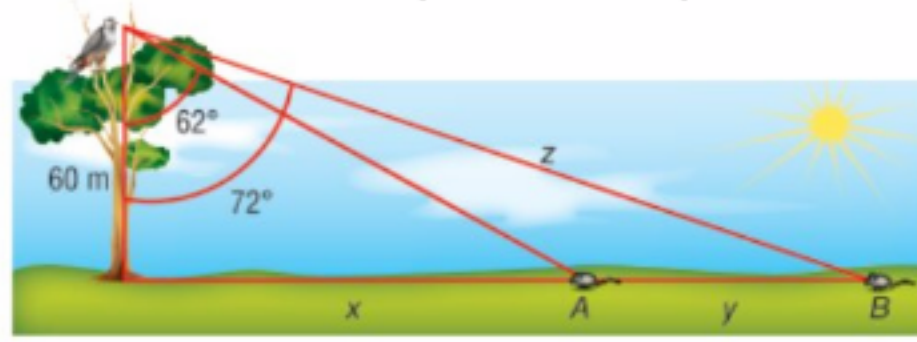


48. **المنحدرات** منحدران للدراجات يغطي كل منهما مسافة أفقية من 8 أمتار. وتبلغ زاوية الارتفاع لأحدهما 20° ، والآخر 35° . كما هو موضح على اليسار.

a. بكم يزيد ارتفاع المنحدر الثاني عن الأول؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. **2.7 m**

b. بكم يزيد طول المنحدر الثاني عن الأول؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة. **1.3 m**

49. **الصقور** صقر على ارتفاع 60 مترًا يرى فأرين A و B. كما هو موضح في الرسم التخطيطي.



a. ما المسافة التقريبية Z بين الصقر والفأر؟ **حوالي 194.2 m**

b. ما المسافة الفاصلة بين الفأرين؟ **حوالي 71.8 m**

في المثلث $\triangle ABC$ ، تكون $\angle C$ زاوية قائمة. استخدم القياسات المعطاة لإيجاد أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا الناقصة للمثلث $\triangle ABC$. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

50. $m\angle B = 54^\circ$, $b = 16.5$, $c = 20.4$ **51. $m\angle A = 59^\circ$, $a = 31.6$, $c = 36.9$**

50. $m\angle A = 36^\circ$, $a = 12$

51. $m\angle B = 31^\circ$, $b = 19$

$m\angle A = 38.7^\circ$,

52. $a = 8$, $c = 17$

53. $\tan A = \frac{4}{5}$, $a = 6$

$m\angle B = 51.3^\circ$,

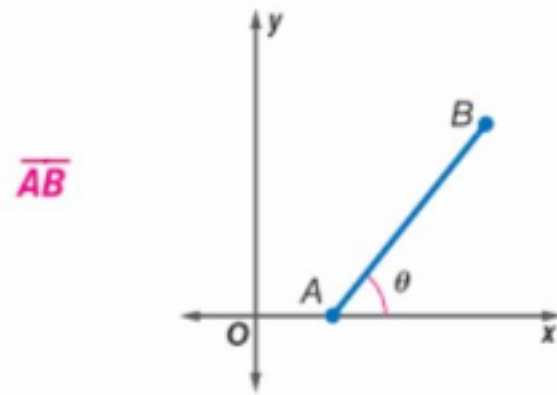
$m\angle A = 28.1^\circ$, $m\angle B = 61.9^\circ$, $b = 15$

$b = 7.5$, $c = 9.6$

54. **التحدي** قطعة مستقيمة لها نقطتا النهاية $A(2, 0)$ و $B(6, 5)$.

كما هو موضح في الشكل على اليسار. ما قياس الزاوية

الحادة θ التي تصنعها القطعة المستقيمة والمحور الأفقي x؟ اشرح كيف وجدت القياس.



55. **الفرضيات** حدد ما إذا كان العبارة التالية صحيحة أم خاطئة.

اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

بالنسبة لأي زاوية حادة، دالة \sin لا تكون لها قيمة سالبة أبدًا.

56. **مسألة غير محددة الإجابة** في المثلث القائم $\triangle CBA$. $\sin A = \sin C$. ما الذي يمكنك استنتاجه؟ **5/4**

بشأن $\triangle ABC$ ؟ برر استنتاجك. **انظر الهامش.** **إذا $\tan A =$**

57. **الكتابة في الرياضيات** سطح له ميل $\frac{2}{3}$. صف العلاقة بين الميل وزاوية الارتفاع θ التي يصنعها السطح مع المحور الأفقي. ثم أستخدم دالة مثلثية عكسية لإيجاد قيمة θ . **انظر الهامش.**

تدريس الممارسات في الرياضيات

الفرضيات يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات فهم واستخدام الفرضيات والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا في بناء الفرضيات. ويضعون فرضيات ويبنون تقدمًا منطقيًا للمسائل لاستكشاف حقيقة تقديراتهم. كما يُمكنهم تحليل المواقف بتقسيمها إلى حالات، ويمكنهم التعرف على الأمثلة المضادة واستخدامها.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من الطلاب كتابة أدنى قدر من المعلومات يجب أن يعرفها الطالب عن المثلث قائم الزاوية ليتمكن من حله وإيجاد قيمة الضلع أو الزاوية الناقصة. اثنان مما يلي: قياس الزاوية الحادة، طول الساق، وطول الوتر

تدريب على الاختبار المعياري

58. الإجابة الموسعة تحتاج مدرستك إلى 5 حافظات للكتب السنوية. تعرض شركة الأمل للكتب السنوية حافظلة الكتاب السنوي بسعر AED 153.85 مع تخفيض 10% على طلب 5 حافظات. وتعرض شركة التفوق للكتب السنوية حافظلة الكتاب السنوي بسعر AED 157.36 مع تخفيض 15% على طلب 5 حافظات. a. شركة التفوق للكتب السنوية a. أي شركة ستختارها؟ b. ما أقل مبلغ يمكنك إضافه على الكتب السنوية؟ AED 668.78 59. الإجابة القصيرة باعت فرقة العزف قيصاً وقبعات لجميع التبرعات. وبلغ إجمالي ما باعوه 105 سلع وجمعوا AED 1170. إذا كانت تكلفة القبة 10 AED وتكلفة القيص 15 AED، فكم قيصاً بيعت؟ G 24

60. كشك شطائر يقدم الشطيرة بسعر X والمشروب بسعر Y. وتبلغ تكلفة شطيرتين ومشروب واحد AED 4.50. وثلاث شطائر ومشروبين AED 7.25. أي مصغوفة يمكن ضربها في $\begin{bmatrix} 4.50 \\ 7.25 \end{bmatrix}$ لإيجاد قيمة X و Y؟ A $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ D $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ 61. SAT/ACT طول مستطيل وعرضه تمثلهما النسبة 5:12. إذا كانت مساحة المستطيل 240 سنتيمترا مربعا، فما طول قطره، بالسنتيمتر؟ F 24 H 28 K 32 G 26 J 30

مراجعة شاملة

- حدد فرضية العدم والفرضية البديلة لكل عبارة. ثم حدد أي عبارة تمثل الافتراض.
62. يعتقد ناصر أن قطع المسافة من منزله إلى المتجر بدراجته يستغرق أقل من 10 دقائق. $H_0: \mu \geq 10; H_a: \mu < 10$ (الافتراض)
63. لافتة طعام تنص على أن شطيرة الديك الرومي البالغة 30 سنتيمترا تحتوي على تسعين جراما من اللحم. $H_0: \mu = 3; H_a: \mu \neq 3$ (الافتراض)
64. تستغرق السيدة منى 15 دقيقة على الأقل لإعداد كعكة. $H_0: \mu \geq 15; H_a: \mu < 15$ (الافتراض)
65. حمام السباحة عدد الزيارات إلى حمام سباحة عام التي يقوم بها 425 عضواً في العام موزع طبيعياً باستخدام المتوسط 90 والانحراف المعياري 15.
- a. ما النسبة المئوية التقريبية للأعضاء الذين ذهبوا إلى حمام السباحة 45 مرة على الأقل؟ 99.85%
- b. ما احتمال اختيار عضو عشوائياً يكون ذهب إلى حمام السباحة أكثر من 120 مرة؟ 2.5%
- c. ما النسبة المئوية للأعضاء الذين ذهبوا إلى حمام السباحة ما بين 75 و105 مرات؟ 64%
66. الاستطلاعات شركة استطلاعات ترغب في تقدير عدد الأشخاص المؤيدين لقانون بيئي جديد. تجري الشركة استطلاعها على 20 شخصاً. ما احتمال أن يكون الشخص المؤيد للقانون هو 0.5.
- a. ما احتمال وجود 12 شخصاً بالضبط مؤيدين للقانون الجديد؟ 0.12
- b. ما العدد المتوقع للأشخاص المؤيدين للقانون؟ 10

مراجعة المهارات

- أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. واستخدم الوحدات المناسبة في إجابتك.
67. 4.3 كيلومترات $\left(\frac{5280 \text{ متراً}}{1 \text{ كيلو متر}} \right)$ 22,704 m 68. 8 لترات 64 ml 69. 21 متراً 35 درهماً
70. $\left(\frac{18 \text{ سنتيمتر مكعب}}{5 \text{ ثوان}} \right)$ 24 ثانية 71. 65 درجة 72.10 دقائق 70. 86.4 cm³ 71. 216 $\frac{2}{3}$ cm

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب حساب قيمة $\sin^2 x + \cos^2 x$ لإيجاد بعض قيم X. واطلب منهم تخمين قيمة التعبير واستخدام تعريفات الدوال المثلثية في إثبات تخمينهم. القيمة دائماً تساوي 1.

$\sin^2 x + \cos^2 x \stackrel{?}{=} 1$

$\left(\frac{\text{opp}}{\text{hyp}}\right)^2 + \left(\frac{\text{adj}}{\text{hyp}}\right)^2 \stackrel{?}{=} 1$

$\text{opp}^2 + \text{adj}^2 = \text{hyp}^2$ أيها صحيح حسب نظرية فيثاغورس