الدرس 11-9 الدوال المثلثية العكسية

:: السابق

- قمت بتمثيل الدوال المثلثية بيانيًا.

:: الحالي

1 إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية.

2 إيجاد حل المعادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

:: لماذا؟

- يبلغ طول رف الكتب المائل الموجود إلى اليسار 40 سنتيمترًا من الجدار ويصل إلى ارتفاع 200 سنتيمتر. في الدرس 1-13، تعلمت كيفية استخدام معكوس الدالة المثلثية لإيجاد قياس الزاوية الحادة θ.

$\tan \theta = \frac{15}{75}$ أو 0.2 استخدم دالة tangent.

أوجد زاوية تساوي tan 0.2.

2nd [TAN^{-1}] .2 ENTER 11.30993247

إذًا فقياس θ يساوي حوالي 11°.

المفردات الجديدة

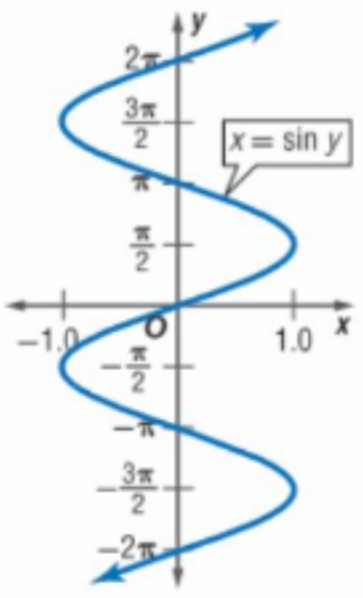
قيم أساسية
principal values
دالة قوس الجيب
Arcsine function
دالة قوس جيب التمام
Arccosine function
دالة قوس الظل
Arctangent function

ممارسات في الرياضيات

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 الدوال المثلثية العكسية

إذا عرفت قيمة نسبة مثلثية لزاوية يمكنك استخدام معكوسها لإيجاد الزاوية. تذكر أن معكوس الدالة هو العلاقة التي يكون فيها جميع قيم x و y معكوسة. معكوس $y = \sin x$, $x = \sin y$. ممثل بيانيًا إلى اليسار.



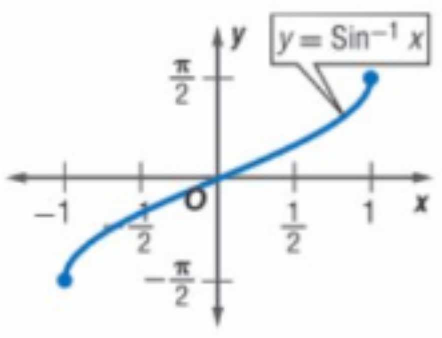
لاحظ أن المعكوس ليس بدالة، حيث يوجد الكثير من قيم y لكل قيمة من قيم x. وإذا قيِّدت مجال دالة sine بحيث يكون $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$. يصبح المعكوس دالة.

يطلق على قيم المجال المقيد **القيم الأساسية**. توضح الدوال المثلثية ذات المجالات المقيدة بحروف كبيرة.

- $y = \text{Sin } x$ إذا وفقط إذا كان $y = \sin x$ و $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.
- $y = \text{Cos } x$ إذا وفقط إذا كان $y = \cos x$ و $0 \le x \le \pi$.
- $y = \text{Tan } x$ إذا وفقط إذا كان $y = \tan x$ و $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

يمكنك استخدام الدوال ذات المجالات المقيدة لتحديد الدوال المثلثية العكسية. ويعتبر معكوس دوال sine وCosine و tangent هي دالة **قوس Arcsine** و**قوس Arccosine** و**قوس Arctan** على التوالي.

المفهوم الأساسي الدوال المثلثية العكسية

دالة عكسية	الرموز	المجال	المدى	النموذج
قوس sine	y = Arcsin x $y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	
قوس cosine	y = Arccos x $y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$	
قوس Arctan	y = Arctan x $y = \text{Tan}^{-1} x$	جميع الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 11-9 تمثيل الدوال المثلثية بيانيًا.

الدرس 11-9 إيجاد قيم الدوال المثلثية المعكوسة. إيجاد حل المعادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

بعد الدرس 11-9 تحديد الدوال المثلثية العكسية وتمثيلها بيانيًا.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكنك إيجاد طول رف الكتب المائل؟ أوجد ذلك الطول.
  استخدم نظرية فيثاغورس؛ $s^2 = 40^2 + 200^2$; $s^2 = 41600$; $s \approx 204$ cm
- ما النسبة التي تمثل $\sin \theta$؟ $\frac{40}{204}$
- ما النسبة التي تمثل $\cos \theta$؟ $\frac{200}{204}$
- استخدم القيم التي أوجدتها لـ $\sin \theta$ و $\cos \theta$ في إيجاد θ. هل تحصل على القيمة ذاتها؟ يتم الحصول على القيمة ذاتها لـ θ؛ 3099.11° من استخدام $\sin \theta$ و $\cos \theta$.

1 الدوال المثلثية العكسية

المثال 1 يعرض كيفية إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية للزوايا بالدرجات أو الراديان. ويعرض **المثال 2** كيفية استخدام الحاسبة لإيجاد قيم التعابير التي تشتمل على دوال مثلثية عكسية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

a. $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $45°; \frac{\pi}{4}$

b. $\text{Arcsin}(-1)$ $-90°; -\frac{\pi}{2}$

2 أوجد قيمة $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{4}{7}\right)$. قرّب إلى أقرب جزء من مئة. 1.44

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي قد يكون مما يساعد الطلاب على فهم طبيعة الدوال العكسية أن يقرؤوا $\text{Sin}^{-1} x$ و $\text{Arcsin}\ x$ على أنها "زاوية ذات sine يبلغ x."

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو أنشئ مقطع فيديو تشرح فيه كيفية إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية، وانشره على موقع الصف على شبكة الويب، بحيث يتمكن الطلاب من استخدامه مرجعًا إضافيًا خارج الصف.

في العلاقة $y = \cos^{-1} x$. إذا كان $x = \frac{1}{2}$. فإن $y = 60°$ و $300°$ وجميع الزوايا التي تشترك في ضلع الانتهاء مع هذه الزوايا. في الدالة $y = \text{Cos}^{-1} x$. إذا كان $x = \frac{1}{2}$. فإن $y = 60°$ فقط.

مراجعة المفردات

الدوال العكسية إذا كان f و f^{-1} دالتين عكسيتين، فإن $f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$.

مثال 1 إيجاد قيمة الدوال المثلثية العكسية

أوجد كل قيمة مما يلي. اكتب قياسات الزوايا بالدرجات والراديان.

a. $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

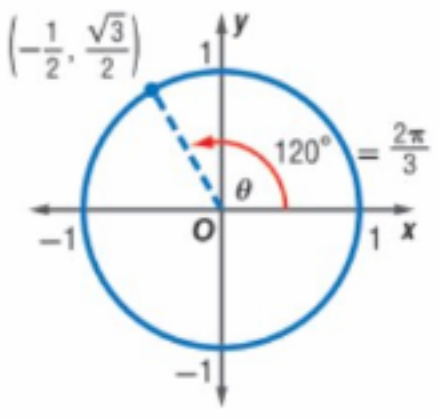
أوجد الزاوية θ حيث $0° \le \theta \le 180°$ التي تساوي قيمة Cosine لها $-\frac{1}{2}$.

الطريقة 1 استخدام دائرة الوحدة.

أوجد نقطة على دائرة الوحدة تكون قيمة إحداثي x لها هي $-\frac{1}{2}$.

عندما تكون $\theta = 120°$، فإن $\cos\theta = -\frac{1}{2}$.

إذًا، $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$ أو $\frac{2\pi}{3}$.



الطريقة 2 استخدام الحاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة: [2nd] [COS⁻¹] [(−)] 1 [÷] 2 [)] [ENTER] 120

إذًا، $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$ أو $\frac{2\pi}{3}$.

نصيحة دراسية

قياس الزاوية تذكر أنه عند إيجاد قيمة دالة مثلثية عكسية، ستكون النتيجة قياس زاوية.

b. Arctan 1

أوجد الزاوية θ حيث $-90° \le \theta \le 90°$ التي تساوي قيمة ظلها 1.

خطوات العملية على الحاسبة: [2nd] [TAN⁻¹] 1 [ENTER] 45 إذًا، $\text{Arctan}\ 1 = 45°$ أو $\frac{\pi}{4}$.

تمرين موجّه

1A. $\text{Cos}^{-1} 0$ $90; \frac{\pi}{2}$

1B. $\text{Arcsin}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $-45°; -\frac{\pi}{4}$

عند إيجاد قيمة مع وجود عدة دوال مثلثية، استخدم ترتيب العمليات للحل.

مثال 2 إيجاد القيمة المثلثية

أوجد $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}\right)$. قرب إلى أقرب جزء من مئة.

استخدم حاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة: [TAN] [2nd] [COS⁻¹] 1 [÷] 2 [)] [)] [ENTER] 1.732050808

إذًا، $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}\right) \approx 1.73$

التحقق $\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2} = 60°$ و $\tan 60° \approx 1.73$. إذًا، الإجابة صحيحة.

تمرين موجّه

أوجد قيمة كل مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من مئة.

2A. $\sin\left(\text{Tan}^{-1}\frac{3}{8}\right)$ 0.35

2B. $\cos\left(\text{Arccos}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ -0.71

التركيز على محتوى الرياضيات

الدوال المثلثية العكسية لأن الدوال المثلثية العكسية تكون دورية، فإنّ العديد من الزوايا تتوافق مع القيمة ذاتها للدالة. لذلك، فإنّ معكوس أي من الدوال المثلثية ليس دالة (لأن قيمة المعكوس لن تكون وحيدة). ولكن إذا كان المجال محصورًا بفترة زمنية ملائمة، فإنّ المعكوس يكون دالة. وفي حين أنّ هناك الكثير من الفترات الزمنية غير المتناهية التي تصلح، فقد تم اختيار الفترات القياسية (التي مركزها 0 أو هو نقطة النهاية لها).

2 إيجاد حل المعادلة باستخدام المعكوس

يمكنك إعادة كتابة المعادلات المثلثية بالحل لإيجاد قياس الزاوية.

مثال 3 على الاختبار المعياري إيجاد قياس الزاوية

إذا كان $\text{Sin}\ \theta = -0.35$، فأوجد θ.

A $-20.5°$ **B** $-0.6°$ **C** $0.6°$ **D** $20.5°$

قراءة فقرة الاختبار

sine θ sine هو -0.35. يمكن كتابة ذلك في الصورة $\theta = \text{Arcsin}\ (-0.35)$.

حَل فقرة الاختبار

استخدم حاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة: 2nd [SIN^{-1}] (–) .35 ENTER -20.48731511

إذًا، $\theta \approx -20.5°$. الإجابة هي A.

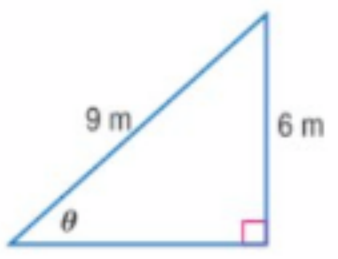
تمرين موجّه

3. إذا كان $\text{Tan}\ \theta = 1.8$. فأوجد θ. **H**

F $0.03°$ **G** $29.1°$ **H** $60.9°$ **J** لا يوجد حل

يمكن استخدام الدوال المثلثية العكسية لتحديد قياس زاويا الميل والانخفاض والارتفاع.

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام الدوال المثلثية العكسية



التزلج على المياه يبلغ ارتفاع منحدر تزلج على المياه 6 أمتار وطوله 9 أمتار كما هو مبين على اليسار. أوجد الدالة المثلثية العكسية التي يمكن استخدامها لإيجاد θ. الزاوية التي يشكلها المنحدر مع المياه. ثم أوجد قياس الزاوية. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

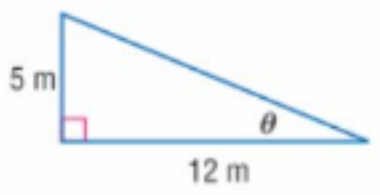
نظرًا لمعرفة قياسي الضلع المقابل والوتر، يمكن استخدام دالة sine.

$\sin\ \theta = \frac{6}{9}$	دالة sine
$\theta = \text{Sin}^{-1}\frac{6}{9}$	دالة معكوس sine
$\theta \approx 41.8°$	استخدم حاسبة.

إذًا، فإن زاوية المنحدر تساوي حوالي $41.8°$.

التحقق باستخدام حاسبتك، $\sin 41.8 \approx 0.66653 \approx \frac{6}{9}$.
إذًا، الإجابة صحيحة.

تمرين موجّه



4. التزلج موضح على اليسار مسار تزلج. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد θ. الزاوية التي يشكلها المسار مع أرض الوادي. ثم أوجد الزاوية. قرب إلى أقرب جزء من عشرة. $\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{5}{12}$; $22.6°$

نصيحة عند حل الاختبار

تقدير الاحتمالات تقيّد دالة sin قياسات الزوايا المحتملة إلى الربع الأول أو الرابع. ولأن -0.35 سالبة. فابحث عن قياس الزاوية في الربع الرابع.

مهنة من الحياة اليومية

مسؤول علوم التربية الرياضية يقدم مسؤول علوم التربية الرياضية معلومات التربية الرياضية إلى اللاعبين والمدربين وأولياء الأمور. وينفذ برامج بالاختبار والتدريب والعلاج للرياضيين. ويحبذ لهذه الوظيفة الحصول على درجة الماجستير في علم التربية الرياضية.

2 حل المعادلات باستخدام المعكوسات

المثال 3 يعرض كيفية حل معادلة باستخدام دالة مثلثية عكسية. ويعرض **المثال 4** كيفية تطبيق دالة مثلثية عكسية لحل مسألة من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

3 مثال على الاختبار المعياري إذا كان $\text{Cos}\ \theta = -0.86$. فأوجد θ. D

A $-149.3°$ **C** $59.3°$

B $-59.3°$ **D** $149.3°$

4 التزلج على الماء في المثال 4. افترض أن عرض منحدر الانزلاق يبلغ 5.5 أمتار وطوله 12 مترًا. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد قيمة θ. ثم أوجد قياس θ. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. $\sin\theta = \frac{5.5}{12}$؛ $\theta = \text{Sin}^{-1}\frac{5.5}{12} \approx 27.3°$

التدريس المتمايز BL OL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اطلب من الطلاب إيجاد قيمة Arcsin 2. وإذا كانوا يستخدمون الحاسبة، فأشر عليهم بأن يدرسوا التمثيل البياني لـ $y = \sin x$ لتوضيح سبب ظهور رسالة خطأ في النتيجة. التمثيل البياني لـ $y = \sin x$ ليست له قيم y أكبر من 1 أو أقل من -1.

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

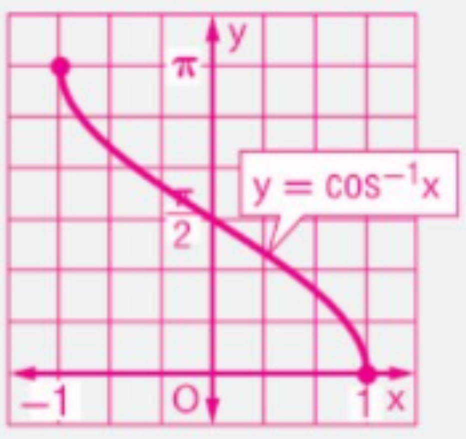
الاستنتاج المنطقي يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط بدء الحل. ويحللون المعطيات، والقيود والعلاقات والأهداف. ويتأكد الطلاب المتفوقون في الرياضيات من أجوبتهم عن المسائل باستخدام طريقة مختلفة، ويسألون أنفسهم باستمرار، "هل هذا جواب منطقي؟"

التمثيلات المتعددة

في التمرين 40، يستخدم الطلاب التمثيل البياني والتدوين بالرموز وإيجاد القيم العددية لاستكشاف دالة cosine العكسية.

إجابات إضافية

40a.



المجال: $-1 \le x \le 1$؛ المدى: $0 \le y \le \pi$

40d. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \cos x$ له مجال جميع أعداده حقيقية ومدى من -1 إلى 1. التمثيل البياني لـ $y = \mathrm{Cos}^{-1} x$ له مجال من -1 إلى 1 ومدى من 0 إلى $180°$.

45. الإجابة النموذجية: $y = \tan^{-1} x$ عبارة عن علاقة لها مجال جميع أعداده حقيقية ومدى جميع أعداده حقيقية باستثناء المضاعفات الفردية لـ $\frac{\pi}{2}$. العلاقة ليست دالة. $y = \mathrm{Tan}^{-1} x$ عبارة عن دالة لها مجال جميع أعداده حقيقية ومدى هو $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$.

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.**

1. $\mathrm{Sin}^{-1} \frac{1}{2}$ $30°; \frac{\pi}{6}$
2. $\mathrm{Arctan}\,(-\sqrt{3})$ $-60°; -\frac{\pi}{3}$
3. $\mathrm{Arccos}\,(-1)$ $180°; \pi$

مثال 2 **أوجد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.**

4. $\cos\left(\mathrm{Arcsin}\,\frac{4}{5}\right)$ 0.6
5. $\tan\,(\mathrm{Cos}^{-1}\,1)$ 0
6. $\sin\left(\mathrm{Sin}^{-1}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 0.87

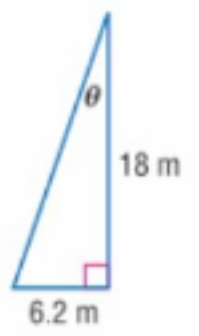
مثال 3 7. **الاختيار من متعدد** إذا كان $\mathrm{Sin}\,\theta = 0.422$، فأوجد θ. **A**

A $25°$ B $42°$ C $48°$ D $65°$

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

8. $\mathrm{Cos}\,\theta = 0.9$ $25.8°$
9. $\mathrm{Sin}\,\theta = -0.46$ $-27.4°$
10. $\mathrm{Tan}\,\theta = 2.1$ $64.5°$

مثال 4 11. **التزحلق على الجليد** يوضح إلى اليسار مقطع عرضي لأنبوب ضخم للتزحلق على الجليد. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد θ؛ الزاوية التي تصف انحدار الأنبوب الضخم. بعد ذلك، أوجد قياس الزاوية لأقرب درجة. $\mathrm{Arctan}\,\frac{6.2}{18}; 19°$



التدريب وحل المسائل

مثال 1 **أوجد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.**

12. $\mathrm{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $60°; \frac{\pi}{3}$
13. $\mathrm{Arccos}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $30°; \frac{\pi}{6}$
14. $\mathrm{Sin}^{-1}\,(-1)$ $-90°; -\frac{\pi}{2}$
15. $\mathrm{Tan}^{-1}\,\sqrt{3}$ $60°; \frac{\pi}{3}$
16. $\mathrm{Cos}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $150°; \frac{5\pi}{6}$
17. $\mathrm{Arctan}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ $-30°; -\frac{\pi}{6}$

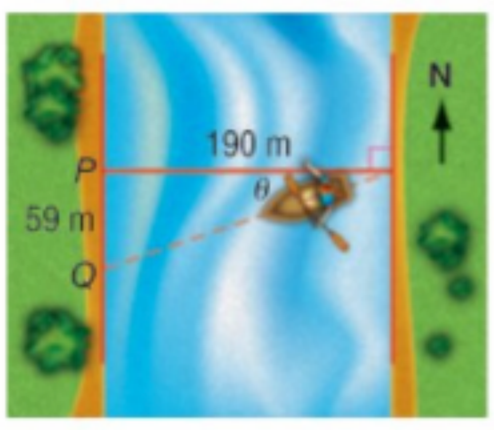
مثال 2 **أوجد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.**

18. $\tan\,(\mathrm{Cos}^{-1}\,1)$ 0
19. $\tan\left[\mathrm{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ -0.58
20. $\cos\left(\mathrm{Tan}^{-1}\,\frac{3}{5}\right)$ 0.86
21. $\sin\,(\mathrm{Arctan}\,\sqrt{3})$ 0.87
22. $\cos\left(\mathrm{Sin}^{-1}\,\frac{4}{9}\right)$ 0.90
23. $\sin\left[\mathrm{Cos}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$ 0.71

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

24. $\mathrm{Tan}\,\theta = 3.8$ $75.3°$
25. $\mathrm{Sin}\,\theta = 0.9$ $64.2°$
26. $\mathrm{Sin}\,\theta = -2.5$ لا يوجد حل
27. $\mathrm{Cos}\,\theta = -0.25$ $104.5°$
28. $\mathrm{Cos}\,\theta = 0.56$ $55.9°$
29. $\mathrm{Tan}\,\theta = -0.2$ $-11.3°$

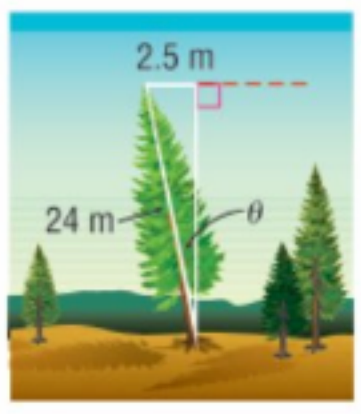
مثال 4 30. **الاستنتاج المنطقي** يتحرك قارب غربًا عبر نهر يبلغ عرضه 190 مترًا. وبسبب التيار، انتهى بالقارب المطاف عند النقطة Q والتي تبعد 59 مترًا عن نقطة وجهته P. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد θ الزاوية التي انحرف بها القارب جنوب المحور الأفقي. ثم أوجد قياس الزاوية بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة. $\mathrm{Arctan}\,\frac{59}{190} = \theta; 17.3°$



خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12–31, 42–60	13–31 فردي, 47–50	12–30 زوجي, 42–46, 51–60
OL أساسي	13–39 فردي, 40, 42, 60	12–31, 47–50	32–40, 42–46, 51–60
BL متقدم	32–56, (اختياري: 57–60)		

31. الأشجار تميل شجرة طولها 24 مترًا بمقدار 2.5 يسار المحور الرأسي كما هو موضح في الشكل. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها في إيجاد θ؛ الزاوية التي تميل بها الشجرة. ثم أوجد قياس الزاوية مقربًا إلى أقرب درجة. $\text{Arcsin}\,\frac{2.5}{24}$; 6°



32. القيادة منحنى فرعي على الطريق السريع يبلغ نصف قطره 52 مترًا وصمم لحركة السيارات بأمان بسرعة 45 كيلومترًا في الساعة (أو 12.5 مترًا في الثانية). تمثل المعادلة أدناه زاوية θ للمنحنى. ما قياس الزاوية مقربًا إلى أقرب درجة؟ **17°**

$$\tan\theta = \frac{(12.5\text{ m/s})^2}{(52\text{ m})(9.8\text{ m/s}^2)}$$

B **33. ألعاب القوى** يقوم رامي الكرة الحديدية برمي كرة بسرعة مبدئية مقدارها 15 مترًا في الثانية. ويمثل التعبير $\frac{15\text{ m/s}(\sin x)}{9.8\text{ m/s}^2}$ الزمن بالثانية الذي بلغت فيه الكرة الحديدية أقصى ارتفاع لها. في التعبير، تمثل x الزاوية التي رميت بها الكرة الحديدية. وإذا كانت الكرة قد بلغت أقصى ارتفاع في 1.0 ثانية. فما قياس الزاوية التي رميت بها؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة. **40.8°**

أوجد حل كل معادلة حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

34. $\csc\theta = 1$ $\frac{\pi}{2}$	35. $\sec\theta = -1$ π	36. $\sec\theta = 1$ $0, 2\pi$
37. $\csc\theta = \frac{1}{2}$ **لا يوجد حل**	38. $\cot\theta = 1$ $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$	39. $\sec\theta = 2$ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

40. التمثيلات المتعددة افرض أن $y = \text{Cos}^{-1}x$. **a. انظر الهامش.**

a. بيانيًا ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة. واذكر المجال والمدى.

b. رمزيًا اكتب الدالة باستخدام رموز مختلفة. **$y = \text{Arccos}\,x$**

c. عدديًا اختر قيمة للمتغير x بين -1 و 0. ثم أوجد قيمة دالة معكوس Cosine. قرب إلى أقرب جزء من عشرة. **الإجابة النموذجية: $x = -0.2, y = 101.5$**

d. تحليليًا قارن التمثيلات البيانية لكل من $y = \cos x$ و $y = \text{Cos}^{-1}x$. **انظر الهامش.**

C **41. التحدِ** حدد ما إذا كان $\cos(\text{Arccos}\,x) = x$ لجميع قيم x صحيحًا أم خطأ. وإذا كان خطأ. فقدم مثالاً عكسيًا. **خطأ؛ $x = 2\pi$**

42. التفكير النقدي تحل كل من نجاة ونسرين $\cos\theta = 0.3$ حيث $90 < \theta < 180$. هل أي منهما على صواب. اشرح استنتاجك.

نسرين	نجاة
$\cos\theta = 0.3$	$\cos\theta = 0.3$
$\cos^{-1}0.3 = 72.5°$	$\cos^{-1}0.3 = 162.5°$

43. التبرير اشرح العلاقة بين مجال $y = \text{Sin}^{-1}x$ ومدى $y = \text{Sin}\,x$.

44. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة بدالة قوس الجيب ومعادلة بدالة sine تتضمن كلاهما نفس قياس الزاوية.

45. الكتابة في الرياضيات قارن وبين الفرق بين العلاقتين $y = \tan^{-1}x$ و $y = \text{Tan}^{-1}x$. اذكر معلومات حول المجال والمدى. **انظر الهامش.**

46. التبرير اشرح كيف يكون $\text{Sin}^{-1}8$ و $\text{Cos}^{-1}8$ غير معرّفين بينما يكون $\text{Tan}^{-1}8$ معرفًا.

42. الإجابة النموذجية: ليس أيًا منهما؛ فقيمة Cosine ليست موجبة في الربع الثاني.

43. مجال $y = \text{Sin}^{-1}x$ هو $-1 \leq x \leq 1$. وهو نفس مدى $y = \text{Sin}\,x$.

44. الإجابة النموذجية: $\text{Arcsin}\,\frac{1}{2} = 30°$; $\frac{1}{2} = \text{Sin}\,30°$

46. الإجابة النموذجية: مدى $y = \text{Sin}\,x$ و $y = \text{Cos}\,x$ هو $-1 \geq 1 \geq x$. مدى $y = \text{Tan}-1\,x$ هو جميع الأعداد الحقيقية.

تدريس الممارسات في الرياضيات

نقد يُمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم والمنطق الخاطئ، وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ.

تدريب على الاختبار المعياري

47. بسّط $\dfrac{\frac{2}{x}+2}{\frac{2}{x}-2}$.   A

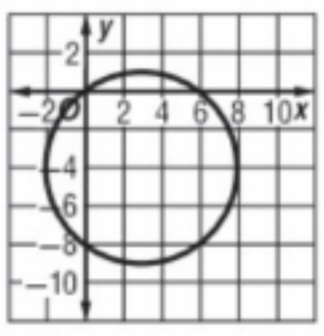
A $\dfrac{1+x}{1-x}$

B $\dfrac{2}{x}$

C $\dfrac{1-x}{1+x}$

D $-x$

48. **الإجابة القصيرة** ما معادلة التمثيل البياني أدناه؟ $(x-3)^2+(y+4)^2=25$a



49. إذا كان $f(x) = 2x^2 - 3x,\ g(x) = 4 - 2x$. فما $g[f(x)]$؟   G

F $g[f(x)] = 4 + 6x - 8x^2$

G $g[f(x)] = 4 + 6x - 4x^2$

H $g[f(x)] = 20 - 26x + 8x^2$

J $g[f(x)] = 44 - 38x + 8x^2$

50. إذا كان g عددًا موجبًا. فأي مما يلي يساوي $12g$؟   D

A $\sqrt{144g}$

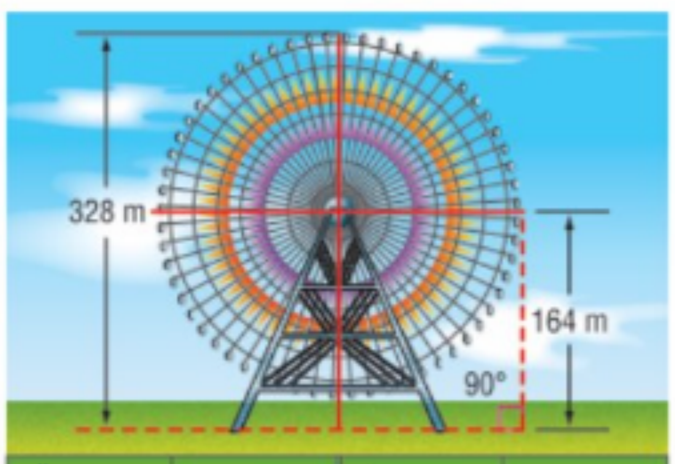
B $\sqrt{12g^2}$

C $\sqrt{24g^2}$

D $6\sqrt{4g^2}$

مراجعة شاملة

51. **ألعاب الملاهي** كوزمو كلوك 21 هي عجلة دوارة ضخمة بمدينة ملاهي في اليابان يبلغ قطرها 328 مترًا. افترض أن راكبًا دخلها عند ارتفاع 0 متر. ثم دار بزيادات 90° عكس اتجاه الساعة. يوضح الجدول قياسات زوايا الدوران وارتفاع الراكب بالأمتار عن مستوى الأرض. (الدرس 11-8)



الزاوية	الارتفاع	الزاوية	الارتفاع
0°	0	450°	164
90°	164	540°	328
180°	328	630°	164
270°	164	720°	0
360°	0		

a. إن الدالة التي تمثل البيانات هي $y = 164 \cdot [\sin(x - 90°)] + 164$.
حدد الإزاحة الرأسية والسعة والفترة وإزاحة الطور للتمثيل البياني.
164, 164; 360°, 90°

b. اكتب معادلة باستخدام sine تمثل موقع الراكب على عجلة فيينا العملاقة في النمسا، والتي يبلغ قطرها 200 متر. تحقق بتعيين النقاط والمعادلة بحاسبة تمثيل بياني.
$y = 100\,[\sin(x - 90°)] + 100$

52. **المد والجزر** يحدث أقصى ارتفاع مسجل يبلغه المد في حوض ميناس، بنوفا سكوشا في كندا، حيث يبلغ مدى المد والجزر 16.4 مترًا. ويكون المد والجزر في موضع توازنه عندما يكون بمستواه الطبيعي أي بمنتصف أدنى نقطة وأقصى نقطة له. اكتب معادلة تمثل الارتفاع h للمد والجزر. افترض أن المد والجزر يكون عند موضع توازنه عند $t = 0$ التي يبدأ عندها المد، وأن المد يكمل دورة كاملة في 12 ساعة. (الدرس 11-7)
$h = 8.2 \sin \frac{\pi}{6} t$

حُـلّ كل من المعادلات التالية 3

53. $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$ 2

54. $\log_4 a + \log_4 9 = \log_4 27$ 4

55. $\log_{10} 16 - \log_{10} 2t = \log_{10} 2$ −2

56. $\log_7 24 - \log_7 (y + 5) = \log_3 8$

مراجعة المهارات

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية مما يلي.

57. $\cos 3\pi$ -1

58. $\tan 120°$ $-\sqrt{3}$

59. $\sin 300°$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

60. $\sec \frac{7\pi}{6}$ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب اطلب من الطلاب كتابة المجال والمدى للدوال Arcsin و Arccos و Arctan.

المتابعة

استكشف الطلاب تحويلات الدوال المثلثية.

اطرح السؤال التالي:

- ما أوجه التشابه بين معكوسات الدوال المثلثية ومعكوسات الدوال الأخرى التي درستها؟ الإجابة النموذجية: تركيب الدالة المثلثية ومعكوسها عبارة عن دالة محايدة؛ والتمثيلات البيانية متماثلة فيما يتعلق بالمستقيم $y = x$؛ ومجال الدالة المثلثية العكسية يجب أن يكون مقيدًا لتكون دالة.

التدريس المتمايز BL OL

التوسّع اطلب من الطلاب دراسة الدالة $y = \sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ ومن ثم إكمال الجدول.

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
y	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

اطلب منهم أن يقدموا تخمينًا بخصوص الدالة $y = \sin^{-1} x + \cos^{-1} x$. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ فيما يتعلق بجميع قيَم x. اطلب منهم أن يقدموا تخمينًا بخصوص الدالتين $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ و $y = \sec^{-1} x + \csc^{-1} x$. كلتا الدالتين تساويان 1 لجميع قيَم x.

الوحدة 11 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

النسب المثلثية في المثلثات القائمة (الدرس 11-1)

- $\sin\theta = \frac{opp}{hyp}, \cos\theta = \frac{adj}{hyp}, \tan\theta = \frac{opp}{adj},$
  $\csc\theta = \frac{hyp}{opp}, \sec\theta = \frac{hyp}{adj}, \cot\theta = \frac{adj}{opp}$

قياسات الزوايا والنسب المثلثية للزوايا العامة (الدرسان 11-2 و 11-3)

- يحدد قياس الزاوية بمقدار الدوران من ضلع الابتداء إلى ضلع الانتهاء.
- يمكنك إيجاد القيمة الدقيقة لست دوال مثلثية لـ θ، بافتراض إحداثيات نقطة $P(x, y)$ على ضلع الانتهاء للزاوية.

قانون الـ Sines وقانون الـ Cosines (الدرسان 11-4 و 11-5)

- $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$
  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

الدوال المثلثية العكسية والدائرية (الدرسان 11-6 و 11-9)

- إذا كان ضلع الانتهاء لزاوية θ يتقاطع في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$. فإن $\cos\theta = x$ و $\sin\theta = y$.
- $y = \text{Sin } x$ إذا كان $y = \sin x$ و $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

تمثيل الدوال المثلثية بيانيا (الدرس 11-7)

- للدوال المثلثية بالصيغة $y = a\sin b\theta$ و $y = a\cos b\theta$.
  تكون السعة $|a|$ s والفترة $\frac{360°}{|b|}$ أو $\frac{2\pi}{b}$.
- فترة $y = a\tan b\theta$ هي $\frac{180°}{|b|}$ أو $\frac{\pi}{|b|}$.

مطويات® منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

- حالة مبهمة ambiguous case
- السعة amplitude
- زاوية الانخفاض angle of depression
- زاوية الارتفاع angle of elevation
- دالة قوس جيب التمام Arccosine function
- دالة قوس الجيب Arcsine function
- دالة قوس الظل Arctangent function
- الزاوية المركزية central angle
- دالة دائرية circular function
- قاطع التمام cosecant
- cosine
- ظل التمام cotangent
- زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء coterminal angles
- دورة cycle
- التردد frequency
- ضلع الابتداء initial side
- قانون الـ Cosines Law of Cosines
- قانون الـ Sines Law of Sines
- خط متوسط midline
- فترة period
- دالة دورية periodic function
- إزاحة الطور phase shift
- قيم أساسية principal values
- زاوية ربعية quadrantal angle
- راديان radian
- زاوية مرجع reference angle
- القاطع secant
- sine
- حل المثلث solving a triangle
- الوضع القياسي standard position
- ظل الزاوية tangent
- ضلع الانتهاء terminal side
- دالة مثلثية trigonometric function
- النسبة المثلثية trigonometric ratio
- حساب المثلثات trigonometry
- دائرة الوحدة unit circle
- إزاحة رأسية vertical shift

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي *صواب* أم *خطأ*. وإذا كانت *خطأ*، فاستبدل المصطلح الموجود تحته خطّ بحيث تصبح الجملة صحيحة.

1. يستخدم قانون الـ Cosines في حل المثلثات عند معرفة قيم زاويتين وأي أضلاع. **خطأ، قانون الـ Sines**
2. الزاوية التي توجد على المستوى الإحداثي تكون في الوضع القياسي إذا وقع رأسها عند نقطة الأصل وكان أحد شعاعيها موجوداً على المحور الأفقي x الموجب. **صواب**
3. الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء هي زوايا في الوضع القياسي لها نفس ضلع الانتهاء. **صواب**
4. يطلق على الإزاحة الأفقية لدالة دورية إزاحة الطور. **صواب**
5. معكوس دالة sine هو دالة cosecant. **خطأ، دالة قوس Arcsine**
6. تساوي دورة التمثيل البياني لدالة sine أو دالة Cosine نصف الفارق بين القيمة الكبرى والقيمة الصغرى للدالة. **خطأ، السعة**

التقويم التكويني

المفردات الأساسية تشير مراجع الصفحة بعد كل كلمة إلى المكان الذي ذُكر فيه المصطلح لأول مرة. إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 1-6. فذكرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكراتهم بشأن المفردات.

المطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

691

مراجعة درس بدرس

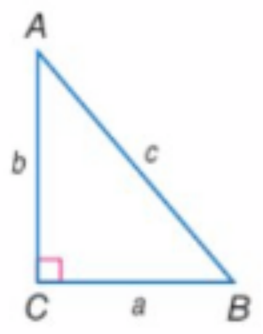
التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المقدمة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

الوحدة 11 دليل الدراسة والمراجعة تابع

مراجعة درس بدرس

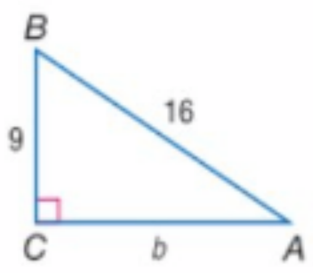
11-1 النسب المثلثية في المثلثات القائمة

أوجد حل $\triangle ABC$ باستخدام القياسات المعطاة. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



7. $c = 12, b = 5$
8. $a = 10, B = 55°$
9. $B = 75°, b = 15$ $A = 15°; a = 4.0; c = 15.5$
10. $B = 45°, c = 16$ $a = 11.3; b = 11.3; A = 45°$
11. $A = 35°, c = 22$ $B = 55°; a = 12.6; b = 18.0$
12. $\sin A = \frac{2}{3}, a = 6$ $A = 42°; B = 48°; b = 6.7; c = 9.0$
13. **شاحنات** يرتفع ظهر شاحنة متحركة مترًا عن الأرض. ما الطول الذي يفترض أن يكون عليه المنحدر الممتد من ظهر الشاحنة لتكون زاوية ارتفاع المنحدر 20°؟ **حوالي 3 m**

مثال 1



أوجد حل $\triangle ABC$ باستخدام القياسات المعطاة. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

أوجد قيمة b.
$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$9^2 + b^2 = 16^2$$
$$b = \sqrt{16^2 - 9^2}$$
$$b \approx 13.2$$

أوجد قيمة A. $\sin A = \frac{9}{16}$

استخدم حاسبة.
قياس الزاوية إلى أقرب درجة. $A = 34°$.

أوجد قيمة B. $34° + B \approx 90°$
$$B \approx 56°$$

إذًا، $b \approx 13.2$، $A \approx 34°$ و $B \approx 56°$.

7. $a = 10.9; A = 65°; B = 25°$
8. $A = 35°; c = 17.4; b = 14.3$

11-2 الزوايا وقياس الزاوية

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

14. $215°$ $\frac{43\pi}{36}$
15. $\frac{5\pi}{2}$ $450°$
16. -3π $-540°$
17. $-315°$ $-\frac{7\pi}{4}$

أوجد زاوية واحدة ذات قياس موجب وزاوية واحدة ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء.

18. $265°$ $625°, -95°$
19. $-65°$ $295°, -425°$
20. $\frac{7\pi}{2}$ $\frac{11\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$
21. **الدراجة** يؤدي إطار دراجة 8 لفات في الثانية الواحدة، ويبلغ نصف قطر الإطار 38 سنتيمترًا. أوجد الزاوية θ التي يدور من خلالها الإطار في الثانية الواحدة بمقياس الراديان. $\frac{4\pi}{15}$

مثال 2

أعد كتابة 160° بالراديان.

$$160° = 160°\left(\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}\right)$$
$$= \frac{160\pi}{180} \text{ راديان} = \frac{8\pi}{9}$$

مثال 3

أوجد زاوية واحدة ذات قياس موجب وزاوية واحدة ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء لزاوية 150°.

زاوية موجبة:

$150° + 360° = 510°$ اجمع 360°.

زاوية سالبة:

$150° - 360° = -210°$ اطرح 360°.

11-3 النسب المثلثية للزوايا العامة

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية مما يلي.

22. $\cos 135°$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

23. $\tan 150°$ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

24. $\sin 2\pi$ 0

25. $\cos \frac{3\pi}{2}$ 0

يتضمن ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي كل نقطة. أوجد القيم الدقيقة لست دوال مثلثية للزاوية θ.
26–28. انظر الهامش.

26. $P(-4, 3)$

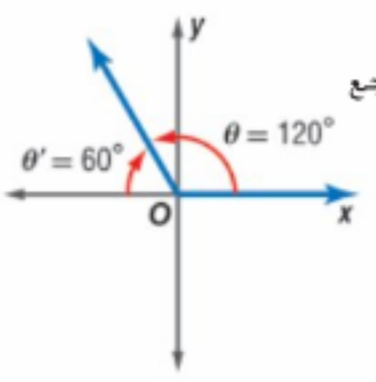
27. $P(5, 12)$

28. $P(16, -12)$

29. الكرة رُميت كرة من أعلى مبنى بزاوية $70°$ وسرعة متجهة أولية قدرها 5 أمتار في الثانية. المعادلة التي تمثل المسافة الأفقية للكرة x هي $x = v_0 (\cos \theta)t$ حيث إن v_0 هي السرعة الأولية وθ هي الزاوية التي ضُربت بها و t هو الزمن بالثواني. ما المسافة التقريبية التي ستقطعها الكرة تقريبًا بعد 10 ثوانٍ؟ **حوالي 17.1 مترًا**

مثال 4

أوجد القيمة الدقيقة لـــ $\sin 120°$.



حيث إن ضلع الانتهاء للزاوية $120°$ يقع في الربع الثاني. فإن زاوية المرجع θ' هي $120° - 180°$ أو $60°$.

دالة sine موجبة في الربع الثاني.

إذًا $\sin 120° = \sin 60°$ أو $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

مثال 5

يتضمن ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي النقطة عند $(6, 5)$. أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست لـــ θ.

$\sin \theta = \frac{y}{r}$ أو $\frac{5\sqrt{61}}{61}$

$\cos \theta = \frac{x}{r}$ أو $\frac{6\sqrt{61}}{61}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$ أو $\frac{5}{6}$

$\csc \theta = \frac{r}{y}$ أو $\frac{\sqrt{61}}{5}$

$\sec \theta = \frac{r}{x}$ أو $\frac{\sqrt{61}}{6}$

$\cot \theta = \frac{x}{y}$ أو $\frac{6}{5}$

11-4 قانون الـــ Sines

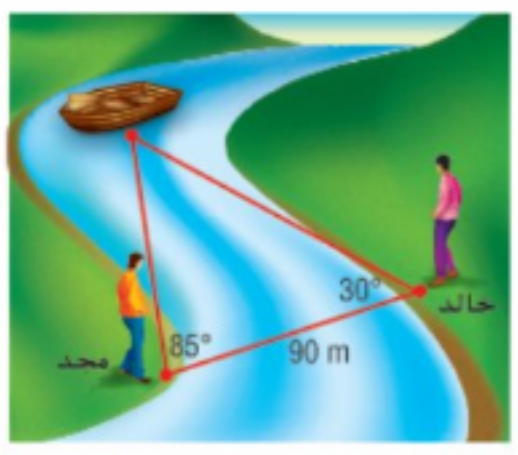
حدد ما إذا كان كل مثلث *بلا* حل، أم له حل *واحد*، أم له *حلان*. ثم أوجد حل كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

30. $C = 118°, c = 10, a = 4$ **انظر الهامش.**

31. $A = 25°, a = 15, c = 18$ **انظر الهامش.**

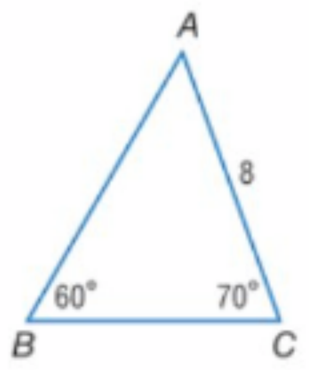
32. $A = 70°, a = 5, c = 16$ **لا يوجد حل**

33. القارب يقف خالد ومجد على الضفاف المتقابلة لنهر. كم يبعد خالد عن القارب؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. **98.9 مترًا**



مثال 6

أوجد حل $\triangle ABC$.



أولاً. أوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$60° + 70° + a = 180°$$
$$A = 50°$$

والآن استخدم قانون الـــ Sines وأوجد a و c. اكتب معادلتين، كل منها بمتغير واحد.

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a} \qquad \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$
$$\frac{\sin 60°}{8} = \frac{\sin 50°}{a} \qquad \frac{\sin 60°}{8} = \frac{\sin 70°}{c}$$
$$a = \frac{8 \sin 50°}{\sin 60°} \qquad c = \frac{8 \sin 70°}{\sin 60°}$$
$$a \approx 7.1 \qquad c \approx 8.7$$

إذًا، $A = 50°$ و $c \approx 8.7$ و $a \approx 7.1$.

693

إجابات إضافية

26. $\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = -\frac{4}{5},$
$\tan \theta = -\frac{3}{4}, \csc \theta = \frac{5}{3},$
$\sec \theta = -\frac{5}{4}, \cot \theta = -\frac{4}{3},$

27. $\sin \theta = \frac{12}{13}, \cos \theta = \frac{5}{13},$
$\tan \theta = \frac{12}{5}, \csc \theta = \frac{13}{12},$
$\sec \theta = \frac{13}{5}, \cot \theta = \frac{5}{12},$

28. $\sin \theta = -\frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5},$
$\tan \theta = -\frac{3}{4}, \csc \theta = -\frac{5}{3},$
$\sec \theta = \frac{5}{4}, \cot \theta = -\frac{4}{3},$

30. حل واحد: $A \approx 21°, B \approx 41°,$ $b \approx 7.4$

31. يوجد حلان: الحل الأول: $C = 30°, B = 125°, b = 29.1$؛ الحل الثاني: $C = 150°, B = 5°,$ $b = 3.1$

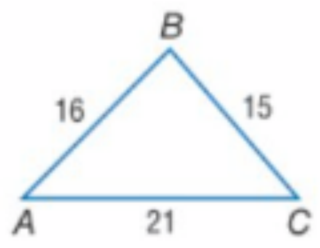
الوحدة 11 دليل الدراسة والمراجعة تابع

11-5 قانون الـ Cosines

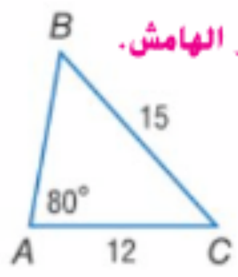
حدّد إذا ما كان ينبغي حلّ كل مثلث عبر البدء بقانون الـ *Sines* أو قانون الـ *Cosines*. ثمّ حلّ كل مثلث. وقرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

34–38. انظر الهامش.

34.



35.



36. $C = 75°, a = 5, b = 7$

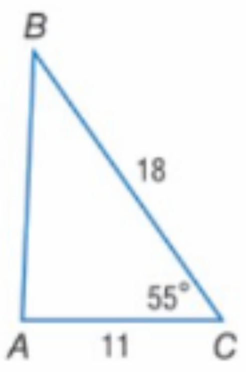
37. $A = 42°, a = 9, b = 13$

38. $b = 8.2, c = 15.4, A = 35°$

39. الزراعة يرغب مزارع في إحاطة قطعة من أرضه بسياج. ويبلغ طول ضلعين من أضلاع حقله المثلث الشكل 120 مترًا و 325 مترًا ويبلغ قياس الزاوية المحصورة بينهما 70°. ما قدر السياج التي سيحتاجه المزارع؟ **حوالي 750.5 مترًا**

مثال 7

أوجد حل $\triangle ABC$ حيث $C = 55°$ و $b = 11$ و $a = 18$.



تذكر لك المعطيات قياس ضلعين وزاوية محصورة. ابدأ بتصميم رسم تخطيطي واستخدام قانون الـ Cosines لتحديد c.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$c^2 = 182 + 112 - 2(18)(11) \cos 55°$

$c^2 \approx 217.9$

$c \approx 14.8$

ثانيًا، يمكنك استخدام قانون الـ Sines لإيجاد قياس الزاوية A.

$\frac{\sin A}{18} \approx \frac{\sin 55°}{14.8}$

$\sin A \approx \frac{18 \sin 55°}{14.8}$ أو A تساوي حوالي $85.0°$

يساوي قياس الزاوية B تقريبًا

$180 - (85.0 + 55) = 40.0°$

وبالتالي، $c \approx 14.8$ و $A \approx 85.0°$ و $B \approx 40.0°$.

11-6 الدوال الدائرية والدورية

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة.

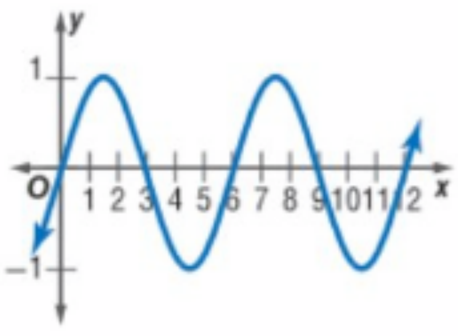
40. $\cos(-210°)$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

41. $(\cos 45°)(\cos 210°)$ $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

42. $\sin -\frac{7\pi}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

43. $\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)\left(\sin \frac{\pi}{2}\right)$ 0

44. حدد فترة الدالة. **6**



45. تكمل عجلة قطرها 18 سنتيمترًا 4 دورات في دقيقة واحدة. ما فترة الدالة التي تصف ارتفاع بقعة على الحافة الخارجية للعجلة كدالة للزمن؟ **15 ثانية**

مثال 8

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 510°$.

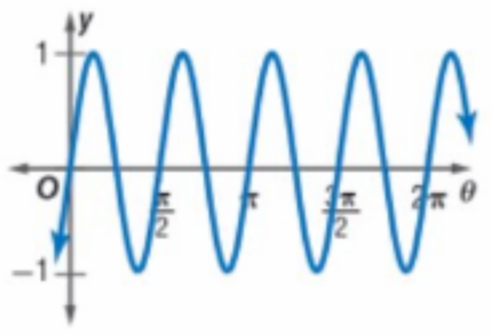
$\sin 510° = \sin(360° + 150°)$

$= \sin 150°$

$= \frac{1}{2}$

مثال 9

حدد فترة الدالة أدناه.



يتكرر النمط نفسه عند $\frac{\pi}{2}$، π، وهكذا. إذًا، الفترة هي $\frac{\pi}{2}$.

إجابات إضافية

34. Cosines; $A \approx 46°$, $B \approx 85°$, $C \approx 49°$

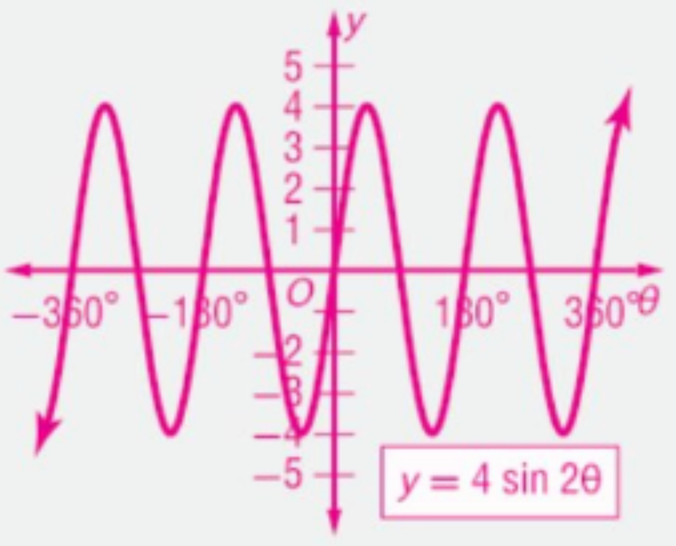
35. Sines; $B \approx 52°$, $C \approx 48°$, $c \approx 11.3$

36. Cosines; $A \approx 40°$, $B \approx 65°$, $c \approx 7.5$

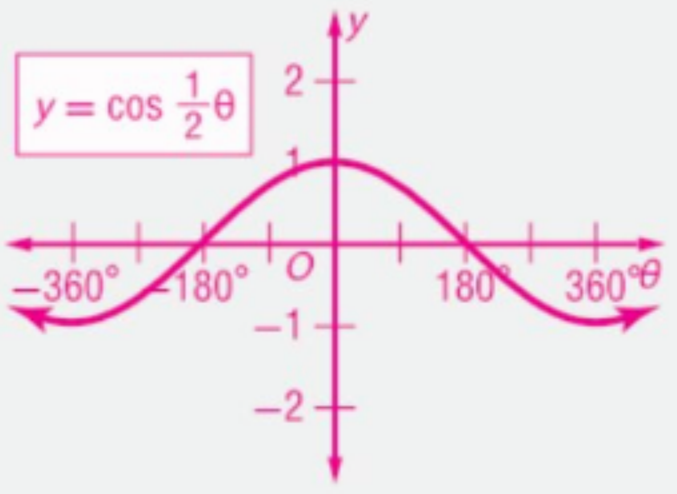
37. Sines; $B \approx 75°$, $C \approx 63°$, $c \approx 12.0$ أو $B \approx 105°$, $C \approx 33°$, $c \approx 7.3$

38. Cosines; $a \approx 9.9$, $B \approx 28°$, $C \approx 117°$

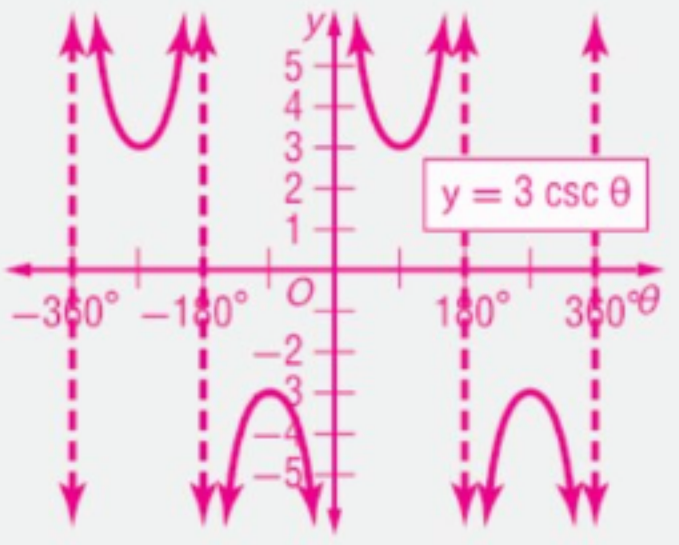
46. السعة: 4، الفترة: 180°



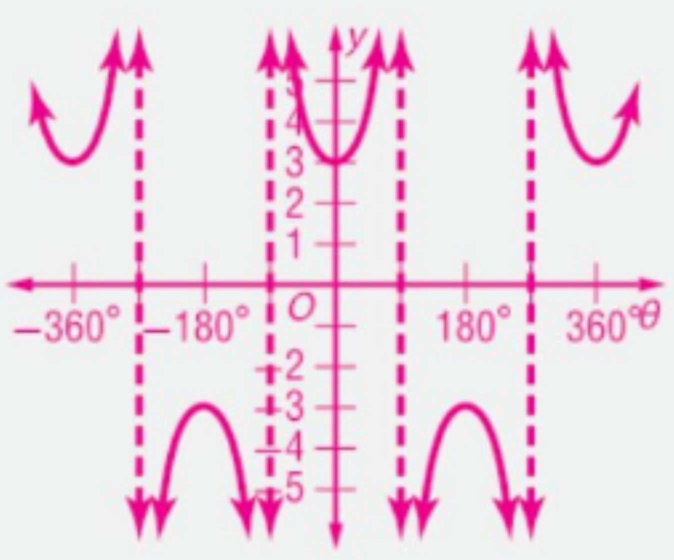
47. السعة: 1، الفترة: 720°



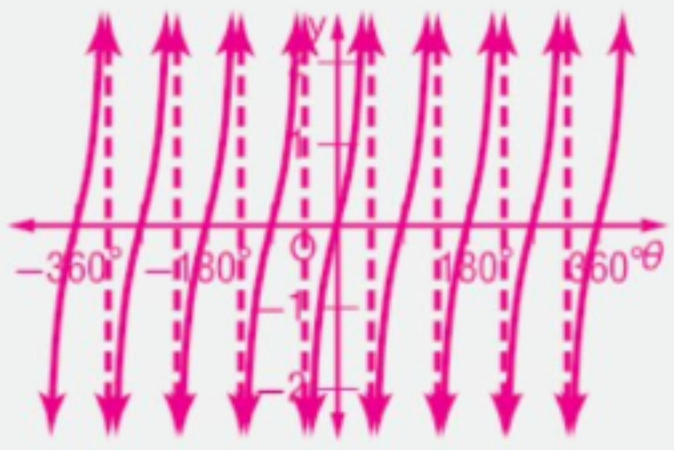
48. السعة: غير محددة، الفترة: 360°



49. السعة: غير محددة، الفترة: 360°



50. السعة: غير محددة، الفترة: 90°



11-7 التمثيل البياني للدوال المثلثية

أوجد السعة، إن وجدت، والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا. **46–51. انظر الهامش.**

46. $y = 4 \sin 2\theta$
47. $y = \cos \frac{1}{2}\theta$
48. $y = 3 \csc \theta$
49. $y = 3 \sec \theta$
50. $y = \tan 2\theta$
51. $y = 2 \csc \frac{1}{2}\theta$

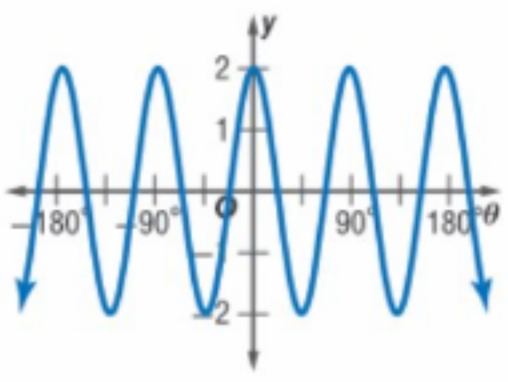
52. عندما تقفز هناء على منصّة قفز تهتز المنصة بتردد 10 هرتز. افترض أن السعة تساوي 1.5 متر. اكتب معادلة sine لتمثيل تردد منصة القفز y كدالة للزمن t.
$y = 1.5 \sin 20\pi t$

مثال 10

أوجد سعة وفترة $y = 2 \cos 4\theta$. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

السعة: $|a| = |2|$ أو 2. التمثيل البياني ممدد رأسيًا، ولذا فالقيمة العظمى هي 2 والقيمة الصغرى هي -2.

الفترة:
$$\frac{360^\circ}{|b|} = \frac{360^\circ}{|4|} = 90^\circ$$

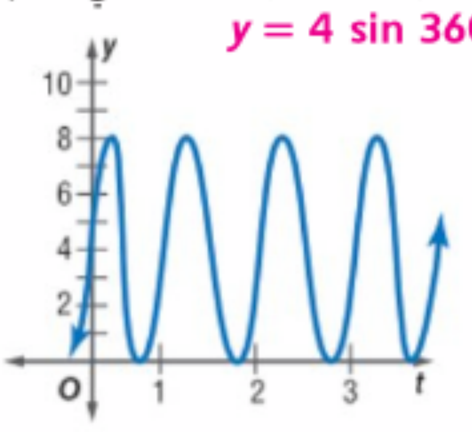


11-8 إزاحة التمثيلات البيانية للدوال المثلثية

اذكر الإزاحة الرأسية والسعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا. **53–57. انظر الهامش.**

53. $y = 3 \sin [2(\theta - 90^\circ)] + 1$
54. $y = \frac{1}{2} \tan [2(\theta - 30^\circ)] - 3$
55. $y = 2 \sec \left[3\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right] + 2$
56. $y = \frac{1}{2} \cos \left[\frac{1}{4}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\right] - 1$
57. $y = \frac{1}{3} \sin \left[\frac{1}{3}(\theta - 90^\circ)\right] + 2$

58. يبين التمثيل البياني أدناه قيمة تقريبية للارتفاع y لحبل يقوم شخصان بتدويره كدالة للزمن t بالثواني. اكتب معادلة للدالة.
$y = 4 \sin 360t + 4$



مثال 11

اذكر الإزاحة الرأسية السعة والفترة وإزاحة الطور للدالة $y = 2 \sin \left[3\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] + 4$. ثم مثّل الدالة بيانيا.

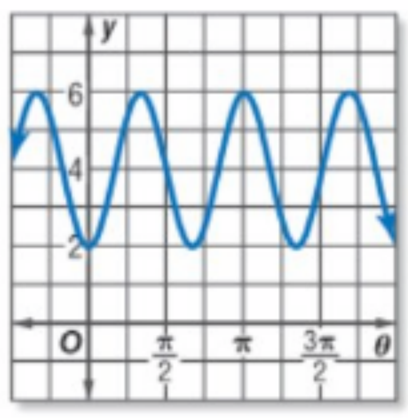
حدد قيم k و a و b و h.

$k = 4$. إذًا الإزاحة الرأسية تساوي 4.

$a = 2$. إذًا تساوي السعة 2.

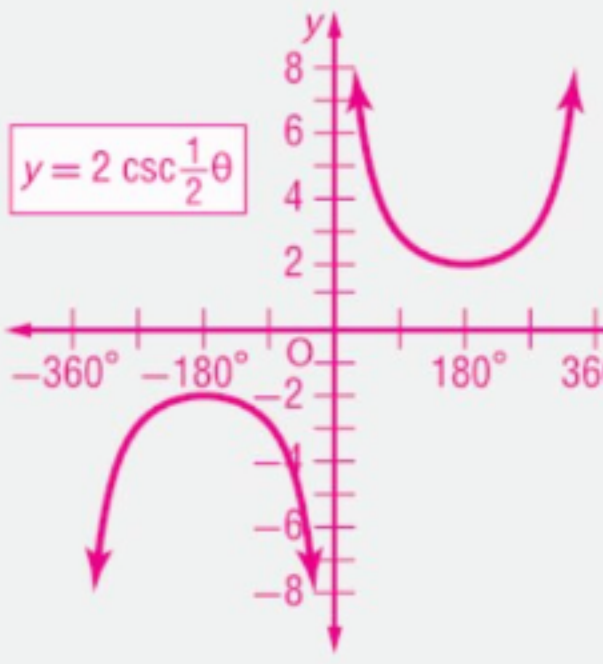
$b = 3$. إذًا الفترة تساوي $\frac{2\pi}{|3|}$ أو $\frac{2\pi}{3}$.

$h = -\frac{\pi}{2}$. تساوي إزاحة الطور $\frac{\pi}{2}$ إلى اليسار.

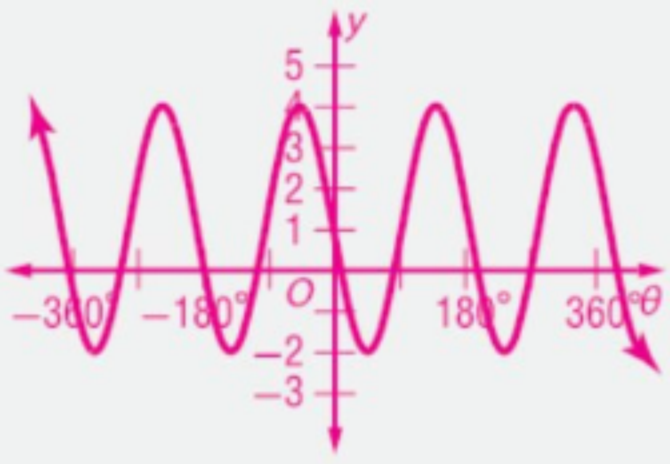


إجابات إضافية

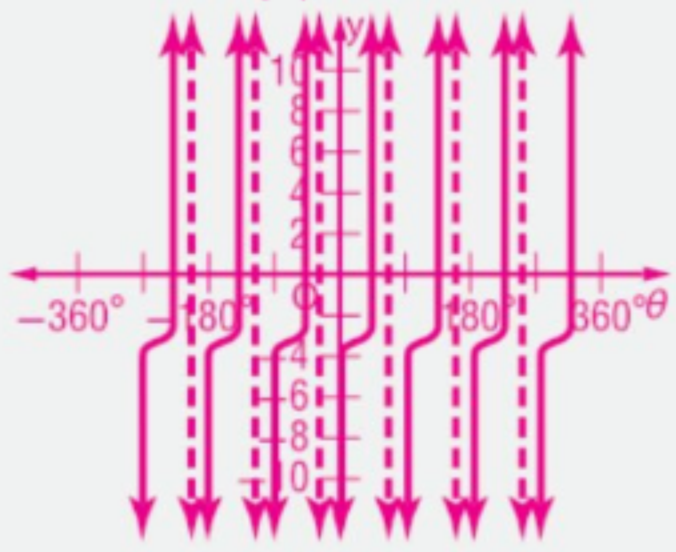
51. السعة: غير محددة، الفترة: 720°



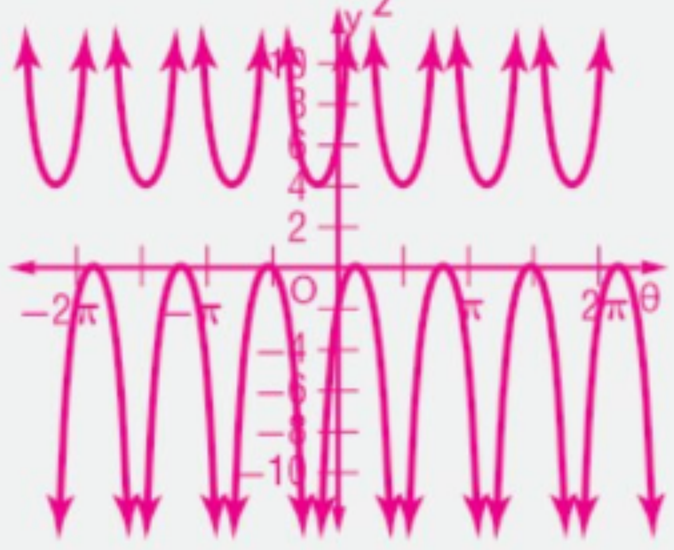
53. الإزاحة الرأسية: 1 إلى الأعلى، السعة: 3، الفترة: 180°، إزاحة الطور: 90° إلى اليمين



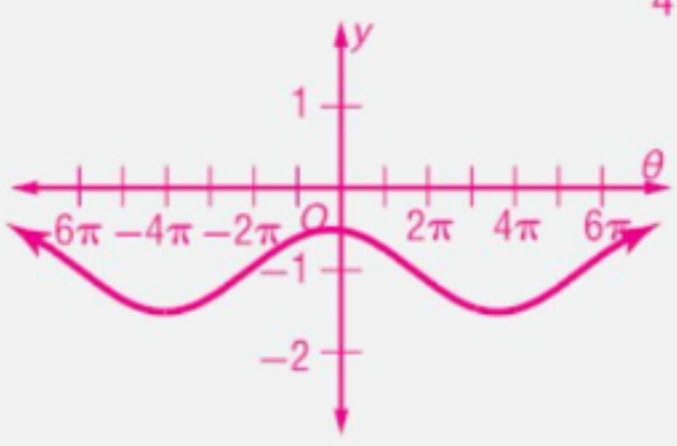
54. الإزاحة الرأسية: 3 إلى الأسفل، السعة: غير محددة، الفترة: 90°، إزاحة الطور: 30° إلى اليمين



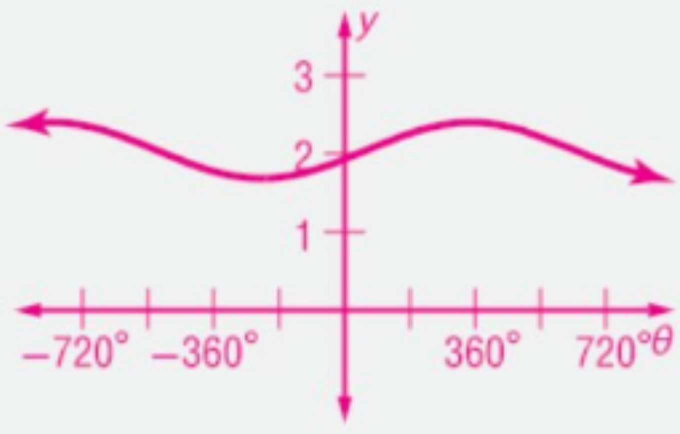
55. الإزاحة الرأسية: 2 إلى الأعلى، السعة: غير محددة، الفترة: $\frac{2\pi}{3}$، إزاحة الطور: $\frac{\pi}{2}$ إلى اليمين



56. الإزاحة الرأسية: 1 إلى الأسفل، السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: 4π، إزاحة الطور: $\frac{\pi}{4}$ إلى اليسار



57. الإزاحة الرأسية: 2 إلى الأعلى، السعة: $\frac{1}{3}$، الفترة: 1080°، إزاحة الطور: 90° إلى اليمين



دليل الدراسة والمراجعة تابع

الوحدة 11

11-9 الدوال المثلثية العكسية

أوجد قيمة كل دالة مثلثية عكسية. اكتب قياسات الزوايا بالدرجات والراديان.

59. $\text{Sin}^{-1}(1)$ $90°, \frac{\pi}{2}$

60. $\text{Arctan}(0)$ $0°, 0$

61. $\text{Arcsin}\frac{\sqrt{3}}{2}$ $60°, \frac{\pi}{3}$

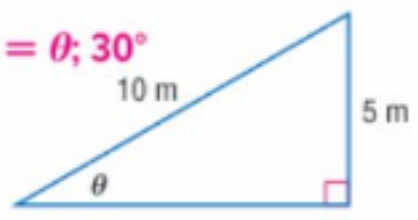
62. $\text{Cos}^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}$ $45°, \frac{\pi}{4}$

63. $\text{Tan}^{-1}1$ $45°, \frac{\pi}{4}$

64. $\text{Arccos}\,0$ $90°, \frac{\pi}{2}$

65. **المنحدرات** يبلغ ارتفاع منحدر دراجات 5 أمتار ويبلغ طوله 10 أمتار كما هو موضح أدناه. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها في إيجاد θ وهي الزاوية التي يشكلها المنحدر مع الأرض. ثم أوجد الزاوية.

$\text{Sin}^{-1}\frac{5}{10} = \theta;\ 30°$



أوجد قيم كل دالة مثلثية عكسية. قرب إلى أقرب جزء من المئة إذا لزم الأمر.

66. $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{3}\right)$ 2.83

67. $\sin\left(\text{Arcsin} -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ -0.71

68. $\sin(\text{Tan}^{-1}0)$ 0

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

69. $\text{Tan}\,\theta = -1.43$ $-55.0°$

70. $\text{Sin}\,\theta = 0.8$ $53.1°$

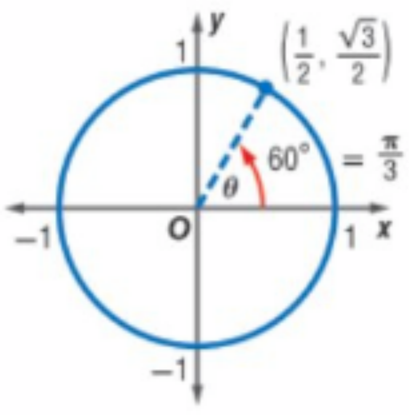
71. $\text{Cos}\,\theta = 0.41$ $65.8°$

مثال 12

أوجد قيمة $\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}$. اكتب قياسات الزوايا بالدرجات والراديان.

أوجد الزاوية θ لـ $0° \leq \theta \leq 180°$ التي تساوي قيمة cosine لها $\frac{1}{2}$.

استخدام دائرة الوحدة.



أوجد نقطة على دائرة الوحدة التي يكون الإحداثي x لها يساوي $\frac{1}{2}$. عندما يكون $\theta = 60°$، $\text{Cos}\,\theta = \frac{1}{2}$.

إذًا، $\text{Cos}^{-1} = 60°$ أو $\frac{\pi}{3}$.

مثال 13

أوجد قيمة $\sin\left(\text{Tan}^{-1}\frac{1}{2}\right)$. قرّب إلى أقرب جزء من المئة.

استخدم حاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة:

SIN 2nd [TAN⁻¹] 1 ÷ 2)) ENTER 0.4472135955

إذًا، $\sin\left(\text{Tan}^{-1}\frac{1}{2}\right) \approx 0.45$.

مثال 14

إذا كان $\text{Cos}\,\theta = 0.72$، فأوجد θ.

استخدم حاسبة.

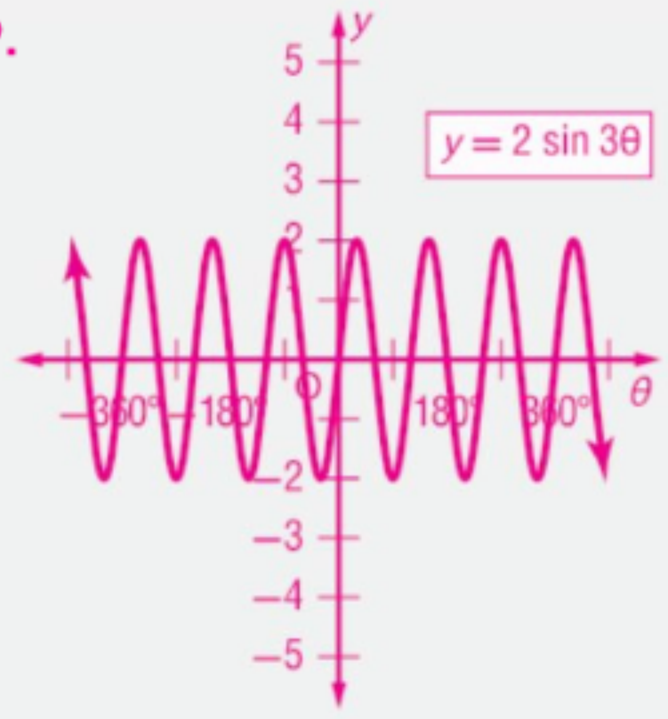
خطوات العملية على الحاسبة:

2nd [COS⁻¹] .72) ENTER 43.9455195623

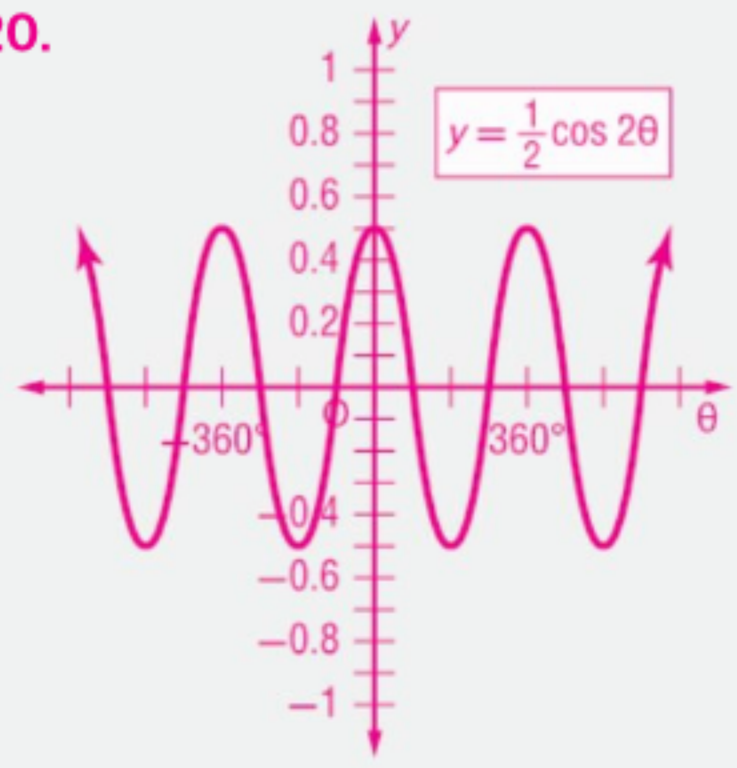
إذًا، $\theta \approx 43.9°$.

إجابات إضافية (تدريب على الاختبار)

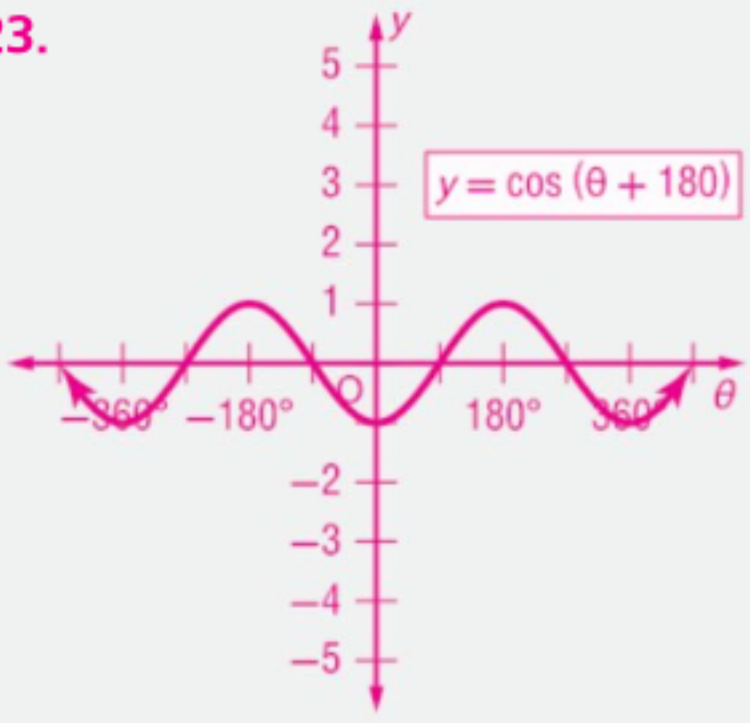
19.



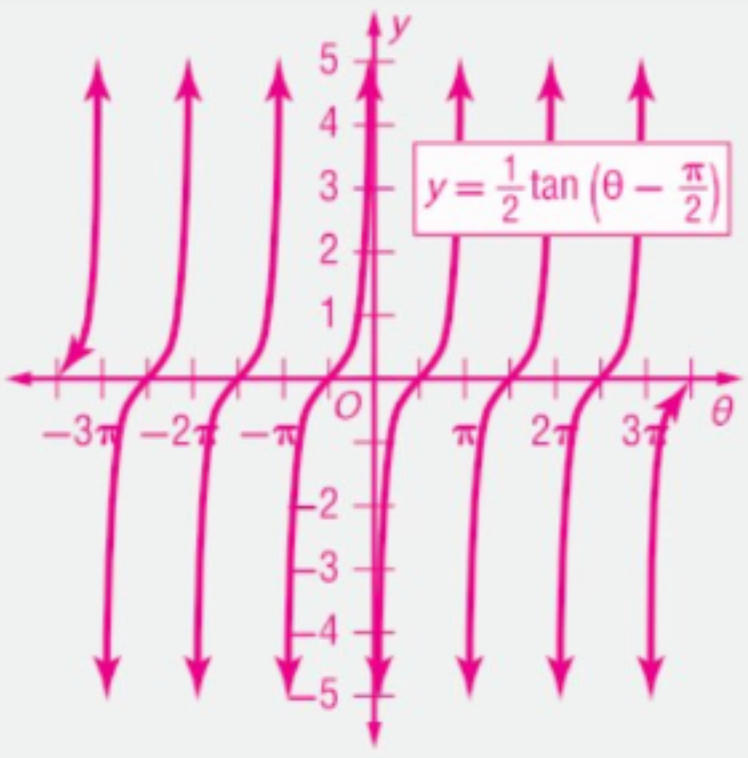
20.



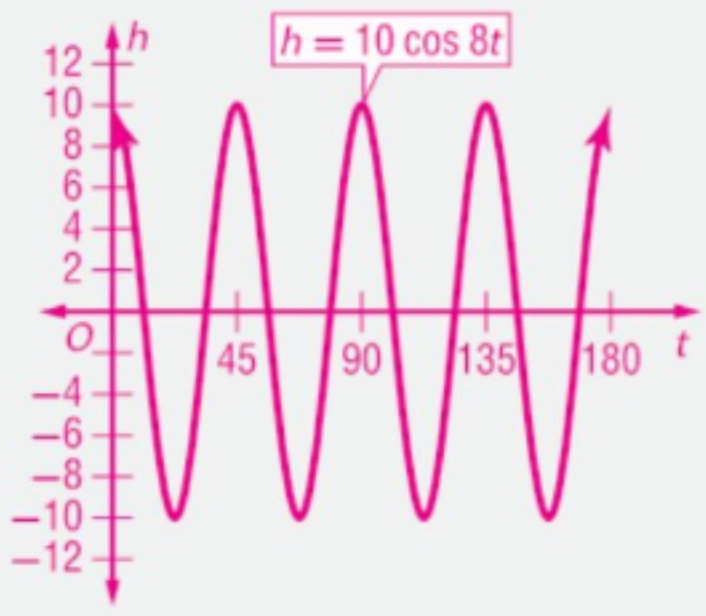
23.



24.

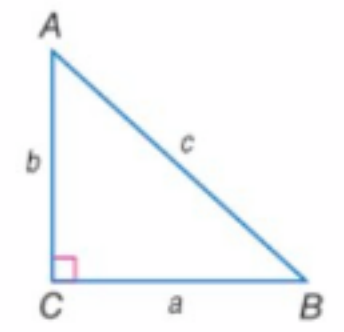


25.



الوحدة 11 تدريب على الاختبار

حُـلّ $\triangle ABC$ باستخدام القياسات المعطاة. قرِّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



1. $A = 36°, c = 9$ $B = 54°, a = 5.3, b = 7.3$
2. $a = 12, A = 58°$ $B = 32°, c = 14.2, b = 7.5$
3. $B = 85°, b = 8$ $A = 5°, c = 8.0, a = 0.7$
4. $a = 9, c = 12$ $b = 7.9, B = 41°, A = 49°$

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

5. $325°$ $\frac{65\pi}{36}$
6. $-175°$ $-\frac{35\pi}{36}$
7. $\frac{9\pi}{4}$ $405°$
8. $-\frac{5\pi}{6}$ $-150°$

9. حدد ما إذا كان $\triangle ABC$ الذي يحتوي على الزوايا $A = 110°$ و $a = 16$ و $b = 21$ لا يوجد له حل أم حل واحد أم حلان. ثم أوجد حل المثلث إن أمكن. وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

لا يوجد حل

أوجد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية. اكتب قياس الزوايا بالدرجات.

10. $\cos(-90°)$ 0
11. $\sin 585°$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
12. $\cot \frac{4\pi}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
13. $\sec\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$ $\sqrt{2}$
14. $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{4}{5}\right)$ $\frac{3}{4}$
15. $\text{Arccos}\frac{1}{2}$ $60°$

16. يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة في النقطة $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

$\cos\theta = \frac{1}{2}, \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

17. **الاختيار من متعدد** ما الزاوية التي تكون قيمة ظلها وقيمة sine سالبتين؟ D

A $65°$

B $120°$

C $265°$

D $310°$

18. **الملاحة** تقيس الطائرات والسفن المسافة بالأميال البحرية. ويمكن استخدام القانون 1 ميل بحري $= 6077 - 31\cos 2\theta$ قدم، حيث θ هي خط العرض بالدرجات، في إيجاد الطول التقريبي للميل البحري عند خط عرض معين. أوجد طول الميل البحري عندما يكون خط العرض يساوي $120°$. 6092.5 ft

أوجد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

19–20. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

19. $y = 2\sin 3\theta$ $2, 120°$
20. $y = \frac{1}{2}\cos 2\theta$ $\frac{1}{2}, 180°$

21. **الاختيار من متعدد** ما فترة الدالة $y = 3\cot\theta$؟ G

F $120°$

G $180°$

H $360°$

J $1080°$

22. حدّد إذا ما كان ينبغي حلّ $\triangle XYZ$ الذي معطياته $y = 15$ و $z = 9$ و $X = 105°$ عبر البدء بقانون الـ Sines أم قانون الـ Cosines. ثمّ حلّ المثلث. وقرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزءٍ من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

قانون الـ Cosines؛ $Y \approx 48°$، $x \approx 19.4$، $Z \approx 27°$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

23. $y = \cos(\theta + 180)$ $1, 360°, -180°$
24. $y = \frac{1}{2}\tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ غير موجودة , $\pi, \frac{\pi}{2}$

25. **العجلات** ساقية مياه قطرها 20 مترًا. وتكمل دورة كاملة في 45 ثانية. افترض أن الارتفاع عند أعلى الساقية يمثل الارتفاع عندما يساوي الزمن 0. اكتب معادلة ارتفاع النقطة h في الرسم التخطيطي أدناه كدالة للزمن t. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

$h = 10\cos 8t$؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

1 التركيز

الهدف تطبيق إستراتيجية استخدام حاسبة علمية لحل مسائل الاختبار المعياري.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- هل ينبغي استخدام الحاسبة العلمية لحل جميع المسائل في الاختبار المعياري؟ الإجابة النموذجية: لا. فبعض المسائل يكون من المجدي فيها أكثر الحل الذهني أو الحل اليدوي.
- ما نوع المسائل التي يكون الأسلوب الأمثل فيها استخدام الحاسبة العلمية؟ الإجابة النموذجية: المسائل التي تشتمل على حسابات معقدة أو دوال لوغاريتمية أو دوال أسية أو دوال مثلثية أو جذور تربيعية هي أمثلة على المسائل التي يكون من الأمثل فيها استخدام الحاسبة العلمية.

الوحدة 11 التحضير للاختبارات المعيارية

استخدام حاسبة علمية

تعتبر الحاسبة العلمية وحاسبة التمثيل البياني من الأدوات الفعالة لحل المسائل. وكما رأيت، تتضمن بعض مسائل الاختبارات التي تواجهها خطوات أو عمليات حسابية تتطلب استخدام حاسبة علمية.

إستراتيجيات استخدام حاسبة علمية

الخطوة 1

تعرف على الوظائف المتعددة التي تقوم بها الحاسبة العلمية إلى جانب المواقف التي ينبغي استخدامها فيها.

- **الرمز العلمي**—لحساب الأعداد الكبيرة
- **الدوال الأسيّة واللوغاريتمية**—مسائل النمو والاضمحلال والمرابحة المركبة
- **الدوال المثلثية**—المسائل المتعلقة بالزوايا والمثلثات ومسائل القياسات غير المباشرة
- **الجذور التربيعية والجذور النونية** n—المسافة على المستوى الإحداثي، نظرية فيثاغورث

الخطوة 2

استخدم الحاسبة العلمية أو حاسبة التمثيل البياني في حل المسألة.

- تذكر الحل بأكبر قدر ممكن من الكفاءة. فيمكن إجراء بعض الخطوات ذهنيًا أو باليد، بينما في خطوات أخرى يجب استخدام الحاسبة.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة وحدد ما تحتاج لمعرفته، ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

عندما تقف خديجة على مسافة 18 مترًا من قاعدة شجرة، فإنها تشكل زاوية مقدارها °57 من أعلى الشجرة. فما ارتفاع الشجرة إلى أقرب جزء من عشرة؟

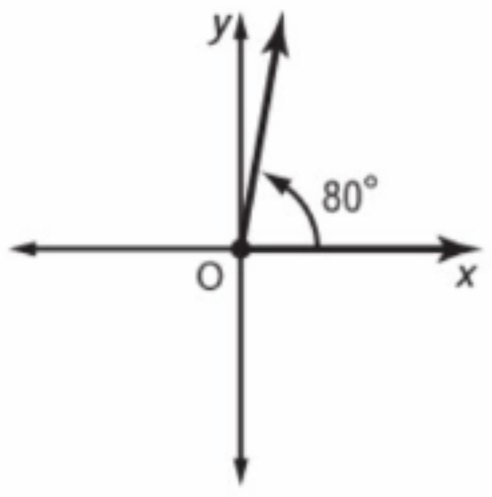
A 27.7 m
B 28.5 m
C 29.2 m
D 30.1 m

الدرس 11-1 (تمرين موجّه)

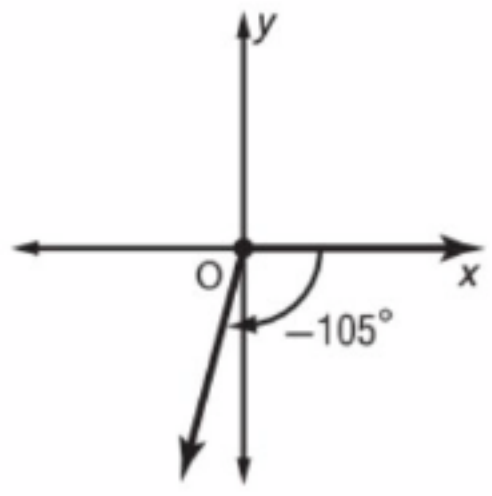
1. $\sin B = \frac{15}{17}, \cos B = \frac{8}{17}, \tan B = \frac{15}{8}, \csc B = \frac{17}{15}, \sec B = \frac{17}{8},$
$\cot B = \frac{8}{15}$

الدرس 11-2 (تمرين موجّه)

1A.



1B.



الدرس 11-2

52. استخدم التناسب.

$$\frac{\text{قياس الزاوية المركزية}}{\text{قياس الدائرة كلها}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}}$$

$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{s}{2\pi r}$ عوّض.

$2\pi r\theta = 2\pi s$ أوجد نواتج الضرب التبادلي.

$r\theta = s$ اقسم الطرفين على 2π.

53. تمثّل الدرجة الواحدة قياس زاوية تساوي $\frac{1}{360}$ من الدوران حول دائرة. الراديان الواحد يمثّل قياس زاوية في الوضع القياسي تحصر قوسًا طوله r. للتحويل من الدرجات إلى الراديان، اضرب عدد الدرجات في $\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}$. للتحويل من وحدات الراديان إلى الدرجات، اضرب عدد وحدات الراديان في $\frac{180°}{\pi \text{راديان}}$.

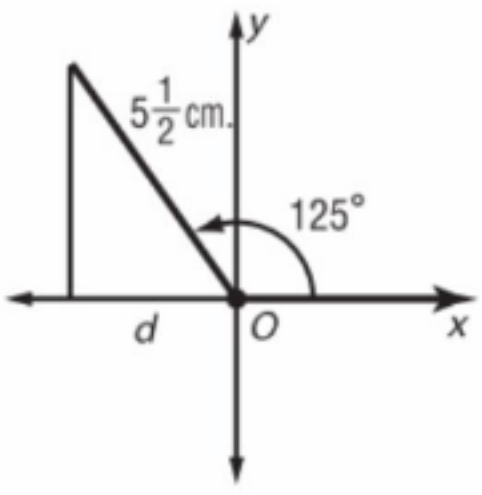
58. $\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{205}}$ أو $\frac{3\sqrt{205}}{205}$, $\cos \theta = \frac{14}{\sqrt{205}}$ أو $\frac{14\sqrt{205}}{205}$,
$\tan \theta = \frac{3}{14}, \csc \theta = \frac{\sqrt{205}}{3}, \sec \theta = \frac{\sqrt{205}}{14}, \cot \theta = \frac{14}{3}$

59. $\sin \theta = \frac{\sqrt{259}}{22}, \cos \theta = \frac{15}{22}, \tan \theta = \frac{\sqrt{259}}{15}, \csc \theta = \frac{22}{\sqrt{259}}$
أو $\frac{22\sqrt{259}}{259}, \sec \theta = \frac{22}{15}, \cot \theta = \frac{15}{\sqrt{259}}$ أو $\frac{15\sqrt{259}}{259}$

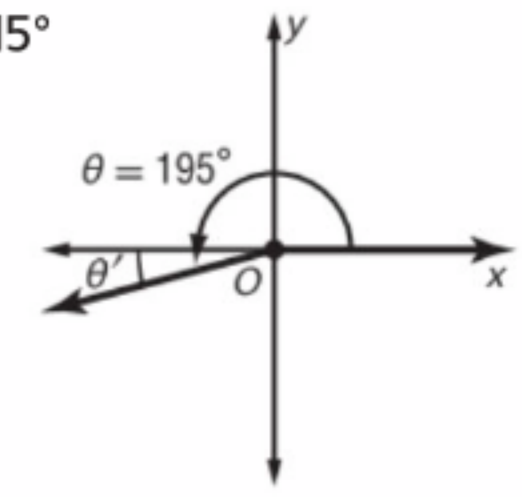
60. $\sin \theta = \frac{11}{\sqrt{290}}$ أو $\frac{11\sqrt{290}}{290}$, $\cos \theta = \frac{13}{\sqrt{290}}$ أو $\frac{13\sqrt{290}}{290}$,
$\tan \theta = \frac{11}{13}, \csc \theta = \frac{\sqrt{290}}{11}, \sec \theta = \frac{\sqrt{290}}{13}, \cot \theta = \frac{13}{11}$

الدرس 11-3

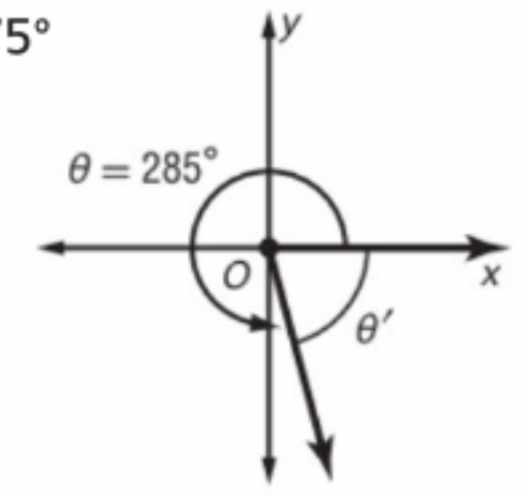
11a.



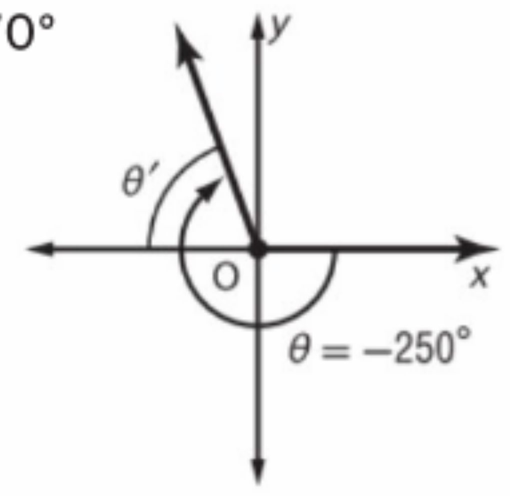
18. 15°



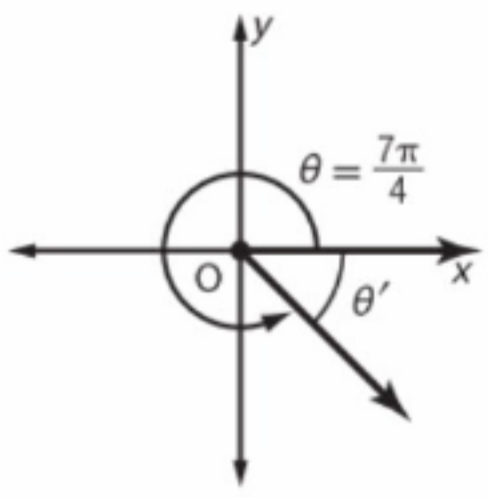
19. 75°



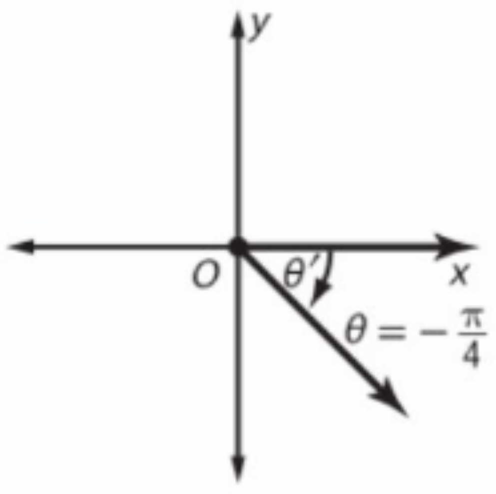
20. 70°



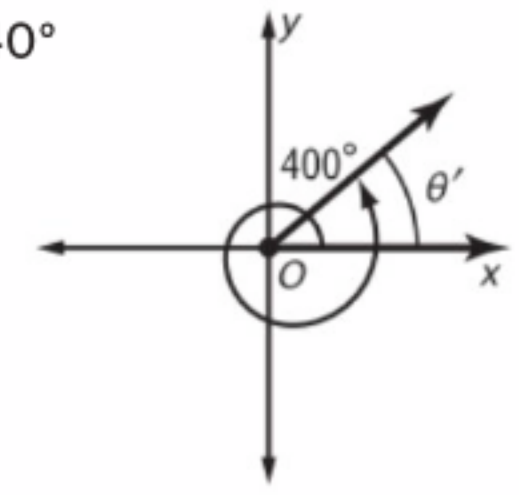
21. $\frac{\pi}{4}$



22. $\frac{\pi}{4}$



23. 40°



62. الإجابة النموذجية:

الخطوة 1: هناك 6 قرميدات في الصف العلوي، و $6 = 1^2 + 5(1)$. إذًا فإن الصيغة صحيحة عندما تكون $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أن هناك $k^2 + 5k$ من القرميد في الصفوف العلوية k عند قيمة صحيحة موجبة k.

الخطوة 3: لأن كل صف فيه قطعتي قرميد أكثر من الذي فوقه، فإنّ عدد القرميدات في الصفوف تشكّل متتالية حسابية. عدد القرميدات في الصف $(k + 1)$ هو $6 + [(k + 1) - 1](2)$ أو $2k + 6$. إذًا فإن عدد القرميدات في الصفوف العليا $k + 1$ هو $k^2 + 5k + (2k + 6)$ أو $k^2 + 7k + 6$. $k^2 + 7k + 6 = (k + 1)^2 + 5(k + 1)$. وهي الصيغة التي يتم إثباتها عندما يكون $n = k + 1$. وهكذا فإن الصيغة تكون صحيحة عندما يكون $n = k + 1$. لذلك فإن عدد القرميدات في الصفوف n العليا في $n^2 + 5n$ لجميع القيم الصحيحة الموجبة n.

الدرس 11-4

45. الإجابة النموذجية:

تعريف sine	$\sin A = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}}$
h = الضلع المقابل، c = الوتر	$\sin A = \frac{h}{c}$
اضرب الطرفين بـــ c.	$c \sin A = h$
مساحة المثلث	المساحة $= \frac{1}{2}$ القاعدة • الارتفاع
b = القاعدة، h = الارتفاع	المساحة $= \frac{1}{2} bh$
بالتعويض	المساحة $= \frac{1}{2} bc \sin A$

الدرس 11-5

37. الإجابة النموذجية: من أجل حل مثلث قائم الزاوية، يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال الأضلاع والنسب المثلثية لإيجاد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع. ومن أجل إيجاد حل مثلث غير قائم الزاوية، يمكنك استخدام قانون الـ Sine أو قانون الـ Cosine اعتمادًا على المعلومات المعطاة. فإذا كانت المعلومات المعطاة زاويتين وضلعًا أو ضلعين وزاوية مقابلة لأحدهما، فيمكنك استخدام قانون الـ Sine. وإذا كانت المعلومات المعطاة ضلعين وزاوية محصورة بينهما أو ثلاثة أضلاع، فيمكنك استخدام قانون الـ Cosine.

اختبار نصف الوحدة

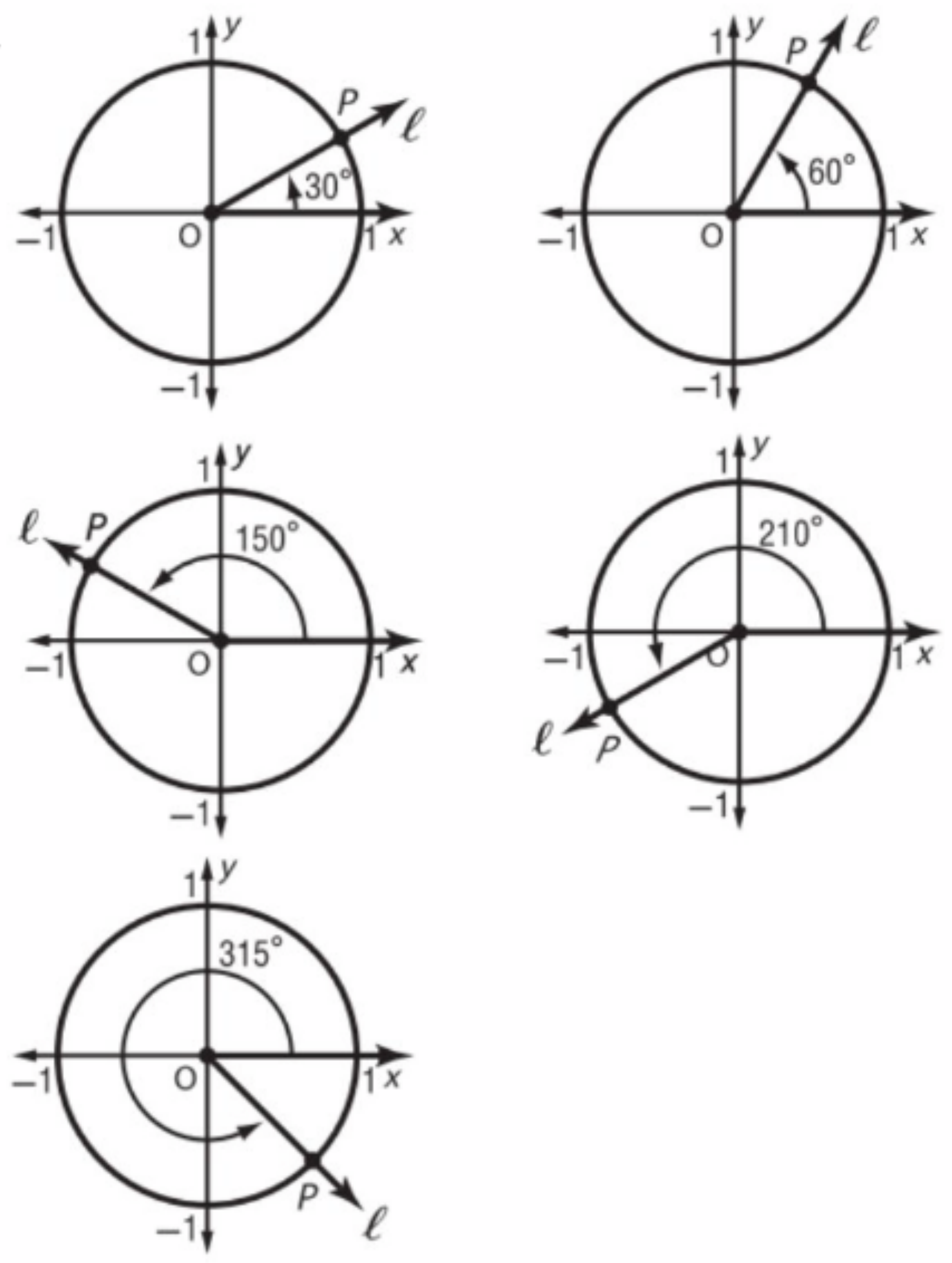
12. $\sin\theta = -1$, $\cos\theta = 0$, $\tan\theta =$ غير مُعرّفة. $\csc\theta = -1$, $\sec\theta =$ غير مُعرّفة. $\cot\theta = 0$

13. $\sin\theta = \frac{4}{5}$, $\cos\theta = \frac{3}{5}$, $\tan\theta = \frac{4}{3}$, $\csc\theta = \frac{5}{4}$, $\sec\theta = \frac{5}{3}$, $\cot\theta = \frac{3}{4}$

16. حلّان: $C = 59°, B = 83°, b = 29.0$
أو $C = 121°, B = 21°, b = 10.5$

الدرس 11-6

29a.



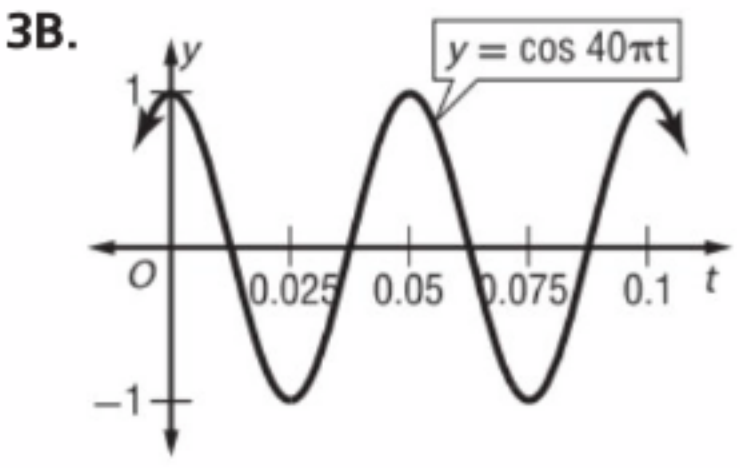
29b.

الزاوية	الميل
30	0.6
60	1.7
120	−1.7
150	−0.6
210	0.6
315	−1

29c. الإجابة النموذجية: يتوافق الميل مع ظل الزاوية. وعندما تكون $\theta = 120°$، يكون الإحداثي x بالنسبة لـ P هو $-\frac{1}{2}$ والإحداثي y هو $\frac{\sqrt{3}}{2}$؛ والميل $= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$. لأن التغير في $x = -\frac{1}{2}$ والتغير في $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$، والميل $= -\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right)$ أو نحو -1.7.

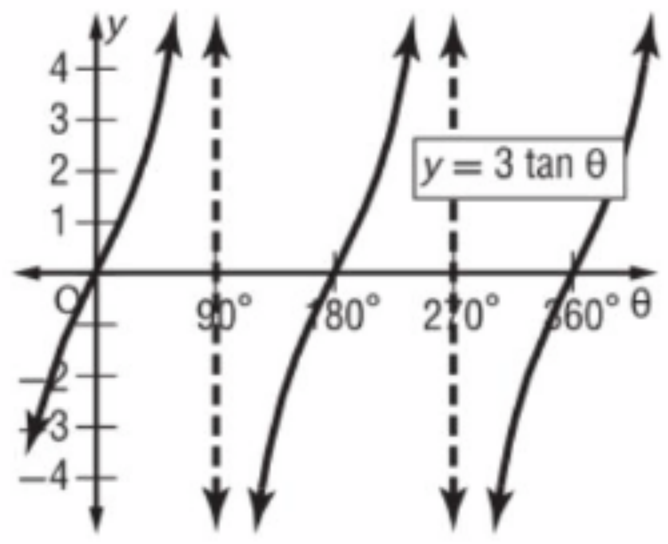
الدرس 11-7 (تمرين موجّه)

3B.

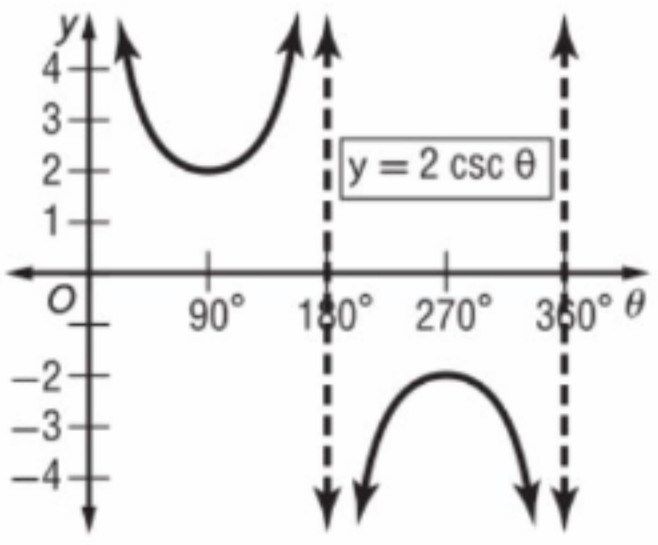


الدرس 11-7

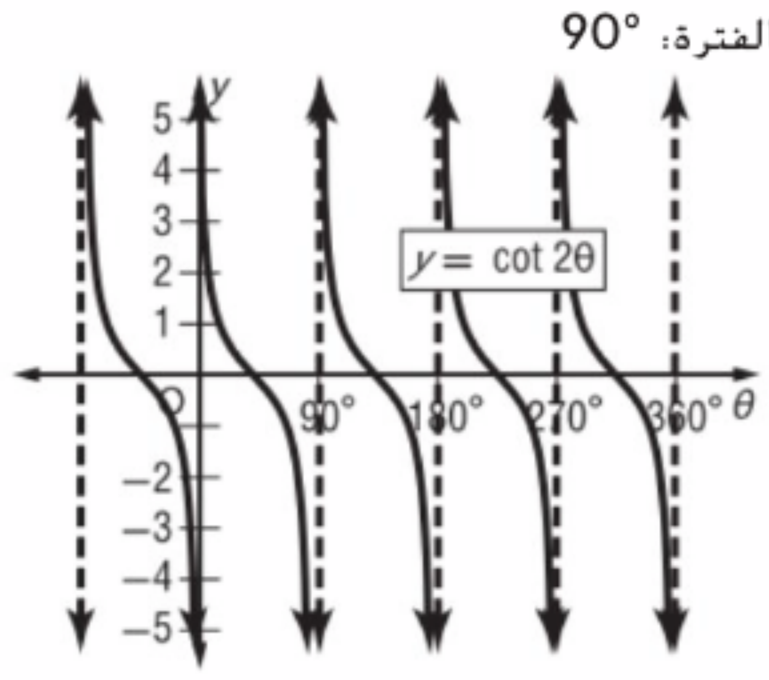
6. الفترة: 180°



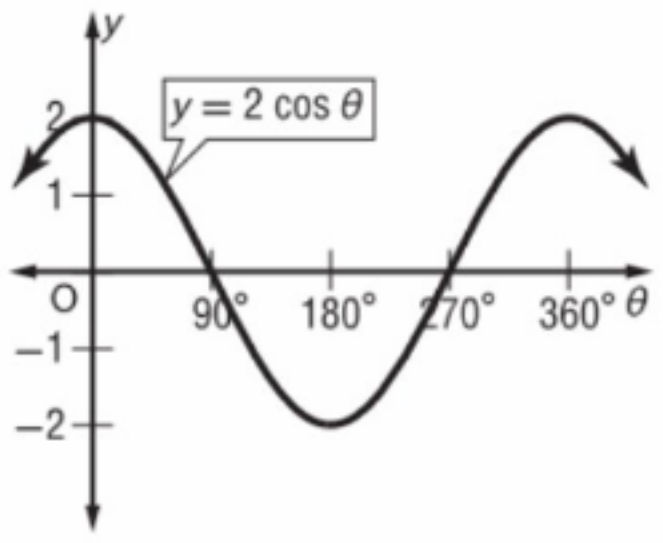
7. الفترة: 360°



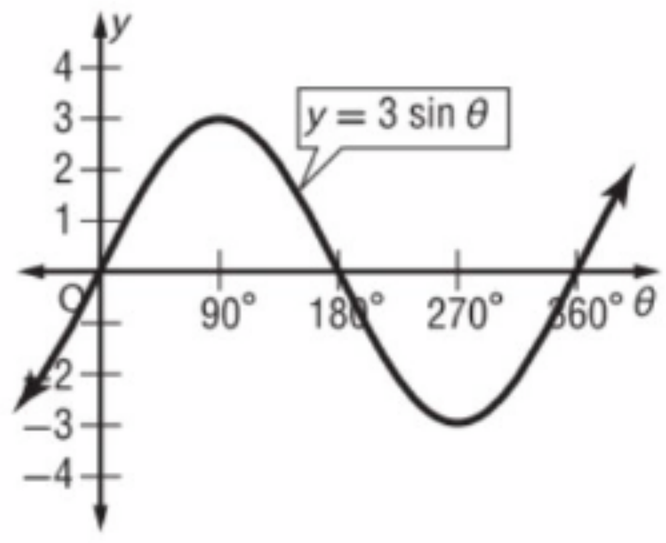
8. الفترة: 90°



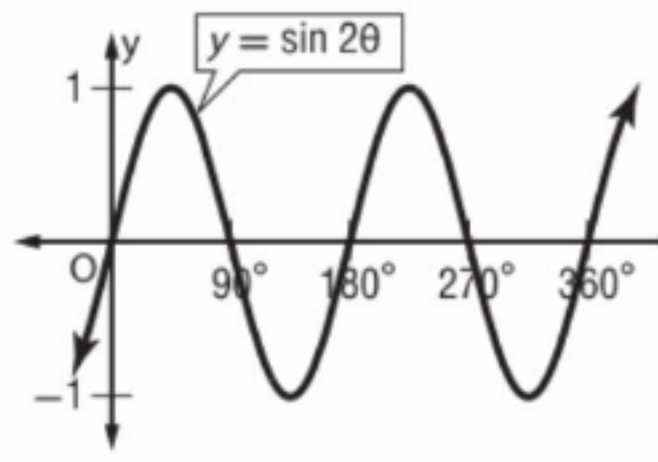
9. السعة: 2، الفترة: °360



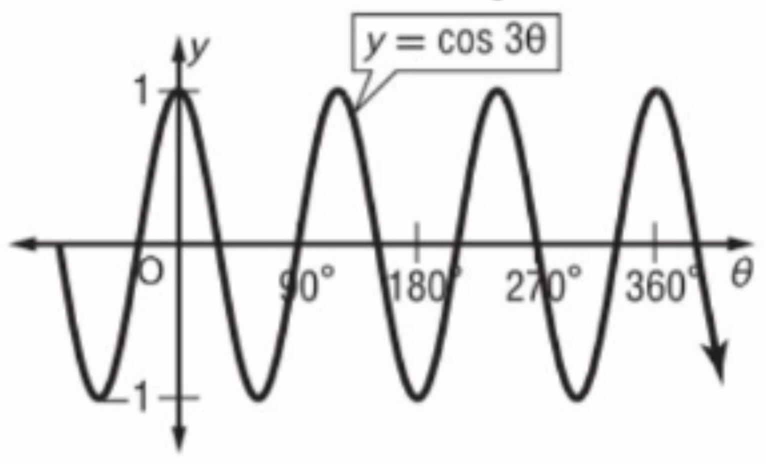
10. السعة: 3، الفترة: °360



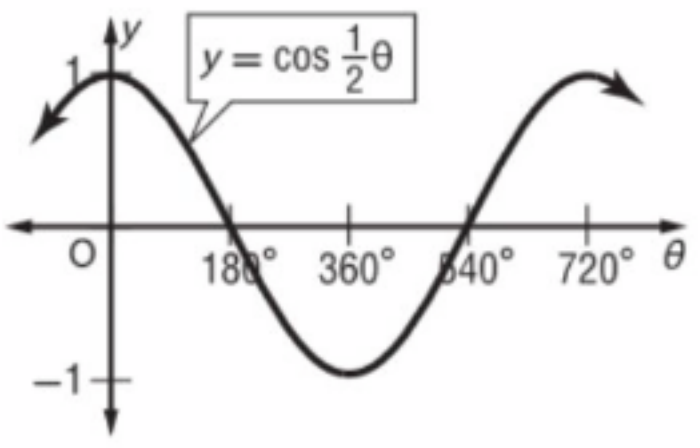
11. السعة: 1، الفترة: °180



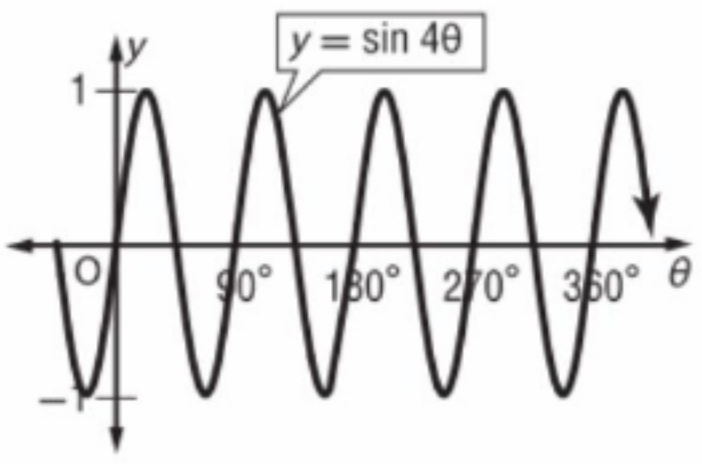
12. السعة: 1، الفترة: °120



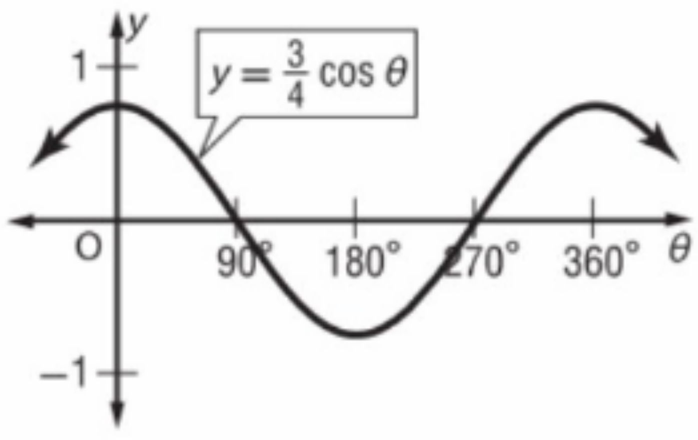
13. السعة: 1، الفترة: °720



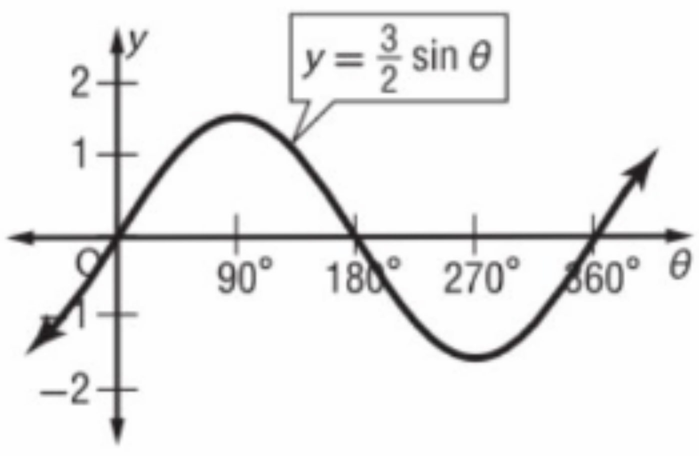
14. السعة: 1، الفترة: °90



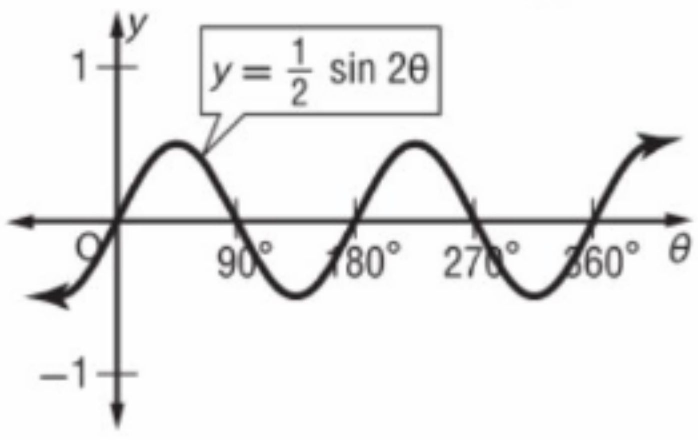
15. السعة: $\frac{3}{4}$، الفترة: °360



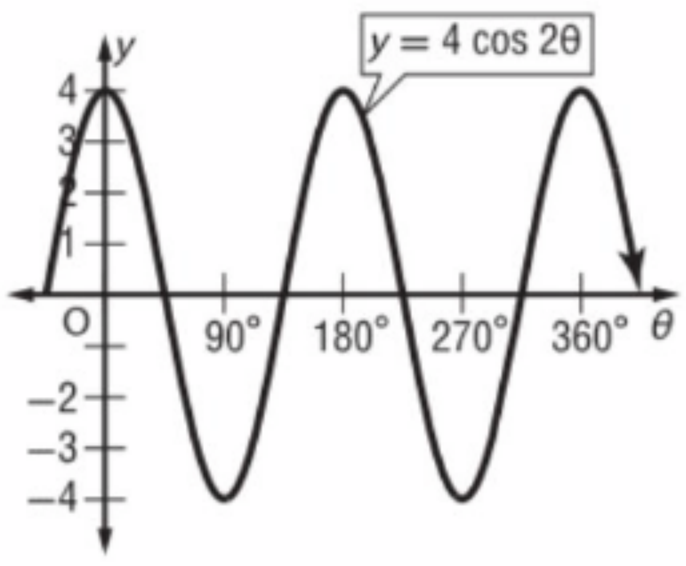
16. السعة: $\frac{3}{2}$، الفترة: °360



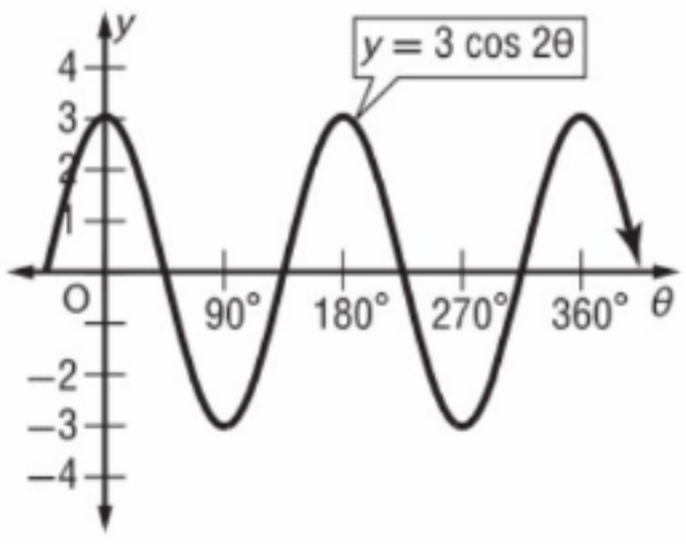
17. السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: °180



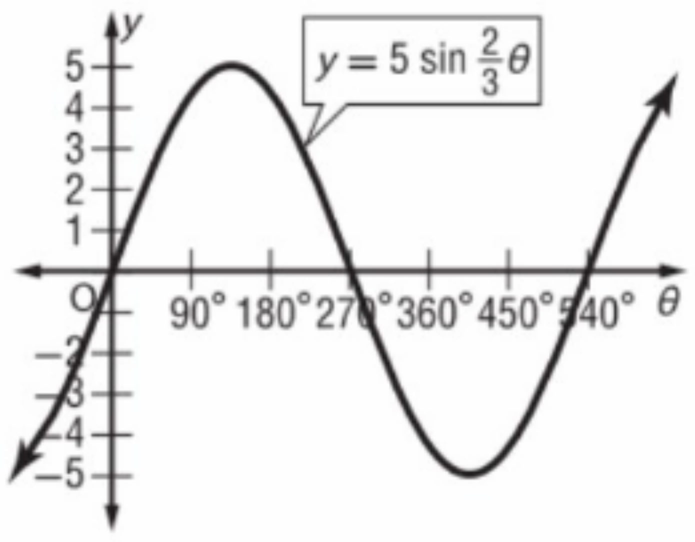
18. السعة: 4، الفترة: °180



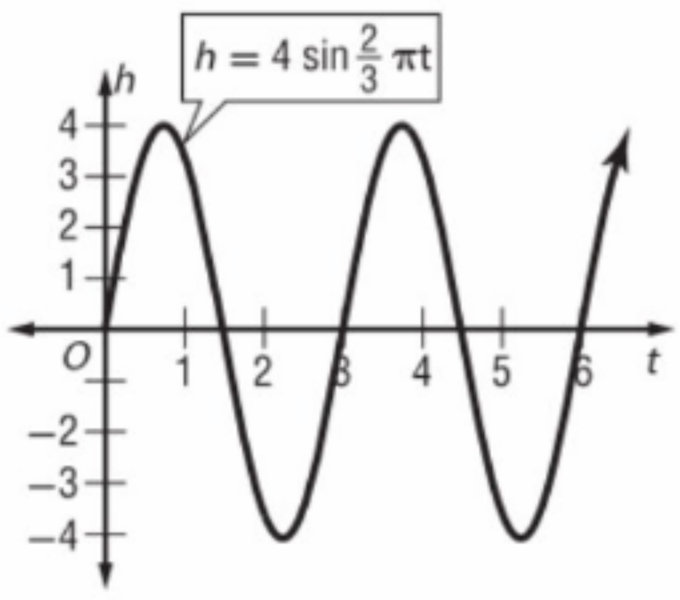
19. السعة: 3، الفترة: °180



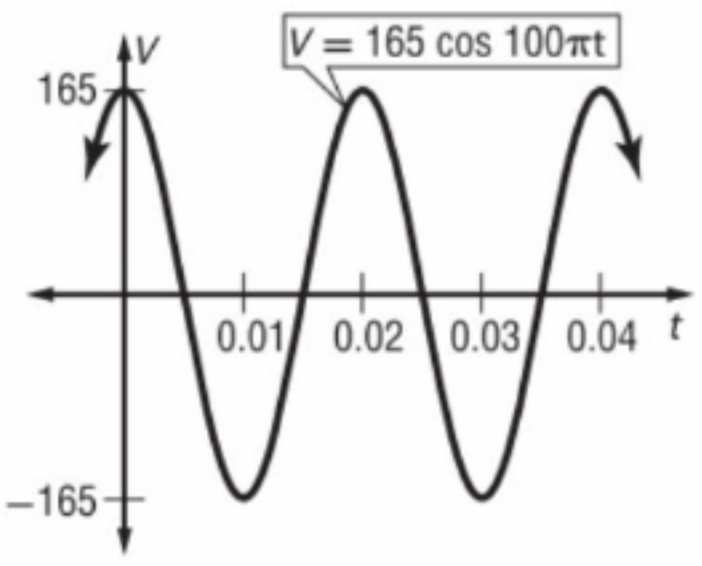
20. السعة: 5، الفترة: 540°



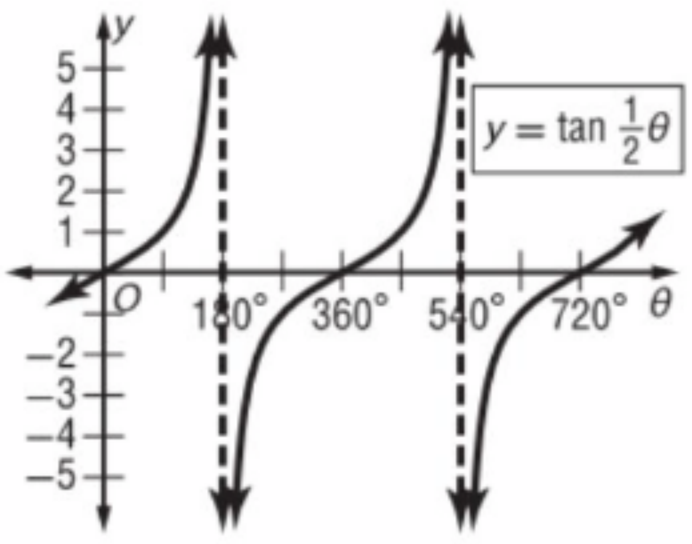
21b.



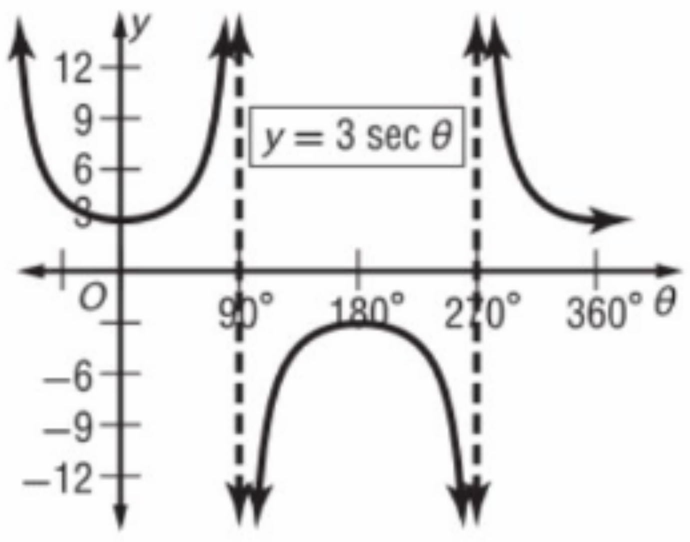
22b.



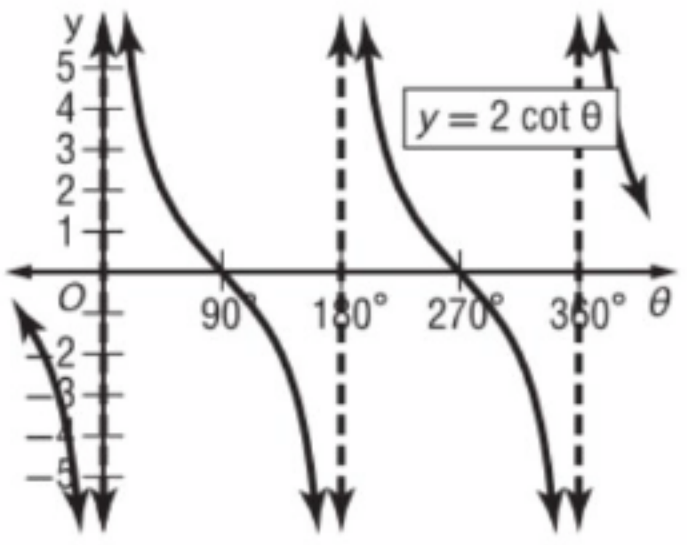
23. الفترة: 360°



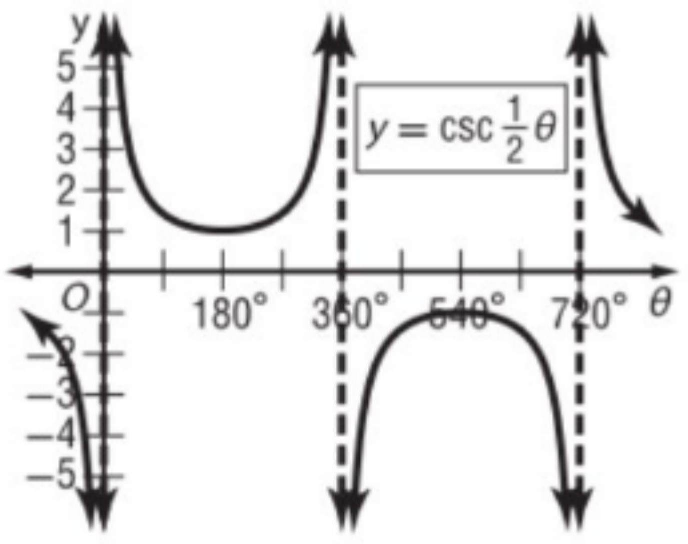
24. الفترة: 360°



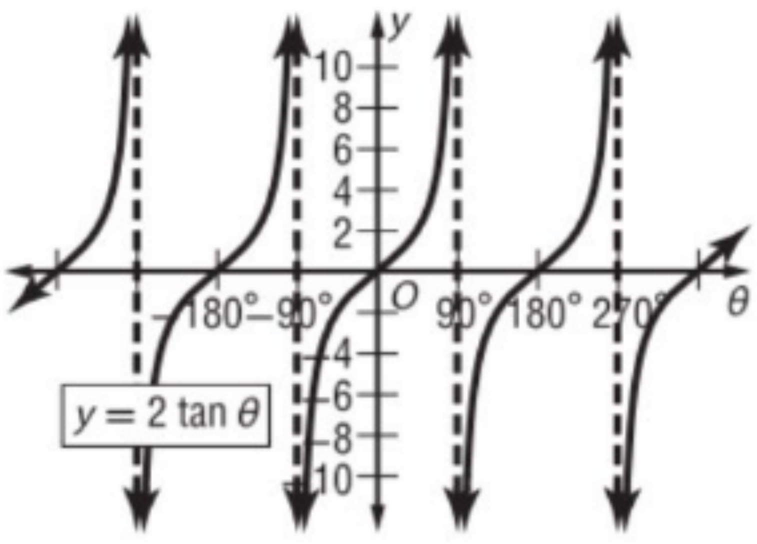
25. الفترة: 180°



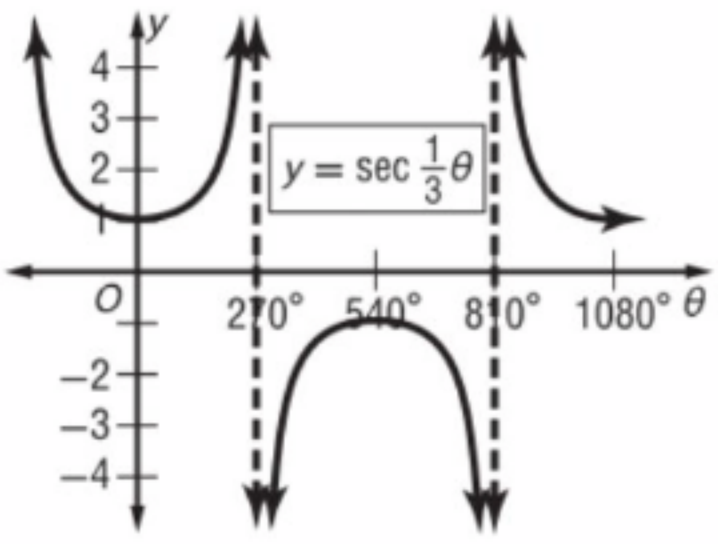
26. الفترة: 720°



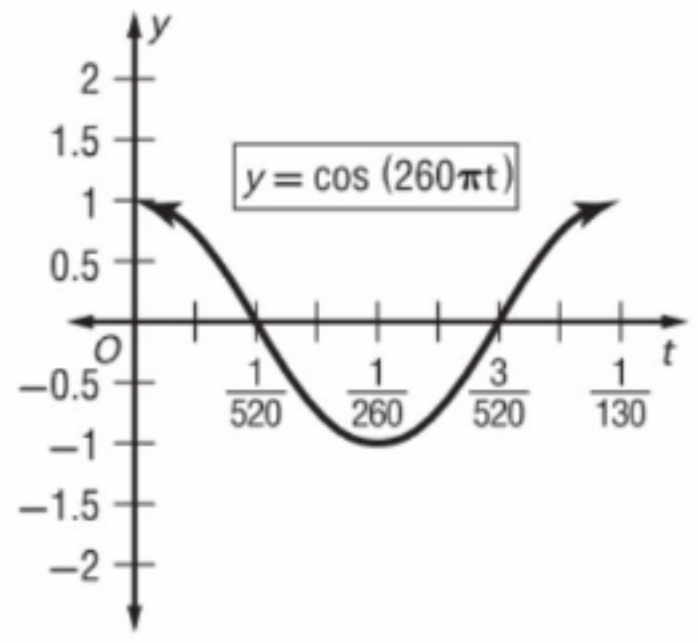
27. الفترة: 180°



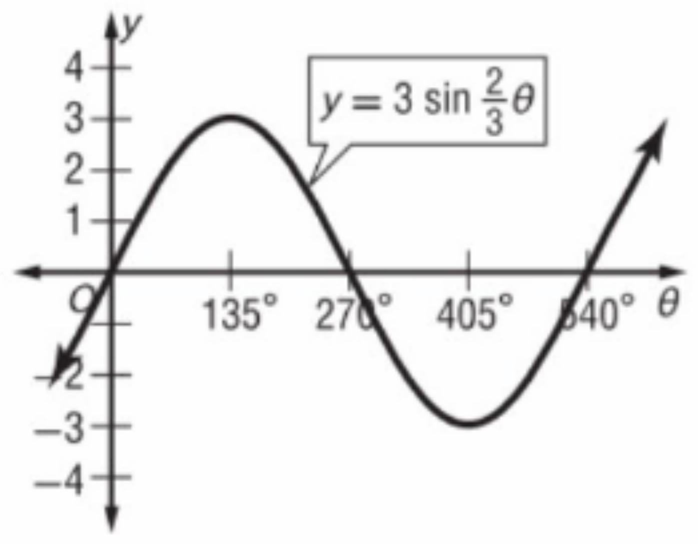
28. الفترة: 1080°



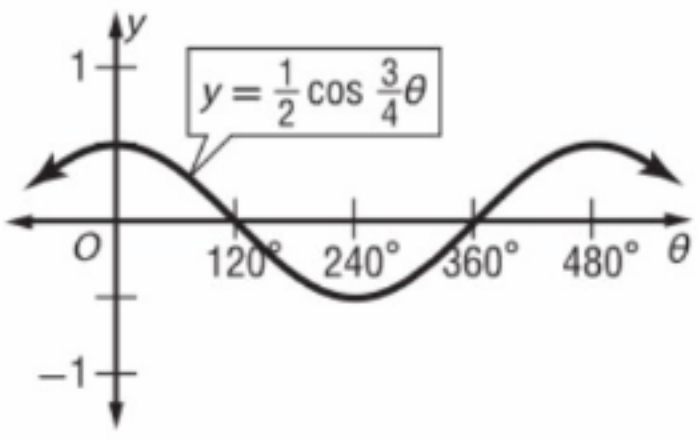
31a.



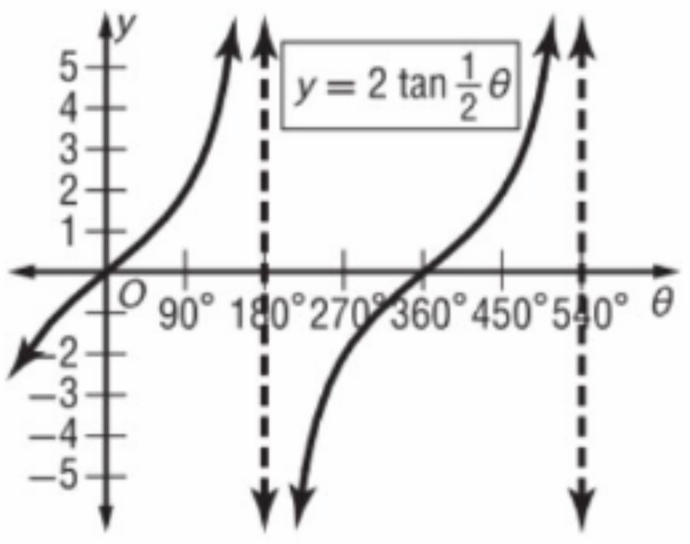
32. السعة: 3، الفترة: $540°$



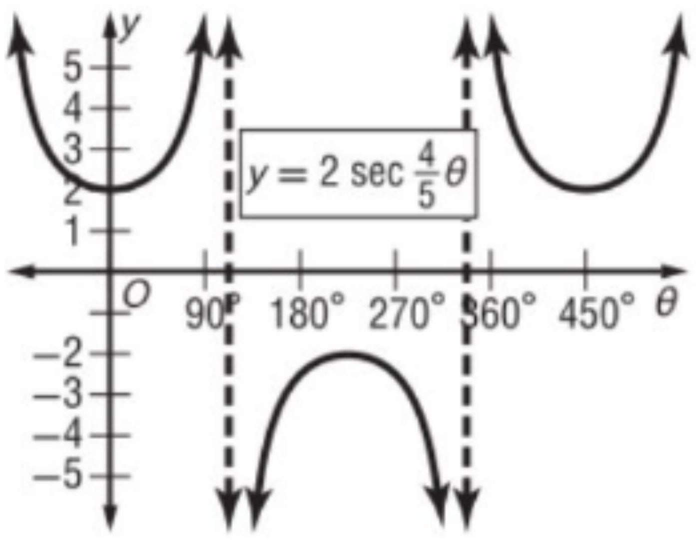
33. السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: $480°$



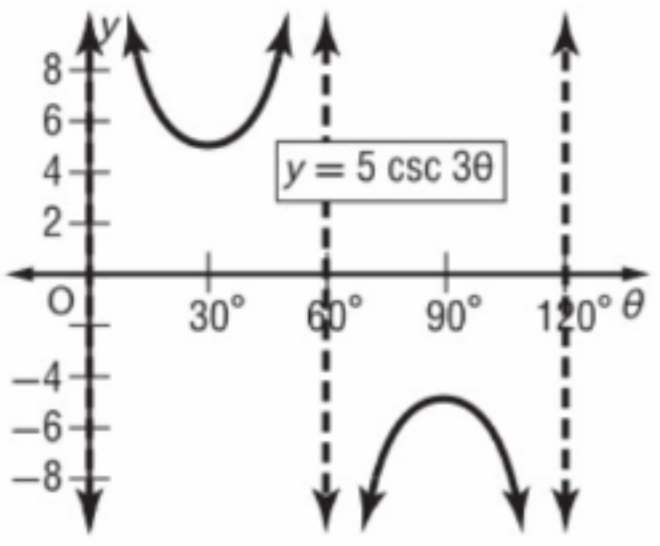
34. السعة: لا توجد، الفترة: $360°$



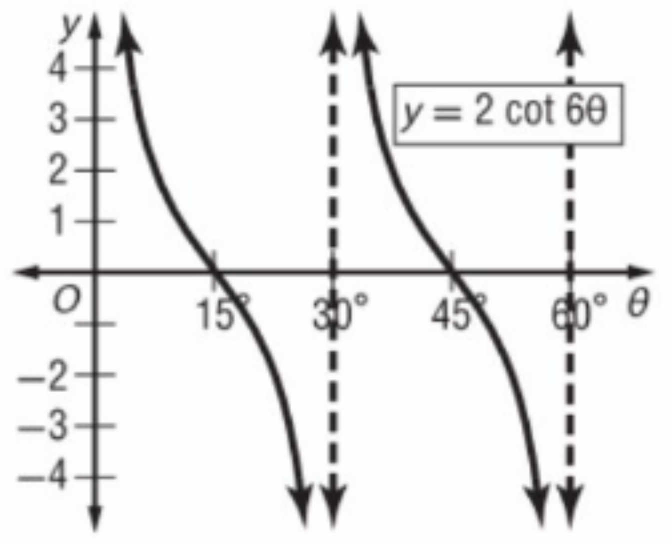
35. السعة: لا توجد، الفترة: $450°$



36. السعة: لا توجد، الفترة: $120°$



37. السعة: لا توجد، الفترة: $30°$



44. الإجابة النموذجية: حدد سعة الدالة وفترتها، ثم أوجد أي نقاط تقاطع مع المحور x وقيم قصوى وخطوط مقاربة ومثلها بيانيًا، واستخدم الدالة الأصلية لرسم التمثيل البياني.

الاستكشاف 8-11

1. D: Y1. {جميع الأعداد الحقيقية} = $R = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$.
D: Y2. {جميع الأعداد الحقيقية} = $R = \{y \mid 1 \le y \le 3\}$.
D: Y3. {جميع الأعداد الحقيقية} = $R = \{y \mid -4 \le y \le 2\}$؛
Y1 − Y3: D = {جميع الأعداد الحقيقية} $R = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$.

4. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \sin(2\theta) + 4$ يمر عبر دورتين بقياس $360°$. والتمثيل البياني لـ $y = \sin\theta + 4$ يمر عبر دورة واحدة بقياس $360°$.

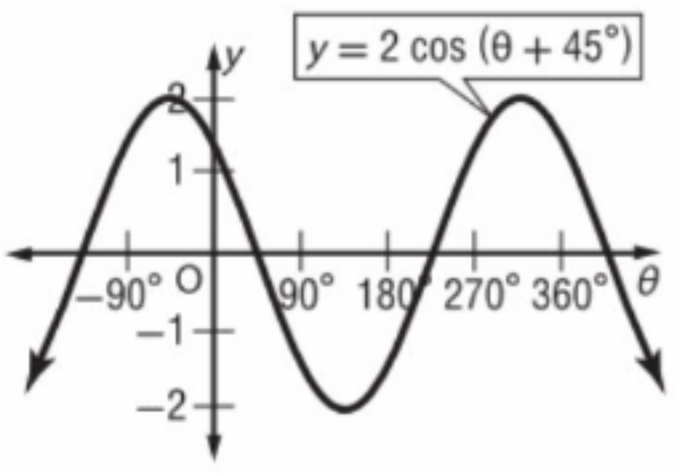
5. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \cos\frac{1}{2}(\theta + 45°)$ قد تمت إزاحته بمقدار $45°$ يسارًا عن التمثيل البياني لـ $y = \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right)$.

6. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = 2\sin\theta - 1$ قد تمت إزاحته للأسفل بمقدار وحدة واحدة عن التمثيل البياني لـ $y = 2\sin\theta$.

7. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \cos(\theta - 90°) - 3$ قد تمت إزاحته بمقدار $90°$ يمينًا عن التمثيل البياني لـ $y = \cos\theta - 3$.

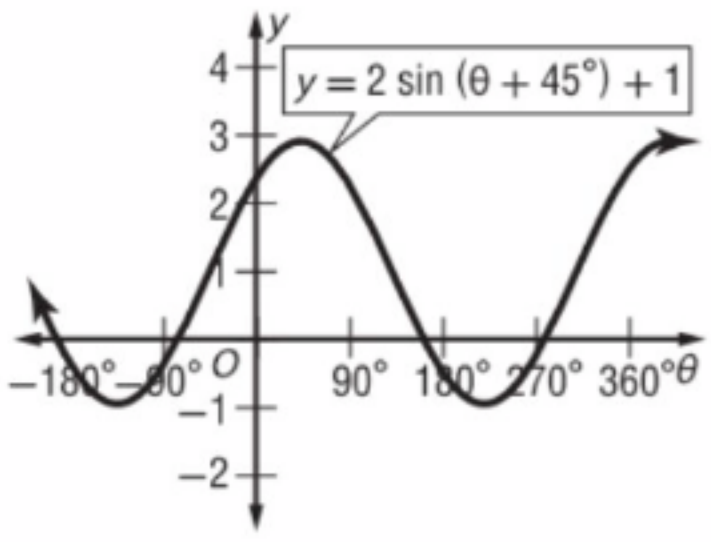
الدرس 8-11 (تمرين موجّه)

1.

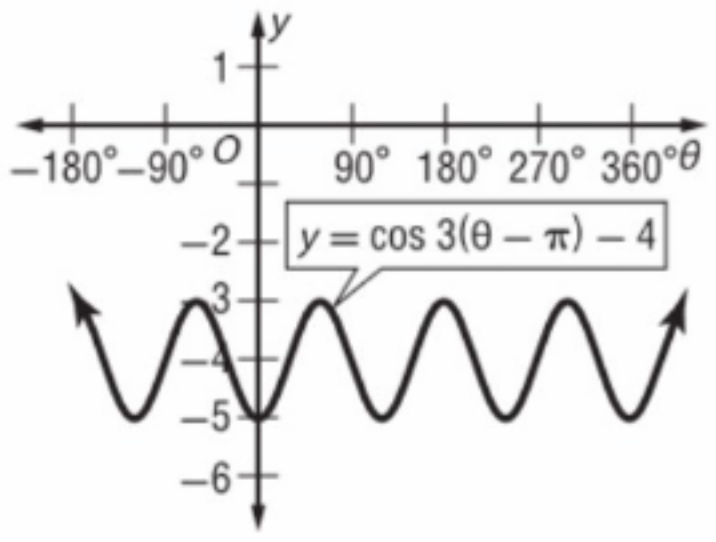


الدرس 8-11

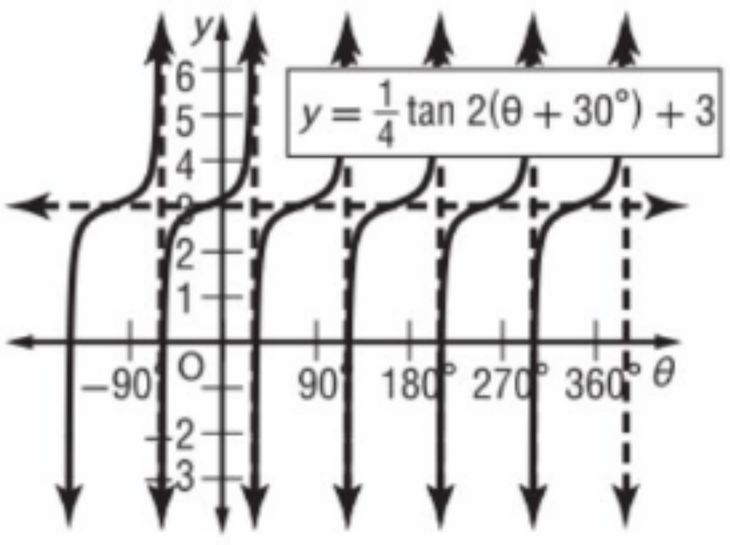
9. 2; $360°$; $h = -45°$; $k = 1$



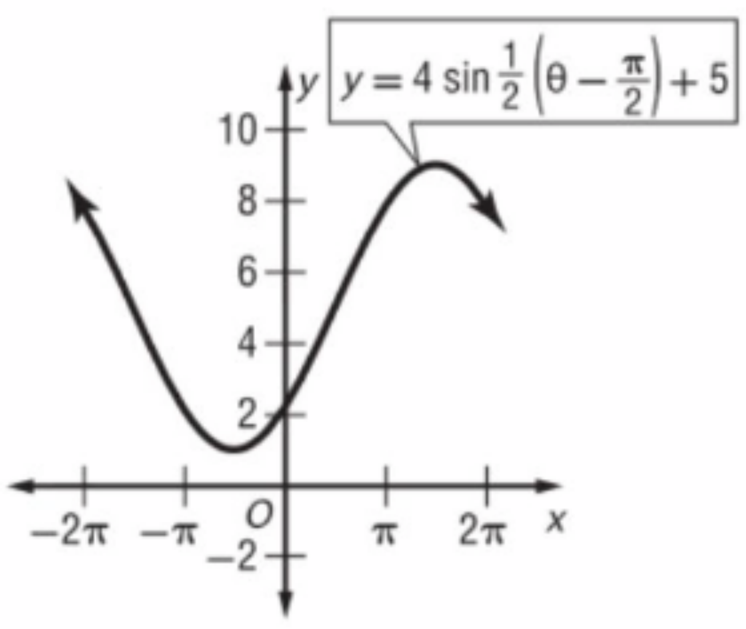
10. 1; 120°; $h = \pi$; $k = -4$



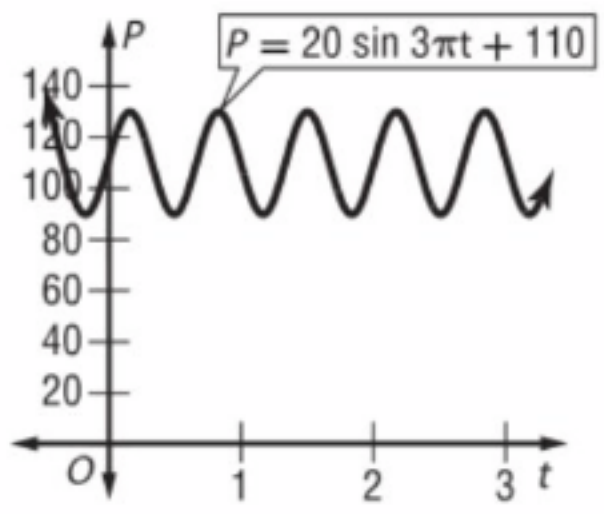
11. لا توجد سعة؛ 90°; $h = -30°$; $k = 3$



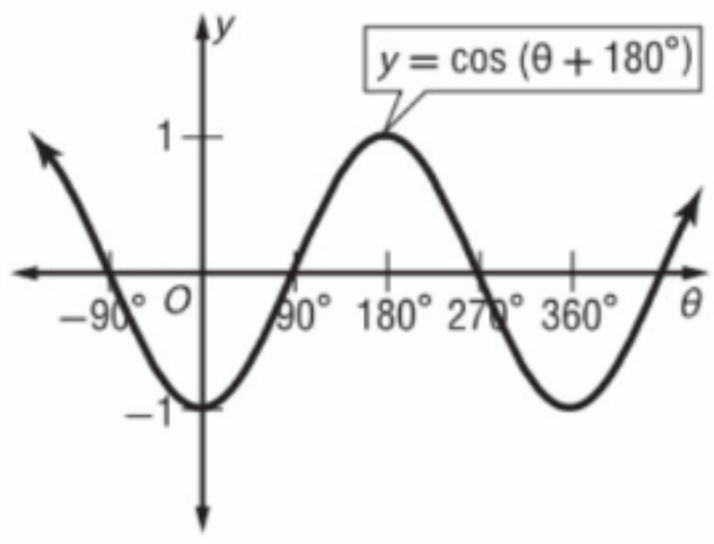
12. 4; 4π; $h = \frac{\pi}{2}$; $k = 5$



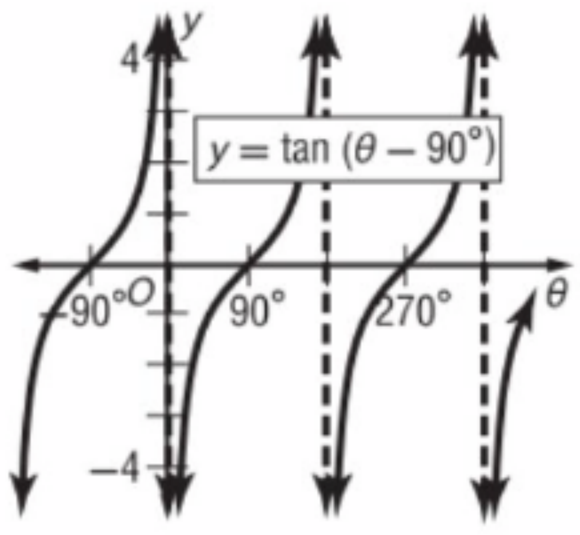
13. $P = 20 \sin 3\pi t + 110$



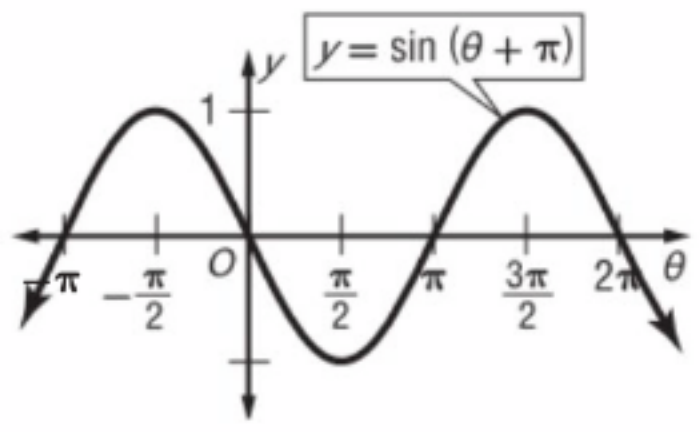
14. 1; 360°; $h = -180°$



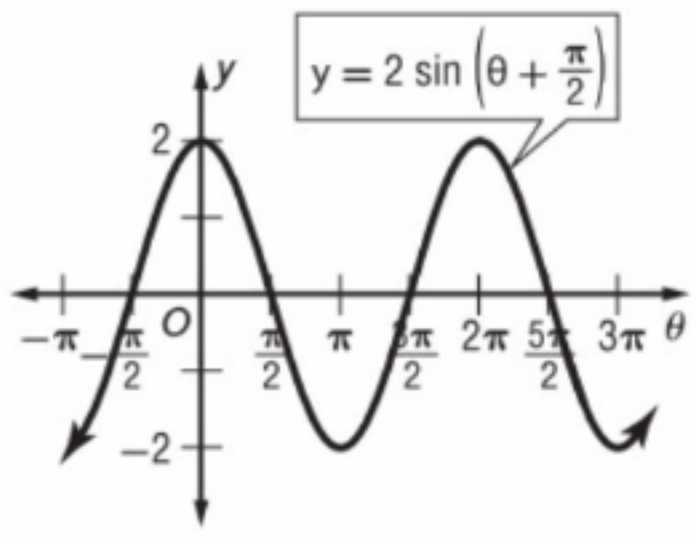
15. لا توجد سعة؛ 180°; $h = 90°$



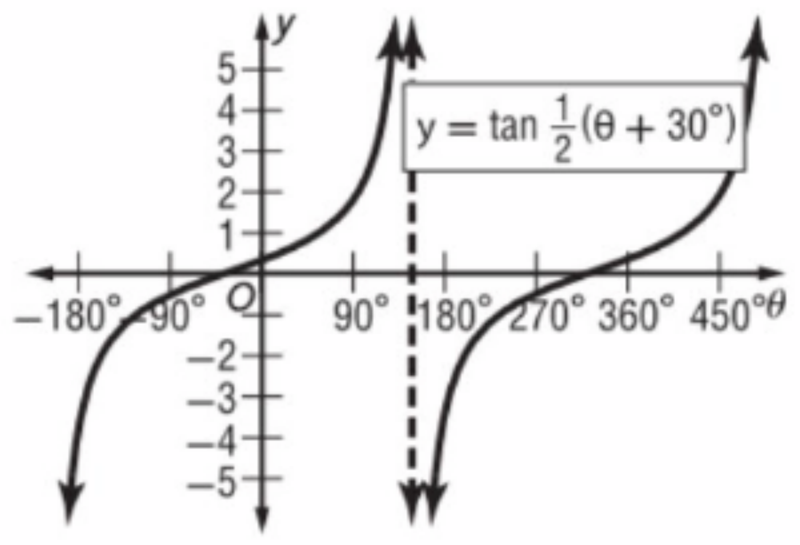
16. 1; 2π; $h = -\pi$



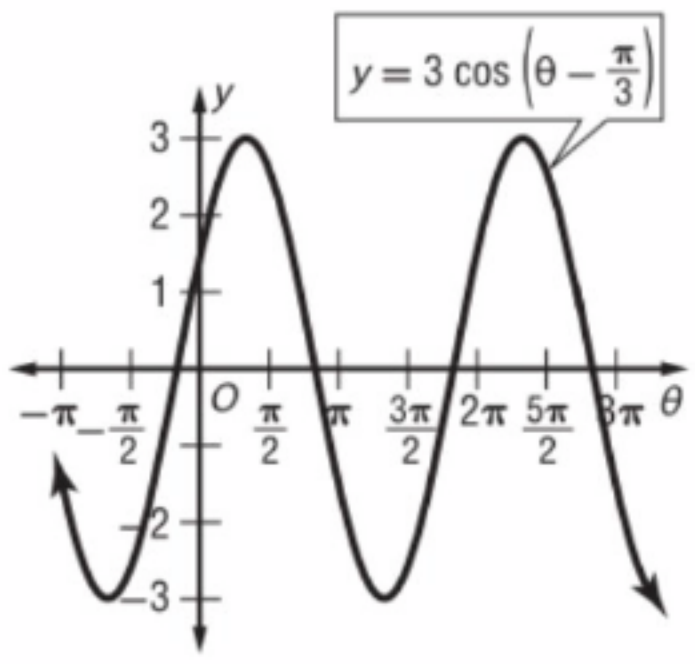
17. 2; 2π; $h = -\frac{\pi}{2}$



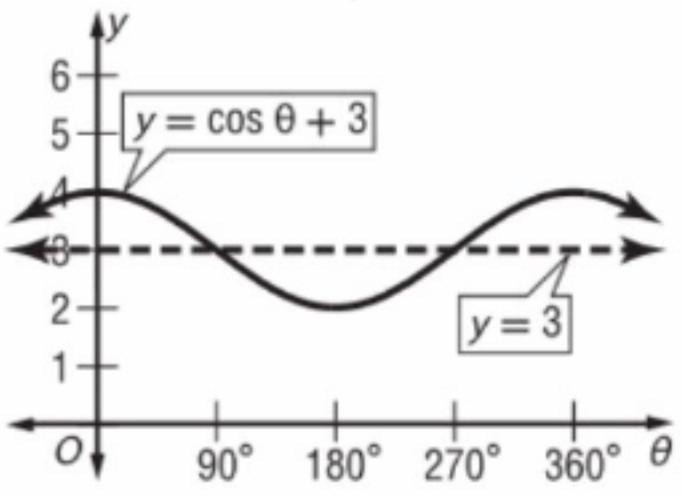
18. لا توجد سعة؛ 360°; $h = -30°$



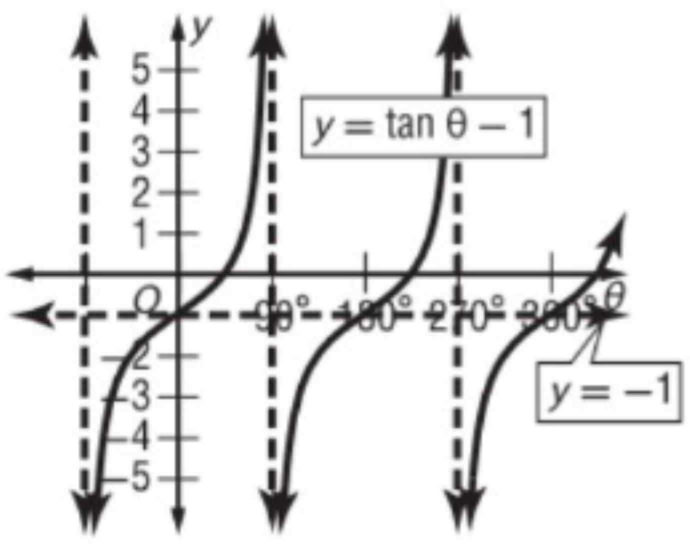
19. 3; 2π; $h = \frac{\pi}{3}$



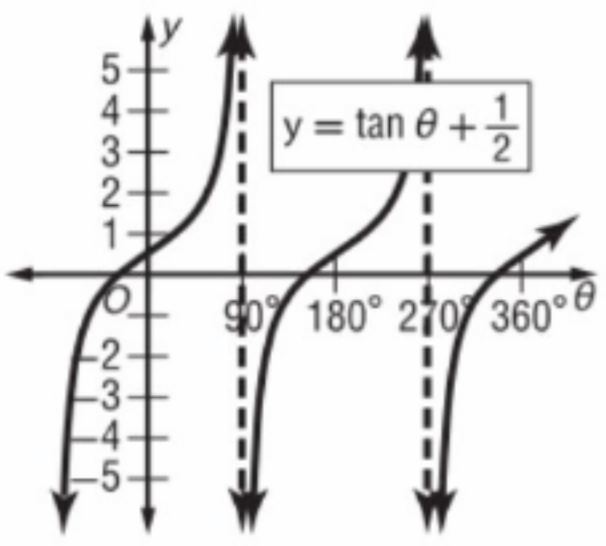
20. 1; 360°; $k = 3$; $y = 3$



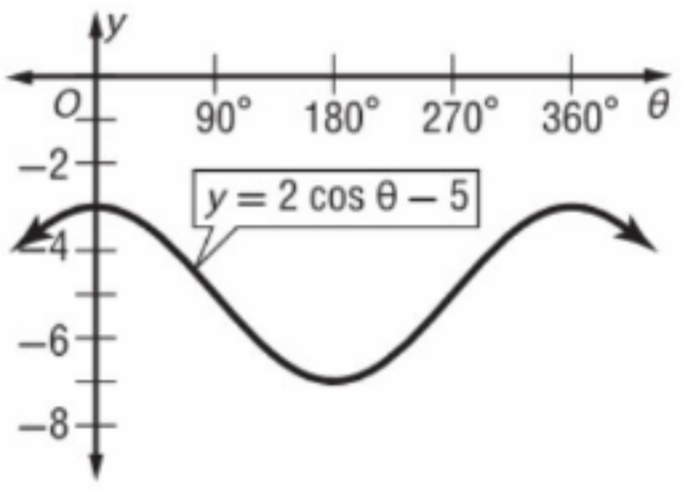
21. لا توجد سعة؛ 180°; $k = -1$; $y = -1$



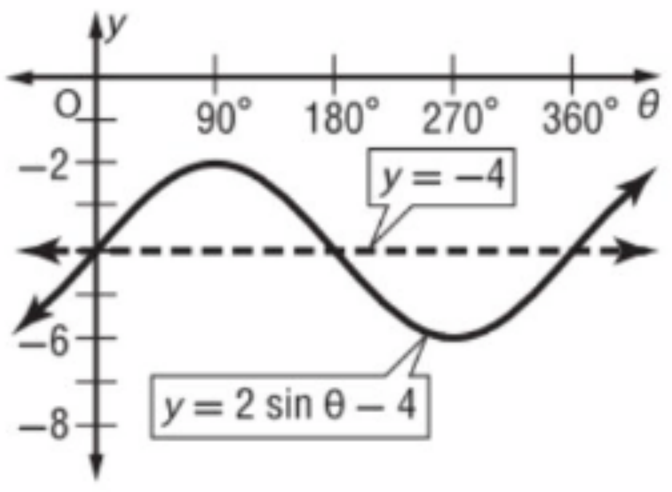
22. لا توجد سعة؛ 180°; $k = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$



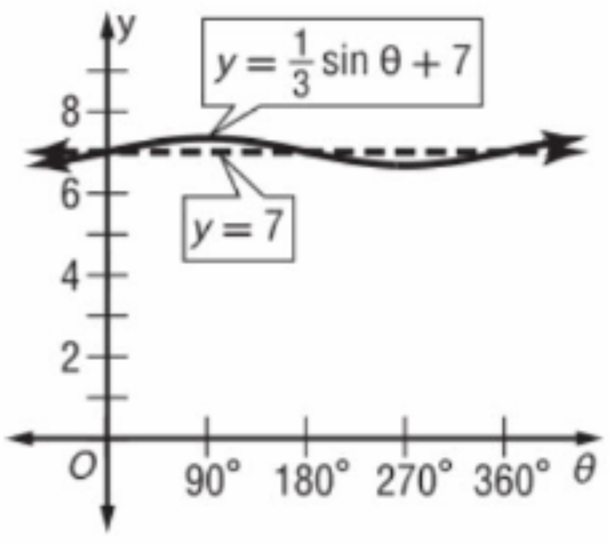
23. 2; 360°; $k = -5$; $y = -5$



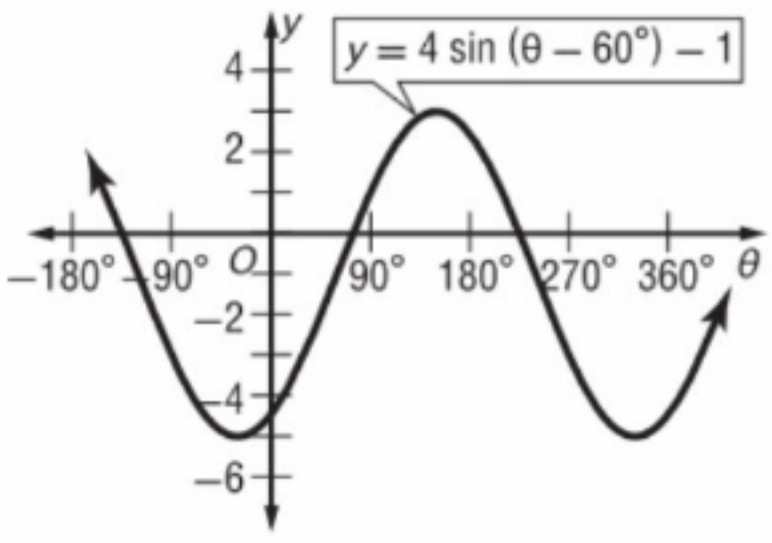
24. 2; 360°; $k = -4$; $y = -4$



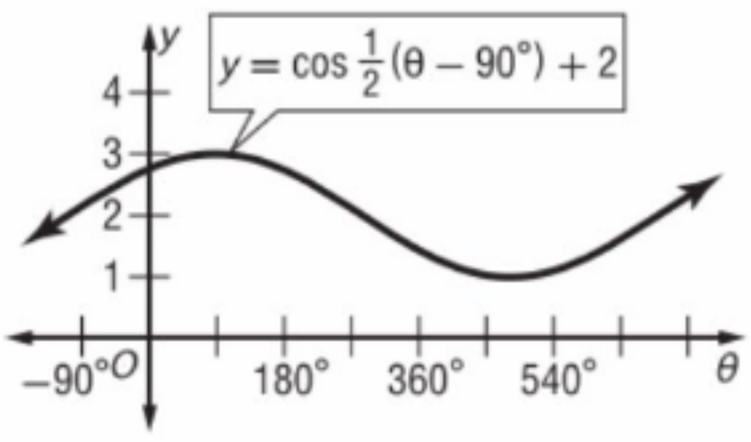
25. $\frac{1}{3}$; 360°; $k = 7$; $y = 7$



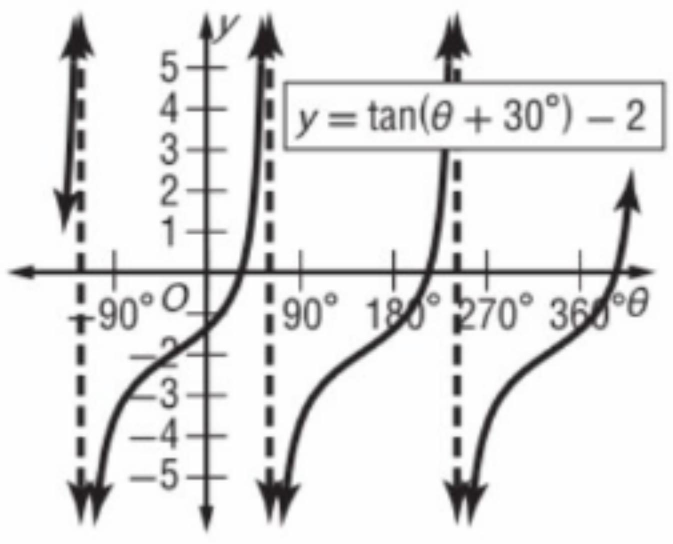
26. 4; 360°; $h = 60°$; $k = -1$



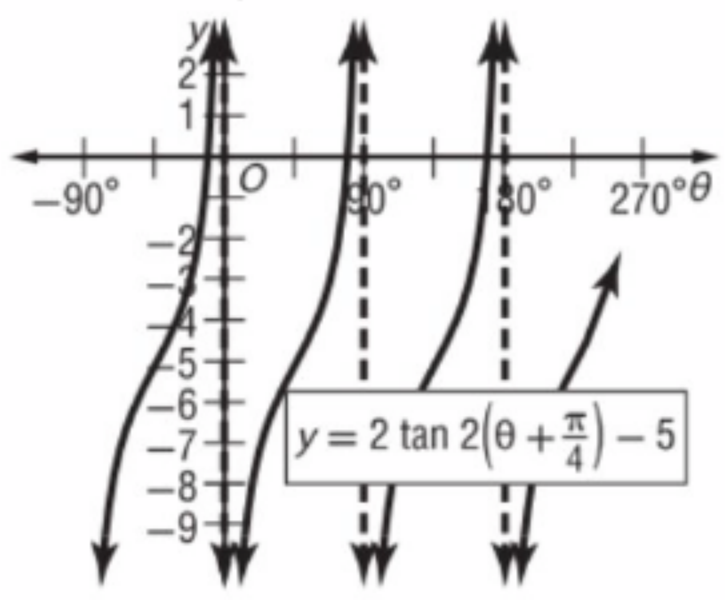
27. 1; 720°; $h = 90°$; $k = 2$



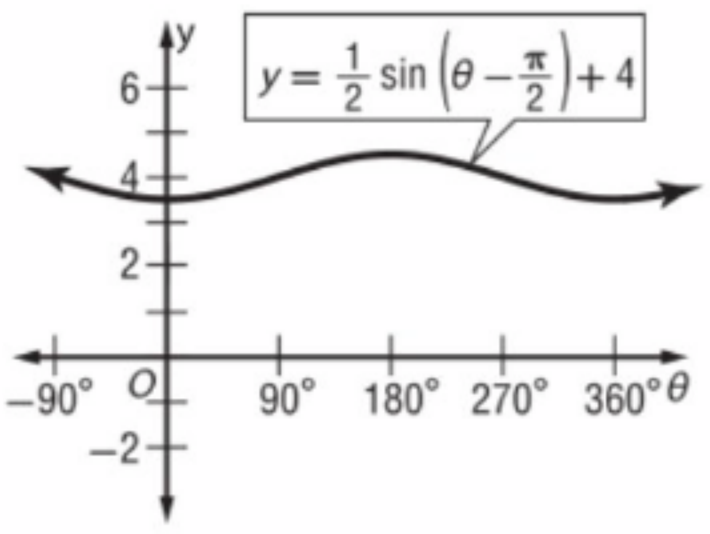
28. لا توجد سعة؛ 180°; $k = -2$; $h = -30°$



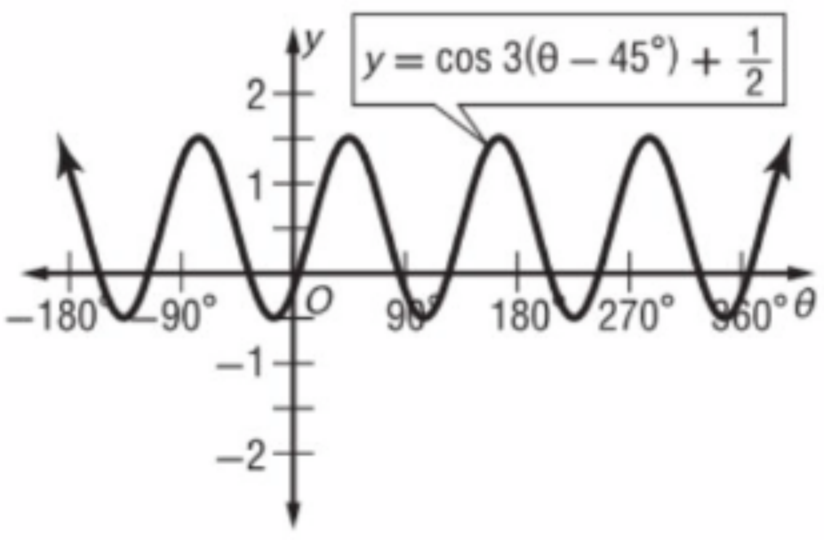
29. لا توجد سعة؛ $\frac{\pi}{2}$; $h = -\frac{\pi}{4}$; $k = -5$



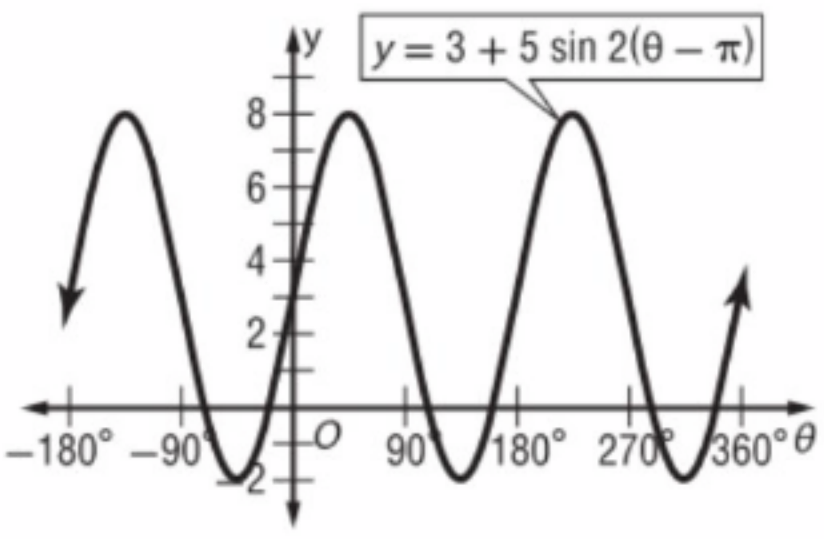
30. $\frac{1}{2}$; 2π; $h = \frac{\pi}{2}$; $k = 4$



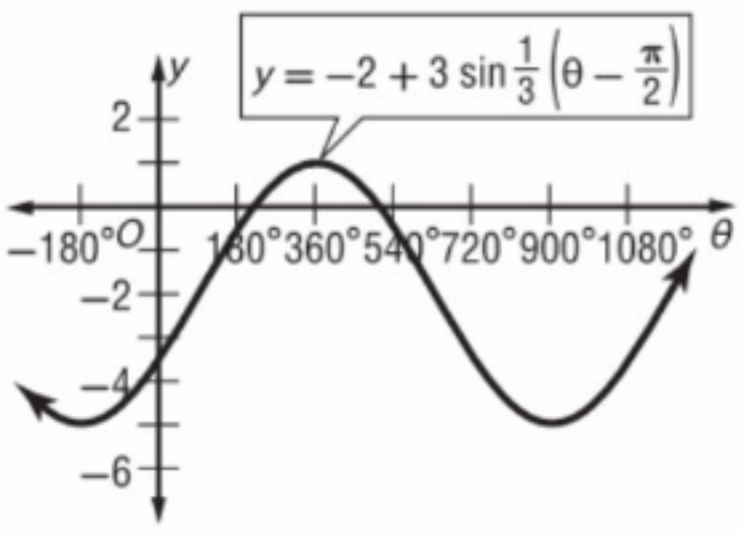
31. 1; $120°$; $h = 45°$; $k = \frac{1}{2}$



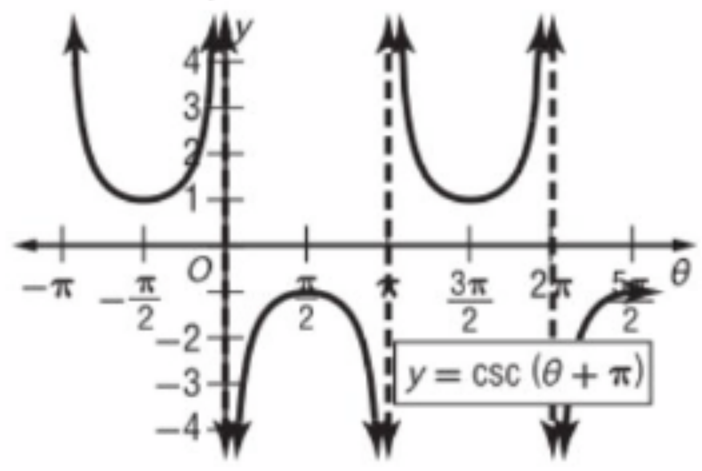
32. 5; π; $h = \pi$; $k = 3$



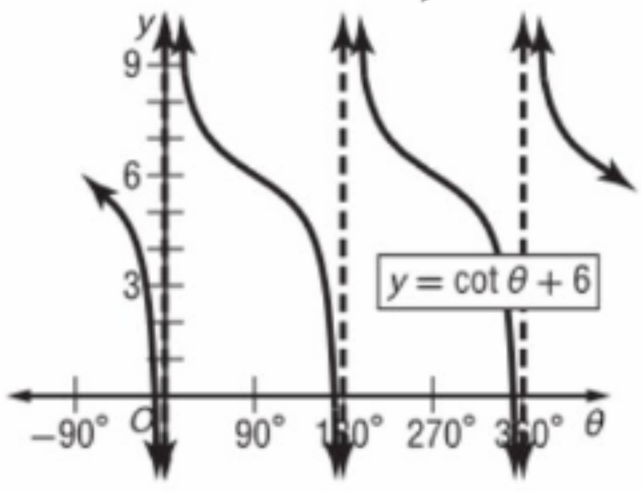
33. 3; 6π; $h = \frac{\pi}{2}$; $k = -2$



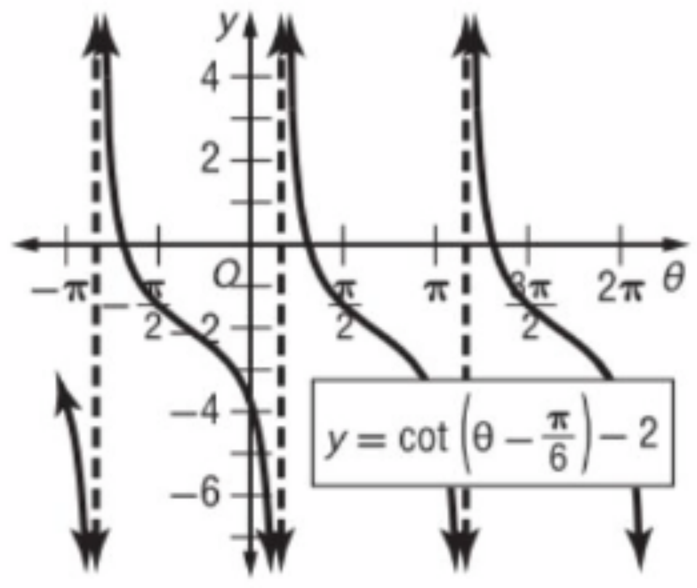
54. $360°$; $h = -\pi$؛ لا توجد إزاحة رأسية



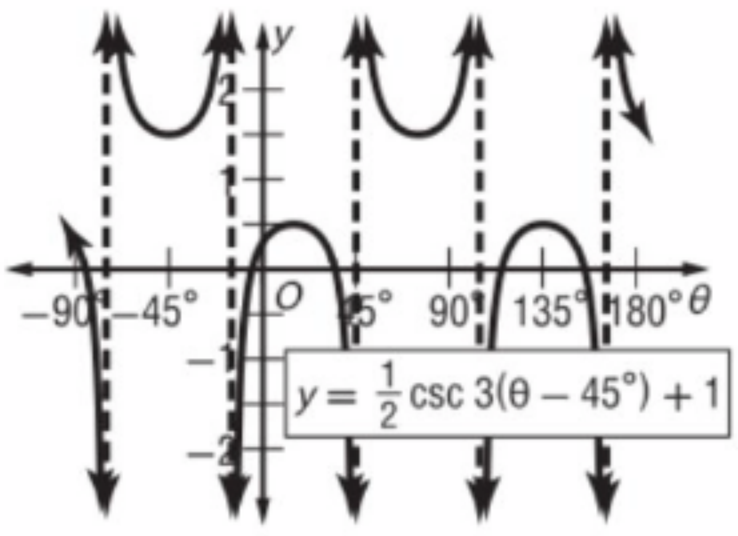
55. $180°$؛ لا توجد إزاحة طور؛ $k = 6$



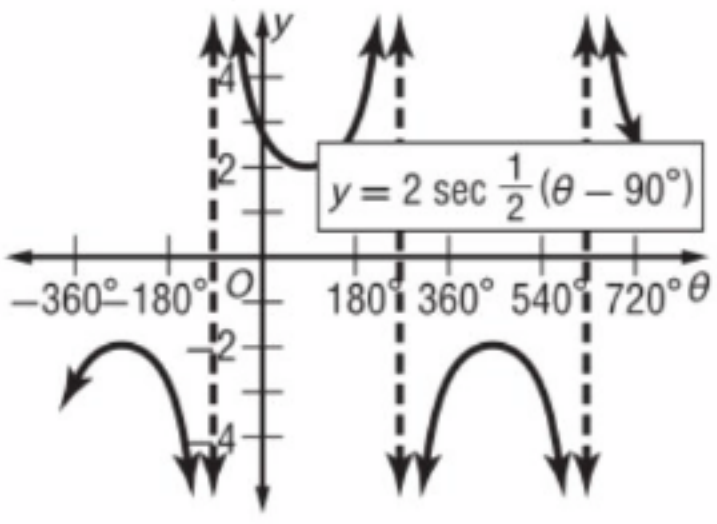
56. π; $h = \frac{\pi}{6}$; $k = -2$



57. $120°$; $h = 45°$; $k = 1$



58. $720°$; $h = 90°$؛ لا توجد إزاحة رأسية



59. π; $h = -\frac{\pi}{2}$; $k = -3$