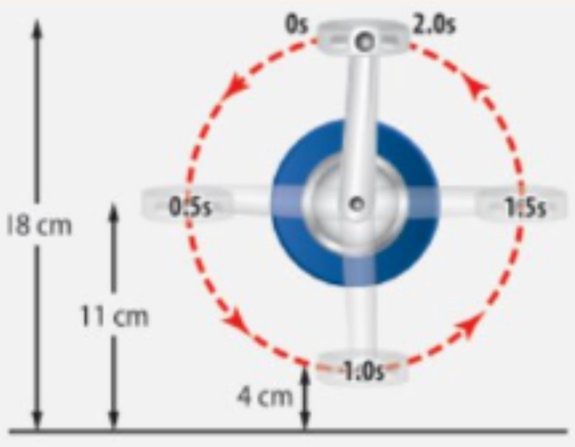
الدرس 11-6 الدوال الدائرية والدورية

السابق
- قمت بإيجاد قيمة الدوال المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

الحالي
1. إيجاد قيم الدوال المثلثية باستخدام دائرة الوحدة.
2. استخدام خصائص الدوال الدورية لإيجاد قيمة الدوال المثلثية.

لماذا؟
- تدور دواسات الدراجة أثناء قيادتها، ويكون ارتفاع الدواسة دالة زمن، كما هو موضح بالشكل على اليسار.

لاحظ أن الدواسة تصنع دورة كاملة كل ثانيتين.

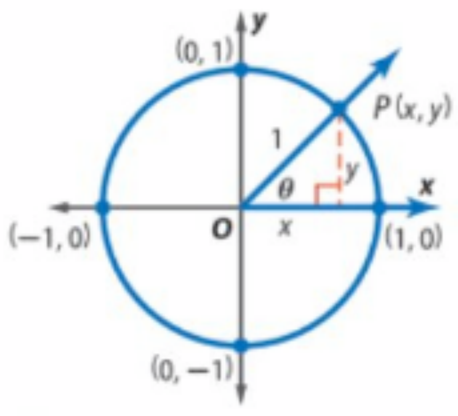


المفردات الجديدة
دائرة الوحدة unit circle
الدالة الدائرية circular function
دالة دورية periodic function
دورة cycle
فترة period

ممارسات في الرياضيات
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 الدوال الدائرية

دائرة الوحدة هي دائرة يبلغ نصف قطرها وحدة واحدة ومركزها نقطة الأصل على المستوى الإحداثي. يمكنك استخدام النقطة P على دائرة الوحدة لتعميم دوال sine و cosine.



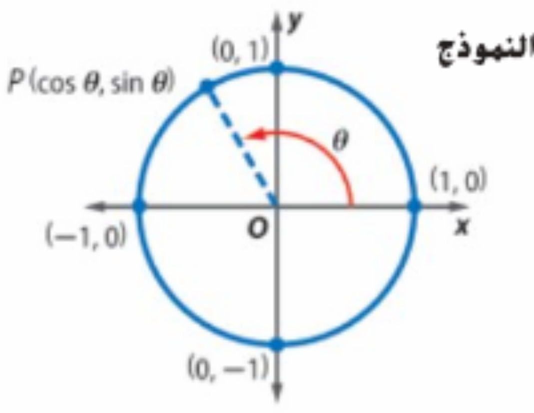
$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x \qquad \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$$

إذًا، قيمة $\sin\theta$ وقيمة $\cos\theta$ هما الإحداثي y والإحداثي x، على التوالي، للنقطة التي يتقاطع فيها ضلع الانتهاء لـ θ مع دائرة الوحدة.

المفهوم الأساسي الدوال على دائرة وحدة

الشرح إذا كان ضلع الانتهاء لزاوية θ يتقاطع في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$. فإن $\cos\theta = x$ و $\sin\theta = y$.

النموذج



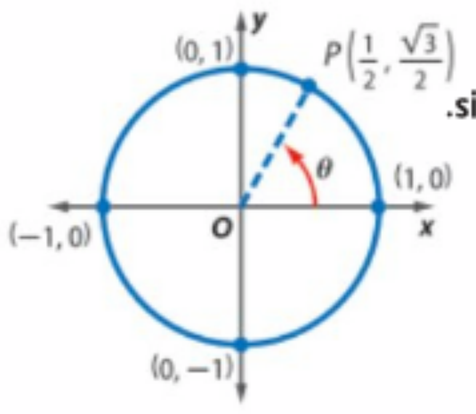
الرموز $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

مثال إذا كانت $\theta = 120°$، فإن $P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$.

كل من $\cos\theta = x$ و $\sin\theta = y$ دالة لـ θ. ولأنه تم تحديدهما باستخدام دائرة وحدة، فإنه يُطلق عليهما **دوال دائرية**.

مثال 1 إيجاد sine و cosine بدلالة نقطة على دائرة الوحدة

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند النقطة $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.



$$P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = P(\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2} \qquad \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

تمرين موجّه

1. يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند النقطة $P\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$. أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$. $\cos\theta = \frac{3}{5}, \sin\theta = -\frac{4}{5}$

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 11-6 إيجاد قيم الدوالّ المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

الدرس 11-6 إيجاد قيم الدوالّ المثلثية باستخدام دائرة الوحدة. استخدام خصائص الدوالّ الدورية لإيجاد قيم الدوالّ المثلثية.

بعد الدرس 11-6 رسم وتفسير التمثيلات البيانية لدوالّ sine و cosine.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

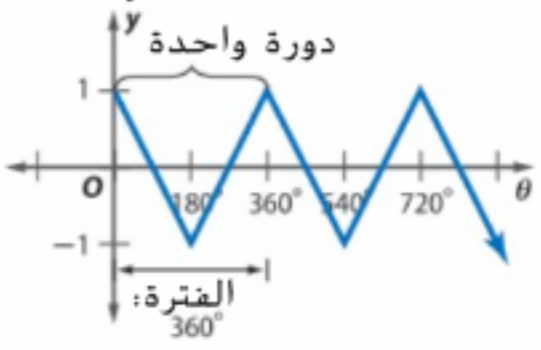
- استخدم الارتفاعين الأقصى والأدنى للدواسة لإيجاد قطر الدائرة. الأدنى − الأقصى = قطر الدائرة $= 18 - 4 = 14$ cm
- استخدم ارتفاع مركز الدائرة لإيجاد قطر الدائرة. نصف القطر يساوي $18 - 11 = 7$ cm أو $11 - 4 = 7$ cm. إذًا نصف القطر يساوي $2 \cdot 7 = 14$ cm
- ما موضع بدء الدوّاسة؟ يتوافق موضع البدء مع $t = 0$ ثوان، وعندها تكون الدوّاسة عند أعلى الرسم التخطيطي.

نصيحة دراسية

الدورات يمكن أن تبدأ الدورة من أي نقطة على التمثيل البياني للدالة الدورية. ففي المثال 2، إذا كانت بداية دائرة الوحدة عند النقطة $\frac{\pi}{2}$، فإن النمط يتكرر عند $\frac{3\pi}{2}$. الفترة هي $\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$ أو π.

2 الدوال الدورية

الدوال الدورية تحتوي **الدالة الدورية** على قيم y التي تتكرر على فترات منتظمة. ويُسمى النمط الواحد المكتمل **دورة**. ويُسمى الطول الأفقي للدورة الواحدة **فترة**.

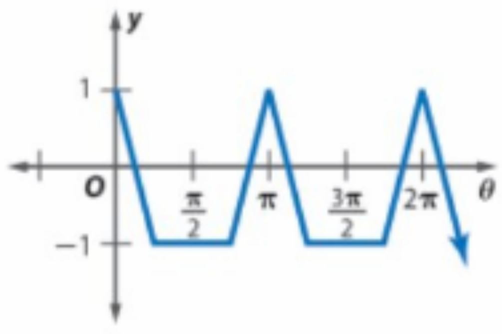


θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تتكرر الدورة كل °360.

مثال 2 تحديد الفترة

حدد فترة الدالة.



يتكرر النمط عند 2π و π وهكذا.
إذًا، الفترة هي π.

تمرين موجّه

2. ارسم تمثيلاً بيانيًا لدالة لها فترة من 4. **انظر الهامش.**

يعد دوران العجلات والدواسات ودوامات الخيل بمدن الملاهي والأجسام في الفضاء دورانًا دوريًا.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الدوال المثلثية

قيادة الدراجات **راجع بداية الدرس. يختلف ارتفاع دواسة الدراجة دوريًا كدالة زمن، مثلما هو موضح في الشكل.**

a. ارسم جدولًا يبين ارتفاع دواسة الدراجة بعد 0، 0.5، 1.0، 1.5، 2.0، 2.5، 3.0 ثوانٍ.

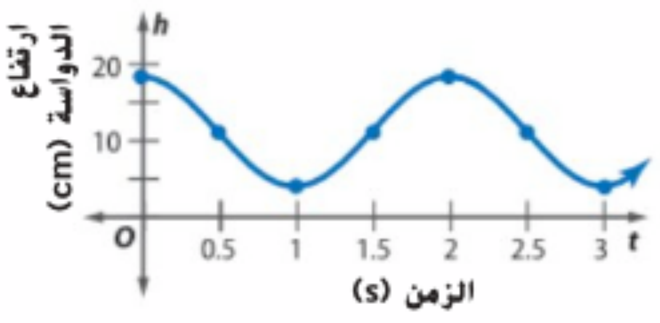
بعد 0 ثانية، يكون ارتفاع الدواسة 18 سنتيمترًا.
وبعد 0.5 ثانية، يكون ارتفاع الدواسة 11 سنتيمترًا.
وبعد 1.0 ثانية، يكون الارتفاع 4 سنتيمترات وهكذا.

الزمن (s)	الطول (cm)
0	18
0.5	11
1.0	4
1.5	11
2.0	18
2.5	11
3.0	4

b. حدد فترة الدالة.

الفترة هي الوقت المستغرق لعمل لفّة واحدة كاملة. إذاً، الفترة هي ثانيتان.

c. مثّل الدالة بيانيًا. وافترض أن المحور الأفقي يمثل الوقت t والمحور الرأسي يمثل ارتفاع h الدواسة عن الأرض بالسنتيمترات.



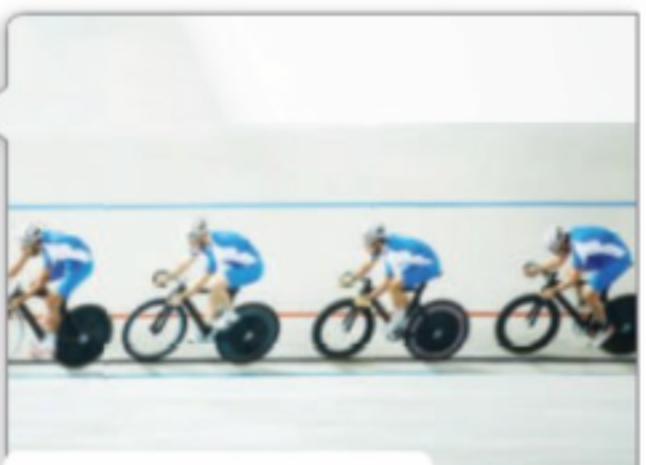
أقصى ارتفاع للدواسة هو 18 سنتيمترًا، وأدنى ارتفاع هو 4 سنتيمترات. ولأن فترة الدالة ثانيتان، يتكرر نمط التمثيل البياني على فترات من ثانيتين.

تمرين موجّه

3. **قيادة الدراجات** يقود سائق آخر الدراجة ذاتها بمعدل لفّة واحدة كل ثانية.

A. ارسم جدولاً يبين ارتفاع دواسة الدراجة بعد 0، 0.5، 1.0، 1.5، 2.0، 2.5، 3.0 ثوانٍ.

B. حدد الفترة ومثل الدالة بيانيًا. **1؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيل البياني.**



الربط بالحياة اليومية

يقود معظم سائقي الدراجات المتنافسين دراجاتهم بمعدلات أكبر من 200 لفّة في الدقيقة. ويقود معظم الأشخاص الآخرين دراجاتهم بمعدل يتراوح بين 90 و 120 لفّة في الدقيقة.

المصدر: SpringerLink

.3A

الزمن (s)	ارتفاع الدواسة (cm)
0	18
0.5	4
1.0	18
1.5	4
2.0	18
2.5	4
3.0	18

1 الدوال الدائرية

المثال 1 يوضّح كيفية إيجاد sine و cosine لنقطة على دائرة الوحدة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يتقاطع مع دائرة الوحدة عند $P\left(\frac{\sqrt{7}}{4}, \frac{3}{4}\right)$. أوجد قيمة $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

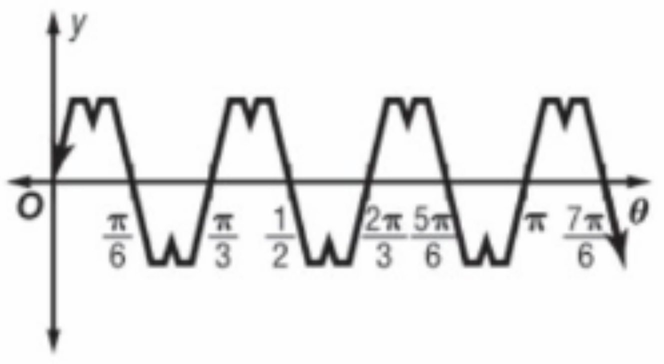
$\sin\theta = \frac{3}{4}, \cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$

2 الدوال الدورية

المثال 2 يوضّح كيفية استخدام التمثيل البياني لتحديد فترة الدالة. **والمثال 3** يوضّح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية باستخدام الطبيعة الدورية للدوال المثلثية. في حين أن **المثال 4** يوضّح كيفية إيجاد قيمة دالة مثلثية باستخدام فترة الدالة.

مثال إضافي

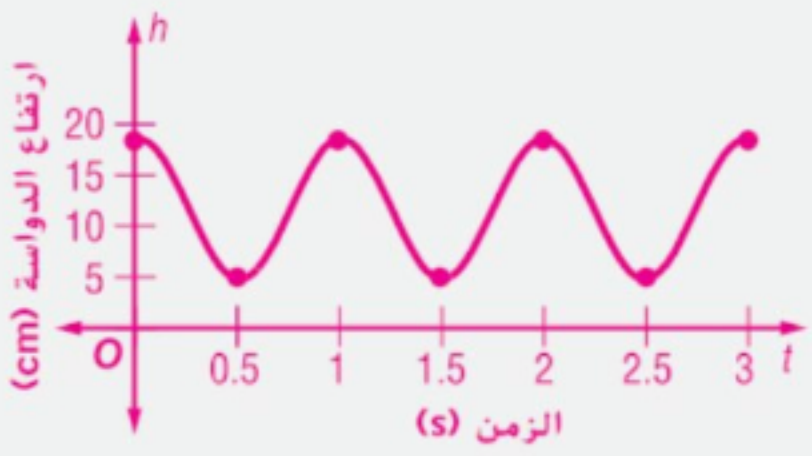
2 حدّد فترة الدالة. $\frac{\pi}{3}$



إجابات إضافية (تمرين موجّه)

2.

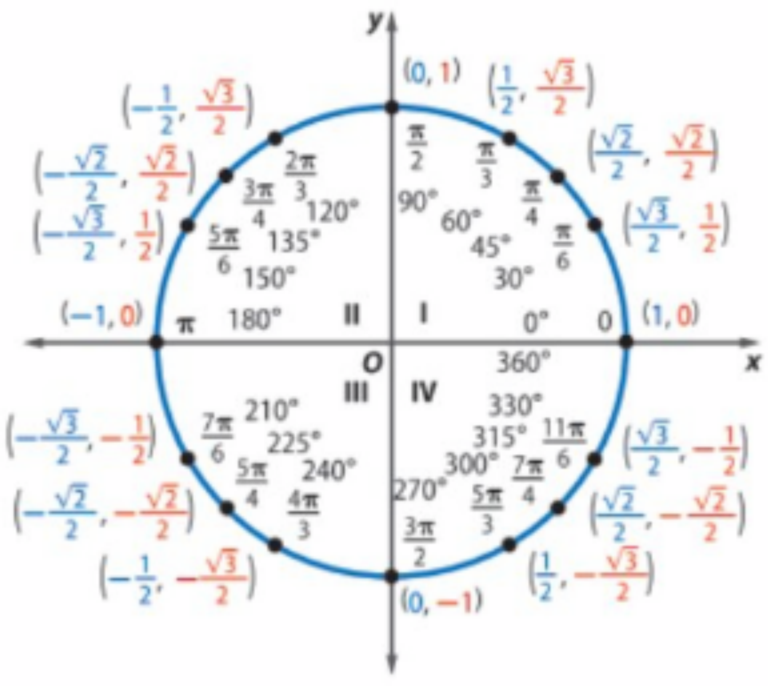
3B.



نصيحة دراسية

sine و cosine لمساعدتك على تذكر أنه بالنسبة إلى نقطة (x, y) على دائرة وحدة، فإن $x = \cos \theta$ و $y = \sin \theta$. لاحظ أن الحرف x يسبق الحرف y أبجديًا وكذلك *cosine* يسبق *sine* الزاوية.

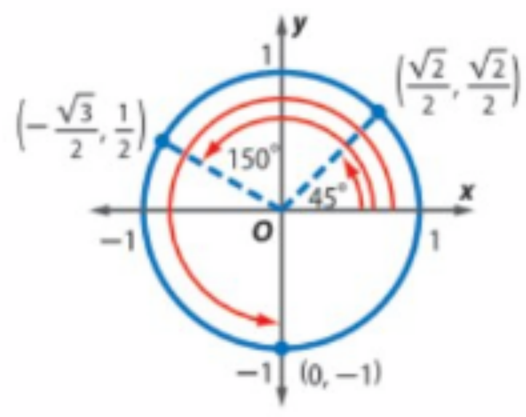
موضح على دائرة الوحدة المبينة على اليسار القيم الدقيقة لكل من $\cos \theta$ و $\sin \theta$ للزوايا الخاصة. وقيم cosine هي الإحداثي x للنقاط الواقعة على دائرة الوحدة. أما قيم sine فهي الإحداثي y.



يمكنك استخدام هذه المعلومات لتمثيل دوال sine الزاوية و cosine بيانيًا. وذلك بفرض أن المحور الأفقي يمثل قيم θ والمحور الرأسي يمثل قيم $\sin \theta$ أو $\cos \theta$.

تتكرر دورة دوال sine و cosine كل °360. ولذا، فهي دوال دورية. وفترة كل دالة هي °360 أو 2π.

تأمل النقاط الواردة على دائرة الوحدة عندما تكون $\theta = 45°$، $\theta = 150°$، و $\theta = 270°$.



$$(\cos 45°, \sin 45°) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

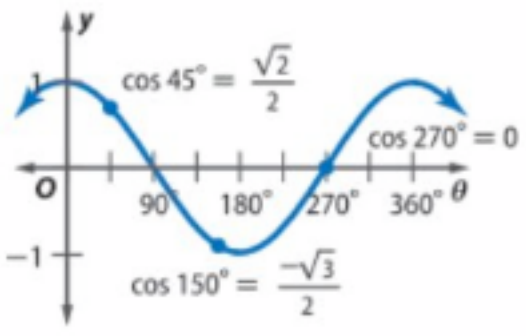
$$(\cos 150°, \sin 150°) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

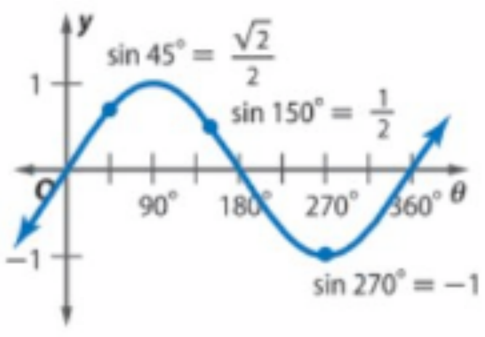
$$(\cos 270°, \sin 270°) = (0, -1)$$

نصيحة دراسية

الراديان يمكن تمثيل دوال sine و cosine بيانيًا باستخدام الراديان باعتبارها الوحدات المستخدمة على المحور θ.

يمكن توضيح هذه النقاط أيضًا على تمثيلات بيانية لدوال sine و cosine.





حيث إن فترة دوال sine و cosine هي °360، فإن القيم تتكرر كل °360. إذًا $\sin (x + 360°) = \sin x$، و $\cos (x + 360°) = \cos x$.

مثال 4 إيجاد قيم التعابير المثلثية

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير.

a. $\cos 480°$

$$\cos 480° = \cos (120° + 360°)$$
$$= \cos 120°$$
$$= -\frac{1}{2}$$

b. $\sin \frac{11\pi}{4}$

$$\sin \frac{11\pi}{4} = \sin \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4}\right)$$
$$= \sin \frac{3\pi}{4}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

تمرين موجّه

4A. $\cos \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4B. $\sin 420°$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

أمثلة إضافية

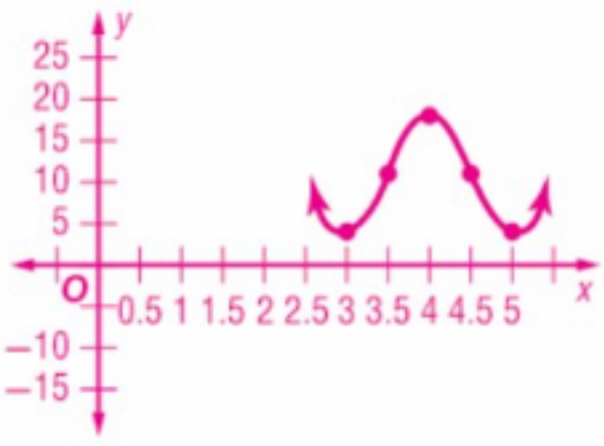
3 قيادة الدراجة الهوائية ارجع إلى المثال التطبيقي الموجود في بداية الدرس. تجد أنّ ارتفاع دوّاسة الدراجة الهوائية يتغير على نحو دوري كدالة زمنية، بحسب ما هو موضح في الشكل.

a. أنشئ جدولاً يوضح ارتفاع دوّاسة الدراجة الهوائية عند الثواني التالية: 3.0 و 3.5 و 4.0 و 4.5 و 5.0.

الزمن (s)	الارتفاع (cm)
3.0	4
3.5	11
4.0	18
4.5	11
5.0	4

b. حدد فترة الدالة. ثانيتان

c. مثّل الدالة بيانيًا. وافترض أن المحور الأفقي يمثل الوقت t والمحور الرأسي يمثل ارتفاع h الدواسة عن الأرض بالسنتيمترات.



4 أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة.

a. $\cos 690°$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الصوت اطلب من الطلاب إنشاء تسجيلات صوتية توضح كيفية إيجاد القيمة الدقيقة لدالة مثلثية لزاوية قياسها أكبر من °360 (أو أقل من °360−). أعطِ الطلاب أمثلة محددة للتوضيح.

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط الطبيعي اطلب من الطلاب البحث في الأنواع المختلفة للتقويمات الدائرية. كتلك التي استخدمها شعب المايا من الهنود الحمر للتنبؤ بأحوال الطقس وتحديد الوقت الأنسب لزراعة المحاصيل.

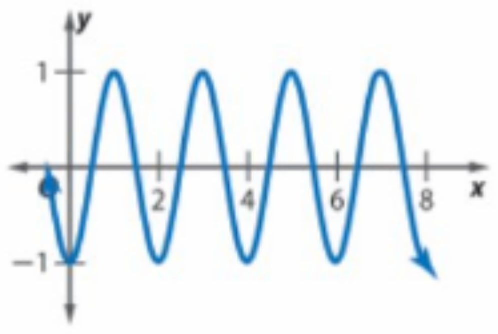
664 | الدرس 11-6 | الدوال الدائرية والدورية

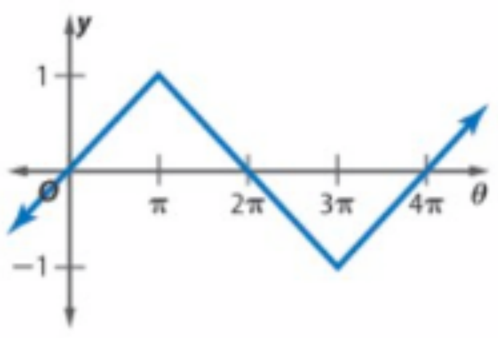
التحقق من فهمك

مثال 1 **البنية** **يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند كل نقطة P. أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.**

1. $P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$ $\cos\theta = \frac{15}{17}, \sin\theta = \frac{8}{17}$
2. $P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

مثال 2 **حدد فترة كل دالة.**

3.  2

4.  4π

مثال 3

5. **الأرجوحات** يتغير ارتفاع الأرجوحة دوريًا كدالة الزمن. فالأرجوحة تتحرك للأمام وتصل إلى نقطة بارتفاع 6 أمتار، ثم تعود للوراء وتصل إلى ارتفاع 6 أمتار مرة أخرى. وتبلغ أدنى نقطة لها 2 متر. والزمن المستغرق للتأرجح من أعلى نقطة إلى أدنى نقطة هو ثانية واحدة.

a. ما المدة التي تستغرقها الأرجوحة في الحركة إلى الأمام والخلف مرة واحدة؟ **4 ثوانٍ**

b. مثّل ارتفاع الأرجوحة h بيانيًا كدالة زمن t. **انظر الهامش.**

مثال 4 **أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.**

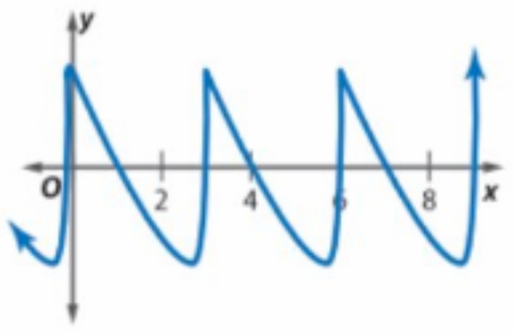
6. $\sin\frac{13\pi}{6}$ $\frac{1}{2}$
7. $\sin(-60^\circ)$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
8. $\cos 540^\circ$ -1

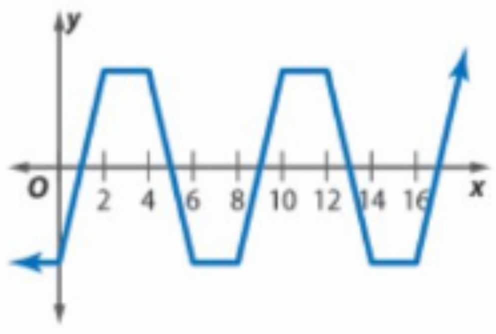
التدريب وحل المسائل

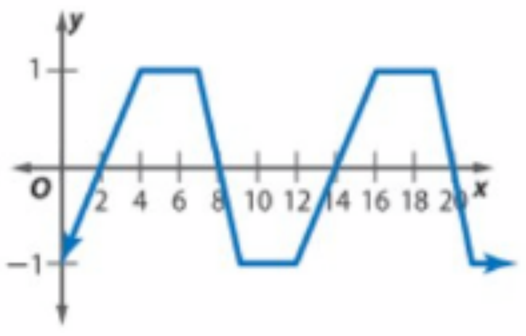
مثال 1 **يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند كل نقطة P. أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.**

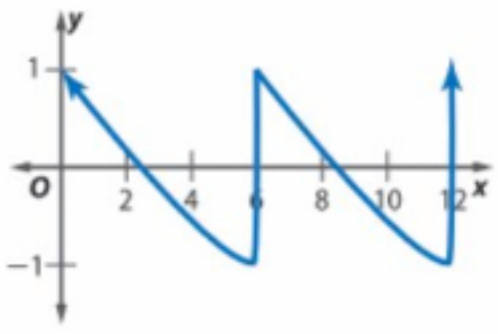
9. $P\left(\frac{6}{10}, -\frac{8}{10}\right)$ $\cos\theta = \frac{3}{5}, \sin\theta = -\frac{4}{5}$
10. $P\left(-\frac{10}{26}, -\frac{24}{26}\right)$ $\cos\theta = -\frac{5}{13}, \sin\theta = -\frac{12}{13}$
11. $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin\theta = \frac{1}{2}$
12. $P\left(\frac{\sqrt{6}}{5}, \frac{\sqrt{19}}{5}\right)$ $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{5}, \sin\theta = \frac{\sqrt{19}}{5}$

مثال 2 **حدد فترة كل دالة.**

13.  3

14.  8

15.  12

16.  6

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

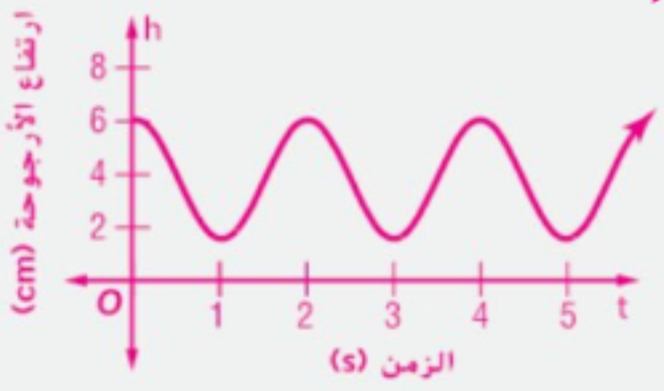
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

البنية يدقق الطلاب البارعون في مادة الرياضيات لتمييز نمط أو بنية.

إجابة إضافية

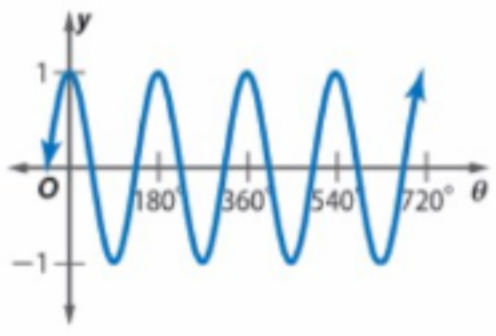
5b. الإجابة النموذجية:



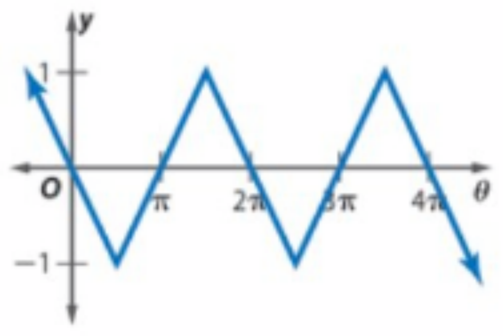
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9–25, 37, 39–62	9–25 فردي، 42–46	10–24 زوجي، 37، 39–41، 47–62
OL أساسي	9–25 فردي، 26–30، 31–39 فردي، 40–62	9–25, 42–46	26–37, 39–41, 47–62
BL متقدم	26–59، (اختياري: 60–62)		

حدد فترة كل دالة.

17. 

$180°$

18. 

2π

مثال 3

19. **الطقس** موضح بالجدول متوسط درجة الحرارة العظمى في كل شهر لإحدى المدن.

متوسط درجة الحرارة العظمى

الشهر	درجة الحرارة (C°)	الشهر	درجة الحرارة (C°)
يناير	2	يوليو	29
فبراير	5	أغسطس	28
مارس	11	سبتمبر	26
أبريل	18	أكتوبر	19
مايو	23	نوفمبر	11
يونيو	28	ديسمبر	5

المصدر: The Weather Channel

a. ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة يمثل هذه الحالة. **انظر الهامش.**

b. صف فترة الدالة. **1 yr أو 12 mo**

مثال 4 **أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.**

20. $\sin \frac{7\pi}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

21. $\cos(-60°)$ $\frac{1}{2}$

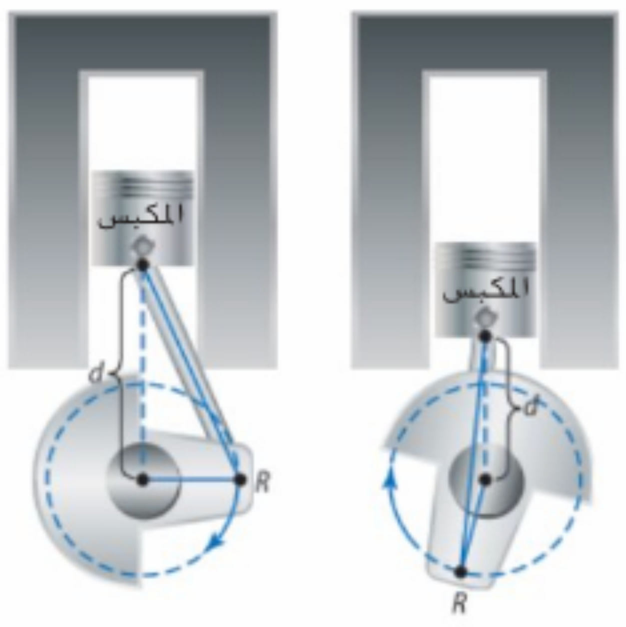
22. $\cos 450°$ 0

23. $\sin \frac{11\pi}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

24. $\sin(-45°)$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

25. $\cos 570°$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

26. **B** **الاستنتاج المنطقي** في صورة المحرك الموضحة على اليسار، تُسمى المسافة d الواقعة بين المكبس ومركز الدائرة العمود المرفقي، وهي عبارة عن دالة السرعة لعصا المكبس. وتدور النقطة R الواقعة على عصا المكبس 150 لفة في الثانية.



a. حدد فترة الدالة على هيئة جزء من الثانية. $\frac{1}{150}$

b. إذا كانت أقصى مسافة d هي 0.5 سنتيمتر، وأطول مسافة هي 3.5 سنتيمترات، ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة مع فرض أن المحور الأفقي يمثل الزمن t، والمحور الرأسي يمثل المسافة d. **انظر الهامش.**

27. **الأعاصير** تصنع صافرة إنذار الأعاصير 2.5 لفّة في الدقيقة ويصل نصف قطر شعاع الصوت 1 كيلومتر. يقع منزل السيدة هدى على بُعد 1 كيلومتر من الصافرة. ويختلف بُعد الشعاع الصوتي عن منزلها دوريًا على هيئة دالة زمن.

a. حدد فترة الدالة بالثواني. **24 ثانية**

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة مع فرض أن المحور الأفقي يمثل الزمن t من 0 ثانية حتى 60 ثانية، وفرض أن المحور الرأسي يمثل المسافة d بين الشعاع الصوتي ومنزل السيدة هدى في زمن t. **انظر الهامش.**

28. **عجلة فيريس الدوارة** يصل قطر عجلة دوارة في الصين إلى 155 مترًا تقريبًا. ويعد ارتفاع المقصورة h دالة للزمن t. ويستغرق عمل لفّة واحدة كاملة حوالي 30 ثانية. افترض أن الارتفاع عند مركز العجلة يمثل الارتفاع عند الزمن 0. ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة. **انظر الهامش.**

تدريس الممارسات في الرياضيات

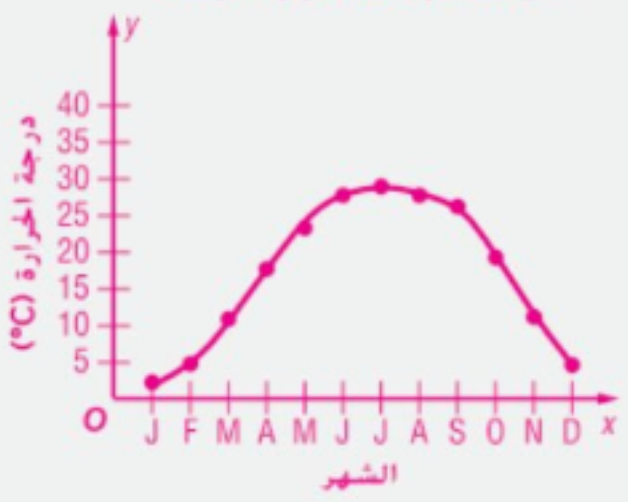
الاستنتاج المنطقي يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط بدء الحل. ويحللون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. ويتأكد الطلاب المتفوقون في الرياضيات من إجاباتهم على المسائل باستخدام طريقة مختلفة، ويسألون أنفسهم باستمرار "هل هذا الجواب منطقي؟"

التمثيلات المتعددة

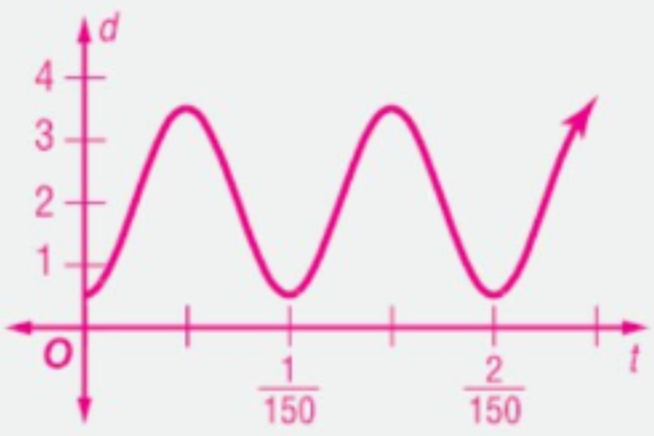
في التمرين 29، يصمم الطلاب رسمًا تخطيطيًا ويستخدمون جدول القيم والتحليل لاستكشاف العلاقة بين ضلع الانتهاء لزاوية وميل المستقيم الذي يمثلها.

إجابات إضافية

19a. متوسط درجات الحرارة المرتفعة



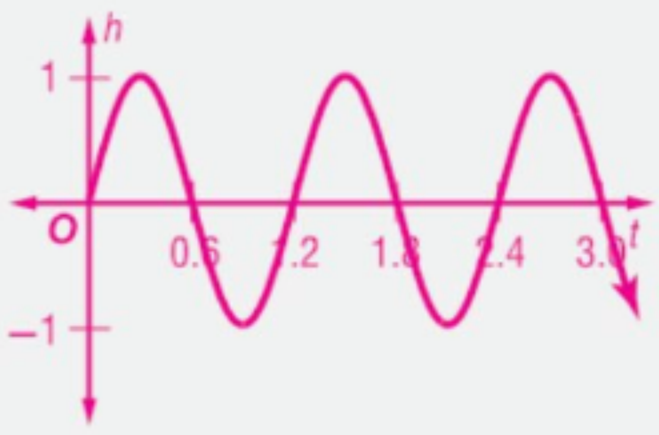
26b. الإجابة النموذجية:



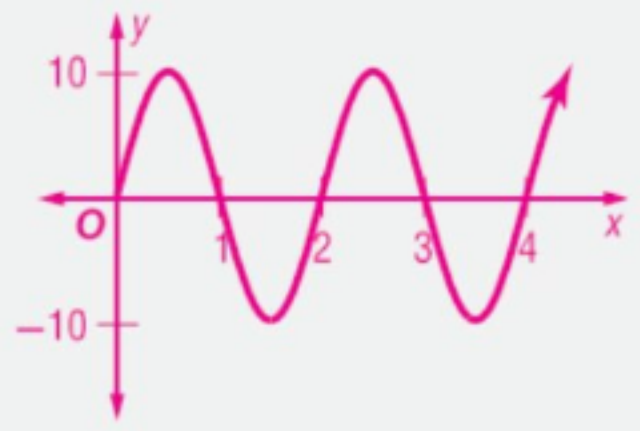
27b. الإجابة النموذجية:

28. الإجابة النموذجية:

30b.

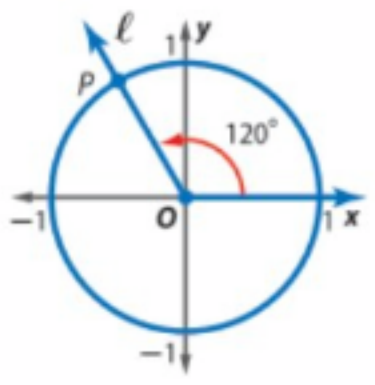


40. الإجابة النموذجية:



الفترة: 2

29. **التمثيلات المتعددة** يتقاطع ضلع الانتهاء، لزاوية ما في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة عند النقطة P، كما هو موضح في الشكل.



a. **هندسيًا** انسخ الشكل، وارسم مستقيمات تمثل الزوايا $30°, 60°, 150°, 210°, 315°$.

b. **جدوليًا** استخدم جدول قيم لتوضيح ميل كل مستقيم مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

c. **تحليليًا** ما الاستنتاجات التي يمكنك الخلوص إليها عن العلاقة بين ضلع الانتهاء، للزاوية والميل؟ اشرح استنتاجك. **29a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

30. **عكاز البهلوان** يقفز شخص لأعلى وأسفل على عكاز بهلوان بمعدل ثابت. والفرق بين أعلى وأدنى نقطتين له هو 60 سنتيمترًا. يقفز هذا الشخص 50 مرة في الدقيقة.

a. صف المتغير المستقل والمتغير التابع للدالة الدورية التي تمثل هذه الحالة. ثم اذكر فترة الدالة بالثواني.

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا يعبر عن تغير ارتفاع الشخص الواثب بالنسبة إلى نقطة البداية لديه. افترض أن نقطة البداية في المنتصف بين أعلى نقطة وأدنى نقطة له. وافترض أيضًا أن المحور الأفقي يمثل الزمن t بالثواني وأن المحور الرأسي يمثل الارتفاع h. **انظر الهامش.**

30a. الإجابة النموذجية: المتغير المستقل: الزمن t بالثواني؛ المتغير التابع: الارتفاع h بالقدم؛ الفترة: 1.2 ثانية

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير.

31. $\cos 45° - \cos 30°$ $\quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

32. $6(\sin 30°)(\sin 60°)$ $\quad \frac{3\sqrt{3}}{2}$

33. $2\sin\frac{4\pi}{3} - 3\cos\frac{11\pi}{6}$ $\quad -\frac{5\sqrt{3}}{2}$

34. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\sin 3\pi$ $\quad -\frac{1}{2}$

35. $(\sin 45°)^2 + (\cos 45°)^2$ $\quad 1$

36. $\frac{(\cos 30°)(\cos 150°)}{\sin 315°}$ $\quad \frac{3\sqrt{2}}{4}$

37. نجلاء؛ كتبت هداية خطأً أن $\cos\frac{-\pi}{3} = -\cos\frac{\pi}{3}$.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

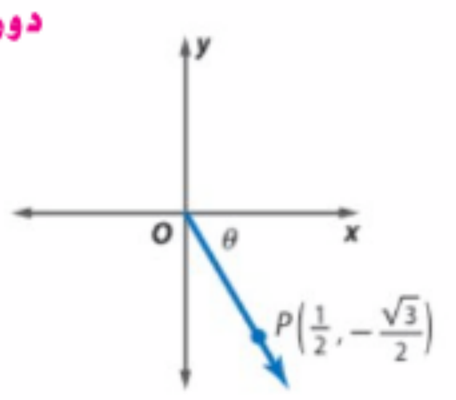
37. **التفكير النقدي** تعمل هداية ونجلاء على إيجاد القيمة الدقيقة للتعبير $\cos\frac{-\pi}{3}$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

هداية	نجلاء
$\cos\frac{-\pi}{3} = -\cos\frac{\pi}{3}$ $= -0.5$	$\cos\frac{-\pi}{3} = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi\right)$ $= \cos\frac{5\pi}{3}$ $= 0.5$

39. أحيانًا؛ يمكن أن تكون فترة منحنى sine $\frac{\pi}{2}$ وهو ما ليس من مضاعفات π.

41. فترة الدالة الدورية هي المسافة الأفقية للجزء غير المتكرر من التمثيل البياني. كل جزء غير متكرر من التمثيل البياني عبارة عن دورة واحدة.

38. **التحدِ** شعاع له نقطة طرفية عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، وتقع النقطة $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ على الشعاع. أوجد الزاوية θ التي كوّنها المحور x مع الشعاع. **−60°**



39. **التبرير** هل تكون فترة منحنى sine من مضاعفات π أحيانًا، أم دائمًا، أم لا تكون أبدًا؟ برر استنتاجك.

40. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم التمثيل البياني لدالة دورية قيمتها العظمى 10 وقيمتها الصغرى 10−. صف فترة الدالة. **انظر الهامش.**

41. **الكتابة في الرياضيات** اشرح طريقة تحديد فترة دالة دورية من تمثيلها البياني مع تضمين وصف للدورة.

تدريس الممارسات في الرياضيات

نقد يُمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم والمنطق الخاطئ، وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ.

تدريب على الاختبار المعياري

42. الإجابة القصيرة صف إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ إلى التمثيل البياني للدالة $g(x) = (x + 4)^2 - 3$. **انظر الهامش.**

43. يتم تمثيل التناقص في المعدل السكاني لمدينة هامبتون كوف بما يلي $P(t) = 24{,}000e^{-0.0064t}$. حيث t هو الزمن بالأعوام و24,000 هو عدد السكان الحالي. بعد كم عام سيكون تعداد السكان 10,000؟ **C**

A 14 B 104 C 137 D 375

44. SAT/ACT إذا كان $d^2 + 8 = 21$، فإن $d^2 - 8 =$ **G**

F 0 H 13 K 161

G 5 J 31

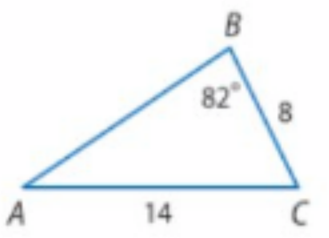
45. الإحصائيات إذا كان متوسط ثلاثة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 65. فما أكبر قيمة محتملة لواحد من هذه الأعداد الصحيحة؟ **A**

A 192 B 193 C 194 D 195

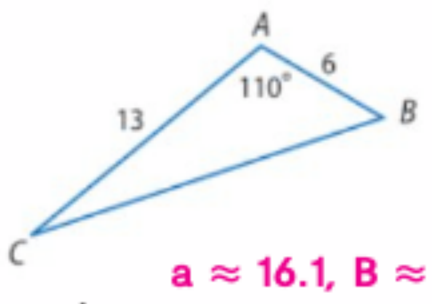
46. الإجابة الشبكية إذا كان $3 = 3 + 8xy$. فما قيمة xy؟ **0**

مراجعة شاملة

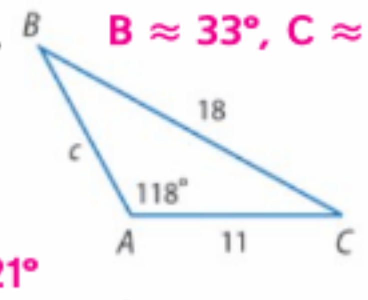
حُـلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة. (الدرس 11-5)

47. 

$A \approx 34°, C \approx 64°, c \approx 12.7$

48. 

$a \approx 16.1, B \approx 49°, C \approx 21°$

49. 

$B \approx 33°, C \approx 29°, c \approx 9.9$

حدد ما إذا كان كل مثلث بلا حل، أو له حل واحد، أو حلّان. ثم حل المثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة. (الدرس 11-4)

50. $A = 72°, a = 6, b = 11$ **لا يوجد حل**

51. $A = 46°, a = 10, b = 8$

52. $A = 110°, a = 9, b = 5$

51. حل واحد؛ $B \approx 35°$، $C \approx 99°, c \approx 13.7$

52. حل واحد؛ $B \approx 31°$، $C \approx 39°, c \approx 6.0$

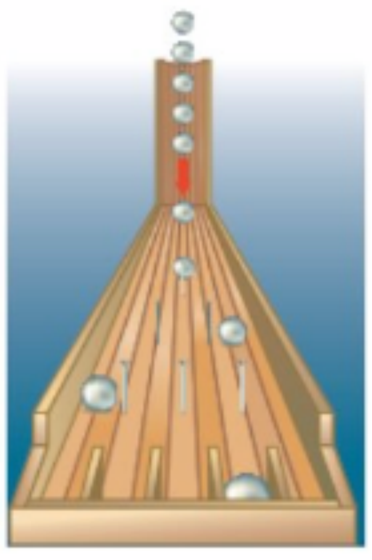
تصل نسبة نجاح التوزيع ذي حدين إلى 70%. وهناك 10 محاولات.

53. ما احتمال فشل 3 محاولات؟ **0.267**

54. ما احتمال نجاح 7 محاولات على الأقل؟ **0.6496**

55. ما العدد المتوقع للمحاولات الناجحة؟ **7**

56. الألعاب يوضح الرسم التخطيطي لوحة إحدى الألعاب التي يتم فيها إسقاط كرات من ممر مائل. وحسب نمط من المسامير والحواجز، تتجه الكرات في مسارات مختلفة إلى الأقسام السفلية. بالنسبة إلى كل قسم، كم عدد المسارات الموجودة باللوحة التي تؤدي إلى ذلك القسم؟ **1, 4, 6, 4, 1**



57. الرواتب يصل الراتب الحالي لفهد AED 40,000 في العام. ودائمًا ما تكون الزيادة السنوية في راتبه نسبة من الراتب في ذلك الوقت. فماذا سيكون راتبه إذا حصل على أربع زيادات متتالية نسبتها 4%؟ **AED 46,794.34**

حُـلّ كل نظام من المعادلات.

58. $y = x + 2$, $y = x^2$ **(2, 4), (−1, 1)**

59. $4x + y^2 = 20$, $4x^2 + y^2 = 100$ **(5, 0), (−4, ±6)**

مراجعة المهارات

بسّط كل تعبير.

60. $\frac{240}{\left|1 - \frac{5}{4}\right|}$ **960**

61. $\frac{180}{\left|2 - \frac{1}{3}\right|}$ **108**

62. $\frac{90}{\left|2 - \frac{11}{4}\right|}$ **120**

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب أن يصفوا كيف يمكنهم إيجاد نقاط على دائرة الوحدة في كل من الأرباع وعلى كل من المحاور.

إجابة إضافية

42. الإجابة النموذجية: حرك التمثيل البياني لـ $f(x)$ بمقدار 4 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات إلى الأسفل للحصول على التمثيل البياني لـ $g(x)$.

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اشرح للطلاب التمثيلات البيانية لكل من $y = \cos x$ و $y = \cos 2x$ و $y = \cos 3x$. اطلب منهم ذكر الفترة لكل دالة. **360°, 180°, 120°** واطلب منهم تحديد الفترة للدالة $y = \cos kx$. $\frac{360°}{k}$