

التحويلات الهندسية والتناظر

6

الرياضيات



Chapter Sourced from Integrated Math III Chapter 14 © 2012

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

السابق

لقد حدّدت الانعكاس والإزاحة والدوران.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
 - تحديد أسماء أشكال عكست أو أزيحت أو دوّرت أو غيّرت أبعادها (تمدّدت) ورسمها.
 - تمييز تركيب التحويلات ورسمها.
 - تحديد التناظر في الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.

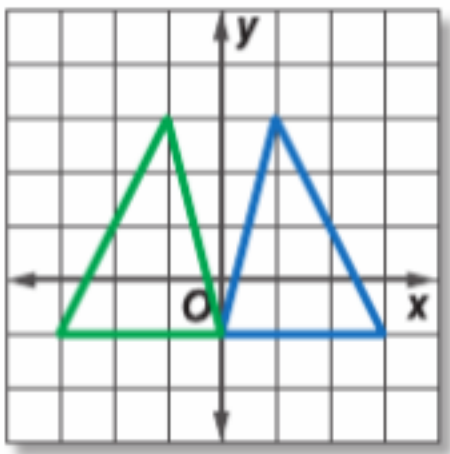
لماذا؟ ▲

● التصوير الضوئي يستخدم المصورون الانعكاس والدوران والتطابق لجعلوا صورهم مثيرة للإعجاب وملفتة للنظر.

الاستعداد للوحدة

مراجعة سريعة

مثال 1



حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحةً، أو دورانًا.

كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسي y . هذا انعكاس

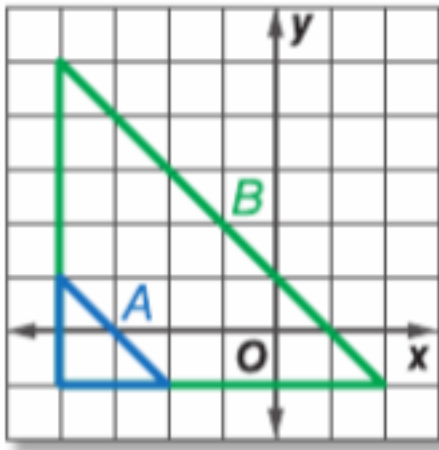
مثال 2

اكتب صورة مركبة \overrightarrow{AB} لـ $A(-1, 1)$ و $B(4, -3)$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle && \text{صورة مركبة المتجه} \\ &= \langle 4 - (-1), -3 - 1 \rangle && \text{بالتعويض.} \\ &= \langle 5, -4 \rangle && \text{بالتبسيط}\end{aligned}$$

مثال 3

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



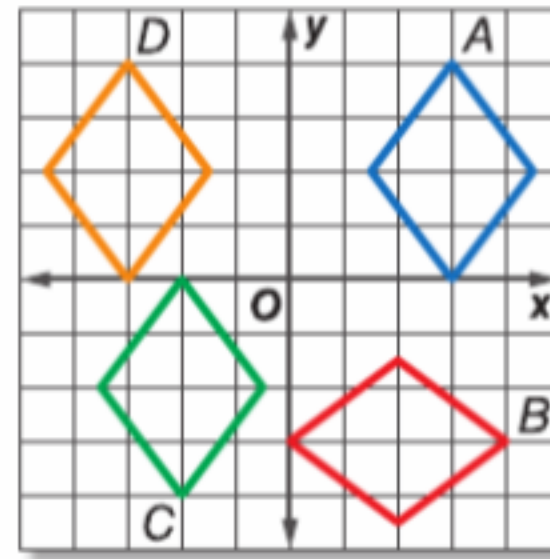
B أكبر من A . إذاً فهو تكبير.

المسافة بين رؤوس A تساوي 2 والمسافة المناظرة بالنسبة لـ B تساوي 6.

عامل المقياس يساوي $\frac{6}{2}$ أو 3.

تدريب سريع

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحةً، أو دورانًا.



1. A إلى B
2. A إلى D
3. A إلى C

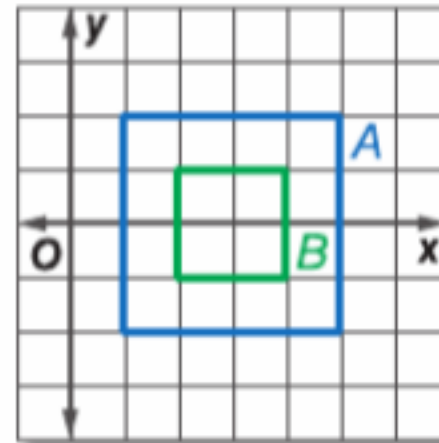
أوجد مجموع كل متجهين.

4. $\langle 13, -4 \rangle + \langle -11, 9 \rangle$
5. $\langle 6, -31 \rangle + \langle -22, 3 \rangle$

6. **الفرقة الموسيقية** خلال جزء من أغنية، يوجه ضارب الطبل في فرقة استعراضية الفرقة للتحرك من النقطة $(1, 4)$ إلى النقطة $(5, 1)$. اكتب صورة مركبة المتجه الذي يصف هذه الحركة.

7. حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من

A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



8. **المسرحيات** يصنع أحمد نموذج نملةٍ لمسرحية. أوجد معامل مقياس النموذج إذا كان طول النملة سنتيمترًا واحدًا وكان طول النموذج $m \frac{1}{4}$.

6-1 الانعكاس



لماذا؟

الحالي

السابق

1 رسم الانعكاس.

لقد حدّدت الانعكاس وأثبتّه على أنه تحويل تطابق.

2 رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي.

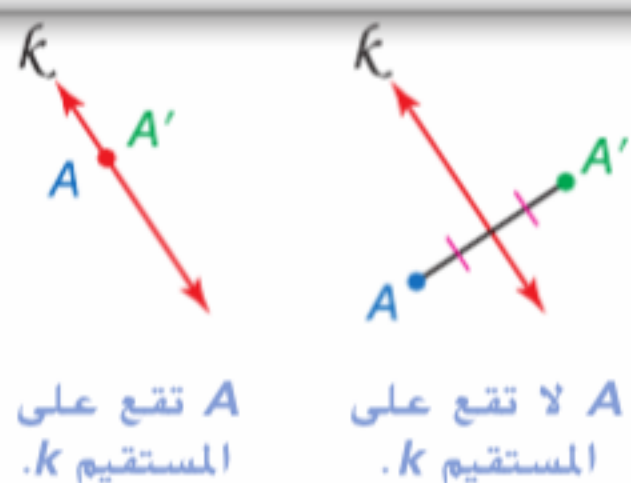
لاحظ في هذا الانعكاس في الماء أن المسافة التي تقع عندها نقطة فوق خط الماء تبدو ماثلة للمسافة التي تقع عندها صورة تلك النقطة تحت الماء.

1 رسم الانعكاس تعلمت سابقًا أن الانعكاس أو القَلْب تحويلٌ بالنسبة لمستقيم يدعى **خط الانعكاس**. تبعد كل نقطة في الصورة الأصلية ونظيرتها في الصورة المسافة نفسها عن هذا المستقيم.

المفردات الجديدة
خط الانعكاس
line of reflection

مهارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

المفهوم الأساسي الانعكاس بالنسبة لمستقيم



الانعكاس بالنسبة لمستقيم هو دالة تربط كل نقطة بصورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة تقع على المستقيم، فإن فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة تقع على المستقيم، فالمستقيم هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين.

A', A'', A''' وهكذا دواليك هي تسميات النقاط المقابلة لتحويل أو أكثر.

لنعكس مضلعًا بالنسبة لمستقيم، اعكس كلا من رؤوس المضلع. ثم صل هذه الرؤوس لتشكل الصورة المنعكسة.

مثال 1 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم

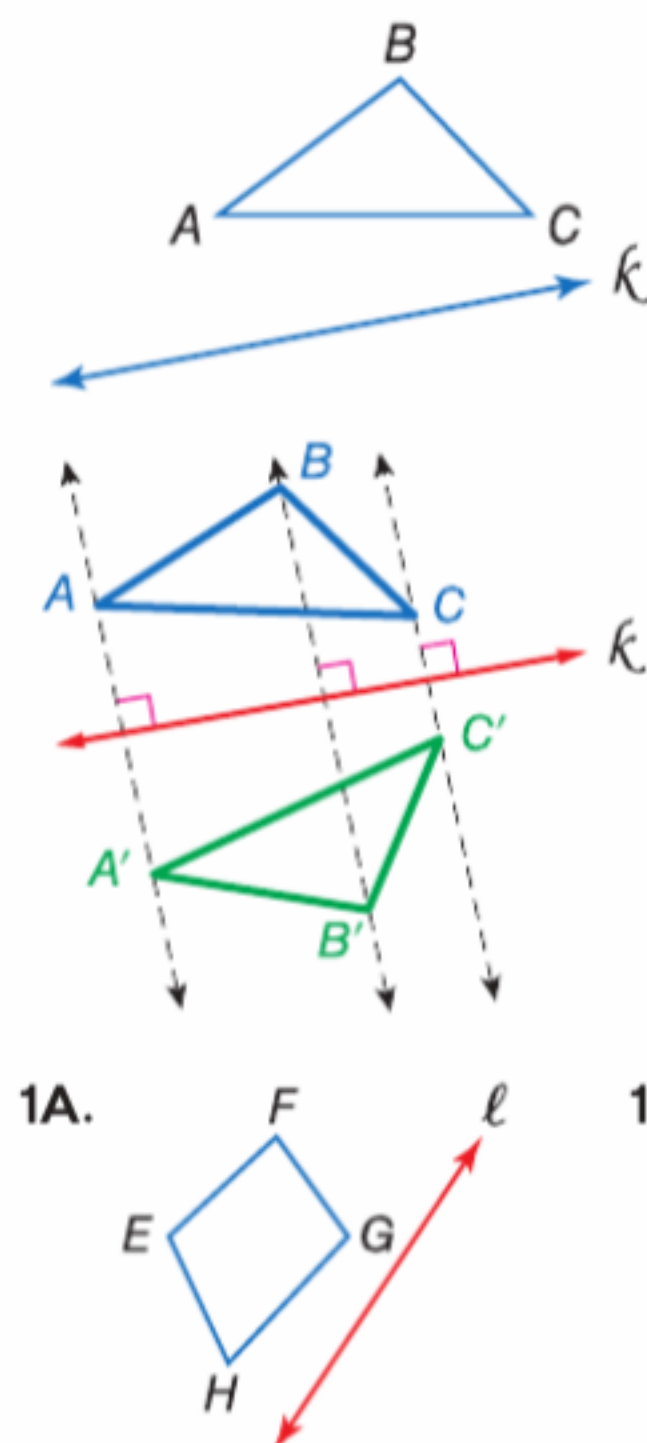
انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

الخطوة 1 ارسم مستقيما من خلال كل رأس بحيث يكون عموديا على المستقيم k .

الخطوة 2 قس المسافة من النقطة A إلى المستقيم k . ثم حدد A' على المسافة نفسها من المستقيم k على الطرف المقابل

الخطوة 3 كرّر الخطوة 2 لتحديد النقطتين B' و C' . ثم صل الرؤوس A' و B' و C' لتشكيل الصورة المنعكسة.

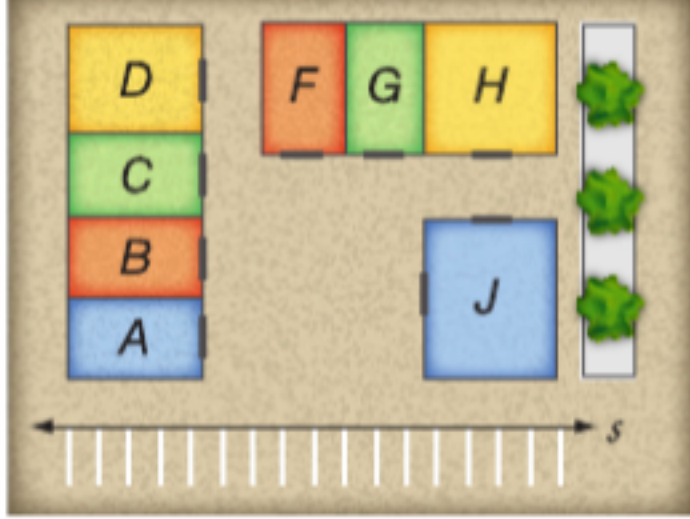
تمرين موجّه





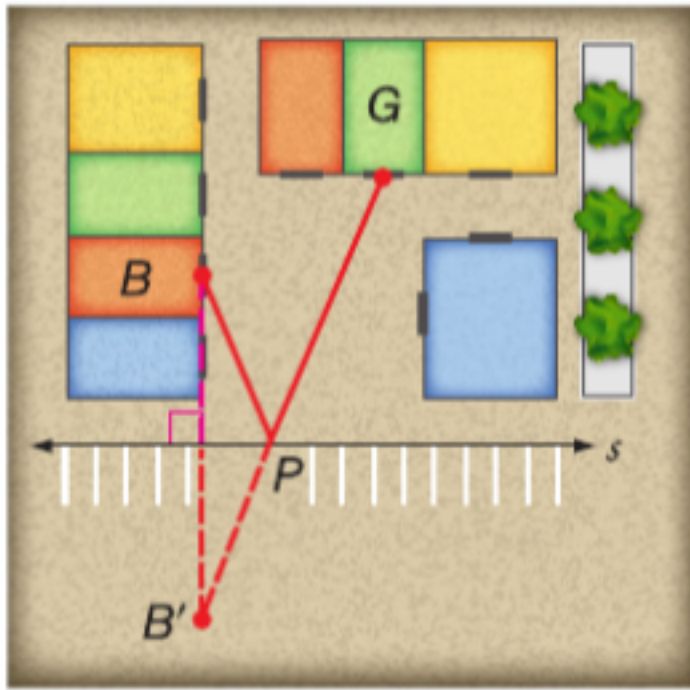
تذكر أن الانعكاس هو تحويل تطابق أو تساوي أبعاد. في الشكل المبين في المثال 1، $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

مثال 2 من الحياة اليومية تصغير المسافات باستخدام الانعكاس



التسوق افترض أنك ستشتري ملابس من المتجر B ، ثم ستعود إلى سيارتك، ثم ستشتري حذاء من المتجر G . فأين عليك أن تركز سيارتك على طول المستقيم s من أماكن إيقاف السيارات لتحديد المسافة التي ستمشيها سيرًا على الأقدام إلى الحد الأدنى؟

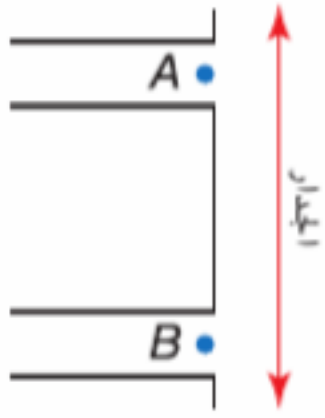
استيعاب المسألة تطلب المسألة منك تحديد نقطة P على المستقيم s بحيث يكون لـ $BP + PG$ أقل قيمة ممكنة.



التخطيط تكون المسافة الكلية من B إلى P ثم من P إلى G أصغر ما يمكن حين تكون النقاط الثلاثة على استقامة واحدة. استخدم انعكاس النقطة B بالنسبة للمستقيم s لإيجاد موقع النقطة P .

الحل ارسم $\overline{B'G}$. حدّد P عند تقاطع المستقيم s و $\overline{B'G}$.

التحقق قارن المجموع $BP + PG$ لكل حالة لتحقيق من أن موقع P الذي وجدته يصغر هذا المجموع.



تمرين موجّه

2. **بيع البطاقات** تريد إيمان اختيار موقع جيد لبيع بطاقات حضور حفل التخرج. حدد نقطة P بحيث تكون المسافة التي على شخص ما أن يقطعها من الردهة A إلى النقطة P على الجدار، ومن ثم إلى الصف التالي في الردهة B أصغر ما يمكن.

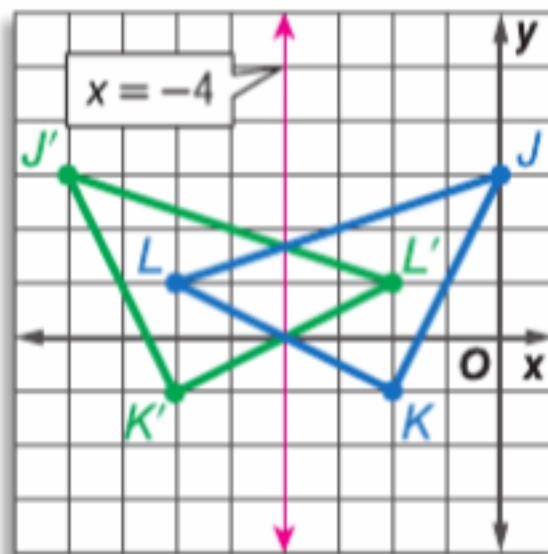
2 رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي استخدام التقنيات المقدمة في المثال 3.

مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم أفقي أو رأسي

للمثلث JKL الرؤوس $J(0, 3)$ و $K(-2, -1)$ و $L(-6, 1)$. مثل بيانيًا المثلث $\triangle JKL$ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.

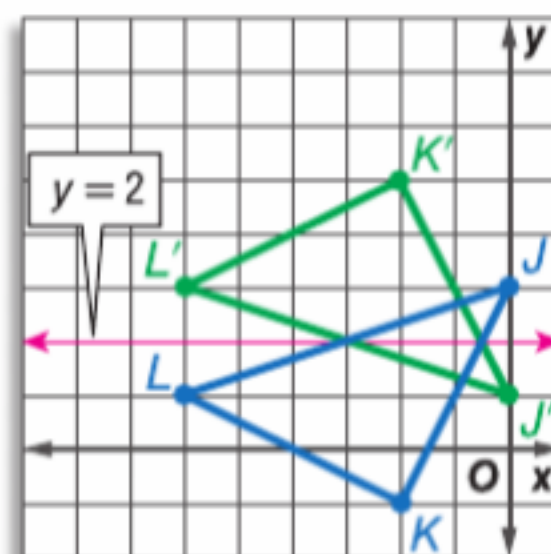
a. $x = -4$

أوجد نقطة مناظرة لكل رأس بحيث يكون الرأس وصورته متساويي البعد عن المستقيم $x = -4$.



b. $y = 2$

أوجد نقطة مناظرة لكل رأس بحيث يكون الرأس وصورته متساويي البعد عن المستقيم $y = 2$.

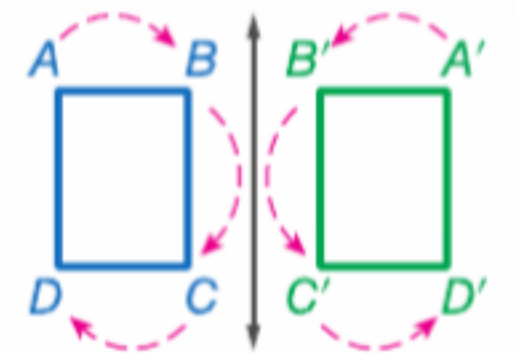


مهنة من الحياة اليومية

المصوّر يلتقط العاملون في مجال التصوير الصور لأسباب متعددة. منها ما يتعلق بالثقافة أو الفن أو تسجيل حدث ما. ومنها ما يكون لأغراض علمية. وتطلب بعض الاختصاصات كالتصوير الصحفي والتصوير العلمي نيل درجة البكالوريوس. بينما لا تستلزم بعض مجالات التصوير الأخرى، كالتقاط الصور الشخصية، سوى براعة فنية.

نصيحة دراسية

خواص الانعكاس تحافظ الانعكاس. شأنها شأن جميع حالات تساوي القياس، على المسافات وقياسات الزوايا وبنية النقاط ووقوعها على استقامة واحدة. ولكن توجيه الصورة الأصلية وصورتها يكونان متعاكسين.



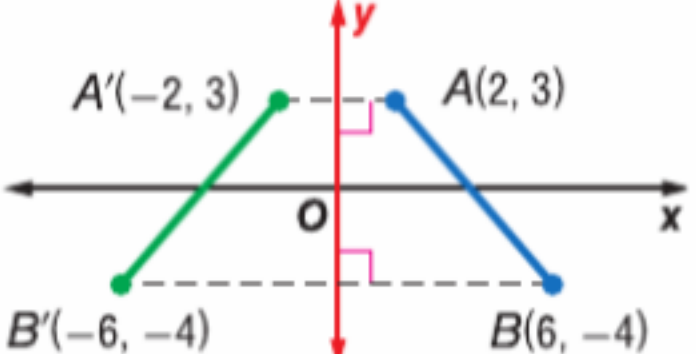
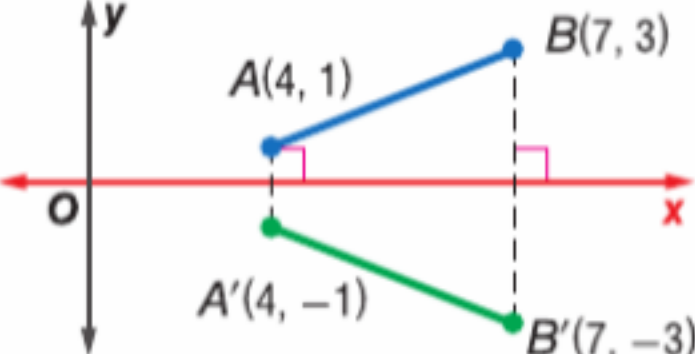
تمرين موجّه

لشبه المنحرف $RSTV$ الرؤوس $R(-1, 1)$ و $S(4, 1)$ و $T(4, -1)$ و $V(-1, -3)$. مثل شبه المنحرف $RSTV$ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.

3A. $y = -3$

3B. $x = 2$

حين يكون خط الانعكاس هو المحور الأفقي x أو المحور الرأسى y . فيمكنك استخدام القاعدة التالية.

المفهوم الأساسي الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x أو المحور الرأسى y	
الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسى y	الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x
<p>الشرح</p> <p>لتعكس نقطة بالنسبة للمحور الرأسى y. اضرب الإحداثي الأفقي x الخاص بها بـ -1.</p> <p>الرموز</p> <p>$(x, y) \rightarrow (-x, y)$</p> <p>مثال</p> 	<p>الشرح</p> <p>لتعكس نقطة بالنسبة للمحور الأفقي x. اضرب الإحداثي الرأسى y الخاص بها بـ -1.</p> <p>الرموز</p> <p>$(x, y) \rightarrow (x, -y)$</p> <p>مثال</p> 

قراءة في الرياضيات

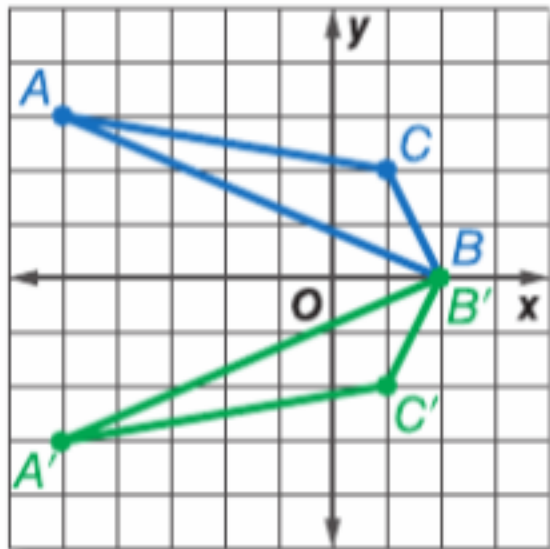
الرمز الإحداثي للدالة يمكن قراءة التعبير $R(a, b) \rightarrow P(a, -b)$ على النحو: النقطة P التي إحداثياتها a و b تربطت بموقع جديد P إحداثيات a و ناقص b .

مثال 4 انعكاس شكل بالنسبة للمحور الإحداثي x أو المحور الإحداثي y

مثل بيانياً كل شكل وصورته وفق الانعكاس المعطى.

a. المثلث $\triangle ABC$ ذو الرؤوس $A(-5, 3)$ و $B(2, 0)$ و $C(1, 2)$ بالنسبة للمحور الأفقي x

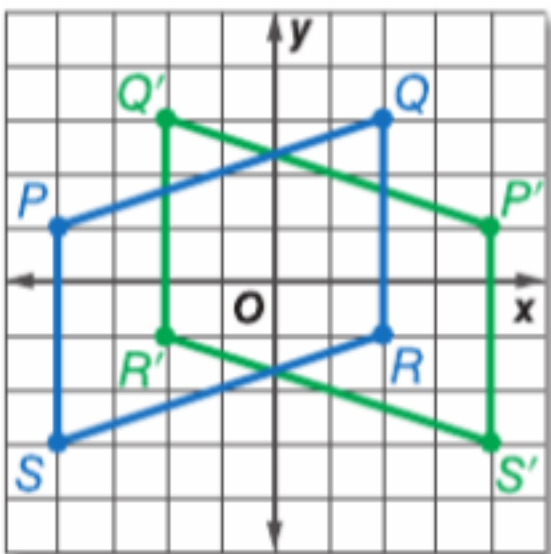
اضرب الإحداثي الرأسى y لكل رأس بـ -1 .



$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (x, -y) \\ A(-5, 3) &\rightarrow A'(-5, -3) \\ B(2, 0) &\rightarrow B'(2, 0) \\ C(1, 2) &\rightarrow C'(1, -2) \end{aligned}$$

b. متوازي الأضلاع $PQRS$ ذو الرؤوس $P(-4, 1)$ و $Q(2, 3)$ و $R(2, -1)$ و $S(-4, -3)$ بالنسبة للمحور الرأسى y

اضرب الإحداثي الأفقي x لكل رأس بـ -1 .



$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-x, y) \\ P(-4, 1) &\rightarrow P'(-2, 1) \\ Q(2, 3) &\rightarrow Q'(-4, 3) \\ R(2, -1) &\rightarrow R'(-4, -1) \\ S(-4, -3) &\rightarrow S'(-2, -3) \end{aligned}$$

تمرين موجّه

A4. المستطيل ذو الرؤوس $E(-4, -1)$ و $F(2, 2)$ و $G(3, 0)$ و $H(-3, -3)$ بالنسبة للمحور الأفقي x

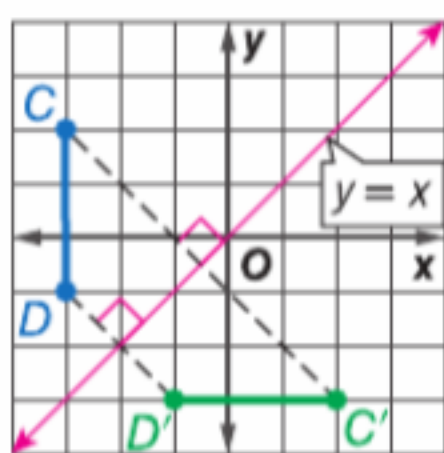
B4. المثلث $\triangle JKL$ ذو الرؤوس $J(3, 2)$ و $K(2, -2)$ و $L(4, -5)$ بالنسبة للمحور الرأسى y

مراجعة المفردات

المستقيمات المتعامدة

يكون مستقيمان غير رأسيان متعامدين فقط وفقط إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1.

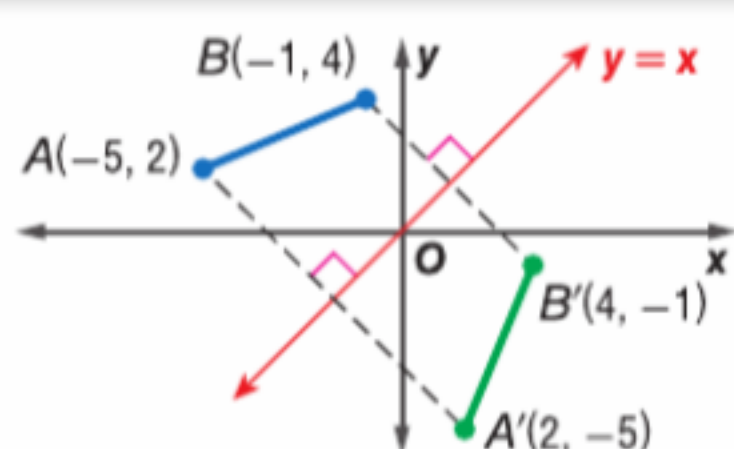
يمكنك أيضا عكس صورةً بالنسبة للمستقيم $y = x$.



ميل المستقيم $y = x$ يساوي 1. وفي التمثيل البياني المبين $\overline{CC'}$ عمودي على $x = y$ فإن قميله يساوي -1. من النقطة $C(-3, 2)$ تحرّك يمينًا لمسافة 2.5 وحدة وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدة لتصل إلى $y = x$. ومن هذه النقطة على المستقيم $y = x$ تحرّك يمينًا لمسافة 2.5 وحدة وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدة لتحدد النقطة $C'(2, -3)$. وباستخدام طريقة مشابهة، نجد أن صورة النقطة $D(-3, -1)$ هي النقطة $D'(-1, -3)$.

تعطي مقارنة إحداثيات هذه الأمثلة وغيرها القاعدة التالية للانعكاس بالنسبة للمستقيم $y = x$.

المفهوم الأساسي انعكاس بالنسبة للمستقيم $y = x$



مثال

لعكس نقطةً بالنسبة للمستقيم $y = x$ بدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y .

$$(x, y) \rightarrow (y, x)$$

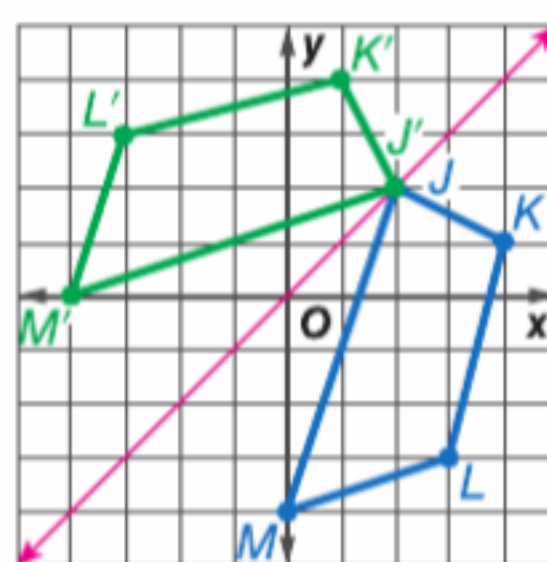
الشرح

الرموز

مثال 5 انعكاس شكلٍ بالنسبة للمستقيم $y = x$

للمثلث $JKLM$ الرؤوس $J(2, 2)$, $K(4, 1)$, $L(3, -3)$, $M(0, -4)$. مثل $JKLM$ بيانيًا وصورته $J'K'L'M'$ بالنسبة للمستقيم $x = y$.

بدّل بين إحداثيات x و y لكل رأس.



$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (y, x) \\ J(2, 2) &\rightarrow J'(2, 2) \\ K(4, 1) &\rightarrow K'(1, 4) \\ L(3, -3) &\rightarrow L'(-3, 3) \\ M(0, -4) &\rightarrow M'(-4, 0) \end{aligned}$$

تمرين موجّه

5. للمثلث BCD الرؤوس $B(-3, 3)$ و $C(1, 4)$ و $D(-2, -4)$. مثلّ بيانيًا المثلث BCD وصورته بالنسبة للمستقيم $y = x$.

نصيحة دراسية

الصورة الأصلية وصورتها

ستعتمد في هذا الكتاب دائمًا اللون الأزرق للصورة الأصلية واللون الأخضر لصورتها المحوّلة.

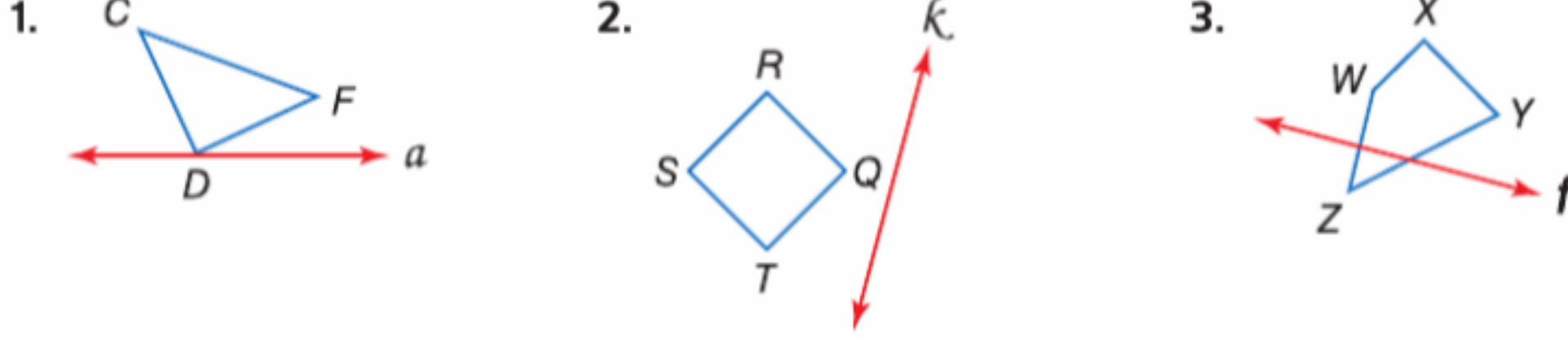
ملخص المفهوم الانعكاس في المستوى الإحداثي

انعكاس بالنسبة للمستقيم $y = x$	انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y	انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x
$(x, y) \rightarrow (y, x)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

التحقق من فهمك

مثال 1

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا الخط باستخدام مسطرة.



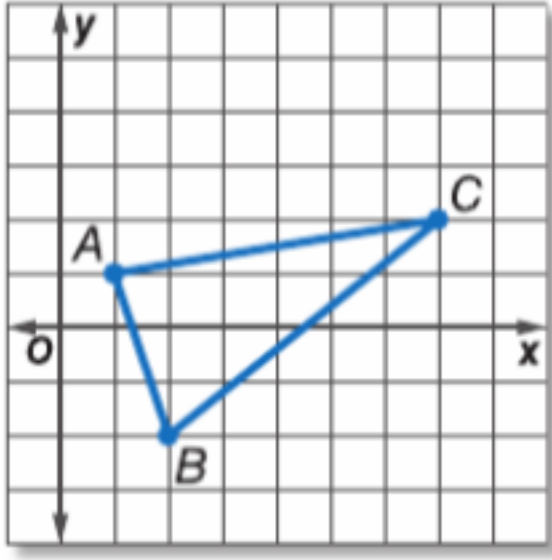
مثال 2

4. الأحداث الرياضية ينتظر أحمد في المقهى أن يحضر له صديقه بطاقة لحضور حدث رياضي بسعر مخفض. فعند أي نقطة P على طول الطريق يتعين على الصديق إيقاف سيارته لتقليل المسافة التي على أحمد أن يسيرها من المقهى إلى السيارة ومن ثم إلى مدخل الصالة إلى الحد الأدنى؟ ارسم مخططاً.



مثال 3

مثل بياناً المثلث $\triangle ABC$ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.



5. $y = -2$

6. $x = 3$

المثالان 4-5

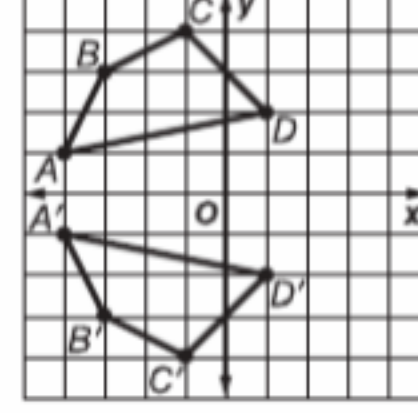
مثل بياناً كل شكلٍ وصورته مما يلي وفق عملية الانعكاس المعطاة.

7. المثلث $\triangle XYZ$ الذي رؤوسه $X(0, 4)$ و $Y(-3, 4)$ و $Z(-4, -1)$ بالنسبة للمحور y

8. متوازي الأضلاع $QRST$ الذي رؤوسه $Q(-1, 4)$ و $S(3, 1)$ و $R(4, 4)$ و $T(-2, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x

9. الشكل الرباعي $JKLM$ الذي رؤوسه $J(-3, 1)$ و $K(-1, 3)$ و $L(1, 3)$ و $M(-3, -1)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$

10. يعرض الشكل الموضح الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ في المستوى. فأأي عبارة يمكن استخدامها لتحديد نوع التحويل الذي حدث؟



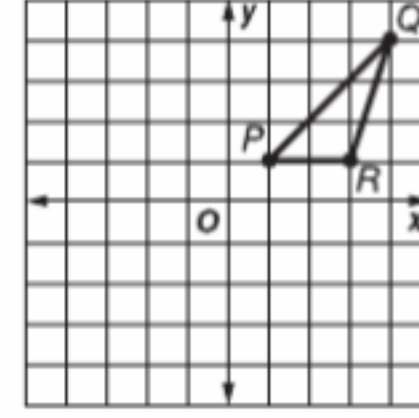
A ميل $\overline{AB} = 2$ ؛ ميل $\overline{B'C'} = -\frac{1}{2}$ ؛ بما أن قيمتي الميلين سالبتان، فالتحويل هو دوران بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة.

B إن صورة كل من النقاط A و B و C و D هي انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x . فإن فالتحويل هو انعكاس.

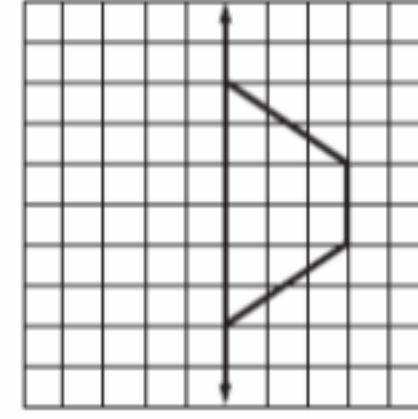
C بما أن B' تبعد ست نقاط أسفل B ، فالتحويل هو إزاحة لمسافة ست وحدات إلى الأسفل.

D $CD = 2\sqrt{2}$ و $C'D' = 2\sqrt{2}$ ؛ بما أن $CD = C'D'$ ، فالتحويل هو تغيير للأبعاد بمعامل يساوي 1.

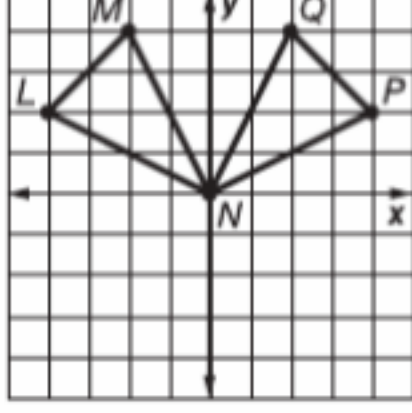
12. إذا انعكس المثلث PQR بالنسبة للمحور الأفقي x ليصبح المثلث $P'Q'R'$ ، فماذا سيكون إحداثيات النقطة Q' ؟



14. الهندسة توضح الشبكة أدناه ثلاث قطع مستقيمة. ارسم ثلاث قطع مستقيمة أخرى لإتمام سداسي أضلاع متماثل بالنسبة للمستقيم الرأسى.



11. المثلث PQN هو تحويل للمثلث LMN . فما العبارة التي تثبت أن التحويل هو انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى y ؟



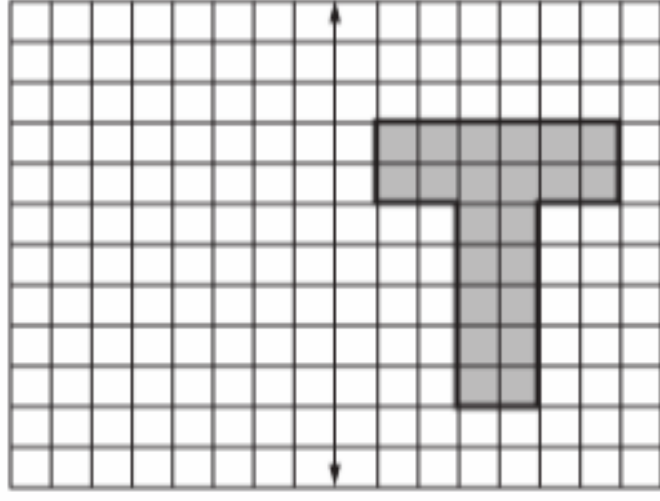
A ميل $\overline{MN} \cdot \overline{NP} = -1$

B ميل $\overline{LN} \cdot \overline{QN} = -1$

C صورة كل نقطة (x, y) هي $(-x, y)$.

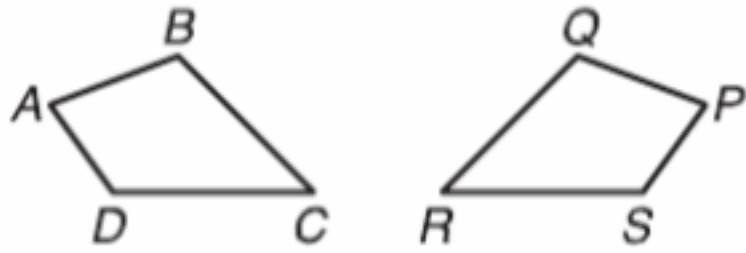
D $\overline{MN} \cong \overline{QN}$

13. الهندسة ارسم شكلاً إلى يسار المستقيم بحيث يكون الشكل المعطى والشكل الذي رسمته متماثلين بالنسبة لذلك المستقيم.



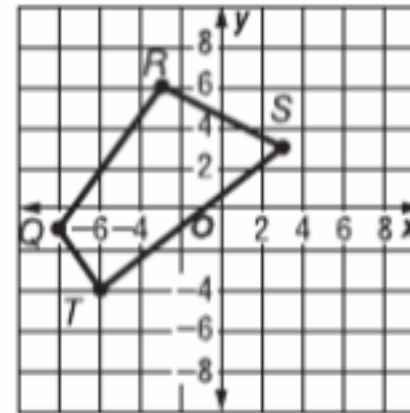
15. في الرسم التخطيطي، حول الشكل الرباعي $ABCD$ إلى الشكل الرباعي $PQRS$.

فما الصورة الأصلية لـ \overrightarrow{PS} ؟

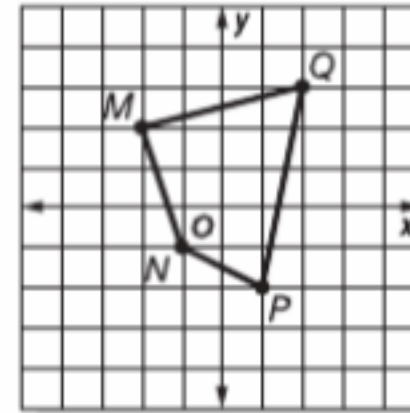


16. يعرض الشكل أدناه الشكل الرباعي $QRST$.

إذا انعكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور الأفقي x ومن ثم بالنسبة للمحور الرأسى y ليشكل شكل رباعي $Q''R''S''T''$. فماذا سوف يكون إحداثيا T'' ؟

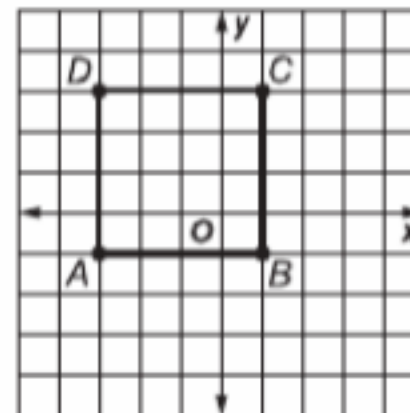


17. يعرض الشكل التمثيل البياني لـ $MNPQ$. ماذا سوف يكون إحداثيا Q' إذا ما انعكس الشكل الرباعي بالنسبة للمحور الأفقي x ؟

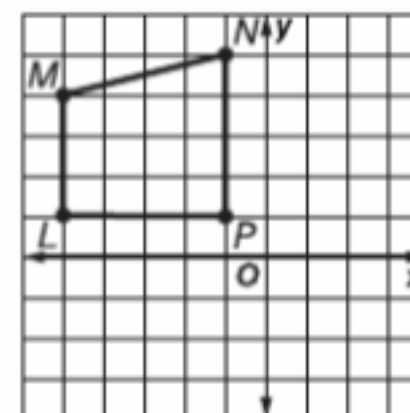


18. يوضح الشكل أدناه المربع $ABCD$.

إذا انعكس المربع $ABCD$ بالنسبة للمحور y . فماذا سيكون إحداثيا D' ؟



19.



إذا انعكس شبه المنحرف $LMNP$ بالنسبة للمحور الرأسى y . فماذا سيكون إحداثيا L' ؟

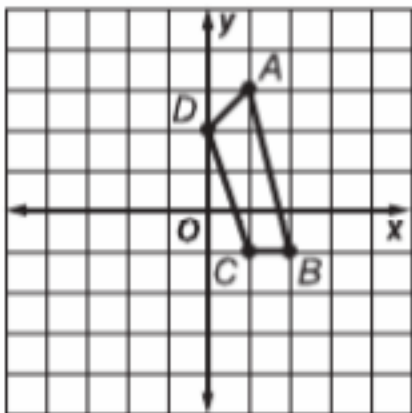
20. للمثلث ABC الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا ما انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي $\triangle WXY$. فماذا ستكون إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle WXY$ ؟

21. يريد إسماعيل أن يعكس المستطيل $HIJK$ ذا الرؤوس $H(2, 4)$ و $I(5.5, 4)$ و $J(5.5, -1)$ و $K(2, -1)$ بالنسبة للمحور الرأسى y ليشكل المستطيل $LMNP$. فماذا ستكون إحداثيات النقطة L إذا كانت هذه النقطة هي نقطة الانعكاس H ؟

22. للمثلث UVW الرؤوس $U(-3, 1)$ و $V(2, 4)$ و $W(7, 2)$. وللمثلث XYZ الرؤوس $X(-3, -1)$ و $Y(2, -4)$ و $Z(7, -2)$. فما هو نوع التحويل الذي يمكن استخدامه لربط المثلث UVW بالمثلث $\triangle XYZ$ ؟

23. إذا انعكس المثلث LMN ذو الرؤوس $L(-2, 6)$ و $M(5, 2)$ و $N(-6, -1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x . فماذا سيكون إحداثيا L' ؟

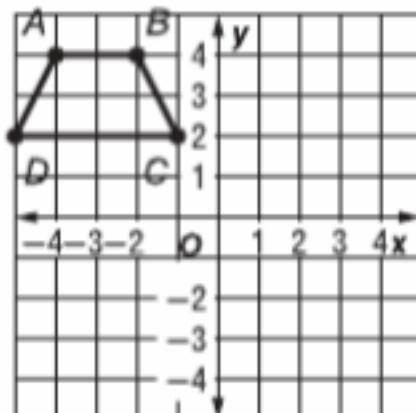
24. يعكس الشكل الرباعي $ABCD$ ذو الرؤوس $A(1, 3)$ و $B(2, -1)$ و $C(1, -1)$ و $D(0, 2)$ بالنسبة للمستقيم $x = 1$ ليعطي الشكل الرباعي $WXYZ$. فماذا ستكون مجموعة إحداثيات $WXYZ$ ؟



25. تقع رؤوس مثلث عند النقاط $(1, 0)$ و $(1, -1)$ و $(-1, -1)$. ما هو المستقيم الذي إذا ما انعكس المثلث بالنسبة إليه سيعطي مثلثاً تقع رؤوسه عند النقاط $(0, 1)$ و $(-1, 1)$ و $(-1, -1)$ ؟

26. للمثلث ABC الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي المثلث WXY . فماذا ستكون إحداثيات المثلث $\triangle WXY$ ؟

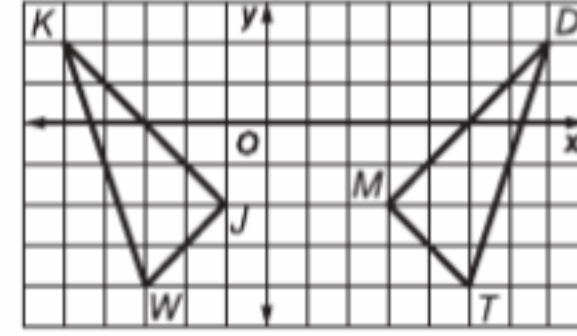
27. ما هما إحداثيا النقطة B' إذا انعكس شبه المنحرف $ABCD$ بالنسبة للمحور الرأسى y ؟



28. أيّ مما يلي هي نقطة انعكاس النقطة $E(-7, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x ؟

29. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(-3, 1)$ و $B(1, 5)$ و $C(7, 0)$. فما هي إحداثيات الصورة $\triangle A'B'C'$ بموجب انعكاس المثلث الأصلي بالنسبة للمستقيم $y = x$ ؟

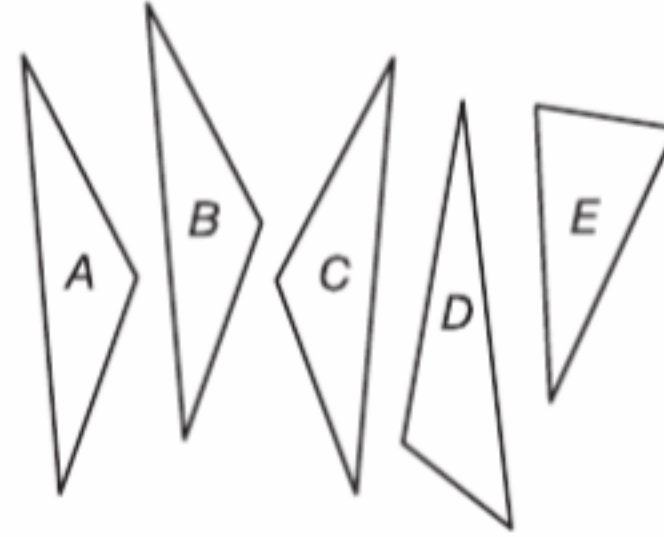
30. ما هو المستقيم الذي يعدّ المثلث $\triangle MDT$ بالنسبة إليه انعكاسًا للمثلث $\triangle JKW$ ؟



31. ما هو انعكاس النقطة $P(-3, 10)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$ ؟

32. ما هما المستقيمان الذي تعدّ بالنسبة إليهما القطعة المستقيمة التي نقطتها الطرفيتان هما $P''(10, 0)$ و $Q''(12, 4)$ نتيجة لانعكاس مضاعف للقطعة المستقيمة التي نقطتها الطرفيتان هما $P(0, 0)$ و $Q(2, 4)$ ؟

33. أيّ من الأشكال التالية يبدو أنه انعكاس للشكل A بالنسبة لمستقيم ما؟



34. أيّ من العبارات التالية صحيحة؟

A إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y . فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, -y)$.

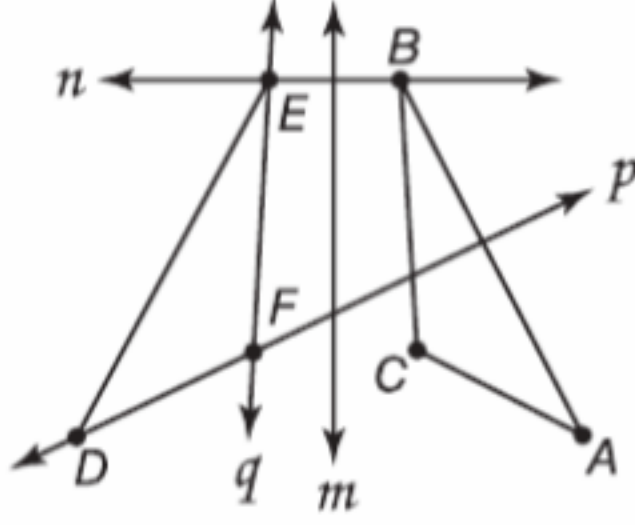
B إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y . فإن إحداثيي الصورة هما $P''(y, -y)$.

C إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y . فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, y)$.

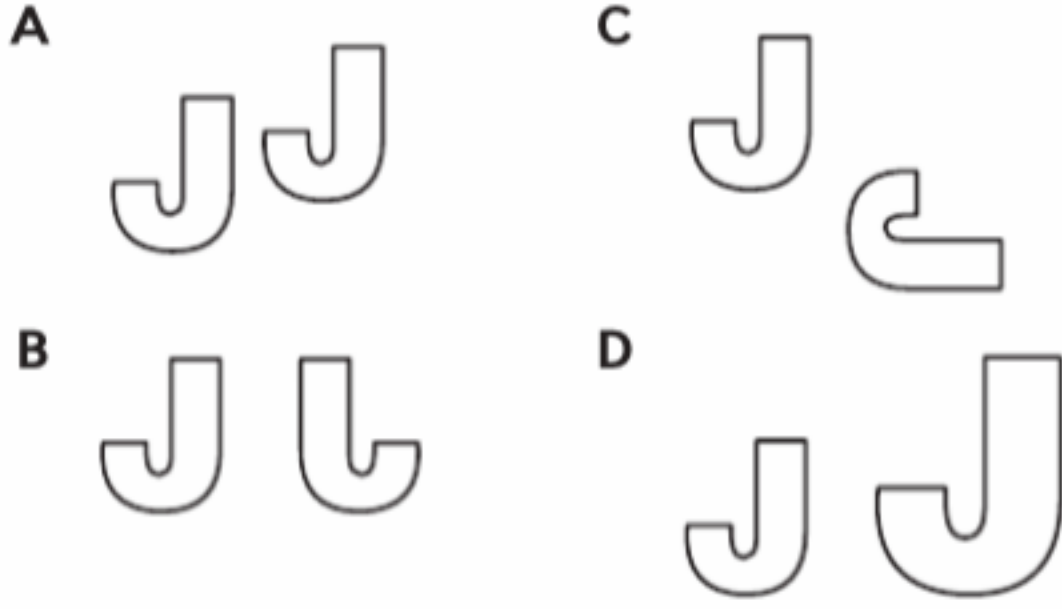
D إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الأفقي x . فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, -y)$.

35. بناءً على أحد التحويلات، يكون لسداسي الأضلاع $PQRSTU$ الصورة $ABRSCD$. فأَي من التحويلات التالية يعطي ذلك؟

36. ما هو المستقيم الذي معكوس المثلث $\triangle DEF$ بالنسبة إليه هو المثلث $\triangle ABC$ ؟



37. ما الصورة التي تمثل انعكاساً؟



38. أي من النقاط التالية هي انعكاس للنقطة $L(-2, -9)$ بالنسبة للمحور الرأسي y ؟

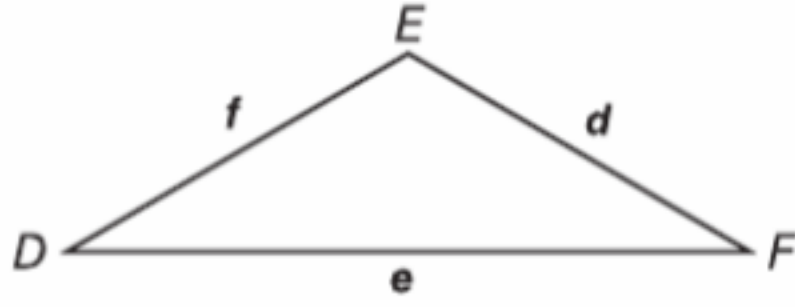
- A** $L'(-9, -2)$ **C** $L'(2, -9)$
B $L'(2, 9)$ **D** $L'(-9, -2)$

93. بموجب الانعكاس الانزلاقي $T_{x, y}$ حيث $R_x=0$ ، فإن صورة $A(1, 3)$ هي $A'(-1, 6)$. فما قيمتا x و y ؟

- A** $x = -2$ و $y = 3$
B $x = 0$ و $y = 3$
C $x = 3$ و $y = -2$
D $x = 3$ و $y = 0$

تدريب على الاختبار المعياري

42. في المثلث $\triangle DEF$ ، لدينا $m\angle E = 108$ ، $m\angle F = 26$ ، و $f = 20$. أوجد طول d مقربًا إلى أقرب عدد كلي.

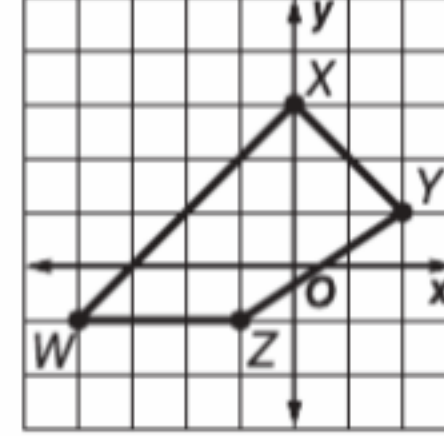


F 26 G 33 H 60 J 65

43. SAT/ACT في مستوى إحداثي، للنقطتين A و B الإحداثيان $(-2, 4)$ والإحداثيان $(3, 3)$. على الترتيب، فما قيمة AB ؟

- A $\sqrt{50}$ D $(1, -1)$
B $(1, 7)$ E $\sqrt{26}$
C $(5, -1)$

40. الإجابة القصيرة إذا انعكس الشكل الرباعي $WXYZ$ بالنسبة للمحور الرأسى y ليعطي الشكل الرباعي $WX'Y'Z$ ، فما إحداثيا X' ؟



41. الجبر إذا كان الوسط الحسابي للأعداد $3x$ و $6x$ و 27 هو 18 ، فما قيمة x ؟

- A 2 C 5
B 3 D 6

مراجعة شاملة

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبيرٍ مما يلي إذا كانت $0^\circ < \theta < 90^\circ$

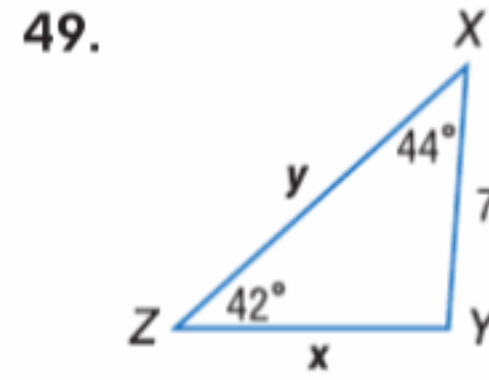
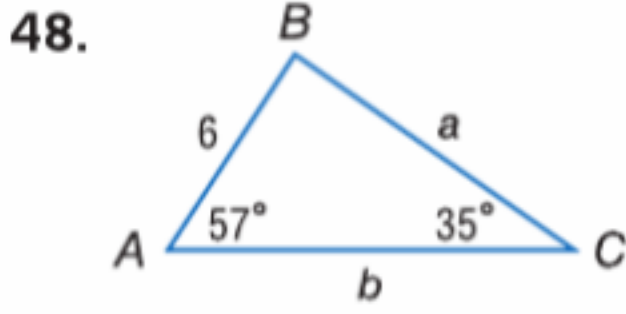
44. إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ، أوجد $\sin \theta$.

46. إذا كان $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، أوجد $\cos \theta$.

47. وإذا كان $\csc \theta = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ، فأوجد $\tan \theta$.

45. وإذا كان $\tan \theta = 2$ ، فأوجد $\cot \theta$.

حلّ كل مثلث، وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



50. الهندسة الإحداثية في المثلث $\triangle LMN$ ، تقسم القطعة المستقيمة \overline{PR} الضلعين \overline{NL} و \overline{MN} إلى أطوال متناسبة. فإذا كانت إحداثيات الرؤوس على النحو $N(8, 20)$ و $P(11, 16)$ و $R(3, 8)$ و $\frac{LP}{PN} = \frac{2}{1}$ ، أوجد إحداثيات M و L .

حلّ كل معادلة مما يلي. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

51. $\sin \theta = -0.58$

52. $\cos \theta = 0.32$

53. $\tan \theta = 2.7$

مراجعة المهارات

أوجد مقدار كل متجه واتجاهه.

54. \overrightarrow{RS} : $R(-3, 3)$ و $S(-9, 9)$

56. \overrightarrow{JK} : $J(8, 1)$ و $K(2, 5)$

55. \overrightarrow{FG} : $F(-4, 0)$ و $G(-6, -4)$

57. \overrightarrow{AB} : $A(-1, 10)$ و $B(1, -12)$

الإزاحة

السابق

الحالي

لماذا

لقد أوجدت مقادير متجهات واتجاهاتها

1 رسم الإزاحة.

2 رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي.

إن تقنية الرسوم المتحركة هي تقنية يحرك فيها جسم بمقادير صغيرة جدًا بين صور ملتقطّة كل على حدة. وعند تشغيل سلسلة من الصور على هيئة سلسلة مستمرة، ينتج خداع حركي.

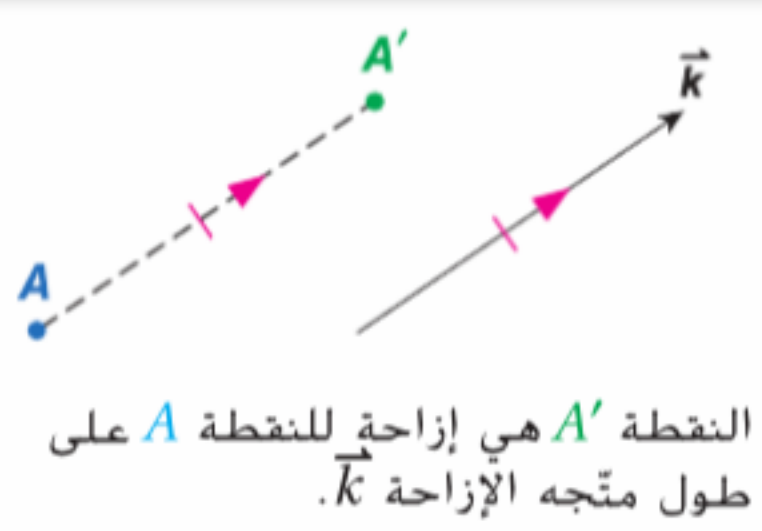


المفردات الجديدة
متجه الإزاحة
translation vector

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة
بطريقة إستراتيجية.
استخدام نماذج الرياضيات.

1 رسم الإزاحة تعلّمت سابقًا أن الإزاحة أو الانزلاق تحويل يحرك جميع نقاط شكل المسافة نفسها في الاتجاه نفسه. وبما أنه يمكن استخدام متجهات لوصف المسافة والاتجاه، فيمكن استخدام متجهات لتعريف الإزاحة.

المفهوم الأساسي الإزاحة



الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجه يدعى **متجه الإزاحة**. بحيث:

- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطة بصورتها طول المتجه نفسه، و
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازية للمتجه أيضا.

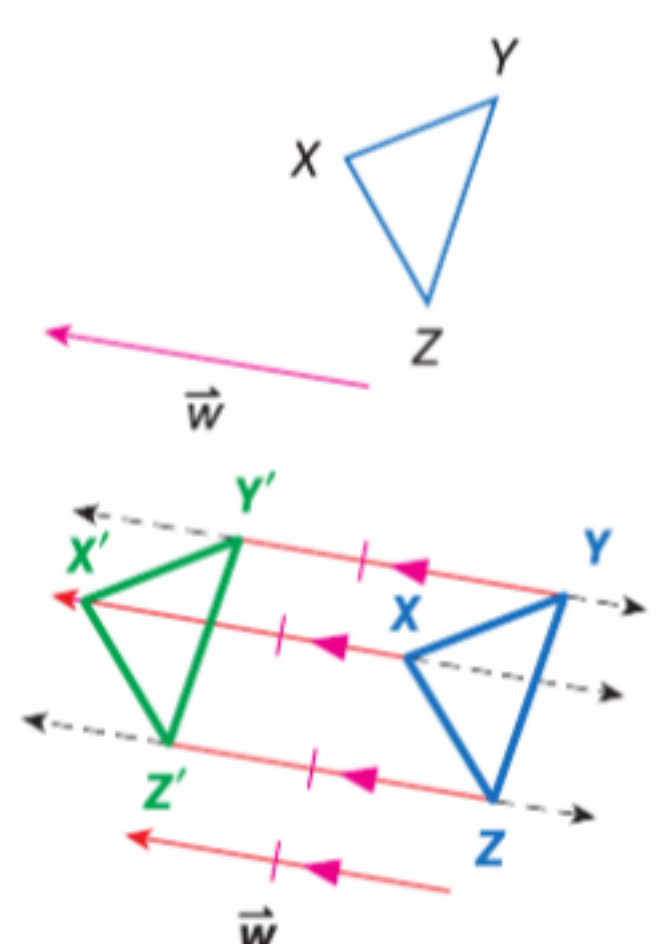
مثال 1 رسم الإزاحة

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

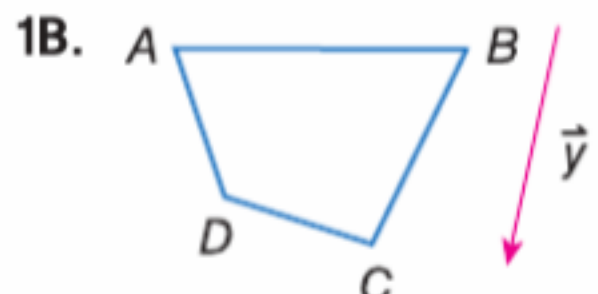
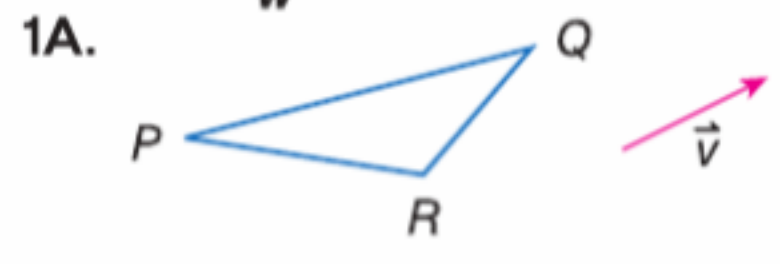
الخطوة ارسم مستقيما عبر كل رأس بحيث يوازي المتجه \vec{w}

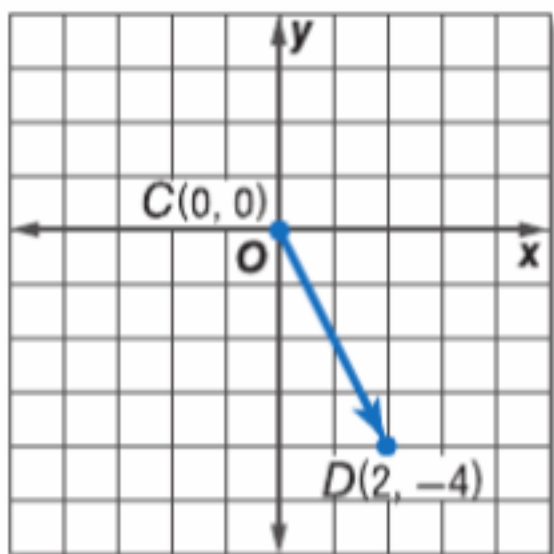
الخطوة قس طول المتجه \vec{w} . وحدد النقطة X' عبر تحديد هذه المسافة على طول المستقيم المار بالرأس X والذي مبدؤه هو النقطة X واتجاهه هو اتجاه المستقيم نفسه.

الخطوة كرر الخطوة 2 لتحديد نقطتين Y' و Z' . ثم اربط الرؤوس X' و Y' و Z' لتشكيل الصورة المزاحة.



تمرين موجّه 4





2 رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي تذكر أن أي متجه في المستوى الإحداثي يمكن أن يكتب في الصورة $\langle a, b \rangle$. حيث a يمثل التغير الأفقي و b هو التغير الرأسي من رأس المتجه إلى ذيله. \overline{CD} ممثلة بالزوج المرتب $\langle 2, -4 \rangle$.

يمكن استخدام المتجهات وفق هذه الصيغة المدعوة بالصورة المركبة لإزاحة شكل في المستوى الإحداثي.

قراءة في الرياضيات

الإزاحة الأفقية والرأسية عندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة $\langle a, 0 \rangle$. فإن الإزاحة تكون أفقية فقط. وعندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة $\langle 0, b \rangle$. فإن الإزاحة تكون رأسية فقط.

المفهوم الأساسي الإزاحة في المستوى الإحداثي

الشرح

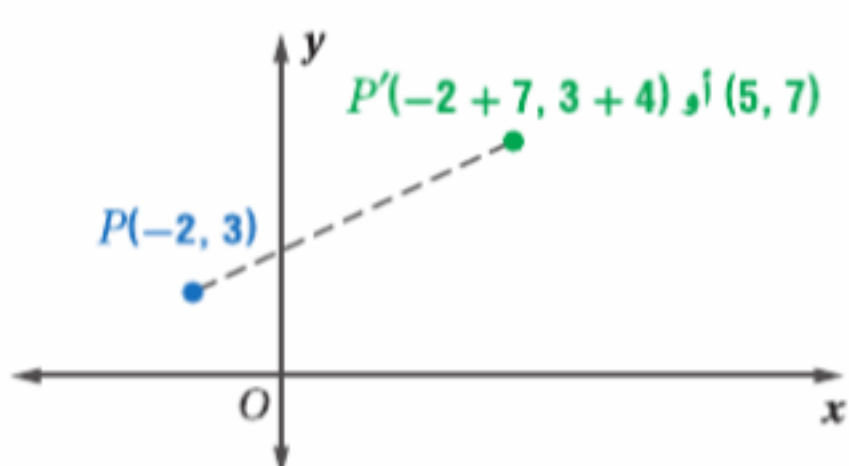
لإزاحة نقطة على طول المتجه $\langle a, b \rangle$. اجمع a بالإحداثي x و b بالإحداثي y .

الرموز

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

مثال

صورة النقطة $P(-2, 3)$ المزاحة على طول المتجه $\langle 7, 4 \rangle$ هي $P'(5, 7)$.

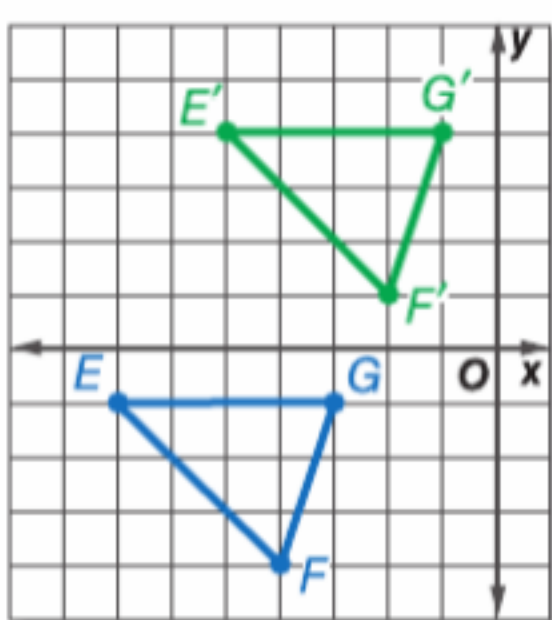


الإزاحة هي شكل آخر من تحويل التطابق أو تساوي الأبعاد.

مثال 2 الإزاحة في المستوى الإحداثي

مثل بياناً كل شكلٍ وصورته على طول المتجه المعطى.

a. المثلث $\triangle EFG$ ذو الرؤوس $E(-7, -1)$ و $F(-4, -4)$ و $G(-3, -1)$: $\langle 2, 5 \rangle$



يشير المتجه إلى إزاحة لمسافة 5 وحدات إلى الأعلى.

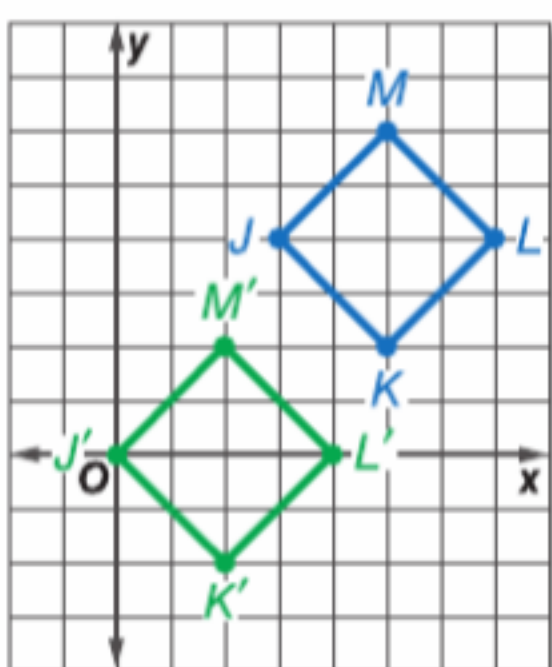
$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$$

$$E(-7, -1) \rightarrow E'(-5, 4)$$

$$F(-4, -4) \rightarrow F'(-2, 1)$$

$$G(-3, -1) \rightarrow G'(-1, 4)$$

b. المربع $JKLM$ ذو الرؤوس $J(3, 4)$ و $K(5, 2)$ و $L(7, 4)$ و $M(5, 6)$: $\langle -3, -4 \rangle$



يشير المتجه إلى إزاحة لمسافة 3 وحدات يساراً و 5 وحدات إلى الأسفل.

$$(x, y) \rightarrow (x + (-3), y + (-4))$$

$$J(3, 4) \rightarrow J'(0, 0)$$

$$K(5, 2) \rightarrow K'(2, -2)$$

$$L(7, 4) \rightarrow L'(4, 0)$$

$$M(5, 6) \rightarrow M'(2, 2)$$

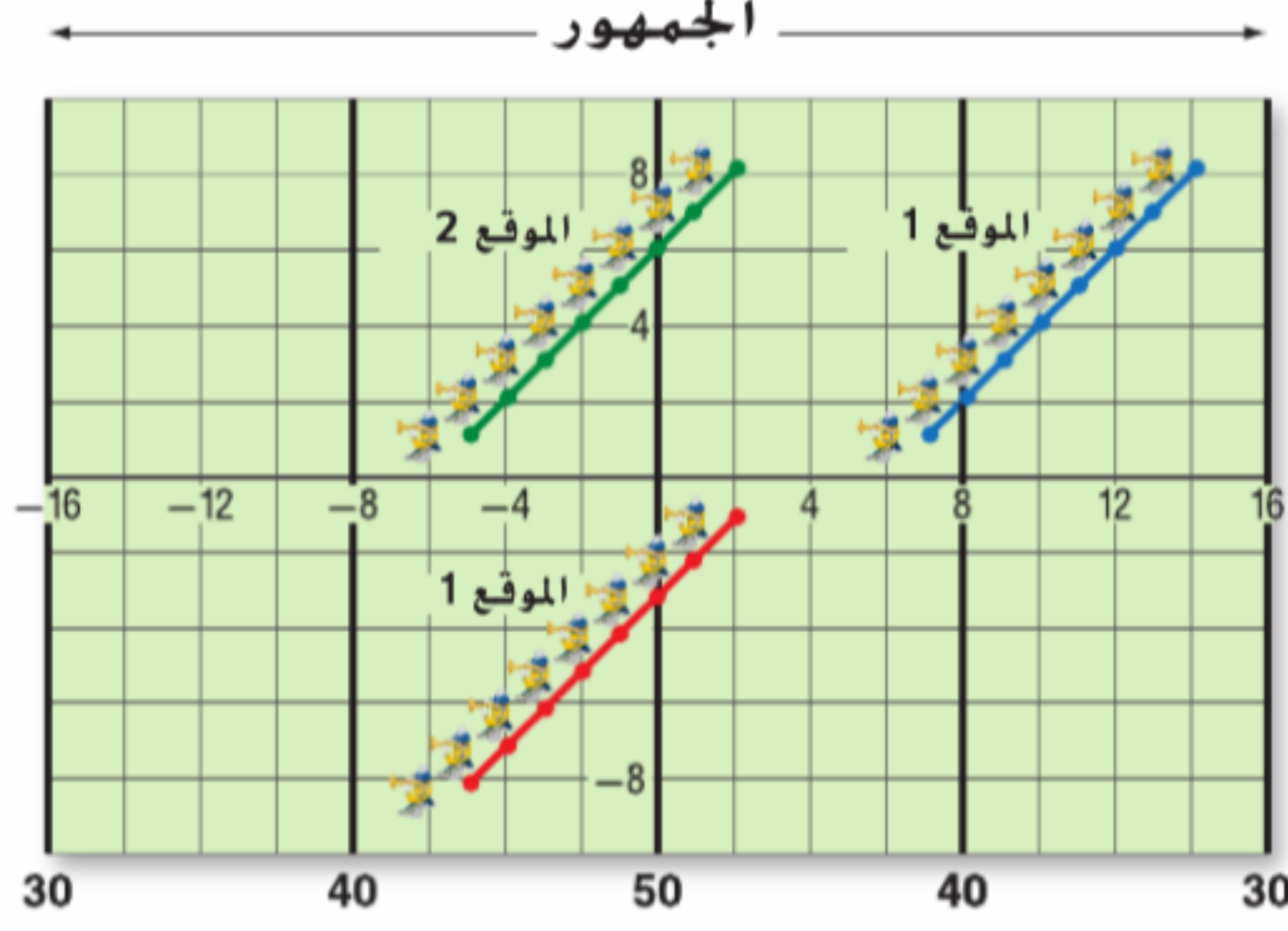
تمرين موجّه

2A. المثلث $\triangle ABC$ ذو الرؤوس $A(2, 6)$ و $B(1, 1)$ و $C(7, 5)$: $\langle -1, -4 \rangle$

2B. الشكل الرباعي $QRST$ ذو الرؤوس $Q(-8, -2)$ و $R(-9, -5)$ و $S(-4, -7)$ و $T(-4, -2)$: $\langle 7, 1 \rangle$

مثال 3 من الحياة اليومية وصف الإزاحة

الفرقة الموسيقية خلال إحدى فقرات عرض فرقة موسيقية عسكرية. يبدأ نافخو البوق بالعزف عند الموقع 1. ثم يسرون إلى الموقع 2، ومن ثم إلى الموقع 3. وتمثل كل وحدة على التمثيل البياني خطوة واحدة.



a. صف إزاحة خط نافخي البوق من الموقع 1 إلى الموقع 2 باستخدام رمز الدالة وبالكلمات.

إحدى النقاط الواقعة على المستقيم في الموقع 1 هي (14, 8). وفي الموقع 2، تتحرك هذه النقطة إلى (2, 8). استخدم دالة الإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ لإعادة حل المعادلات من أجل إيجاد a و b .

(2, 8) أو $(14 + a, 8 + b)$

$$14 + a = 2 \quad 8 + b = 8$$

$$a = -12 \quad b = 0$$

رمز الدالة: $(x, y) \rightarrow (x + (-12), y + 0)$

إذا، يزاح خط نافخي البوق 12 خطوة يسارًا ولكنه لا يزاح أي خطوة إلى الأمام أو الخلف من الموقع 1 إلى الموقع 2.

b. صف إزاحة خط نافخي البوق من الموقع 1 إلى الموقع 3 باستخدام متجه إزاحة.

(2, -1) أو $(14 + a, 8 + b)$

$$14 + a = 2 \quad 8 + b = -1$$

$$a = -12 \quad b = -9$$

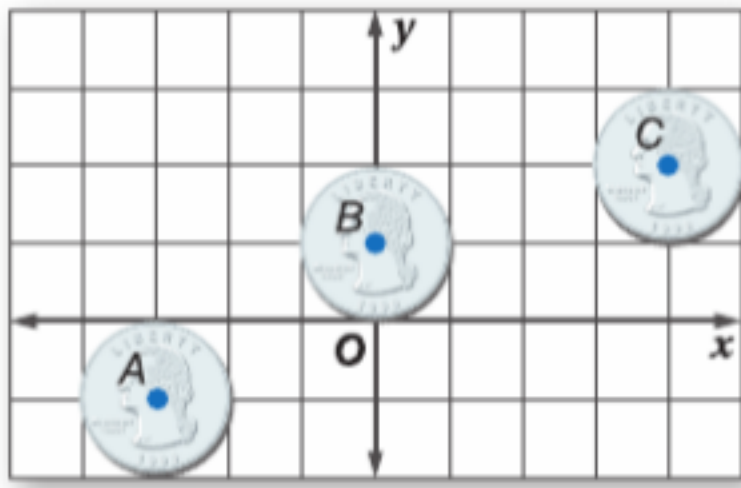
متجه الإزاحة: $\langle -12, -9 \rangle$

تمرين موجّه 4

3. **الرسوم المتحركة** يجري إعداد مقطع لقطعة نقدية باستخدام تقنية الرسوم المتحركة بحيث تبدو وكأنها تتحرك.

A. صف الإزاحة من A إلى B بواسطة رمز الدالة وبالكلمات.

B. صف الإزاحة من A إلى C باستخدام متجه إزاحة.



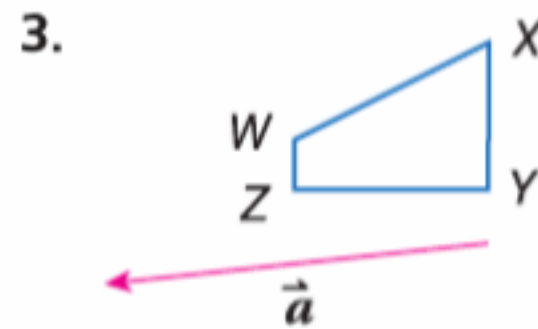
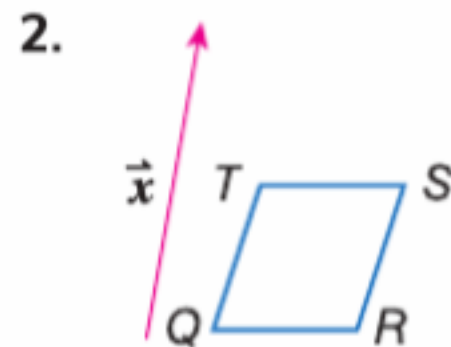
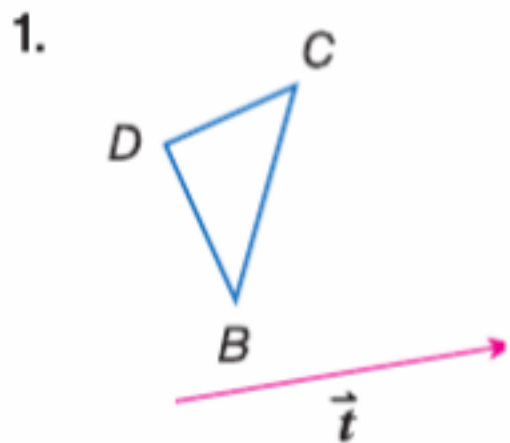
الربط بالحياة اليومية

غالبًا ما تستخدم الفرق الموسيقية العسكرية سلسلة من التشكيلات التي تضم أشكالاً هندسية. ويحدد لكل عضو في الفرقة موقع محدد في كل نوع من التشكيلات. الحركة العائمة هي حركة مجموعة من الأعضاء معا دون أن يغيروا شكل تشكيلتهم أو حجمها.

التحقق من فهمك

مثال 1

انسخ الشكل وامتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.



مثال 2

مثل بيانيًا كل شكلٍ وصورته على طول المتجه المعطى.

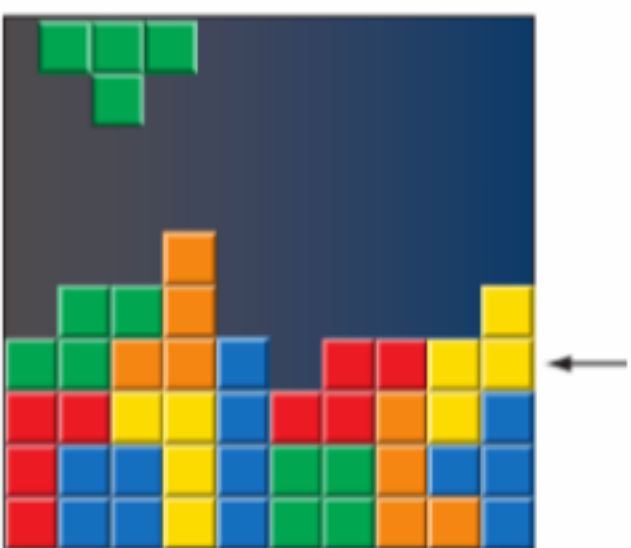
4. شبه المنحرف $JKLM$ ذو الرؤوس $J(2, 4)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 1)$ و $M(4, 4)$; $\langle 7, 1 \rangle$

5. المثلث DFG ذو الرؤوس $D(-8, 8)$ و $F(-10, 4)$ و $G(-7, 6)$; $\langle 5, -2 \rangle$

6. متوازي الأضلاع $WXYZ$ ذو الرؤوس $W(-6, -5)$ و $X(-2, -5)$ و $Y(-1, -8)$ و $Z(-5, -8)$; $\langle -1, 4 \rangle$

مثال 3

7. **ألعاب الفيديو** الهدف من لعبة الفيديو المبينة هو تحريك المكعبات الملونة يمينًا أو شمالًا حالما تسقط من أعلى الشاشة حتى يملأ كل صف دون ترك أي فراغات. فإذا كان موقع البداية للمكعب الموجود في أعلى الشاشة هو (x, y) . استخدم رمز الدالة لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المحدد.



التدريب وحل المسائل

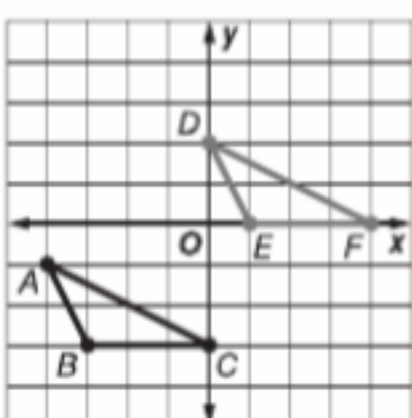
8. يوضح الشكل المثلث ABC وصورته الممثلة بالمثلث DEF . فأأي عبارة مما يلي تصف نوع التحويل الذي وقع؟

A ميل $\overline{AC} = \overline{DF}$; بما أن الميل هو نفسه، فالتحويل هو دوران.

B تنعكس كل من النقاط A و B و C بالنسبة للمحور الأفقي x .

C في كل من النقاط A و B و C ، يزداد كل إحداثي أفقي x بمقدار 4 وحدة، ويزداد كل إحداثي رأسي y بمقدار 3 وحدات. إذًا، فالتحويل عبارة عن إزاحة.

D بما أن $BC \neq DF$ ، فالتحويل هو تغييرٌ للأبعاد بمعامل مقياس يساوي 1.



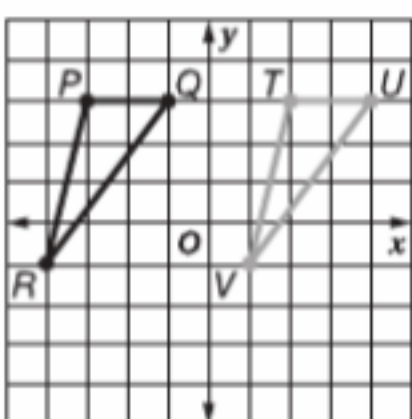
9. يوضح الشكل المثلث PQR وصورته TUV . فأأي عبارة مما يلي تصف نوع التحويل الذي وقع؟

A بما أن كلاً من الإحداثيات الأفقية x للنقاط P و Q و R تزداد بمقدار 5، فالتحويل هو إزاحة.

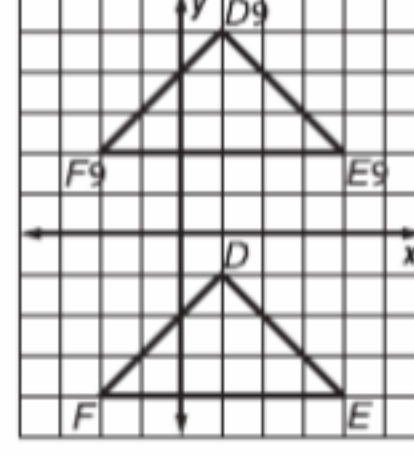
B صورة كل من النقاط P و Q و R هي انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y .

C $U = (4, 3)$; $R = (-4, -1)$; بما أن الإحداثيات الأفقية x متعاكسة، فالتحويل هو انعكاسٌ بالنسبة للمحور الأفقي x .

D بما أن $QR = UV$ ، فالتحويل هو تغييرٌ للأبعاد بمعامل مقياس يساوي 1.



10. في الشكل الموضح، يتشكل المثلث $D'E'F'$ عبر إضافة 6 وحدات إلى الإحداثي الرأسي y لكل رأس في المثلث DEF . المصطلح الأفضل لوصف المثلث DEF' هو



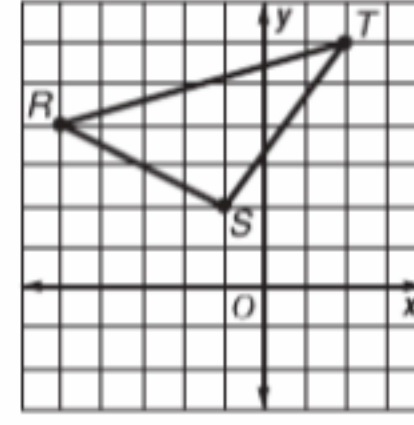
A دوران للمثلث $\triangle DEF$.

B انعكاس للمثلث $\triangle DEF$.

C مثلث مشابه للمثلث $\triangle DEF$.

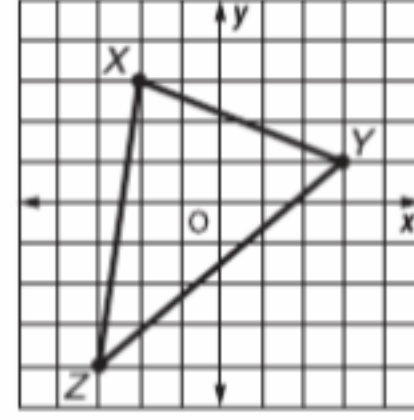
D مثلث مطابق للمثلث $\triangle DEF$.

11. للمثلث RST الإحداثيات $R(-5, 4)$ و $T(2, 6)$ و $S(-1, 2)$. فماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للنقطة T إذا أزيح المثلث لمسافة 3 وحدات يمينًا و 5 وحدات إلى الأسفل



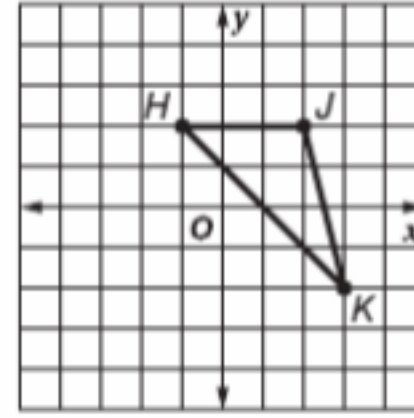
12. توضح الشبكة الإحداثية المثلث $\triangle XYZ$.

إذا أزيح المثلث $\triangle XYZ$ بحيث تقع النقطة X على المحور الرأسي y والنقطة Y عند $(-3, 5)$. فما الإحداثيان الجديدان للنقطة Z ؟



13. يزاح المثلث HJK المبين أدناه بحيث تكون الإحداثيات الجديدة لرؤوسه هي $H'(-2, 4)$ و $J'(1, 4)$ و $K'(2, 0)$.

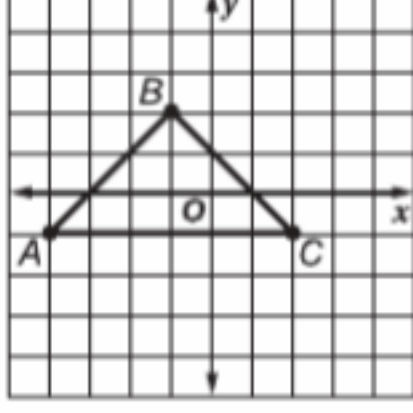
ما العبارة التي تصف هذا التحويل؟



14. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحدات يمينًا و وحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B' ؟

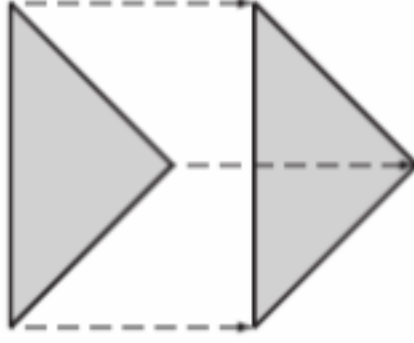
15. نريد إزاحة المثلث ABC إلى $\triangle A'B'C'$ باستخدام القاعدة التالية. $(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B' ؟

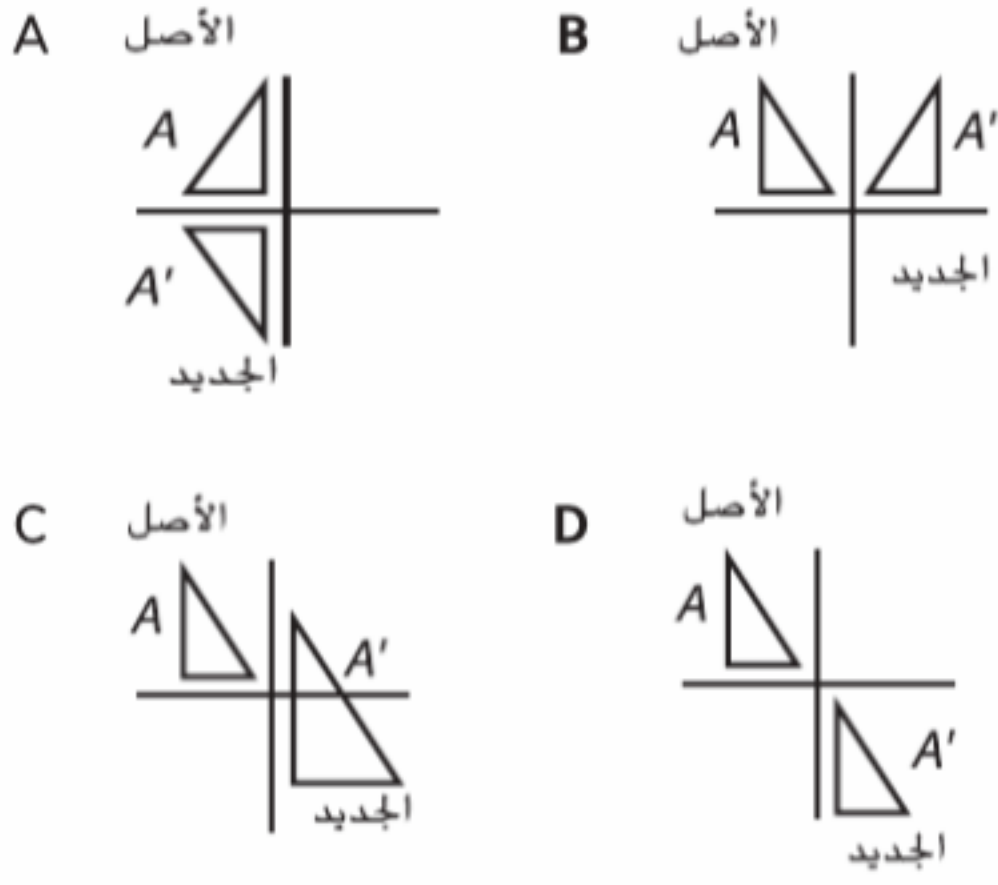


16. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0.5, 8)$ و $B(7.5, 7)$ و $C(4.2, 2)$. فما هي مجموعة إحداثيات رؤوس الصورة الناتجة عن إزاحة المثلث $\triangle ABC$ 3.5 وحدات إلى الأسفل؟

17. ما التحويل الموضح في الشكل من بين التحويلات التالية؟

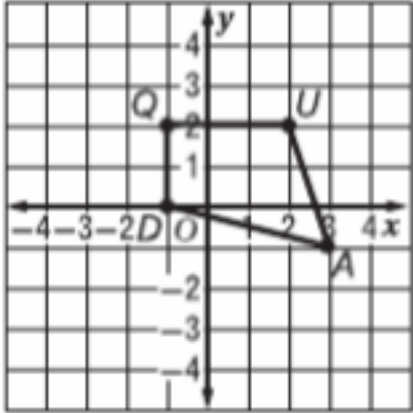


18. ما الرسم التخطيطي الذي يوضح إزاحة الشكل A ؟



19. للشكل الرباعي $QUAD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه.

ما التحويل الذي سيضع رأسين عند $(5, 2)$ و $(6, -1)$ ؟

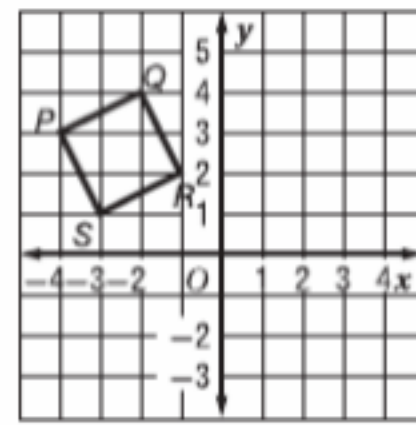


20. رؤوس المثلث $\triangle LMN$ هي $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أزيح الشكل وكان للصورة رؤوس تقع عشوائيًا عند $(-2, 0)$ و $(1, 6)$ و $(-12, 8)$. إذًا فما القاعدة التي تصف الإزاحة؟

21. للمثلث قائم الزاوية GHI الرؤوس $G(0, 0)$ و $H(3, 0)$ و $I(0, 4)$. يحوّل المثلث بحيث يكون لـ H' الإحداثيان $(3, 2)$. فماذا يمكن أن يكون التحويل المطبّق على $\triangle GHI$ ؟

22. يزاح المربع $PQRS$ المبين أدناه إلى المربع $P'Q'R'S'$ عبر اتّباع قاعدة الحركة التالية.

$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 6)$$

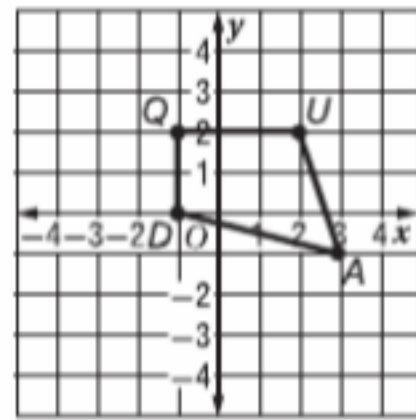


ماذا سيكون إحداثيا النقطة الرأس P' ؟

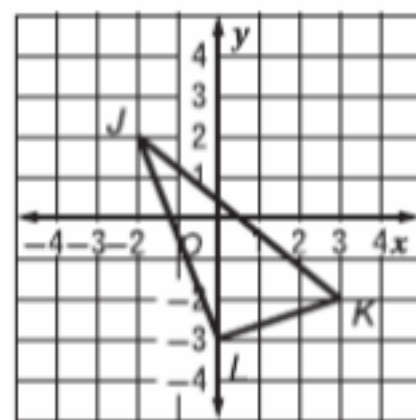
23. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحدات يمينًا ووحدين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B' ؟

24. يزاح الشكل الرباعي $QUAD$ لمسافة وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى.

فما إحداثيا الرأس A' ؟

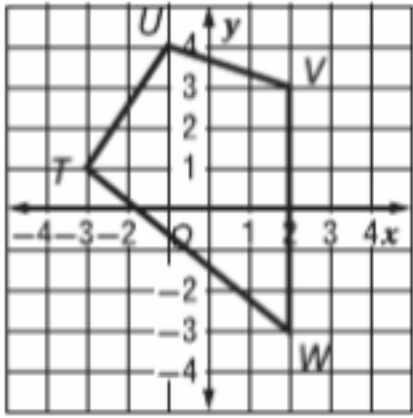


25. يزاح المثلث $\triangle JKL$ مسافة 3 وحدات يسارًا ووحدين إلى الأعلى ليعطي المثلث $\triangle J'K'L'$. فما إحداثيات الرؤوس؟



26. للمثلث $\triangle LMN$ الرؤوس $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أزيح الشكل، وكانت الرؤوس الجديدة هي $L'(1, 6)$ و $M'(-2, 0)$ و $N'(-12, 8)$. فما القاعدة التي تصف التحويل؟

27. يزاح الشكل الرباعي $TUVW$ بحيث تكون الرؤوس الجديدة هي $T'(-1, 0)$ و $U'(1, 3)$ و $V(4, 2)$. فما إحداثيا W' ؟



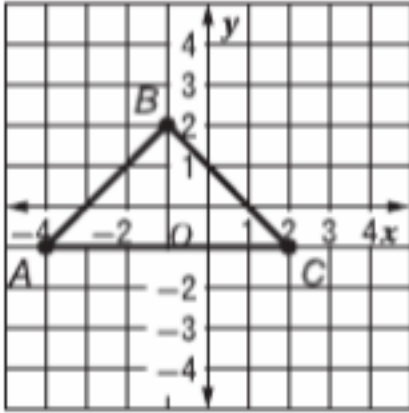
A(0, -3) C (4, -3)

B(0, -4) D (4, -4)

28. نريد إزاحة المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$ وفق قاعدة الحركة التالية.

$$(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B' ؟



29. للشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-2, 1)$ و $B(-2, 5)$ و $C(3, 5)$ و $D(3, 1)$. فإذا أزيح الشكل الرباعي $ABCD$ لمسافة 6 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات يمينًا لإعطاء $D'E'F'G'$. فما إحداثيات رؤوس $D'E'F'G'$ ؟

30. ما إحداثيا الصورة P' الخاصة بالنقطة $P(4, 1)$ وفق التحويل $T_{-3, -3}$ ؟

31. ما هي الإزاحة التي تنتج بموجبها النقطة $B(-2, 5)$ عن النقطة $A(-7, 8)$ ؟

32. للمثلث $\triangle RST$ الإحداثيات $R(3, 1)$ و $S(5, 4)$ و $T(7, 11)$. فما إحداثيات رؤوس الصورة $\triangle R'S'T'$ وفق التحويل $T_{-6, 1}$ ؟

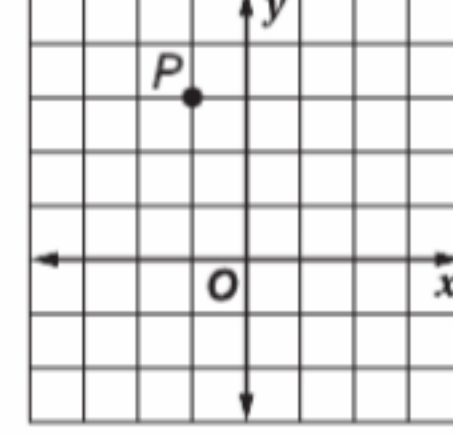
33. ما إحداثيات الصورة H' للنقطة $H(-8, 3)$ وفق التحويل $T_{8, 7}$ ؟

34. ما التحويل الذي ينتج الصورة $P'(-4, 2)$ من النقطة $P(2, -1)$ ؟

35. ما التحويل الذي يحافظ على المساحة والتوجيه؟

تدريب على الاختبار المعياري

36. حدّد موقع النقطة P وفق الإزاحة $(x + 3, y + 1)$.



A (0, 6)

C (2, -4)

B (0, 3)

D (2, 4)

37. الإجابة القصيرة ما المتجه الذي يصف على النحو الأمثل إزاحة $A(3, -5)$ إلى $A'(-2, -8)$ ؟

38. الجبر خلال الأيام الأربعة القادمة، تخطط ميسون لقيادة سيارتها مسافة 160 km و 235 km و 185 km و 220 km. فإذا كانت السيارة تقطع 32 km مقابل كل لتر تستهلكه من البنزين، فكم لتراً من البنزين عليها أن تتوقع استهلاكها بالإجمال؟

F 25

G 30

H 35

J 40

39. SAT/ACT يحتوي كيس 5 كرات رخام حمراء وكرتي رخام زرقاوين و 4 كرات رخام بيضاء وكرة رخام صفراء واحدة. فإذا اختيرت كرتا رخام على التوالي دون إعادة، فما احتمال الحصول على كرتي رخام بيضاوين؟

A $\frac{1}{66}$

C $\frac{1}{9}$

E $\frac{2}{5}$

B $\frac{1}{11}$

D $\frac{5}{33}$

مراجعة شاملة

مثّل بيانياً كل شكل وصورته وفق الإزاحة المعطاة. (الدرس 6-1)

40. القطعة المستقيمة \overline{DJ} ذات النقطتين الطرفيتين $D(4, 4)$ و $J(-3, 2)$ بالنسبة للمحور الرأسى y

41. المثلث $\triangle XYZ$ ذو الرؤوس $X(0, 0)$ و $Y(3, 0)$ و $Z(0, 3)$ بالنسبة للمحور x

42. المثلث $\triangle ABC$ ذو الرؤوس $A(-3, -1)$ و $B(0, 2)$ و $C(3, -2)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$

43. الشكل الرباعي $JKLM$ ذو الرؤوس $J(-2, 2)$ و $K(3, 1)$ و $L(4, -1)$ و $M(-2, -2)$ بالنسبة لنقطة الأصل

حلّ كل معادلة بحيث $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$.

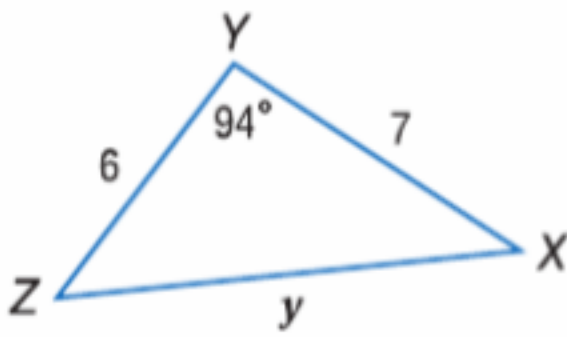
44. $2 \sin \theta = 1$

45. $2 \cos \theta + 1 = 0$

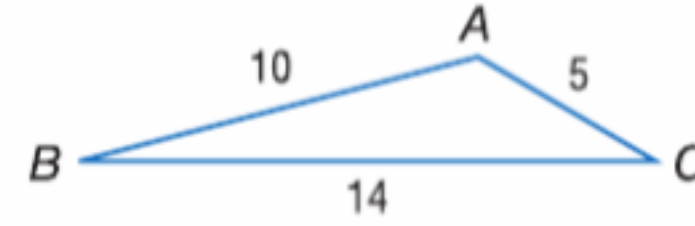
46. $4 \cos^2 \theta - 1 = 0$

حلّ كل مثلث، وقوّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

47.



48.



حلّ كل معادلة مما يلي. وقوّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

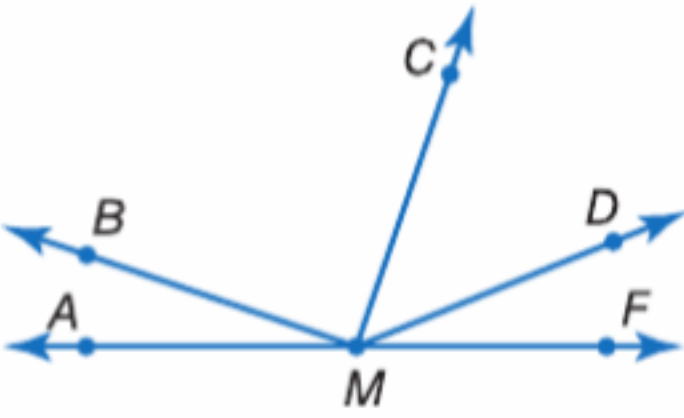
49. $\sin \theta = -0.58$

50. $\cos \theta = 0.32$

51. $\tan \theta = 2.7$

مراجعة المهارات

انسخ الرسم التخطيطي المبين ومدّد كل شعاع. وصنّف كل زاوية على أنها قائمة أو حادة أو منفرجة. ثم استخدم منقلة لقياس الزاوية مقربة إلى أقرب درجة.



52. $\angle AMC$

53. $\angle FMD$

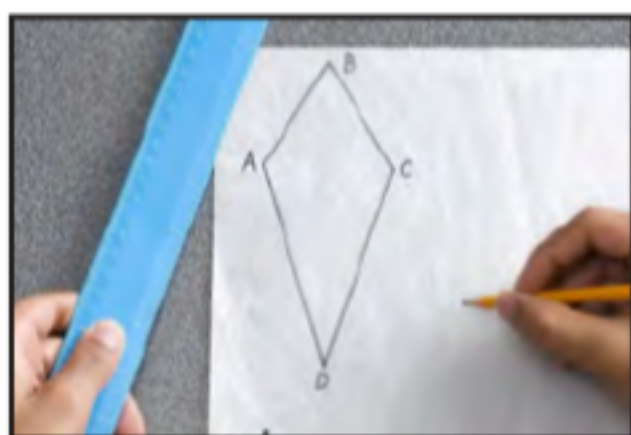
54. $\angle BMD$

55. $\angle CMB$



الدوران هو نوع من التحويل يحرك شكلاً حول نقطة ثابتة أو مركزٍ للدوران بزاوية محددة وباتجاه محدد. وفي هذا النشاط، سوف تستخدم ورق الرسم الاستشفائي لاستكشاف خواص الدوران.

النشاط استكشاف العلاقات باستخدام ورق الشمع



الخطوة 1



الخطوات 2 و 3

الخطوة 1 ارسم على ورقةٍ للرسم الاستشفائي الشكل الرباعي $ABCD$ ونقطة P .

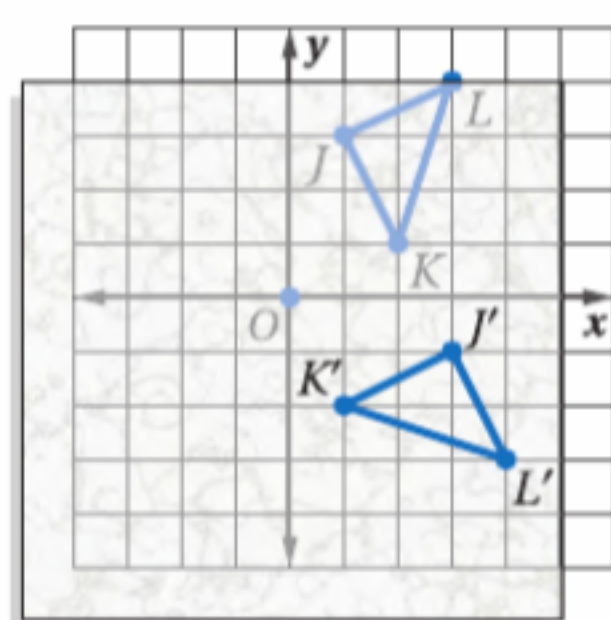
الخطوة 2 وعلى ورقةٍ أخرى للرسم الاستشفائي، ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ ونقطة P استشفائياً. سمّ الشكل الرباعي الجديد $A'B'C'D'$ والنقطة الجديدة P .

الخطوة 3 ضع ورقة الرسم الاستشفائي بحيث تنطبق النقطتان P . دوّر الورقة بحيث لا يتداخل الشكلان $ABCD$ و $A'B'C'D'$. ألصق ورقتي الرسم الاستشفائي معاً.

الخطوة 4 قس المسافة بين النقاط A و B و C و D والنقطة P كرّر العملية نفسها بالنسبة للشكل الرباعي $A'B'C'D'$. ثم انسخ الجدول أدناه وأكمله.

الشكل الرباعي				الطول
$ABCD$				AP
				BP
				CP
				DP
$A'B'C'D'$				$A'P$
				$B'P$
				$C'P$
				$D'P$

التبارين



1. مثل بيانياً المثلث $\triangle JKL$ ذا الرؤوس $J(1, 3)$ و $K(2, 1)$ و $L(3, 4)$ على مستوى إحداثي. ومن ثم ارسمه على ورق الرسم الاستشفائي.

a. استخدم منقلةً لدوران كل رأس بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل وفق ما هو موضح في الشكل على الجهة اليمنى. ما هي رؤوس الصورة المدوّرة؟

b. دوّر المثلث $\triangle JKL$ بمقدار 180° حول نقطة الأصل. ما هي رؤوس الصورة المدوّرة؟

c. استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة من النقطتين J, K و L إلى نقطة الأصل. وكرّر الأمر نفسه بالنسبة لـ $J'K'L'$ و $J''K''L''$.

2. **الكتابة في الرياضيات** إذا دوّرت النقطة $(4, 2)$ بزاوية 90° و 180° حول نقطة الأصل، فكيف يتغير الإحداثيان الأفقي x والرأسي y ؟

3. **التنبؤ** ما الإحداثيان الجديان (x, y) المدوّر بزاوية 270° ؟

4. **التخمين** خمن المسافة من مركز لدوران P إلى كل رأس مقابلٍ في الشكلين الرباعيين $ABCD$ و $A'B'C'D'$.

- لقد حدّدت الدوران وأثبتته على أنه تحويل تطابق.

- رسم الدوران.
- رسم الدوران في المستوى الإحداثي.

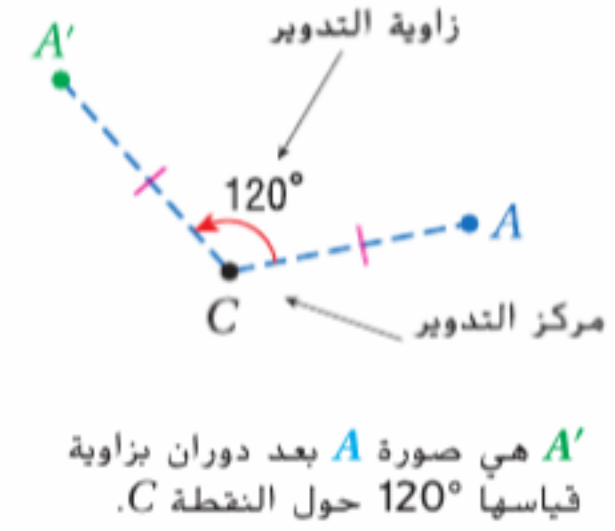
- قد تكون تقنية طواحين الهواء الحديثة بديلاً هاماً للوقود الأحفوري. وتحول طواحين الهواء طاقة الرياح إلى كهرباء من خلال دوران ريش توربينات.

المفردات الجديدة
مركز الدوران
center of rotation
زاوية الدوران
angle of rotation

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 رسم الدوران تعلمت سابقاً أن عملية الدوران فالدوران تحرك جميع نقاط صورة أصلية بزاوية واتجاه محددين حول نقطة ثابتة.

المفهوم الأساسي الدوران



الدوران حول نقطة ثابتة، تدعى **مركز الدوران**، بزاوية x° هو دالة تربط نقطة بصورتها بحيث:

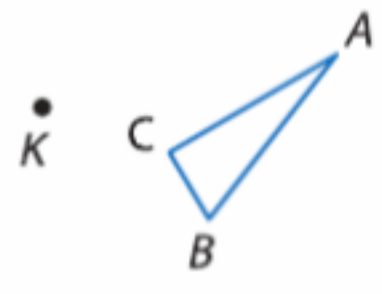
- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، إذا فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة مركز الدوران، إذا فالصورة والصورة الأصلية تبعدان مسافة واحدة عن مركز الدوران، ويساوي قياس **زاوية الدوران** بين الصورة الأصلية ومركز الدوران وصورة النقطة القيمة x .



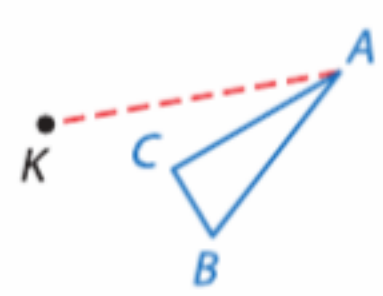
يمكن أن يكون الدوران إما باتجاه دوران عقارب الساعة أو بعكسه. افترض أن جميع الدورانات بعكس اتجاه عقارب الساعة ما لم يذكر خلاف ذلك.

مثال 1 رسم الدوران

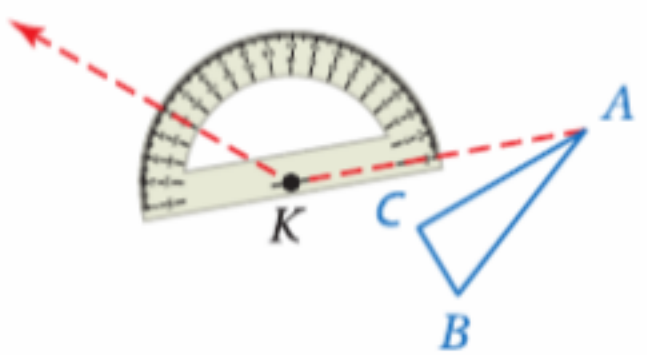
انسخ المثلث $\triangle ABC$ والنقطة K . ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم دوران بزاوية قياسها 140° للمثلث $\triangle ABC$ حول النقطة K .



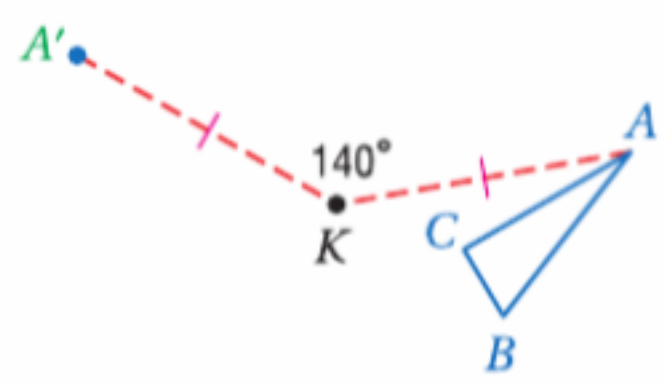
الخطوة 1 ارسم قطعة مستقيمة من A إلى K.



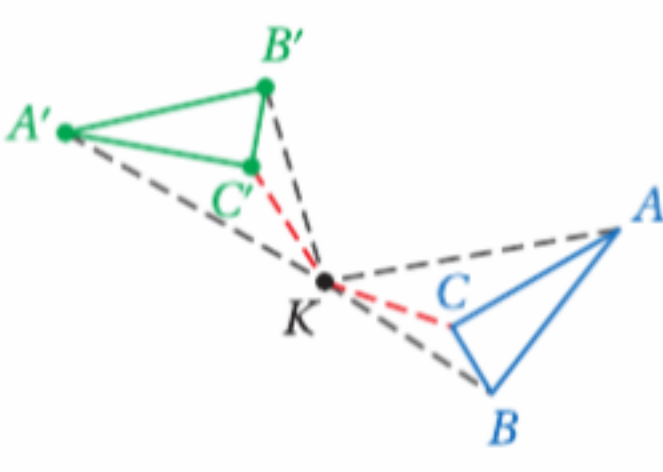
الخطوة 2 ارسم زاوية قياسها 140° باستخدام \overline{KA} .



الخطوة 3 استخدم مسطرة لرسم A' بحيث تكون $KA' = KA$.



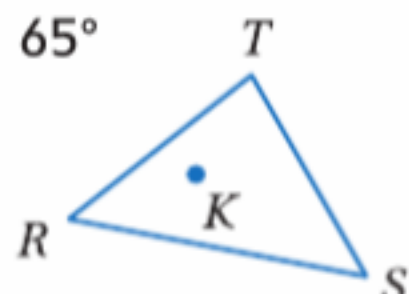
الخطوة 4 كرر الخطوات من 1 إلى 3 بالنسبة للرأسين B و C وارسم المثلث $\triangle A'B'C'$.



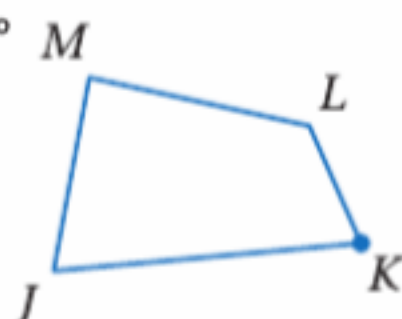
تمرين موجّه

انسخ كل شكل والنقطة K . ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم دورانا للشكل وفق العدد المعطى من الدرجات حول K .

1A. 65°



1B. 170°



نصيحة دراسية

الدوران باتجاه عقارب الساعة

الساعة يمكن التدليل على الدوران بعكس عقارب الساعة بقياس زاوية سالب، كالدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل والدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل على سبيل المثال.

2

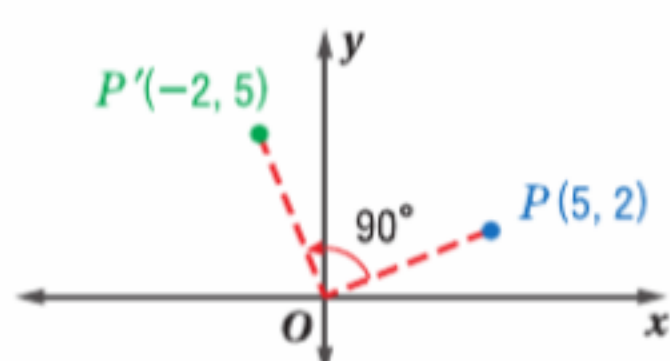
رسم الدوران في المستوى الإحداثي عند دوران نقطة بزاوية 90° أو 180° أو 270° بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فيمكنك استخدام القواعد التالية.

المفهوم الأساسي الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 90°

لدوران نقطة بزاوية 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الرأسى y بـ -1 وبّدل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسى y .

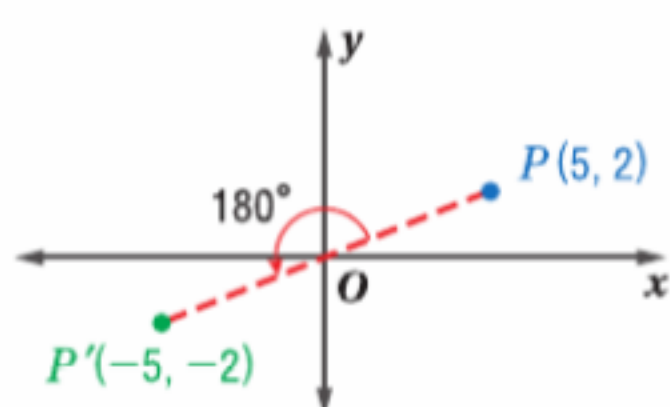
$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$



الدوران بزاوية 180°

لدوران نقطة بزاوية 180° بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فاضرب الإحداثيين x و y بـ -1 .

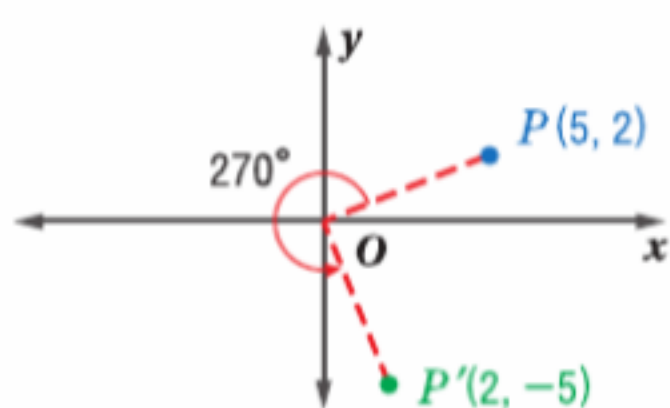
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$



الدوران بزاوية 270°

لدوران نقطة بزاوية 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الأفقي x بـ -1 وبّدل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسى y .

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$



نصيحة دراسية

الدوران بزاوية 360° يعيد

الدوران بزاوية قياسها 360° حول نقطة الشكل إلى موقعه الأصلي. أي، تساوي الصورة الناتجة عن دوران بزاوية قياسها 60° الصورة الأصلية.

مثال 2 الدوران في المستوى الإحداثي

للمثلث PQR الرؤوس $P(1, 1)$ و $Q(4, 5)$ و $R(5, 1)$. مثل بيانًا المثلث $\triangle PQR$ وصورته بعد الدوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.

اضرب الإحداثي الرأسى y لكل رأس بـ -1 وبّدل.

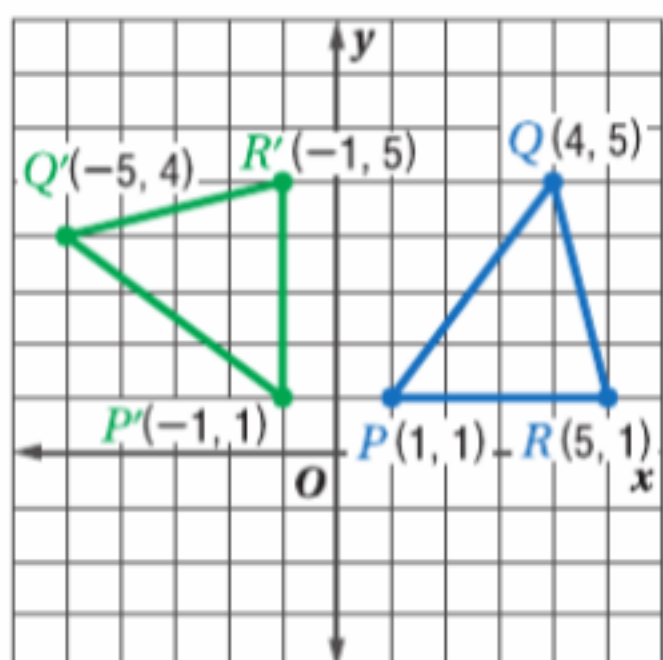
$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$P(1, 1) \rightarrow P'(-1, 1)$$

$$Q(4, 5) \rightarrow Q'(-5, 4)$$

$$R(5, 1) \rightarrow R'(-1, 5)$$

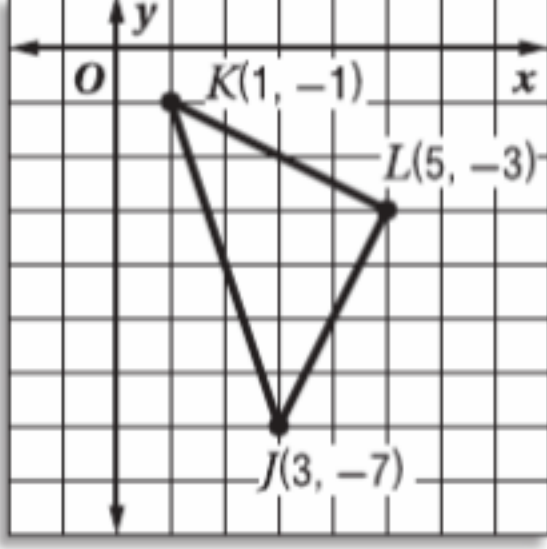
مثل بيانًا المثلث $\triangle PQR$ وصورته المثلث $\triangle P'Q'R'$.



تمرين موجّه

2. لمتوازي الأضلاع $FGHJ$ الرؤوس $F(2, 1)$ و $G(7, 1)$ و $H(6, -3)$ و $J(1, -3)$. مثل بيانًا $FGHJ$ وصورته بعد الدوران بزاوية قياسها 180° .

مثال 3 على الاختبار المعياري الدوران في المستوى الإحداثي



ليكن لديك المثلث JKL المبين على الجهة اليمنى.
ما صورة النقطة J بعد دوران بزاوية قياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

- A $(-3, -7)$
- B $(-7, 3)$
- C $(-7, -3)$
- D $(7, -3)$

قراءة فقرة الاختبار

من المعلوم لديك أن للمثلث $\triangle JKL$ الإحداثيات $J(3, -7)$ و $K(1, -1)$ و $L(5, -3)$ ويطلب منك تحديد إحداثيات صورة النقطة J بعد الدوران بزاوية قياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

حل فقرة الاختبار

لإيجاد إحداثيي النقطة J بعد الدوران بزاوية قياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الأفقي x بـ -1 وبَدِّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y .

$$(x, y) \rightarrow (y, -x) \quad (3, -7) \rightarrow (-7, -3)$$

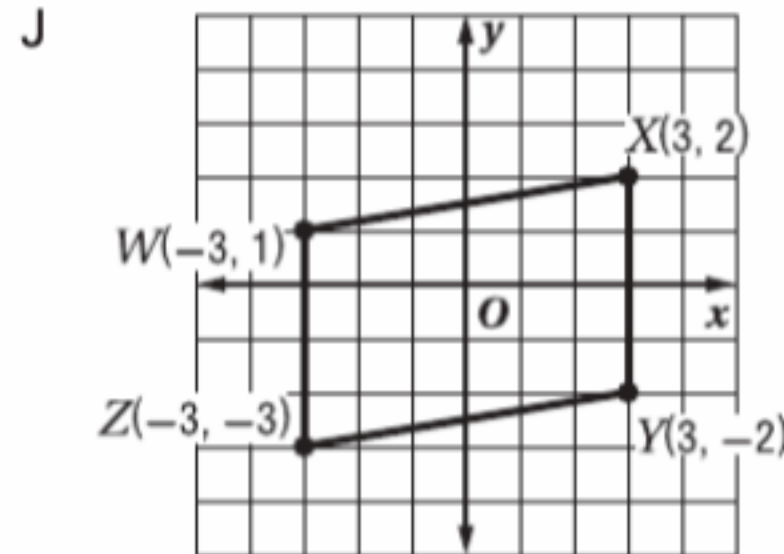
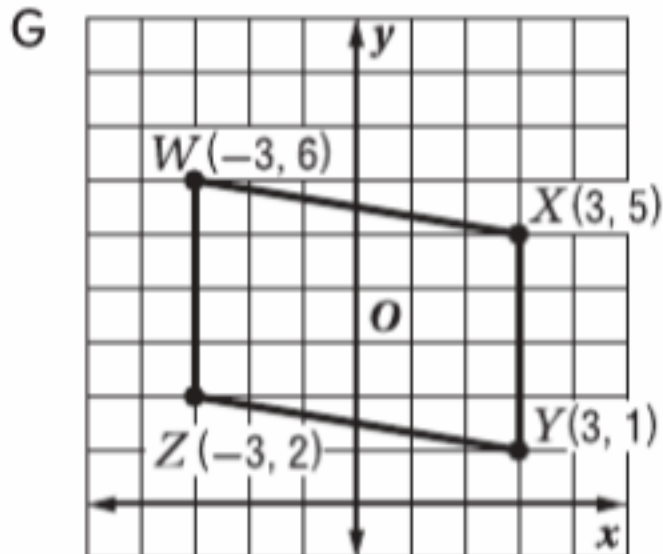
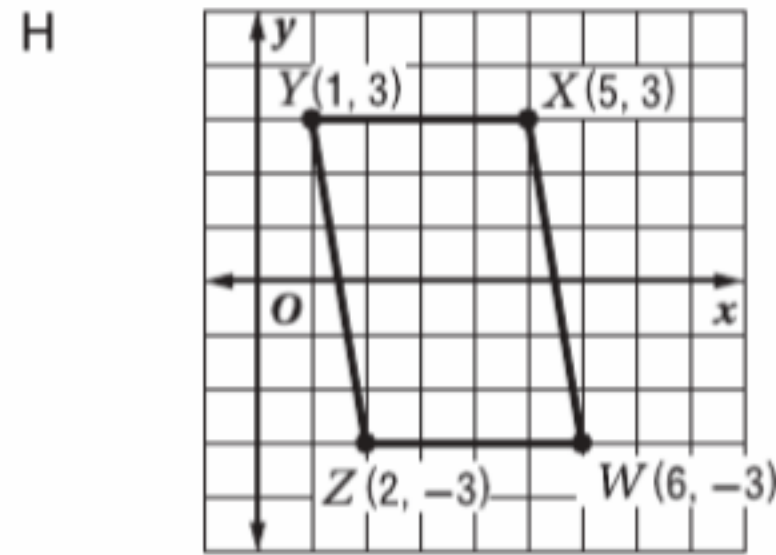
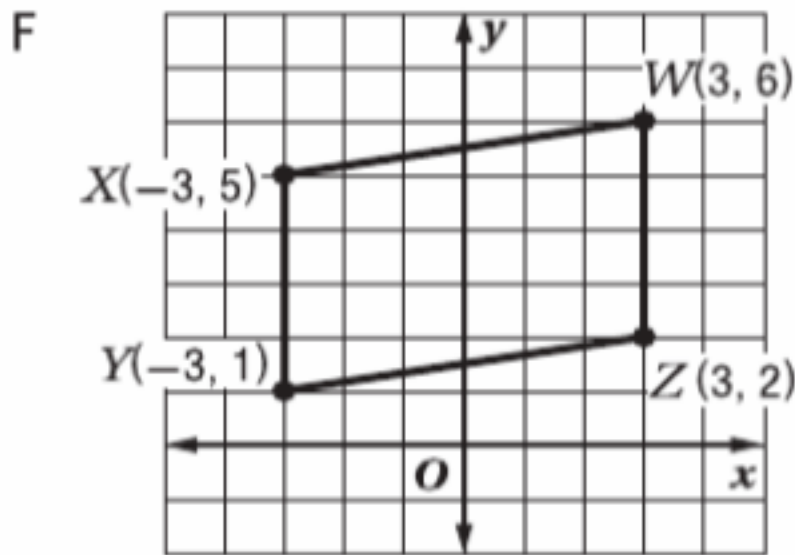
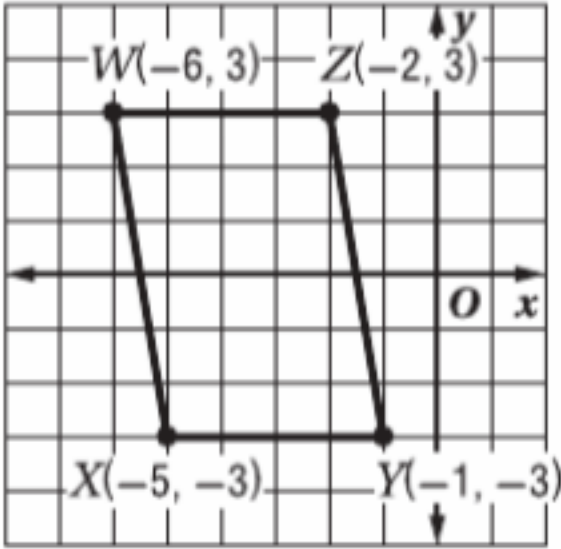
الإجابة هي الخيار C.

نصيحة دراسية

الدوران بزاوية 270° يمكنك إتمام دوران بزاوية 270° عبر إجراء دوران بزاوية 90° و دوران بزاوية 180° على التسلسل.

تمرين موجّه

3. يدور متوازي الأضلاع $WXYZ$ بزاوية 180° بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل. فأَيّ من التمثيلات البيانية يمثّل الصورة الناتجة؟



نصيحة عند حل الاختبار

الاستنتاج المنطقي

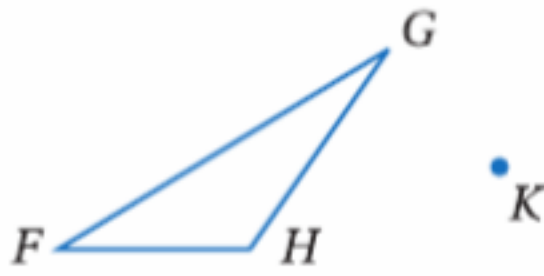
بدلاً من التحقق من رؤوس متوازي الأضلاع $WXYZ$ جميعها في كل تمثيل بياني، تحقق من رأس واحد فقط، مثل X .

التحقق من فهمك

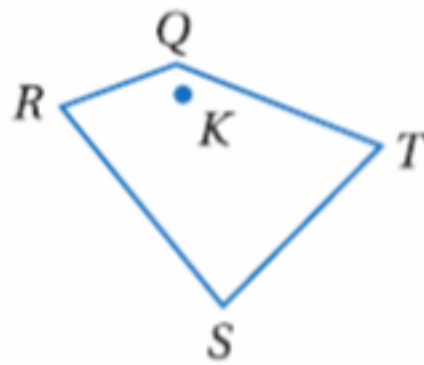
مثال 1

الأدوات انسخ كل مضلع ونقطة K . ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة K .

1. 45°



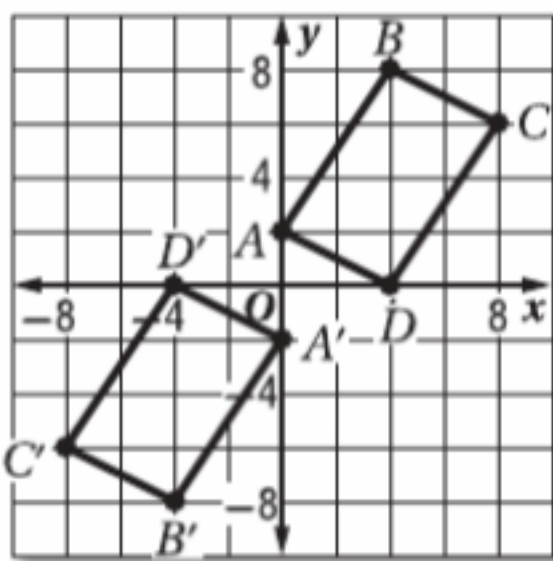
2. 120°



مثال 2

3

للمثلث DFG الرؤوس $D(-2, 6)$ و $F(2, 8)$ و $G(2, 3)$. ممثل بيانًا المثلث $\triangle DFG$ وصورته بعد الدوران بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل.



مثال 3

4. الاختيار من متعدد في التحويل الموضح، ما قياس زاوية الدوران الشكل $ABCD$ حول نقطة الأصل؟

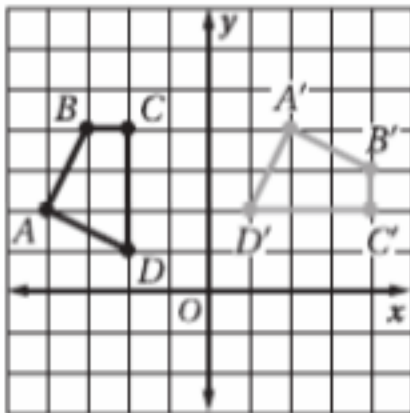
- A 90°
- B 180°
- C 270°
- D 360°

التدريب وحل المسائل

5. يوضح الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ في المستوى.

فما العبارات التي تصف نوع التحويل الذي وقع؟

A ميل $\vec{DO} = -\frac{1}{2}$ ؛ ميل $\vec{D'O} = 2$ ؛ بما أن الميلين معكوسان ضربيان، فالتحويل هو دورانٌ باتجاه عقارب الساعة بزاوية 90° .



B $A' = (2, 4)$ ؛ $C = (-2, 4)$ ؛ بما أن A' هي صورة C بالنسبة

للمحور الرأسى y ، فالتحويل هو انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى y .

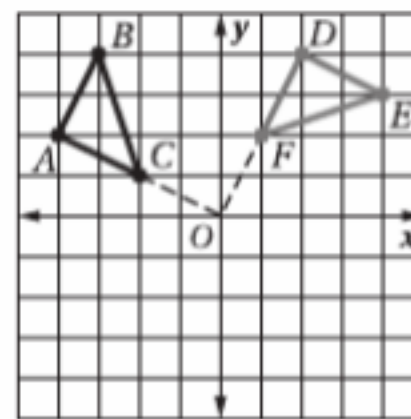
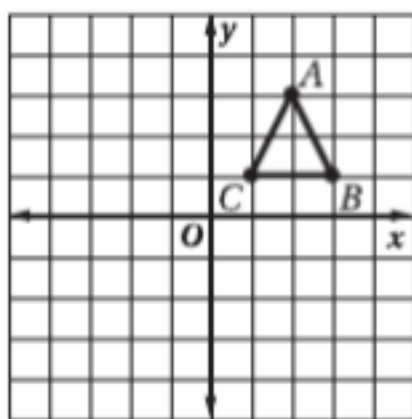
C $A = (-4, 2)$ ؛ $A' = (2, 4)$ ؛ التحويل إزاحةً لمسافة 6 وحدات يمينًا ووحدة واحدة إلى الأعلى.

D $CD = 3$ و $B'C' = 1$ ؛ بما أن طول $B'C'$ يساوي ثلث طول CD ، فالتحويل تغيير للأبعاد بمعامل مقياس يساوي $\frac{1}{3}$.

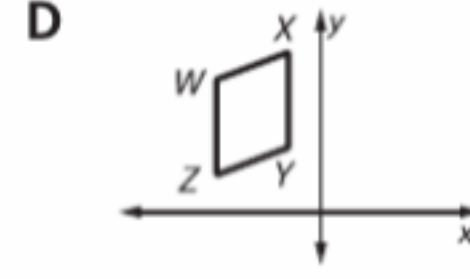
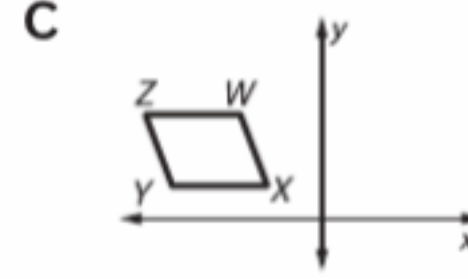
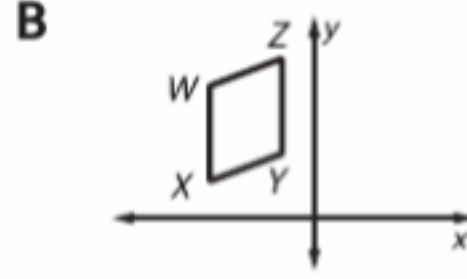
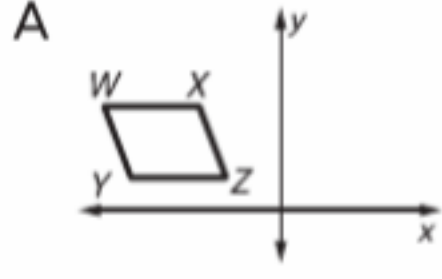
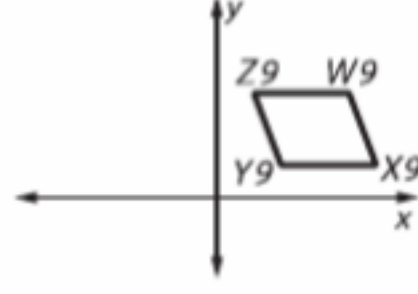
6. المثلث $\triangle DEF$ هو دوران للمثلث $\triangle ABC$ في المستوى.

7. إذا أدير المثلث ABC بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ليعطي t المثلث $A'B'C'$ ، فما الإحداثيان الجديدان للرأس A' ؟

فما هي العبارة التي تثبت أن زاوية الدوران تساوي 90° ؟

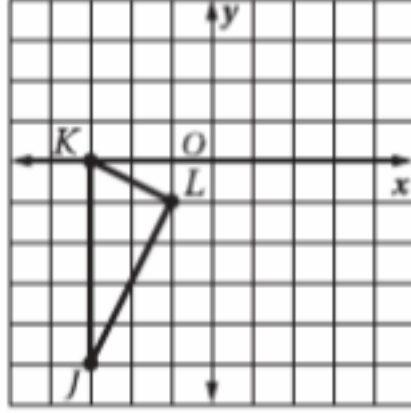


8. ما الصورة الأصلية للشكل الرباعي $W'X'Y'Z'$ التي توضح أن التحويل $WXYZ \rightarrow W'X'Y'Z'$ هو دوران؟



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

9. المثلث JKL مرسوم على المستوى الإحداثي كما هو موضح أدناه. فإذا أدير المثلث $\triangle JKL$ بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل، فما إحداثيا J' ؟



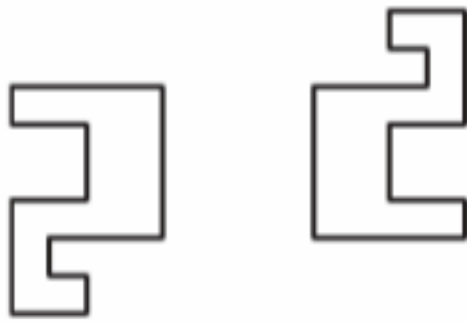
في المستوى الإحداثي المبين أدناه، تم دوران المثلث $\triangle ABC$ حول نقطة الأصل بزاوية 180° لتشكيل المثلث $\triangle A'B'C'$.

أكمل الجدول أدناه لمقارنة إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle ABC$ بإحداثيات الرؤوس المقابلة في المثلث $\triangle A'B'C'$.

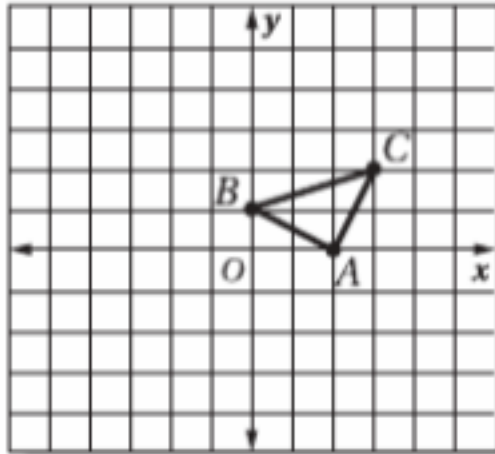
$\triangle ABC$	$\triangle A'B'C'$
A(-3, -1)	A'
B(-1, 3)	B'
C(2, -2)	C'

اختر إحداثيات رؤوس مثلث آخر $\triangle XYZ$ واكتبها في الجدول أدناه. استخدم النمط الذي اكتشفته في الجدول لإيجاد إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle X'Y'Z'$ ، الذي يمثل صورة المثلث $\triangle XYZ$ بعد الدوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل. اشرح كيف استخدمت النمط لإكمال الجدول أدناه.

10. ما نوع التحويل الذي طُبّق على الشكل الأيسر لتشكيل الشكل الأيسر؟

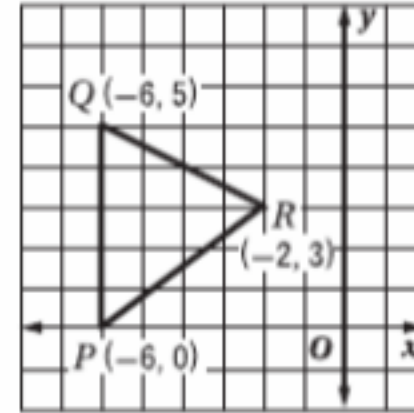


11. إذا أدير المثلث ABC بزاوية قياسها 90° باتجاه دوران عقارب الساعة حول النقطة B ، فما إحداثيات B' ؟



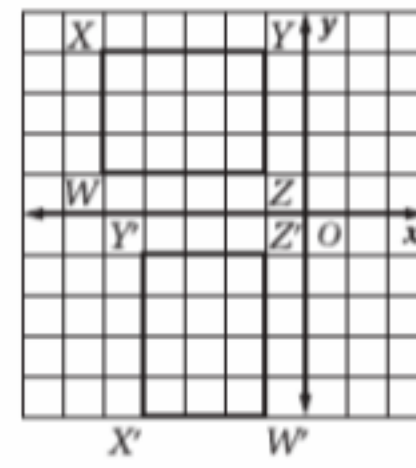
12. للمثلث PQR الرؤوس $P(-6, 0)$ و $Q(-6, 5)$ و $R(-2, 3)$ كما هو موضح أدناه.

ما صورة النقطة R بعد الدوران بزاوية قياسها 270° حول نقطة الأصل؟

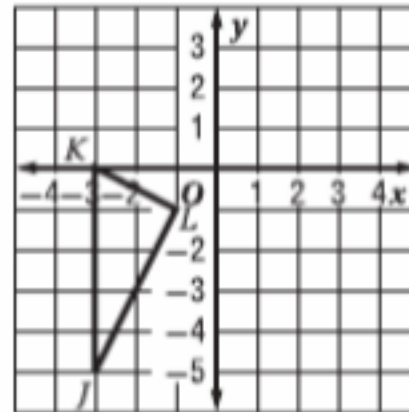


13. انظر إلى التحويل أدناه.

ما قياس زاوية دوران الشكل $WXYZ$ حول نقطة الأصل بعكس اتجاه عقارب الساعة؟



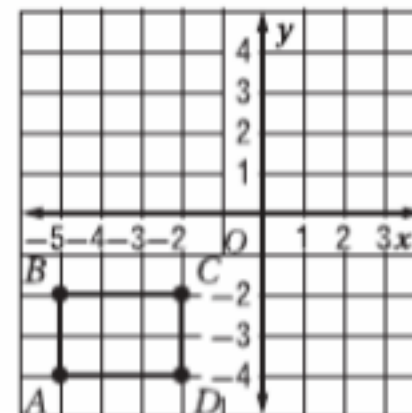
14. إذا أدير المثلث JKL بزاوية قياسها 180° درجة حول نقطة الأصل، فما إحداثيا J' ؟



- A (5, 3)
B (3, 0)
C (3, 5)
D (3, -5)

15. للمثلث JKL رؤوس عند النقاط $J(0, 1)$ و $K(2, 3)$ و $L(4, 0)$. فإذا أدير المثلث بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا K' ؟

16. ما إحداثيا النقطة C' إذا أدير المستطيل $ABCD$ بزاوية قياسها 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

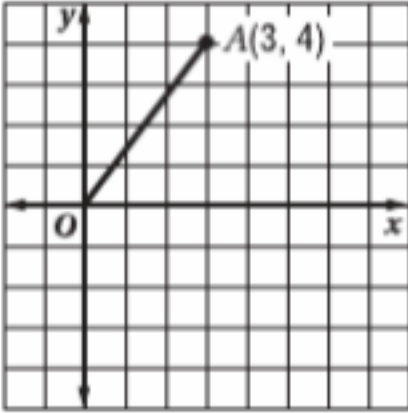


17. ما هي صورة $P(0, 7)$ وفق دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟

18. أي مما يلي هي صورة $Q(-3, 0)$ بموجب دوران بزاوية قياسها 90° باتجاه عقارب الساعة؟

19. تدار النقطة $R(4, -2)$ حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° وبالعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربع ستقع صورة النقطة؟

20. النقطة A هي أحد رؤوس مربع في الرسم التخطيطي الموضح أدناه. يُدار المربع بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل. فما إحداثيا A' التي تمثل صورة A نتيجة الدوران؟



21. ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يجعل من النقطة $P(-6, 1)$ صورةً للنقطة $P(1, 6)$ ؟ انظر الهامش

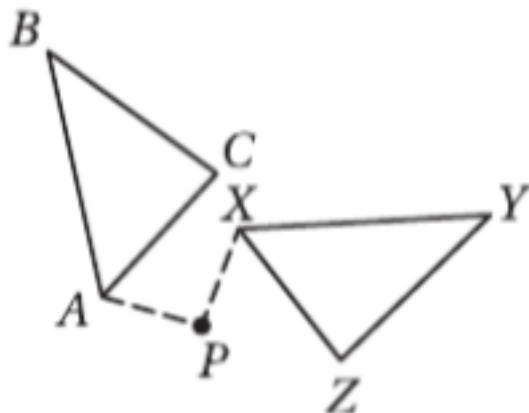
22. صورة النقطة $P(x, y)$ بموجب الدوران حول نقطة الأصل O وبزاوية قياسها x° بعكس اتجاه عقارب الساعة هي النقطة $P'(x', y')$. فما الدوران حول نقطة الأصل O الذي يمكن بموجبه دوران $P'(x', y')$ بحيث تنتج الصورة $P(x, y)$ ؟

23. تدار نقطة في الربع الأول بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربع ستقع صورة النقطة؟ انظر الهامش

24. النقطة $P(x, y)$ نقطة تقع في الربع الثاني. ما هو الدوران الذي بموجبه يكون إحداثيا الصورة هما $P(-y, x)$ ؟

25. ما النقطة التي تمثل صورة دوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وبزاوية 90° للنقطة $P(-4.7, 3.5)$ حول نقطة الأصل؟

26. أحد المثلثات هو دورانٌ لمثلث آخر حول P . فأَي عبارة مما يلي **ليست** صحيحة؟



A المثلثان متطابقان.

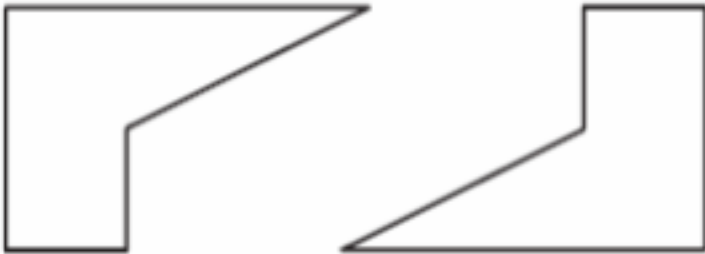
B توجيه أحد المثلثين مختلف عن المثلث الآخر.

C تدار كل من A و B و C بالعدد نفسه من الدرجات لتشكّل المثلث ΔXYZ .

D $\angle A \cong \angle X$ و $\angle B \cong \angle Y$ و $\angle C \cong \angle Z$

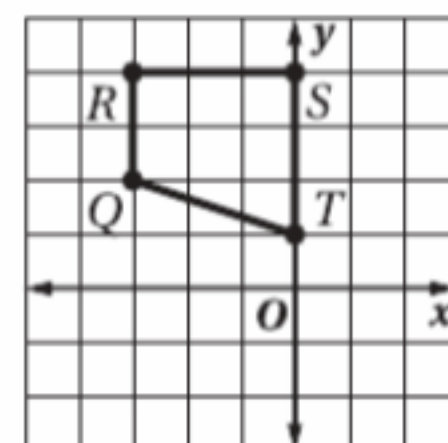
27. ما هي صورة $P(-5, 12)$ بموجب دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟ انظر الهامش

28. المضلعان الموضحان أدناه متطابقان. فما التحويل الذي يمكن استخدامه لإثبات تطابقهما؟ الدوران



تدريب على الاختبار المعياري

29. ما الدوران الذي يخضع له شبه المنحرف $QRST$ ليعطي صورةً فيها النقطة R' تقع عند $(4, 3)$ ؟



- A دوران بزاوية 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة T
- B دوران بزاوية 180° بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة T
- C دوران بزاوية 180° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل
- D دوران بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

31. الإجابة القصيرة للمثلث $\triangle XYZ$ الرؤوس $X(1, 7)$ و $Y(0, 2)$ و $Z(-5, -2)$. فما إحداثيا X' بعد دوران بزاوية قياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

30. جبرياً يقدّر أن عدد السكان في الولايات المتحدة الأمريكية عام 2007 تخطى 301,000,000 نسمة. وفي الوقت نفسه، فُقد أن عدد سكان العالم قد تجاوز 6,602,000,000 نسمة. فما هي النسبة المئوية لعدد سكان الولايات المتحدة إلى عدد سكان العالم في ذلك الوقت؟

- F 3.1%
- G 3.5%
- H 4.2%
- J 4.6%

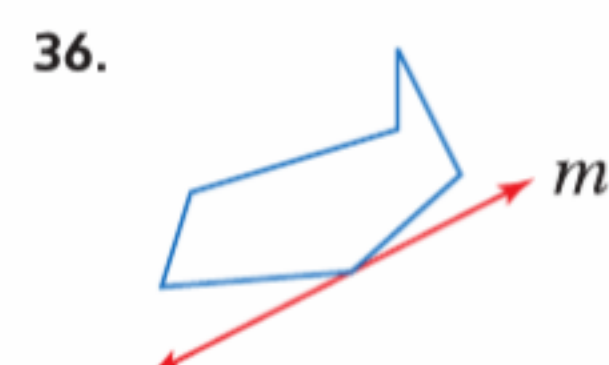
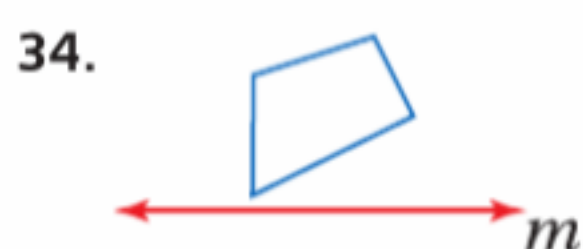
32. SAT/ACT يسند سلّم طوله 18 ft على الحائط الخارجي لأحد المنازل. تبعد قاعدة السلّم 8 ft عن الحائط. فما الارتفاع الذي تبلغه قمة السلّم على حائط المنزل مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة؟

- A 10.0 ft
- B 16.1 ft
- C 19.7 ft
- D 22.5 ft
- E 26.0 ft

مراجعة شاملة

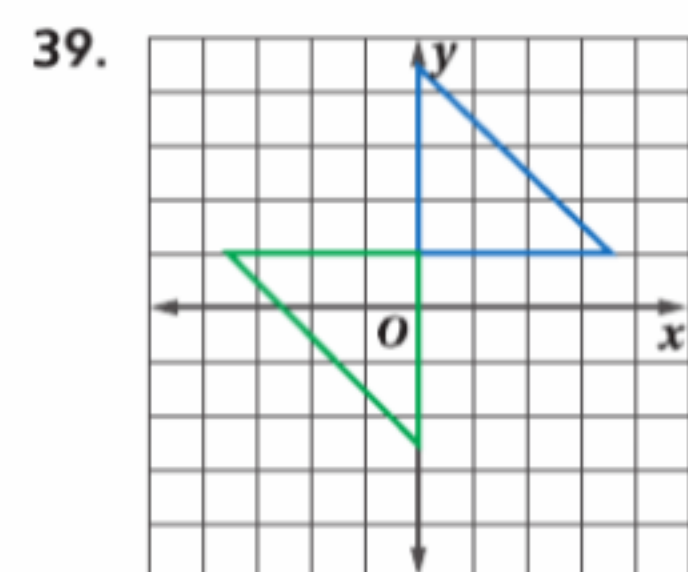
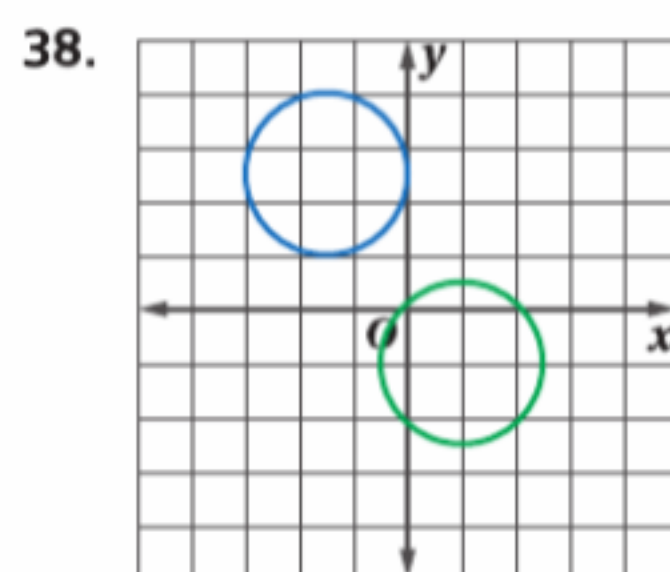
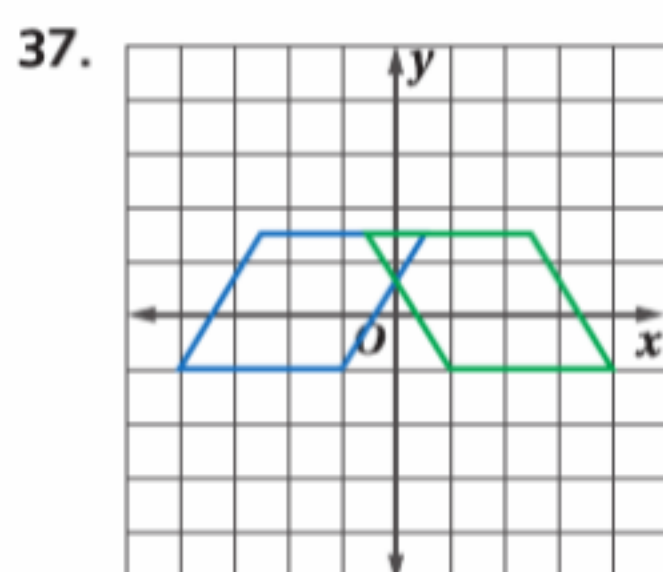
33. البراكين تتحرك سحابةً من الغازات الكثيفة والغبار صادرةً عن أحد البراكين مسافة 64 km باتجاه الغرب ومن ثم 48 km باتجاه الشمال. صمم تمثيلاً يوضح إزاحة حبيبات الغبار. ثم أوجد مسافة المسار الأقصر الذي يوصل الحبيبات إلى الموقع نفسه. (الدرس 2-6)

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة. (الدرس 1-6)



مراجعة المهارات

حدد نوع تحويل التوافق الظاهر باعتباره انعكاساً، أو إزاحة، أو دوراناً.





مختبر الهندسة المجسمات الناتجة عن الدوران

3-6

التوضيح

المجسم الناتج عن الدوران هو شكلٌ ثلاثي الأبعاد ينتج عن دوران شكلٍ أو منحنى موجودٍ في مستوى حول مستقيم.

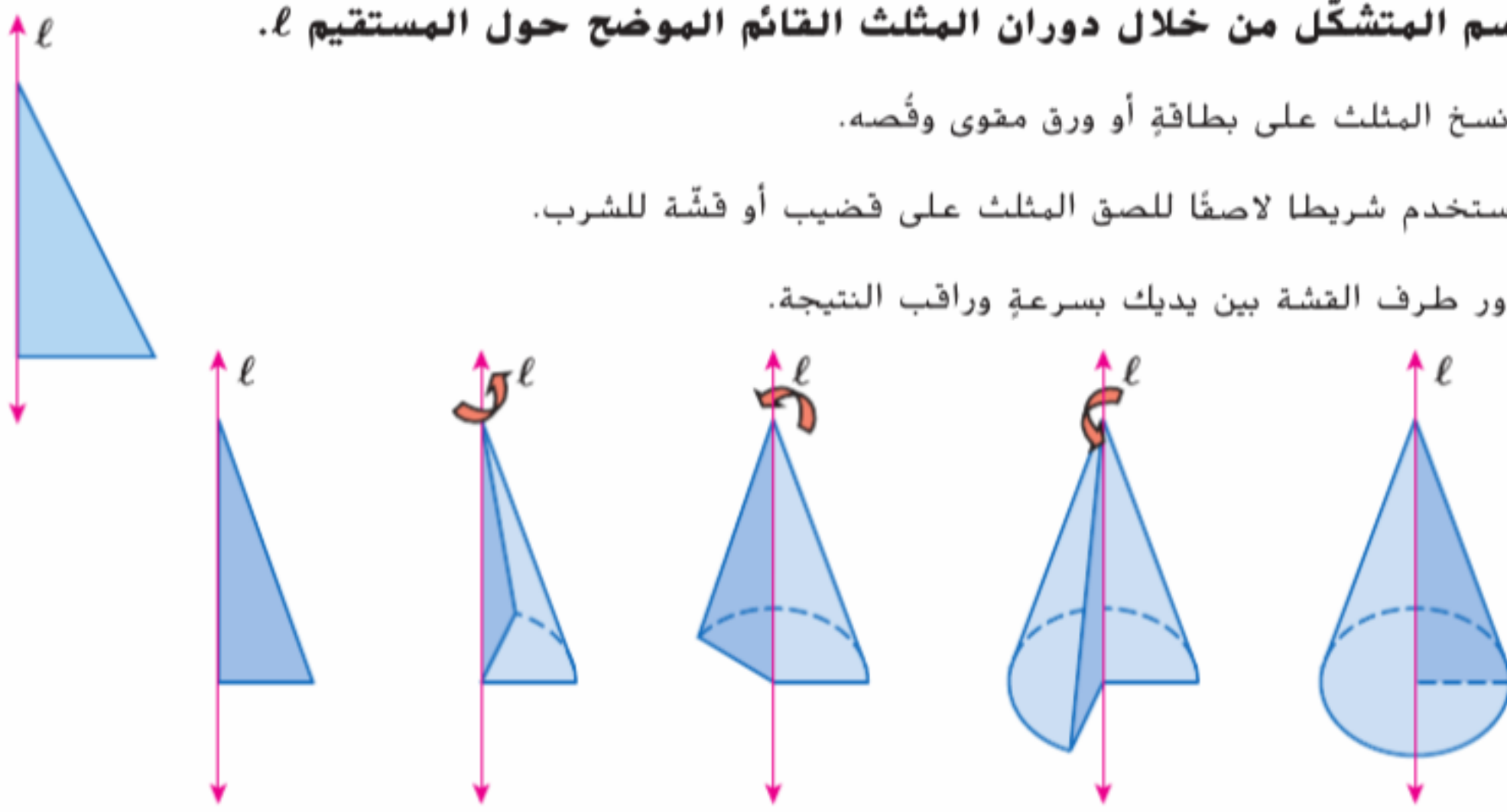
النشاط 1

حدّد المجسم المتشكّل من خلال دوران المثلث القائم الموضح حول المستقيم ℓ .

الخطوة 1 انسخ المثلث على بطاقةٍ أو ورق مقوى وقصّه.

الخطوة 2 استخدم شريطاً لاصقاً للصق المثلث على قضيب أو قشّة للشرب.

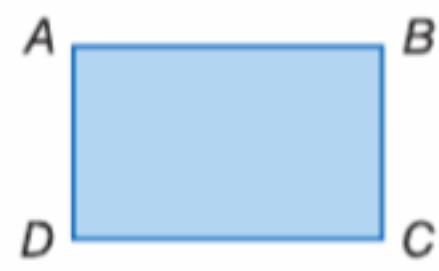
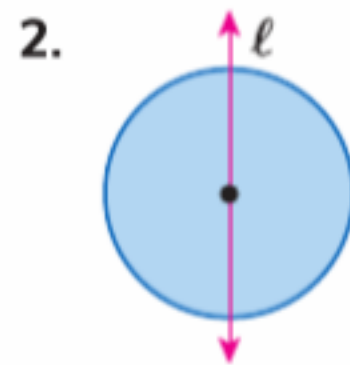
الخطوة 3 دور طرف القشّة بين يديك بسرعةٍ وراقب النتيجة.



الصورة المشوشة التي تلاحظها هي صورة مخروطة.

تمثيل النماذج والتحليل

حدّد المجسم المتشكّل من خلال دوران كل شكل ثنائي الأبعاد مما يلي حول المستقيم ℓ ومثّله.



4. مثّل وحدّد الجسم المتشكل نتيجةً لدوران المستطيل الموضح حول المستقيم المؤلّف من

a. الضلع \overline{AB}

b. الضلع \overline{AD}

c. نقطة منتصف الضلعين \overline{AB} و \overline{AD} .

5. **التصميم** ارسم شكلاً ثنائي الأبعاد يمكن دورانه لتشكيل الإناء الموضح، بما في ذلك المستقيم الذي ينبغي الدوران حوله.

6. **الاستنتاج** صواب أو خطأ: يمكن أن تتشكل جميع المجسمات عبر دوران شكلٍ ثنائي الأبعاد. اشرح استنتاجك



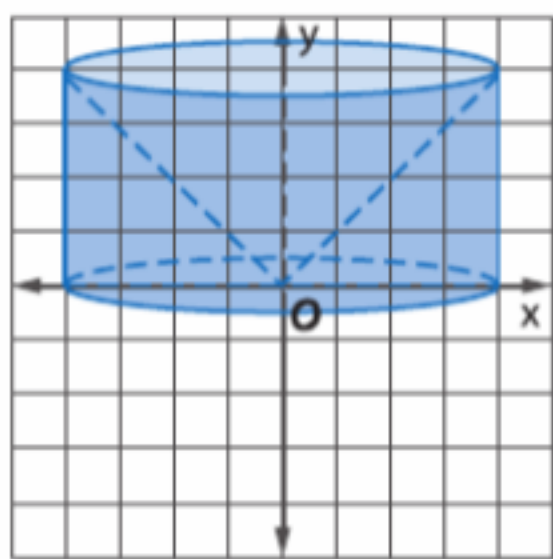
مختبر الهندسة المجسمات الناتجة عن الدوران

سيطلب منك في حساب التفاضل والتكامل إيجاد أحجام مجسمات ناتجة عن دوران منطقة على مستوى إحداثي حول المحور الأفقي x أو الرأسى y . ومن أولى الخطوات الهامة في حل هذه المسائل تصوّر المجسمات المتشكلة.

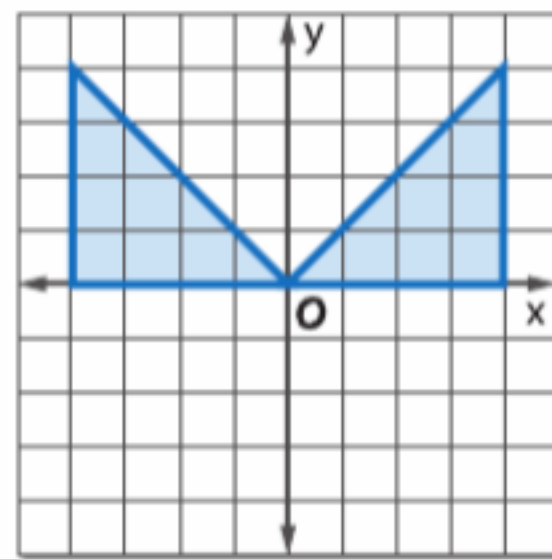
النشاط 2

مثّل المجسم الذي ينتج عند دوران المنطقة المحددة بـ $y = x$ و $x = 4$ و $y = 0$ حول المحور الرأسى y .

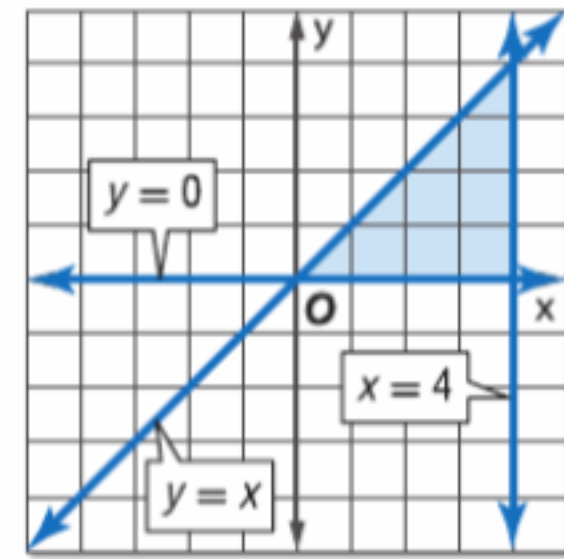
الخطوة 3 صل رؤوس المثلثات القائمة باستخدام خطوط منحنية.



الخطوة 2 اعكس المنطقة حول المحور الرأسى y .



الخطوة 1 مثّل بيانيًا كل معادلة مما يلي لإيجاد المنطقة التي سيتم دورانها.



المجسم أسطوانة ذات مخروط مقطوع في مركزها.

تمثيل النماذج والتحليل

مثّل المجسم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحكّمها كل معادلة مما يلي حول المحور الرأسى y .

7. $y = -x + 4$
 $x = 0$
 $y = 0$

8. $y = x^2$
 $y = 4$

9. $y = x^2$
 $y = 2x$

مثّل المجسم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحدّها كل معادلة مما يلي حول المحور الأفقي x .

10. $y = -x + 4$
 $x = 0$
 $y = 0$

11. $y = x^2$
 $y = 0$
 $x = 2$

12. $y = x^2$
 $y = 2x$

13. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل منطقة في الربع الأول من المستوى الإحداثي.

- a. ارسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الرأسى y .
b. ارسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الأفقي x .

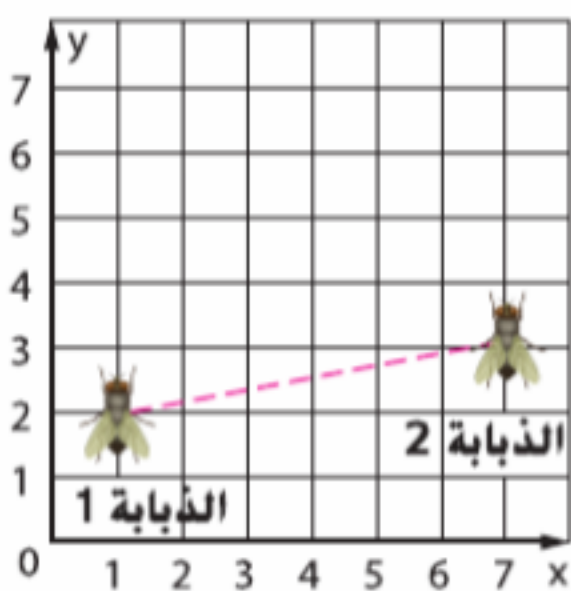
14. **التحدي** أوجد معادلة تحدّ منطقة حين تدور حول المحور الأفقي x . ينتج شكل حجمه 18π وحدة مربعة.

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 6-1 إلى 6-3

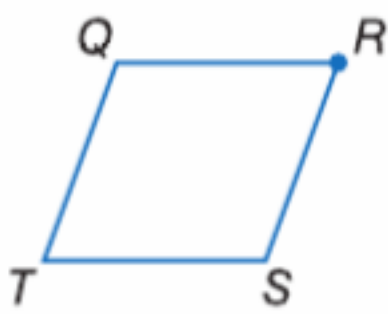
6

10. **الصور المتحركة** يصنع فارس صورةً متحركة. حيث يستخدم ورقًا للتمثيل البياني للتحقق من دقة أبعاد رسوماته. فإذا رسم مستوى إحداثيًا يضم ذبابتين كما هو موضح أدناه، فما المتجه الذي يمثل الحركة من الذبابة 1 إلى الذبابة 2؟
(الدرس 6-2)

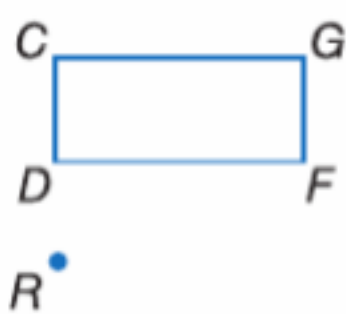


انسخ كل مضلع ونقطة R . ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكلٍ حول النقطة R .
(الدرس 6-3)

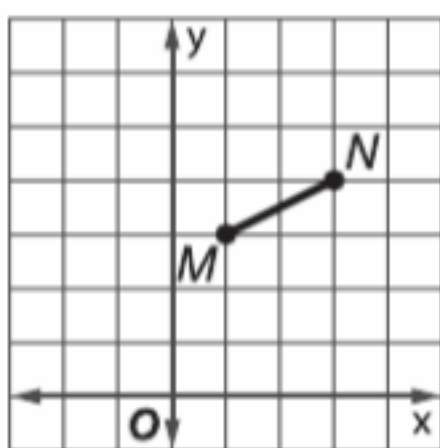
11. 45°



12. 60°



13. **الاختيار من متعدد** ما صورة النقطة M بعد دوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل؟ (الدرس 6-3)



A $(-3, 1)$

C $(-1, -3)$

B $(-3, -1)$

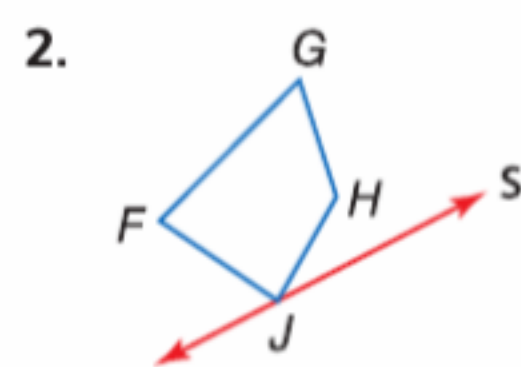
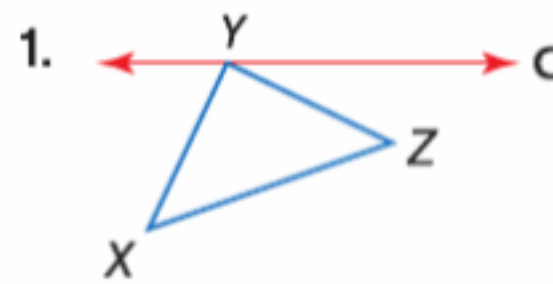
D $(3, 1)$

مثل كل شكلٍ بياني وصورته بعد الدوران المحدد.
(الدرس 6-3)

14. للمثلث RST الرؤوس $R(-3, 0)$ و $S(-1, -4)$ و $T(0, -1)$ و 90°

15. للمربع $JKLM$ الرؤوس $J(-1, 2)$ و $K(-1, -2)$ و $L(3, -2)$ و $M(3, 2)$ و 180°

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.
(الدرس 6-1)

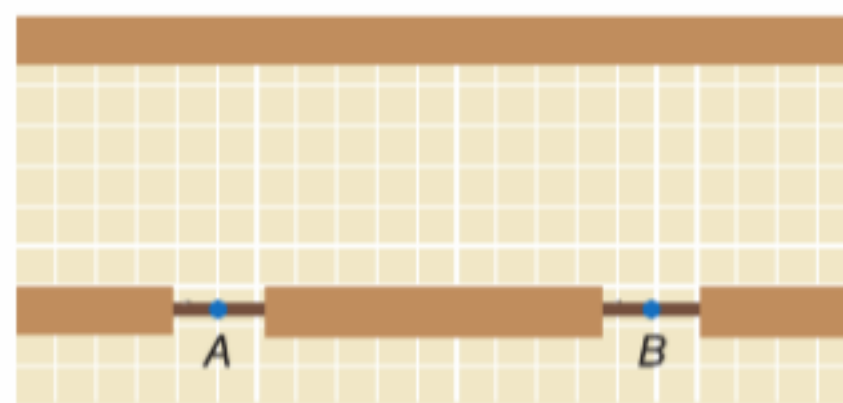


مثل كل شكلٍ مما يلي وصورته بيانيًا وفق الانعكاس المحدد.
(الدرس 6-1)

3. للمثلث FGH الرؤوس $F(-4, 3)$ و $G(-2, 0)$ و $H(-1, 4)$ ؛ بالنسبة للمحور الرأسي y

4. للمعين $QRST$ الرؤوس $Q(2, 1)$ و $R(4, 3)$ و $S(6, 1)$ و $T(4, -1)$ ؛ بالنسبة للمحور الأفقي x

5. **النوادي** يبيع نادي الدراما الحلوى خلال استراحة إحدى المسرحيات المدرسية. حدّد نقطة P على طول الجدار لتمثيل طاولة الحلوى بحيث يقطع الأشخاص القادمون من أي من البابين A أو B المسافة نفسها إلى الطاولة. (الدرس 6-1)

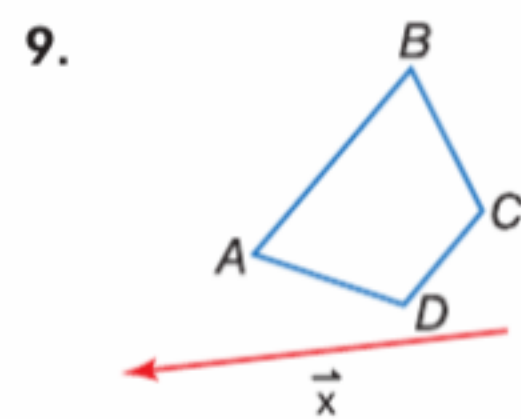
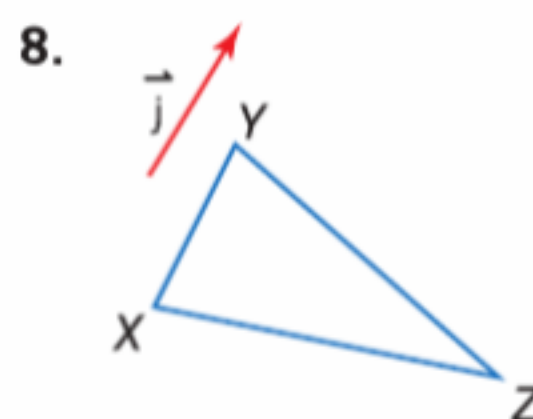


مثل كل شكلٍ بياني وصورته بعد الإزاحة المحددة.
(الدرس 6-2)

6. المثلث ABC ذو الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(2, 1)$ و $C(1, -3)$ ؛ $(3, -1)$

7. للمستطيل $JKLM$ الرؤوس $J(-4, 2)$ و $K(-4, -2)$ و $L(-1, -2)$ و $M(-1, 2)$ ؛ $(5, -3)$

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة. (الشكل 6-2)





سوف تستخدم في هذا المختبر لوح الرسم الهندسي لاستكشاف آثار القيام بتحويلات متعددة على شكل ما.

النشاط

عكس شكل بالنسبة لمستقيمين رأسيين.

الخطوة 1

استخدم أداة القطع المستقيمة لإنشاء مثلث يتجه أحد رؤوسه نحو اليسار بحيث يمكنك أن ترى بسهولة التحويلات التي تجريها. سمّ المثلث ABC .

الخطوة 2

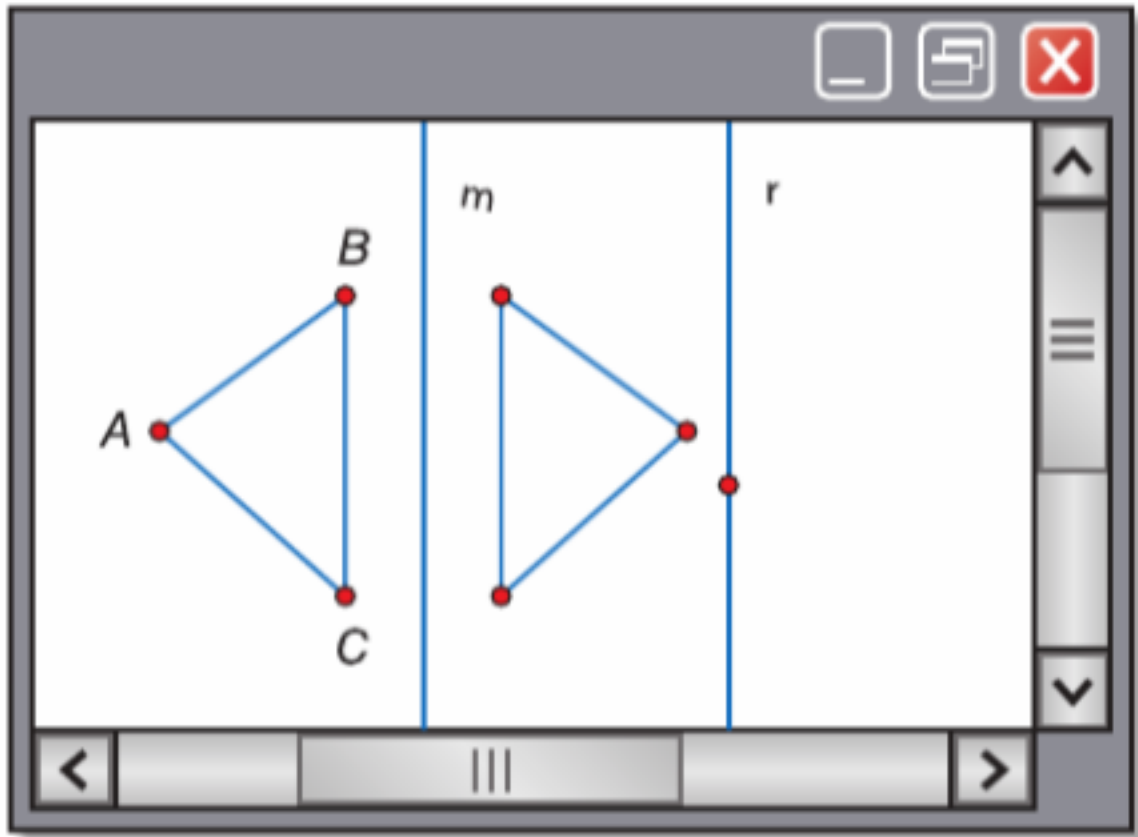
أدخل مستقيماً وسمه m إلى يمين المثلث $\triangle ABC$. أدخل نقطة بحيث تكون المسافة منها إلى المستقيم m أكبر من عرض المثلث $\triangle ABC$. ارسم المستقيم الموازي للمستقيم m من خلال النقطة وسمّ المستقيم الجديد r .

الخطوة 3

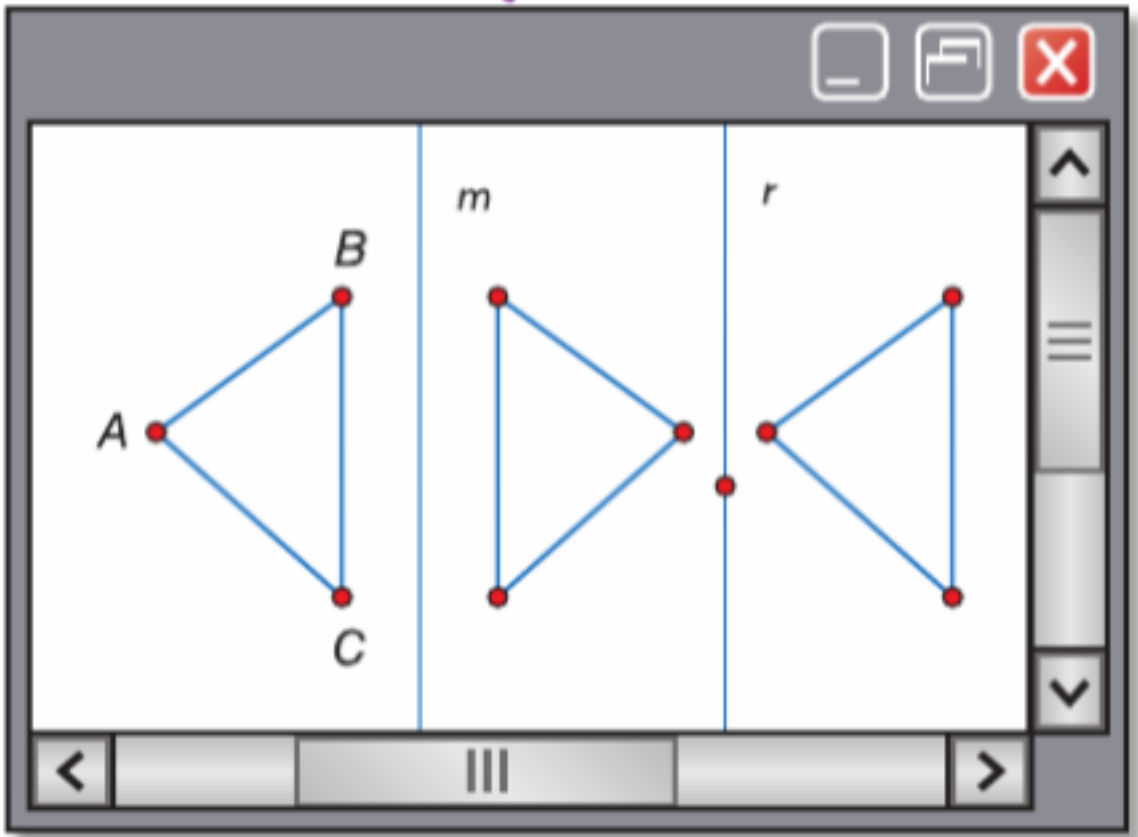
اختر المستقيم m واختر Mark Mirror Transform (التحويل). اختر جميع أضلاع المثلث $\triangle ABC$ ورؤوسه واختر Reflect (العكس) من قائمة Transform (التحويل).

الخطوة 4

كرر العملية التي استخدمتها في الخطوة 3 لعكس الصورة الجديدة بالنسبة للمستقيم r .



الخطوات 1-3



الخطوة 4

تحليل النتائج

1. كيف يرتبط الشكل الأصلي بالشكل النهائي؟
2. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي؟
3. إذا حركت المستقيم، فما الذي يحدث؟
4. **التخمين** إذا عكست الشكل بالنسبة لمستقيم ثالث، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.
5. كرر النشاط لمستقيمين متعامدين. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي نفسه؟
6. **التخمين** إذا عكست الشكل الوارد في التدريب 5 بالنسبة لمستقيم ثالث عمودي على الثاني، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.

تركيب التحويلات

السابق

الحالي

لماذا؟

لقد رسمت الانعكاس والإزاحة والدوران.

1

رسم الانعكاس الانزلاقي وغيره من تركيب حالات التساوي في المستوى الإحداثي.

2

رسم تركيبات الانعكاس بالنسبة لمستقيمات متوازية ومتقاطعة.

توضح آثار الأقدام التي يخلقها في الرمال شخص يسير على طول حافة شاطئ تركيب تحويلين مختلفين، وهما الإزاحة والانعكاس.

المفردات الجديدة

تركيب التحويلات
composition of
transformations
الانعكاس الانزلاقي
glide reflection

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة
في حلها.
استخدام نماذج الرياضيات.

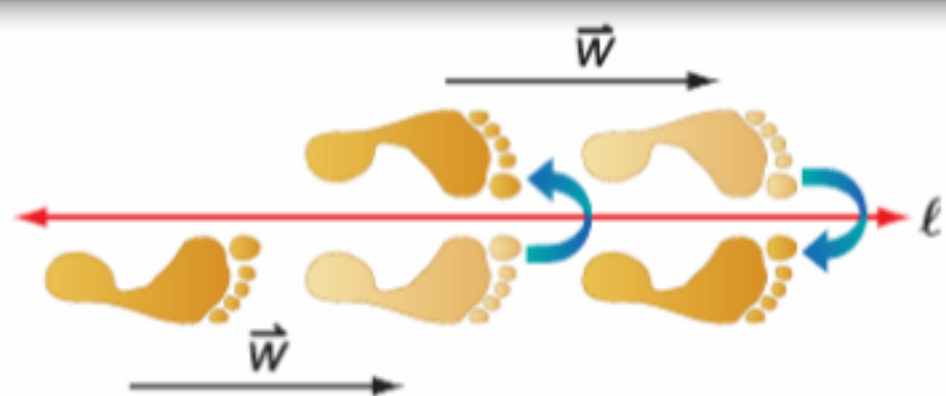
1 الانعكاس الانزلاقي عند تطبيق تحويل على شكل ومن ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فيطلق على النتيجة اسم **تركيب التحويلات**. والانعكاس الانزلاقي نوع من تركيب التحويلات.

المفهوم الأساسي الانعكاس الانزلاقي

الانعكاس الانزلاقي هو تركيب لإزاحة يتبعها انعكاس بالنسبة لمستقيم مواز لمتجه الإزاحة.

مثال

الانعكاس الانزلاقي الموضح هو تركيب لإزاحة على طول \vec{w} يتبعها انعكاس بالنسبة للمستقيم ℓ .



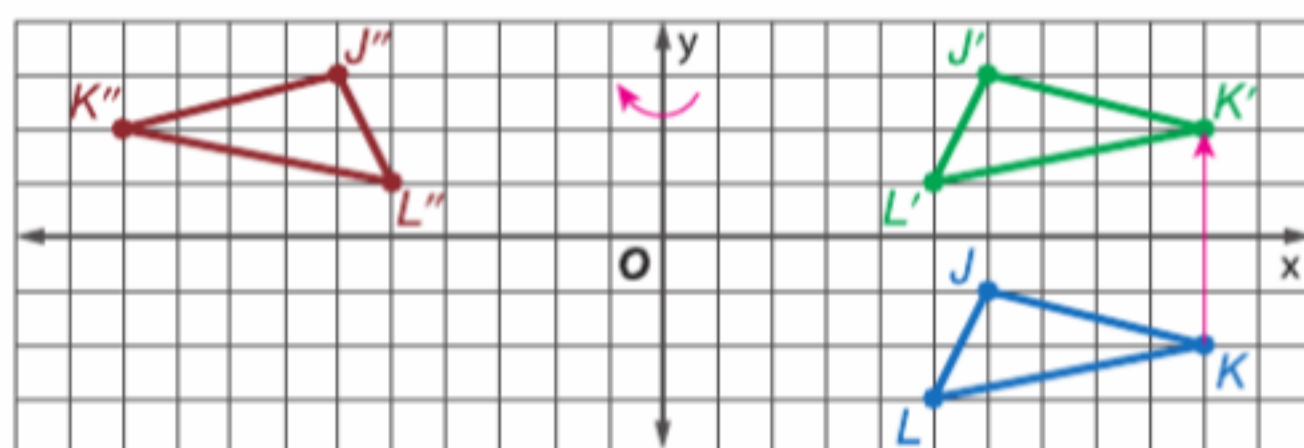
مثال 1 تمثيل انعكاس انزلاقي

للمثلث JKL الرؤوس $J(6, -1)$ و $K(10, -2)$ و $L(5, -3)$. مَثَّل بيانيًا المثلث JKL وصورته بعد إزاحة على طول $\langle 0, 4 \rangle$ انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y .

الخطوة 1 إزاحة على طول $\langle 0, 4 \rangle$ **الخطوة 2** انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (x, y + 4)$
$J'(6, 3) \rightarrow J''(-6, 3)$	$J(6, -1) \rightarrow J'(6, 3)$
$K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$	$K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$
$L'(5, 1) \rightarrow L''(-5, 1)$	$L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)$

الخطوة 3 مَثَّل المثلث JKL وصورته $J''K''L''$ بيانيًا.



تمرين موجه

للمثلث PQR الرؤوس $P(1, 1)$ و $Q(2, 5)$ و $R(4, 2)$. مَثَّل المثلث PQR وصورته بيانيًا بعد الانعكاس الانزلاقي المحدد.

- 1A. إزاحة: على طول $\langle -2, 0 \rangle$
انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x
- 1B. إزاحة: على طول $\langle -3, -3 \rangle$
انعكاس: بالنسبة للمستقيم $y = x$

في المثال 1. $\triangle JKL \cong \triangle J'K'L'$ و $\triangle J'K'L' \cong \triangle J''K''L''$. بناءً على خاصية التعدي في التطابق، فإن $\triangle JKL \cong \triangle J''K''L''$. وهذا يقترح النظرية التالية.

النظرية 6.1 تركيب حالات تساوي الأبعاد

تركيب حالتي تساوي للأبعاد (أو أكثر) هو تساوي للأبعاد أيضاً.

نصيحة دراسية

الحركات الصلبة إن الانعكاس الانزلاقي والانعكاس والإزاحة والدوران هي الأنواع الأربعة الوحيدة للحركات الصلبة أو حالات تساوي الأبعاد في مستوى.

إذا، يعطي تركيب حالتي تساوي للأبعاد، بما في ذلك الانعكاس أو الإزاحة أو الدوران، صورةً مطابقةً لصورتها الأصلية.

مثال 2 تمثيل تركيبات تساوي الأبعاد الأخرى

النقطتان الطرفيتان لـ \overline{CD} هما $C(-7, 1)$ و $D(-3, 2)$. مثل بيانيًا \overline{CD} وصورتها بعد الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل.

الخطوة 1 الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$C(-7, 1) \rightarrow C'(-7, -1)$$

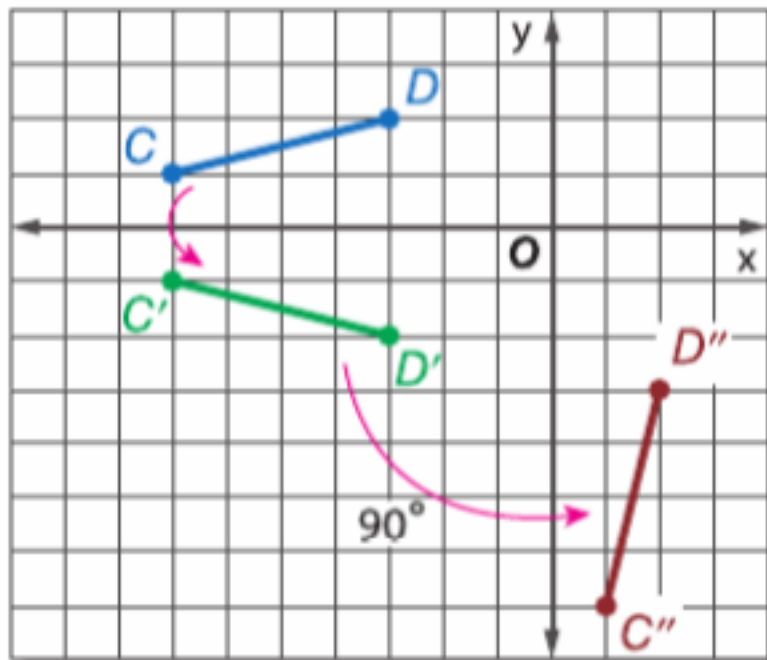
$$D(-3, 2) \rightarrow D'(-3, -2)$$

الخطوة 2 الدوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$C'(-7, -1) \rightarrow C''(1, -7)$$

$$D'(-3, -2) \rightarrow D''(2, -3)$$



الخطوة 3 مثل بيانيًا \overline{CD} وصورتها $\overline{C''D''}$.

قراءة في الرياضيات

الفواصل العلوية المزدوجة تستخدم الفواصل العلوية المزدوجة للإشارة إلى أن رأسا هو صورة تحويل ثان.

تمرين موجّه

للمثلث ABC الرؤوس $A(-6, -2)$ و $B(-5, -5)$ و $C(-2, -1)$. مثل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ وصورته بعد تركيب التحويلات بالترتيب المدرج التالي.

2A. إزاحة: على طول $\langle 3, -1 \rangle$
2B. دوران: 180° حول نقطة الأصل
إزاحة: على طول $\langle -2, 4 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي

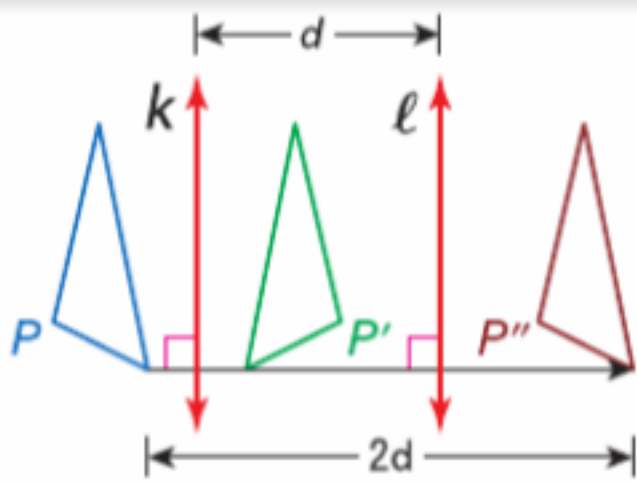
2 تركيب انعكاسين

تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين يماثل عملية إزاحة واحدة.

النظرية 6.2 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين بواسطة متجه إزاحة

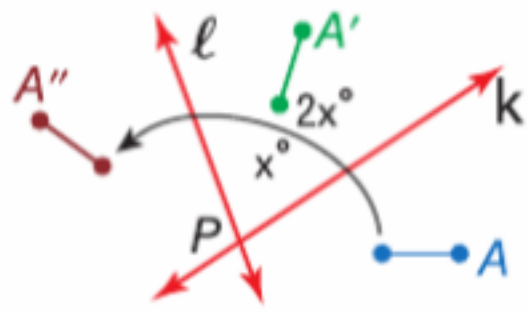
- عمودي على المستقيمين.
- طوله يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين.



سوف تثبت النظرية 6.2 في التدريب 28.

تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين بمائل عملية دوران واحدة.

النظرية 6.3 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متقاطعين



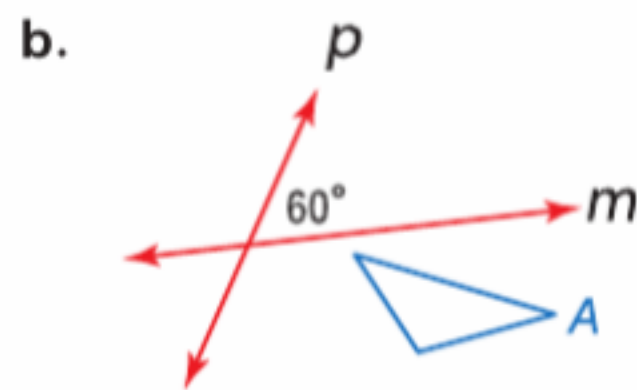
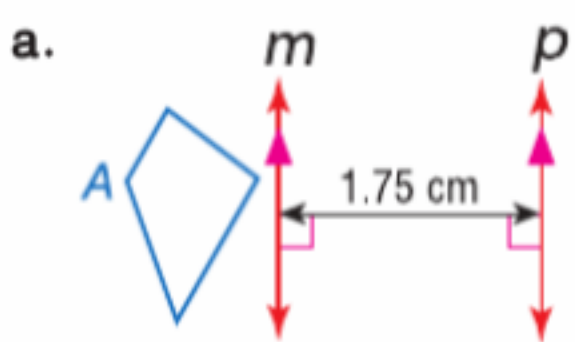
يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين على أنه عملية دوران واحدة.

- حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان و
- بزاوية تساوي ضعف قياس الزاوية الحادة أو القائمة التي يشكلها المستقيمان.

سوف تثبت النظرية 6.3 في التدريب 37.

مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيمين

انسخ الشكل A واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p . ثم صف تحويل الزاوية الذي يربط A بـ A'' .

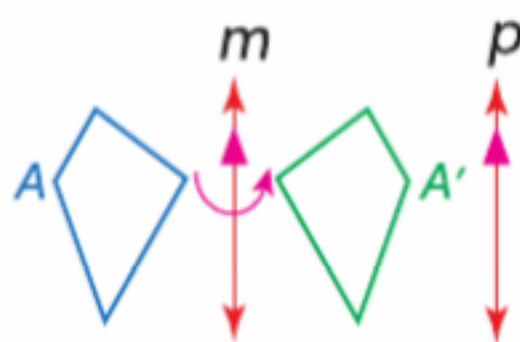


افتبه!

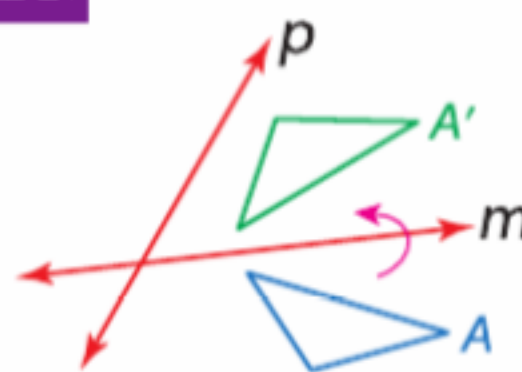
ترتيب التركيب

تحقق من تركيب تحويلين بحسب ترتيبهما المعطى

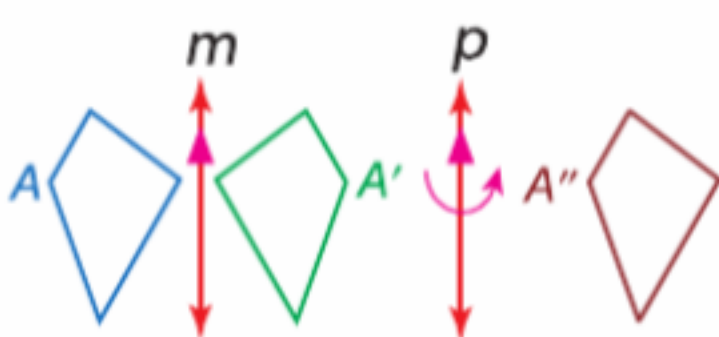
الخطوة 1 اعكس A بالنسبة للمستقيم m .



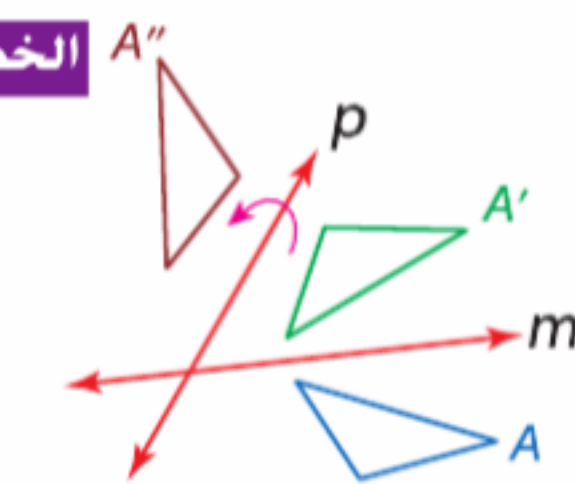
الخطوة 1



الخطوة 2 اعكس A' بالنسبة للمستقيم p .



الخطوة 2

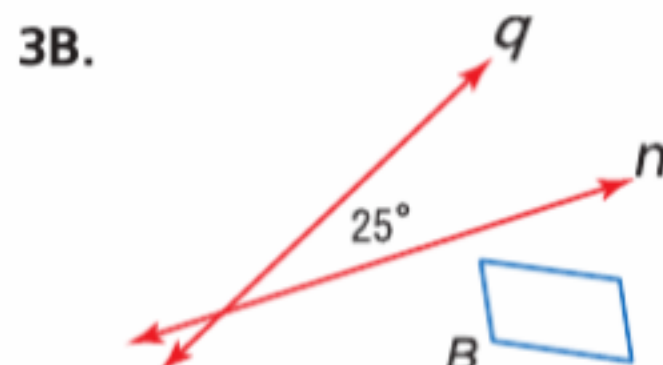
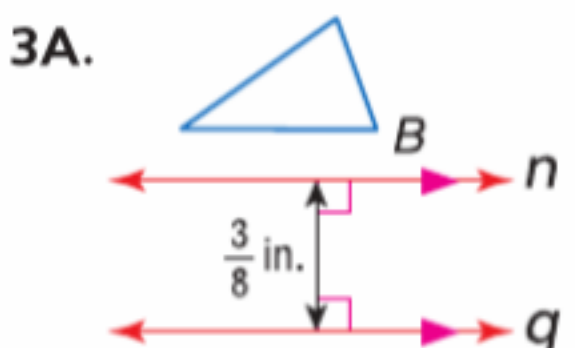


بحسب النظرية 6.2، يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين رأسيين متوازيين m و p إزاحة أفقية إلى الجهة اليمنى لمسافة $2 \cdot 1.75$ أو 3.5 سنتيمترات.

بحسب النظرية 6.3، يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين m و p دورانًا بزاوية تساوي $2 \cdot 60^\circ$ أو 120° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان m و p .

تمرين موجّه

انسخ الشكل B واعكسه بالنسبة للمستقيم n ثم بالنسبة للمستقيم q . ثم صف تحويل الزاوية الذي يربط B بـ B'' .



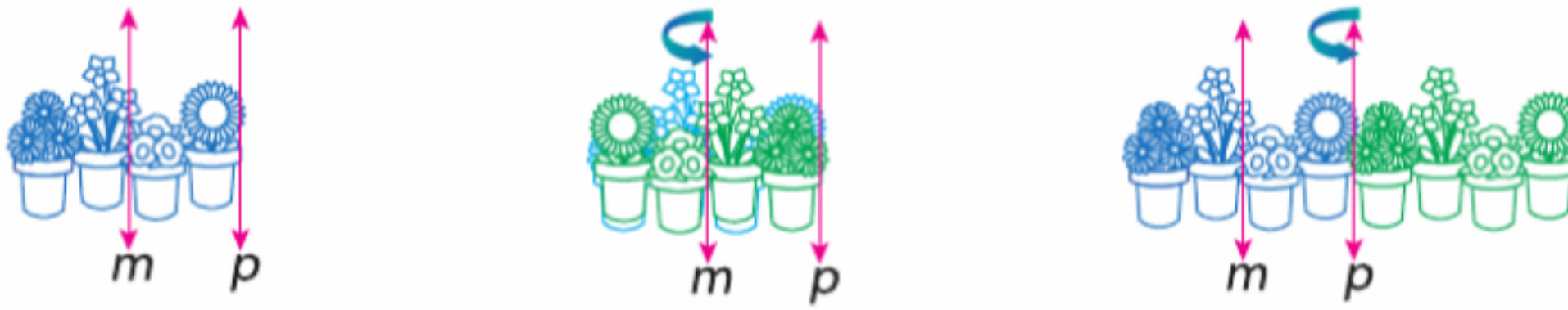
تتشكل الكثير من الأنماط في الحياة اليومية باستخدام تركيب التحويلات.

مثال 4 من الحياة اليومية وصف التحويلات

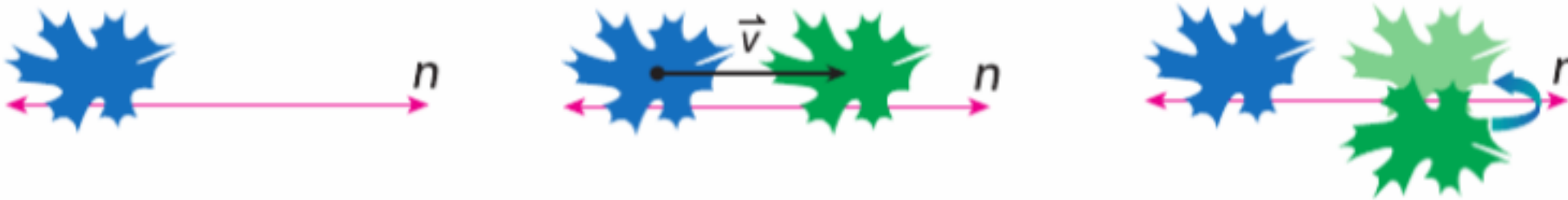
أنماط الحواشي صف التحويلات المركبة لتشكيل كل شكلٍ من أشكال أنماط الحواشي الموضحة.



ينتج النمط عبر إزاحات متعاقبة لأصص النباتات الأربعة الأولى. وبموجب ذلك يمكن تشكيل هذا النمط عبر تركيب انعكاسين بالنسبة للمستقيمين m و p كما هو موضح. لاحظ أن المستقيم m يمرّ بمركز الصورة الأصلية.



ينتج النمط من خلال الانعكاس الانزلاقي. ولذلك يمكن تشكيل النمط عبر تركيب إزاحة على طول متجه الإزاحة \vec{v} ثم انعكاس بالنسبة للمستقيم الأفقي n كما هو موضح.



تمرين موجّه

4. **نقوش السجاد** صف التحويلات المركبة لتشكيل نقش كلٍ من السجّادتين الموضحتين.



الربط بالحياة اليومية

تنتج أنماط الحواشي في السجاد عند تكرار أي نوع من عدة أنواع من التحويلات الأساسية باتجاه واحد. وثبة العديد من التشكيلات الممكنة لهذه التحويلات: الإزاحات والانعكاس الأفقي والانعكاس الرأسية والانعكاس الرأسية المتبوعة بانعكاس أفقي والانعكاس الانزلاقي والدوران والانعكاس المتبوع بانعكاس انزلاقي.

المصدر: متحف النسيج

التحقق من فهمك

مثال 1

للمثلث CDE الرؤوس $C(-5, -1)$ و $D(-2, -5)$ و $E(-1, -1)$. مثل المثلث $\triangle CDE$ وصورته بيانياً بعد الانعكاس الانزلاقي المحدد.

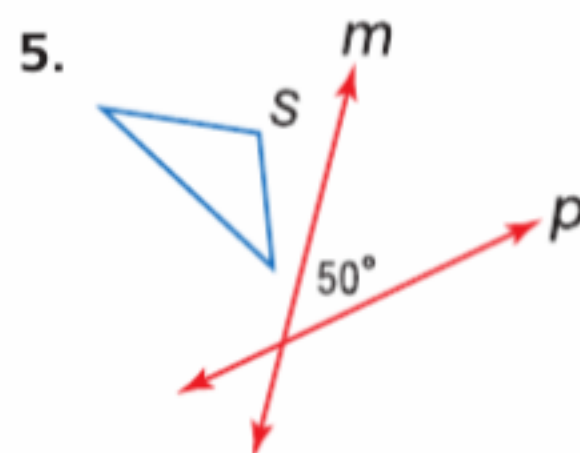
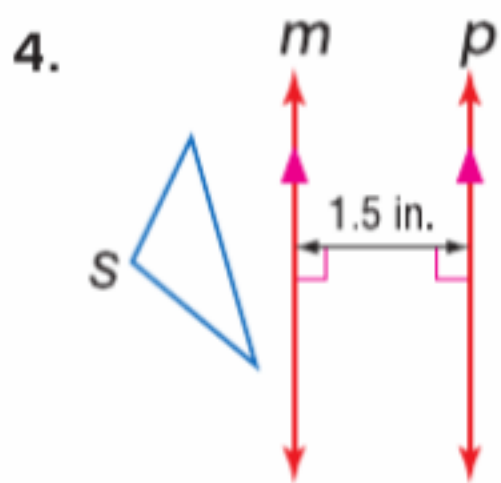
1. إزاحة: على طول $\langle 4, 0 \rangle$
انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x
2. إزاحة: على طول $\langle 0, 6 \rangle$
انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y

مثال 2

3. النقطتان الطرفيتان لـ \overline{JK} هما $J(2, 5)$ و $K(6, 5)$. مثل \overline{JK} وصورتها بيانياً بعد انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x ودوران بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل.

مثال 3

انسخ الشكل S واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p . ثم صف تحويلاً وحيداً يربط S بـ S'' .



مثال 4

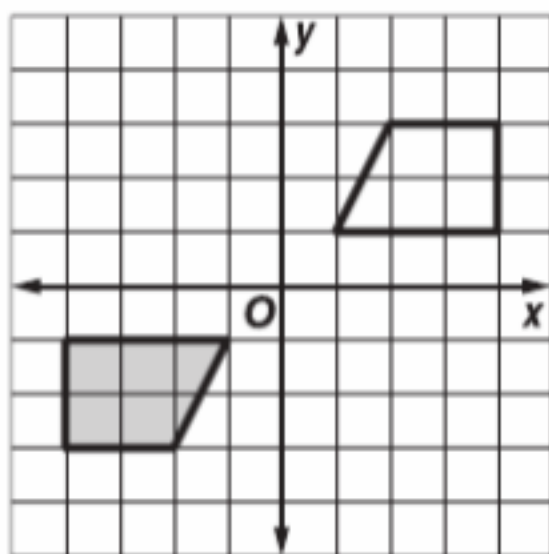
6. أنماط المكعبات يشكل إسماعيل نمطا من مكعبات على أشكال مثلثات متساوية الأضلاع لوضعها فوق سطح طاولة. صف تشكيلة التحويلات التي استخدمت لإعداد النمط.



التدريب وحل المسائل

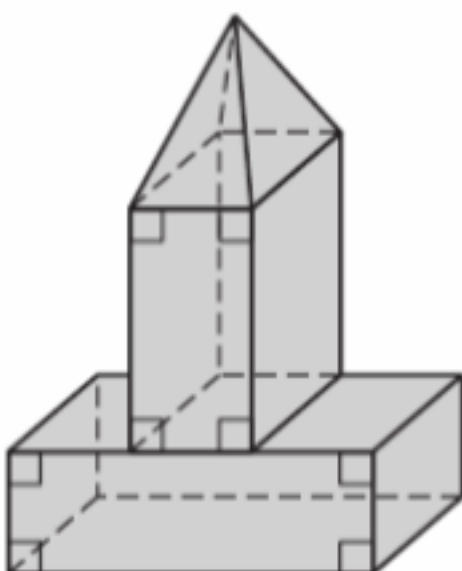
مثال 2

7. ما التحويلان اللذان قد يكونان استخدمتا لتغيير الشكل المظلل إلى الشكل غير المظلل؟

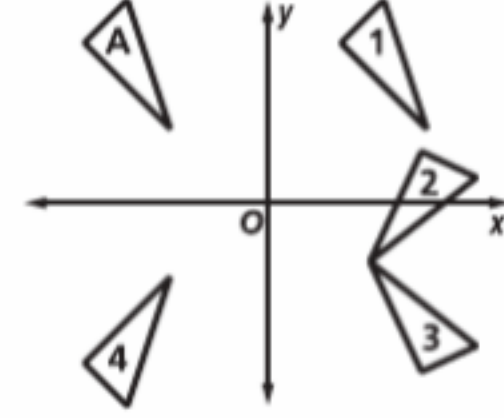


مثال 2

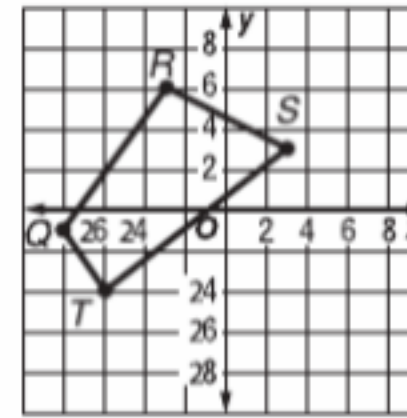
8. يمثل هذا الرسم بناءً يتوضع على الطرف الآخر من فندق في أبو ظبي. فما الأشكال الممثلة في الشكل؟



9. إذا حوّل الشكل A بعملية دوران ثم انعكاس، فما الشكل الذي يمكن أن تأخذه الصورة الأخيرة؟

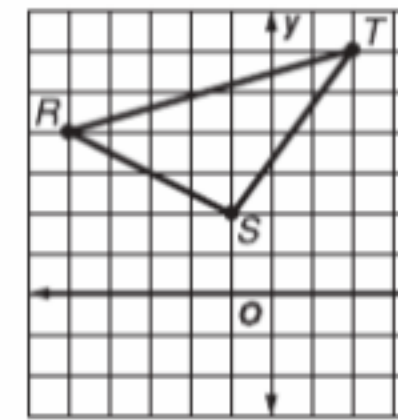


10. إذا عكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور الأفقي x ثم عكس بالنسبة للمحور الرأسى y ، ففي أي أرباع ستقع الصورة النهائية؟



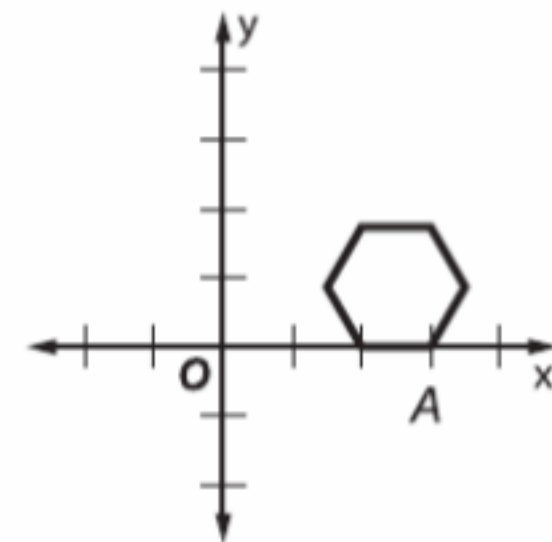
- A** الربع الأول والثالث والرابع **C** الربع الأول والثاني فقط
B الربع الثاني والثالث والرابع **D** الربع الثاني والرابع فقط

11. للمثلث RST الإحداثيات $R(-5, 4)$ و $S(-1, 2)$ و $T(2, 6)$. ماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للنقطة T إذا أزيح المثلث لمسافة 5 وحدات إلى الأسفل وعكس بالنسبة للمحور الرأسى y ؟



- A** $(-2, 1)$ **C** $(2, -1)$
B $(-1, 2)$ **D** $(2, 1)$

12. يقع سداسي أضلاع منتظم في المستوى الإحداثي بحيث تقع النقطة A عند $(3, 0)$.

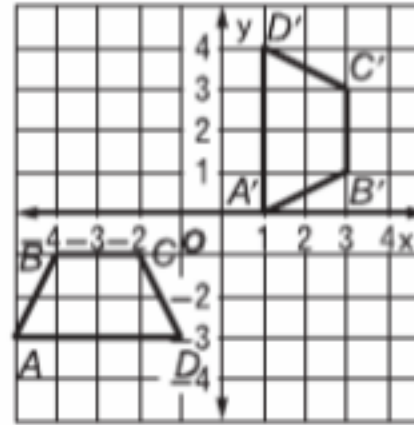


ما إحداثيا الرأس A بعد انعكاس بالنسبة للمحور الرأسى y وإزاحة إلى الأعلى لمسافة وحدتين؟

13. يمدّد المثلث JKL بمعاملٍ يساوي 1.5 وبعكس بالنسبة للمحور الرأسى y ويزاح لمسافة وحدتين يسارًا. فماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للرأس J بعد التحويلات الثلاث؟

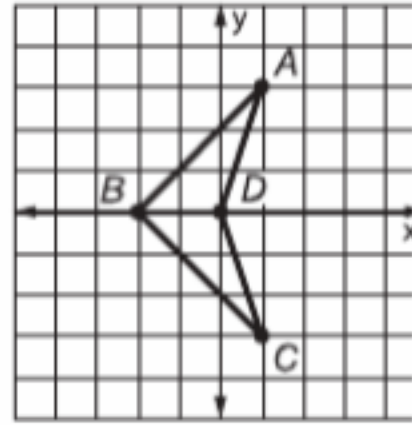
14. لشبه المنحرف $ABCD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه.

يحول الشكل $ABCD$ لتشكيل صورة مطابقة. فما التحويلات الحادثة لتشكيل $A'B'CD'$ ؟



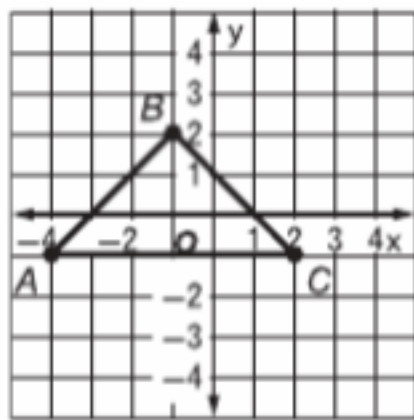
15. يدار الشكل الرباعي $ABCD$ ويزاح لتشكيل صورة تضم الرأسين $A'(-3, 3)$ و $B'(0, 0)$.

فما إحداثيا النقطة D' ؟



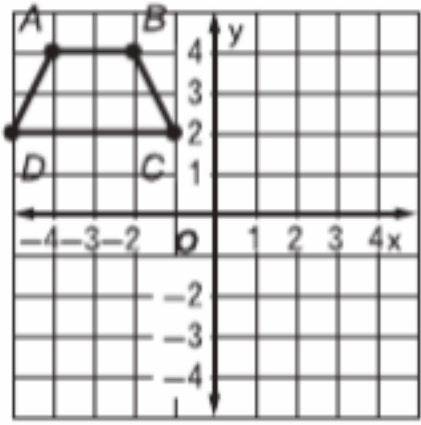
16. يمدّد المثلث ABC حول نقطة الأصل بمعامل مقياس يساوي 2 ثم يزاح بحيث يكون لنقطة منتصف $A'B'$ الإحداثيان المماثلان لإحداثيي نقطة منتصف AB .

ما إحداثيا النقطة C' ؟



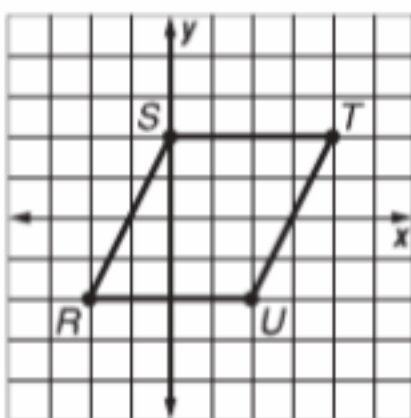
17. يتشكل مثلث من النقاط $P(2, -2)$ و $Q(-2, -4)$ و $R(6, -2)$. تتغير أبعاد المثلث بمعامل مقياس يساوي $\frac{1}{2}$ ثم يزاح لمسافة أربع وحدات يمينًا وأربعة إلى الأعلى.

ما إحداثيات المثلث $\triangle P'Q'R'$ ؟

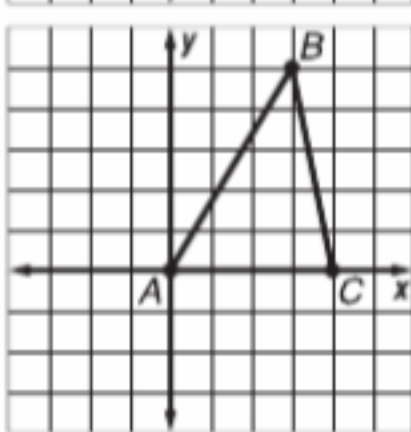


18. لشبه المنحرف $ABCD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه. فإذا عكس $ABCD$ بالنسبة للمحور الرأسي y ثم أدير بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا الرأس C' ؟

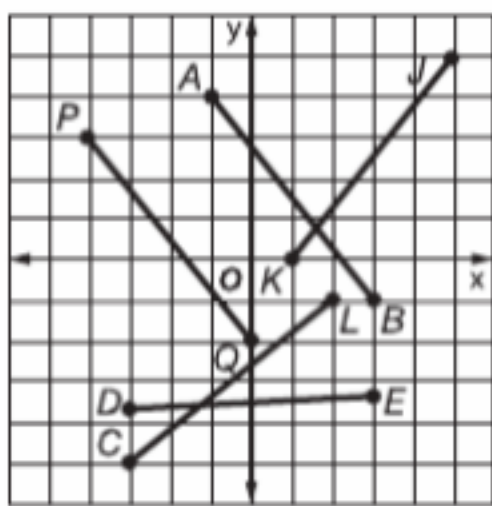
19. للمثلث STU الرؤوس $S(-5, -2)$ و $T(-1, 4)$ و $U(6, 3)$. فإذا أزيح المثلث لمسافة 3 وحدات يمينًا و 5 وحدات إلى الأسفل ثم عكس بالنسبة للمحور الأفقي x ، فماذا سيكون إحداثيا T' وهي صورة T ؟



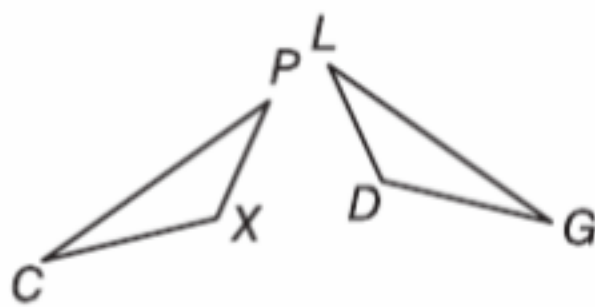
20. إذا أزيح متوازي الأضلاع $RSTU$ لمسافة 5 وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى ثم عكس بالنسبة للمحور الرأسي y ، فماذا سيكون إحداثيا T' وهي صورة T وفق هذين التحويلين؟



21. إذا أدير المثلث $\triangle ABC$ كما هو موضح بزاوية قياسها 180° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فستكون صورته $\triangle A'B'C'$. فما التحويل أو تشكيلات التحويلات على المثلث $\triangle ABC$ والتي ستنتج صورةً مختلفةً عن المثلث $\triangle A'B'C'$ ؟



22. ما القطعة المستقيمة التي تمثل صورة \overline{PQ} بموجب إزاحةٍ انزلاقية؟

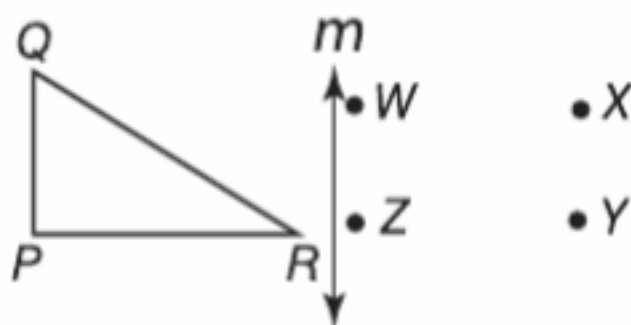


23. ما نوع التحويل الذي يمكنك استخدامه لتثبت أن $\triangle CXP \cong \triangle GDL$ ؟

24. تقع رؤوس مثلث في الربع الثاني. ففي أي ربع ستقع صورة المثلث بموجب الانعكاس الانزلاقي $T_{0,4} \rightarrow R_{x=0}$ ؟

25. تعكس النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y ، ثم أزيحت صورتها رأسياً لمسافة a وحدة، حيث $a > 0$. فأَيّ مما يلي يعطي إحداثيات الصورة النهائية P' ؟

26. أي من مجموعات النقاط التالية يمكن أن تكون رؤوساً لصورة المثلث $\triangle PQR$ بموجب انعكاس انزلاقي بحيث يكون المستقيم m هو خط الانعكاس؟



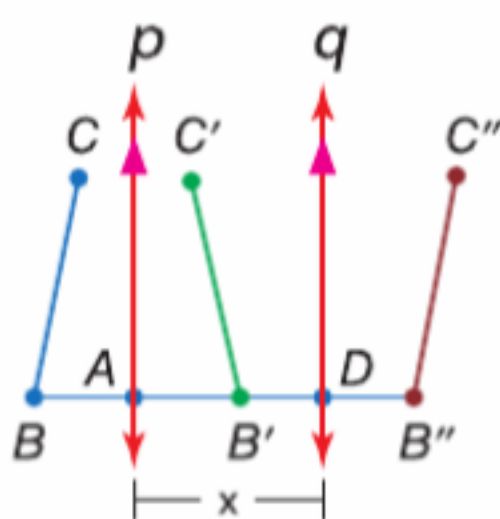
27. تقع رؤوس مثلث عند النقاط $(-1, 3)$ و $(2, 5)$ و $(0, 1)$. فإذا أزيح المثلث 4 وحدات يسارًا، ثم مُدّد بمعامل مقياس قيمته 3، فما إحداثيات صورة المثلث؟

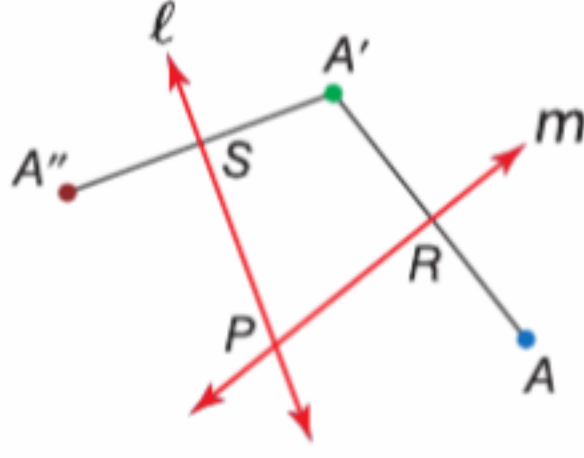
28. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 6.2.

المعطيات: يطبق انعكاس بالنسبة للمستقيم p على \overline{BC} لتعطي $\overline{B'C'}$.
ويطبق انعكاس بالنسبة للمستقيم q على $\overline{B'C'}$ لتعطي $\overline{B''C''}$.

$$p \parallel q, AD = x$$

- المطلوب إثباته:**
a. $\overline{BB''} \perp p, \overline{BB''} \perp q$
b. $BB'' = 2x$





29. البرهان اكتب فقرة برهان للنظرية 6.3.

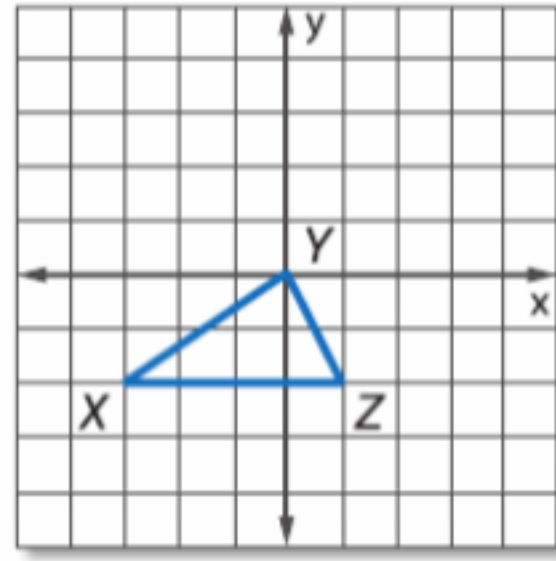
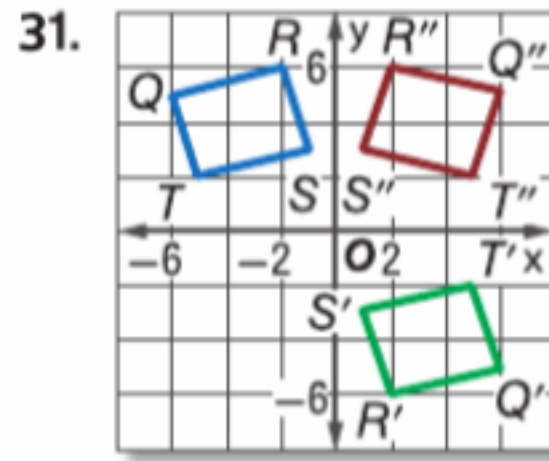
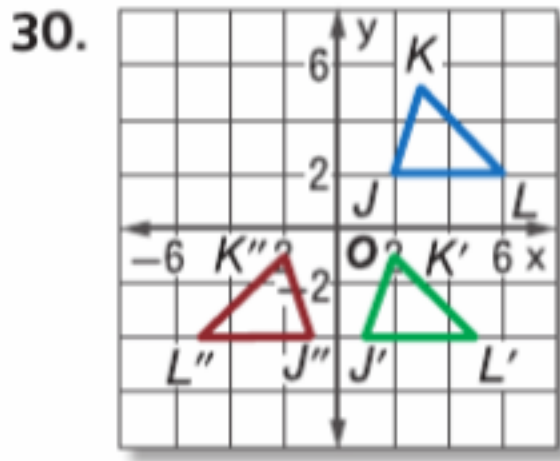
المعطيات: يتقاطع المستقيمان l و m عند النقطة P .
 A هي أي نقطة على المستقيم l أو المستقيم m .

المطلوب إقباته: a. إذا عكست النقطة A بالنسبة للمستقيم m .
 ثم عكست صورتها A' بالنسبة للمستقيم l . فإن A''
 هي صورة A بعد دوران حول النقطة P .

$$b. m\angle APA'' = 2(m\angle SPR)$$

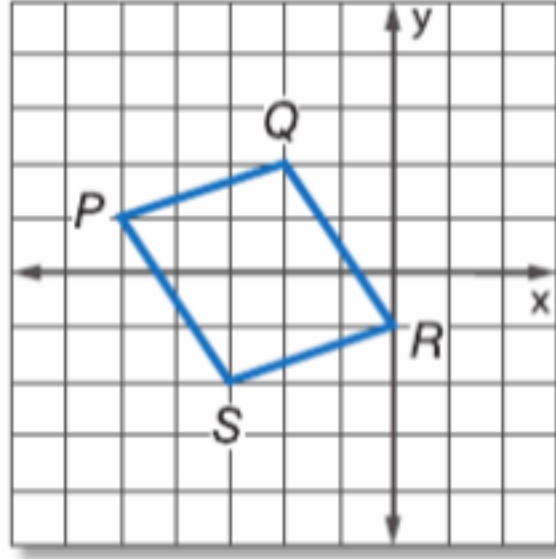
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

صف التحويلات التي رُكِّبت لتشكيل صورة كل شكلٍ مما يلي.



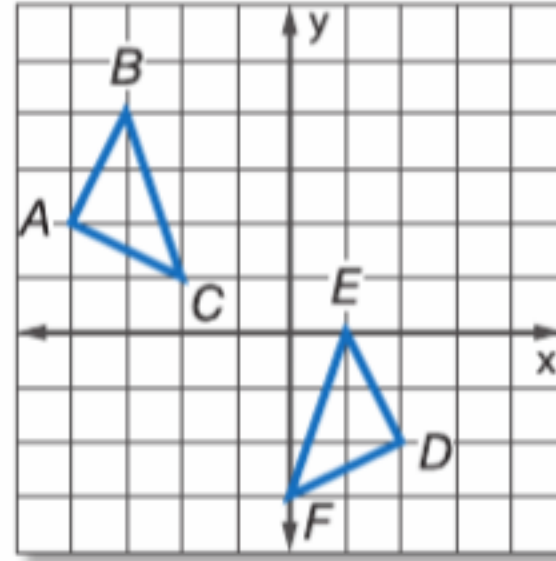
32. تحليل الخطأ تزيح أسماء وأمانى المثلث $\triangle XYZ$ على طول $\langle 2, 2 \rangle$ وتعكسائه بالنسبة للمستقيم $y = 2$. تقول أسماء إن التحويل هو انعكاس انزلاقي. وتخالقها أمانى قائلة إن التحويل تركيب من تحويلات متعددة. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

33. الكتابة في الرياضيات هل تبقى أي نقاط ثابتة بموجب الانعكاس الانزلاقي؟ وهل تبقى كذلك بموجب تركيبات لتحويلات؟ اشرح.



34. التحدي إذا أزيح الشكل PQRS على طول $\langle -2, 3 \rangle$. وعكس بالنسبة للمستقيم $y = -1$. وأدير بزاوية قياسها 90° حول نقطة الأصل. فما إحداثيات الشكل $P'''Q'''R'''S'''$ ؟

35. الفرضيات إذا أردنا عكس صورة بالنسبة للمستقيم $y = x$ والمحور الأفقي x . فهل يؤثر ترتيب الانعكاس في الصورة النهائية؟ اشرح.



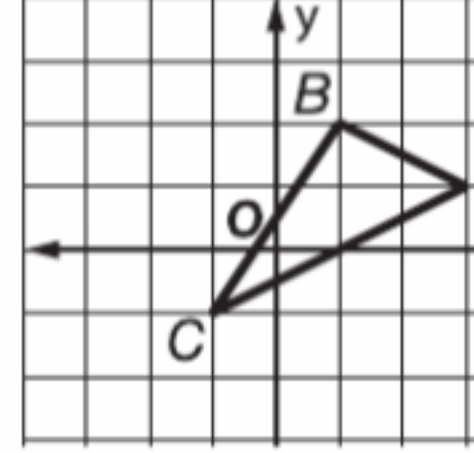
36. مسألة غير محددة الإجابة اكتب انعكاسا انزلاقيا أو تركيبا لتحويلات يمكن استخدامها لتحويل المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle DEF$.

37. التبرير عند إجراء دورانين على صورة وحيدة. فهل يؤثر ترتيب الدوران أحيانا أو دائما أو لا يؤثر إطلاقا في موقع الصورة النهائية؟ اشرح.

38. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل الانعكاس الانزلاقي وتركيب التحويلات.

تدريب على الاختبار المعياري

39. يزاح المثلث ABC على طول المتجه $\langle -2, 3 \rangle$ ثم يعكس بالنسبة للمحور الأفقي x . فما إحداثيا النقطة A' بعد التحويل؟



- A $(1, -4)$
- B $(1, 4)$
- C $(-1, 4)$
- D $(-1, -4)$

40. الإجابة القصيرة ما إحداثيا D'' إذا أزيلت القطعة المستقيمة CD التي فيها الرأسان $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$ على طول $\langle -6, 2 \rangle$ ثم عكست بالنسبة للمحور الرأسى y ؟

41. جبريا اكتب $\frac{18x^2 - 2}{3x^2 - 5x - 2}$ بأبسط صورة.

F $\frac{18}{3x + 1}$

H $\frac{2(3x - 1)}{x - 2}$

G $\frac{2(3x + 1)}{x - 2}$

J $2(3x - 1)$

42. SAT/ACT إذا كانت $f(x) = x^3 - x^2 - x$ فما هي قيمة $f(-3)$ ؟

A -39

D -15

B -33

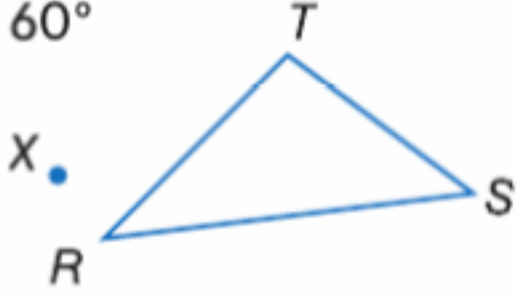
E -12

C -21

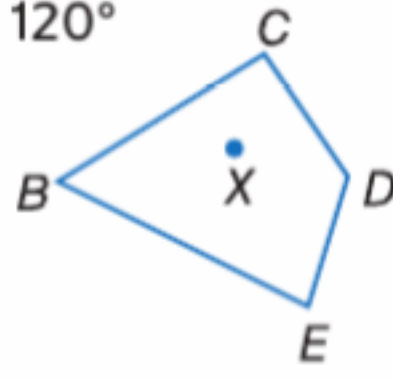
مراجعة شاملة

انسخ كل مضلع ونقطة X . ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة X . (الدرس 3-6)

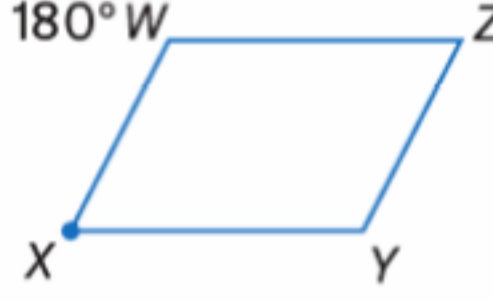
43. 60°



44. 120°



45. $180^\circ W$



مثّل بيانياً كل شكلٍ وصورته على طول المتجه المعطى. (الدرس 2-6)

46. المثلث $\triangle FGH$ ذو الرؤوس $F(1, -4)$ و $G(3, -1)$ و $H(7, -1)$ ؛ $\langle 2, 6 \rangle$

47. الشكل الرباعي $ABCD$ ذو الرؤوس $A(-2, 7)$ و $C(2, 3)$ و $B(-1, 4)$ و $D(2, 7)$ ؛ $\langle -3, -5 \rangle$

48. الشراع يساوي طول ضلعٍ في شراعٍ مستطيل 7.5 m . ويساوي قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع 40° . ويساوي قياس زاويةٍ أخرى يشكلها الشراع 55° . فكم يساوي محيط الشراع مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة؟

49. تنسيق الحدائق أطوال أضلاع حوض أزهارٍ مثلثي الشكل 1.35 m و 1.8 m و 2.25 m . أوجد قياس أصغر زوايا المثلث.

مراجعة المهارات

يعرض كل شكلٍ صورةً أصليةً وصورتها المنعكسة بالنسبة لخط ما. انسخ كل شكلٍ وارسم خط الانعكاس

50.



51.



52.

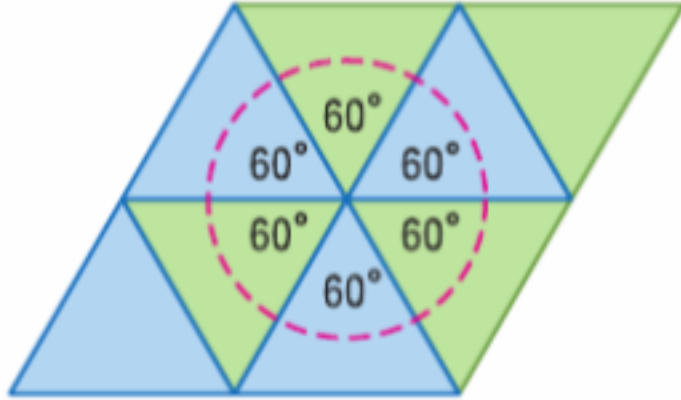




مختبر الهندسة الفسيفساء

6-4

التوسع



الفسيفساء عبارة عن نمط شكلي أو أكثر يغطي مستوى معين بحيث لا تبقى مسافات فارغة أو متداخلة. مجموع الزوايا التي تحيط برأس الفسيفساء يساوي 360° .

تتشكل **الفسيفساء المنتظمة** بنوع واحد من المضلعات المنتظمة. سيشكل المضلع المنتظم فسيفساء إذا كان به قياس زاوية داخلية يمثل معامل بمقدار 360 درجة. وتشكل **الفسيفساء شبه المنتظمة** بمضلعين منتظمين أو أكثر.

النشاط 1 الفسيفساء المنتظمة

حدد ما إذا كان كل مضلع منتظم سيشكل فسيفساء في المستوى الإحداثي أو لا. اشرح.
a. سداسي الأضلاع

لنفترض أن x يمثل قياس إحدى الزوايا الداخلية لسداسي الأضلاع.

$$\begin{aligned} x &= \frac{180(n-2)}{n} && \text{قانون الزوايا الداخلية} \\ &= \frac{180(6-2)}{6} && n = 6 \\ &= 120 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

بما أن 120 هو معامل 360 ، سيشكل سداسي الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

b. عشاري الأضلاع

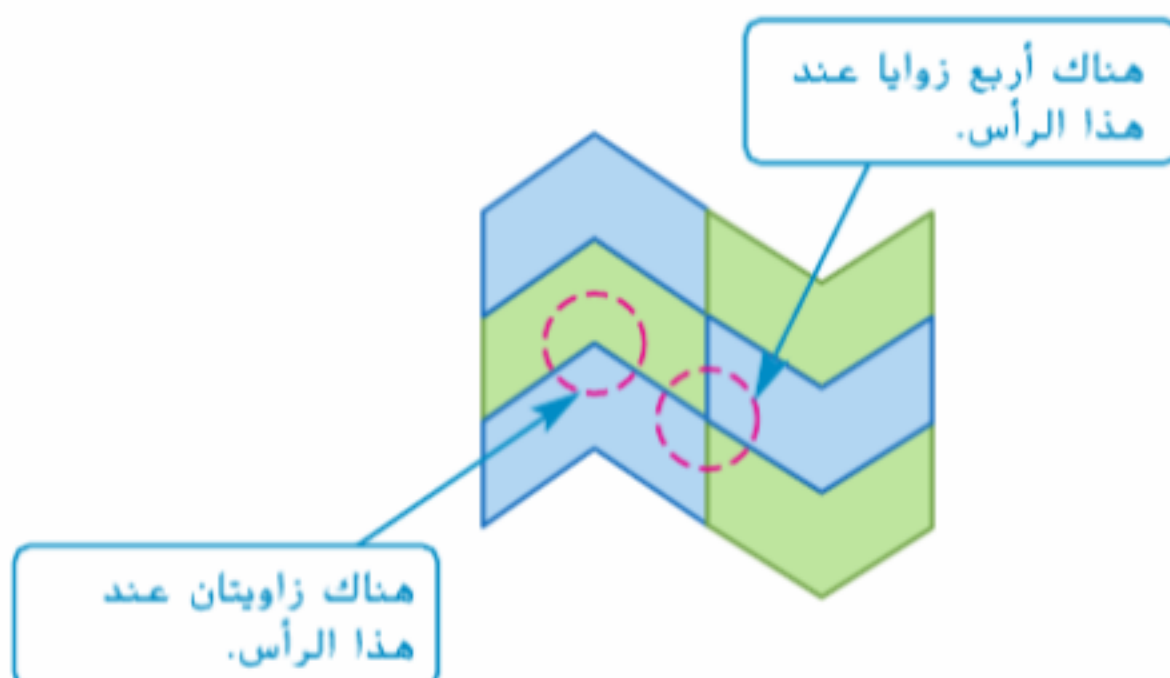
لنفترض أن x يمثل قياس إحدى الزوايا الداخلية في عشاري الأضلاع المنتظم.

$$\begin{aligned} x &= \frac{180(n-2)}{n} && \text{قانون الزوايا الداخلية} \\ &= \frac{180(10-2)}{10} && n = 10 \\ &= 144 && \text{بسط.} \end{aligned}$$

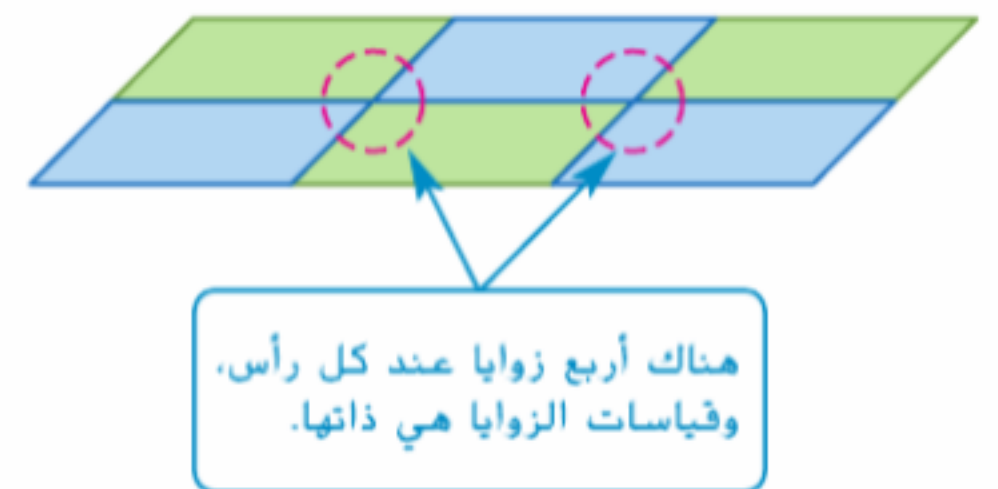
بما أن 144 ليس معامل 360 ، لن يشكل عشاري الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

تصبح الفسيفساء **موحدة** إذا كان بها تنظيم واحد للأشكال والزوايا في كل رأس.

غير موحدة



موحدة



النشاط 2 تصنيف الفسيفساء

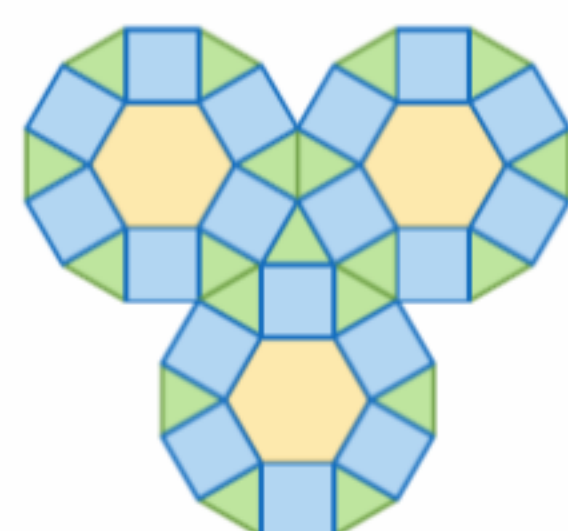
حدد ما إذا كان كل نمط مما يلي عبارة عن فسيفساء أو لا، وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر هل هو فسيفساء منتظم، أم شبه منتظم، أم ليست أي منهما، وموحدة أو ليست موحدة.

لا يوجد مسافات فارغة، ولا يوجد أشكال متداخلة، إذا النمط عبارة عن فسيفساء.

تتكون الفسيفساء من أشكال منتظمة من سداسيات الأضلاع والمربعات والمثلثات متساوية الأضلاع، إذا هي فسيفساء شبه منتظمة.

توجد أربع زوايا حول بعض الرؤوس وخمس زوايا حول البعض الآخر، إذا الفسيفساء ليست موحدة.

توجد مسافة غير مملوءة، إذا النمط ليس فسيفساء.



a.



b.



c.

لا توجد مسافات فارغة، ولا توجد أشكال متداخلة، إذا النمط عبارة عن فسيفساء.

تتكون الفسيفساء من أشباه منحرف، وهي مضلعات ليست منتظمة، إذا الفسيفساء ليست منتظمة ولا شبه منتظمة.

توجد أربع زوايا حول كل رأس من الرؤوس وقياسات الزوايا واحدة عند كل رأس، إذا الفسيفساء موحدة.

يمكنك استخدام خصائص الفسيفساء لتصميم الفسيفساء وإنشائها.

النشاط 3 رسم الفسيفساء

ارسم مثلثًا واستخدمه لإنشاء فسيفساء.

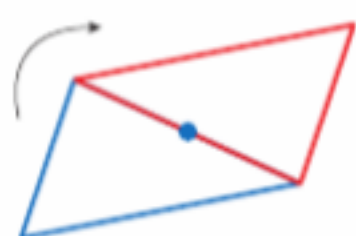
الخطوة 1 ارسم مثلثًا وأوجد نقطة منتصف أحد أضلاعه.



الخطوة 3 قم بإزاحة المثلثين لعمل صف.



الخطوة 2 قم بدوران المثلث بمقدار 180° حول النقطة.



الخطوة 4 قم بإزاحة الصف لعمل فسيفساء.



6-5 التناظر

السابق

الحالي

لماذا؟

لقد رسمت انعكاس الأشكال ودورانها.

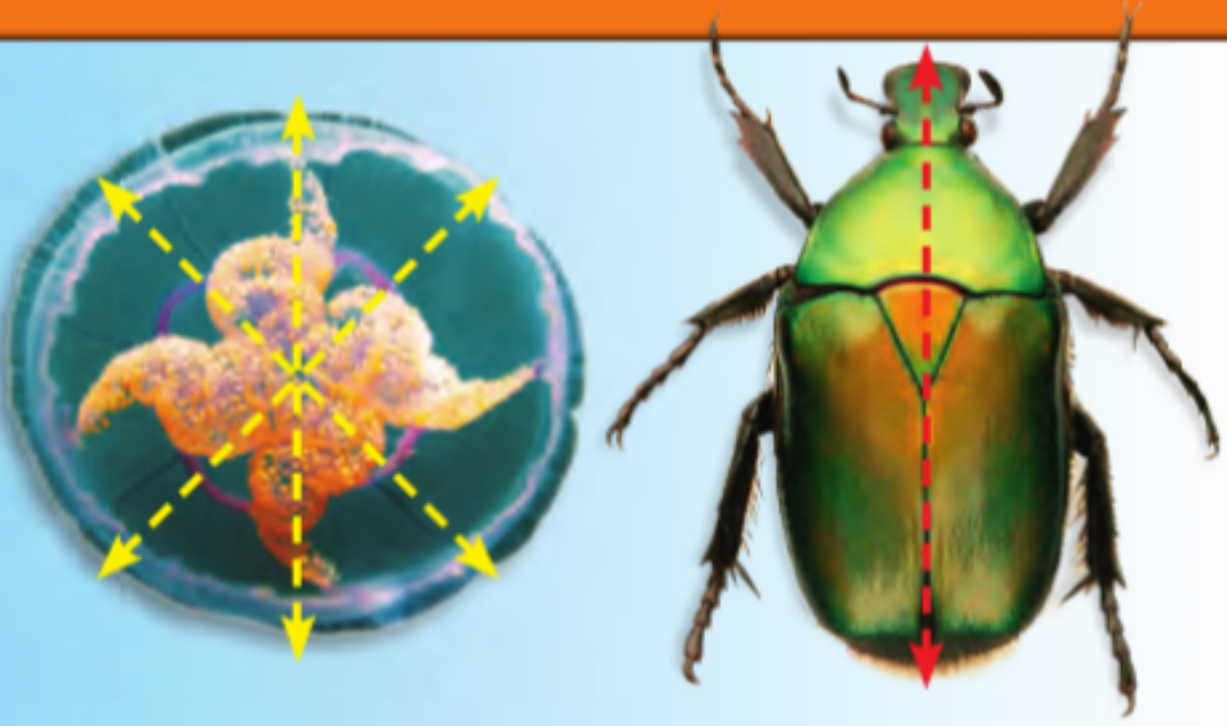
1

تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد.

2

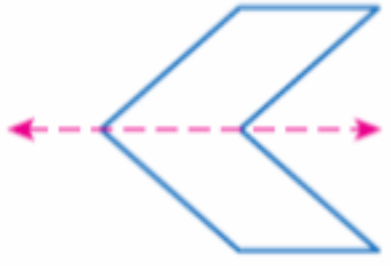
تحديد عمليات التناظر المحوري وفي المستوى الإحداثي في الأشكال ثلاثية الأبعاد.

في مملكة الحيوانات، غالبًا ما يدل التناظر في جسم الحيوان على تعقيد جسم الحيوان. والحيوانات التي تظهر تناظرًا محوريًا، مثل الحشرات، عادة ما تكون أنماط حياتها أكثر تعقيدًا من تلك التي تظهر تناظرًا دورانيًا، مثل قنديل البحر.



1 التناظر في الأشكال ثنائية الأبعاد يوجد في الشكل **تناظر** إذا كان هناك انعكاس ذو حركة ثابتة، أو إزاحة، أو دوران، أو انعكاس انزلاقي يرسم الشكل على نفسه. وأحد أنواع التناظر هو التناظر المحوري.

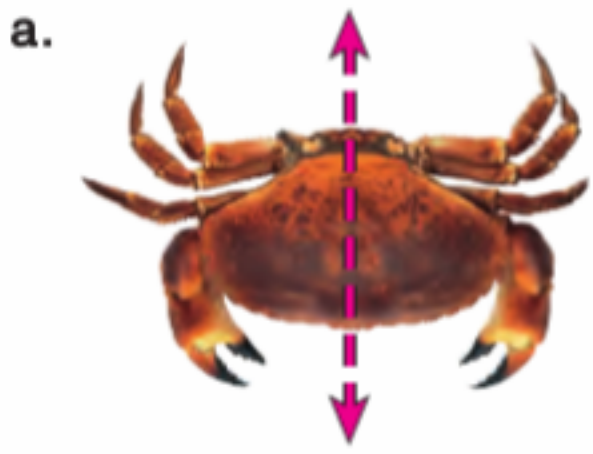
المفهوم الأساسي التناظر المحوري



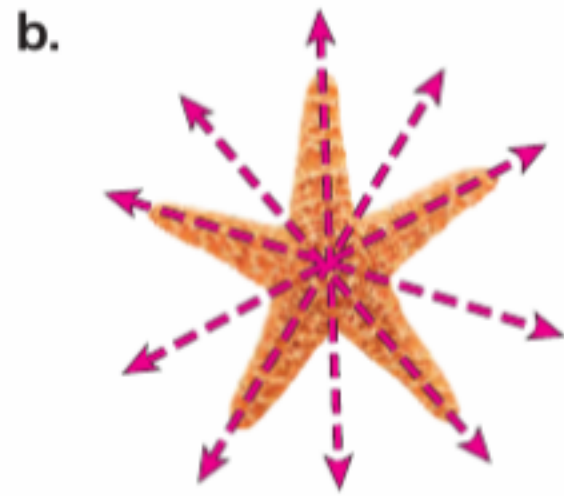
الشكل في المستوى له **تناظر محوري** (أو تناظر انعكاس) إذا كان من الممكن انعكاس الشكل على ذاته عن طريق انعكاس في أحد المستقيمات، ويسمى **محور التناظر**.

مثال 1 من الحياة اليومية تعريف التناظر المحوري

الشواطي اذكر هل الجسم يبدو أن به تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.



نعم: السلطعون له مستقيم تناظر واحد.



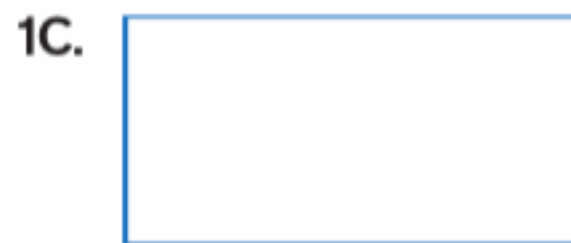
نعم: نجم البحر له خمسة مستقيمات تناظرية.



لا: لا توجد مستقيمات في صدف المحار يمكن أن تنعكس فيه بحيث تتماثل مع ذاتها.

تمرين موجّه

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، انسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.



ممارسات في الرياضيات

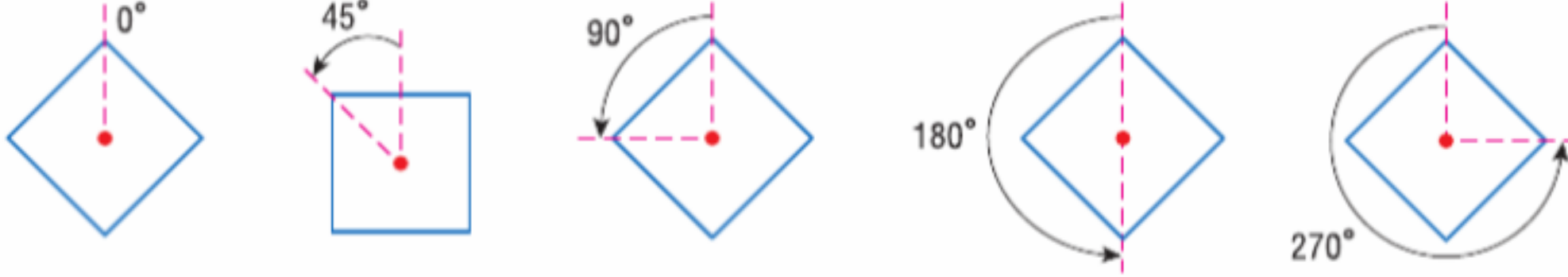
استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

ويوجد نوع آخر من أنواع التناظر وهو التناظر الدوراني.

المفهوم الأساسي التناظر الدوراني

يكون للشكل في المستوى الإحداثي **تناظر دوراني** (أو تناظر قطري) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران ما بين 0° و 360° حول مركز الشكل، ويسمى **مركز التناظر** (أو نقطة التناظر).

الأمثلة الشكل التالي له تناظر دوراني لأن الدوان بمقدار 90° أو 270° يعكس الشكل على نفسه.



عدد المرات التي ينعكس فيها الشكل على نفسه عند الدوران من 0° إلى 360° يطلق عليه **ترتيب التناظر**.

مقدار التناظر (أو زاوية التناظر) هي أصغر زاوية يمكن أن يدور بها الشكل بحيث ينعكس على ذاته. ويرتبط ترتيب الدوران ومقداره بالمعادلة التالية.

$$\text{المقدار} = 360^\circ \div \text{الترتيب}$$

في الشكل السابق يوجد تناظر دوران بترتيب 4 ومقداره 90° .

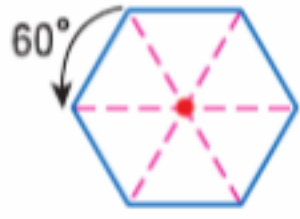
مثال 2 تعريف التناظر الدوراني

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

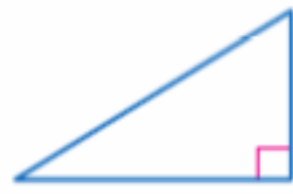
a.



نعم؛ الشكل السداسي المنتظم له 6 تناظرات دورانية ومقداره $360^\circ \div 6$ أو 60° . المركز هو تقاطع الأقطار.



b.

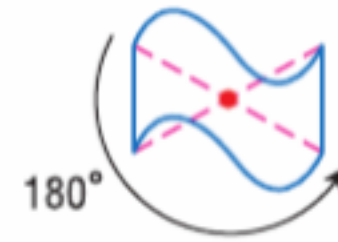


لا؛ لا يوجد تناظر دوراني بين 0° و 360° ينعكس المثلث قائم الزاوية على نفسه.

c.



نعم؛ الشكل له 6 تناظرات دورانية ومقداره $360^\circ \div 2$ أو 180° . المركز هو تقاطع الأقطار.



تمرين موجّه

الزهور اذكر هل يبدو أن في الزهرة تناظر دوراني أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الزهرة وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

2A.



2B.

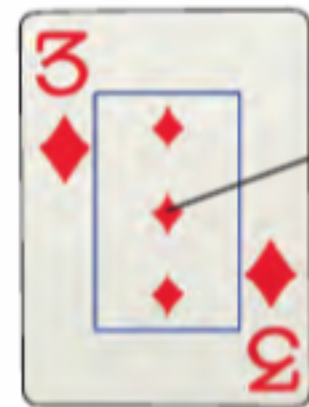


2C.



نصيحة دراسية

التناظر النقطي يوجد في الشكل تناظر نقطي إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران بزاوية 180° . يوضح علم المملكة المتحدة التناظر النقطي. وذلك لأنه يوجد تماثل بين الجانب العلوي جهة اليمين والجانب المقابل له لأسفل.

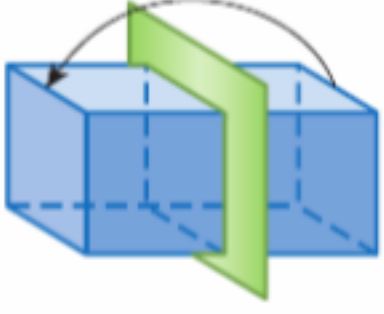


التناظر النقطي

2 التناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد

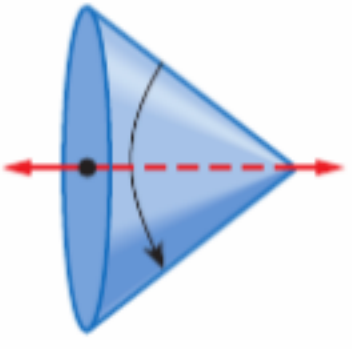
قد يوجد تناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضا.

المفهوم الأساسي التناظرات ثلاثية الأبعاد



التناظر في المستوى الإحداثي

يحدث **التناظر في المستوى الإحداثي** في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الانعكاس في المستوى الإحداثي.

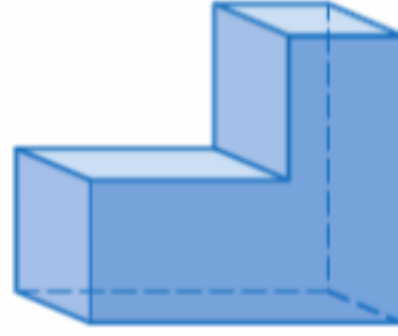


التناظر المحوري

يحدث **التناظر المحوري** في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الدوران بين 0° و 360° في أحد المستقيمات.

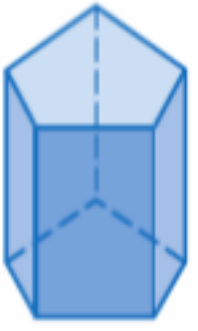
مثال 3 التناظر ثلاثي الأبعاد

اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.



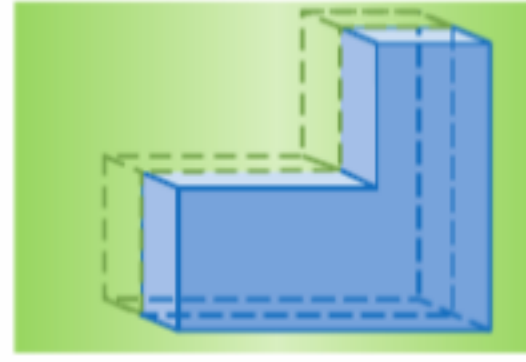
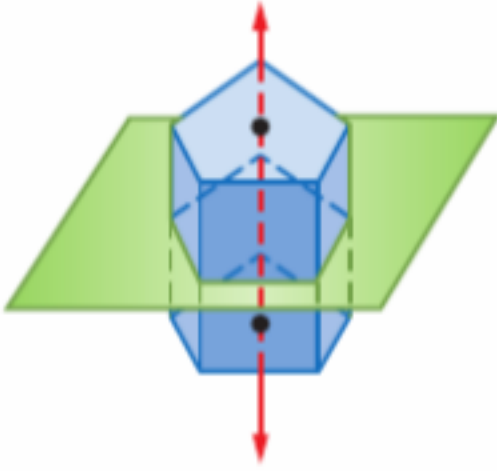
a. منشور على شكل حرف L

التناظر في المستوى الإحداثي الإحداثي



b. منشور خماسي منتظم

كلاهما، تناظر في المستوى الإحداثي وتناظر محوري



تمرين موجّه

الرياضات اذكر هل كل أداة من الأدوات الرياضية بها تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كليهما أم ليس أيًا منهما (مع تجاهل الخياطة أو العلامات في الأداة).

3A.



3B.



3C.



3D.



مراجعة المفردات

المنشور هو شكل متعدد الوجوه له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان يتصل ببعضه عن طريق أوجه متوازي الأضلاع



الربط بالحياة اليومية

تم تصميم كرة القدم بطريقة ديناميكية هوائية حتى تلتف بعد ركلها، بحيث يكون شكلها كروي متطاوّل. وهذا يعني أن أحد محاور التناظر أطول من المحاور الأخرى.

المصدر: الدليل الإرشادي الكامل إلى كرة القدم

التحقق من فهمك

مثال 1

اذكر هل يبدو أن الشكل به تناظر خطي أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمت التناظر واذكر عددها.

1.



2.



3.



مثال 2

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

4.



5.



6.



المثالان 1 و 2

7

مبنى البرلمان الأمريكي تعدّ القبة التي تم اكتمال بنائها في عام 1863. أحدث الإضافات لمبنى البرلمان الأمريكي في الولايات المتحدة. وهي مدعومة بدعامات حديدية عددها 36 وبها 108 نافذة مقسمة بالتساوي على ثلاثة مستويات.

a. باستثناء قمة القبة، كم عدد مستقيمت التناظر الأفقية والرأسية التي يبدو أنها موجودة في القبة؟

b. هل القبة لها تناظر دوراني؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره.



مثال 3

8. اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلا التناظرين أم لا شيء منهما.

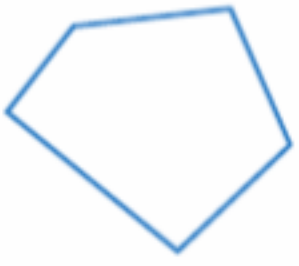


التدريب وحل المسائل

مثال 1

الانتظام ذكر هل يبدو أن الشكل يتضمن تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. إذا كان الأمر كذلك، فانسخ الشكل، وارسم كل مستقيمت التناظر، واذكر عددها.

9.



10.



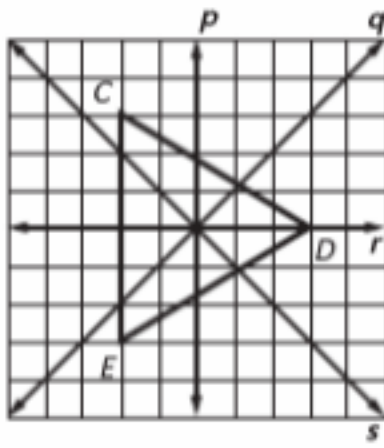
11.



12.



13. تم رسم المثلث CDE في المستوى الإحداثي. أي مستقيم هو مستقيم التناظر؟



اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

14.



15.

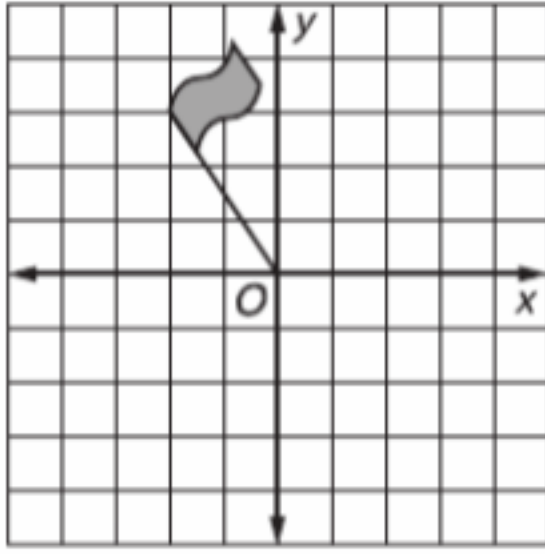


16.



17.





18. تم دوران عِلْم بمقدار 180° في المستوى الإحداثي. أي عبارة صحيحة؟

A الشكل متناظر حول النقطة $(0, 0)$.

B الشكل متناظر حول المحور الرأسى y .

C الشكل متناظر حول المحور الأفقى x .

D الشكل متناظر حول النقطة $(-3, 2)$.

اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

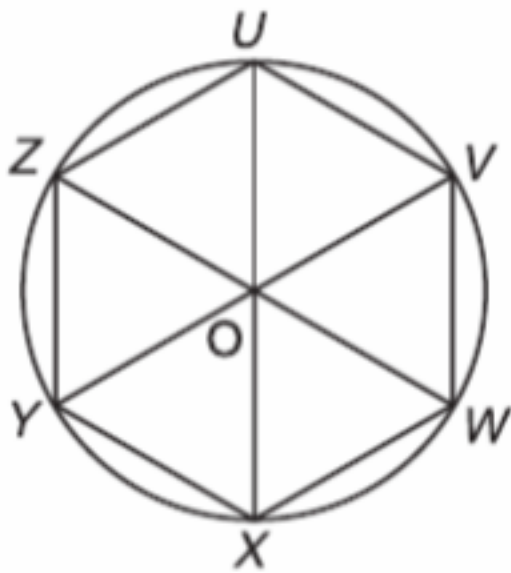
19.



20.



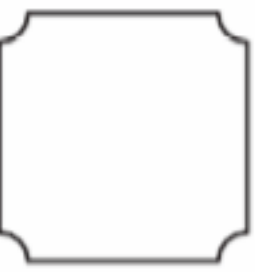
21.



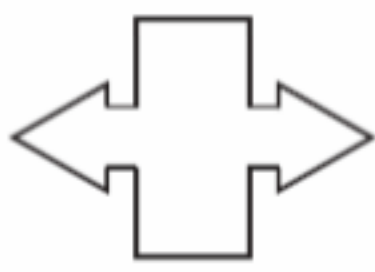
22. سداسي الأضلاع $UVWXYZ$ محاط بدائرة لتصميم بلاطة. أي نقطة توضح موقع النقطة U بعد الدوران حول نقطة المركز O بمقدار 120° باتجاه عقارب الساعة؟

23. فنان جرافيك يريد تصميم شعار باستخدام مستقيمت التناظر. أي شعار لا يوجد به 4 مستقيمت تناظر بالتحديد؟

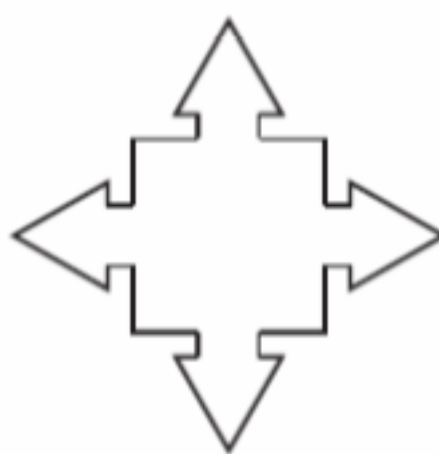
A



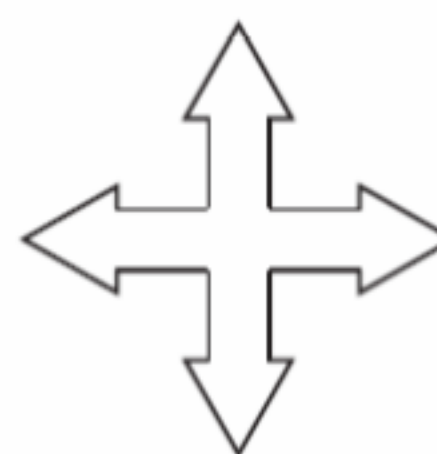
B



C



D



24. تنظر أمل إلى تصميمات سترة.

أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟

A التصميم به 4 مستقيمت تناظر بالتحديد.

B التصميم به 3 مستقيمت تناظر بالتحديد.

C التصميم به مستقيمان تناظر بالتحديد.

D التصميم به مستقيم تناظر واحد بالتحديد.



25. يصمم أحمد شعارًا لناديه.

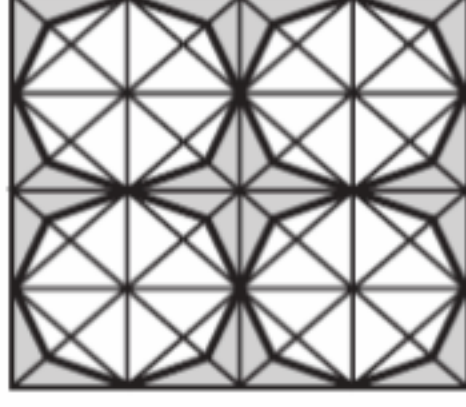
أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟

A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.

B التصميم به مستقيما تناظر فقط.

C التصميم به 3 مستقيمت تناظر فقط.

D التصميم به 4 مستقيمت تناظر فقط.



26. ابتكر فنان فسيفساء برسم مستقيميات التناظر في مربع ثم استخدمها في رسم التصميم. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأحد الأشكال ثمانية الأضلاع المحدبة في التصميم؟

هندسة الإحداثيات حدد ما إذا كان الشكل الموضح بالرؤوس له تناظر محوري و/أو دوراني.

27. $A(-4, 0)$ $B(0, 4)$ $C(4, 0)$ $D(0, -4)$ 28. $R(-3, 3)$ $S(-3, -3)$ $T(3, 3)$

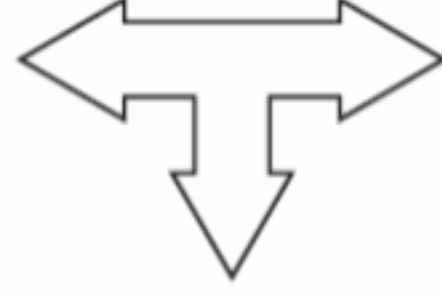
الجبر مثل الدالة بيانًا وحدد ما إذا كان التمثيل البياني له تناظر محوري و/أو دوراني أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره واكتب معادلات لأي مستقيميات تناظر.

29. $y = x$

30. $y = x^2 + 1$

31. $y = -x^3$

32. يصمم إسماعيل شعارًا لناديه. أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟



A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.

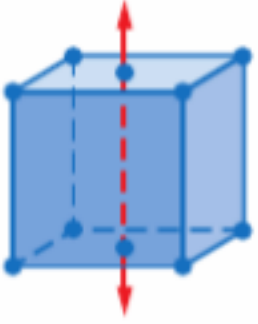
B التصميم به مستقيما تناظر فقط.

C التصميم به 3 مستقيميات تناظر فقط.

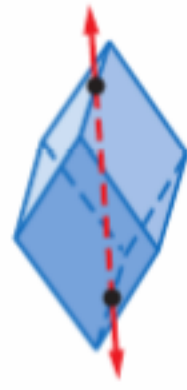
D التصميم به 4 مستقيميات تناظر فقط.

علم البلوريات حدد هل البلورات التالية لها تناظر في المستوى الإحداثي و/أو تناظر محوري أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر مقدار التناظر.

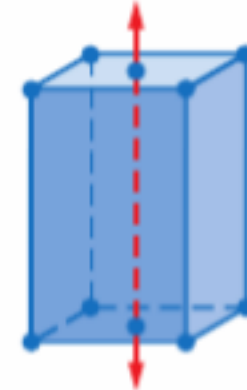
33.



34.



35.



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



الشكل A

36. **النقد** يقول أسامة أن الشكل A له تناظر محوري فقط.

ويقول أيمن أن الشكل A له تناظر دوراني فقط. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

37. **التحدي** شكل رباعي له بالتحديد مستقيما تناظر. $y = x - 1$

و $y = -x + 2$. أوجد الرؤوس المحتملة للشكل. مثل الشكل ومستقيميات التناظر بيانًا.

38. **التبرير** شكل متعدد الوجوه له تناظر محوري بترتيب 3، ولكن ليس له تناظر في المستوى. ما هو الشكل؟ اشرح. انظر الهامش.

تدريب على الاختبار المعياري

39. كم عدد مستقيميات التناظر التي يمكن رسمها على صورة العلم الكندي التالي؟



- A 0
B 1

- C 2
D 4

40. الإجابة الشبكية ما ترتيب التناظر للشكل التالي؟



41. الجبر شركة حواسيب تشحن الحواسيب في صناديق خشبية يزن الواحد منها 45 kg عندما تكون فارغة. فإذا كان كل حاسوب لا يزن أكثر من 13 kg، أي متباينة تعطي أفضل وصف لإجمالي الوزن بالكيلو جرامات W لصندوق الحاسوب الذي يحتوي على عدد C من الحواسيب؟

- F $c \leq 13 + 45w$ H $w \leq 13c + 45$
G $c \geq 13 + 45w$ J $w \geq 13c + 45$

42. SAT/ACT ما هو ميل المستقيم المحدد بالمعادلة الخطية $5x - 2y = 10$ ؟

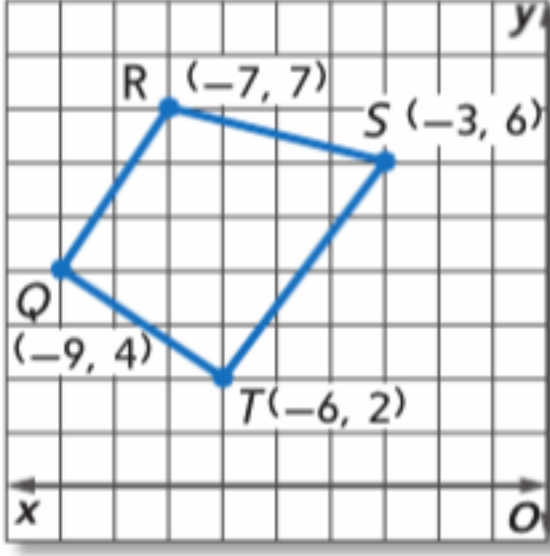
- A -5 D $\frac{2}{5}$
B $-\frac{5}{2}$ E $\frac{5}{2}$
C $-\frac{2}{5}$

مراجعة شاملة

المثلث JKL له الرؤوس J(1, 5) و K(3, 1) و L(5, 7). مثل بيانيًا المثلث وصورته بعد التحويل المشار إليه. (الدرس 6-4)

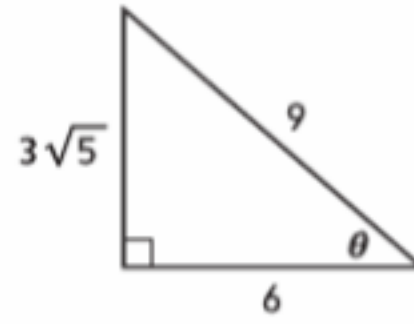
44. الإزاحة: بطول $\langle 1, 2 \rangle$
الانعكاس: في المحور y

43. الإزاحة: بطول $\langle -7, -1 \rangle$
الانعكاس: في المحور x



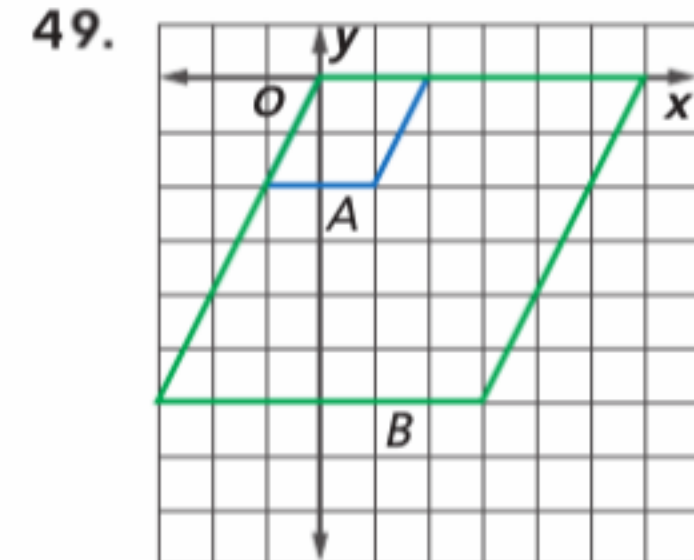
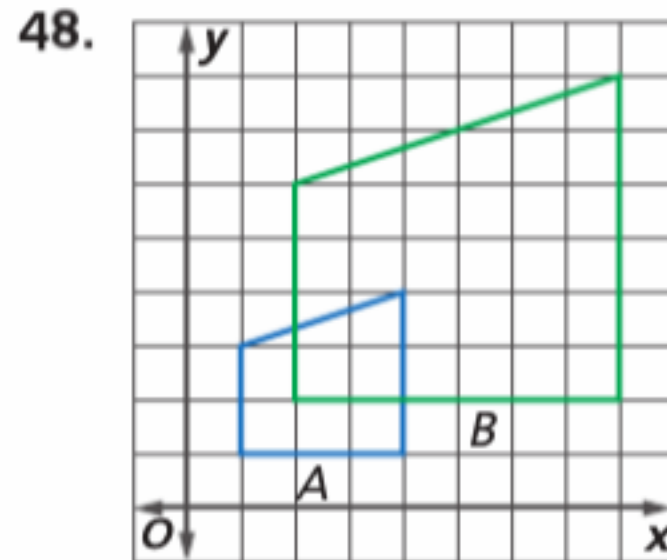
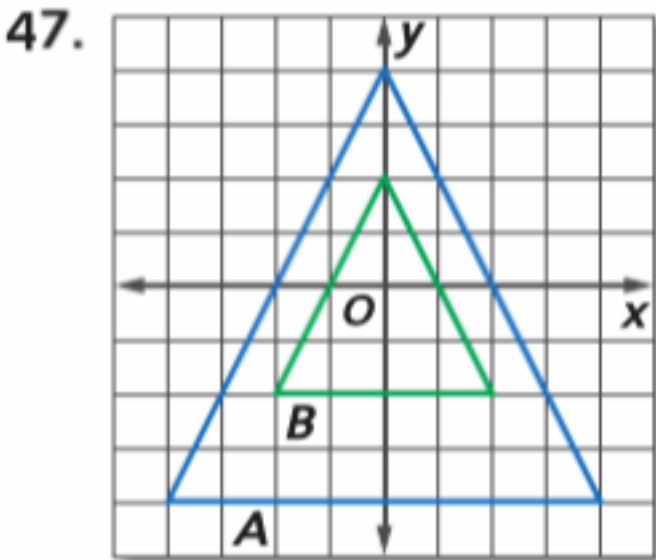
45. الشكل الرباعي QRST موضح إلى اليسار. ما هي صورة النقطة R بعد الدوران حول نقطة الأصل بمقدار 180° عكس اتجاه عقارب الساعة؟ (الدرس 6-3)

46. الإنشاءات نافذة أبعادها موضحة فيما يلي. استخدم قياسات أضلاع المثلث لتوضيح أن $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$.



مراجعة المهارات

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من الشكل A إلى الشكل B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.





مختبر الهندسة استكشاف الإنشاءات باستخدام جهاز عاكس

6-5

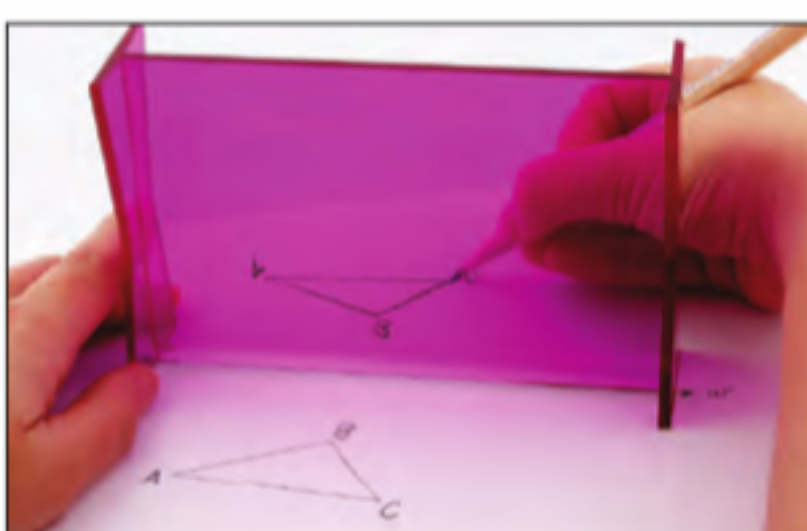
التوسع

الجهاز العاكس هو عبارة عن أداة مصنوعة من البلاستيك شبه الشفاف تعكس الأجسام. وأفضل درجة انعكاس لها تكون عندما توضع على سطح مسطح في غرفة جيدة الإضاءة. ويمكنك استخدام الأداة العاكسة لتحويل الأشكال الهندسية.

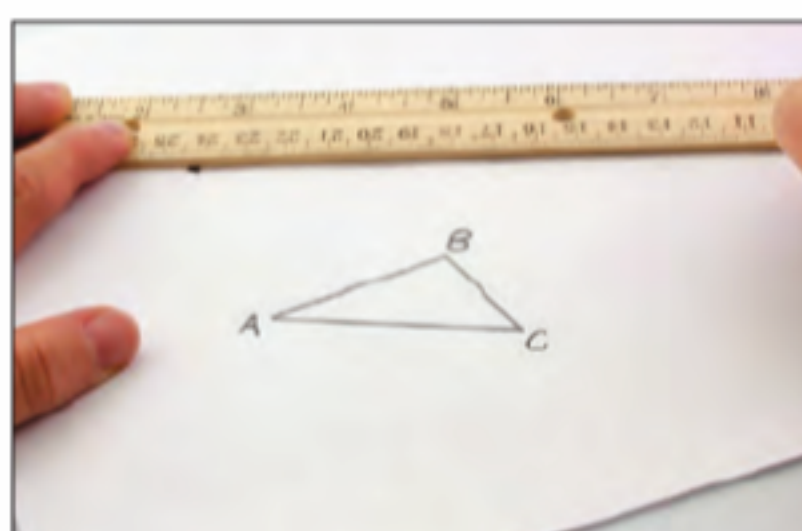
النشاط 1 انعكاس مثلث

استخدم الجهاز العاكس لعكس المثلث $\triangle ABC$ في W . ضع اسمًا للانعكاس $\triangle A'B'C'$.

الخطوة 2 باستخدام الجهاز العاكس على المستقيم W ، ارسم النقاط لرؤوس الانعكاس.



الخطوة 1 ارسم المثلث $\triangle ABC$ وخط الانعكاس W .



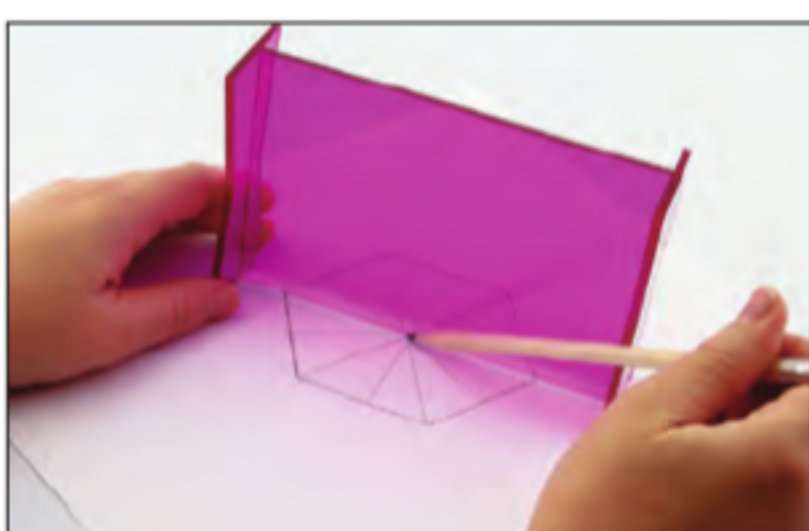
الخطوة 3 استخدم المسطرة لتوصيل النقاط لتكوين المثلث $\triangle A'B'C'$.

استخدمنا الفرجار والمسطرة المستقيمة والخيط والمطويات الورقية لعمل الإنشاءات الهندسية. ويمكنك أيضا استخدام الأداة العاكسة في تلك الإنشاءات.

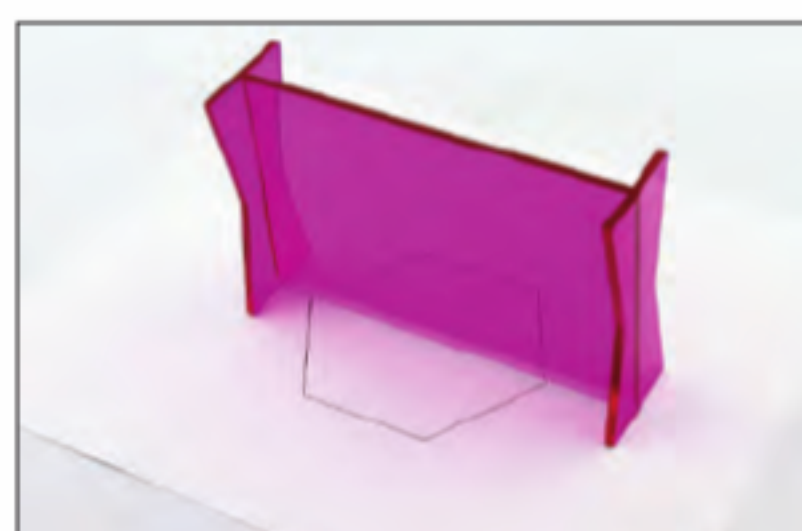
النشاط 2 إنشاء محاور التناظر

استخدم الأداة العاكسة لإنشاء محاور التناظر لسداسي المنتظم.

الخطوة 2 كرر الخطوة رقم 1 حتى تجد جميع محاور التناظر.



الخطوة 1 ارسم شكل سداسي منتظم. ضع الأداة العاكسة على الشكل وحركها حتى يتطابق أحد نصفي الشكل مع انعكاس النصف الآخر. ثم ارسم محور التناظر.



النشاط 3 إنشاء مستقيم مواز

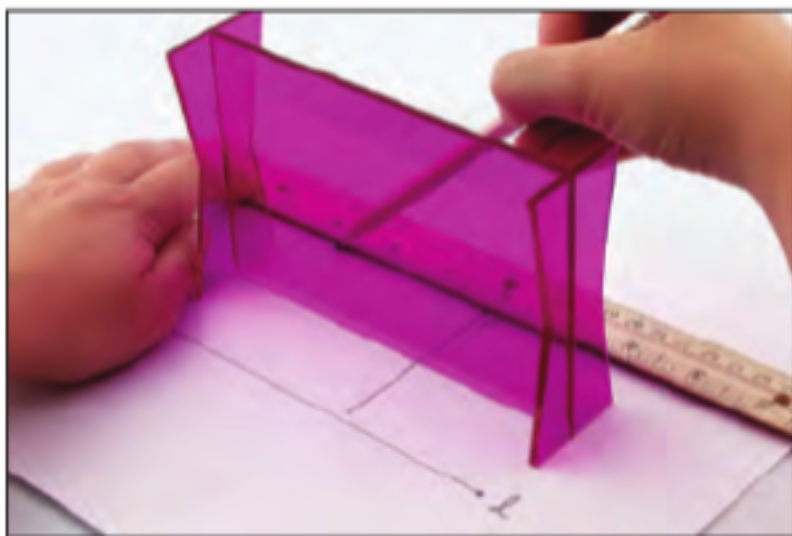
استخدم الجهاز العاكس لعكس المستقيم ℓ على المستقيم m الموازي والذي يمر بالنقطة P .

الخطوة 1



ارسم المستقيم ℓ والنقطة P . ضع الجانب القصير للجهاز العاكس على المستقيم ℓ والجانب الطويل على النقطة P . ارسم مستقيماً بحيث يكون متعامداً على المستقيم ℓ من خلال النقطة P .

الخطوة 2



ضع الأداة العاكسة بحيث يتطابق المستقيم العمودي مع ذاته ويمر انعكاس المستقيم ℓ بالنقطة P . استخدم المسطرة لرسم المستقيم الموازي m الذي يمر بالنقطة P .

في درس الاستكشاف 1-5، أنشأنا منصفات عمودية بالمطويات الورقية. ويمكنك أيضاً استخدام الأداة العاكسة لإنشاء منصفات عمودية للمثلث.

النشاط 4 إنشاء المنصفات العمودية

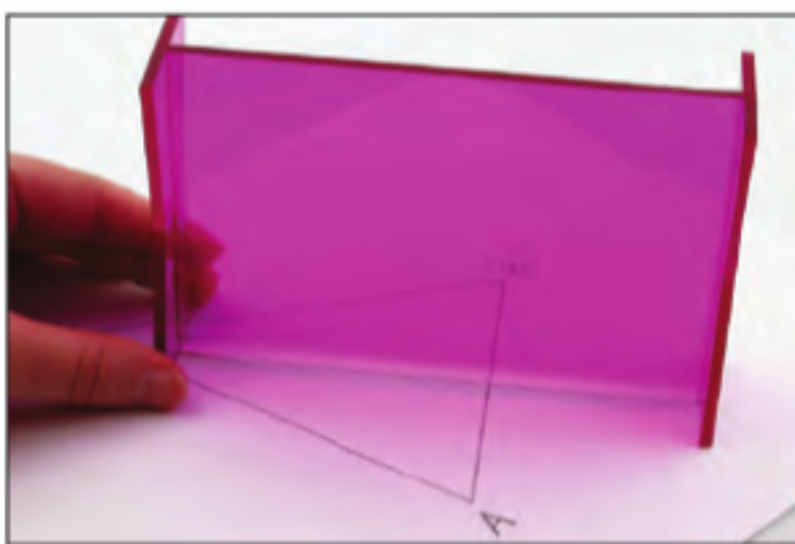
استخدم الأداة العاكسة لإيجاد مركز الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$.

الخطوة 1

ارسم المثلث $\triangle ABC$. ضع الجهاز العاكس بين النقطة A والنقطة B واضبطها إلى أن تتطابق النقطة A مع النقطة B . ارسم محور التناظر.

الخطوة 2

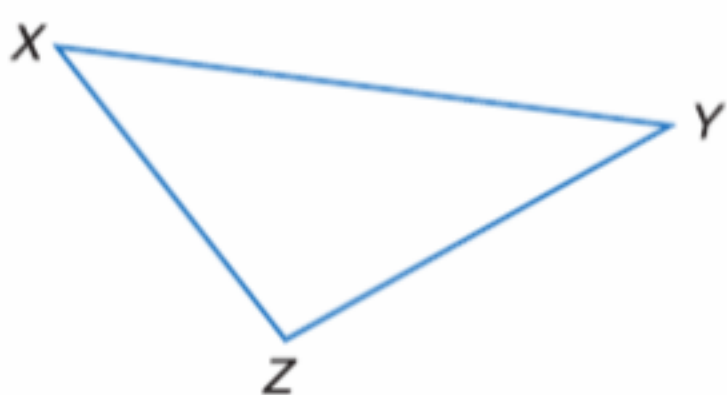
كرر الخطوة 1 مع الضلعين \overline{AC} و \overline{BC} . ثم ضع نقطة عند تعامد المنصفات العمودية الثلاثة. وهذا هو مركز الدائرة المحيطة للمثلث.



تمثيل النماذج والتحليل

1. كيف تعرف أن الخطوات في النشاط 4 تعطي المنصف العمودي الفعلي ومركز الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$ ؟

2. أنشئ منصف الزاوية وأوجد مركز الدائرة الداخلية للمثلث $\triangle XYZ$. اذكر كيف استخدمت الأداة العاكسة في الرسم.





مختبر تقنية التمثيل البياني عمليات تغيير الأبعاد (التمدد)

6-6

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لاستكشاف خواص عمليات تغيير الأبعاد. أو التمدد

النشاط 1 تغيير أبعاد المثلث

تغيير أبعاد المثلث بمعامل مقياس 1.5.

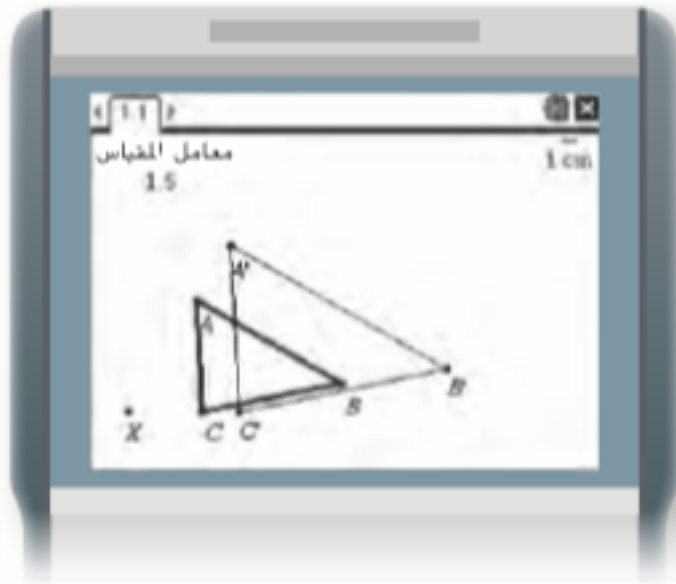
الخطوة 1 أضف صفحة Geometry (هندسة) جديدة. ثم من قائمة Points & Lines (النقاط والمستقيمات)، استخدم أداة Point (نقطة) لإضافة نقطة وسمها النقطة X .

الخطوة 2 من قائمة Shapes (الأشكال)، حدد Triangle (مثلث) وحدد ثلاث نقاط. وقم بتسمية النقاط A و B و C .

الخطوة 3 من قائمة Actions (الإجراءات)، استخدم أداة Text لإضافة النص Scale Factor (معامل المقياس) و 1.5 بشكل منفصل في الصفحة.

الخطوة 4 من قائمة Transformation (تحويل)، حدد Dilation (تغيير الأبعاد). ثم حدد النقطة X ، و $\triangle ABC$ ، والنص 1.5.

الخطوة 5 قم بتسمية النقاط على الصورة A' و B' و C' .



تحليل النتائج

1. باستخدام أداة Slope (الميل) في قائمة Measurement (القياس)، اذكر تأثير تغيير الأبعاد على \overline{AB} . وبذلك، كيف ترتبط المستقيمات التي تمر بالقطع المستقيمة \overline{AB} و $\overline{A'B'}$ ببعضها البعض؟
2. ما تأثير تغيير الأبعاد على المستقيم الذي يقطع الضلع \overline{CA} ؟
3. ما تأثير تغيير الأبعاد على المستقيم الذي يقطع الضلع \overline{CB} ؟

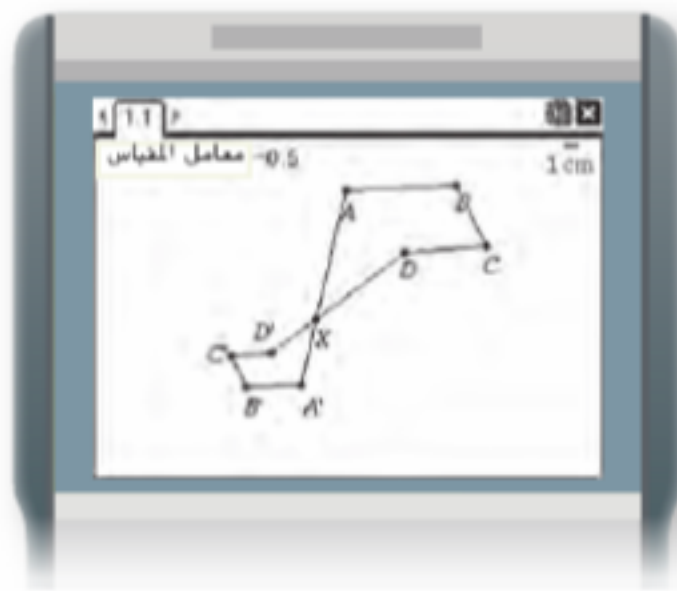
النشاط 2 تغيير أبعاد المضلع

تغيير أبعاد المضلع بمعامل مقياس -0.5.

الخطوة 1 أضف صفحة Geometry (هندسة) جديدة وارسم المضلع $ABCDX$ كما هو موضح. أضف النص Scale Factor (معامل المقياس) و -0.5 في الصفحة.

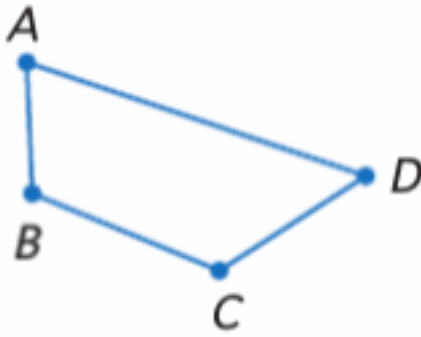
الخطوة 2 من قائمة Transformation (تحويل)، حدد Dilation (تغيير الأبعاد). ثم حدد النقطة X ، والمضلع $ABCDX$ ، والنص -0.5.

الخطوة 3 قم بتسمية النقاط على الصورة A' و B' و C' و D' .



تمثيل النماذج والتحليل

4. حلّل تأثير تغيير الأبعاد في النشاط 2 على الأضلاع التي تضم مركز تغيير الأبعاد.
5. حلّل تأثير تغيير أبعاد شبه المنحرف $ABCD$ الموضح بمعامل المقياس 0.75 ومركز تغيير الأبعاد عند النقطة A .
6. **التخمين** اذكر تأثير تغيير الأبعاد على المستقيمات التي تمر بمركز تغيير الأبعاد والمستقيمات التي لا تمر به.



عمليات تغيير الأبعاد (التمدد)

السابق

الحالي

لماذا؟

تم تعريف تغيير الأبعاد (التمدد) والتحقق منها في صورة تحويلات التشابه.

1 رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد).
2 رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي.

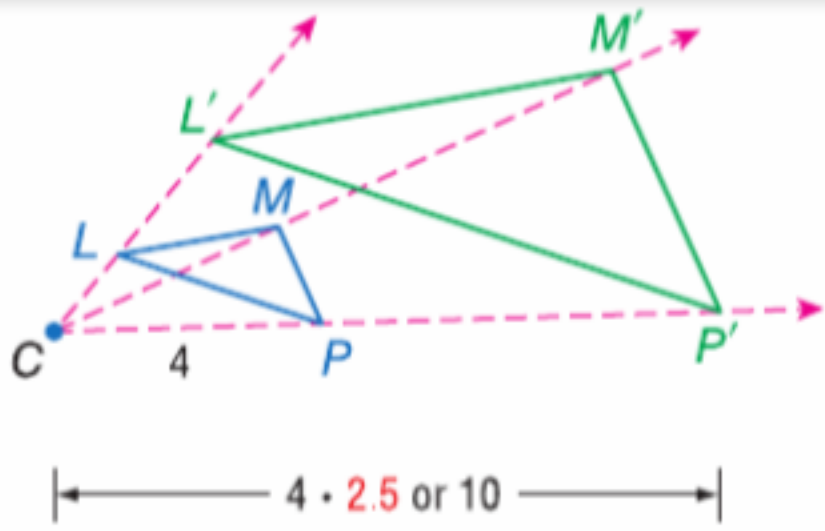
لا يزال بعض المصورين الفوتوغرافيين يفضلون الكاميرات التقليدية والأفلام لإنشاء صور سلبية. ومن تلك الصور السلبية، يستطيع المصورون الفوتوغرافيون عمل صور ذات أبعاد معينة.

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 **رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد)** تغيير الأبعاد (التمدد) أو المقياس عبارة عن تحويل تشابه يكبر أو يصغر من الشكل نسبيًا فيما يتعلق بنقطة المركز ومعامل المقياس.

المفهوم الأساسي تغيير الأبعاد (التمدد) (التمدد)

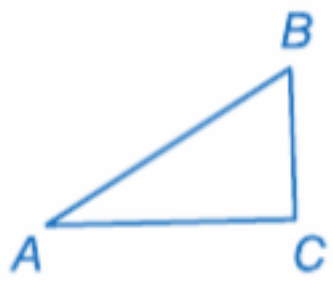


$\triangle L'M'P'$ عبارة عن صورة المثلث $\triangle LMP$ بناءً على عملية تغيير أبعاد مركزها C ومعامل المقياس 2.5.

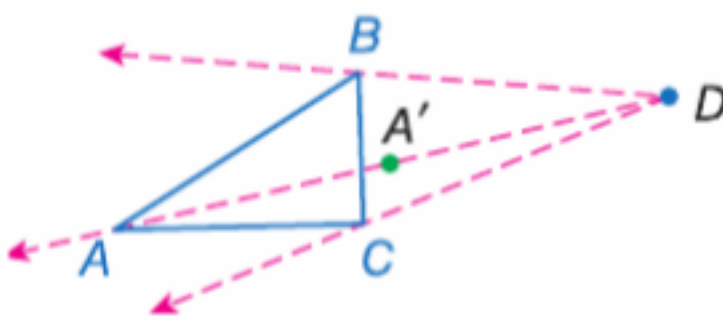
عملية تغيير الأبعاد (التمدد) ذات المركز C ومعامل المقياس الموجب $k, k \neq 1$ عبارة عن دالة تحدد نسبة النقطة P في الشكل إلى الصورة بحيث

- إذا كانت النقطة P والنقطة C متطابقتين، فإن الصورة والصورة الأصلية يتكونان من النقطة ذاتها، أو
- إذا لم تكن النقطة P هي مركز عملية تغيير الأبعاد (التمدد)، فإن النقطة P تقع على \overrightarrow{CP} أو $CP' = k(CP)$.

مثال 1 رسم عملية تغيير الأبعاد (التمدد)

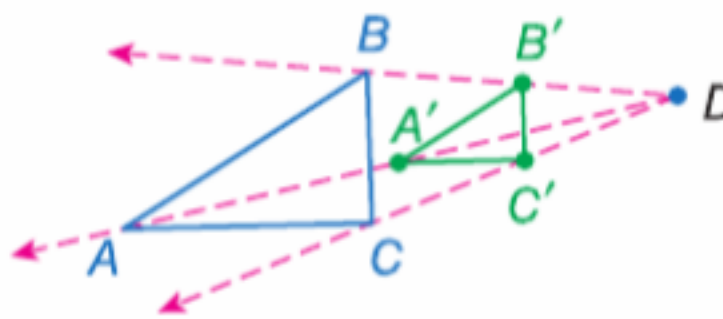


انسخ المثلث $\triangle ABC$ والنقطة D . ثم استخدم مسطرة لرسم صورة المثلث $\triangle ABC$ بناءً على عملية تغيير أبعاد مركزها D ومعامل القياس $\frac{1}{2}$.



الخطوة 1 ارسم أشعة من النقطة D بحيث تمر بكل رأس.

الخطوة 2 حدد موقع النقطة A' على \overrightarrow{DA} بحيث $DA' = \frac{1}{2}DA$.



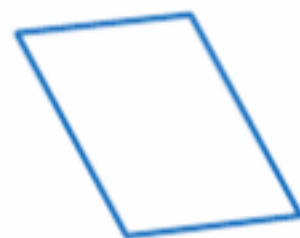
الخطوة 3 حدد موقع النقطة B' على \overrightarrow{DB} والنقطة C' على \overrightarrow{DC} بالطريقة ذاتها. ثم ارسم المثلث $\triangle A'B'C'$.

تمرين موجّه

انسخ الشكل وحدد النقطة J . ثم استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل بناءً على عملية تغيير أبعاد مركزها J ومعامل القياس المحدّد هو k المُشار إليه.

1A. $k = \frac{3}{2}$

J



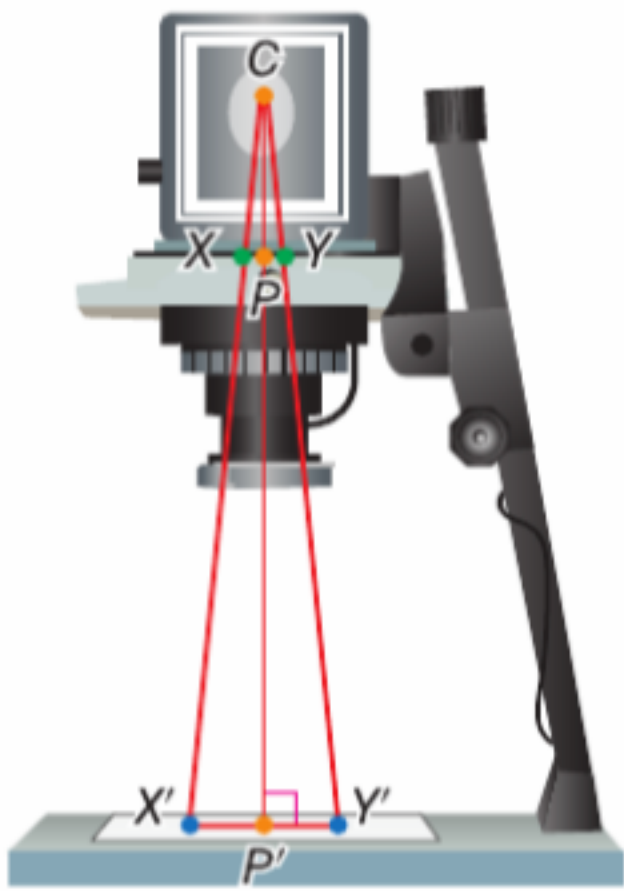
1B. $k = 0.75$



تعلّمت أيضا أنه إذا كانت $k > 1$ ، فإن عملية تغيير الأبعاد (التمدد) عبارة عن تكبير. وإذا كان $0 < k < 1$ ، فإن عملية تغيير الأبعاد (التمدد) عبارة عن تصغير. بما أن $\frac{1}{2}$ يقع بين 0 و 1، فإن عملية تغيير الأبعاد (التمدد) في المثال 1 عبارة عن تصغير.

تغيير الأبعاد (التمدد) باستخدام معامل المقياس 1 يطلق عليه تغيير الأبعاد (التمدد) متساوي القياس. فهو ينتج صورة تتطابق مع الصورة الأصلية. وبالتالي يكون الشكلان متطابقين.

مثال 2 من الحياة اليومية إيجاد معامل القياس لعملية تغيير الأبعاد (التمدد)



التصوير الفوتوغرافي لإنشاء صور مختلفة الأحجام،
يمكنك تعديل المسافة بين صورة الفيلم السالبة والصورة
المكبّرة باستخدام أداة التكبير الفوتوغرافي. افترض أن
المسافة بين مصدر الضوء C والصورة السالبة تساوي
45 mm (CP). فإلى أي مسافة PP' ينبغي ضبط أداة
التكبير لإنشاء صورة بعرض 22.75 cm (X'Y') من
الصورة السلبية التي عرضها 35 mm (XY)؟

الفهم تتضمن هذه المسألة عملية تغيير أبعاد. ومركز
تغيير الأبعاد (التمدد) هو النقطة C،
 $XY = 35 \text{ mm}$ ، أو $X'Y' = 22.75 \text{ cm}$ ، أو
227.5 mm، و $CP = 45 \text{ mm}$ ، والمطلوب
إيجاد PP'.

الخطوة أوجد معامل القياس لتغيير الأبعاد (التمدد) من الصورة الأصلية XY إلى الصورة X'Y'.
استخدم معامل المقياس لإيجاد CP' ثم استخدم CP و CP' لإيجاد PP'.

الحل معامل المقياس k للتكبير هو نسبة الطول في الصورة إلى الطول الموجود في الصورة
الأصلية.

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الصورة الأصلية}}$$

$$= \frac{X'Y'}{XY}$$

$$= \frac{227.5}{35} \text{ أو } 6.5$$

معامل قياس الصورة

الصورة $X'Y'$ ، الصورة الأصلية XY

اقسم.

استخدم معامل القياس 6.5 لإيجاد CP'.

$$CP' = k(CP)$$

$$= 6.5(45)$$

$$= 292.5$$

(تعريف تغيير الأبعاد (التمدد)

$CP = 45$ و $k = 6.5$

اضرب.

استخدم CP و CP' لإيجاد PP'.

$$CP + PP' = CP'$$

$$45 + PP' = 292.5$$

$$PP' = 247.5$$

إضافة قطعة مستقيمة

$CP = 45$ و $CP' = 292.5$

اطرح 45 من كل طرف.

إذا ينبغي ضبط أداة التكبير بحيث تكون المسافة من الصورة السلبية إلى الصورة
المكبّرة (PP') 247.5 mm أو 24.75 cm.

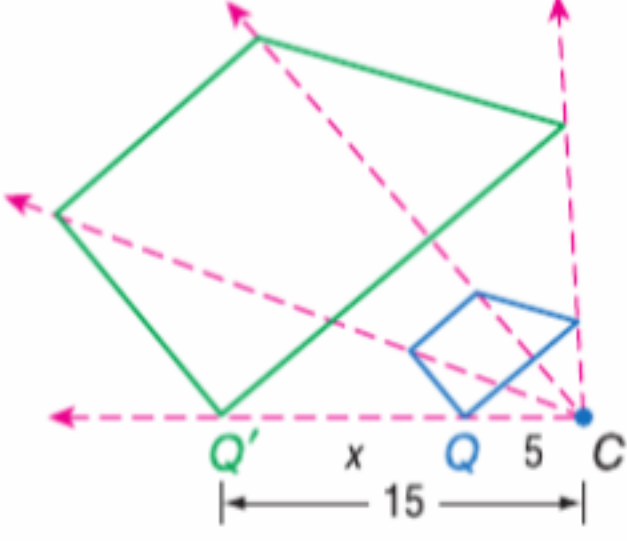
تحقق بما أن تغيير الأبعاد (التمدد) عبارة عن تكبير، فإن معامل القياس ينبغي أن يكون أكبر من 1.
وبما أن $6.5 > 1$ ، فإن معامل القياس الموجود منطقي. ✓

نصيحة في حل المسائل المثابرة

لتجنب الوقوع في أخطاء
السهو في حساباتك، قدّر إجابة
المسألة قبل حلها. في المثال
2، يمكنك تقدير معامل مقياس
تغيير الأبعاد (التمدد) ليصبح
حوالي $\frac{240}{40}$ أو 6. ثم CP' ستكون
الإجابة حوالي 6 × 50 أو 300 و
PP' حوالي 50 – 300 أو 250
مليمترًا. وهذا يساوي 25 cm
والقياس 24.75 cm قريب
من هذا التقدير، إذا فالإجابة
منطقية.

تمرين موجّه

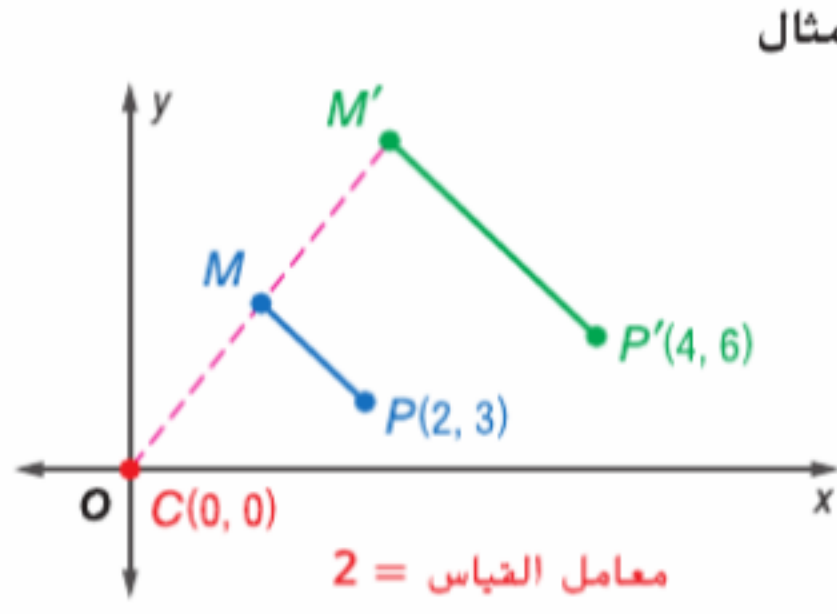
2. حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من الشكل Q إلى Q' عبارة عن تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل القياس و X .



2 عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي

يمكن استخدام القواعد التالية لإيجاد صورة شكل بعد تمرکز عملية تغيير الأبعاد (التمدد) على نقطة الأصل.

المفهوم الأساسي عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي



مثال

لإيجاد إحداثيات صورة بعد تغيير الأبعاد (التمدد) المتمركز في نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين X و Y لكل نقطة من الصورة الأصلية في معامل القياس لتغيير الأبعاد (التمدد) k .

الشرح

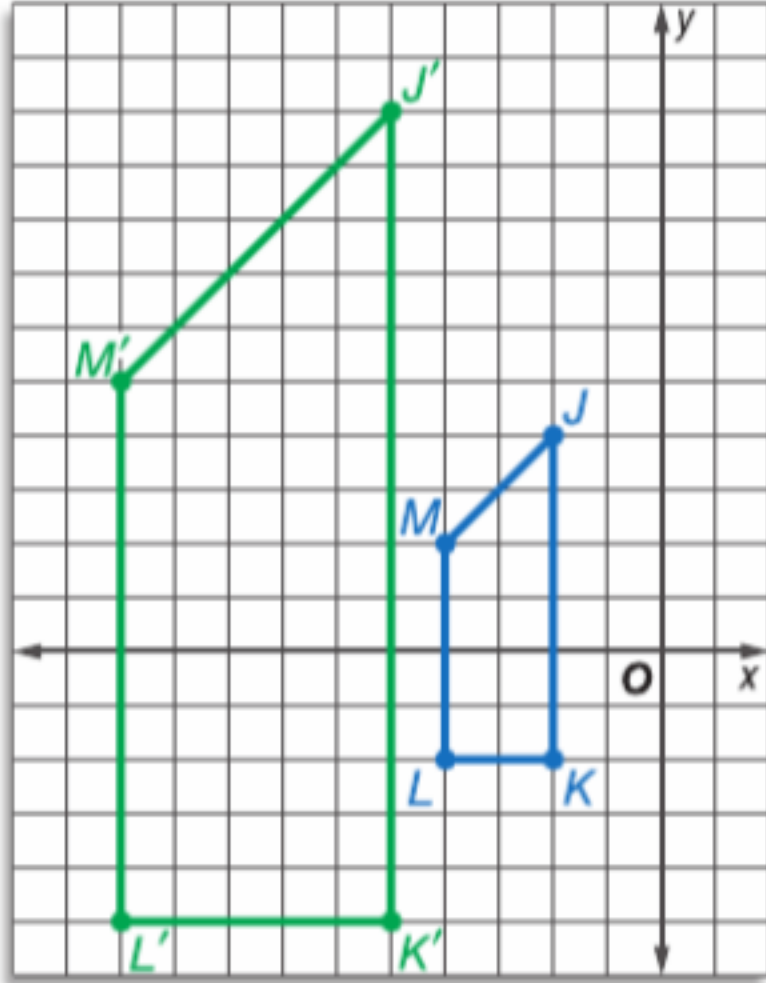
الرموز

$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

معامل القياس = 2

مثال 3 تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي

الشكل الرباعي $JKLM$ له الرؤوس $J(-2, 4)$ ، و $K(-2, -2)$ ، و $L(-4, -2)$ ، و $M(-4, 2)$. مثل صورة الشكل $JKLM$ بيانياً بعد تغيير الأبعاد (التمدد) المتمركز في نقطة الأصل باستخدام معامل القياس 2.5.



اضرب الإحداثيين X و Y لكل رأس في معامل القياس 2.5.

$$(x, y) \rightarrow (2.5x, 2.5y)$$

$$J(-2, 4) \rightarrow J'(-5, 10)$$

$$K(-2, -2) \rightarrow K'(-5, -5)$$

$$L(-4, -2) \rightarrow L'(-10, -5)$$

$$M(-4, 2) \rightarrow M'(-10, 5)$$

مثل الشكل $JKLM$ وصورته بيانياً $J'K'L'M'$.

تمرين موجّه

أوجد صورة كل مضلع له الرؤوس المعطاة بيانياً بعد تغيير للأبعاد مركزه نقطة الأصل ووفق معامل المقياس المعطى.

3A. $Q(0, 6)$, $R(-6, -3)$, $S(6, -3)$; $k = \frac{1}{3}$

3B. $A(2, 1)$, $B(0, 3)$, $C(-1, 2)$, $D(0, 1)$; $k = 2$

التحقق من فهمك

مثال 1

انسخ الشكل إضافةً إلى النقطة M . ثم استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل بناءً على عملية تغيير أبعاد مركزها النقطة M ومعامل القياس المحدد k .

1. $k = \frac{1}{4}$



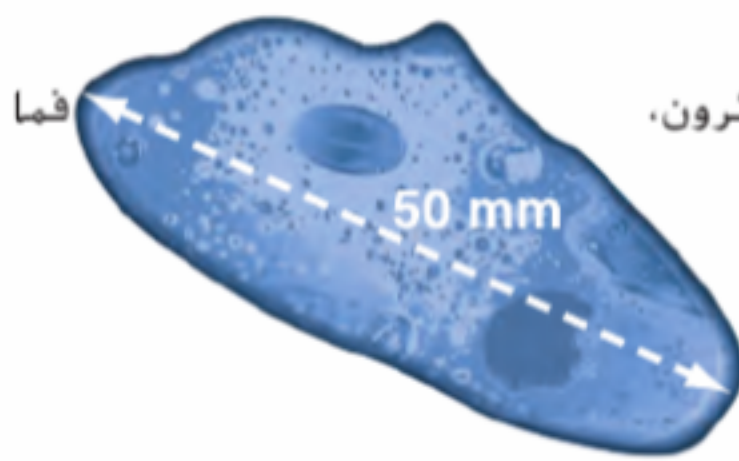
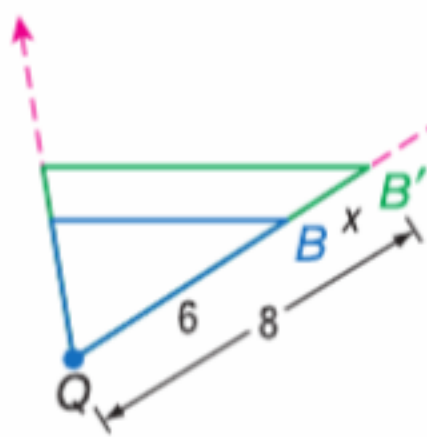
2. $k = 2$



مثال 2

3

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد (التمدد) من الشكل B إلى B' عبارة عن تكبير أو تصغير. ثم أوجد معامل القياس وقيمة X .



4. **الأحياء** تحت المجهر، كائن دقيق أحادي الخلية بطول 50 mm . فإذا كان $1 \text{ mm} = 1000$ ميكرون، 200 ميكرون يبدو بطول 50 mm . هو ضبط التكبير (معامل القياس) المستخدم؟ اشرح إجابتك.

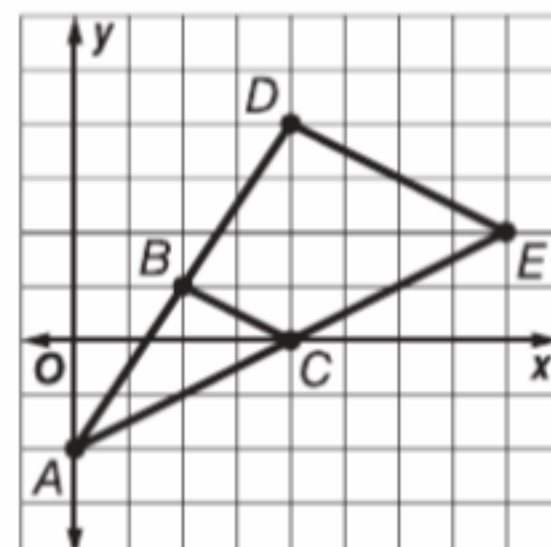
مثال 3

مثل صورة كل مضلع له الرؤوس المعطاة بيانًا بعد تغيير الأبعاد (التمدد) التي مركزها نقطة الأصل ووفق معامل المقياس المعطى.

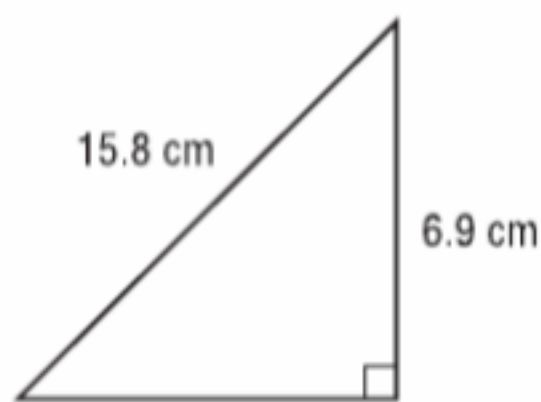
5. $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0); k = 1.5$
6. $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4); k = \frac{1}{2}$
7. $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2); k = 2$
8. $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4); k = \frac{3}{4}$

التدريب وحل المسائل

9. المثلث $\triangle ADE$ عبارة عن تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$ في المستوى. اكتب عبارة يمكن استخدامها للتأكد أن $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$.



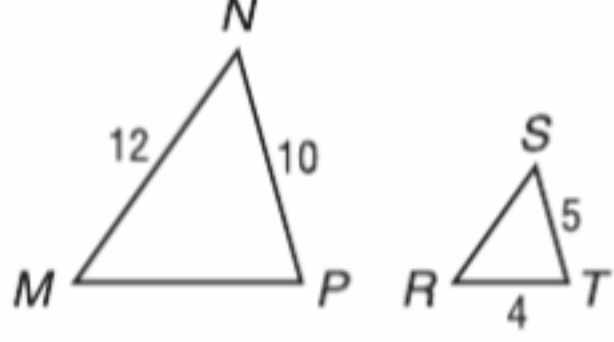
10. فكر في الرسم التخطيطي التالي.



تم تغيير أبعاد المثلث بحيث يصبح محيط المثلث الجديد 82.4 cm . فما هو طول الضلع المفقود في المثلث الجديد؟

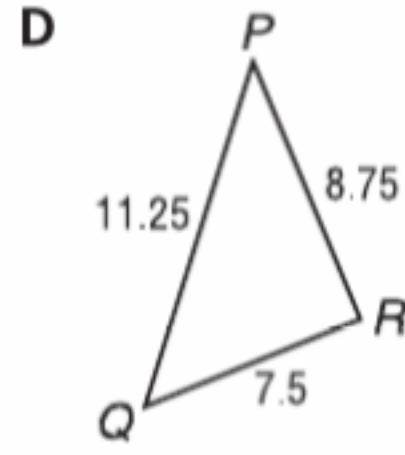
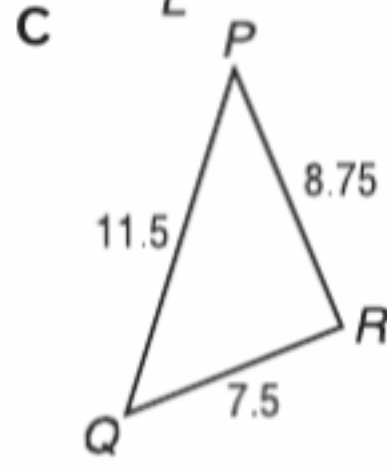
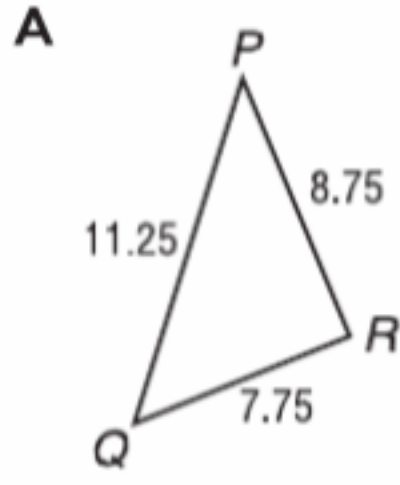
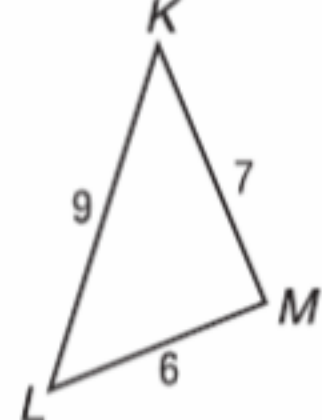
11. في الشكل التالي، المثلث MNP مشابه للمثلث RST .

أي معامل قياس استُخدم لتحويل المثلث MNP إلى $\triangle RST$ ؟

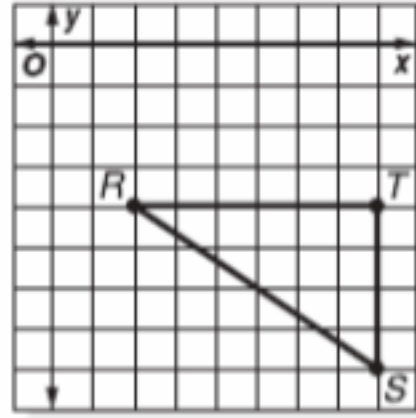


12. المثلث $\triangle KLM$ موضح أدناه.

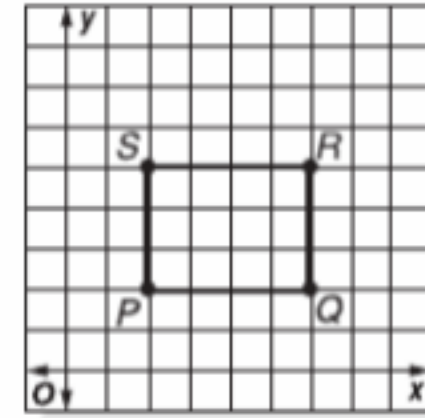
أي مما يلي يوضح المثلث $\triangle KLM$ الذي تغيرت أبعاده باستخدام معامل المقياس $\frac{5}{4}$ لإنشاء المثلث المشابه $\triangle PQR$ ؟



14. $\triangle RST$ موضح فيما يلي. فإذا تغيرت أبعاده باستخدام معامل القياس 2 وكانت نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، فما هي إحداثيات النقطة S' ؟

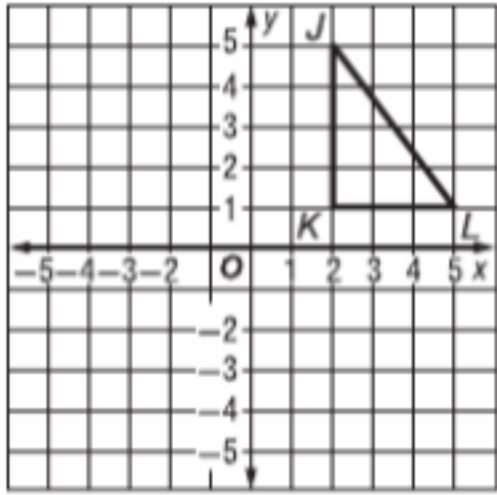


13. المستطيل $PQRS$ موضح فيما يلي. إذا تغيرت أبعاد المستطيل بمعامل المقياس 2، ومع جعل نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، أوجد الإحداثيات الجديدة للنقطة R' .

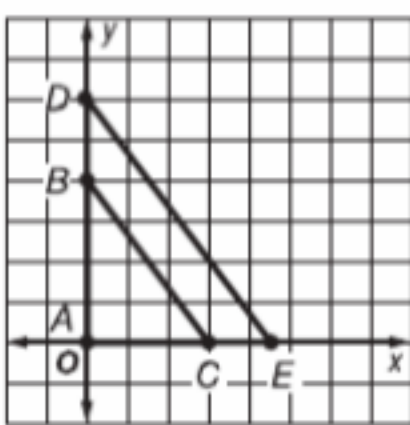


15. يحرّك بدر شخصية كرتونية في المستوى الإحداثي، باستخدام تغيير الأبعاد(التمدد) بمعامل مقياس 2. فإذا كانت $A(1, 3)$ ، و $B(3, 4)$ ، و $C(2, -3)$ عبارة عن ثلاث نقاط على صورة السمكة المنتفخة قبل أن ينفخها، فما هي إحداثيات النقاط ذات الصلة D ، و E ، و F على صورة السمكة المنتفخة؟

16. أي نوع من التحويل يحتفظ بالاتجاهات ولا يحتفظ بالحجم؟



17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكون صورة المثلث $J'K'L'$. فإذا كان محيط المثلث $J'K'L'$ يساوي 36 cm ، فما هي مساحة الصورة؟



18. المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, 0)$ ، و $B(0, 4)$ ، و $C(3, 0)$ عبارة عن مثلث تغيرت أبعاده من المثلث ADE .

فما هو طول \overline{DE} إذا كان للنقطة D الإحداثيات $(0, 5)$ ؟

19. المربع $JKLM$ له الرؤوس $J(1, 0)$ ، و $K(2, 1)$ ، و $L(3, 0)$ ، و $M(2, -1)$. فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس $\sqrt{2}$ ، فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟

20. شبه المنحرف متساوي الساقين $LMNO$ له الرؤوس $L(-4, -3)$ ، و $M(-4, 0)$ ، و $N(-2, 1)$ ، و $O(-2, -4)$. فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5، فما هو طول $\overline{L'M'}$ في شبه المنحرف متساوي الساقين المنسوخ؟



21. علم ولاية كاليفورنيا موضح على الشبكة أدناه. افترض أن العلم تم تكبيره بحيث أصبحت رؤوس العلم الجديد $(0, 0)$ ، و $(0, 6)$ ، و $(9, 6)$ ، و $(9, 0)$. فما هي نسبة محيط العلم الأصلي إلى العلم الذي تم تكبيره؟

22. بعد تغيير الأبعاد(التمدد)، المثلث $\triangle XYZ$ عبارة عن صورة للمثلث $\triangle ABC$ و $XY = \frac{5}{8}AB$. فما هو معامل القياس؟

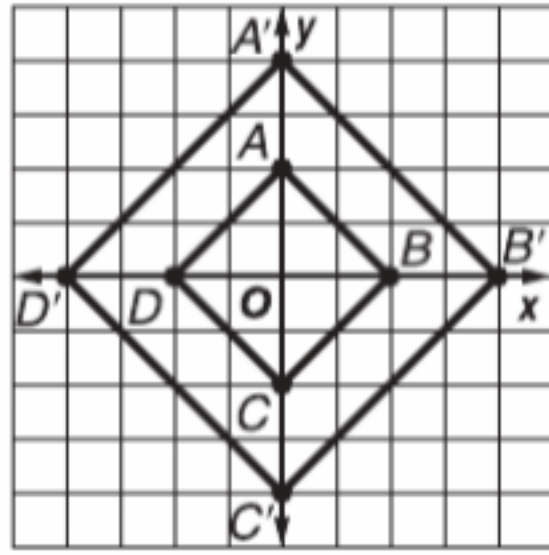
23. أي مما يلي يمثل إحداثيات صورة $A(4, -12)$ بعد عملية تغيير الأبعاد(التمدد) يقع مركزها في نقطة الأصل ومعامل القياس يساوي 0.25؟

24. باستخدام أي معامل قياس r ستكون النقطة $Q(-20, 8)$ صورة من $P(-5, 2)$ ؟

25. بعد تغيير الأبعاد(التمدد)، صورة المربع $ABCD$ هي المربع $AXYZ$. أي نقطة مما يلي هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)؟

26. النقطتان الطرفيتان في \overline{AB} هما $A(3, -7)$ و $B(7, -12)$. صورة \overline{AB} بعد عملية تغيير الأبعاد(التمدد) التي يقع مركزها في نقطة الأصل هي $\overline{A'B'}$. إحداثيات النقطة A' هي $A'(9, -21)$. فما هي إحداثيات النقطة B' ؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا



27. انظر إلى الأشكال على الشبكة على اليمين.

A صف عملية التحويل في الشكل الرباعي $ABCD$ التي أنتجت الشكل الرباعي $A'B'C'D'$.

B صف نتيجة دوران الشكل الرباعي $ABCD$ 90° حول نقطة الأصل في اتجاه عقارب الساعة.

تدريب على الاختبار المعياري

29. الجبر كم جراما من الماء النقي يجب أن يضيفه الصيدلي إلى 50 g من المحلول الملحي بتركيز 15% لعمل محلول يكون تركيز الملح فيه 10%؟

- A 25 C 15
B 20 D 50

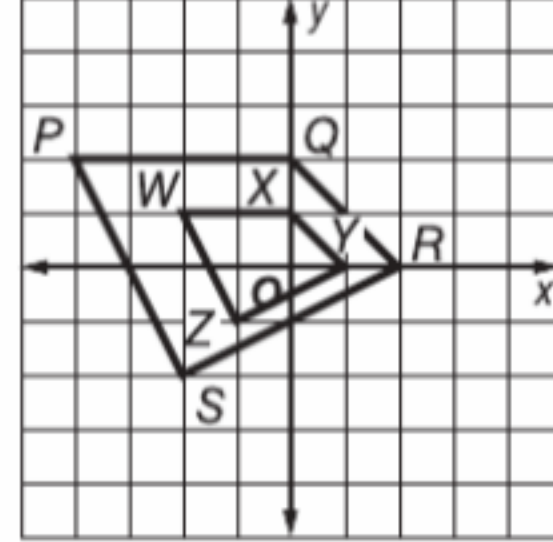
30. تريد بثينة نسخ لوحة في المتحف الفني. يبلغ عرض اللوحة 0.90 m وطولها 1.80 m. وتقرر استخدام معامل تصغير في تغيير الأبعاد (التمدد) بقيمة 0.25. فما حجم الورق الذي ينبغي أن تستخدمه؟

- F 10 cm × 20 cm H 20 cm × 40 cm
G 15 cm × 30 cm J 25 cm × 50 cm

31. SAT/ACT لجميع قيم x , $(x - 7)^2 =$ ؟

- A $x^2 - 49$ D $x^2 - 14x + 49$
B $x^2 + 49$ E $x^2 + 14x - 49$
C $x^2 - 14x - 49$

28. الإجابة الموسعة الشكل الرباعي PQRS عبارة عن نسخة متغيرة الأبعاد (التمدد) من الشكل الرباعي WXYZ.

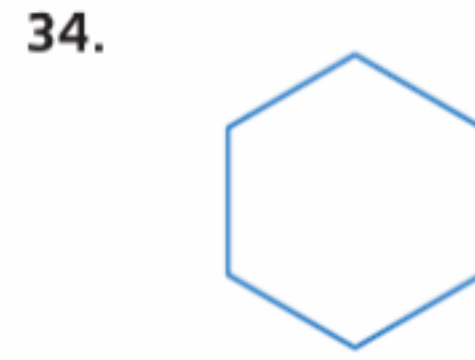
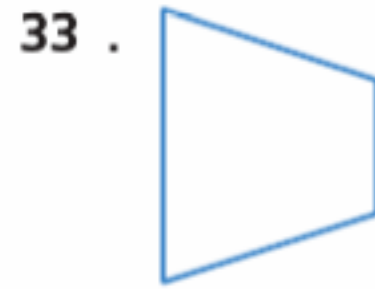


a. هل تغيير الأبعاد (التمدد) من PQRS إلى WXYZ عبارة عن تكبير أم تصغير؟

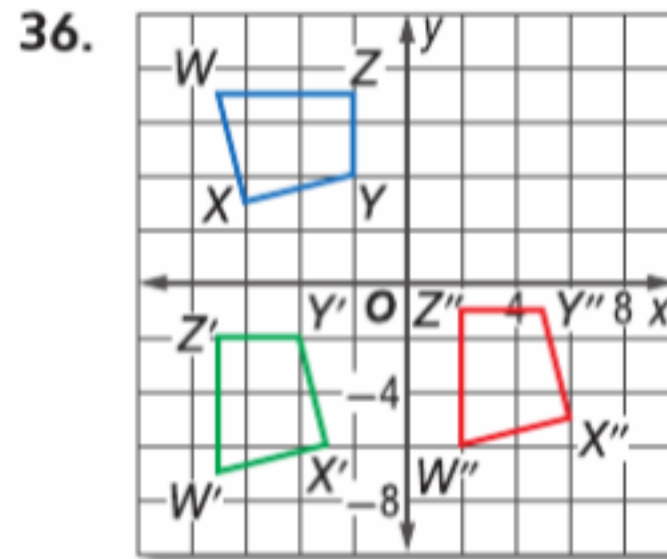
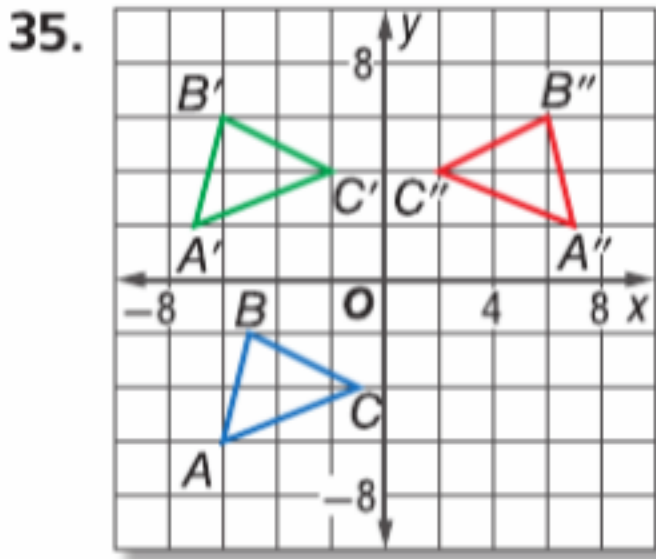
b. أي عدد يعطي أفضل تمثيل لمعامل قياس تغيير الأبعاد (التمدد)؟

مراجعة شاملة

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرا محوريا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمت التناظر واذكر عددها. (الدرس 5-6)



صف التحويلات المجموعة لرسم كل شكل. (الدرس 4-6)



37. الطوابير يوزع عدد الطوابير في مدرسة الشارقة الثانوية كل عام توزيعا طبيعيا باستخدام المتوسط 12.4 والانحراف المعياري 1.6.

a. ما احتمال الزيادة بمقدار 10 طوابير في عام معين؟

b. إذا كانت المدرسة مؤسسة منذ 30 عاما، ففي كم عام كانت تتراوح أعداد الطوابير ما بين 11 إلى 13 طابور؟

مراجعة المهارات

أوجد قيمة x إلى أقرب جزء من عشرة.

38. $58.9 = 2x$

39. $\frac{108.6}{\pi} = x$

40. $228.4 = \pi x$

41. $\frac{336.4}{x} = \pi$

دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

الانعكاس (الدرس 1-6)

- الانعكاس هو تحويل يمثل عكس شكلٍ بالنسبة لنقطةٍ أو مستقيمٍ أو مستوىٍ إحداثي.

الإزاحة (الدرس 2-6)

- الإزاحة هي تحويل يحرك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.
- الإزاحة تطابق كل نقطة بالنقطة المنسوخة منها بطول المتجه.

الدوران (الدرس 3-6)

- يلف الدوران كل نقطة في الشكل من خلال الزاوية ذاتها حول نقطة ثابتة.

تركيب التحويلات (الدرس 4-6)

- يمكن تمثيل الإزاحة في صورة تركيب من تركيب الانعكاسات في المستقيمت المتوازية ويمكن تمثيل الدوران في صورة تركيب من تركيب الانعكاس في المستقيمت المتقاطعة.

التناظر (الدرس 5-6)

- مستقيم التناظر في الشكل هو المستقيم الذي يمكن طي الشكل عنده مناصفة بحيث يتطابق النصفان تطابقاً دقيقاً.
- يطلق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من 0° إلى 360° اسم ترتيب التناظر.
- مقدار التناظر هو أصغر زاوية يمكن دوران الشكل من خلالها بحيث ينعكس على نفسه.

تغيير الأبعاد (التمدد) (الدرس 6-6)

- تغيير الأبعاد/التمدد هو تكبير الأشكال أو تصغيرها نسبياً.

مخطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مخطويتك.



المفردات الأساسية

زاوية الدوران	angle of rotation	مقدار التناظر	magnitude of symmetry
التناظر المحوري	axis symmetry	ترتيب التناظر	order of symmetry
مركز الدوران	center of rotation	التناظر في المستوى	plane symmetry
تركيب التحويلات	composition of transformations	التناظر الدوراني	rotational symmetry
الانعكاس الانزلاقي	glide reflection	التناظر	symmetry
خط الانعكاس	line of reflection	متجه الإزاحة	translation vector
محور التناظر	line of symmetry		
تناظر محوري	line symmetry		

مراجعة المفردات

اختر أفضل مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.

1. عند تطبيق تحويل على الشكل، ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فهذا يسمى (تركيب تحويلات، ترتيب عمليات التناظر).
2. إذا تم طي الشكل بطول خط مستقيم وتطابق النصفان تطابقاً تاماً، فإن محور الطي يسمى (محور الانعكاس، محور التناظر).
3. (تغيير الأبعاد/التمدد، الانعكاس الانزلاقي) يكبر الشكل أو يصغره نسبياً.
4. يطلق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من 0° إلى 360° اسم (مقدار التناظر، ترتيب التناظر).
5. A (خط الانعكاس، متجه الإزاحة) هو المسافة ذاتها من كل نقطة في الشكل إلى ما يقابلها في الصورة.
6. يكون للشكل (مركز دوران، تناظر) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق حركة ثابتة.
7. يتضمن الانعكاس الانزلاقي كلاً من الانعكاس و (الدوران، الإزاحة).
8. لدوران نقطة بمقدار $(90^\circ, 180^\circ)$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ثم بدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y .
9. (المتجه، الانعكاس) هو أحد تحويلات التطابق.
10. يكون للشكل (تناظر في المستوى، تناظر دوراني) إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الدوران بين 0° و 360° حول مركز الشكل.

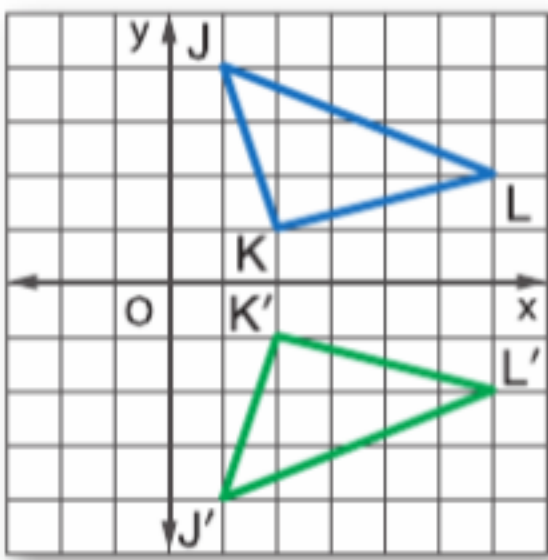
مراجعة درس بدرس

6-1 الانعكاس

مثال 1

مثّل بيانيًا المثلث $\triangle JKL$ الذي رؤوسه $J(1, 4)$ ، و $K(2, 1)$ و $L(6, 2)$ وصورته المنعكسة على المحور x .
اضرب الإحداثي الرأس y لكل رأس في -1 .

$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (x, -y) \\ J(1, 4) &\rightarrow J'(1, -4) \\ K(2, 1) &\rightarrow K'(2, -1) \\ L(6, 2) &\rightarrow L'(6, -2)\end{aligned}$$



مثّل بيانيًا المثلث $\triangle JKL$ وصورته $\triangle J'K'L'$.

مثّل بيانيًا كل شكلٍ وصورته وفق الانعكاس المعطى.

11. المستطيل $ABCD$ له الرؤوس $A(2, -4)$ و $B(4, -6)$ و $C(7, -3)$ و $D(5, -1)$ على المحور x .
12. المثلث XYZ الذي رؤوسه $X(-1, 1)$ و $Y(-1, -2)$ و $Z(3, -3)$ في المحور y .
13. الشكل الرباعي $QRST$ الذي رؤوسه $Q(-4, -1)$ و $R(-1, 2)$ و $S(2, 2)$ و $T(0, -4)$ في المستقيم $y = x$.
14. **الفن** تصنع بدريّة النحت المكون من قطعتين الموضح لحديقة نصب تذكاري. في تصميمها، إحدى قطع النحت عبارة عن انعكاس للقطعة الأخرى، وذلك لتوضع بجانب الممر الذي قد يوجد بطول خط الانعكاس. انسخ الأشكال وارسم خط الانعكاس.

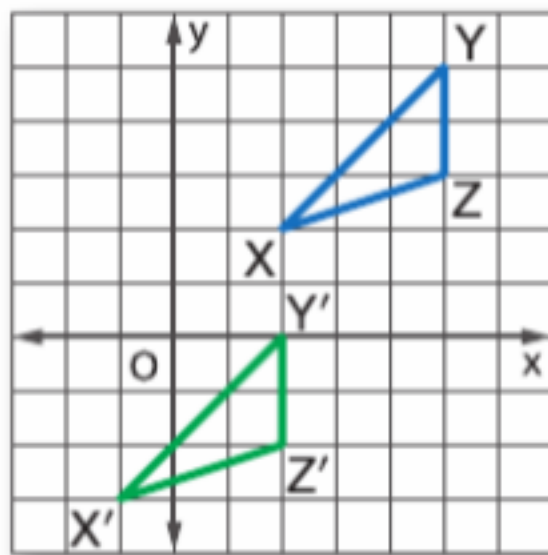


6-2 الإزاحة

مثال 2

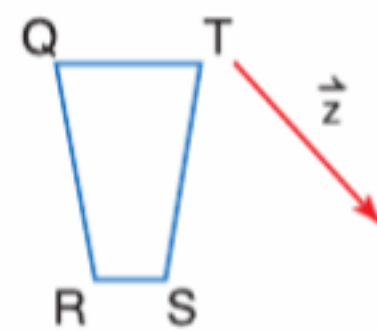
مثّل بيانيًا المثلث $\triangle XYZ$ الذي رؤوسه $X(2, 2)$ ، و $Y(5, 5)$ و $Z(5, 3)$ وصورته بطول $\langle -3, -5 \rangle$.
يشير المتجه إلى إزاحة لمسافة 3 وحدات يسارًا و 5 وحدات إلى الأسفل.

$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (x - 3, y - 5) \\ X(2, 2) &\rightarrow X'(-1, -3) \\ Y(5, 5) &\rightarrow Y'(2, 0) \\ Z(5, 3) &\rightarrow Z'(2, -2)\end{aligned}$$



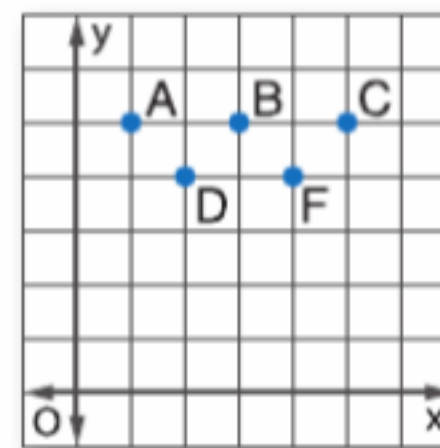
مثّل بيانيًا المثلث $\triangle XYZ$ وصورته المثلث $\triangle X'Y'Z'$.

15. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ الذي رؤوسه $A(0, -1)$ و $B(2, 0)$ و $C(3, -3)$ وصورته بطول $\langle -5, 4 \rangle$.



16. انسخ الشكل ومنتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

17. **الأداء** خمس فنانون موجودون على المسرح كما هو موضح. يتحرك كل من B و F و C بطول $\langle 0, -2 \rangle$. بينما يتحرك A بطول $\langle 5, -1 \rangle$. ارسم الأوضاع النهائية.



6-3 الدوران

مثال 3

المثلث ABC له الرؤوس $A(-4, 0)$ و $B(-3, 4)$ و $C(-1, 1)$.
مثّل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ وصورته بعد الدوران 270° حول نقطة الأصل.

تتمثل إحدى طرق حل هذه المسألة في الجمع بين الدوران بمقدار 180° والدوران بمقدار 90° . وضرب كل من الإحداثي x والإحداثي y لكل رأس في -1 .

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$A(-4, 0) \rightarrow A'(4, 0)$$

$$B(-3, 4) \rightarrow B'(3, -4)$$

$$C(-1, 1) \rightarrow C'(1, -1)$$

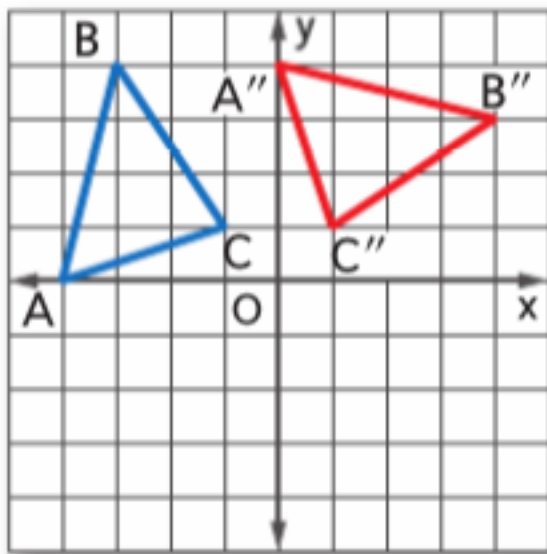
اضرب الإحداثي الرأس y لكل رأس في -1 وبَدِّل.

$$(-x, -y) \rightarrow (y, -x)$$

$$A'(4, 0) \rightarrow A''(0, 4)$$

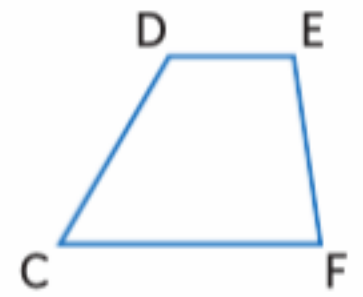
$$B'(3, -4) \rightarrow B''(4, 3)$$

$$C'(1, -1) \rightarrow C''(1, 1)$$



مثّل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ وصورته $\triangle A''B''C''$.

18. انسخ شبه المنحرف $CDEF$ والنقطة P . ثم استخدم المنقلة والمسطرة لرسم دوران بمقدار 50° للشكل $CDEF$ حول النقطة P .



مثّل بيانيًا كل شكل وصورته بعد الدوران المحدد حول نقطة الأصل.

19. المثلث $\triangle MNO$ الذي رؤوسه: $O(1, 0)$, $N(0, -2)$, $M(-2, 2)$ 180°

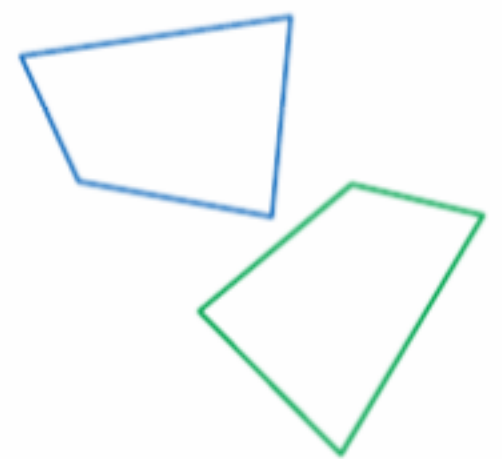
20. المثلث $\triangle DGF$ الذي رؤوسه: $F(1, 3)$, $G(2, 3)$, $D(1, 2)$ 90°

يوضح كل شكل الصورة الأصلية ونسختها بعد الدوران حول النقطة P . انسخ كل شكل، وحدد موقع النقطة P وأوجد زاوية الدوران.

21.



22.



6-4 تركيب التحويلات

مثال 4

النقطتان الطرفيتان للقطعة المستقيمة \overline{RS} تساويان $R(4, 3)$ و $S(1, 1)$. مثّل بيانيًا القطعة المستقيمة \overline{RS} وصورتها بعد الإزاحة بطول $\langle -5, -1 \rangle$ والدوران بمقدار 180° حول نقطة الأصل.

الخطوة 1 الإزاحة بطول $\langle -5, -1 \rangle$

$$(x, y) \rightarrow (x - 5, y - 1)$$

$$R(4, 3) \rightarrow R'(-1, 2)$$

$$S(1, 1) \rightarrow S'(-4, 0)$$

الخطوة 2 الدوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$R'(-1, 2) \rightarrow R''(1, -2)$$

$$S'(-4, 0) \rightarrow S''(4, 0)$$

مثّل بيانيًا كل شكل له الرؤوس المعطاة وصورته بعد التحويل المشار إليه.

23. \overline{CD} : $C(3, 2)$ و $D(1, 4)$

الانعكاس: في $y = x$

الدوران بمقدار 270° حول نقطة الأصل.

24. \overline{GH} : $G(-2, -3)$ و $H(1, 1)$

الإزاحة: بطول $\langle 4, 2 \rangle$

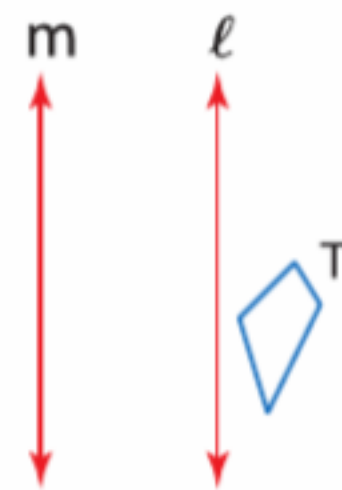
الانعكاس: في المحور الأفقي x

25. **الأنماط** يتكرر جاسم نمطًا لجعله إطارًا لملصق باستخدام رسم مطبوع. اذكر تركيب التحويل الذي استخدمه لابتكار النمط التالي.

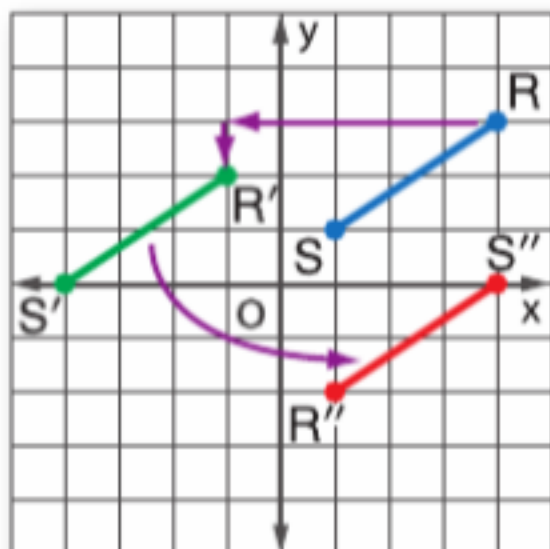


6-5 التناظر

26. انسخ واعكس الشكل T في المستقيم ℓ ثم المستقيم m . ثم اذكر تحويلًا واحدًا يعكس المستقيم T على المستقيم T'' .



الخطوة 3 مثل بيانًا القطعة المستقيمة RS وصورتها $R''S''$.



اذكر هل كل شكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمت التناظر واذكر عددها.

27.



28.



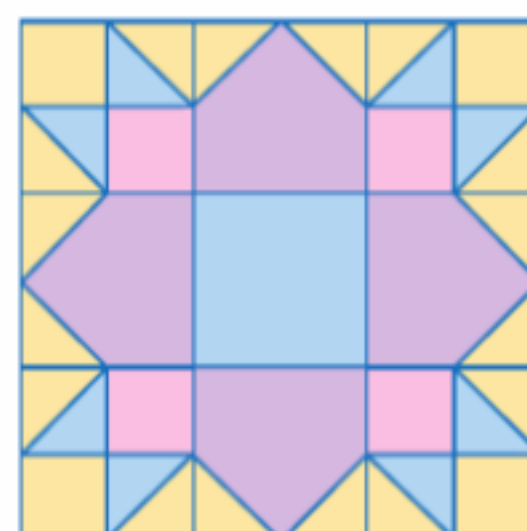
29.



30.



31. **النسج** تبتكر حصة نمطًا لكوفية تنسجها لصديقتها. كم عدد مستقيمت التناظر الموجودة في النمط؟



مثال 5

اذكر هل كل شكل له تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

a.



لمصباح الإضاءة تناظر في المستوى الإحداثي وتناظر محوري.



b.



المنشور له تناظر في المستوى.

دليل الدراسة والمراجعة تابع

6

6-6 عمليات تغيير الأبعاد (التمدد)

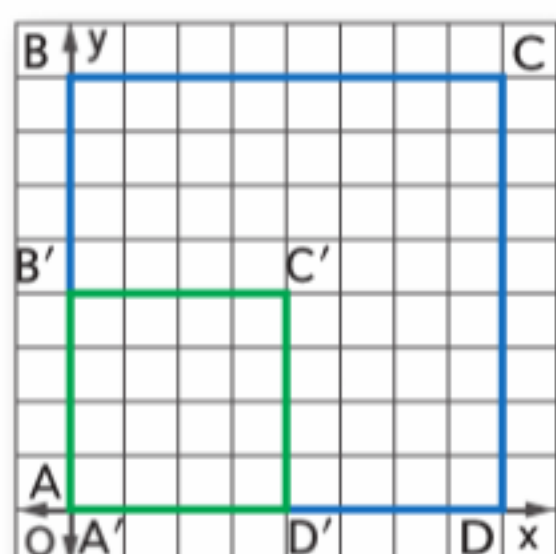
مثال 6

المربع $ABCD$ له الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(0, 8)$ و $C(8, 8)$ و $D(8, 0)$. أوجد صورة المربع $ABCD$ بعد تغيير الأبعاد وفق المركز عند نقطة الأصل ومعامل المقياس 0.5.

اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل المقياس 0.5.

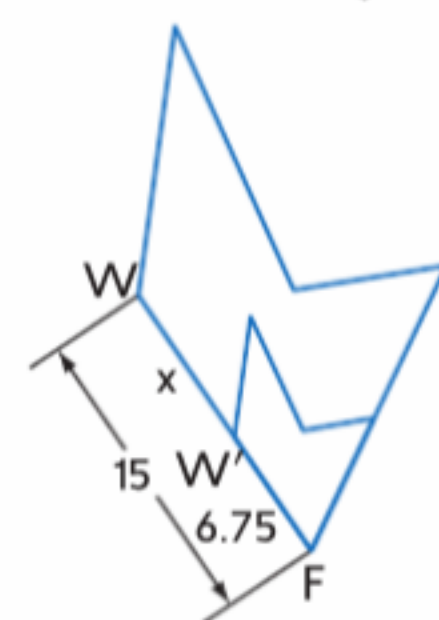
(x, y)	→	$(0.5x, 0.5y)$
$A(0, 0)$	→	$A'(0, 0)$
$B(0, 8)$	→	$B'(0, 4)$
$C(8, 8)$	→	$C'(4, 4)$
$D(8, 0)$	→	$D'(4, 0)$

مثل بيانًا الشكل $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$.



32. انسخ الشكل والنقطة S .
ثم استخدم المسطرة لرسم صورة الشكل وفق المركز S ومعامل المقياس $r = 1.25$.

33. حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من الشكل W إلى الشكل W' عبارة عن تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل المقياس لتغيير الأبعاد والنقطة X .



34. **النوادي** يستخدم أعضاء نادي الرياضيات جهاز عرض الصور الشفافة لعمل ملصق. إذا كان عرض الصورة الأصلية 15 سنتيمترًا، وعرضها على الملصق 1.2 cm، فما هو معامل مقياس للتكبير؟

تدريب على الاختبار

6

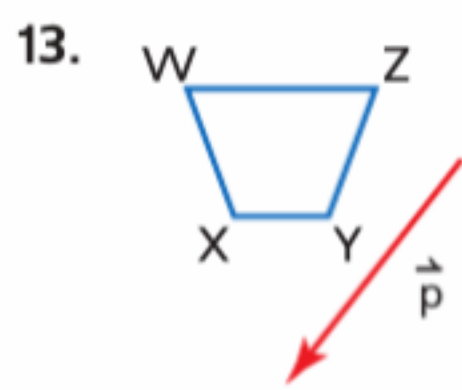
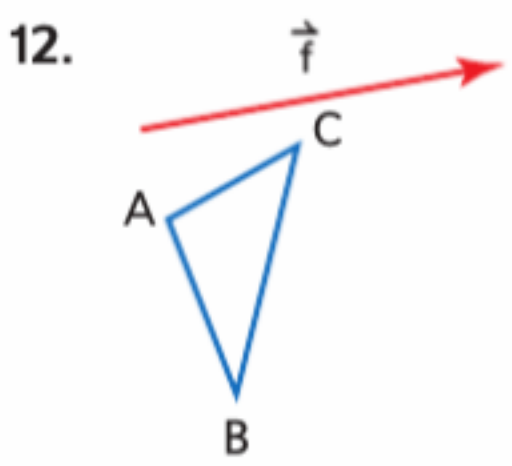
مثّل بيانيًا كل شكلٍ وصورته وفق التحويل المعطى.

9. $\square FGHJ$ له الرؤوس $F(-1, -1)$ و $G(-2, -4)$ و $H(1, -4)$ و $J(2, -1)$ في المحور x

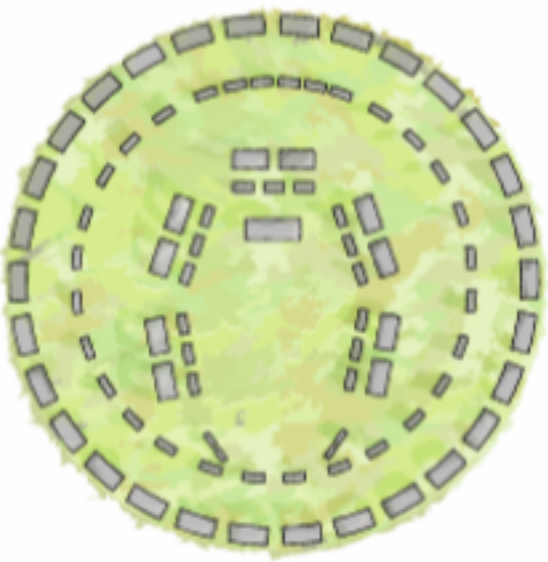
10. المثلث $\triangle ABC$ له الرؤوس $A(0, -1)$ ، $B(2, 0)$ ، $C(3, -3)$ $(-5, 4)$

11. الشكل الرباعي $WXYZ$ له الرؤوس $W(2, 3)$ ، $X(1, 1)$ ، $Y(3, 0)$ ، $Z(5, 2)$ ، 180° حول نقطة الأصل

انسخ الشكل وامتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.



14. **الفنون** موضح فيما يلي تصور أحد الفنانين للصورة التي كان عليها وهو موقع ستونهنج، موقع أثري في إنجلترا، قبل سقوط الأحجار أو إزالتها، ما ترتيب التناظر ومقداره للحلقة الخارجية؟

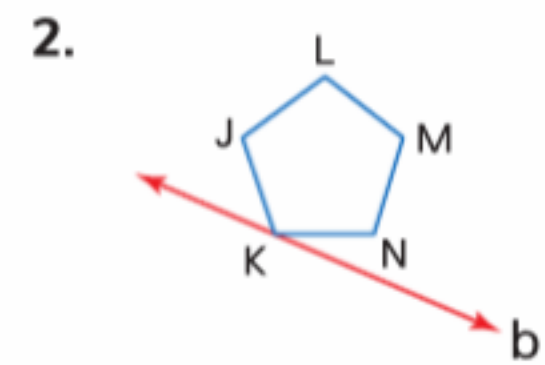
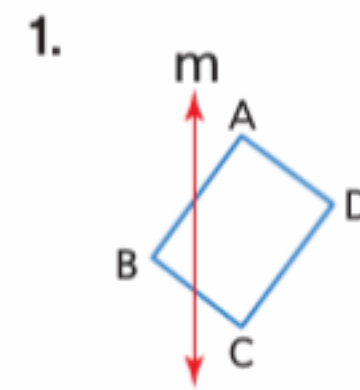


15. **الاختبار** من متعدد ما التحويل أو تركيب التحويلات التي يمثلها الشكل التالي؟

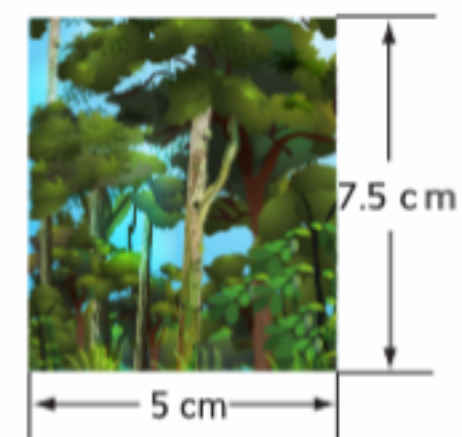


- A تغيير الأبعاد
- B انعكاس انزلاقي
- C دوران
- D إزاحة

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.



3. **المشروعات** يريد جمال تكبير الصورة التالية إلى 10 cm من أجل مشروع في المدرسة. إذا كانت ماكينة التصوير في المدرسة لا يمكن أن تكبر إلا حتى 150% في النسب المئوية للعدد الكلي، أوجد نسبتين مئويتين لأعداد كلية يمكن تكبير الصورة بهما وجعلها قريبة من 10 cm إلى 15 cm أو أقل.



انسخ الشكل والنقطة M . ثم استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل الذي مركزه M بعد تغيير الأبعاد وفق معامل القياس المحدد r .

4. $r = 1.5$



5. $r = \frac{1}{3}$



6. **الحدائق** في إحدى حدائق التنزه، تركيب حليلة إحدى ألعاب الملاهي التي تجعل الراكب ينزلق جهة اليمين، ثم تدور عكس اتجاه عقارب الساعة حول مركزها بمقدار 60° كل ثانيتين. كم عدد الثواني التي تمر قبل أن ترجع حليلة إلى موقع البداية؟

اذكر هل كل شكل له تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كليهما أم ليس أيًا منهما.

