

الهندسة

التركيز تضييق النطاق
الهدف إيجاد حجم المخروط.

الترباط المنطقي الربط داخل الصفوف وبينها

السابق حلّ الطلاب المسائل التي تتضمن حجم الاسطوانة.

الحالي يحلّ الطلاب المسائل التي تتضمن حجم المخروط.

التالي سيتوصل الطلاب إلى حل المسائل التي تتضمن حجم الكرة.

الدقة اتباع المفاهيم والتعزّس والتطبيقات
انظر مخطط مستويات الصفوف أدناه.

المشاركة الاستكشاف الشرح التوضيح التقييم

1 بدء الدرس

أفكار يمكن استخدامها
قد ترغب ببدء الدرس باستخدام مجموعة كاملة أو مجموعة صغيرة أو نشاط "فكر-اعمل في ثنائيات-شارك" أو نشاط حر.

١A رقائق التحدث اطلب من الطلاب التعاون في مجموعات صغيرة لإتمام التمارين 1-5. قدّم لكل طالب 6 رقائق. على كل طالب وضع رقائق في مركز الطاولة بعد المساهمة في النقاش. وبعد نفاذ جميع رقائق الطلاب، فلا يحق لهم التحدث. وعلى كل الطلاب استخدام رقائقهم 1, 3, 7.

الاستراتيجية البديلة
اطلب من الطلاب تعيين قياسات عددية لإسطوانات ومخروط متطابطين من حيث الارتفاعين ومساحتي القاعدتين. ثم اطلب منهم إيجاد حجم كل منهما وشرح الصلة بين الحجمين. 1, 2, 7.

الدرس 2

حجم المخروط

الربط بالحياة اليومية

المهرجان تعد هالة وهداية مخاريط لتجبة للمهرجان المدرسي، وتزيان معرفة كمية الثلج داخل المخروط الورقي الذي يبلغ نصف قطره 4 سنتيمترات وارتفاعه 10 سنتيمترات.

1. تذكر أن قانون إيجاد حجم الهرم المستطيل القاعدة هو $V = \frac{1}{3}bh$ ، كيف نطارد بين حجم هرم وحجم مخروط له القاعدة والارتفاع ذاتها؟
حجم الهرم يساوي $\frac{1}{3}$ حجم المخروط.

2. ما قانون التوصل إلى حجم الإسطوانة؟
 $V = \pi r^2 h$

3. ما حجم إسطوانة نصف قطرها 4 سنتيمترات وارتفاعها 10 سنتيمترات؟ استخدم $\pi = 3.14$
 502.4 cm^3

4. حجم المخاريط التي تستخدمها هالة وهداية يساوي تقريباً 1675 سنتيمترًا مكعبًا. كتب المسألة في الكتب صورة بحيث نطارد بين حجم المخروط وحجم الإسطوانة.

5. **التفكير** ما قانون معرفة حجم المخروط؟
 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- ① اشتراك في حل المسائل
- ② التفكير بطريقة تجريبية
- ③ بناء فرضية
- ④ استخدام صياح الرياضيات
- ⑤ استخدام أدوات الرياضيات
- ⑥ مراعاة الدقة
- ⑦ الاستفادة من البنية
- ⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

المفهوم الأساسي

حجم المخروط

نموذج: مخروط باستخدام نصف القطر r مساوي ثلث مساحة القاعدة B مخروطية في الارتفاع h

الرمز: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ أو $V = \frac{1}{3}Bh$


ملاحظة: المخروط عبارة عن شكل ثلاثي الأبعاد بقاعدة دائرية واحدة تتصل برأس واحدة عن طريق سطح منحني.


أمثلة

1. أوجد حجم المخروط. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

حجم مخروط: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 6$
 $V = 56.5$
 الخطأ: الحجم تقريباً 56.5 سنتيمتراً مكعباً.

2. تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية تتأكد من أنك فهمت. أوجد حجم كل مخروط. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

a.  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 7$
 $V = 29.3$
 الخطأ: 29.3 m³

b.  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 24^2 \cdot 26$
 $V = 3920.7$
 الخطأ: 3920.7 mm³

مثال

2. كأس ورفي على شكل مخروط مملوء بالماء. ارتفاع الكأس يساوي 10 سنتيمترات وقطره 8 سنتيمترات. ما حجم الكأس الوري؟ قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

حجم المخروط: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 10$
 $V = 167.6$
 الخطأ: حجم الكأس الوري يساوي تقريباً 167.6 سنتيمتراً مكعباً.

المشاركة الاستكشاف الشرح التوضيح التقييم

2 تدريسي المفهوم

أطرح الأسئلة الداعمة لكل مثال للتدريس المتناوب.

أمثلة

1. أوجد حجم المخروط.

AL • ما ارتفاع المخروط؟ 6 cm
 • ما نصف قطر القاعدة؟ 3 cm
 OL • ما العلاقة بين حجم المخروط وحجم إسطوانة بنفس مساحة القاعدة ونفس الارتفاع؟
 يساوي حجم المخروط $\frac{1}{3}$ من حجم الإسطوانة.
 • في الصيغة $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ماذا يمثل πr^2 ؟
 مساحة القاعدة الدائرية
 BL • ما الخطوة الأولى لحل المسألة إذا أعطيت أن القطر يساوي 6 سنتيمترات؟ الإجابة النموذجية: اقسّم على 2 لإيجاد نصف القطر.

هل تريد مثلاً آخر؟
 أوجد حجم المخروط. قرب إلى أقرب جزء من عشرة. 26.2 in^3

2. أوجد حجم المخروط.

AL • ما نصف قطر قاعدة الكوب؟ 4 cm
 • ما ارتفاع الكوب الوري؟ 10 cm
 OL • ما علاقة الصيغتين $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ و $V = \frac{1}{3}Bh$ بالمخروط؟
 الإجابة النموذجية: بالنسبة للمخروطين، هناك صيغة واحدة لأن القاعدة دائرية.
 BL • لماذا تغطي صيغة الحل بالمستقيمتين؟ الإجابة النموذجية: إننا نحدد الحجم، وهي خاصية ثلاثية الأبعاد، ولذلك فإن الإجابة بالأبعاد الثلاثة أو الوحدات المكعبة.

هل تريد مثلاً آخر؟
 لأحد الأواني شكل مخروط ارتفاعه 15 cm ونصف قطر يساوي 8 cm. ما حجم الأداة؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة. 251.3 cm^3

668 الوحدة 9 الحجم ومساحة السطح

الهندسة

مثال 3. إيجاد حجم مجسم مركب.

• انظر إلى الشكل، ما المجسمات التي يمكن تقسيمه إليها؟
إسطوانة ومخروط
 ما قانون حجم الإسطوانة؟
 $V = \pi r^2 h$
 ما قانون حجم المخروط؟
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

• ما ارتفاع الإسطوانة؟ **4 m**
 • ما ارتفاع المخروط؟ **5 m**
 • ما نصف قطر قاعدة الإسطوانة؟ **4 m**
 • ما ارتفاع المخروط؟ **4 m**

• بعد أن أوجدنا حجم الإسطوانة والمخروط، فما الخطوة الأخيرة في إيجاد حجم الجسم المركب؟ **جمع حجمي الإسطوانة والمخروط.**

• لماذا لا يساوي حجم المخروط $\frac{1}{3}$ من حجم الإسطوانة؟ **الإجابة النموذجية:** على الرغم من أن للإسطوانة والمخروط مساحات قاعدة متطابقتين، فليس لهما ارتفاعان متطابقتان.

• إذا استخدمت القيمة $\pi \approx 3.14$ ، فكيف ستتغير إجابتك النهائية عن حجم الجسم المركب؟ **سيساوي الحجم الكلي 284.7 مترًا مكعبًا تقريبًا إلى أقرب جزء من عشرة.**

هل تريد مثالاً آخر؟
 أوجد حجم الجسم، قُرب إلى أقرب جزء من عشرة.
 318.3 in^3



الهندسة

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

c. تيلاً سميكة ستصنعها متطابقة لسمكها، كل مخروط يبلغ نصف قطره 3.6 سنتيمترات وارتفاعه 21 سنتيمترًا، ما حجم المخاريط الكلي؟ قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

حجم المجسمات المركبة

عندما يتضمن الجسم المركب إسطوانات ومخاريط، يمكنك إيجاد الحجم عن طريق تفكيكه إلى مجسمات تعرف بطريقة إيجاد حجمها.

مثال 3. أوجد حجم الجسم، قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

الخطوة 1 أوجد حجم الإسطوانة.

حجم الإسطوانة
 $V = \pi r^2 h$
 $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 4$
 $V = \pi \cdot 16 \cdot 4$
 $V \approx 201.1$

• **الخطوة 2** أوجد حجم المخروط.

حجم المخروط
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 5$
 $V \approx 83.8$

إذًا حجم الجسم يساوي تقريبًا $201.1 + 83.8 \approx 284.9$ مترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

d. أوجد حجم الجسم.



الخطوة 1 أوجد حجم الإسطوانة.

حجم الإسطوانة
 $V = \pi r^2 h$
 $V = \pi \cdot 6^2 \cdot 12$
 $V = \pi \cdot 36 \cdot 12$
 $V \approx 1357.2$

• **الخطوة 2** أوجد حجم المخروط.

حجم المخروط
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 5.5$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot 5.5$
 $V \approx 408.4$

إذًا حجم الجسم يساوي تقريبًا $1357.2 + 408.4 \approx 1765.6$ مترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

e. أوجد حجم الجسم.

الخطوة 1 أوجد حجم الإسطوانة.

حجم الإسطوانة
 $V = \pi r^2 h$
 $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 4$
 $V = \pi \cdot 16 \cdot 4$
 $V \approx 201.1$

• **الخطوة 2** أوجد حجم المخروط.

حجم المخروط
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 5$
 $V \approx 83.8$

إذًا حجم الجسم يساوي تقريبًا $201.1 + 83.8 \approx 284.9$ مترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

f. أوجد حجم الجسم.

الخطوة 1 أوجد حجم الإسطوانة.

حجم الإسطوانة
 $V = \pi r^2 h$
 $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 4$
 $V = \pi \cdot 16 \cdot 4$
 $V \approx 201.1$

• **الخطوة 2** أوجد حجم المخروط.

حجم المخروط
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 5$
 $V \approx 83.8$

إذًا حجم الجسم يساوي تقريبًا $201.1 + 83.8 \approx 284.9$ مترًا مكعبًا.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

g. أوجد حجم الجسم.

تدريب مركب

أوجد حجم كل مخروط، قرب إلى أقرب جزء من عشرة. (الأسئلة 1 و 2)

- 
 $2,668.3 \text{ m}^3$
- 
 $1,055.6 \text{ mm}^3$
- 
 235.6 m^3
- 
 $254,469.0 \text{ mm}^3$
- 
 340.3 cm^3
- 
 602.1 cm^3

7. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما الذي يؤثر أكثر في حجم المخروط، مضاعفة نصف قطره أم مضاعفة ارتفاعه؟ اشرح الإجابة النموذجية: حسب طول نصف القطر والارتفاع. فإن مضاعفة نصف القطر بوجه عام له تأثير أكبر لأنه قيمة مربعة في القانون.

قيم نفسك!
ما معنى قيمتك لحجم المخروط؟
اشرح القسم الذي ينطبق.

نعم لا

حان وقت تحديث معلوماتك

تدريب مركب

استخدم هذه التمارين لتقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في هذا الدرس.

إذا كان بعض طلابك غير مستعدين للواجبات، فاستخدم الأنشطة المتشابهة الواردة أدناه.

أنشطة جماعية-ثنائية-فردية اطلب من الطلاب إتمام التمرينين 1 و 2 في فريق من أربعة أشخاص. ثم اطلب منهم إتمام التمرينين 3 و 4 في مجموعات ثنائية. وإذا كانوا مستعدين، فاطلب منهم إتمام التمرينين 5 و 6 بمفردهم ومقارنته إجاباتهم مع فريقهم الأصلي. ثم اطلب منهم مناقشة إجابة التمرين 7 في فرقهم وكتابة إجابة يتفقون عليها. 1, 2, 4, 5

العرض الثاني اطلب من الطلاب التعاون في مجموعات ثنائية لإتمام التمرين 7 وإعداد عرض لفظي مختصر عن الرابط بين قانوني حجم إسطوانة ومخروط. لهما مساحة قاعدتين متساويتان وارتفاعان متساويان. وعليهم أن يستخدموا في عرضهم المعالجة الجبرية إضافة إلى أمثلة ملموسة ورسوم تخطيطية أو رسوم توضيحية. اطلب منهم أن يقدموا عرضهم للصف بينما يستمع بقية الصف بمثابة ويطرحون أي أسئلة استيضاحية. 1, 2, 4, 5

670 الوحدة 9 الحجم ومساحة السطح

المشاركة الاستكشاف الشرح التوضيح التقييم

3 التمرين والتطبيق

التمرين ذاتية وتمارين إضافية

الغرض من صفحات التمارين الذاتية هو استخدامها بمثابة واجب منزلي. يمكن استخدام صفحة التمارين الإضافية للتعزيز الإضافي أو بمثابة واجب يومي ثاني.

مستويات الصعوبة

تتقدم مستويات التمارين من 1 إلى 3، حيث يشير المستوى 1 إلى أقل مستوى من الصعوبة.

التمارين

المستوى	1-8, 15-22	9-11, 23-29	12-14
المستوى 3			
المستوى 2			
المستوى 1			

الواجبات المقترحة

يمكنك استخدام الجدول أدناه الذي يحتوي على تمارين لكل مستويات الصعوبة لتحديد التمارين الثلاثة لاحتياجات طلابك.

خيارات الواجب المنزلي المتباينة	أعلى من المستوى	ضمن المستوى	أدنى من المستوى
1-9, 11, 12, 14, 28, 29	AL		
1-7, 9-12, 14, 28, 29		BL	
9-14, 28, 29			BL

اختتم!

خطاً شائع قد يستخدم الطلاب على نحو خاطئ القطر بدلاً من نصف القطر في قانون حجم المخروط. فذكر الطلاب بأن نصف قطر القاعدة، وليس القطر، هو المستخدم لإيجاد الحجم.

الدرس 2 حجم المخروط 671

التمرين ذاتية

أوجد حجم كل مخروط. قرب إلى أقرب جزء من عشرة. (النسبة 1)

1. $4,720.8 \text{ mm}^3$

2. 4.8 m^3

3. 26.9 m^3

4. 11.8 m^3

5. 102.6 cm^3

6. 15.9 m^3

7. $1,608.5 \text{ cm}^3$

8. $1,338.3 \text{ cm}^3$

الممارسات الرياضية

التمرين (التباين)	التركيز على
13, 25, 27	1 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
10	2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
12, 14	3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

تعد الممارسات الرياضية 1 و 3 و 4 جوانب من التفكير الرياضي تؤكد على جميع الدروس. حيث يفتح الطلاب فرصاً لتحقيق التوافق في حل المسائل وللتعبير عن تفكيرهم وتطبيق الرياضيات في حالات من الحياة اليومية.

التقويم التكويني
استخدم هذا النشاط كتقويم تكويني نهائي قبل انصراف الطلاب من الصف الدراسي.

مناقشة
التحقق من أسباب الخطأ

اطلب من الطلاب أن يشرحوا كيف ساعدتهم الدرس السابق لإيجاد حجم الإسطوان في هذا الدرس. استخدم توجيهات الكتابة أدناه. **راجع عمل الطلاب.**

- في الدرس السابق، تعلمت...
- في هذا الدرس، تعلمت...
- ما تعلمته في الدرس السابق ساعدني في هذا الدرس لأن ...

اقتبله!

خمساً شائعاً في التمرين 12. أخطأ فالج في استخدام القطر بدلاً من نصف القطر في قانون حجم المخروط. فذكر الطلاب بأن نصف قطر القاعدة، وليس القطر، هو المستخدم لإيجاد الحجم.

672 الوحدة 9 الحجم ومساحة السطح

10. **التفكير بطريقة تجريدية** يصنع ميمس مكعبات ثلج مخروطية الشكل باستخدام قالب نصف قطر القالب يساوي 15 سنتيمتر وارتفاعه يساوي 2 سنتيمتر. إذا كانت كتلة السنتيمتر المكعب تساوي تقريباً 1 جرام، فما كتلة عشرة مكعبات ثلج بالجرام؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة. **47.1 g**

11. حجم مخروط نصف قطره 30 مليمترًا يساوي 9,420 مليمترًا مكعبًا. فما ارتفاع المخروط بالتقريب إلى أقرب مليمتر؟ **10 mm**

مسائل مهارات التفكير العليا

12. **البحث عن الخطأ** يحاول فالج التوصل إلى حجم الأرز الذي سيبدأ مؤهريه زهرقة على شكل مخروط. يبلغ طول المؤهريه 15 سنتيمترًا وارتفاعه 10 سنتيمترات. ابحث عن الخطأ ووضحه. **استخدم فالج نصف قطر غير صحيح: 392.5 cm³**

13. **المثابرة في حل المسائل** ارسم مخروطين بأبعاد مختلفة ولكن حجمها واحد وتسميها **الإجابة النموذجية:**

14. **الاستدلال الاستقرائي** جدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دوماً أم أحياناً أم غير صحيحة مطلقاً. اشرح تبريرك.
حجم كل من الهرم الذي قاعدته على شكل مستطيل والمخروط. القان لهما ارتفاع واحد ومساحات قاعدة متساوية، متساو.

صحيحة دوماً: الإجابة النموذجية: الأحجام واحدة حيث إن **كل الارتفاعين ومساحة كلتا القاعدتين واحدة**. وتفسير شكل القاعدة لن يؤثر في الحجم.

الهندسة

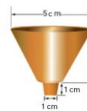
تمارين إضافية

النسخة وأوجد الحل بالنسبة إلى التمارين 15-33. اكتب الحل والإجابات في ورقة منفصلة.
أوجد حجم كل مخروط. قُرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



19. ارتفاع 24 سنتيمترات، قطر 8 سنتيمترات
20. ارتفاع 9 سنتيمترات، قطر 132.5 cm

21. استخدم أسامة القبع الموضح أدناه. راجع بالرمال الملوقة. قُدّر حجم القبع.
الإجابة النموذجية: 32.7 cm³



22. يبلغ ارتفاع جبل رينيه، وهو بركان مخروطي الشكل في واشنطن، حوالي 4.4 كيلومترات ويبلغ طول قاعدته حوالي 18 كيلومتراً. أوجد حجم جبل رينيه بالتقريب إلى أقرب عدد كلي. حوالي 373 km³

23. حجم مخروط يساوي 471.24 سنتيمتراً مكعباً وارتفاعه يساوي 8 سنتيمترات. ما قطره؟
24. حجم مخروط يساوي 593.46 سنتيمتراً مكعباً. نصف القطر يساوي 9 سنتيمترات. أوجد ارتفاع المخروط وقُرّب إلى أقرب سنتيمتر. 7 cm



انطلق! تدرين على الاختبار

28. أربعة مخاريط لها الأبعاد الموضحة فيما يلي.

الشكل 4

الشكل 3

الشكل 2

الشكل 1

رتب المخاريط من الأصغر حجماً إلى الأكبر حجماً قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

الشكل	الحجم (cm³)
4	452.4
3	513.1
1	938.3
2	1,102.7

29. ارجع إلى المخروط الموجود في يسار الصفحة. حدد ما إذا كانت كل عبارة صواب أم خطأ.

a. المساحة التقريبية للقاعدة تساوي 153.9 سنتيمتراً مربعاً. ☐ صواب ☒ خطأ

b. الحجم التقريبي للمخروط يساوي 886.5 سنتيمتراً مكعباً. ☐ صواب ☒ خطأ

c. حجم إسطوانة لها الارتفاع ونصف القطر ذاتها يساوي 3 أضعاف حجم المخروط. ☐ صواب ☒ خطأ

انطلق! تدرين على الاختبار

يعد التدرين 28 و 29 الطلاب لتفكير أكثر دقة.

28. تتطلب فترة الاختبار الحالي من الطلاب شرح المفاهيم الرياضية وتطبيقها وحل المسائل بدقة. مع الاستفادة من البنية.

الممارسة الرياضية	م. ر.
الممارسة الرياضية	1

معايير رصد الدرجات

يرتب الطلاب كل شكل ويوجدوا الحجم المقابل بصورة صحيحة.	نقطتان
يرتب الطلاب ثلاثة من أربعة أشكال على نحو صحيح ويوجدوا الحجم المقابل أو يربط الطلاب جميع الأشكال. ولكن يرتكبون أخطاءً حسابية في إيجاد حجم شكل أو شكلين.	نقطة واحدة

29. تكرر فترة الاختبار هذه الطلاب أن يفكروا بطريقة تجريدية وكيفية عند حل المسائل.

الممارسة الرياضية	م. ر.
الممارسة الرياضية	1

معايير رصد الدرجات

يجيب الطلاب إجابة صحيحة عن كل جزء من السؤال.	نقطة واحدة
--	------------

مراجعة شاملة

أوجد حجم كل هرم. قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. 7.0.6

30.

3.5 cm³

31.

110 m³

32.

482.1 m³

33.

90 cm³