



2- وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيًا.

1- وصف دوال الـ Sine والـ Cosine والـ Tangent وتمثيلها بيانيًا.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

يُسمى الطول الأفقي لكل دورة الفترة. وسعة التمثيل البياني لدالة الـ Sine أو الـ Cosine تساوي نصف الفارق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.

المفهوم الأساسي دالة sine ودالة cosine		
الدالة الأصلية	التمثيل البياني	
$y = \cos \theta$	$y = \sin \theta$	
{جميع الأعداد الحقيقية}	{جميع الأعداد الحقيقية}	المجال
$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	المدى
1	1	السعة
360°	360°	الفترة

بالنسبة للتمثيلات البيانية لكل من $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$ ، فإن السعة $|a|$ والفترة $\frac{360^\circ}{|b|}$.

نقاط تقاطع θ في دورة واحدة هي كالآتي:

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right)$

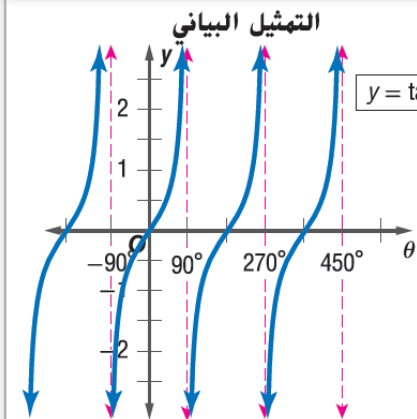
تفيد الدوال المثلثية في تمثيل الحركة الدورية بالحياة اليومية، مثل الموجات الكهرومغناطيسية أو الموجات الصوتية. وغالبًا ما توصف هذه الموجات باستخدام التردد. والتردد هو عدد الدورات في وحدة زمنية محددة.

وتردد التمثيل البياني للدالة هو المعكوس الضربي لفترة هذه الدالة.

إذًا، إذا كانت فترة الدالة $\frac{1}{100}$ فإن التردد يساوي 100 دورة في الثانية.



المفهوم الأساسي دالة tangent الزاوية



الدالة الأصلية	$y = \tan \theta$
المجال	$\theta \mid \theta \neq 90 + 180n$ {عدد صحيح n }
المدى	{جميع الأعداد الحقيقية}
السعة	غير معروفة
الفترة	180°
نقاط تقاطع θ في دورة واحدة	$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{b}, 0\right), \left(\frac{360^\circ}{b}, 0\right)$

بالنسبة للتمثيل البياني لـ $y = a \tan b\theta$ ، فلا توجد سعة والفترة $= \frac{180^\circ}{|b|}$ وخطوط التقارب هي مضاعفات فردية لـ $\frac{180^\circ}{2|b|}$.

المفهوم الأساسي دوال Cotangent و Secant و Cosecant

الدالة الأصلية	$y = \csc \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \cot \theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\theta \mid \theta \neq 180n$ {عدد صحيح n }	$\theta \mid \theta \neq 90 + 180n$ {عدد صحيح n }	$\theta \mid \theta \neq 180n$ {عدد صحيح n }
المدى	عدد حقيقي $\{y \mid y > 1 \text{ أو } y < -1\}$	عدد حقيقي $\{y \mid y > 1 \text{ أو } y < -1\}$	{جميع الأعداد الحقيقية}
السعة	غير معروفة	غير معروفة	غير معروفة
الفترة	360°	360°	180°



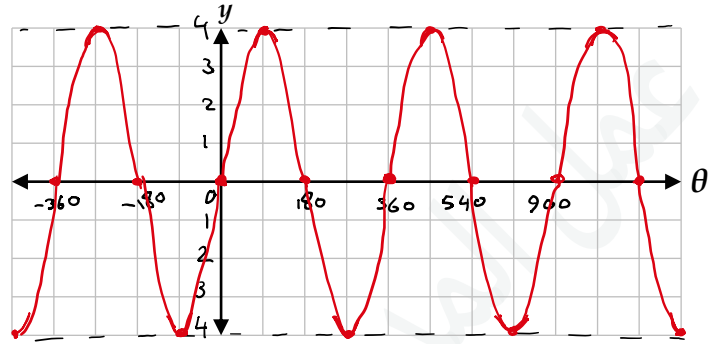
Find the amplitude and period of each function. Then graph the function.

جد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانيًا.

1. $y = 4 \sin \theta$

السعة $|4| = 4$ ، الفترة $\frac{360}{|1|} = \frac{360}{1} = 360$

نحل الدالة خلال الدورة الواحدة $\sin \theta$ أي $\theta = 0, 180, 360$

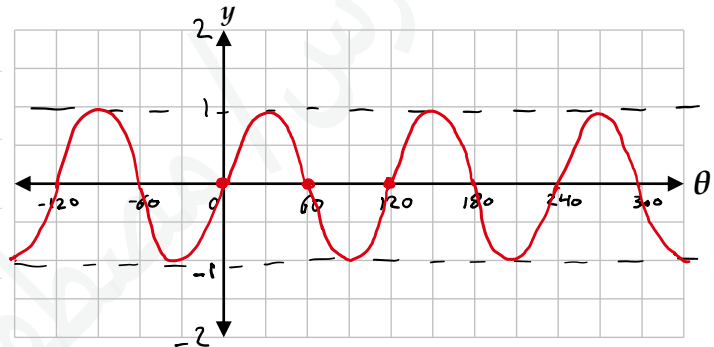


2. $y = \sin 3\theta$

السعة $|1| = 1$ ، الفترة $\frac{360}{|3|} = \frac{360}{3} = 120$

أيضا، الدالة خلال الدورة الواحدة $3\theta = 0, 180, 360$

$\Rightarrow \theta = 0, 60, 120$

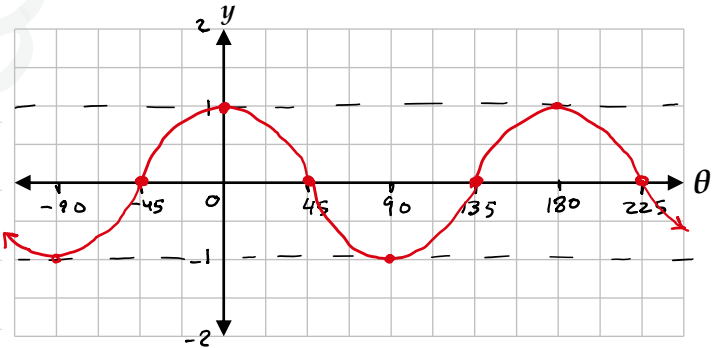


3. $y = \cos 2\theta$

السعة $|1| = 1$ ، الفترة $\frac{360}{|2|} = \frac{360}{2} = 180$

أيضا، الدالة خلال الدورة الواحدة $2\theta = 0, 180, 360$

$\Rightarrow \theta = 0, 90, 180$

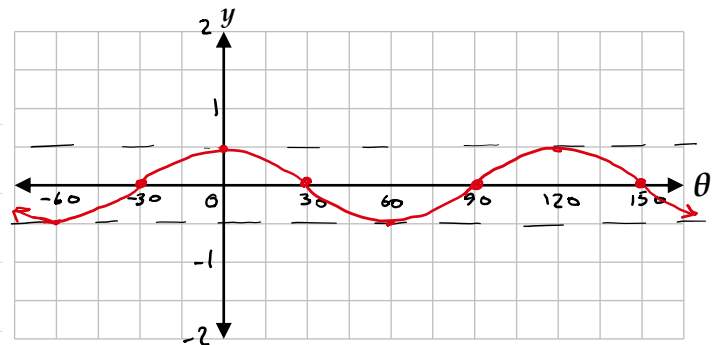


4. $y = \frac{1}{2} \cos 3\theta$

السعة $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ ، الفترة $\frac{360}{|3|} = \frac{360}{3} = 120$

أيضا، الدالة خلال الدورة الواحدة $3\theta = 0, 180, 360$

$\Rightarrow \theta = 0, 60, 120$





5. **العناكب** عند تعلق حشرة في شبكة عنكبوت، تهتز الشبكة بتردد 14 هرتز. 5. **SPIDERS** When an insect gets caught in a spider web, the web vibrates with a frequency of 14 hertz.

a. جد فترة الدالة.

a. Find the period of the function. $\frac{1}{14}$ or about 0.07 second

b. Let the amplitude equal 1 unit. Write a sine equation to represent the vibration of the web y as a function of time t . Then graph the equation.

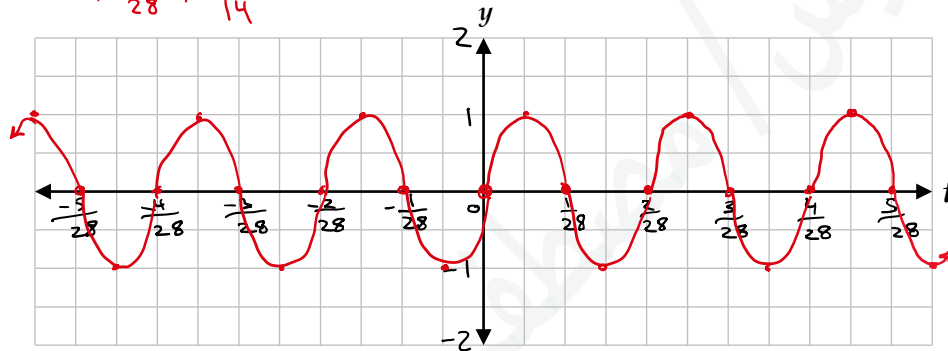
b. افرض أن السعة تساوي وحدة واحدة. اكتب معادلة Sine لتمثيل اهتزاز الشبكة y كدالة للزمن t . ثم مثل المعادلة بيانيًا.

$$5040 = 360 (14) = |b| \leftarrow \frac{1}{14} = \frac{360}{|b|} = \text{الفترة} \quad \boxed{b} \quad \frac{1}{14} = \frac{1}{\text{التردد}} \quad \boxed{a}$$

$$\Rightarrow y = \sin(5040t)$$

أصغر الدالة في خلال دورة واحدة هي 0, 180, 360

$$\Rightarrow t = 0, \frac{1}{28}, \frac{1}{14}$$



ب) حل آخر

$$\text{الفترة} = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow |b| = 14(2\pi) = 28\pi$$

$$\Rightarrow y = a \sin bt = \sin(28\pi t)$$

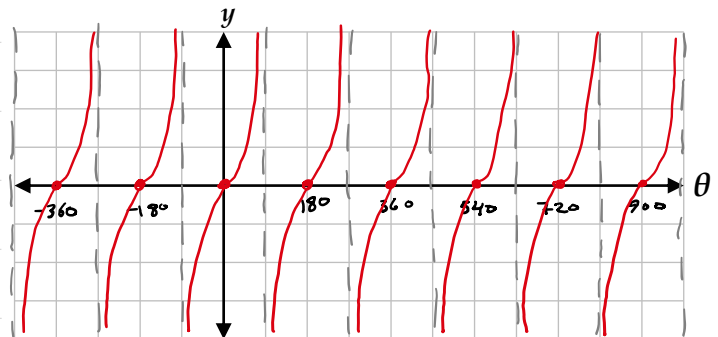
Find the period of each function. Then graph the function.

جد فترة كل دالة ثم مثل الدالة بيانيًا.

6. $y = 3 \tan \theta$

$$\text{الفترة} = \frac{180}{|b|} = \frac{180}{1} = 180^\circ$$

أصغر الدالة في الدورة الواحدة هي 0, 180

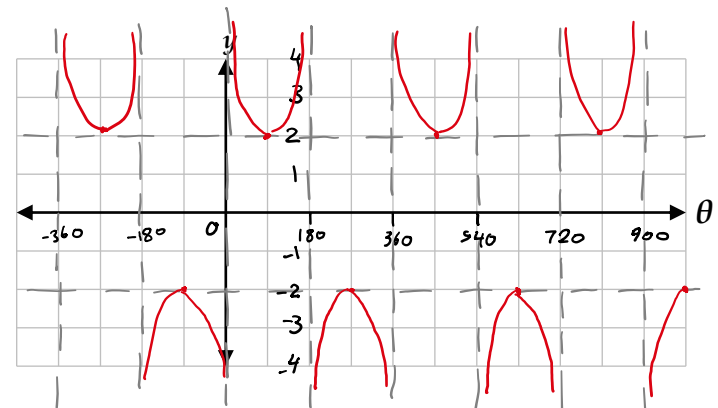


7. $y = 2 \csc \theta$ $y = 2 \sin \theta$

$$\text{السعة} = |2| = 2 \quad \text{الفترة} = \frac{360}{|b|} = \frac{360}{1} = 360^\circ$$

أصغر الدالة في الدورة الواحدة هي 0, 180, 360

من فترة خطوط تقارب الدالة $\csc \theta$ هي أصغر الدالة $\sin \theta$



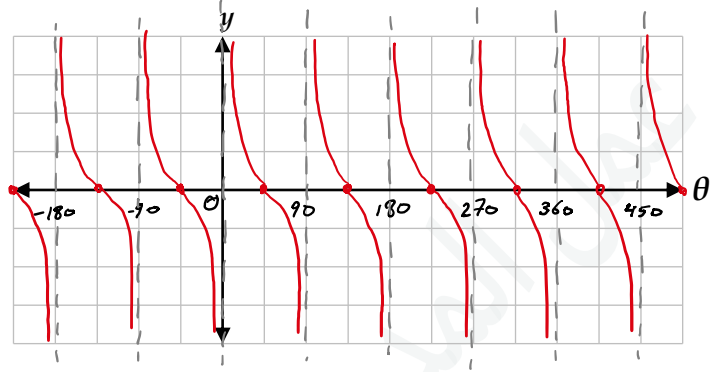


8. $y = \cot 2\theta$

$$\text{الفترة} = \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|2|} = 90^\circ$$

أصغر الدالة في الدورة الواحدة: $2\theta = 90, 270$

$$\Rightarrow \theta = 45^\circ, 135^\circ$$



28. $y = \sec \frac{1}{3}\theta \rightarrow y = \csc \frac{1}{3}\theta$

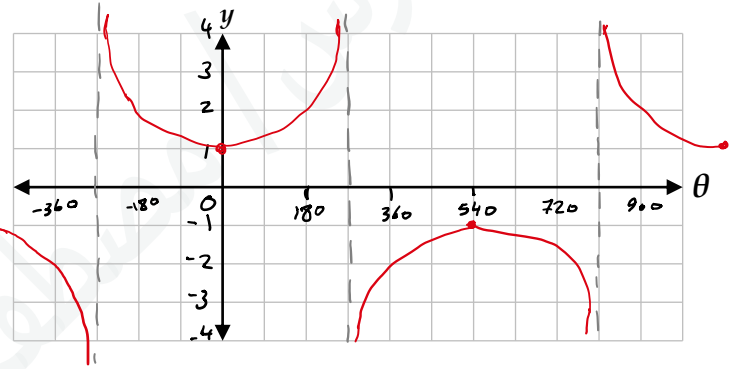
$$\text{الفترة} = \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|\frac{1}{3}|} = 1080^\circ$$

$$\frac{1}{3}\theta = 90, 270$$

أصغر الدالة في الدورة الواحدة

$$\theta = 270, 810$$

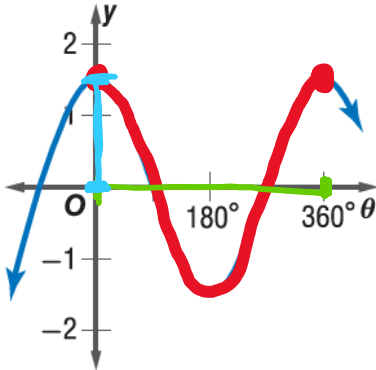
ملاحظة: عند تقاطع الدالة $\sec \theta$ مع $\csc \theta$ عند أصغر الدالة $\cos \theta$



Identify the period of the graph and write an equation for each function.

حدد فترة التمثيل البياني واكتب معادلة كل دالة.

38.



$$\text{الفترة} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 360 \Rightarrow |b| = 1$$

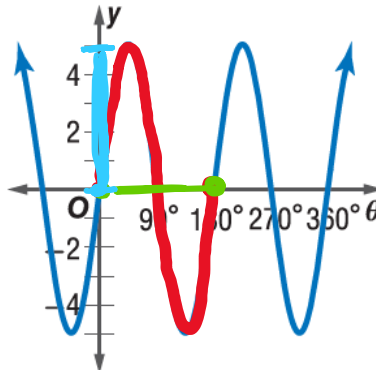
$$\text{السعة} = 1.5 \Rightarrow |a| = 1.5$$

ولأن المحن عند الصفر $\neq 0 \Rightarrow \cos \theta$

$$\Rightarrow y = a \cos b\theta$$

$$\Rightarrow y = 1.5 \cos \theta$$

39.



$$\text{الفترة} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 180 \Rightarrow |b| = 2$$

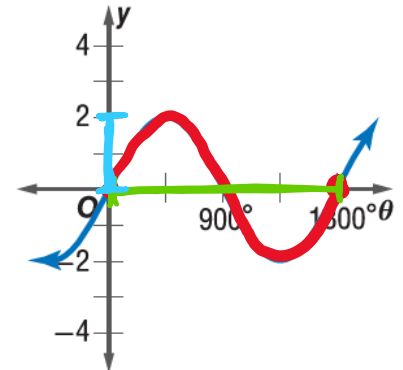
$$\text{السعة} = 5 \Rightarrow |a| = 5$$

ولأن المحن عند الصفر = صفر $\Rightarrow \sin \theta$

$$\Rightarrow y = a \sin b\theta$$

$$\Rightarrow y = 5 \sin 2\theta$$

40.



$$\text{الفترة} = 1800^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{|b|} = 1800 \Rightarrow |b| = \frac{360}{1800} = \frac{1}{5}$$

$$\text{السعة} = 2 \Rightarrow |a| = 2$$

ولأن المحن عند الصفر = صفر $\Rightarrow \sin \theta$

$$\Rightarrow y = a \sin b\theta$$

$$\Rightarrow y = 2 \sin \frac{1}{5}\theta$$