

الدرس 2.2 مفهوم النهايات

إذا كانت $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ أوجد قيمة $f(1) =$ لاحظ أنه لا يمكننا معرفة أي شيء عن قيمة هذه الدالة عن $x = 1$ ، تفيدنا النهايات في دراسة سلوك الدالة بالقرب من هذه النقطة

سوف ندرس إيجاد قيم النهايات بالجدول – النهايات أحادية الطرف – النهايات غير الموجودة – تحديد النهايات بيانياً – النهايات بالتحليل

الحالات التي لا تتفق فيها النهايات أحادية الطرف – نهاية تصف حركة رمية ببسبول

النهايات مع التحليل

استخدم الدليل العددي (الجدول) أو البياني لتخمين القيم لكل نهاية ،

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x - 1}$$

النهايات بيانياً

استخدم التمثيل البياني لتحديد كل نهاية (إذا كانت موجودة) أو اذكر عدم وجودها في كل مما يلي

7.

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$
 $f(0) =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$
 $f(2) =$

e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

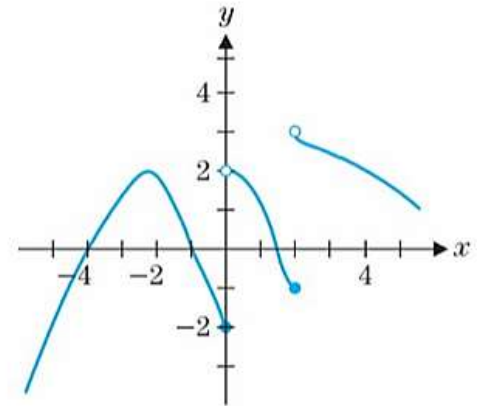
g) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$
 $f(-2) =$

h) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$

i) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$

j) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

k) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$



8.

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$
 $f(2) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

9.

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

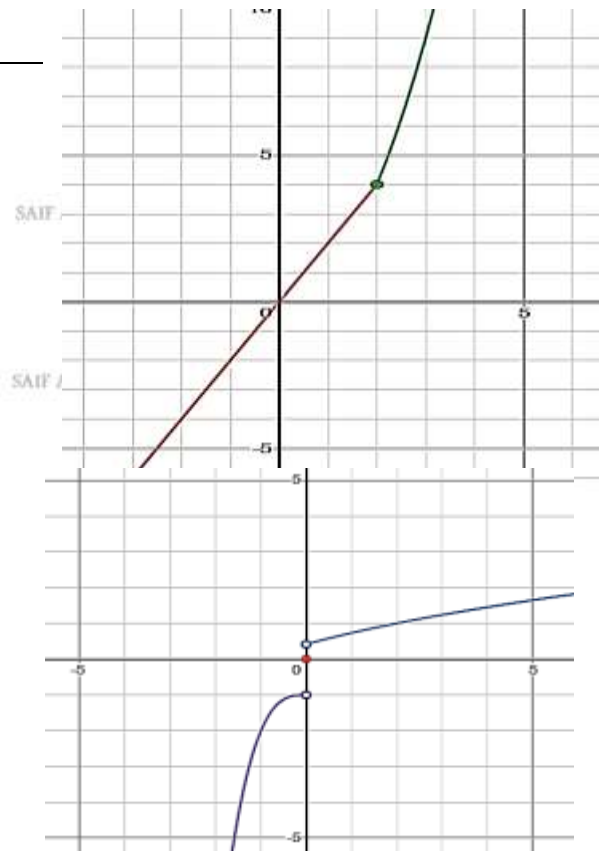
$f(0) =$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

$(g) f^{-1}(1) =$

$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)}$



(1) لتكن $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ، اكمل الجدول ، ثم خمن النهايات التالية .

x	$f(x)$
0.5	
0.9	
0.99	
0.999	

x	$f(x)$
1.5	
1.1	
1.01	
1.001	

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

SAIF ALDEEN

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

SAIF ALDEEN

استخدم الدليل العددي أو جبرياً لتصور إن كانت النهاية موجودة أم لا

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-1}{x^2}}$$

SAIF ALDEEN

$$16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$$

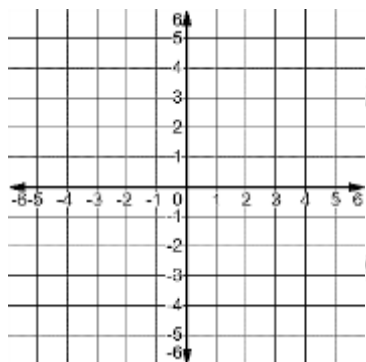
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$33. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ DNE ,}$$

$$f(-1) = 2, f(0) = -1, f(1) = 3$$

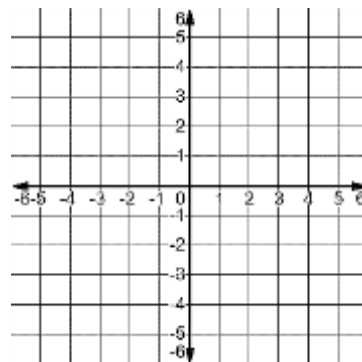


SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$34. \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

$$f(x) = 1 \text{ for } -2 \leq x \leq 1$$



ارسم التمثيل البياني لدالة بالخواص المذكورة.

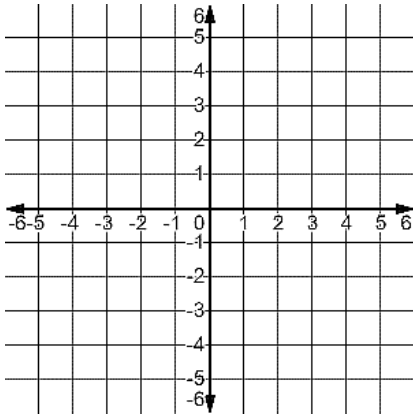
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$25. \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$$

$$f(0) = 1$$



$$26. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 2} (x) DNE$$

$$f(2) = 3, f(0) = 1$$

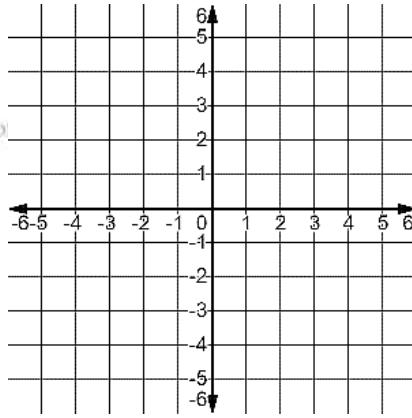
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALD

SAIF ALDEEN



)

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

المثال 2.8: تم رمي كرة بيسبول ، تتحرك يساراً و يميناً و أعلى و أسفل ، يمكن الحصول على موقع الكرة الأيمن الأيسر (بالقدم) من خلال

$$f(w) = \frac{1.7}{w} - \frac{5}{8w^2} \sin(2.72w)$$

حيث w تمثل السرعة الدورانية و كلما صغرت السرعة الدورانية كان ذلك أفضل

$$\lim_{w \rightarrow 0^+} f(w) \text{ أوجد قيمة}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

تم رمي كرة ، و يمكن تمثيل موقعها الأيمن الأيسر ، بينما تعبر قاعدة الملعب ، من خلال الدالة

$$f(w) = \frac{0.625}{w^2} \left[1 - \sin \left(2.72w + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

أوجد قيمة $\lim_{w \rightarrow 0^+} f(w)$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN