

حل علاقات التناسب

السؤال الأساسي



كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات



تناسب (proportion)
الضرب التقاطعي (cross product)

ممارسات رياضية

1, 2, 3, 4

مسائل من الحياة اليومية



عصائر الفاكهة تريد منال وبعض الأصدقاء شراء عصائر الفاكهة، ولذلك ذهبوا إلى متجر طعام صحي يعلن عن عرض لبيع مشروبين من عصير الفاكهة مقابل AED 5.

1. أملأ المربعات لكتابة نسبة تفارن بين تكلفة مشروبات عصير الفاكهة وعددها.

AED

مشروبات

2. لنفرض أن منال وأصدقائها اشتروا 6 مشروبات عصير. أكمل النسبة التي تفارن بين تكلفة مشروبات عصير الفاكهة وعددها.

AED

6 مشروبات

3. هل التكلفة تناسبية مع عدد مشروبات عصير الفاكهة بالنسبة إلى مشروبين وستة مشروبات من العصير؟ اشرح.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

⑤ استخدام أدوات الرياضيات

⑥ مراعاة الدقة

⑦ الاستفادة من البنية

⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

① المثابرة في حل المسائل

② التفكير بطريقة تجريدية

③ بناء فرضية

④ استخدام نماذج الرياضيات

المفهوم الرئيس

كتابة التناسبات وحلها

الشرح

التناسب: معادلة تنص على أن نسبتين أو معدلين مكافئان.

منطقة العمل

الصيغة الجبرية

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, b \neq 0, d \neq 0$$

الأعداد

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

لاحظ النسبة التالية.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

اضرب كلا الطرفين في db واقسم العوامل المشتركة

$$\frac{a}{b} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} d = \frac{c}{d} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} b$$

حوّل إلى أبسط صورة

$$ad = bc$$

يُطلق على نواتج ضرب ad و bc اسم **الضرب التقاطعي** لهذا التناسب. ويكون ناتج الضرب التقاطعي لأي تناسب متساوياً.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8 \times 3}{6 \times 4} = \frac{24}{24}$$

مثال



1. بعد ساعتين، ارتفعت درجة حرارة الهواء بمقدار 7°F . اكتب تناسباً وحله لحساب الهدّة الزمنية التي تستغرقها درجة الحرارة بهذا المعدل لكي ترتفع 13°F إضافية.

اكتب تناسباً. لنفرض أن t تمثل الوقت بالساعات.

$$\begin{array}{lcl} \text{درجة الحرارة} & \rightarrow & \frac{7}{2} = \frac{13}{t} \\ \text{الوقت} & \rightarrow & \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{درجة الحرارة} \\ \leftarrow \text{الوقت} \end{array}$$

احسب نواتج الضرب التقاطعي.

$$7 \times t = 2 \times 13$$

اضرب

$$7t = 26$$

اضرب كلا الطرفين في 7.

$$\frac{7t}{7} = \frac{26}{7}$$

حوّل إلى أبسط صورة.

$$t \approx 3.7$$

ستستغرق درجة الحرارة 3.7 ساعة لكي ترتفع بمقدار 13°F إضافية.

اكتب
الحل
هنا.

a. _____

b. _____

c. _____

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $\frac{x}{4} = \frac{9}{10}$

b. $\frac{2}{34} = \frac{5}{y}$

حل كلاً من التناسبات التالية.

c. $\frac{7}{3} = \frac{n}{21}$

مثال



2. إذا كانت نسبة المتبرعين بالدم من أصحاب الفصيلة O إلى المتبرعين من أصحاب فصائل الدم الأخرى تساوي 37:34، فكم عدد المتبرعين من أصحاب فصيلة الدم O من بين 300 متبرع؟

$$\frac{37}{80} = \frac{37}{43 + 37} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{المتبرعون بفصيلة الدم O} \\ \text{إجمالي المتبرعين} \end{array}$$

اكتب تناسباً. لنفرض أن t تمثل عدد المتبرعين بالدم من أصحاب الفصيلة O.

$$\begin{array}{l} \text{المتبرعون بفصيلة الدم O} \rightarrow \frac{t}{300} = \frac{37}{80} \quad \leftarrow \text{المتبرعون بفصيلة الدم O} \\ \text{إجمالي المتبرعين} \rightarrow \end{array}$$

$$37 \times 300 = 80t \quad \text{احسب نواتج الضرب التقاطعي}$$

$$11,100 = 80t \quad \text{اضرب.}$$

$$\frac{11,100}{80} = \frac{80t}{80} \quad \text{اقسم كلا الطرفين على 80}$$

$$138.75 = t \quad \text{حوّل إلى أبسط صورة}$$

سيكون هناك حوالي 139 متبرعاً بالدم من الفصيلة O.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. نسبة طلاب الصف السابع إلى طلاب الصف الثامن في دوري كرة القدم هي 17:23. إذا كان إجمالي عدد الطلبة 200 طالب، فكم عدد طلاب الصف السابع؟

b. _____

استخدام معدل الوحدة

يمكنك أيضاً استخدام معدل الوحدة لكتابة معادلة تعبر عن العلاقة بين كميتين متناسبتين.

أمثلة



3. اشترت فاطمة 6 علب من الزبادي مقابل AED 7.68. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد علب الزبادي y . كم المبلغ الذي دفعته فاطمة مقابل 10 علب من الزبادي بهذا المعدل نفسه؟

احسب معدل الوحدة بين التكلفة وعلب الزبادي.

$$\frac{\text{التكلفة بالدرهم}}{\text{علب الزبادي}} = \frac{7.68}{6} = \text{AED 1.28 لكل علبة}$$

تساوي التكلفة AED 1.28 مضروبة بعدد علب الزبادي.

$$c = 1.28y \quad \text{لنفرض أن } c \text{ تمثل التكلفة. لنفرض أن } y \text{ تمثل عدد علب الزبادي}$$

$$= 1.28(10) \quad \text{استبدل } y \text{ بالرقم 10.}$$

$$= 12.8 \quad \text{اضرب.}$$

تكلفة 10 علب زبادي تساوي AED 12.80.

4. اشترت ريهام 8 جالونات من البنزين مقابل AED 31.12. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد جالونات البنزين g . كم المبلغ الذي دفعته ريهام مقابل 11 جالوناً من البنزين بهذا المعدل نفسه؟ احسب معدل الوحدة بين التكلفة والجالونات.

$$\frac{\text{التكلفة بالدرهم}}{\text{البنزين بالجالونات}} = \frac{31.12}{8} = \frac{\text{AED } 3.89}{1} \text{ للجالون}$$

تساوي التكلفة AED 3.89 مضروبة بعدد الجالونات.

$$c = 3.89g$$

لنفرض أن c تمثل التكلفة. لنفرض أن g تمثل عدد الجالونات.

$$= 3.89(11)$$

استبدل g بالرقم 11.

$$= 42.79$$

اضرب.

تكلفة 11 جالوناً من البنزين هي AED 42.79.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. كتبت سمية صفتين في 15 دقيقة. اكتب معادلة تربط بين عدد الدقائق m وعدد الصفحات p التي كتبت. كم المدة الزمنية التي تستغرقها كتابة 10 صفحات بهذا المعدل؟



e. _____

تمرين موجه

حل كلاً من التناسبات التالية. (المثالان 1 و 2)

1. $\frac{k}{7} = \frac{32}{56}$ $k = \frac{32 \times 7}{56}$
 $k = 4$

2. $\frac{3.2}{9} = \frac{n}{36}$ $n = \frac{3.2 \times 36}{9}$
 $n = 12.8$

3. $\frac{41}{x} = \frac{5}{2}$ $x = \frac{41 \times 2}{5}$
 $x = 16.4$

4. تكسب إيمان AED 28.50 مقابل التدريس لمدة 3 ساعات. اكتب معادلة تربط بين ما تكسبه m وعدد الساعات h التي تدرس فيها. لنفترض أن الحالة تناسبية، كم ستكسب إيمان من التدريس لمدة ساعتين؟ ولمدة 4 ساعات ونصف؟ (المثالان 3 و 4)

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لحل التناسبات؟
 ضع علامة في المربع المناسب.

😊 😐 😞

□ □ □ □ □

حان وقت تحديث مطوبتك! **مطوياتي**

$$\frac{28.5}{3} = \frac{m}{h} \Rightarrow m = \frac{28.5h}{3} \Rightarrow m = 9.5h$$

$$m = 9.5[2] = 19 \text{ درهم}$$

$$m = 9.5[4.5] = 42.75 \text{ درهم}$$

تمارين ذاتية

حل كلاً من التناسبات التالية. (المثالان 1 و 2)

1. $\frac{1.5}{6} = \frac{10}{p}$ $p = \frac{6 \times 10}{1.5}$

$p = 40$

2. $\frac{44}{p} = \frac{11}{5}$ $p = \frac{44 \times 5}{11}$

$p = 20$

3. $\frac{2}{w} = \frac{0.4}{0.7}$ $w = \frac{2(0.7)}{0.4}$

$w = 3.5$

لنفرض أن الحالات تناسبية. اكتب وحل باستخدام التناسب. (المثالان 1 و 2)

5. خلطت منى 3 أونصات من الدهان الأزرق مع أونصتين من الدهان الأصفر. وقررت تجهيز 20 أونصة من الدهان من نفس الخليط. كم عدد أونصات الدهان الأصفر التي ستحتاجها منيرة لإعداد الخليط الجديد؟

$$\frac{3 \text{ الأزرق}}{2 \text{ الأصفر}} = \frac{12 \text{ الأزرق}}{8 \text{ الأصفر}} \Rightarrow 20$$

الإجابة: 8 أونصات صفراء

4. دفع يوسف AED 1.12 مقابل 12 بيضة في متجر البقالة المحلي. حدد تكلفة 3 بيضات.

$$\frac{1.12 \text{ درهم}}{12 \text{ بيضة}} = \frac{x}{3}$$

$$x = \frac{1.12 \times 3}{12} = 0.28 \text{ درهم}$$

لنفرض أن الحالات تناسبية. استخدم معدل الوحدة لكتابة معادلة ثم حلها. (المثالان 3 و 4)

7. دفع السيد خالد AED 2.50 مقابل 5 أرطال من الموز. اكتب معادلة تربط بين التكلفة c وعدد أرطال الموز p . كم سيدفع السيد خالد مقابل 8 أرطال من الموز؟

$$\frac{2.50}{5} = \frac{c}{p} \Rightarrow c = \frac{2.50p}{5}$$

$$c = 0.50p$$

$$c = 0.50(8) = 4 \text{ درهم}$$

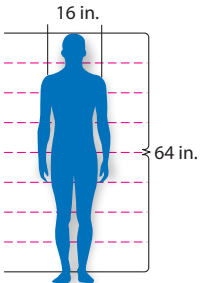
6. يمكن أن تسير سيارة مسافة قدرها 476 ميلاً باستخدام 14 جالوناً من البنزين. اكتب معادلة تربط بين المسافة d وعدد جالونات البنزين g . كم عدد جالونات البنزين التي تحتاجها السيارة للسير مسافة 578 ميلاً.

$$\frac{476 \text{ ميل}}{14 \text{ جالون}} = \frac{d}{g} \Rightarrow d = \frac{476g}{14}$$

$$578 = 34g \Rightarrow g = \frac{578}{34} = 17 \text{ جالوناً}$$

8. إذا بلغ طول رجل 64 بوصة، فسيكون عرض كتفها 16 بوصة.

اكتب معادلة تربط بين الطول h والعرض w . احسب طول رجل يبلغ عرض كتفها 18.5 بوصة.



$$\frac{64 \text{ طول}}{16 \text{ عرض}} = \frac{h}{w} \Rightarrow h = \frac{64w}{16} \Rightarrow h = 4w$$

$$h = 4(18.5) = 74 \text{ in}$$

9. في متنزه الترفيه، ركب 360 زائرًا قطار الملاهي خلال 3 ساعات. اكتب تناسبًا وحله لحساب عدد الزائرين بهذا المعدل الذين سيركبون قطار الملاهي خلال 7 ساعات. (المثالان 3 و 4)

الأوزان على كواكب مختلفة الوزن على كوكب الأرض = 120 رطلاً	
عطارد	45.6 رطلاً
الزهرة	109.2 رطلاً
أورانوس	96 رطلاً
المشتري	304.8 رطلاً

10. **التفكير بطريقتة تجريدية** استخدم جدولاً لكتابة نسبة تربط بين الأوزان على كوكبين. ثم احسب الوزن المفقود.
- قرب إلى أقرب جزء من عشرة.
- a. كوكب الأرض: 90 رطلاً؛ كوكب الزهرة: رطلاً
- b. كوكب عطارد: 55 رطلاً؛ الأرض: رطلاً
- c. المشتري: 350 رطلاً؛ أورانوس: رطلاً
- d. كوكب الزهرة: 115 رطلاً؛ كوكب عطارد: رطلاً

مهارات التفكير العليا

11. **تبرير الاستنتاجات** يستلزم إعداد مشروب مخفف توفر نسبة من المسحوق والماء تساوي 1:8. في حالة توفر 32 كوبًا من المسحوق، كم العدد الإجمالي لأكواب الماء المطلوبة؟ اشرح استنتاجك.

المثابرة في حل المسائل حل كل المعادلات.

12. $\frac{2}{3} = \frac{18}{x+5}$ _____

13. $\frac{x-4}{10} = \frac{7}{5}$ _____

14. $\frac{4.5}{17-x} = \frac{3}{8}$ _____

المساحة (الوحدات ²)	العرض	الطول	المستطيل
36	12	3	A
36	6	6	B
36	4	9	C

15. **تبرير الاستنتاجات** تبلغ مساحة مستطيل 36 وحدة مربعة. بما أن الطول والعرض يتغيران، ماذا تعرف عن ناتج ضربهما؟ هل الطول تناسب مع العرض؟ برّر استنتاجك.

تمرين إضافي

حل كلاً من التناسبات التالية.

16. $\frac{x}{13} = \frac{18}{39}$ $x =$ _____

$x \times 39 = 13 \times 18$

مساعدة الواجب المنزلي

$39x = 234$

$\frac{39x}{39} = \frac{234}{39}$

$x = 6$

17. $\frac{6}{25} = \frac{d}{30}$ $d = \frac{6 \times 30}{25}$

$d = 7.2$

18. $\frac{2.5}{6} = \frac{h}{9}$ $h = \frac{2.5 \times 9}{6}$

$h = 3.75$

لنفرض أن هذه المواقف تناسبية. اكتب وحل باستخدام التناسب.

19. في مقابل كل شخص مُصاب بالإنفلونزا، يوجد 6 أشخاص لديهم أعراض تشبه الإنفلونزا. إذا كان هناك 30 طالباً في فصل دراسي، أديهم اليمنى. تنبأ بعدد الطلاب الذين يستخدمون أيديهم اليمنى.

20. في مقابل كل شخص مُصاب بالإنفلونزا، يوجد 6 أشخاص لديهم أعراض تشبه الإنفلونزا. إذا فحص الطبيب 40 مريضاً، فحدد بالتقريب كم عدد المرضى الذين تتوقع أن يكون لديهم أعراض تشبه الإنفلونزا فقط.

21. تدخر رنا المال من وظيفة تدريس. بعد الأسابيع الثلاثة الأولى، ادخرت AED 135. لتفرض أن الحالة تناسبية. استخدم معدل الوحدة لكتابة معادلة تربط بين المبلغ المُدخر s وعدد الأسابيع w التي عملت فيها. بهذا المعدل، كم ستدخر رنا بعد ثمانية أسابيع؟

22. **م. وضع تنبؤ** يساوي حد السرعة 100 كيلومتر في الساعة (kph) 62 ميلاً في الساعة (mph) تقريباً. اكتب معادلة تربط بين الكيلومترات في الساعة k والأميال في الساعة m . ثم تنبأ بالمقاييس التالية. قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

a. حد السرعة بالميل في الساعة لحد سرعة يصل إلى 75 كيلومتراً في الساعة

b. حد السرعة بالكيلومتر في الساعة لحد سرعة يصل إلى 20 ميلاً في الساعة