

النسب المثلثية والمتطابقات المهمة

Khateebacademy.com

Khateebacademy.com

متطابقات المقلوب

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

محمد عمر الخطيب

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

محمد عمر الخطيب

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

متطابقات فيثاغورس

$$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$$

متطابقات الزوايا المتممة

$$\sin \theta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\tan \theta = \cot \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\sec \theta = \csc \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\cos \theta = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\cot \theta = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\csc \theta = \sec \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

متطابقات المجموع والفرق

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\csc^{-1} x = \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right), \quad \sec^{-1} x = \cos^{-1} \left(\frac{1}{x} \right), \quad \cot^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$$



ملحوظة مهمة

<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $[-1, 1]$ Period: 2π</p> <p>$f(x) = \sin x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $[-1, 1]$ Period: 2π</p> <p>$f(x) = \cos x$</p>	<p>Domain: $\left(k - \frac{1}{2}\pi, k + \frac{1}{2}\pi \right)$ Range: $(-\infty, \infty)$ Period: π</p> <p>$f(x) = \tan x$</p>
<p>Domain: $((k-1)\pi, k\pi)$ Range: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$</p> <p>$f(x) = \csc x = \frac{1}{\sin x}$</p>	<p>Domain: $\left(k - \frac{1}{2}\pi, k + \frac{1}{2}\pi \right)$ Range: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$</p> <p>$f(x) = \sec x = \frac{1}{\cos x}$</p>	<p>Domain: $((k-1)\pi, k\pi)$ Range: $(-\infty, \infty)$</p> <p>$f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x}$</p>
<p>Domain: $[-1, 1]$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$</p> <p>$f(x) = \sin^{-1} x$ $f(x) = \arcsin x$</p>	<p>Domain: $[-1, 1]$ Range: $[0, \pi]$</p> <p>$f(x) = \cos^{-1} x$ $f(x) = \arccos x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$</p> <p>$f(x) = \tan^{-1} x$ $f(x) = \arctan x$</p>
<p>Domain: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], y \neq 0$</p> <p>$f(x) = \csc^{-1} x$ $f(x) = \text{arc csc } x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ Range: $[0, \pi], y \neq \frac{\pi}{2}$</p> <p>$f(x) = \sec^{-1} x$ $f(x) = \text{arc sec } x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $(0, \pi)$</p> <p>$f(x) = \cot^{-1} x$ $f(x) = \text{arc cot } x$</p>

$\frac{3\pi}{2}$ أو $\theta = 270^\circ$
راديان

$\theta = 180^\circ = \pi$
راديان

$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$
راديان

$\theta = 0^\circ = 0$
راديان

يمكن ايجاد الزاوية التابعه θ' لزاوية المرجع(الاساسية) θ حسب الربع

$$\theta = \pi - \theta'$$

الربع الثاني
QII

$\sin \theta: +$
 $\cos \theta: -$
 $\tan \theta: -$

الربع الثالث
QIII

$\sin \theta: -$
 $\cos \theta: -$
 $\tan \theta: +$

الربع الأول
QI

$\sin \theta: +$
 $\cos \theta: +$
 $\tan \theta: +$

الربع الرابع
QIV

$\sin \theta: -$
 $\cos \theta: +$
 $\tan \theta: -$

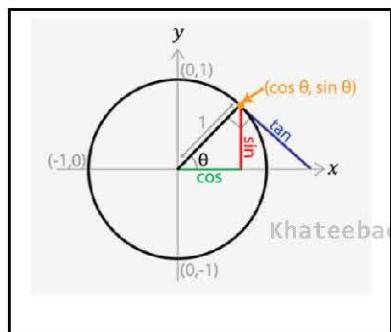
$$\theta = \theta'$$

نظام الاشارات

A S T C

$$\theta = \pi + \theta'$$

$$\theta = 2\pi - \theta'$$



$$x = r \cos \theta$$

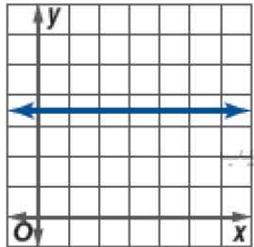
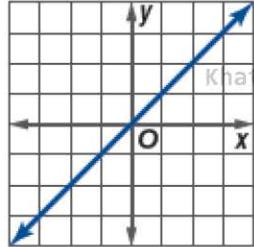
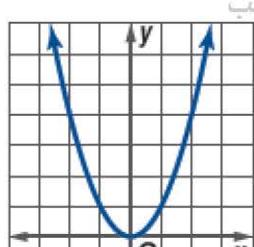
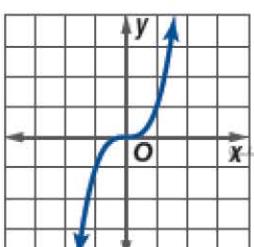
$$y = r \sin \theta$$

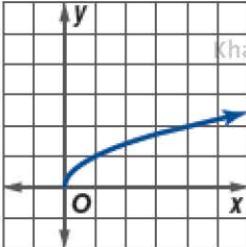
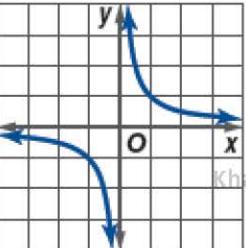
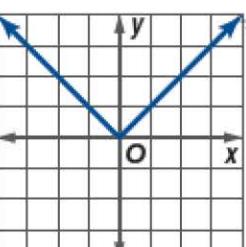
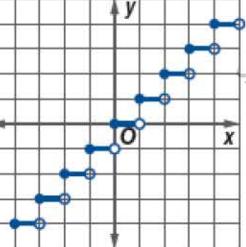
دائرة الوحدة

الوحدة الأولى : تمهيدات

/// الدرس الخامس : تحويلات الدوال

الدوال الأساسية

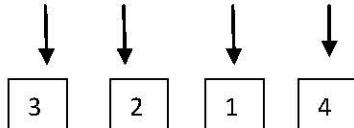
نوع الدالة	محور التنازلي	السلوك الطرفي	مدى الدالة	مجال الدالة	التمثيل البياني	اسم الدالة
دالة زوجية	محور الصادات	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = c$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = c$	$\{c\}$	R		الدالة ثابتة $f(x) = c$
دالة فردية	نقطة الأصل	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	R	R		الدالة المحايدة $f(x) = x$
دالة زوجية	محور الصادات	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	$[0, \infty)$	R		الدالة التربيعية $f(x) = x^2$
دالة فردية	نقطة الأصل	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	R	R		الدالة التكعيبية $f(x) = x^3$

نوع الدالة	محور التنازلي	السلوك الطرفي	مدى الدالة	مجال الدالة	التمثيل البياني	اسم الدالة
غير ذلك	لا يوجد	من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	[0, ∞)	[0, ∞)		دالة الجذر التربيعية $f(x) = \sqrt{x}$
فردية	نقطة الاصل	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	$R / \{0\}$	$R / \{0\}$		دالة المقلوب $f(x) = \frac{1}{x}$
زوجية	محور الصادات	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	[0, ∞)	R		دالة القيمة المطلقة $f(x) = x $
غير ذلك	لا يوجد	من جهة اليسار $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ من جهة اليمين $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$	\mathbb{Z}	R		دالة أكبر عدد صحيح $f(x) = [x]$

(1) الأزاحات الأفقية والرأسمية

محمد عمر الخطيب
اولويات التحويلات الهندسية

$$y = a f(b(x + c)) + d$$



3

2

1

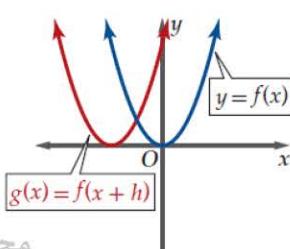
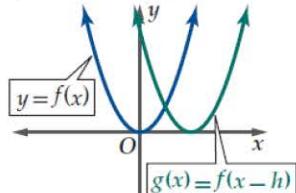
4

الانسحاب الرأسى والانسحاب الأفقي

الانسحاب الأفقي

منحنى $y = f(x)$ هو منحنى $g(x) = f(x - h)$ مزاحاً:
• $h > 0$ من الوحدات إلى اليمين عندما $h > 0$.

محمد عمر الخطيب
• $|h|$ من الوحدات إلى اليسار عندما $h < 0$.

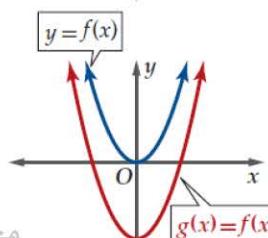
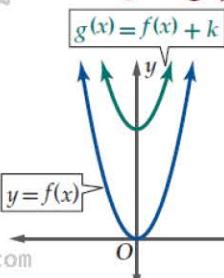


محمد عمر الخطيب

التأثير على x على بالجمع والطرح

الانسحاب الرأسى

منحنى $y = f(x)$ هو منحنى $g(x) = f(x) + k$ مزاحاً:
• $k > 0$ وحدة إلى أعلى عندما $k > 0$.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

التأثير على y بالجمع والطرح

2) الانعكاس في المحاور الأفقيه والرأسمية

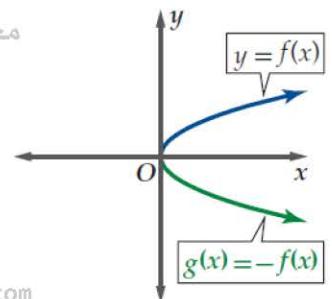
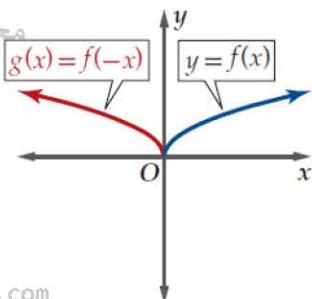
الانعكاس حول المحورين الإحداثيين

الانعكاس حول المحور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس
لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y .

الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى
الدالة $f(x)$ حول المحور x .



الوحدة الرابعة : تطبيقات الاشتقة // الدرس الأول : التقريبات الخطية وطريقة نيوتن

قواعد الاشتقاء (مراجعة من الفصل الأول)

#	الدالة	محمد عمر الخطيب	#	الدالة	محمد عمر المشتقه
1	c	0	15	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
2	x^n	nx^{n-1}	16	$\log_a(f)$	$\frac{f'}{f \times \ln a}$
3	$f \pm g$	$f' \pm g'$	17	$\sin x$	$\cos x$
4	$c \times f$	$c \times f'$	18	$\cos x$	$-\sin x$
5	$f \times g$	$f \times g' + g \times f'$	19	$\tan x$	$\sec^2 x$
6	$\frac{f}{g}$	$\frac{g \times f' - f \times g'}{g^2}$	20	$\cot x$	$-\csc^2 x$
7	$\frac{c}{g}$	$\frac{-c \times g'}{g^2}$	21	$\sec x$	$\sec x \tan x$
8	\sqrt{f}	$\frac{f'}{2\sqrt{f}}$	22	$\csc x$	$-\csc x \cot x$
9	$(f)^n$	$n(f)^{n-1} \times f'$	23	$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10	$(f \circ g)(x)$	$f'(g(x)) \times g'(x)$	24	$\cos^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
11	$y = f(u)$ $u = g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$	25	$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
12	$g = f^{-1}(x)$	$\frac{1}{f'(g(x))}$	26	$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$
13	a^f	$a^f \times f' \times \ln a$	27	$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}$
14	e^f	$e^f \times f'$	28	$\csc^{-1} x$	$\frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}$

ملاحظة: راجع قواعد الاشتقاق

(1) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$

$* \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c$

(2) $\int \sin x dx = -\cos x + c$

$* \int \sin kx dx = -\frac{\cos kx}{k} + c$

(3) $\int \cos x dx = \sin x + c$

(4) $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$

(5) $\int \csc^2 x dx = -\cot x + c$

(6) $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$

(7) $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + c$

(8) $\int e^x dx = e^x + c$

$* \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$

(9) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

$* \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

(10) $\int \frac{1}{x^2+1} dx = \tan^{-1} x + c$

$* \int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$

(11) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$

$* \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

(12) $\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$

م Xiaoax اء التكامل غير المحدود

(1) $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$

يتوزع التكامل على

(2) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

الجمع والطرح ولا يتوزع

على القسمة والضرب

قبل البدأ بالتكامل... أسئل نفسك

(1) هل الدالة التي نريد ايجاد تكاملها هي ناتج جمع او طرح حدود وكل حدد قابل للتكامل

(2) هل الدالة التي نريد ايجاد تكاملها هي ناتج ضرب او قسمة ويمكن تحويلها الى جمع او طرح حدود وكل حدد قابل للتكامل

(1) خاصية التوزيع

$$\int_a^b (m f(x) + k g(x)) dx = m \int_a^b f(x) dx + k \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

(2) خاصية التكامل على نقطة

$$\int_a^b c dx = c(b - a)$$

(3) خاصية الثابت

$$\int_a^a f(x) dx = - \int_b^b f(x) dx$$

(4) خاصية الترتيب

(5) خاصية الاضافة (تكامل الدوال المتفرعة)

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

(6) خاصية السيادة اذا كانت $f(x) \geq g(x)$ لـ كل x على الفترة $[a,b]$ فـ ان

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

(7) خاصية الاحاطة اذا كانت القيمة العظمى المطلقة للدالة $f(x)$ على الفترة $[a,b]$ هي

$\text{Min}(f)$ والقيمة الصغرى المطلقة للدالة $f(x)$ على الفترة $[a,b]$ هي $\text{Max}(f)$

$$(b-a)\text{Min}(f) \leq \int_a^b f(x) dx \leq (b-a)\text{Max}(f)$$