

رسم وج - د مساحة المنطقة التي تحدّد بها تقاطعات المحنّيات.

5.  $y = x^2 - 1, y = 7 - x^2$

$$\int_{-2}^2 [7 - x^2 - (x^2 - 1)] dx$$

6.  $y = x^2 - 1, y = \frac{1}{2}x^2$

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left[ \frac{x^2}{2} - (x^2 - 1) \right] dx$$

$$7. \ y = x^3, \ y = 3x + 2$$

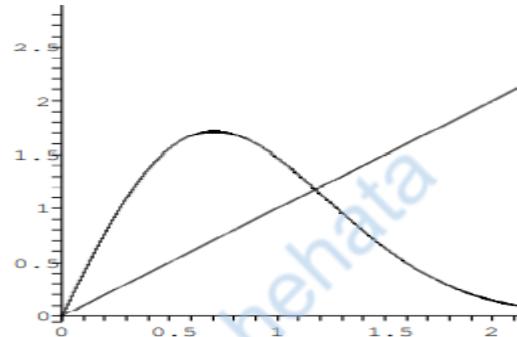
$$\int_{-1}^2 (3x + 2 - x^3) dx$$

$$8. \ y = \sqrt{x}, \ y = x^2$$

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

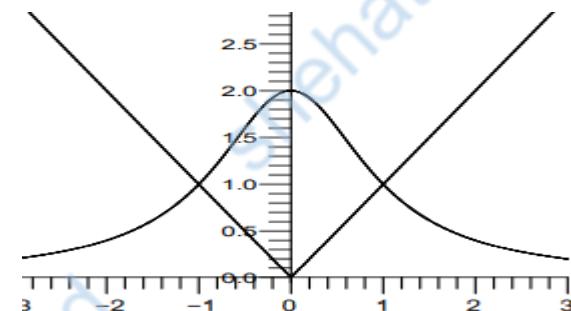
$$9. \ y = 4xe^{-x^2}, y = |x|$$

$$\int_0^{\sqrt{\ln 4}} (4xe^{-x^2} - x) dx$$



$$10. \ y = \frac{2}{x^2 + 1}, y = |x|$$

$$\int_{-1}^0 \left( \frac{2}{x^2 + 1} + x \right) dx$$



رسم وج - د مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة.

كتابة المساحة كتكامل واحد

$$\int_0^1 [(2-y) - y] dy$$

19.  $y = x, y = 2 - x, y = 0$

20.  $y = x, y = 2, y = 6 - x, y = 0$

$$\int_0^2 [(6-y) - y] dy$$

$$22. \quad x = 3y, x = 2 + y^2$$

$$\int_1^2 [3y - (2 + y^2)] dy$$

$$24. \quad x = y^2, x = 4$$

$$\int_{-2}^2 (4 - y^2) dy$$

→ د حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي  $A(x)$

1.  $A(x) = x + 2, -1 \leq x \leq 3$

$$\int_{-1}^3 (x + 2)dx$$

2.  $A(x) = 10e^{0.01x}, 0 \leq x \leq 10$

$$\int_0^{10} 10e^{0.01x}dx$$

3.  $A(x) = \pi(4 - x)^2, 0 \leq x \leq 2$

$$\pi \int_0^2 (4 - x)^2 dx$$

4.  $A(x) = 2(x + 1)^2, 1 \leq x \leq 4$

$$\int_1^4 2(x + 1)^2 dx$$

. احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المخطقة المذكورة حول المستقيم المذكور.

17. المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 0$ ,  $y = 0$  و  $y = 2 - x$  حول

(a) المحور  $x$ :

$$\pi \int_0^2 (2-x)^2 dx$$

(b)  $y = 3$

$$\pi \int_0^2 [3^2 - \{3 - (2-x)\}^2] dx$$

18. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$ ,  $y = 4 - x^2$  حول

(a) المحور  $x$ :

$$\pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} [(4 - x^2)^2 - (x^2)^2] dx$$

$y = 4$  (b)

$$(b) V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (4 - x^2)^2 - (x^2)^2 dx$$

المحور  $y$ :

19. المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 0$  و  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2$  حول

$$\pi \int_0^2 (y^2)^2 dy$$

$$\pi \int_0^2 (4)^2 dy - \pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$$

$$y = 4 \text{ (b)}$$

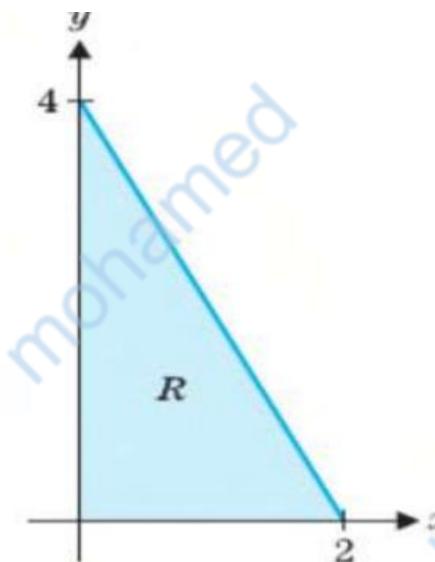
20. المنطقة A المحدودة بواسطة  $x = y^2$  و  $y = x^2$  حول المحور  $y$ :

$$\pi \int_0^1 (\sqrt{y})^2 dy - \pi \int_0^1 (y^2)^2 dy$$

$$x=1 \text{ (b)}$$

$$\pi \int_0^1 (1 - y^2)^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{y})^2 dy$$

25. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 4 - 2x$  والمحور  $x$  والمحور  $y$ . احسب حجم المجسم الذي تكُّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.



$$V = \int_0^4 \pi \left( \frac{4-y}{2} \right)^2 dy$$

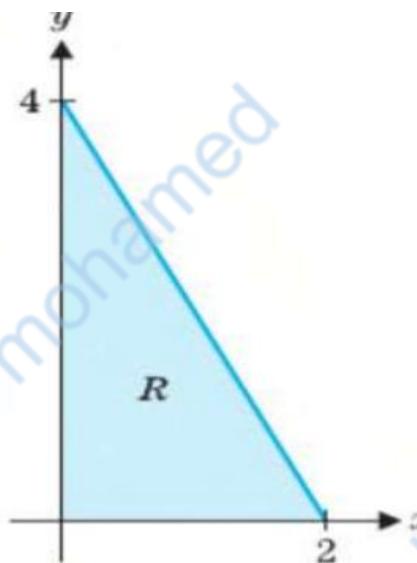
$$V = \int_0^2 \pi (4-2x)^2 dx$$

$$V = \int_0^2 \pi(4)^2 dx - \int_0^2 \pi(2x)^2 dx$$

(a) المحور  $y$

(b) المحور  $x$

$y = 4$  (c)



25. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 4 - 2x$  والمحور  $x$  والمحور  $y$ . احسب حجم المجرة الذي تكفل من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

$$V = \int_0^2 \pi(8 - 2x)^2 dx - \int_0^2 \pi(4)^2 dx$$

$$y = -4 \text{ (d)}$$

$$V = \int_0^4 \pi(2)^2 dy - \int_0^4 \pi\left(\frac{y}{2}\right)^2 dy$$

$$x = 2 \text{ (e)}$$

$$V = \int_0^4 \pi\left(\frac{8-y}{2}\right)^2 dy - \int_0^4 \pi(2)^2 dy$$

$$x = -2 \text{ (f)}$$

27. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$ ,  $y = 0$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

(a) المحور  $y$

$$(a) V = \int_0^1 \pi(1)^2 dy - \int_0^1 \pi(\sqrt{y})^2 dy$$

(b) المحور  $x$

$$(b) V = \int_0^1 \pi(x^2)^2 dx$$

$$V = \int_0^1 \pi(1 - \sqrt{y})^2 dy$$

$x = 1$  (c)

27. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$ ,  $y = 0$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

$$y = 1 \text{ (d)}$$

$$\int_0^1 \pi(1)^2 dx - \int_0^1 \pi(1-x^2)^2 dx$$

$$x = -1 \text{ (e)}$$

$$V = \int_0^1 \pi(2)^2 dy - \int \pi(1 + \sqrt{y})^2 dy$$

$$y = -1 \text{ (f)}$$

$$\int_0^1 \pi(x^2 + 1)^2 dx$$

28. لتكن  $R$  هي المذكورة طقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ,  $y = -x$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور

(a) المحور  $x$

$$V = \int_0^1 \pi x^2 dx$$

(b) المحور  $y$

$$V = \int_{-1}^0 \pi [1 - (1 + y)^2] dy$$

28. لتكن  $R$  هي المذكورة طقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ,  $y = -x$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

$$(c) V = \int_0^1 \pi [(1+x)^2 - (1-x)^2] dx$$

$y = 1$  (c)

$$V = \int_0^1 \pi [(1+x)^2 - (1-x)^2] dx$$

$y = -1$  (d)

في التمارين 1-8 ، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد  
نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

$$V = \int_{-1}^1 2\pi(2-x)x^2 dx$$

1. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  والمحور  $x$ .  
 $x = 2$  حول  $-1 \leq x \leq 1$

$$V = \int_{-1}^1 2\pi(2+x)x^2 dx$$

2. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  والمحور  $x$ .  
 $x = -2$  حول  $-1 \leq x \leq 1$

في التمارين 8-1 ، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

- .3 يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x = 1$  و  $y = -x$  ،  $y = x$  حول المحور  $\text{y}$

$$V = \int_0^1 2\pi x(2x)dx$$

$$V = \int_0^1 2\pi(2-x)(2x)dx$$

$$V = \int_0^4 2\pi x \sqrt{x^2 + 1} dx$$

- .4 يتم دوران الـ منطقة المحدودة بواسطة  $x = 1$  و  $y = -x$  ،  $y = x$  حول  $x = 1$

- .5 يتم دوران الـ لمنطقة المحدودة بواسطة  $y = 0$  ،  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  و  $x = 0$  حول  $x = 0$  حيث  $0 \leq x \leq 4$

.6 يتم دوران المجموعة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  و  $y = 0$  حول  $x = 2$  حيث  $-1 \leq x \leq 1$

$$V = \int_{-1}^1 2\pi (2-x) x^2 dx$$

.7 يتم دوران المجموعة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 1$  حول  $y = 2$

$$V = \int_{-1}^1 2\pi (2-y) 2\sqrt{1-y^2} dy$$

.8 يتم دوران المجموعة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 2y$  حول  $x = 4$

$$V = \int_{-2}^2 2\pi (4-y) 2\sqrt{4-y^2} dy$$

احسب طول المنحنى بدقة.

5.  $y = 2x + 1, 0 \leq x \leq 2$

6.  $y = \ln(\sec x)$  between  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

7.  $y = 4x^{3/2} + 1, 1 \leq x \leq 2$

حسب طول المنحنى بدقة.

$$8. \quad y = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x}), \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$s = \int_0^1 \sqrt{1 + (e^{2x} - e^{-2x})^2} dx$$

$$9. \quad y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2} \ln x, \quad 1 \leq x \leq 2$$

$$\frac{1}{2} \int_1^2 \left( x + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$10. \quad y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}, \quad 1 \leq x \leq 3$$

$$s = \int_1^3 \sqrt{1 + \left( \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} \right)^2} dx$$

23. عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 40 ft.

إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادله  
 $-20 \leq x \leq 20$ ،  $y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20})$  فاحسب طول الحبل.

24. عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 60 ft.

إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادله  
 $-30 \leq x \leq 30$ ،  $y = 15(e^{x/30} + e^{-x/30})$  فاحسب طول الحبل.

$$s = \int_{-30}^{30} \sqrt{1 + \left[ \frac{1}{2} (e^{x/30} - e^{-x/30}) \right]^2} dx$$

في التمارين 36-29 ، ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية.

$$2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + (2x)^2} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  ،  $0 \leq x \leq 1$  .  $y = x^2$  .29

$$S = \int_0^\pi 2\pi \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  ،  $0 \leq x \leq \pi$  .  $y = \sin x$  .30

$$2\pi \int_0^2 (2x - x^2) \sqrt{1 + (2 - 2x)^2} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  ،  $0 \leq x \leq 2$  .  $y = 2x - x^2$  .31

$$S = \int_{-2}^0 2\pi(x^3 - 4x) \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  ،  $-2 \leq x \leq 0$  .  $y = x^3 - 4x$  .32

في التمارين 36-29 ، ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية.

تم دورانها حول المحور  $x$  .33

$$2\pi \int_0^1 e^x \sqrt{1 + e^{2x}} dx \approx 22.9430$$

$$S = \int_1^2 2\pi \ln x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  .34

$$2\pi \int_0^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  .35

$$S = \int_1^2 2\pi \sqrt{x} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}} dx$$

تم دورانها حول المحور  $x$  .36

في التمارين 4-1. حدد الشروط الابتدائية  $y(0)$  و  $y'(0)$

$$y(0) = 80, y'(0) = 0$$

$$y(0) = 100, y'(0) = 0$$

$$y(0) = 60, y'(0) = 10$$

$$y(0) = 20, y'(0) = -4$$

.1. أُسقط جسم من ارتفاع 80 ft.

.2. أُسقط جسم من ارتفاع 100 ft.

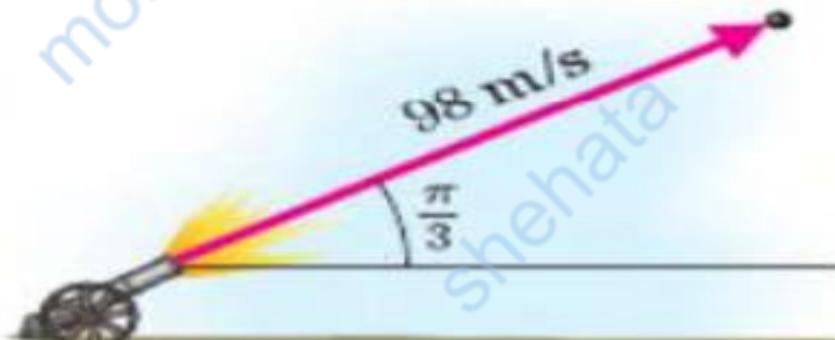
.3. أطلق جسم من ارتفاع 60 ft مع سرعة متوجهة صعوداً 10 ft/s

.4. أطلق جسم من ارتفاع 20 ft مع سرعة متوجهة نزولاً 4 ft/s

17. يطلق جسم ما بزاوية  $\theta = \pi/3$  راديان من الأفق مع سرعة ابتدائية  $98 \text{ m/s}$ . حدد زمن التحلق والمدى الأفقي. قارن مع المثال .5.4

$$t = 10\sqrt{3}.$$

$$49(10\sqrt{3})$$

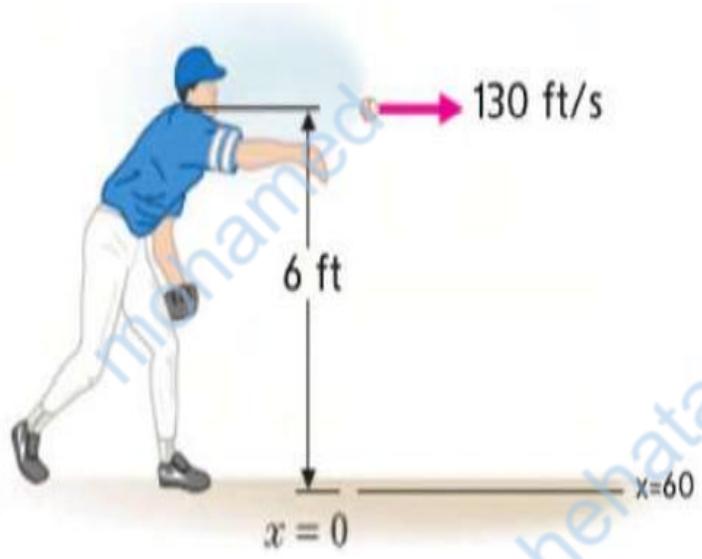


$$t = \frac{20}{4.9}$$

١٨. ج - د زمن التحليق والمدى الأفقي لجسم أطلق بزاوية  $30^\circ$  مع سرعة ابتدائية  $40 \text{ m/s}$ . كرر العملية مع زاوية  $60^\circ$ .

19. كرر المثال 5.5 مع زاوية ابتدائية  $6^\circ$ . باستخدام التجربة والخطأ.  
ج - د أصغر وأكبر زاوية ستكون عندها رمية الإرسال

.20. كرر المثال 5.5 مع سرعة ابتدائية  $170 \text{ ft/s}$ . باستخدام التجربة والخطأ. ج - د أصغر وأكبر سرعة ابتدائية ستكون عندها رمية الارسال.



21. يُطلق خوب كرَّة بِيَسْبُول الْكَرَّة أَفْقِيًّا مِنْ ارْتِفَاعٍ 6 ft مَعْ سُرْعَةٍ ابْتَدَائِيَّةٍ 130 ft/s حَدَّ ارْتِفَاعَ الْكَرَّة عِنْدَمَا تَصُلُ إِلَى الْقَاعِدَةِ الرَّئِيْسَيَّةِ عَلَى بَعْدِ 60 ft. (إِرْشَادٌ: حَدِّدْ زَمْنَ التَّحْلِيقِ مِنْ الْمُعادَلَةِ -x-. ثُمَّ اسْتَخْدِمِ الْمُعَادَلَةِ -y- لِتَحْدِيدِ الْأَرْتِفَاعِ).

22. كُرِّرَ التَّمْرِينَ 21 مَعْ سُرْعَةٍ ابْتَدَائِيَّةٍ 80 ft/s (إِرْشَادٌ: فَسَرِّ الإِجَابَةِ السَّالِبَةِ بِعُنَيْةِ).

23. يرمي لاعب بيسبول كرة باتجاه القاعدة الأولى على بعد 120 ft يطلق الكرة من ارتفاع 5 ft مع سرعة ابتدائية  $120 \text{ ft/s}$  بزاوية  $5^\circ$  أعلى الأفق. ج - د ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الأولى ..

$$3. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx, a > 0$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c, a > 0.$$

$$4. \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - a^2}} dx, a > 0$$

$$\frac{1}{|a|} \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c, a > 0.$$

$$5. \int \sin 6t dt$$

$$-\frac{1}{6} \cos(6t) + c$$

$$6. \int \sec 2t \tan 2t \, dt$$

$$\frac{1}{2} \sec 2t + c$$

$$7. \int (x^2 + 4)^2 \, dx$$

$$\frac{x^5}{5} + \frac{8}{3}x^3 + 16x + c$$

$$8. \int x(x^2 + 4)^2 \, dx$$

$$\frac{x^6}{6} + 2x^4 + 8x^2 + c$$

$$9. \int \frac{3}{16+x^2} dx$$

$$\frac{3}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} + c$$

$$10. \int \frac{2}{4+4x^2} dx$$

$$\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$$

$$14. \int \frac{4x+4}{5+2x+x^2} dx$$

$$2 \ln |4 + (x+1)^2| + c$$

$$16. \int \frac{t+1}{t^2 + 2t + 4} dt$$

$$\frac{1}{2} \ln |(t+1)^2 + 3| + c$$

$$19. \int \frac{4}{x^{1/3}(1+x^{2/3})} dx$$

$$= 6 \ln |1 + x^{2/3}| + c$$

$$20. \int \frac{2}{x^{1/4} + x} dx$$

$$\frac{8}{3} \ln |1 + x^{3/4}| + c$$

$$21. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$-2 \cos \sqrt{x} + c$$

$$22. \int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$$

$$-\sin \frac{1}{x} + c$$

$$23. \int_0^\pi \cos x e^{\sin x} dx$$

$$0$$

$$24. \int_0^{\pi/4} \sec^2 x e^{\tan x} dx$$

$$e - 1$$

$$11. \int \frac{1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$$

$$\arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$$

$$12. \int \frac{x+1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$$

$$-\sqrt{4 - (x+1)^2} + c$$

$$13. \int \frac{4}{5 + 2x + x^2} dx$$

$$2 \tan^{-1} \left( \frac{x+1}{2} \right) + c$$

$$1. \int x \cos x dx$$

$$x \sin x + \cos x + c$$

$$2. \int x \sin 4x \, dx$$

$$-\frac{1}{4}x \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c.$$

$$3. \int xe^{2x} \, dx$$

$$\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + c.$$

$$4. \int x \ln x \, dx$$

$$\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c.$$

$$5. \int x^2 \ln x \, dx$$

$$\frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + c.$$

$$6. \int \frac{\ln x}{x} \, dx$$

$$\frac{1}{2}(\ln x)^2 + c.$$

$$19. \int_0^1 x \sin 2x dx$$

$$-\frac{1}{2}x \cos 2x \Big|_0^1 - \int_0^1 \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) dx$$

$$20. \int_0^\pi 2x \cos x dx$$

$$2x \sin x \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi \sin x dx$$

$$21. \int_0^1 x^2 \cos \pi x dx$$

$$x^2 \frac{\sin \pi x}{\pi} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{\pi} 2x dx$$

$$22. \int_0^1 x^2 e^{3x} dx$$

$$\frac{x^2 e^{3x}}{3} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{e^{3x}}{3} 2x dx$$

$$23. \int_1^{10} \ln 2x dx$$

$$x \ln(2x) \Big|_1^{10} - \int_1^{10} x \frac{1}{x} dx$$

$$24. \int_1^2 x \ln x dx$$

$$\frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{2} x dx$$

$$1. \int \cos x \sin^4 x \, dx$$

$$\frac{1}{5} \sin^5 x + c$$

$$2. \int \cos^3 x \sin^4 x \, dx$$

$$\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$$

$$3. \int_0^{\pi/4} \cos 2x \sin^3 2x \, dx$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{u^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{8}$$

$$4. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^3 3x \sin^3 3x \, dx$$

$$-\frac{1}{3} \left[ \frac{u^4}{4} - \frac{u^6}{6} \right]_{\frac{-1}{\sqrt{2}}}^1$$

$$5. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x \, dx$$

$$\left( -\frac{1}{3}u^3 \right) \Big|_1^0 = \frac{1}{3}$$

$$6. \int_{-\pi/2}^0 \cos^3 x \sin x \, dx$$

-1

$$7. \int \cos^2(x+1) dx$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}(\sin 2(x+1)) + c.$$

$$8. \int \sin^4(x-3) dx$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{8}(x-3) - \frac{1}{4}\sin 2(x-3) \\ & + \frac{1}{32}\cos 4(x-3) + c. \end{aligned}$$

$$9. \int \tan x \sec^3 x \, dx$$

$$= \frac{1}{3} \sec^3 x + c$$

$$10. \int \cot x \csc^4 x \, dx$$

$$= -\frac{\cot^2 x}{2} - \frac{\cot^4 x}{4} + c$$

$$11. \int x \tan^3(x^2 + 1) \sec(x^2 + 1) dx$$

$$\frac{1}{6} \sec^3(x^2 + 1) - \frac{1}{2} \sec(x^2 + 1) + c.$$

$$12. \int \tan(2x+1) \sec^3(2x+1) dx$$

$$\frac{1}{6} \sec^3(2x+1) + c.$$

$$13. \int \cot^2 x \csc^4 x \, dx$$

$$-\frac{(\cot x)^3}{3} - \frac{(\cot x)^5}{5} + c.$$

$$14. \int \cot^2 x \csc^2 x \, dx$$

$$\frac{\cot^3 x}{3} + c.$$

$$15. \int_0^{\pi/4} \tan^4 x \sec^4 x \, dx$$

$$\frac{u^5}{5} + \frac{u^7}{7} \Big|_0^1 = \frac{12}{35}$$

$$16. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan^4 x \sec^2 x \, dx$$

$$\frac{u^5}{5} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{5}$$

$$21. \int \frac{1}{x^2 \sqrt{9-x^2}} dx$$

$$-\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + c$$

$$22. \int \frac{1}{x^2 \sqrt{16-x^2}} dx$$

$$-\frac{\sqrt{16-x^2}}{16x} + c$$

$$23. \int \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} dx$$

$$8\sin^{-1}\left(\frac{x}{4}\right) - \frac{x\sqrt{16 - x^2}}{2} + c$$

$$24. \int \frac{x^3}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

$$\frac{27}{4} \left\{ -3 \cos \left[ \sin^{-1} \left( \frac{x}{3} \right) \right] + \frac{\cos \left[ \sin^{-1} \left( \frac{x}{3} \right) \right]}{3} \right\} + c.$$

$$25. \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$\pi$

$$26. \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$$

$$-u^{1/2} \Big|_4^3 = 2 - \sqrt{3}$$

$$33. \int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx$$

$$\frac{x\sqrt{9+x^2}}{2} - \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x+\sqrt{9+x^2}}{3} \right| + c$$

$$34. \int x^3 \sqrt{8+x^2} dx$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3}(8+x^2)^{3/2} - 16\sqrt{2}(8+x^2)^{1/2} + c$$

$$35. \int \sqrt{16 + x^2} dx$$
$$\frac{1}{2}x\sqrt{16 + x^2} + 8 \ln \left| \frac{1}{4}\sqrt{16 + x^2} + \frac{x}{4} \right| + c$$

$$36. \int \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}} dx$$
$$\ln \left| \frac{x + \sqrt{4 + x^2}}{2} \right| + c$$

$$37. \int_0^1 x\sqrt{x^2 + 8} dx$$

$$\frac{1}{3}u^{3/2}\Big|_8^9 = \frac{27 - 16\sqrt{2}}{3}$$

$$38. \int_0^2 x^2 \sqrt{x^2 + 9} dx$$

$$\begin{aligned} & \frac{81}{4} \sec^3 \theta \tan \theta - \frac{81}{8} \sec \theta \tan \theta \\ & - \frac{81}{8} \ln |\sec \theta + \tan \theta| + c \end{aligned}$$

$$39. \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$\left[ \frac{\sec^3(\tan^{-1}x)}{3} - \sec(\tan^{-1}x) \right] + c.$$

$$40. \int \frac{x+1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

$$2 \sec \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) \right] \\ + \ln \left| \sec \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) \right] + \left( \frac{x}{2} \right) \right| + c.$$

$$41. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x}} dx$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x^2 + 4x)} \\ & - 2 \log \left[ (x^2 + 4x) + \sqrt{(x+2)^2 - 4} \right] + c. \end{aligned}$$

$$27. \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$$

$$\begin{aligned} & 2 \ln \left| \left( \frac{x-3}{3} \right) \right. \\ & \left. + \tan \left( \sec^{-1} \left( \frac{x-3}{3} \right) \right) \right| + c. \end{aligned}$$

$$28. \int x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$$

$$\frac{1}{5}(x^2 - 1)^{5/2} + \frac{1}{3}(x^2 - 1)^{3/2} + c$$

$$29. \int \frac{2}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$$

$$2 \ln |x + \sqrt{x^2 - 4}| + c$$

$$30. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$$

$$\sqrt{x^2 - 4} + c$$

$$31. \int \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x} dx$$

$$\sqrt{4x^2 - 9} - 9\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{3}\right) + c$$

$$32. \int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$$

$$\ln \left| \left( \frac{x}{2} \right) + \tan \left[ \sec^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) \right] \right. \\ \left. - \sin \left[ \sec^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) \right] \right| + c.$$

# جد تفكيك الكسور الجزئية والدالة

1.

$$\frac{x - 5}{x^2 - 1}$$

$$\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1}$$

2.

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 4}$$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2}$$

$$3. \frac{6x}{x^2 - x - 2}$$

$$\frac{4}{x-2} + \frac{2}{x+1}$$

$$4. \frac{3x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\frac{3/5}{x+1} + \frac{12/5}{x-4}$$

$$\frac{3}{5} \ln |x+1| + \frac{12}{5} \ln |x-4| + c$$

$$5. \frac{-x + 5}{x^3 - x^2 - 2x}$$

$$-\frac{5/2}{x} + \frac{1/2}{x-2} + \frac{2}{x+1}$$

$$6. \frac{3x + 8}{x^3 + 5x^2 + 6x}$$

$$-\frac{5}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-2| + 2 \ln|x+1| + c$$

$$7. \frac{5x - 23}{6x^2 - 11x - 7}$$

$$\frac{3}{2x + 1} - \frac{2}{3x - 7}$$

$$8. \frac{3x + 5}{5x^2 - 4x - 1}$$

$$-\frac{11/3}{5x + 1} + \frac{4/3}{x - 1}$$

$$-\frac{11}{15} \ln |5x + 1| + \frac{4}{3} \ln |x - 1| + c$$

$$9. \frac{x-1}{x^3 + 4x^2 + 4x}$$

$$-\frac{1/4}{x} + \frac{1/4}{x+2} + \frac{3/2}{(x+2)^2}$$

$$10. \frac{4x-5}{x^3 - 3x^2}$$

$$-\frac{7/9}{x} + \frac{5/3}{x^2} + \frac{7/9}{x-3}$$

$$-\frac{7/9}{\ln|x|} - \frac{5}{3} \frac{1}{x} + \frac{7}{9} \ln|x-3| + c$$

$$11. \frac{x+2}{x^3+x}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{-2x+1}{x^2+1}$$

$$12. \frac{1}{x^3+4x}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{-x}{x^2+4}$$

$$\ln|x| - \frac{1}{2}\ln(x^2+4) + c$$

**جد حلا للمعادلة التفاضلية المعطاة تتحقق الشرط الإبتدائي المشار إليه.**

1.  $y' = 4y, y(0) = 2$

$$y = 2e^{4t}.$$

2.  $y' = 3y, y(0) = -2$

$$y = -2e^{3t}.$$

$$3. \quad y' = -3y, \quad y(0) = 5$$

$$y = 5e^{-3t}.$$

$$4. \quad y' = -2y, \quad y(0) = -6$$

$$y = -6e^{-2t}.$$

$$5. \ y' = 2y, y(1) = 2$$

$$y = \frac{2}{e^2} e^{2t}.$$

$$6. \ y' = -y, y(1) = 2$$

$$y = 2e^{-t+1}.$$

$$7. \ y' = y - 50, y(0) = 70$$

$$y(t) = 20e^t + 50.$$

$$8. \ y' = -0.1y - 10, y(0) = 80$$

**28.** إذا استثمرت AED 1000 بمعدل مرباح سنوية 8%. قارن بين قيمة الاستثمار بعد عام واحد مع انواع المرباح المركبة الآتية: سنوياً، شهرياً، يومياً، مستمرة.

$$\text{Annual: } A = 1000(1 + 0.08)^1 \approx \$1080.00$$

$$\text{Monthly: } A = 1000 \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{12} \approx \$1083.00$$

$$\text{Daily: } A = 1000 \left(1 + \frac{0.08}{365}\right)^{365} \approx \$1083.28$$

$$\text{Continuous: } A = 1000e^{(0.8)1} \approx \$1083.29$$

**29.** كرر التمرين 29 لقيمة الاستثمار بعد 5 سنوات.

$$\text{Annual: } A = 1000(1 + 0.08)^5 \approx \$1469.33$$

$$\text{Monthly: } A = 1000 \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{60} \approx \$1489.85$$

$$\text{Daily: } A = 1000 \left(1 + \frac{0.08}{365}\right)^{5 \cdot 365} \approx \$1491.76$$

$$\text{Continuous: } A = 1000e^{(0.8)5} \approx \$1491.83$$

(c)

$$10,000e^{10r} = 20,000$$

30. استثمر الشخص A مبلغ 10,000 AED في عام 1990 واستثمر الشخص B مبلغ 20,000 AED في عام 2000. (a) فإذا كان معدل المرابحة السنوية لكلا الشخصين 12% (مراقبة مركبة مستمرة). فما قيم الاستثمارات في 2010؟ (b) كثر مع معدل مرابحة سنوية 4%. (c) حدد معدل المرابحة السنوية حيث يتساوى استثمار الشخص A بالضبط مع استثمار الشخص B. (إرشاد: تريد من الشخص A أن يمتلك 20,000 AED في عام 2000).

(a) Person A:

$$A = 10,000e^{12 \cdot 20} = \$110,231.76$$

Person B:

$$B = 20,000e^{12 \cdot 10} = \$66,402.34$$

(b) At 4% interest:

Person A:

$$A = 10,000e^{(0.04)20} \approx \$22,255.41$$

Person B:

$$A = 20,000e^{(0.04)10} \approx \$29,836.49$$

$$32 = y(10) = 22e^{10r}$$

$$y(20) = 22e^{20r} \approx \$46.55$$

31. اشتري أحد المؤلفين مجموعة من البطاقات التجارية لكره السلة في عام 1985 بمبلغ 34 AED. وفي عام 1995، كان "السعر الإجمالي" لهذه المجموعة AED 9800. (a) فرضا انه يوجد نسبة مئوية ثابتة للعائد على هذا الاستثمار، فجده معادلة استحقاق المجموعة عند الزمن  $t$  سنة (حيث  $t = 0$  يعني 1985). (b) عند معدل العائد هذا، فما هو المبلغ المستحق للمجموعة في 2005؟  
(c) اشتري هذا المؤلف أيضا مجموعة من بطاقات البيسبول في عام 1985. تكفلت 22 AED. في 1995، كان الربح من هذه المجموعة 32 AED. باستخدام معدل الربح هذا، ما هو الربح العائد للمجموعة في 2005؟

$$A = 34e^{\frac{1}{10} \ln\left(\frac{9800}{34}\right)t} = 34 \left(\frac{9800}{34}\right)^{t/10}$$

(b) In 2005,  $t = 20$  and

$$A = 34 \left(\frac{9800}{34}\right)^2 = \$2,824,705.88$$

32. على فرض أن قيمة أحد الأصول AED 40,000 تناقص بنسبة مئوية ثابتة 10%. جدد قيمته بعد (a) 10 سنوات: وبعد (b) 20 سنة. قارن بين هذه القيم وأحد الأصول الذي تبلغ قيمته AED 40,000 ويصبح بلا قيمة خلال 20 عاما باستخدام التناقص الخطى.

\$14,715.18

\$5,413.41

ج

دد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

$$Ae^{x^3/3+x}$$

$$5. \quad y' = (x^2 + 1)y$$

دد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

$$Ae^{x^3/3+x}$$

$$6. \quad y' = 2x(y - 1)$$

$$y = 1 + Ae^{x^2}$$

$$7. \ y' = 2x^2y^2$$

mohamed  
shehata

$$y = -\frac{1}{2x^3/3 + c}$$

$$8. \ y' = 2(y^2 + 1)$$

mohamed  
shehata

$$y = \tan(2x + c)$$

$$9. \ y' = \frac{6x^2}{y(1+x^3)}$$

$$y = \pm \sqrt{4 \ln |1+x^3| + c}$$

$$10. \ y' = \frac{3x}{y+1}$$

$$\frac{y^2}{2} + y = \frac{3}{2}x^2 + c$$

$$11. \ y' = \frac{2x}{y} e^{y-x}$$

$$-ye^{-y} - e^{-y} = -2xe^{-x} - 2e^{-x} + c.$$

$$12. \ y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x}$$

$$y = \sin[\ln(\ln x) + c]$$

$$13. \quad y' = \frac{\cos x}{\sin y}$$

$$\cos y = -\sin x + c.$$

$$14. \quad y' = x \cos^2 y$$

$$y = \tan^{-1} \left( \frac{x^2}{2} + c \right)$$

$$15. \ y' = \frac{xy}{1+x^2}$$

$$16. \ y' = \frac{2}{xy + y}$$

$$y = e^{\frac{1}{2} \ln |1+x^2| + c} = k \sqrt{1+x^2}$$

$$\frac{y^2}{2} = 2 \ln |x+1| + c$$