



almaharat  
PRIVATE SCHOOL  
مدرسة المهارات الخاصة

# فكل امتحان الثاني عشر متقدم في مادة الرياضيات الفصل الثالث 2021 - 2022

اعداد الاستاذة : حنان امل



almaharat  
PRIVATE SCHOOL  
مدرسة المهارات الخاصة

Subject	Mathematics
المادة	الرياضيات
Grade	G12
الصف	
Stream	Advanced
المسار	المتقدم
Number of Questions	25
عدد الأسئلة	
Type of Questions	MCQs
طبيعة الأسئلة	اختيار من متعدد
Marks per Question	5
الدرجات لكل سؤال	
Maximum Overall Grade*	100
العلامة القصوى الممكنة*	
Exam Duration	120 minutes
مدة الامتحان	
Mode of Implementation	SwiftAssess
طريقة التطبيق	

اعداد الاستاذة : حنان امل

*	Best 20 answers out of 25 will count. Example: 14 correct answers yield a grade of 70/100, while 20 and 23 correct answers yield a (full) grade of 100/100 each.
*	تحتسب أفضل 20 إجابة من 25. مثال: 14 إجابة صحيحة تعطي علامة 70/100 بينما 20 أو 23 إجابة صحيحة تعطي العلامة الكاملة أي 100/100.
**	Questions might appear in a different order in the actual exam.
**	قد تظهر الأسئلة بترتيب مختلف في الامتحان الفعلي.
***	As it appears in the textbook/LMS/SoW.
***	كما وردت في كتاب الطالب و LMS و الخطة الفصلية.

Question**	Learning Outcome***	Reference(s) in the Student Book	
		المرجع في كتاب الطالب	
السؤال**	ناتج التعلم***	Example/Exercise	Page
		مثال/تمرين	الصفحة

اعداد الاستاذة : حنان امل



almaharat  
PRIVATE SCHOOL  
مدرسة المهارات الخاصة

# الوحدة 6

## تطبيقات التكامل المحدود

Chap

اعداد الاستاذة : حنان امل

1	Find the area between two curves using definite integrations	(5-10)	414
	إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنين باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 5-12، ارسم وجد مساحة المنطقة التي تحدّها تقاطعات المنحنيات.

5.  $y = x^2 - 1, y = 7 - x^2$

6.  $y = x^2 - 1, y = \frac{1}{2}x^2$

1	Find the area between two curves using definite integrations	(5-10)	414
	إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنين باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 5-12، ارسم وجد مساحة المنطقة التي تحدّها تقاطعات المنحنيات.

7.  $y = x^3, y = 3x + 2$

8.  $y = \sqrt{x}, y = x^2$

1	Find the area between two curves using definite integrations	(5-10)	414
	إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنين باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 5-12، ارسم وجد مساحة المنطقة التي تحدّها تقاطعات المنحنيات.

9.  $y = 4xe^{-x^2}, y = |x|$

10.  $y = \frac{2}{x^2 + 1}, y = |x|$

2	Compute the area of a region using definite integration with y as a variable	(19,20,22,24)	414
	إيجاد مساحة منطقة كتكامل محدود بمعلومية y عوضاً عن x		

19.  $y = x, y = 2 - x, y = 0$

20.  $y = x, y = 2, y = 6 - x, y = 0$

في التمارين 19–26، ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة. اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد. تحقق من إجاباتك على التمارين 19–21 باستخدام صيغة هندسية أساسية للمساحة.



2	Compute the area of a region using definite integration with y as a variable	(19,20,22,24)	414
	إيجاد مساحة منطقة كتكامل محدود بمعلومية y عوضاً عن x		

22.  $x = 3y, x = 2 + y^2$

24.  $x = y^2, x = 4$

في التمارين 19–26، ارسم وجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات المُعطاة. اختر متغير التكامل بحيث يتم كتابة المساحة كتكامل واحد. تحقق من إجاباتك على التمارين 19–21 باستخدام صيغة هندسية أساسية للمساحة.



3	Compute volume by means of definite integration using areas of cross sections	(1-4)	429
	حساب الحجم بالتكامل المحدود مع استخدام مساحات المقاطع العرضية	Not writing exercises	

في التمارين 1-4، جـد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي  $A(x)$ .

1.  $A(x) = x + 2, -1 \leq x \leq 3$

2.  $A(x) = 10e^{0.01x}, 0 \leq x \leq 10$

3.  $A(x) = \pi(4 - x)^2, 0 \leq x \leq 2$

4.  $A(x) = 2(x + 1)^2, 1 \leq x \leq 4$

4	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks	(17a,19a,25a+b)	430
	إيجاد حجم مجسم غير مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأقراص الدائرية	(27b+c,28a)	431

في التمارين 17-20، احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران المنطقة المذكورة حول المستقيم المذكور.

17. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 0$ ,  $y = 2 - x$  و  $x = 0$  حول المحور  $x$ ; (a)  $y = 3$  (b)

4	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks	(17a,19a,25a+b)	430
	إيجاد حجم مجسم غير مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأقراص الدائرية	(27b+c,28a)	431

في التمارين 17-20، احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران المنطقة المذكورة حول المستقيم المذكور.

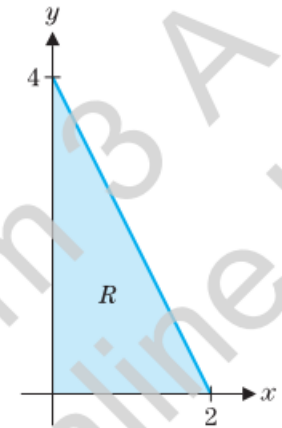
19. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2$  و  $x = 0$  حول (a) المحور  $y$ ; (b)  $y = 4$

4	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks	$(17a, 19a, 25a+b)$	430
	إيجاد حجم مجسم غير مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأقراص الدائرية	$(27b+c, 28a)$	431

25. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 4 - 2x$  والمحور  $x$  والمحور  $y$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

(a) المحور  $y$  (b) المحور  $x$  (c)  $y = 4$

(d)  $y = -4$  (e)  $x = 2$  (f)  $x = -2$



4	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks	(17a,19a,25a+b)	430
	إيجاد حجم مجسم غير مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأقراص الدائرية	(27b+c,28a)	431

27. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2, y = 0$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

(a) المحور  $y$  (b) المحور  $x$  (c)  $x = 1$

(d)  $y = 1$  (e)  $x = -1$  (f)  $y = -1$

4	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks	(17a,19a,25a+b)	430
	إيجاد حجم مجسم غير مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأقراص الدائرية	(27b+c,28a)	431

28. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ,  $y = -x$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

- (a) المحور  $x$  (b) المحور  $y$   
(c)  $y = 1$  (d)  $y = -1$

5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

في التمارين 17-20، احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران المنطقة المذكورة حول المستقيم المذكور.

17. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 0$ ,  $y = 2 - x$  و  $x = 0$  حول  
(a) المحور  $x$ ; (b)  $y = 3$



5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

18. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$ ,  $y = 4 - x^2$  حول  $y = 4$  (a)  
المحور  $x$ ; (b)

5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

19. المنطقة المحدودة بواسطة  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2$  و  $x = 0$  حول (a)  
المحور  $y$ ; (b)  $y = 4$

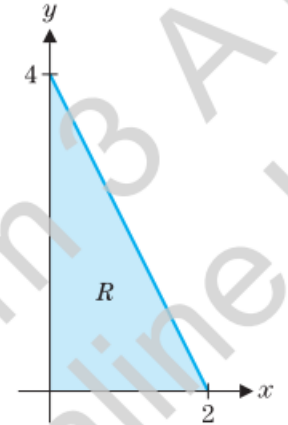
5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

20. المنطقة المحدودة بواسطة  $y=x^2$  و  $x=y^2$  حول (a)  
المحور  $y$ ؛ (b)  $x=1$

5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

25. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = 4 - 2x$  والمحور  $x$  والمحور  $y$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

- (a) المحور  $y$  (b) المحور  $x$  (c)  $y = 4$   
 (d)  $y = -4$  (e)  $x = 2$  (f)  $x = -2$



5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

27. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$ ,  $y = 0$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

- (a) المحور  $y$  (b) المحور  $x$  (c)  $x = 1$   
(d)  $y = 1$  (e)  $x = -1$  (f)  $y = -1$

5	Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers	(17b,18,19b,20,25c+d+e+f)	430
	إيجاد حجم مجسم مجوف ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الحلقات	(27a+d+e+f,28b+c+d)	431

28. لتكن  $R$  هي المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ,  $y = -x$  و  $x = 1$ . احسب حجم المجسم الذي تكوّن من دوران  $R$  حول المستقيم المذكور.

(a) المحور  $x$  (b) المحور  $y$

(c)  $y = 1$  (d)  $y = -1$

6	Find the volume of a solid of revolution by using the method of cylindrical shells	(1,2) Not writing exercises	438
	إيجاد حجم مجسم ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأصداف الأسطوانية	(3-8)	439

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

1. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  والمحور  $x$ ،  $-1 \leq x \leq 1$  حول  $x = 2$

6	Find the volume of a solid of revolution by using the method of cylindrical shells	(1,2) Not writing exercises	438
	إيجاد حجم مجسم ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأصداف الأسطوانية	(3-8)	439

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

2. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  والمحور  $x$ .  
حول  $x = -2$ ،  $-1 \leq x \leq 1$



6	Find the volume of a solid of revolution by using the method of cylindrical shells	(1,2) Not writing exercises	438
	إيجاد حجم مجسم ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأصداف الأسطوانية	(3-8)	439

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

3. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ،  $y = -x$  و  $x = 1$  حول المحور  $y$

6	Find the volume of a solid of revolution by using the method of cylindrical shells	(1,2) Not writing exercises	438
	إيجاد حجم مجسم ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأصداف الأسطوانية	(3-8)	439

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

4. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x$ ،  $y = -x$  و  $x = 1$  حول  $x = 1$

6	Find the volume of a solid of revolution by using the method of cylindrical shells	(1,2) Not writing exercises	438
	إيجاد حجم مجسم ناتج عن دوران منطقة حول مستقيم معلوم باستخدام طريقة الأصداف الأسطوانية	(3-8)	439

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

5. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  ،  $y = 0$  و  $0 \leq x \leq 4$  حول  $x = 0$

7	Find arc length in a given interval using definite integration	(5-10)	446
	إيجاد طول قوس من منحنى دالة معطاة في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

6. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $y = x^2$  و  $y = 0$  حول  $x = 2$  حيث  $-1 \leq x \leq 1$

7	Find arc length in a given interval using definite integration	(5-10)	446
	إيجاد طول قوس من منحنى دالة معطاة في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

7. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 1$  حول  $y = 2$

7	Find arc length in a given interval using definite integration	(5-10)	446
	إيجاد طول قوس من منحنى دالة معطاة في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود		

في التمارين 1-8، ارسم المنطقة وارسم صدفة نوعية وحدد نصف قطر وارتفاع كل صدفة واحسب الحجم.

8. يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة  $x^2 + y^2 = 2y$  حول  $y = 4$

Find surface area of a solid of revolution using definite integration			
8			447
	حساب مساحة السطح الناتج عن دوران منطقة معينة حول مستقيم معلوم في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود		(29-36)

في التمارين 29–36، ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية.

29.  $y = x^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , ثم دورانها حول المحور  $x$

30.  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , ثم دورانها حول المحور  $x$

31.  $y = 2x - x^2$ ,  $0 \leq x \leq 2$ , ثم دورانها حول المحور  $x$

32.  $y = x^3 - 4x$ ,  $-2 \leq x \leq 0$ , ثم دورانها حول المحور  $x$

Find surface area of a solid of revolution using definite integration			
8			447
	حساب مساحة السطح الناتج عن دوران منطقة معينة حول مستقيم معلوم في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود		(29-36)

في التمارين 29–36، ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية.

33.  $y = e^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , تم دورانها حول المحور  $x$

34.  $y = \ln x$ ,  $1 \leq x \leq 2$ , تم دورانها حول المحور  $x$

35.  $y = \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \pi/2$ , تم دورانها حول المحور  $x$

36.  $y = \sqrt{x}$ ,  $1 \leq x \leq 2$ , تم دورانها حول المحور  $x$



9	Solve mathematical problems involving applications on arc length or surface area حل مسائل رياضية كتطبيقات على طول القوس أو مساحة السطح	(23,24)	447
---	---	---------	-----

**23.** عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 40 ft.  
إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادلته  
 $y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20})$ ،  $-20 \leq x \leq 20$  فاحسب طول الحبل.

**24.** عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 60 ft.  
إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادلته  
 $y = 15(e^{x/30} + e^{-x/30})$ ،  $-30 \leq x \leq 30$  فاحسب طول الحبل.

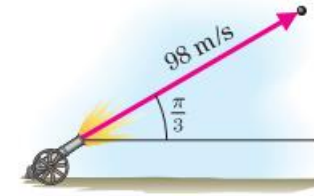
10	Solve physical problems involving velocity	(1-4)	455
	حل مسائل تطبيقات فيزيائية على السرعة المتجهة		

في التمارين 1-4، حدد الشروط الابتدائية  $y(0)$  و  $y'(0)$

1. أسقط جسم من ارتفاع 80 ft.
2. أسقط جسم من ارتفاع 100 ft.
3. أطلق جسم من ارتفاع 60 ft مع سرعة متجهة صعوداً 10 ft/s.
4. أطلق جسم من ارتفاع 20 ft مع سرعة متجهة نزولاً 4 ft/s.

11	Solve problems on projectiles	(17-23)	456
	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات		

17. يطلق جسم ما بزاوية  $\theta = \pi/3$  راديان من الأفق مع سرعة ابتدائية 98 m/s. حدّد زمن التحليق والمدى الأفقي. قارن مع المثال 5.4.



11	Solve problems on projectiles	(17-23)	456
	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات		

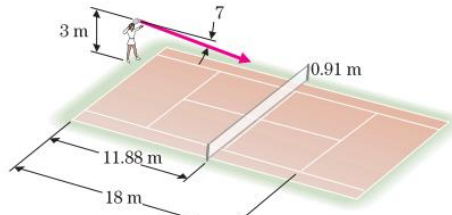
18. جد زمن التحليق والمدى الأفقي لجسم أطلق بزاوية  $30^\circ$  مع سرعة ابتدائية  $40 \text{ m/s}$ . كرر العملية مع زاوية  $60^\circ$ .

11	Solve problems on projectiles حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات	(17-23)	456
----	--	---------	-----

19. كرر المثال 5.5 مع زاوية ابتدائية  $6^\circ$ . باستخدام التجربة والخطأ، جـد أصغر وأكبر زاوية ستكون عندها رمية الإرسال.

#### المثال 5.5 حركة ضربة تنس

فينوس وليامز واحدة من أسرع الضربات في تنس السيدات. على فرض أنّها سددت ضربة من ارتفاع 3 أمتار بسرعة ابتدائية  $190 \text{ km/h}$  وبزاوية  $7^\circ$  تحت المركبة الأفقية. تكون الضربة موجهة "داخل الحد" إذا مرت الكرة على شبكة ارتفاعها  $0.91 \text{ m}$  وتبعد مسافة  $18 \text{ m}$  وترتطم بالأرض أمام خط التسديد على بُعد  $18 \text{ m}$ . (نوضح ذلك الموقف في الشكل 6.46). حدّد ما إذا كانت الضربة داخل أو خارج الحد.



الشكل 6.46

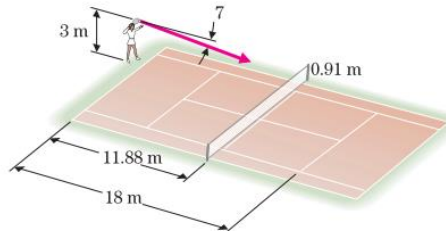
ارتفاع ضربة تنس

11	Solve problems on projectiles حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات	(17-23)	456
----	--	---------	-----

20. كرر المثال 5.5 مع سرعة ابتدائية  $170 \text{ ft/s}$ . باستخدام التجربة والخطأ، جـد أصغر وأكبر سرعة ابتدائية ستكون عندها رمية الإرسال.

#### المثال 5.5 حركة ضربة تنس

فينوس وليامز واحدة من أسرع الضربات في تنس السيدات. على فرض أنها سددت ضربة من ارتفاع  $3 \text{ m}$  بسرعة ابتدائية  $190 \text{ km/h}$  وبزاوية  $7^\circ$  تحت المركبة الأفقية. تكون الضربة موجهة "داخل الحد" إذا مرت الكرة على شبكة ارتفاعها  $0.91 \text{ m}$  وتبعد مسافة  $18 \text{ m}$  وترتطم بالأرض أمام خط التسديد على بُعد  $18 \text{ m}$ . (نوضح ذلك الموقف في الشكل 6.46). حدّد ما إذا كانت الضربة داخل أو خارج الحد.



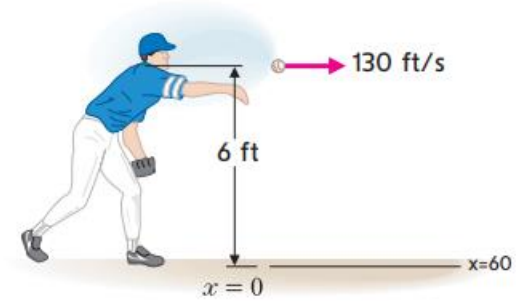
الشكل 6.46

ارتفاع ضربة تنس



11	Solve problems on projectiles	(17-23)	456
	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات		

21. يُطلق ضارب كرة بيسبول الكرة أفقيًا من ارتفاع 6 ft مع سرعة ابتدائية 130 ft/s. جسد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الرئيسة على بعد 60 ft. (إرشاد: حدد زمن التحليق من المعادلة  $x$ ، ثم استخدم المعادلة  $y$  لتحديد الارتفاع).



11	Solve problems on projectiles	(17-23)	456
	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات		

22. كرر التمرين 21 مع سرعة ابتدائية 80 ft/s (إرشاد: فسر الإجابة السالبة بعناية).





11	Solve problems on projectiles	(17-23)	456
	حل مسائل تطبيقية على حركة المقذوفات		

23. يرمي لاعب بيسبول كرة باتجاه القاعدة الأولى على بعد 120 ft يطلق الكرة من ارتفاع 5 ft مع سرعة ابتدائية 120 ft/s بزاوية  $5^\circ$  أعلى الأفق. جد ارتفاع الكرة عندما تصل إلى القاعدة الأولى.



almaharat  
PRIVATE SCHOOL  
مدرسة المهارات الخاصة

# طرائق التكامل والمعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى

# 7

الوحدة

اعداد الاستاذة : حنان امل



12	Compute integrals using direct computation and rules	(3-10)	489
	إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ		

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

3.  $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx, a > 0$

5.  $\int \sin 6t dt$

4.  $\int \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - a^2}} dx, a > 0$

6.  $\int \sec 2t \tan 2t dt$

12	Compute integrals using direct computation and rules إيجاد تكاملات دوال متنوعة بصيغة مباشرة باستخدام الصيغ	(3-10)	489
----	---	--------	-----

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

5.  $\int \sin 6t \, dt$

7.  $\int (x^2 + 4)^2 \, dx$

8.  $\int x(x^2 + 4)^2 \, dx$

10.  $\int \frac{2}{4 + 4x^2} \, dx$

13	Compute various interlays using integration by substitution إيجاد تكاملات دوال متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالتعويض	(14,16,19-24)	489

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

14.  $\int \frac{4x + 4}{5 + 2x + x^2} dx$

16.  $\int \frac{t + 1}{t^2 + 2t + 4} dt$



13	Compute various interlays using integration by substitution	(14,16,19-24)	489
	إيجاد تكاملات دوال متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالتعويض		

19.  $\int \frac{4}{x^{1/3}(1+x^{2/3})} dx$

20.  $\int \frac{2}{x^{1/4}+x} dx$

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

13	<p>Compute various interlays using integration by substitution</p> <p>إيجاد تكاملات دوال متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالتعويض</p>	(14,16,19-24)	489
----	---	---------------	-----

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

21.  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

22.  $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$

13	Compute various interlays using integration by substitution	(14,16,19-24)	489
	إيجاد تكاملات دوال متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالتعويض		

23.  $\int_0^{\pi} \cos x e^{\sin x} dx$

24.  $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x e^{\tan x} dx$

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.





14	Compute integrals using completing a square before integrating	(11-13)	489
	إيجاد تكاملات دوال متنوعة عبر الاستعانة بإكمال المربع واستخدام التعويض		

11.  $\int \frac{1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$

12.  $\int \frac{x+1}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$

في التمارين 1-40، جـد قيمة التكامل.

14	Compute integrals using completing a square before integrating إيجاد تكاملات دوال متنوعة عبر الاستعانة بإكمال المربع واستخدام التعويض	(11-13)	489
----	--	---------	-----

13.  $\int \frac{4}{5 + 2x + x^2} dx$

في التمارين 1-40، جد قيمة التكامل.

15	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(1-6,23,24)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

في التمارين 1-28، جد قيمة التكاملات.

1.  $\int x \cos x \, dx$

2.  $\int x \sin 4x \, dx$

15	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(1-6,23,24)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

3.  $\int x e^{2x} dx$

4.  $\int x \ln x dx$

في التمارين 1-28، جد قيمة التكاملات.

15	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(1-6,23,24)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

في التمارين 1-28، جد قيمة التكاملات.

5.  $\int x^2 \ln x \, dx$

6.  $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$



15	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(1-6,23,24)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

في التمارين 1-28، جد قيمة التكاملات.

23.  $\int_1^{10} \ln 2x \, dx$

24.  $\int_1^2 x \ln x \, dx$

16	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(19-22)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

في التمارين 1-28، جـد قيمة التكاملات.

19.  $\int_0^1 x \sin 2x \, dx$

20.  $\int_0^\pi 2x \cos x \, dx$

16	Use integration by parts to compute definite and indefinite integrals	(19-22)	496
	إيجاد تكاملات محدودة وغير محدودة متنوعة باستخدام طريقة التكامل بالأجزاء		

21.  $\int_0^1 x^2 \cos \pi x \, dx$

22.  $\int_0^1 x^2 e^{3x} \, dx$

في التمارين 1-28، جـد قيمة التكاملات.



17	Integrate functions of the form $\sin^n(x) \cos^m(x)$	(1-8)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sin^m(x) \cos^n(x)$		

1.  $\int \cos x \sin^4 x \, dx$

2.  $\int \cos^3 x \sin^4 x \, dx$

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

17	Integrate functions of the form $\sin^n(x) \cos^m(x)$	(1-8)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sin^m(x) \cos^n(x)$		

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

3.  $\int_0^{\pi/4} \cos 2x \sin^3 2x \, dx$       4.  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^3 3x \sin^3 3x \, dx$

17	Integrate functions of the form $\sin^n(x) \cos^m(x)$	(1-8)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sin^n(x) \cos^m(x)$		

5.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x \, dx$

6.  $\int_{-\pi/2}^0 \cos^3 x \sin x \, dx$

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

17	Integrate functions of the form $\sin^n(x) \cos^m(x)$	(1-8)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sin^n(x) \cos^m(x)$		

7.  $\int \cos^2(x+1) dx$

8.  $\int \sin^4(x-3) dx$

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

18	Integrate functions of the form $\sec^m(x) \tan^n(x)$	(9-16)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sec^m(x) \tan^n(x)$		

9.  $\int \tan x \sec^3 x \, dx$

10.  $\int \cot x \csc^4 x \, dx$

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

18	Integrate functions of the form $\sec^m(x) \tan^n(x)$	(9-16)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sec^m(x) \tan^n(x)$		

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

11.  $\int x \tan^3(x^2 + 1) \sec(x^2 + 1) dx$

12.  $\int \tan(2x + 1) \sec^3(2x + 1) dx$

18	Integrate functions of the form $\sec^m(x) \tan^n(x)$	(9-16)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sec^m(x) \tan^n(x)$		

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

13.  $\int \cot^2 x \csc^4 x \, dx$       14.  $\int \cot^2 x \csc^2 x \, dx$

18	Integrate functions of the form $\sec^m(x) \tan^n(x)$	(9-16)	507
	إيجاد تكاملات دوال بصيغة $\sec^m(x) \tan^n(x)$		

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

15.  $\int_0^{\pi/4} \tan^4 x \sec^4 x \, dx$       16.  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan^4 x \sec^2 x \, dx$



19	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sin(y)$	(21-26)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \sin(y)$		

21.  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{9-x^2}} dx$

22.  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{16-x^2}} dx$

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

19	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sin(y)$	(21-26)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \sin(y)$		

23.  $\int_{-3}^0 \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx$

24.  $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx$

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

19	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sin(y)$	(21-26)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \sin(y)$		

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

25.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx$

26.  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \, dx$

20	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \tan(y)$	(33-41)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \tan(y)$		

33.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx$

34.  $\int x^3 \sqrt{8+x^2} dx$

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

20	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \tan(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \tan(y)$	(33-41)	507
----	--	---------	-----

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

35.  $\int \sqrt{16+x^2} \, dx$

36.  $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} \, dx$

20	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \tan(y)$	(33-41)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \tan(y)$		

37.  $\int_0^1 x\sqrt{x^2+8} \, dx$       38.  $\int_0^2 x^2\sqrt{x^2+9} \, dx$

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

20	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \tan(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \tan(y)$	(33-41)	507
----	--	---------	-----

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

39.  $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$

40.  $\int \frac{x+1}{\sqrt{4+x^2}} dx$

20	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \tan(y)$	(33-41)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \tan(y)$		

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

41.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x}} dx$



21	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sec(y)$	(27-32)	507
	إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبدل $x=a \sec(y)$		

27.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-9}} dx$

28.  $\int x^3 \sqrt{x^2-1} dx$

في التمارين 1-44، جـد قيمة التكاملات.

21	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sec(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبدل $x=a \sec(y)$	(27-32)	507
----	---	---------	-----

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

29.  $\int \frac{2}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$

30.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$

21	Integrate trigonometric functions using the substitution $x=a \sec(y)$ إيجاد تكاملات دوال مثلثية باستخدام التبديل $x=a \sec(y)$	(27-32)	507
----	--	---------	-----

في التمارين 1-44، جد قيمة التكاملات.

31.  $\int \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x} dx$

32.  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$

22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases	(1-12)	516
	إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة		

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

1.  $\frac{x-5}{x^2-1}$

2.  $\frac{5x-2}{x^2-4}$

22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة	(1-12)	516
----	---	--------	-----

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

3.  $\frac{6x}{x^2 - x - 2}$

4.  $\frac{3x}{x^2 - 3x - 4}$

22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة	(1-12)	516
----	---	--------	-----

5.  $\frac{-x+5}{x^3-x^2-2x}$

6.  $\frac{3x+8}{x^3+5x^2+6x}$

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة	(1-12)	516
----	---	--------	-----

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

7.  $\frac{5x - 23}{6x^2 - 11x - 7}$

8.  $\frac{3x + 5}{5x^2 - 4x - 1}$

22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة	(1-12)	516
----	---	--------	-----

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

9.  $\frac{x-1}{x^3+4x^2+4x}$

10.  $\frac{4x-5}{x^3-3x^2}$



22	Integrate rational functions using partial fractions in different cases	(1-12)	516
	إيجاد تكاملات دوال نسبية باستخدام طريقة الكسور الجزئية في حالات مختلفة		

11.  $\frac{x+2}{x^3+x}$

12.  $\frac{1}{x^3+4x}$

في التمارين 1-20، جـد تفكيك الكسور الجزئية والدالة الأصلية. إذا كان لديك CAS متاح، فاستخدمه للتحقق من إجابتك.

23	Learn differential equations of the form $y'=ky$ and their general solution	(1-8)	533
	التعرف على مفهوم المعادلة التفاضلية $y'=ky$ وحلها العام		

1.  $y' = 4y, y(0) = 2$

2.  $y' = 3y, y(0) = -2$

3.  $y' = -3y, y(0) = 5$

4.  $y' = -2y, y(0) = -6$

في التمارين 1-8، جـد حلاً للمعادلة التفاضلية المعطاة  
تحقق الشرط الابتدائي المشار إليه.

23	Learn differential equations of the form $y'=ky$ and their general solution	(1-8)	533
	التعرف على مفهوم المعادلة التفاضلية $y'=ky$ وحلها العام		

في التمارين 1-8، جـد حلاً للمعادلة التفاضلية المعطاة  
تحقق الشرط الابتدائي المشار إليه.

5.  $y' = 2y, y(1) = 2$

6.  $y' = -y, y(1) = 2$

7.  $y' = y - 50, y(0) = 70$

8.  $y' = -0.1y - 10, y(0) = 80$

24	Solve problems involving differential equations of the form $y'=ky$ satisfying an indicated initial condition	(28-30)	534
	حل تطبيقات على معادلات تفاضلية $y'=ky$ تحقق شرطاً ابتدائياً مُعطى	(31,32)	535

التمارين من 29 إلى 32 تتضمن المربحة المركّبة.

**28.** إذا استثمرت AED 1000 بمعدّل مربحة سنوية 8%. فارق بين قيمة الاستثمار بعد عام واحد مع انواع المربحة المركبة الآتية: سنوياً، شهرياً، يومياً، مستمرة.

**29.** كثر التمرين 29 لقيمة الاستثمار بعد 5 سنوات.

24	Solve problems involving differential equations of the form $y'=ky$ satisfying an indicated initial condition	(28-30)	534
	حل تطبيقات على معادلات تفاضلية $y'=ky$ تحقق شرطاً ابتدائياً مُعطى	(31,32)	535

30. استثمر الشخص A مبلغ 10,000 AED في عام 1990 واستثمر الشخص B مبلغ 20,000 AED في عام 2000. (a) فإذا كان معدل المربحة السنوية لكلا الشخصين 12% (مربحة مركبة مستمرة)، فما قيم الاستثمارات في 2010؟ (b) كثر مع معدل مربحة سنوية 4%. (c) حدّد معدل المربحة السنوية حيث يتساوى استثمار الشخص A بالضبط مع استثمار الشخص B. (إرشاد: تريد من الشخص A أن يمتلك 20,000 AED في عام 2000).

24	Solve problems involving differential equations of the form $y'=ky$ satisfying an indicated initial condition	(28-30)	534
	حل تطبيقات على معادلات تفاضلية $y'=ky$ تحقق شرطاً ابتدائياً مُعطى	(31,32)	535

31. اشترى أحد المؤلفين مجموعة من البطاقات التجارية لكرة السلة في عام 1985 بمبلغ 34 AED. وفي عام 1995، كان "السعر الإجمالي" لهذه المجموعة 9800 AED. (a) فرضاً انه يوجد نسبة مئوية ثابتة للعائد على هذا الاستثمار، فجد معادلة استحقاق المجموعة عند الزمن  $t$  سنة (حيث  $t = 0$  يناظر 1985). (b) عند معدل العائد هذا، فما هو المبلغ المستحق للمجموعة في 2005؟ (c) اشترى هذا المؤلف أيضاً مجموعة من بطاقات البيسبول في عام 1985، تكلفت 22 AED. في 1995، كان الربح من هذه المجموعة 32 AED. باستخدام معدل الربح هذا، ما هو الربح العائد للمجموعة في 2005؟

.....

24	Solve problems involving differential equations of the form $y'=ky$ satisfying an indicated initial condition	(28-30)	534
	حل تطبيقات على معادلات تفاضلية $y'=ky$ تحقق شرطاً ابتدائياً مُعطى	(31,32)	535

32. على فرض أنَّ قيمة أحد الأصول AED 40,000 تتناقص بنسبة مئوية ثابتة 10% . جـد قيمته بعد (a) 10 سنوات؛ وبعد (b) 20 سنة. قارن بين هذه القيم وأحد الأصول الذي تبلغ قيمته AED 40,000 ويصبح بلا قيمة خلال 20 عاماً باستخدام التناقص الخطي.



25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

.....

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

5.  $y' = (x^2 + 1)y$

6.  $y' = 2x(y - 1)$



25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

7.  $y' = 2x^2y^2$

8.  $y' = 2(y^2 + 1)$

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

9.  $y' = \frac{6x^2}{y(1+x^3)}$

10.  $y' = \frac{3x}{y+1}$

.....

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

11.  $y' = \frac{2x}{y} e^{y-x}$

12.  $y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x}$

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.



25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

.....

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.

13.  $y' = \frac{\cos x}{\sin y}$

14.  $y' = x \cos^2 y$



25	Find the general solution of separable differential equations of first order	(5-16)	544
	إيجاد الحل العام لمعادلات تفاضلية من الدرجة الأولى قابلة للفصل		

15.  $y' = \frac{xy}{1+x^2}$

16.  $y' = \frac{2}{xy+y}$

في التمارين من 5 إلى 16، المعادلة التفاضلية قابلة للفصل.  
جـد الحل العام، بصيغة صريحة إذا أمكن.